

# Eletrônica de Potência: Topologias e Técnicas



Jumar L. Russi  
Fátima C. Soares



# Eletrônica de Potência: Topologias e Técnicas



Jumar L. Russi  
Fátima C. Soares

2025 by Atena Editora

Copyright © 2025 Atena Editora

Copyright do texto © 2025, o autor

Copyright da edição © 2025, Atena Editora

Os direitos desta edição foram cedidos à Atena Editora pelo autor.

*Open access publication by Atena Editora*

**Editora chefe**

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira Scheffer

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Yago Raphael Massuqueto Rocha



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob a Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo desta obra, em sua forma, correção e confiabilidade, é de responsabilidade exclusiva dos autores. As opiniões e ideias aqui expressas não refletem, necessariamente, a posição da Atena Editora, que atua apenas como mediadora no processo de publicação. Dessa forma, a responsabilidade pelas informações apresentadas e pelas interpretações decorrentes de sua leitura cabe integralmente aos autores.

A Atena Editora atua com transparência, ética e responsabilidade em todas as etapas do processo editorial. Nosso objetivo é garantir a qualidade da produção e o respeito à autoria, assegurando que cada obra seja entregue ao público com cuidado e profissionalismo.

Para cumprir esse papel, adotamos práticas editoriais que visam assegurar a integridade das obras, prevenindo irregularidades e conduzindo o processo de forma justa e transparente. Nosso compromisso vai além da publicação, buscamos apoiar a difusão do conhecimento, da literatura e da cultura em suas diversas expressões, sempre preservando a autonomia intelectual dos autores e promovendo o acesso a diferentes formas de pensamento e criação.

# Eletrônica de Potência: Topologias e Técnicas

## | Autores:

Jumar L. Russi  
Fátima C. Soares

## | Revisão:

Os autores

## | Diagramação:

Thamires Gayde

## | Capa:

Yago Raphael Massuqueto Rocha

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

R969 Russi, Jumar L.  
Eletrônica de potência: topologias e técnicas / Jumar L.  
Russi, Fátima C. Soares. – Ponta Grossa - PR:  
Atena, 2025.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-258-3971-4

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.714251712>

1. Eletrônica de potência. 2. Engenharia elétrica. 3.  
Conversores eletrônicos. 4. Sistemas elétricos. I. Russi,  
Jumar L. II. Soares, Fátima C. III. Título.

CDD 621.31

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

## Atena Editora

☎ +55 (42) 3323-5493

☎ +55 (42) 99955-2866

🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)



# CONSELHO EDITORIAL

## CONSELHO EDITORIAL

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Profª Drª Amanda Vasconcelos Guimarães – Universidade Federal de Lavras  
Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás  
Profª Drª Ariadna Faria Vieira – Universidade Estadual do Piauí  
Prof. Dr. Arinaldo Pereira da Silva – Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Cirênio de Almeida Barbosa – Universidade Federal de Ouro Preto  
Prof. Dr. Cláudio José de Souza – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Daniela Reis Joaquim de Freitas – Universidade Federal do Piauí  
Profª Drª. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Fabrício Moraes de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Profª Drª Glécilla Colombelli de Souza Nunes – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Humberto Costa – Universidade Federal do Paraná  
Prof. Dr. Joachin de Melo Azevedo Sobrinho Neto – Universidade de Pernambuco  
Prof. Dr. João Paulo Roberti Junior – Universidade Federal de Santa Catarina  
Profª Drª Juliana Abonizio – Universidade Federal de Mato Grosso  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná  
Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará  
Prof. Dr. Sérgio Nunes de Jesus – Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

# LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Ondulação de corrente em um indutor. (a) Etapa 1: $0 \rightarrow D_1 T_s$ ; Etapa 2: $D_1 T_s \rightarrow (D_1 + D_2) T_s$ e (c) Formas de onda.....	1
Figura 2. Ondulação de tensão em um capacitor. (a) Etapa 1: $0 \rightarrow D_1 T_s$ ; (b) Etapa 2: $D_1 T_s \rightarrow (D_1 + D_2) T_s$ ; e (c) Formas de onda.....	3
Figura 3. Circuitos com saída em corrente.....	5
Figura 4. Formas de ondas típicas. (a) Formas de onda; e (b) Detalhes.....	5
Figura 5. Conversor buck.....	10
Figura 6. Etapas de operação para o conversor buck. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.....	10
Figura 7. Principais formas de onda para o conversor buck.....	11
Figura 8. Formas de onda no indutor para o conversor buck.....	14
Figura 9. Corrente no indutor do conversor buck.....	16
Figura 10. Conversor boost.....	19
Figura 11. Etapas de operação para o conversor boost. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.....	21
Figura 12. Principais formas de onda para o conversor boost.....	22
Figura 13. Formas de onda no indutor para o conversor boost.....	24
Figura 14. Corrente no indutor do conversor boost.....	26
Figura 15. Conversor buck-boost.....	29
Figura 16. Etapas de operação do conversor buck-boost. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.....	30
Figura 17. Principais formas de onda para o conversor buck-boost.....	31
Figura 18. Formas de onda no indutor para o conversor buck-boost.....	33
Figura 19. Corrente no indutor do conversor buck-boost.....	35
Figura 20. Conversor Ćuk.....	39
Figura 21. Etapas de operação do conversor Ćuk. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.....	41
Figura 22. Principais formas de onda para o conversor Ćuk.....	41
Figura 23. Formas de onda no indutor para o conversor Ćuk.....	47

# LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE FIGURAS

Figura 24. Corrente no indutor do conversor $\hat{C}uk$ .....	49
Figura 25. Conversor forward.....	53
Figura 26. Etapas de operação do conversor forward. ....	54
Figura 27. Principais formas de onda para o conversor forward. ....	55
Figura 28. Formas de onda no indutor para o conversor forward.....	58
Figura 29. Conversor flyback.....	61
Figura 30. Modelo do conversor flyback.....	61
Figura 31. Etapas de operação do conversor flyback. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.....	63
Figura 32. Principais formas de onda para o conversor flyback.....	64
Figura 33. Formas de onda no indutor para o conversor flyback.....	66
Figura 34. Retificador half-bridge.....	70
Figura 35. Etapas de operação do retificador half-bridge. ....	72
Figura 36. Formas de onda típicas para o retificador half-bridge.....	72
Figura 37. Formas de onda no indutor para o retificador half-bridge. ....	74
Figura 38. Retificador half-bridge.....	76
Figura 39. Modelo para o retificador half-bridge.....	76
Figura 40. Etapas de operação do retificador half-bridge. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3. ....	77
Figura 41. Principais formas de onda para o retificador half-bridge.....	78
Figura 42. Formas de onda no indutor para o retificador half-bridge. ....	80
Figura 43. Retificador full-bridge. ....	82
Figura 44. Etapas de operação do retificador full-bridge. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3. ....	82
Figura 45. Principais formas de onda para o retificador full-bridge.....	83
Figura 46. Formas de onda no indutor para o retificador full-bridge.....	85
Figura 47. Retificador push-pull. ....	87



# LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE FIGURAS

Figura 48. Etapas de operação do retificador push-pull. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3. ....	89
Figura 49. Principais formas de onda para o retificador push-pull. ....	90
Figura 50. Formas de onda no indutor para o retificador push-pull. ....	92
Figura 51. Inversor half-bridge. ....	95
Figura 52. Etapas de operação do inversor half-bridge. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3. ....	96
Figura 53. Principais formas de onda para o inversor half-bridge. ....	97
Figura 54. Formas de onda no indutor para o inversor half-bridge. ....	99
Figura 55. Inversor full-bridge. ....	101
Figura 56. Etapas de operação do inversor full-bridge. ....	103
Figura 57. Principais formas de onda para o inversor full-bridge. ....	104
Figura 58. Formas de onda no indutor para o inversor full-bridge. ....	106
Figura 59. Inversor com duas pernas. ....	109
Figura 60. Formas de onda para a modulação PWM unipolar. ....	110
Figura 61. FFT para a modulação PWM unipolar. ....	110
Figura 62. Formas de onda para a modulação PWM com nível deslocado. ....	111
Figura 63. FFT para a modulação PWM com nível deslocado. ....	111
Figura 64. Formas de onda para a modulação phase shift. ....	112
Figura 65. FFT para a modulação phase shift. ....	112
Figura 66. Conversor boost com snubber de turn-on. ....	115
Figura 67. Etapas de operação do conversor boost com snubber de turn-on. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; (c) Etapa 3 e (d) Etapa 4. ....	116
Figura 68. Principais formas de onda do conversor boost com snubber de turn-on. ....	117
Figura 69. Conversor boost com snubber de turn-off. ....	118
Figura 70. Etapas de operação do conversor boost com snubber de turn-off. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; (c) Etapa 3 e (d) Etapa 4. ....	119
Figura 71. Principais formas de onda do conversor boost com snubber de turn-off. ....	120

# LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE FIGURAS

Figura 72. Conversor boost com célula ZCS-FM.....	121
Figura 73. Etapas de operação do conversor boost com célula ZCS-FM... 122	
Figura 74. Principais formas de onda do conversor boost com ZCS-FM. (a) Plano de Fase e (b) Formas de onda. ....	122
Figura 75. Conversor boost com célula ZVS-FM.....	123
Figura 76. Etapas de operação do conversor boost com célula ZVS-FM.. 124	
Figura 77. Principais formas de onda do conversor boost com ZVS-FM....	125
Figura 78. Conversor boost com célula ZVT.....	125
Figura 79. Etapas de operação do conversor boost com célula ZVT. ....	126
Figura 80. Principais formas de onda do conversor boost ZVT.....	127
Figura 81. Conversor boost com $R_L$ .....	128
Figura 82. Etapas de operação do conversor boost com $R_L$ .....	129
Figura 83. Modelo do conversor boost com $R_L$ utilizando fontes controladas.....	131
Figura 84. Modelo do conversor boost com $R_L$ utilizando transformador CC.....	132
Figura 85. Modelo do conversor boost com $R_L$ refletido para o secundário.....	132
Figura 86. Modelo do conversor boost com $R_L$ .....	134
Figura 87. Modelo do conversor boost com $R_L$ utilizando fontes controladas.....	134
Figura 88. Modelo do conversor boost com $R_L$ utilizando transformador. 135	
Figura 89. Modelo do conversor boost com $R_L$ refletido para o secundário.....	135
Figura 90. Conversor buck-boost. ....	135
Figura 91. Etapa 1 de operação do conversor buck-boost. ....	136
Figura 92. Etapa 2 de operação do conversor buck-boost.....	136
Figura 93. Conversor buck-boost.....	140
Figura 94. Geração da razão cíclica. ....	141

# LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE FIGURAS

Figura 95. Tensão de alimentação.....	141
Figura 96. Malha da tensão do indutor.....	142
Figura 97. Malha da corrente do capacitor.....	142
Figura 98. Conversor boost.....	143
Figura 99. Equivalência entre chaves e fontes controladas.....	143
Figura 100. Equivalência entre fontes controladas e transformador CC.....	144
Figura 101. Conversor boost com o modelo da chave PWM.....	145
Figura 102. Conversor buck não ideal com $R_L$ .....	147
Figura 103. Etapa 1 de operação do conversor buck não ideal.....	148
Figura 104. Etapa 2 de operação do conversor buck não ideal.....	149
Figura 105. Modelo do conversor buck não ideal.....	151
Figura 106. Conversor buck não ideal com $V_S$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ e $R_{SE}$ .....	153
Figura 107. Etapa 1 de operação do conversor buck não ideal.....	154
Figura 108. Etapa 2 de operação do conversor buck não ideal.....	155
Figura 109. Modelo do conversor buck não ideal.....	157
Figura 110. Conversor boost não ideal com $V_S$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ e $R_{SE}$ .....	160
Figura 111. Etapa 1 de operação do conversor boost não ideal.....	161
Figura 112. Etapa 2 de operação do conversor boost não ideal.....	162
Figura 113. Modelo do conversor boost não ideal.....	164
Figura 114. Conversor buck-boost não ideal.....	166
Figura 115. Etapa 1 de operação do conversor buck-boost.....	167
Figura 116. Etapa 2 de operação do conversor buck-boost.....	168
Figura 117. Modelo do conversor buck-boost.....	170
Figura 118. Modelo do conversor buck-boost não ideal.....	172
Figura 119. Etapa 1 de operação do conversor buck-boost.....	173
Figura 120. Etapa 2 de operação do conversor buck-boost.....	174
Figura 121. Modelo de operação do conversor buck-boost.....	177



# SUMÁRIO

## SUMÁRIO

<b>1. ANÁLISES INICIAIS .....</b>	<b>1</b>
1.1. Equilíbrio Tensão-Tempo para um Indutor .....	1
1.2. Equilíbrio Corrente-Tempo para um Capacitor .....	3
1.3. Análise da ondulação de tensão (ripple) em um capacitor – saída em corrente .....	4
1.4. Corrente no indutor em função do modo de condução .....	7
<b>2. CONVERSORES NÃO-ISOLADOS .....</b>	<b>9</b>
2.1. Conversor buck .....	9
2.1.1. Etapas de operação .....	10
2.1.2. Análise do ganho estático para o M.C.C. ....	12
2.1.3. Ondulação de tensão no capacitor (M.C.C.) .....	13
2.1.4. Ondulação de corrente no indutor (M.C.C.) .....	13
2.1.5. Corrente média no indutor .....	14
2.1.6. Modos de operação .....	15
2.1.7. Ganho estático para o M.C.D. ....	15
2.1.8. Equações para projeto .....	18
2.2. Conversor boost .....	19
2.2.1. Etapas de operação .....	20
2.2.2. Análise do ganho estático .....	22
2.2.3. Ondulação de tensão no capacitor .....	23
2.2.4. Ondulação de corrente no indutor .....	24
2.2.5. Corrente média no indutor .....	24
2.2.6. Modos de operação .....	25
2.2.7. Ganho estático para o M.C.D. ....	25
2.2.8. Equações para projeto .....	28
2.3. Conversor buck-boost .....	29

# SUMÁRIO

## SUMÁRIO

2.3.1. Etapas de operação .....	30
2.3.2. Análise do ganho estático .....	31
2.3.3. Ondulação de tensão no capacitor .....	32
2.3.4. Ondulação de corrente no indutor .....	33
2.3.5. Corrente média no indutor .....	34
2.3.6. Modos de operação .....	35
2.3.7. Ganho estático para o M.C.D.....	35
2.3.8. Equações para projeto .....	38
2.4. Conversor Ćuk .....	39
2.4.1. Etapas de operação .....	40
2.4.2. Análise do ganho estático para o M.C.C.....	42
2.4.3. Tensão média sobre o capacitor intermediário.....	44
2.4.4. Ondulação de tensão no capacitor de saída (M.C.C.) .....	45
2.4.5. Ondulação de tensão no capacitor intermediário (M.C.C.).....	45
2.4.6. Ondulação de corrente no indutor equivalente.....	46
2.4.7. Corrente média no indutor equivalente.....	48
2.4.8. Modos de operação .....	48
2.4.9. Ganho estático para o M.C.D.....	49
2.4.10. Equações para projeto .....	50
<b>3. CONVERSORES ISOLADOS .....</b>	<b>52</b>
3.1. Conversor Forward .....	52
3.1.1. Etapas de operação:.....	53
3.1.2. Análise do ganho estático:.....	56
3.1.3. Ondulação de tensão no capacitor .....	57
3.1.4. Ondulação de corrente no indutor.....	57
3.1.5. Corrente média no indutor .....	58

# SUMÁRIO

## SUMÁRIO

3.1.6. Modos de operação .....	59
3.1.7. Desmagnetização do transformador, .....	59
3.1.8. Equações para projeto .....	60
3.2. Conversor flyback .....	61
3.2.1. Etapas de operação: .....	62
3.2.2. Análise do ganho estático: .....	64
3.2.3. Ondulação de tensão no capacitor .....	65
3.2.4. Ondulação de corrente no indutor .....	66
3.2.5. Corrente média no indutor .....	67
3.2.6. Modos de operação .....	67
3.2.7. Equações para projeto .....	68
<b>4. CONVERSORES CC-CC COM MAIS DE UMA CHAVE .....</b>	<b>70</b>
4.1. Retificador half-bridge .....	70
4.1.1. Etapas de operação .....	71
4.1.2. Análise do ganho estático: .....	73
4.1.3. Ondulação de corrente no indutor .....	74
4.1.4. Ondulação de tensão no capacitor .....	75
4.1.5. Modos de operação .....	76
4.2. Retificador half-bridge com Alimentação Simétrica .....	76
4.2.1. Etapas de operação: .....	77
4.2.2. Análise do ganho estático: .....	78
4.2.3. Ondulação de corrente no indutor .....	80
4.2.4. Ondulação de tensão no capacitor .....	80
4.2.5. Modos de operação .....	81
4.3. Retificador full-bridge .....	82



# SUMÁRIO

## SUMÁRIO

4.3.1. Etapas de operação:.....	82
4.3.2. Análise do ganho estático:.....	84
4.3.3. Ondulação de corrente no indutor .....	85
4.3.4. Ondulação de tensão no capacitor .....	86
4.3.5. Modos de operação .....	87
4.4. Retificador push-pull.....	87
4.4.1. Etapas de operação:.....	89
4.4.2. Análise do ganho estático:.....	91
4.4.3. Ondulação de corrente no indutor .....	92
4.4.4. Ondulação de tensão no capacitor .....	93
4.4.5. Modos de operação.....	94
<b>5. INVERSORES .....</b>	<b>95</b>
5.1. Inversor half-bridge .....	95
5.1.1. Etapas de operação.....	96
5.1.2. Análise do ganho estático:.....	97
5.1.3. Ondulação de corrente no indutor .....	99
5.1.4. Corrente média no indutor .....	100
5.1.5. Ondulação de tensão no capacitor .....	100
5.1.6. Modos de operação .....	101
5.2. Inversor full-bridge.....	101
5.2.1. Etapas de operação .....	102
5.2.2. Análise do ganho estático (3 níveis): .....	104
5.2.3. Ondulação de corrente no indutor .....	105
5.2.4. Corrente média no indutor.....	106
5.2.5. Ondulação de tensão no capacitor .....	106
5.2.6. Modos de operação .....	107

# SUMÁRIO

## SUMÁRIO

<b>6. MODULAÇÃO .....</b>	<b>109</b>
6.1. Modulação de inversores .....	109
6.1.1. PWM unipolar .....	109
6.1.2. PWM com nível deslocado .....	110
6.1.3. Phase Shift .....	112
6.2. Modulação Multinível .....	113
6.2.1. Modulação Vetorial .....	113
6.2.2. Modulação baseada em níveis de tensão .....	113
<b>7. SNUBBERS .....</b>	<b>115</b>
7.1. Snubber de turn-on .....	115
7.1.1. Etapas de operação .....	115
7.2. Snubber de turn-off .....	118
7.2.1. Etapas de operação .....	118
<b>8. COMUTAÇÃO SUAVE .....</b>	<b>121</b>
8.1. ZCS-FM .....	121
8.1.1. Etapas de operação: .....	121
8.2. ZVS-FM .....	123
8.2.1. Etapas de operação: .....	124
8.3. ZVT .....	125
8.3.1. Etapas de operação: .....	126
<b>9. MODELAGEM .....</b>	<b>128</b>
9.1. Modelagem do Conversor boost com $R_L$ .....	128
9.1.1. Etapas de operação: .....	128
9.1.2. Análise do ganho estático: .....	129

# SUMÁRIO

## SUMÁRIO

9.1.3. Modelo Equivalente.....	131
9.1.4. Simulação .....	133
9.2. Abordagem básica de modelagem AC aplicada ao buck-boost .....	135
9.2.1. Etapa 1.....	136
9.2.2. Etapa 2.....	136
9.2.3. Indutor.....	137
9.2.4. Capacitor .....	138
9.2.5. Corrente de entrada.....	139
9.2.6. Simulação.....	139
9.3. Método da chave PWM.....	143
9.4. Equações de Estado.....	145
9.4.1. Modelo médio por espaço de estados .....	145
9.4.2. Buck não ideal (considerando $R_L$ ).....	147
Etapas de operação do conversor buck. ....	147
9.4.3. Buck não ideal (considerando $V_S$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ , $R_{SE}$ ).....	153
9.4.4. Boost não ideal (considerando $V_S$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ , $R_{SE}$ ) .....	160
9.4.5. Buck-Boost não ideal (considerando $R_L$ ).....	166
9.4.6. Buck-boost não ideal (considerando $V_S$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ , $R_{SE}$ ) .....	172
<b>10. ANEXOS .....</b>	<b>180</b>
10.1. Plano de fase – conversores ressonantes.....	180



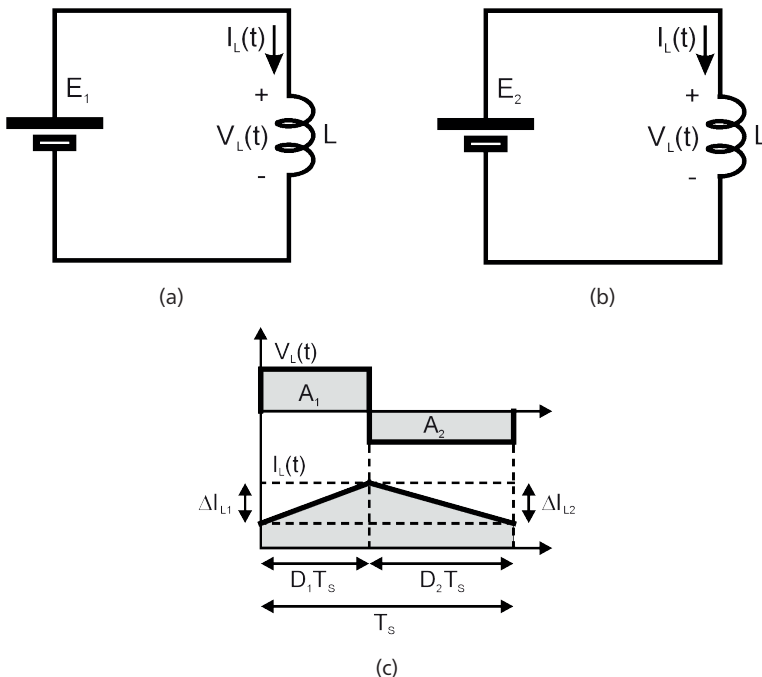
# 1. ANÁLISES INICIAIS

As análises a seguir estabelecem as condições para que os circuitos dos conversores operem em regime permanente. Deste modo, serão derivadas equações que permitem obter os ganhos estáticos para cada um dos conversores a serem estudados, considerando o equilíbrio tensão vezes tempo para o indutor e corrente vezes tempo para o capacitor.

## 1.1. Equilíbrio Tensão-Tempo para um Indutor

Admite-se que seja aplicada uma tensão constante  $E_1$  sobre um indutor durante parte do período de comutação, Figura 1(a) e uma tensão  $E_2$  durante a parte complementar deste mesmo período, Figura 1(b). As formas de onda de tensão e corrente durante estes períodos são mostradas na Figura 1(c).

Figura 1. Ondulação de corrente em um indutor. (a) Etapa 1:  $0 \rightarrow D_1 T_s$ ; (b) Etapa 2:  $D_1 T_s \rightarrow (D_1 + D_2) T_s$  e (c) Formas de onda





Para o regime permanente  $I_L(0)$  deve ser igual a  $I_L(T_s)$ , ou seja,

$$\Delta I_{L1} = -\Delta I_{L2} \rightarrow \Delta I_{L1} + \Delta I_{L2} = 0$$

Como para um indutor:

$$V_L(t) = L \frac{dI_L(t)}{dt} \quad (1)$$

E considerando que

$$V_L(t) = \text{constante}, \quad (2)$$

$$V_L = L \frac{\Delta I_L}{\Delta t} \quad (3)$$

Assim a seguinte aproximação é válida,

$$\Delta I_L = \frac{V_L}{L} \Delta t \quad (4)$$

Como

$$\Delta I_{L1} + \Delta I_{L2} = 0, \quad (5)$$

então

$$\frac{V_{L1}}{L} \Delta t_1 + \frac{V_{L2}}{L} \Delta t_2 = 0 \quad (6)$$

Simplificando

$$V_{L1} D_1 T_s + V_{L2} D_2 T_s = 0 \quad (7)$$

Assim:

$$A_1 + A_2 = 0. \quad (8)$$

Generalizando:

$$\sum_{i=1}^n A_i = 0 \quad (9)$$

Simplificando,

$$V_{L1} D_1 + V_{L2} D_2 = 0. \quad (10)$$

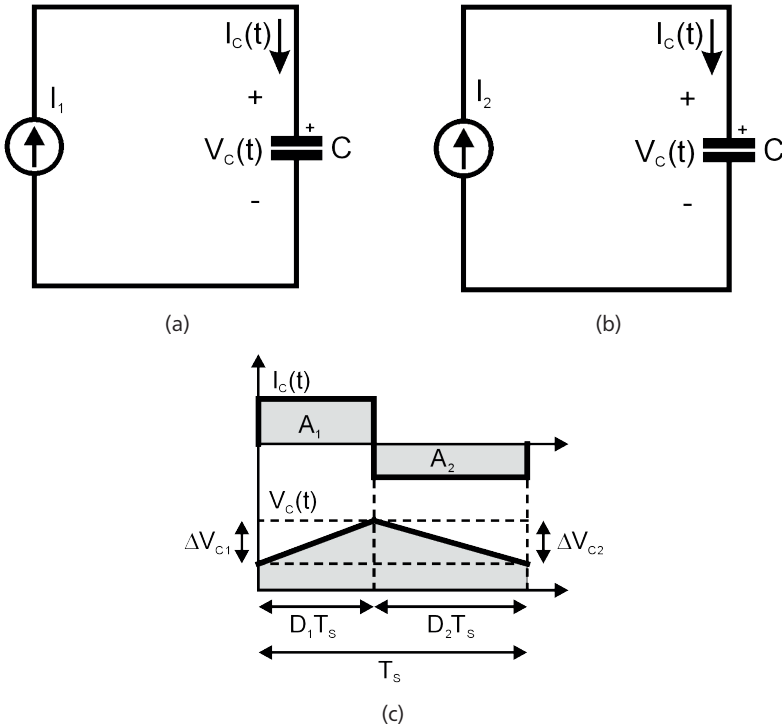
Como  $D_1 > 0$  e  $D_2 > 0$ , implica que  $V_{L1}$  e  $V_{L2}$  devem possuir sinais opostos.

## 1.2. Equilíbrio Corrente-Tempo para um Capacitor

Admite-se que seja aplicada uma corrente constante  $I_1$  sobre um capacitor durante parte do período de comutação, Figura 2(a) e uma corrente  $I_2$  durante a parte complementar deste mesmo período, Figura 2(b). As formas de onda de tensão e corrente durante estes períodos são mostradas na Figura 2(c).

Figura 2. Ondulação de tensão em um capacitor.

(a) Etapa 1:  $0 \rightarrow D_1 T_s$ ; (b) Etapa 2:  $D_1 T_s \rightarrow (D_1 + D_2) T_s$ ; e (c) Formas de onda.



Para o regime permanente  $V_c(0)$  deve ser igual a  $V_c(T_s)$ , ou seja,

$$\Delta V_{C1} = -\Delta V_{C2} \rightarrow \Delta V_{C1} + \Delta V_{C2} = 0 \quad (11)$$

Como para um capacitor:

$$I_c(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (12)$$

E é possível se considerar que

$$I_c(t) = \text{constante.} \quad (13)$$

$$I_c(t) = C \frac{\Delta V_c}{\Delta t} \quad (14)$$

Assim,

$$\Delta V_c = \frac{I_c}{C} \Delta t \quad (15)$$

Como

$$\Delta V_{C1} + \Delta V_{C2} = 0, \quad (16)$$

então

$$\frac{I_{C1}}{C} \Delta t_1 + \frac{I_{C2}}{C} \Delta t_2 = 0 \quad (17)$$

Simplificando

$$I_{C1} D_1 T_s + I_{C2} D_2 T_s = 0 \quad (18)$$

Dessa forma:

$$A_1 + A_2 = 0. \quad (19)$$

Generalizando:

$$\sum_{i=1}^n A_i = 0 \quad (20)$$

Simplificando,

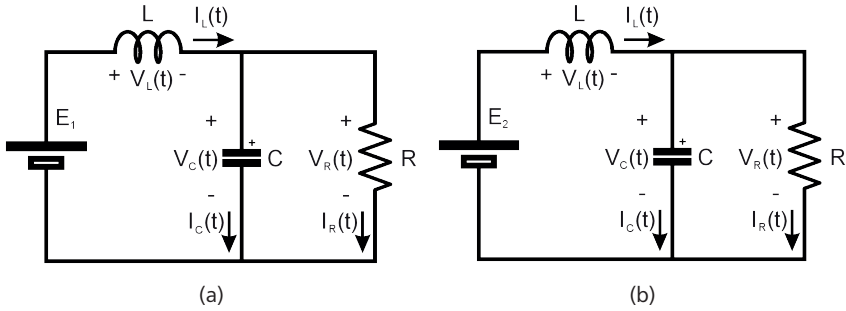
$$I_{C1} D_1 + I_{C2} D_2 = 0. \quad (21)$$

Como  $D_1 > 0$  e  $D_2 > 0$ , consequentemente  $I_{C1}$  e  $I_{C2}$  devem possuir sinais opostos.

### 1.3. Análise da ondulação de tensão (ripple) em um capacitor – saída em corrente

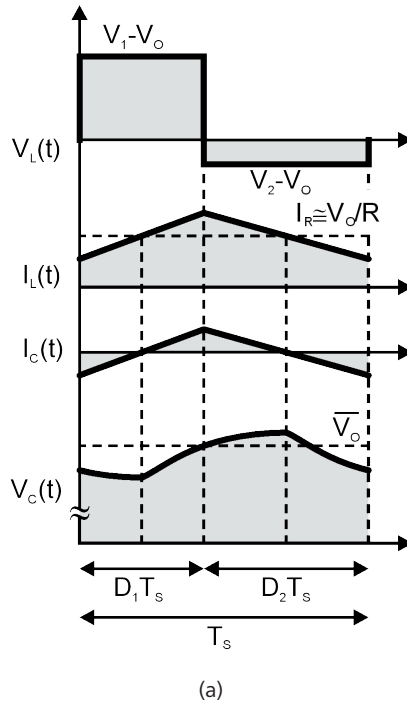
Considera-se um circuito chaveado cujas tensões aplicadas são  $E_1$  e  $E_2$ , conforme a Figura 3.  $E_1$  será aplicada na entrada do circuito durante parte do período de comutação e a tensão  $E_2$  durante a parte complementar deste mesmo período.

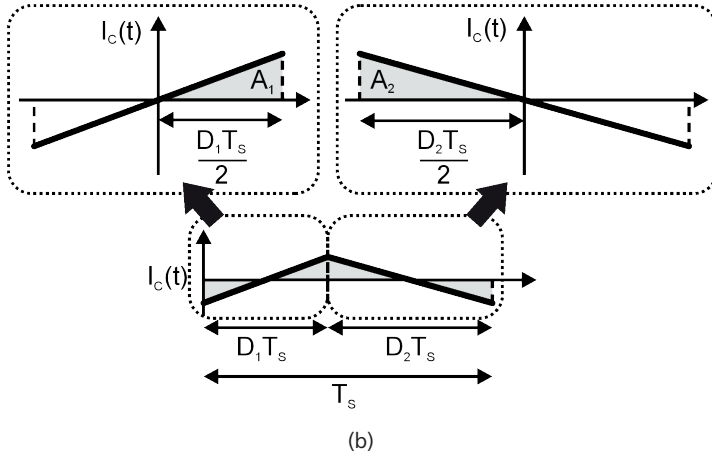
Figura 3. Circuitos com saída em corrente.



As formas de onda típicas são mostradas na Figura 4, considerando-se  $V_o$  (tensão sobre a carga  $R$ ) aproximadamente constante. Observa-se que as tensões sobre o indutor são constantes durante cada parte do período; as correntes através do indutor e do capacitor são lineares e a tensão sobre o capacitor é quadrática. A tensão sobre o capacitor cresce quando a corrente através do mesmo é positiva e decresce em caso contrário.

Figura 4. Formas de ondas típicas. (a) Formas de onda; e (b) Detalhes.





Observa-se na Figura 4(b), conforme comentado, que a área superior ao eixo de  $I_C(t)$  é responsável pelo aumento da tensão do capacitor. Divide-se essa área em duas partes,  $A_1$  e  $A_2$ , sendo  $A_1$  a área durante  $D_1 T_s/2$  e  $A_2$  a área durante  $D_2 T_s/2$ .

Aplicando-se a lei das correntes de Kirchhoff aos circuitos da Figura 3 se obtém:

$$I_L(t) = I_C(t) + I_R(t) \quad (22)$$

$$I_C(t) = I_L(t) - I_R(t) \quad (23)$$

Como

$$I_C(t) = C \frac{dV_C(t)}{dt} \quad (24)$$

Como a corrente através do capacitor é constante, pode-se utilizar a seguinte aproximação

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} I_C(t) \quad (25)$$

Usando  $I_C(t)$

$$\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} (I_L(t) - I_R(t)) \quad (26)$$

$$\Delta V_C(t) = \frac{1}{C} \int (I_L(t) - I_R(t)) dt \quad (27)$$

Tem-se

$$I_{L1}(t) = \frac{V_1 - V_o}{L} t + \frac{V_o}{R} \quad (28)$$

$$I_{L2}(t) = \frac{V_2 - V_o}{L} t + \frac{V_o}{R} \quad (29)$$



Assim,

$$I_{C1}(t) = \frac{V_1 - V_o}{L} t \quad (30)$$

$$I_{C2}(t) = \frac{V_2 - V_o}{L} t \quad (31)$$

Onde  $I_{L1}$ ,  $I_{C1}$ ,  $I_{L2}$  e  $I_{C2}$  são as correntes através do indutor e do capacitor para as etapas 1 e 2, respectivamente.

Fazendo-se

$$\Delta V_c = \frac{1}{C} \left( \int_0^{D_1 T_s/2} \left( \frac{V_1 - V_o}{L} t + \frac{V_o}{R} - \frac{V_o}{R} \right) dt + \int_{-D_2 T_s/2}^0 \left( \frac{V_2 - V_o}{L} t + \frac{V_o}{R} - \frac{V_o}{R} \right) dt \right) \quad (32)$$

$$\Delta V_c = \frac{1}{C} \left( \int_0^{D_1 T_s/2} \left( \frac{V_1 - V_o}{L} t \right) dt + \int_{-D_2 T_s/2}^0 \left( \frac{V_2 - V_o}{L} t \right) dt \right) \quad (33)$$

Para o modo de condução contínua, tem-se

$$D_1 = D \quad (34)$$

$$D_2 = 1 - D \quad (35)$$

Assim:

$$\Delta V_c = \frac{1}{C} \left( \frac{V_1 - V_o}{L} \left[ \frac{t^2}{2} \right]_0^{DT_s/2} + \frac{V_2 - V_o}{L} \left[ \frac{t^2}{2} \right]_{-(1-D)T_s/2}^0 \right) \quad (36)$$

Aplicando-se os limites da integral,

$$\Delta V_c = \frac{1}{C} \left( \frac{V_1 - V_o}{L} \frac{(DT_s)^2}{8} + \frac{V_2 - V_o}{L} \frac{(0 - ((1-D)T_s)^2)}{8} \right) \quad (37)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} ((V_1 - V_o)D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2) \quad (38)$$

Observa-se que os termos  $(V_1 - V_o)$  e  $(V_2 - V_o)$  são as tensões sobre o indutor para as etapas 1 e 2, respectivamente.

## 1.4. Corrente no indutor em função do modo de condução

A Tabela 1 ilustra os três modos possíveis de operação considerando-se a corrente através do indutor. Observa-se que a corrente através do indutor para o Modo de condução contínua é sempre maior que zero; já para o Modo de condução descontínua, esta corrente é nula durante um período de tempo maior que zero e o Modo de condução crítica estabelece a fronteira entre os outros dois modos de operação.

Tabela 1. Modos de condução

Modo de Condução	Representação
M.C.C. – Modo de condução contínua	<p>The graph shows the inductor current <math>i_L(t)</math> over one switching period <math>T_s</math>. The current rises linearly during the on-time <math>\Delta T_1 = D_1 T_s</math> and falls linearly during the off-time <math>\Delta T_2 = D_2 T_s</math>. The current never reaches zero. The peak-to-peak ripple is <math>\Delta i_{L1}</math>, and the average current is <math>I_{L\_Med}</math>.</p>
M.C.Crit. – Modo de condução crítica	<p>The graph shows the inductor current <math>i_L(t)</math> over one switching period <math>T_s</math>. The current rises linearly during the on-time <math>\Delta T_1 = D_1 T_s</math> and falls linearly during the off-time <math>\Delta T_2 = D_2 T_s</math> until it reaches zero. The peak-to-peak ripple is <math>\Delta i_{L1}</math>, and the average current is <math>I_{L\_Med}</math>.</p>
M.C.D. – Modo de condução descontinua	<p>The graph shows the inductor current <math>i_L(t)</math> over one switching period <math>T_s</math>. The current rises linearly during the on-time <math>\Delta T_1 = D_1 T_s</math> and falls linearly during the off-time <math>\Delta T_2 = D_2 T_s</math> until it reaches zero. It remains at zero for a third interval <math>\Delta T_3 = D_3 T_s</math>. The peak-to-peak ripple is <math>\Delta i_{L1}</math>, and the average current is <math>I_{L\_Med}</math>.</p>

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta i_{L1}}{2} \quad (39)$$



## 2. CONVERSORES NÃO-ISOLADOS

### 2.1. Conversor buck

O conversor buck, Figura 5, também conhecido como conversor abaixador, é um tipo de conversor CC/CC que reduz a tensão de entrada, enquanto que ao mesmo tempo, aumenta a corrente de saída. Este dispositivo é fundamental em aplicações eletrônicas, especialmente em fontes de alimentação e sistemas de energia renovável, devido à sua alta eficiência, frequentemente superior a 90%.

Os conversores buck são amplamente utilizados em:

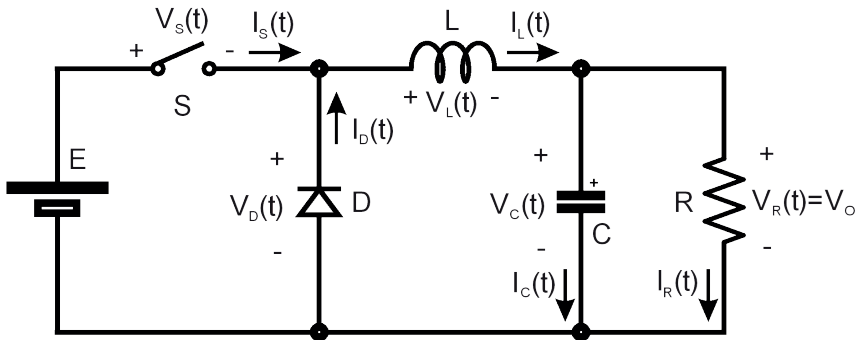
- Alimentação de dispositivos eletrônicos: Reduzindo tensões de fontes como 12V para níveis adequados (como 1,8V) para processadores e outros componentes.
- Sistemas de energia renovável: Adaptando a tensão gerada por painéis solares ou turbinas eólicas para níveis compatíveis com sistemas de baterias ou para alimentar um estágio inversor conectado à rede elétrica.
- Carregadores de bateria: Proporcionando a tensão necessária para carregar baterias de forma eficiente.

As principais vantagens do conversor buck incluem:

- Alta eficiência: Reduz a perda de energia em comparação com reguladores lineares, que dissipam energia como calor.
- Versatilidade: Pode ser utilizado em uma ampla gama de aplicações, desde pequenos dispositivos eletrônicos até sistemas industriais.

Em resumo, o conversor buck é um componente essencial na eletrônica moderna, permitindo a conversão eficiente de tensões em diversas aplicações.

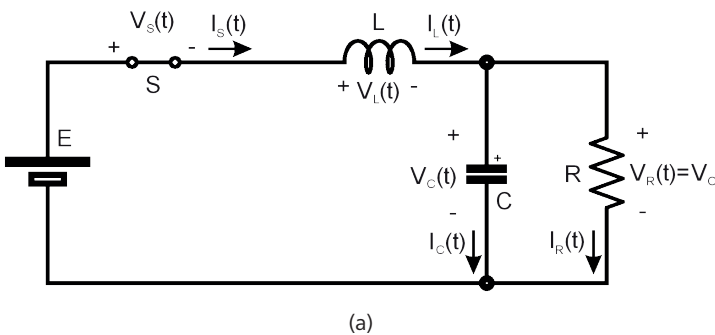
Figura 5. Conversor buck.



### 2.1.1. Etapas de operação

O funcionamento do conversor buck usualmente é baseado na modulação por largura de pulso (PWM), embora possa operar com outros tipos de modulação. Ele utiliza componentes como uma chave estática (geralmente um MOSFET ou IGBT), um diodo, indutor e capacitor. A chave atua como um interruptor, controlando a passagem de energia da fonte de alimentação para a carga. Quando a mesma está ligada, a energia flui para o indutor, que armazena energia em seu campo magnético, Figura 6(a). Quando a chave desliga, a energia armazenada no indutor é transferida para a carga através do diodo, Figura 6(b). Caso o conversor buck opere no modo de condução descontínua, a corrente de carga será suprida pela energia armazenada no capacitor de saída, Figura 6(c). As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 7.

Figura 6. Etapas de operação para o conversor buck. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.



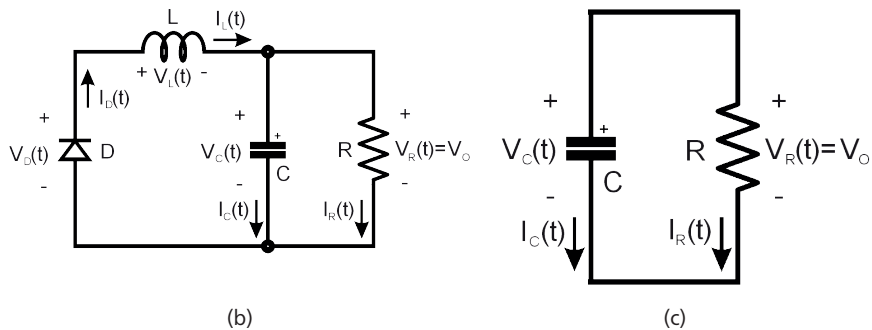
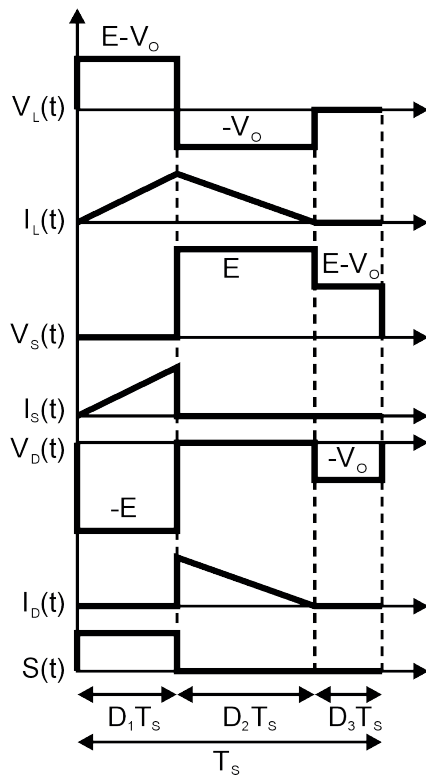


Figura 7. Principais formas de onda para o conversor buck.



### 2.1.2. Análise do ganho estático para o M.C.C.

Para o regime permanente tem-se, de acordo com a seção 1.1:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (40)$$

Para as etapas de operação 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E - V_o \quad (41)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (42)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (43)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (44)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (45)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (46)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (47)$$

Tem-se

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (48)$$

$$(E - V_o) D_1 T_s + (-V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (49)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (50)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (51)$$

$$(E - V_o) D T_s + (-V_o) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (52)$$

$$E D T_s - V_o D T_s - V_o T_s + V_o D T_s + V_o D_3 T_s = 0 \quad (53)$$

$$E D T_s - V_o (1 - D_3) T_s = 0 \quad (54)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D_3} \quad (55)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (56)$$

Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = D \quad (57)$$



### 2.1.3. Ondulação de tensão no capacitor (M.C.C.)

Para o capacitor, da equação ( 38 ) tem-se que:

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - V_o)D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (58)$$

Onde:

$$V_1 = E \quad (59)$$

$$V_2 = 0 \quad (60)$$

Então:

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (E - V_o)D^2 - (0 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (61)$$

De tem-se que

$$E = \frac{V_o}{D} \quad (62)$$

Então

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D^2 + V_o (1-D)^2 \right) \quad (63)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( V_o D - V_o D^2 + V_o - 2V_o D + V_o D^2 \right) \quad (64)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} (V_o - V_o D) \quad (65)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (1-D) \quad (66)$$

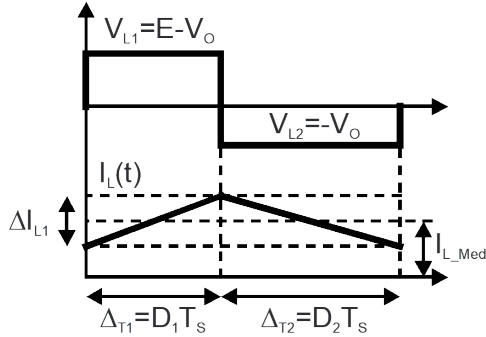
Isolando C,

$$C = \frac{T_s^2}{8L\Delta V_c} V_o (1-D) \quad (67)$$

### 2.1.4. Ondulação de corrente no indutor (M.C.C.)

A Figura 8 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 8. Formas de onda no indutor para o conversor buck.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E - V_o \quad (68)$$

$$\Delta_{t1} = D T_s \quad (69)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (70)$$

$$\Delta_{t2} = (1 - D) T_s \quad (71)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (72)$$

Assim, como a tensão sobre o indutor é aproximadamente constante:

$$\Delta_{iL} = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (73)$$

$$\Delta_{iL} = \frac{1}{L} (E - V_o) D T_s = -\frac{1}{L} (-V_o) (1 - D) T_s \quad (74)$$

Isolando L,

$$L = \frac{1}{\Delta_{iL}} (E - V_o) D T_s = -\frac{1}{\Delta_{iL}} (V_o) (1 - D) T_s \quad (75)$$

### 2.1.5. Corrente média no indutor

A corrente média no indutor é igual à corrente média da carga. Então,

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (76)$$

## 2.1.6. Modos de operação

Existem dois modos principais de operação para conversores buck:

**Modo de Condução Contínua (MCC):** Neste modo, a corrente no indutor nunca chega a zero durante o ciclo de operação. Isso permite uma transferência de energia mais eficiente e suave.

**Modo de Condução Descontínua (MCD):** Aqui, a corrente no indutor pode cair a zero. Este modo é geralmente menos eficiente e é utilizado em situações onde a carga é menor.

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição, de acordo com ( 39 ):

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (77)$$

Onde:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (78)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} V_L \Delta t \quad (79)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (E - V_o) D T_s = \frac{1}{L} (V_o) (1 - D) T_s \quad (80)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R} \geq \frac{1}{L} \frac{V_o (1 - D) T_s}{2} \quad (81)$$

$$L \geq \frac{R (1 - D) T_s}{2} \quad (82)$$

## 2.1.7. Ganho estático para o M.C.D.

Aplicando a lei das correntes de Kirchhoff para o nó que conecta o indutor e a carga,

$$I_L(t) = I_R(t) + I_C(t) \quad (83)$$

Integrando,

$$\int I_L(t) dt = \int I_R(t) dt + \int I_C(t) dt \quad (84)$$

Como a corrente média em um capacitor é nula, sua integral também será nula.

$$\int I_C(t) dt = 0 \quad (85)$$

Então,

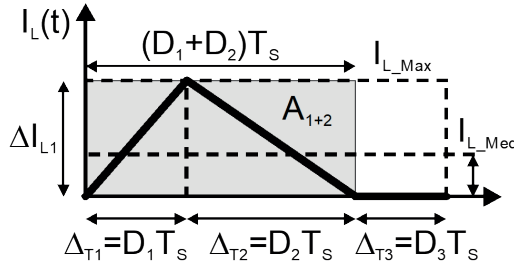
$$\int I_L(t) dt = \int I_R(t) dt \quad (86)$$

Dividindo por  $T_s$  obtém-se  $I_{LMed}$

$$I_{LMed} = \frac{1}{T_s} \int I_L(t) dt = \frac{1}{T_s} \int I_R(t) dt = \frac{V_o T_s}{T_s R} = \frac{V_o}{R} \quad (87)$$

As formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução descontínua são ilustradas na Figura 9.

Figura 9. Corrente no indutor do conversor buck.



Considerando a figura acima,

$$I_L(t) = \frac{E - V_o}{L} t \quad (88)$$

$$I_{L\_Max} = (E - V_o) D_1 T_s / L \quad (89)$$

$$A_{1+2} = I_{L\_Max} (D_1 + D_2) \quad (90)$$

Calculando-se a área  $A_{1+2}$  corresponde à integral da corrente através do indutor,

$$\int I_L(t) dt = \frac{A_{1+2}}{2} = \frac{I_{L\_Max} (D_1 + D_2) T_s}{2} \quad (91)$$

Assim a corrente média através do indutor é dada por,

$$I_{LMed} = \frac{1}{T_s} \int I_L(t) dt = \frac{1}{T_s} \frac{(E - V_o) D_1 T_s (D_1 + D_2) T_s}{L} = \frac{V_o}{R} \quad (92)$$

Simplificando

$$\frac{(E - V_o) D_1 (D_1 + D_2) T_s}{2L} = \frac{V_o}{R} \quad (93)$$

$$(E - V_o) D_1 (D_1 + D_2) = \frac{2L}{R T_s} V_o \quad (94)$$

Define-se:

$$K := \frac{2L}{R T_s} = 1 - D = K_{crit} (D) \quad (95)$$

Como no modo crítico tem-se

$$D_1 = D \quad (96)$$

$$D_2 = 1 - D \quad (97)$$

$$\frac{V_o}{E} = D \rightarrow \frac{E}{V_o} = \frac{1}{D} \quad (98)$$

$$\text{De} \quad (94)$$

$$\frac{(E - V_o) D_1 (D_1 + D_2)}{K} = V_o \rightarrow K = \frac{(E - V_o) D_1 (D_1 + D_2)}{V_o} = \left( \frac{E}{V_o} - \frac{V_o}{V_o} \right)$$

$$D(D + 1 - D) = \left( \frac{1}{D} - 1 \right) D = 1 - D \quad (99)$$

Além disso,

$$(E - V_o) D_1 (D_1 + D_2) = \frac{2L}{RT_s} V_o \rightarrow \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D (D + (1 - D)) = \frac{2L}{RT_s} V_o \quad (100)$$

$$V_o (1 - D) D = \frac{2L}{RT_s} V_o \rightarrow R = \frac{2L}{(1 - D) T_s} \quad (101)$$

$$R_{crit} := \frac{2L}{(1 - D) T_s} \quad (102)$$

Então

$$\frac{(E - V_o) D_1 (D_1 + D_2)}{K} = V_o \quad (103)$$

Considerando-se na Figura 9, tem-se o modo crítico de condução. Nesse caso,

$$D_1 + D_2 = 1 \quad (104)$$

Além disso, para o modo crítico,

$$\frac{V_o}{E} = D_1 \rightarrow \frac{1}{D_1} = \frac{E}{V_o} \quad (105)$$

Realizando esta substituição se obtém,

$$\frac{(E - V_o) D_1}{K} (1) D_1 \frac{1}{D_1} = V_o \rightarrow \frac{(E - V_o) D_1 E D_1}{K V_o} = V_o \quad (106)$$

Assim:

$$(E - V_o) E D_1^2 = K V_o^2 \quad (107)$$

$$E^2 D_1^2 - E V_o D_1^2 - K V_o^2 = 0 \quad (108)$$

$$E^2 - EV_o - KV_o^2/D_1^2 = 0 \quad (109)$$

Usando Bháskara

$$E = \frac{V_o \pm \sqrt{V_o^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-KV_o^2/D_1^2)}}{2} \quad (110)$$

Isolando  $E/V_o$ ,

$$\frac{E}{V_o} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4K/D_1^2}}{2} \quad (111)$$

Invertendo, chega-se ao ganho estático para o M.C.D.

$$\frac{V_o}{E} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4K/D_1^2}} \quad (112)$$

onde  $D_1 = D$ .

### 2.1.8. Equações para projeto

Carga:

$$R = \frac{V_o^2}{P} \quad (113)$$

Corrente média no indutor:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (114)$$

Razão cíclica:

$$D = \frac{V_o}{E} \quad (115)$$

Indutor mínimo para o M.C.C:

$$L \geq \frac{R(1-D)T_s}{2} \quad (116)$$

Indutor em função de sua ondulação de corrente:

$$L = \frac{1}{\Delta_{IL}} (E - V_o) D T_s = \frac{1}{\Delta_{IL}} (V_o) (1-D) T_s \quad (117)$$

Capacitor em função de sua ondulação de tensão:

$$C = \frac{T_s^2}{8L\Delta V_c} V_o (1-D) \quad (118)$$

Correntes na chave S:

$$I_{S\_Med} = I_{L\_Med} D \quad (119)$$



$$I_{S\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{D} \quad (120)$$

Correntes no diodo D:

$$I_{D\_Med} = I_{L\_Med} (1 - D) \quad (121)$$

$$I_{D\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{1 - D} \quad (122)$$

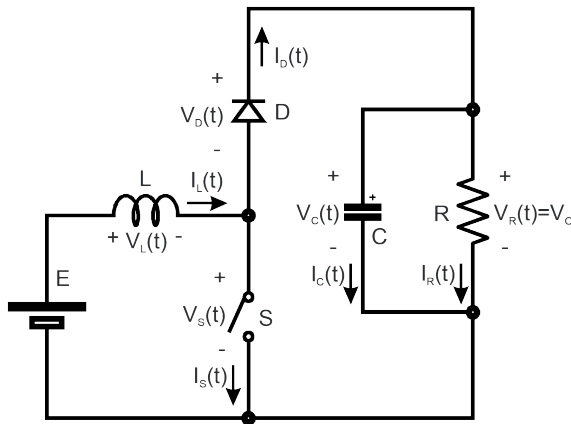
Tensões máximas nas chaves:

$$V_{S\_Max} = V_{D\_Max} = E \quad (123)$$

## 2.2. Conversor boost

O conversor Boost, Figura 10, também conhecido como conversor elevador de tensão, é um conversor CC-CC que tem como principal função aumentar a tensão de entrada para um valor superior na saída, enquanto a corrente é reduzida. Este dispositivo é amplamente utilizado em aplicações que requerem uma tensão maior do que a disponível na fonte de alimentação.

Figura 10. Conversor boost.



Os conversores Boost são utilizados em uma variedade de aplicações, incluindo:

- **Fontes de Alimentação para Dispositivos Portáteis:** Como baterias de lítio que precisam ser elevadas para tensões específicas.
- **Sistemas de Energia Renovável:** Como painéis solares, onde a tensão gerada deve ser aumentada para ser utilizada em sistemas de armazenamento ou alimentação.

- I **Equipamentos Eletrônicos:** Que requerem tensões específicas para operação, como microcontroladores e placas de desenvolvimento.
- I As principais vantagens do conversor Boost são:
- I **Aumento de Tensão:** Permite gerar tensões de saída superiores à tensão de entrada, útil em diversas aplicações, como em sistemas de energia renovável e dispositivos portáteis.
- I **Eficiência Energética:** Os conversores Boost são geralmente mais eficientes do que reguladores lineares, pois minimizam as perdas de energia durante a conversão.
- I **Regulação de Tensão:** Podem operar com controladores que mantêm a tensão de saída estável, mesmo com variações na carga ou na tensão de entrada.
- I Enquanto que as principais desvantagens são:
- I **Perdas de Energia:** Apesar de serem mais eficientes que reguladores lineares, ainda podem apresentar perdas devido à resistência interna dos componentes.
- I **Ripple na Tensão de Saída:** A saída pode apresentar flutuações indesejadas, o que pode ser problemático em aplicações sensíveis.
- I **Complexidade do Controle:** O funcionamento adequado depende de um controlador, o que pode aumentar a complexidade do projeto.

Em resumo, o conversor Boost é uma solução eficaz para aumentar a tensão em circuitos eletrônicos, oferecendo eficiência e estabilidade em diversas aplicações.

### 2.2.1. Etapas de operação

O conversor Boost opera com base em um ciclo de comutação que envolve quatro componentes principais: um interruptor (geralmente um MOSFET ou IGBT), um diodo, um indutor e um capacitor. O funcionamento pode ser dividido em duas etapas principais para operação no modo de condução contínua:

- I **Etapas de Condução:** Quando o interruptor está fechado, Figura 11(a), a corrente flui através do indutor, armazenando energia. Durante essa fase, o diodo está reversamente polarizado, impedindo a passagem de corrente para a carga.
- I **Etapas de Bloqueio:** Quando o interruptor se abre, Figura 11(b), a energia armazenada no indutor é liberada, aumentando a tensão na saída através do diodo, que agora está em condução.

Caso a corrente se anule antes de que a chave seja novamente fechada, o conversor operará no modo de condução descontinua conforme Figura 11(c). Nessa etapa a energia que se encontra armazenada no capacitor é fornecida para carga.

As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 12.

Figura 11. Etapas de operação para o conversor boost. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.

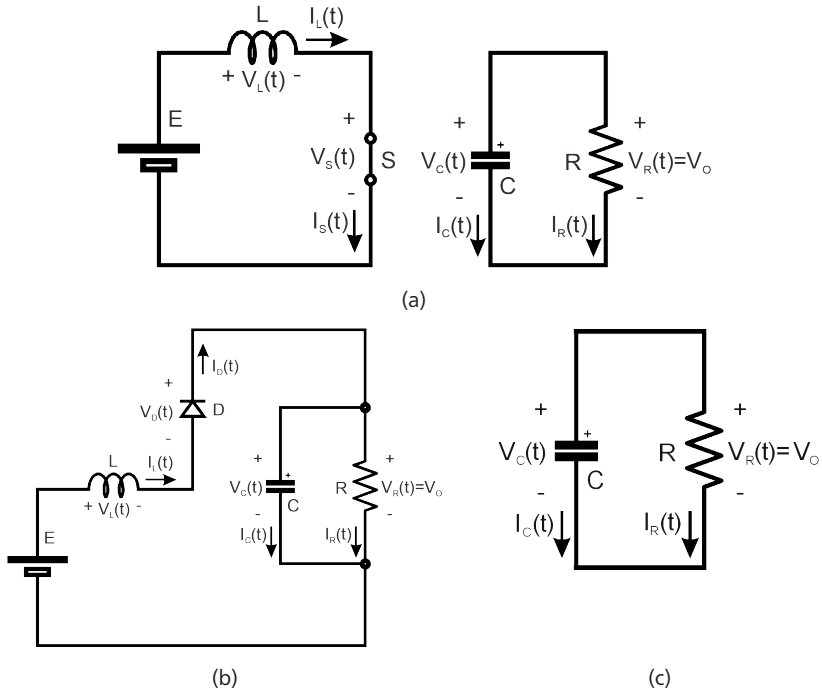
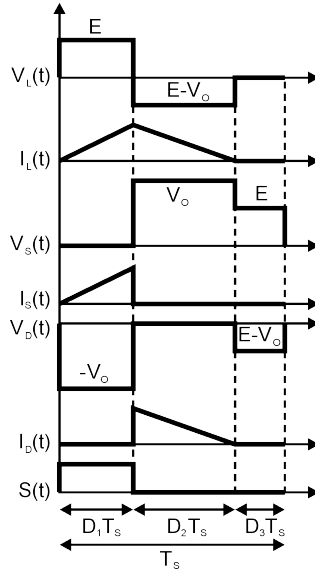


Figura 12. Principais formas de onda para o conversor boost.



### 2.2.2. Análise do ganho estático

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (124)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \quad (125)$$

$$v_{L\_E2} = E - V_o \quad (126)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (127)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (128)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (129)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (130)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (131)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (132)$$

$$(E) D_1 T_s + (E - V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (133)$$

$$(E)D_1T_s + (E - V_o)D_2T_s = 0 \quad (134)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (135)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (136)$$

$$(E)DT_s + (E - V_o)(1 - D - D_3)T_s = 0 \quad (137)$$

$$EDT_s + ET_s - EDT_s - ED_3T_s - V_oT_s + V_oDT_s + V_oD_3T_s = 0 \quad (138)$$

$$E(1 - D_3)T_s - V_o(1 - D - D_3)T_s = 0 \quad (139)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1 - D_3}{1 - D - D_3} \quad (140)$$

Para o Modo de Condução Contínua,

$$D_3 = 0 \quad (141)$$

Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1 - D} \quad (142)$$

### 2.2.3. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$q_c(t) = C V_c(t) \quad (143)$$

Derivando:

$$\frac{dq_c(t)}{dt} = i_c = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (144)$$

$$i_c = C \frac{\Delta V_c}{\Delta t} \quad (145)$$

Então:

$$\Delta V_c = \frac{i_c \Delta t}{C} = \frac{V_o D T_s}{RC} \quad (146)$$

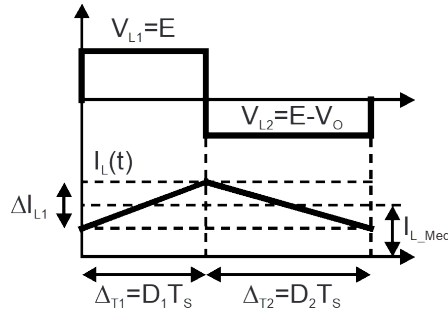
Isolando C,

$$C = \frac{V_o D T_s}{R \Delta V_c} \quad (147)$$

## 2.2.4. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 13 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 13. Formas de onda no indutor para o conversor boost.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \quad (148)$$

$$\Delta t_1 = D T_s \quad (149)$$

$$v_{L\_E2} = E - V_o \quad (150)$$

$$\Delta t_2 = (1 - D) T_s \quad (151)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (152)$$

Assim:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (153)$$

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} (E) D T_s = -\frac{1}{L} (E - V_o) (1 - D) T_s \quad (154)$$

## 2.2.5. Corrente média no indutor

A corrente média no indutor é igual à corrente média de entrada. Considerando:

$$P_{in} = P_o \quad (155)$$

$$EI_{\_Med} = EI_{L\_Med} = V_o I_{o\_Med} \quad (156)$$

E

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1-D} \quad (157)$$

Então

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1-D} = \frac{I_{L\_Med}}{I_{o\_Med}} \quad (158)$$

$$I_{L\_Med} = \frac{I_{o\_Med}}{(1-D)} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (159)$$

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (160)$$

### 2.2.6. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (161)$$

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (162)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (163)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (E) D T_s = -\frac{1}{L} (E - V_o) (1-D) T_s \quad (164)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R(1-D)} \geq -\frac{1}{L} \frac{(E - V_o)(1-D) T_s}{2} \quad (165)$$

$$L \geq -R \left( \frac{E - V_o}{V_o} \right) \frac{(1-D)^2 T_s}{2} \quad (166)$$

$$L \geq -R \left( \frac{E}{V_o} - \frac{V_o}{V_o} \right) \frac{(1-D)^2 T_s}{2} \quad (167)$$

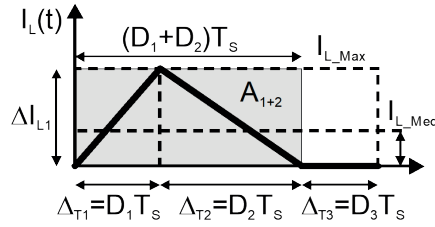
$$L \geq -R(1-D-1) \frac{(1-D)^2 T_s}{2} \quad (168)$$

$$L \geq \frac{RD(1-D)^2 T_s}{2} \quad (169)$$

### 2.2.7. Ganho estático para o M.C.D.

As formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução descontínua são ilustradas na Figura 14.

Figura 14. Corrente no indutor do conversor boost.



Considerando a figura acima, para a etapa 1,

$$I_L(t) = (E/L)t \quad (170)$$

$$I_{L\_Max} = (E) D_1 T_s / L \quad (171)$$

$$A_{1+2} = I_{L\_Max} (D_1 + D_2) T_s \quad (172)$$

Mas

$$\int I_L(t) dt = \frac{A_{1+2}}{2} = \frac{I_{L\_Max} (D_1 + D_2) T_s}{2} = \frac{E D_1 T_s (D_1 + D_2) T_s}{2L} \quad (173)$$

Assim a corrente média através do indutor é dada por,

$$I_{L\_Med} = \frac{1}{T_s} \int I_L(t) dt = \frac{1}{T_s} \frac{E D_1 T_s (D_1 + D_2) T_s}{2L} = \frac{E D_1 T_s (D_1 + D_2)}{2L} \quad (174)$$

A corrente média através do indutor,  $I_{L\_Med'}$  pode ser obtida de ( 156 )

$$E I_{L\_Med} = V_o I_{o\_Med} \quad (175)$$

Como

$$I_{o\_Med} = V_o / R \quad (176)$$

Tem-se

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{E} \frac{V_o}{R} \quad (177)$$

Substituindo ( 177 ) em ( 174 )

$$\frac{E D_1 T_s (D_1 + D_2)}{2L} = \frac{V_o^2}{RE} \quad (178)$$

$$E D_1 (D_1 + D_2) = \frac{V_o^2}{E} \frac{2L}{R T_s} \quad (179)$$

Para relacionarmos  $D_1$  e  $D_2$ , utiliza-se ( 134 ), para o modo de condução crítica,



$$(E)D_1T_s + (E - V_o)D_2T_s = 0 \rightarrow ED_1 + (E - V_o)D_2 = 0 \quad (180)$$

assim

$$D_2 = \frac{E}{V_o - E} D_1 \quad (181)$$

Substituindo-se ( 181 ) em ( 179 ) obtém-se

$$ED_1 \left( D_1 + \frac{E}{V_o - E} D_1 \right) = \frac{V_o^2}{E} \frac{2L}{RT_s} \quad (182)$$

$$E^2 D_1^2 \left( 1 + \frac{E}{V_o - E} \right) = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \quad (183)$$

$$E^2 D_1^2 \left( \frac{V_o}{V_o - E} \right) = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \quad (184)$$

Define-se:

$$K := \frac{2L}{RT_s} = D(1-D)^2 = K_{crit}(D) \quad (185)$$

Como no modo crítico tem-se

$$D_1 = D \quad (186)$$

$$D_2 = 1 - D \quad (187)$$

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1-D} \rightarrow \frac{E}{V_o} = 1-D \quad (188)$$

Usando ( 185 ) e ( 186 ) em ( 183 ),

$$E^2 D^2 \left( \frac{V_o}{V_o - E} \right) = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \rightarrow K_{crit} = \left( \frac{E}{V_o} \right)^2 D^2 \left( \frac{V_o}{V_o - E} \right) \quad (189)$$

Usando ( 188 ),

$$K_{crit} = \left( \frac{E}{V_o} \right)^2 D^2 \left( \frac{V_o}{V_o - V_o(1-D)} \right) = (1-D)^2 D^2 \left( \frac{1}{1-(1-D)} \right) = (1-D)^2 D^2 \left( \frac{1}{D} \right) = D(1-D)^2 \quad (190)$$

Além disso, usando ( 186 ) em ( 183 ),

$$E^2 D^2 \left( \frac{V_o}{V_o - E} \right) = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \quad (191)$$

Usando ( 188 ),

$$\left( \frac{E}{V_o} \right)^2 D^2 \left( \frac{V_o}{V_o - V_o(1-D)} \right) = \frac{2L}{RT_s} \rightarrow (1-D)^2 D^2 \left( \frac{1}{1-(1-D)} \right) = \frac{2L}{RT_s} \rightarrow (1-D)^2 D = \frac{2L}{RT_s} \quad (192)$$

$$(1-D)^2 D = \frac{2L}{RT_s} \rightarrow R = \frac{2L}{D(1-D)^2 T_s} \quad (193)$$

$$R_{crit} := \frac{2L}{D(1-D)^2 T_s} \quad (194)$$

Então, usando a definição de K

$$E^2 D_1^2 V_o \left( \frac{1}{V_o - E} \right) = V_o^2 K \quad (195)$$

$$E^2 D_1^2 = V_o (V_o - E) K \quad (196)$$

$$V_o^2 - V_o E - \frac{E^2 D_1^2}{K} = 0 \quad (197)$$

Usando Bháskara

$$V_o = \frac{E \pm \sqrt{E^2 - 4 \cdot 1 \cdot \left( -\frac{E^2 D_1^2}{K} \right)}}{2} \quad (198)$$

Isolando  $V_o/E$ ,

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1 + \sqrt{1 + (2 D_1)^2 / K}}{2} \quad (199)$$

onde

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1 + \sqrt{1 + (2 D)^2 / K}}{2} \quad (200)$$

## 2.2.8. Equações para projeto

Carga:

$$R = \frac{V_o^2}{P} \quad (201)$$

Corrente média no indutor:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \frac{V_o}{E} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (202)$$

Razão cíclica:

$$D = 1 - \frac{E}{V_o} \quad (203)$$

Indutor mínimo para o M.C.C:

$$L \geq \frac{RD(1-D)^2 T_s}{2} \quad (204)$$

Indutor em função de sua ondulação de corrente:

$$L = \frac{1}{\Delta_{IL}} (E) D T_s = \frac{1}{\Delta_{IL}} (E - V_o) (1-D) T_s \quad (205)$$

Capacitor em função de sua ondulação de tensão:

$$C = \frac{V_o D T_s}{R \Delta V_c} \quad (206)$$

Correntes na chave S:

$$I_{S\_Med} = I_{L\_Med} D = \frac{V_o D}{R(1-D)} \quad (207)$$

$$I_{S\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{D} = \frac{V_o \sqrt{D}}{R(1-D)} \quad (208)$$

Correntes no diodo D:

$$I_{D\_Med} = I_{L\_Med} (1-D) = \frac{V_o}{R} \quad (209)$$

$$I_{D\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{1-D} = \frac{V_o}{R\sqrt{1-D}} \quad (210)$$

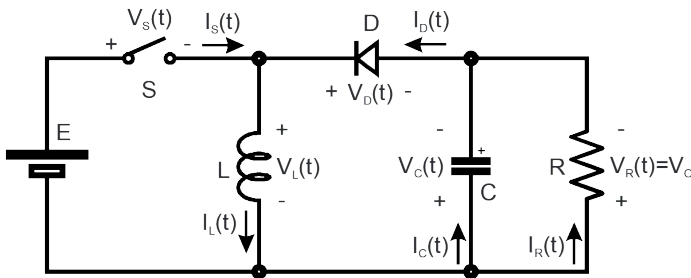
Tensões máximas nas chaves:

$$V_{S\_Max} = V_{D\_Max} = V_o \quad (211)$$

## 2.3. Conversor buck-boost

O conversor Buck-Boost, Figura 15, é um tipo de conversor CC-CC que pode operar tanto como abaixador (buck) quanto como elevador (boost) de tensão. Sua principal característica é a capacidade de obter tensões de saída com valor maior ou menor que a entrada, além de poder inverter a polaridade da tensão.

Figura 15. Conversor buck-boost.



As principais características deste conversor estático são:

- Pode operar como abaixador ou elevador de tensão;
- A corrente de saída é descontínua;
- A corrente na entrada também é descontínua
- E as principais desvantagens:

- A tensão de saída possui polaridade oposta à entrada;
- Possui maior ondulação de tensão na saída em comparação a outros conversores.

O conversor Buck-Boost é utilizado em aplicações que requerem a inversão da polaridade da tensão, como em baterias de lítio cuja tensão precisa ser elevada para níveis específicos. Também é empregado em sistemas de energia renovável, como painéis solares, onde a tensão gerada deve ser ajustada para ser utilizada em sistemas de armazenamento ou alimentação.

Em resumo, o conversor Buck-Boost é uma solução versátil para conversão de tensão CC, permitindo tanto o aumento, quanto a diminuição da tensão, além da inversão de polaridade, atendendo a diversas aplicações eletrônicas.

### 2.3.1. Etapas de operação

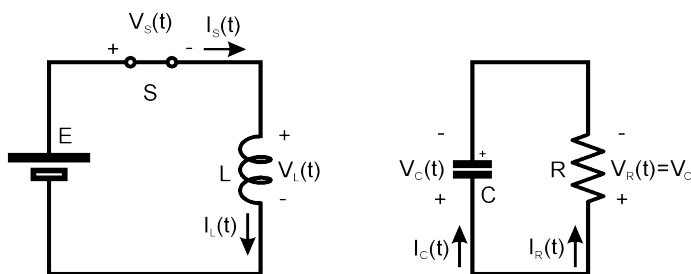
Da mesma forma que os conversores buck e boost, o conversor Buck-Boost é formado por um interruptor (geralmente um MOSFET ou IGBT), um diodo, um indutor e um capacitor. Seu funcionamento é dividido em duas etapas quando opera no modo de condução contínua:

- **Etapas de Condução:** O interruptor está fechado, Figura 16(a), permitindo que a corrente flua através do indutor, que armazena energia. O diodo está reversamente polarizado, impedindo a passagem de corrente para a carga.
- **Etapas de Bloqueio:** O interruptor é aberto, Figura 16(b), liberando a energia armazenada no indutor. Essa energia é transferida para a carga através do diodo, que agora está em condução.

Se o conversor está operando no modo de condução descontinua, então quando a corrente através do indutor se anula, a energia para carga é obtida da energia armazenada no capacitor do filtro de saída, Figura 16(c).

As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 17.

Figura 16. Etapas de operação do conversor buck-boost. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.



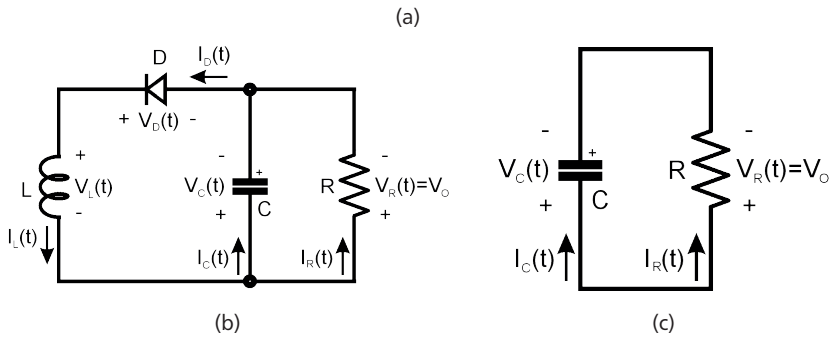
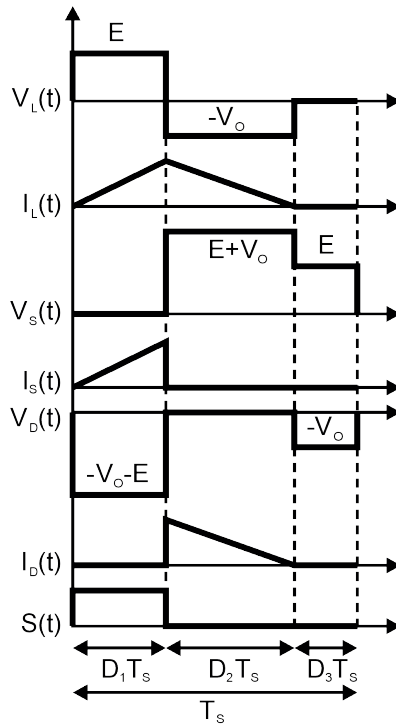


Figura 17. Principais formas de onda para o conversor buck-boost.



### 2.3.2. Análise do ganho estático

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0$$

(212)

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \quad (213)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (214)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (215)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (216)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (217)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (218)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (219)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (220)$$

$$(E) D_1 T_s + (-V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (221)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (222)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (223)$$

$$(E) D T_s + (-V_o) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (224)$$

$$E D T_s - V_o T_s + V_o D T_s + V_o D_3 T_s = 0 \quad (225)$$

$$E D T_s - V_o (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (226)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D - D_3} \quad (227)$$

Para o Modo de Condução Contínua,

$$D_3 = 0 \quad (228)$$

Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D} \quad (229)$$

### 2.3.3. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$q_C(t) = C V_C(t) \quad (230)$$

Derivando:

$$\frac{dq_c(t)}{dt} = i_c = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (231)$$

$$i_c = C \frac{\Delta V_c}{\Delta t} \quad (232)$$

Então:

$$\Delta V_c = \frac{i_c \Delta t}{C} = \frac{V_o D T_s}{RC} \quad (233)$$

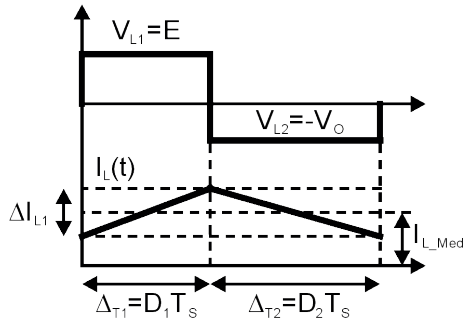
Isolando C,

$$C = \frac{V_o D T_s}{R \Delta V_c} \quad (234)$$

### 2.3.4. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 18 mostra as formas de onda no indutor para o conversor buck-boost.

Figura 18. Formas de onda no indutor para o conversor buck-boost.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L-E1} = E \quad (235)$$

$$\Delta t_1 = D T_s \quad (236)$$

$$v_{L-E2} = -V_o \quad (237)$$

$$\Delta t_2 = (1-D) T_s \quad (238)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (239)$$

Assim:

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (240)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (E) D T_s = -\frac{1}{L} (-V_o)(1-D) T_s \quad (241)$$

### 2.3.5. Corrente média no indutor

A corrente média no indutor é igual à soma da corrente média da carga com a corrente média de saída.

Considerando:

$$P_{in} = P_o \quad (242)$$

$$E I_{in\_Med} = V_o I_{o\_Med} \quad (243)$$

E

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1-D} \quad (244)$$

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1-D} = \frac{I_{in\_Med}}{I_{o\_Med}} \quad (245)$$

Assim,

$$I_{in\_Med} = \frac{D}{1-D} I_{o\_Med} \quad (246)$$

Além disso,

$$I_{L\_Med} = I_{in\_Med} + I_{o\_Med} \quad (247)$$

Usando ( 246 ), obtém-se

$$I_{L\_Med} = \frac{D}{1-D} I_{o\_Med} + I_{o\_Med} \quad (248)$$

$$I_{L\_Med} = I_{o\_Med} \left( 1 + \frac{D}{1-D} \right) \quad (249)$$

Então

$$I_{L\_Med} = I_{o\_Med} \left( \frac{1}{1-D} \right) \quad (250)$$

Onde:

$$I_{L\_Med} = \frac{I_{o\_Med}}{(1-D)} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (251)$$

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (252)$$



### 2.3.6. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta I_L}{2} \quad (253)$$

Sendo

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (254)$$

e

$$\Delta I_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (255)$$

$$\Delta I_L = \frac{1}{L} (E) D T_s = -\frac{1}{L} (-V_o) (1-D) T_s \quad (256)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R(1-D)} \geq \frac{1}{L} \frac{V_o(1-D)T_s}{2} \quad (257)$$

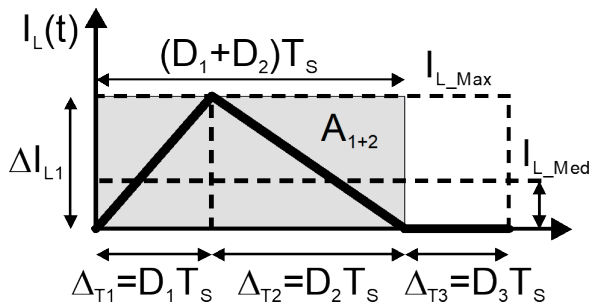
$$L \geq R \frac{(1-D)^2 T_s}{2} \quad (258)$$

$$L \geq \frac{R(1-D)^2 T_s}{2} \quad (259)$$

### 2.3.7. Ganho estático para o M.C.D.

As formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução descontínua são ilustradas na Figura 19.

Figura 19. Corrente no indutor do conversor buck-boost.



Considerando a figura acima, para a etapa 1,

$$I_L(t) = (E/L)t \quad (260)$$

$$I_{L\_Max} = (E) D_1 T_s / L \quad (261)$$

$$A_{1+2} = I_{L\_Max} (D_1 + D_2) T_s \quad (262)$$

Mas

$$\int I_L(t) dt = \frac{A_{1+2}}{2} = \frac{I_{L\_Max} (D_1 + D_2) T_s}{2} \quad (263)$$

Assim a corrente média através do indutor é dada por,

$$I_{L\_Med} = \frac{1}{T_s} \int I_L(t) dt = \frac{1}{T_s} \frac{E D_1 T_s}{L} \frac{(D_1 + D_2) T_s}{2} = \frac{E D_1 T_s}{L} \frac{(D_1 + D_2)}{2} \quad (264)$$

$I_{L\_Med}$  pode ser obtida de (252)

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (265)$$

Substituindo (265) em (264)

$$\frac{E D_1 T_s (D_1 + D_2)}{2L} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (266)$$

$$E D_1 (D_1 + D_2) = \frac{V_o}{(1-D)} \frac{2L}{R T_s} \quad (267)$$

Para relacionarmos  $D_1$  e  $D_2$ , divide-se (221) por  $T_s$ ,

$$E D_1 T_s - V_o D_2 T_s = 0 \rightarrow \frac{E D_1 T_s - V_o D_2 T_s}{T_s} = 0 \rightarrow E D_1 - V_o D_2 = 0 \quad (268)$$

assim

$$D_2 = \frac{E}{V_o} D_1 \quad (269)$$

Substituindo-se (269) em (267) obtém-se

$$E D_1 \left( D_1 + \frac{E}{V_o} D_1 \right) = \frac{V_o}{(1-D_1)} \frac{2L}{R T_s} \quad (270)$$

$$E D_1^2 \left( 1 + \frac{E}{V_o} \right) = \frac{V_o}{(1-D_1)} \frac{2L}{R T_s} \rightarrow E D_1^2 \left( \frac{V_o + E}{V_o} \right) (1 - D_1) = V_o \frac{2L}{R T_s} \quad (271)$$

$$E D_1^2 (V_o + E) (1 - D_1) = V_o^2 \frac{2L}{R T_s} \quad (272)$$

Mas para o modo de condução crítica e usando (269)

$$1 - D_1 = D_2 = \frac{E}{V_o} D_1 \quad (273)$$

Assim,

$$\begin{aligned} E D_1^2 \left( V_o + E \right) \left( \frac{E}{V_o} D_1 \right) &= V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \rightarrow E^2 D_1^2 \left( \frac{V_o + E}{V_o} \right) D_1 = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \rightarrow \\ \rightarrow \left( 1 + \frac{E}{V_o} \right) E^2 D_1^2 D_1 &= V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \end{aligned} \quad (274)$$

$$K := \frac{2L}{RT_s} = (1 - D)^2 = K_{crit}(D) \quad (275)$$

De

$$\left( 1 + \frac{E}{V_o} \right) E^2 D_1^2 D_1 = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \quad (276)$$

Como no modo crítico tem-se

$$D_1 = D \quad (277)$$

$$D_2 = 1 - D \quad (278)$$

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D} \rightarrow \frac{E}{V_o} = \frac{1 - D}{D} \quad (279)$$

$$\left( 1 + \frac{1 - D}{D} \right) E^2 D^2 D = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \rightarrow K_{crit} = \left( 1 + \frac{1 - D}{D} \right) \left( \frac{E}{V_o} \right)^2 D^2 D \quad (280)$$

$$K_{crit} = \left( \frac{D + 1 - D}{D} \right) \left( \frac{1 - D}{D} \right)^2 D^2 D \rightarrow \left( \frac{1}{D} \right) \left( \frac{1 - D}{D} \right)^2 D^2 D = (1 - D)^2 \quad (281)$$

$$K_{crit} = (1 - D)^2 \quad (282)$$

Além disso,

$$\left( 1 + \frac{1 - D}{D} \right) E^2 D^2 D = V_o^2 \frac{2L}{RT_s} \rightarrow \left( 1 + \frac{1 - D}{D} \right) \left( \frac{E}{V_o} \right)^2 D^2 D = \frac{2L}{RT_s} \quad (283)$$

$$\left( \frac{D + 1 - D}{D} \right) \left( \frac{1 - D}{D} \right)^2 D^2 D = \frac{2L}{RT_s} \rightarrow \left( \frac{1}{D} \right) \left( \frac{1 - D}{D} \right)^2 D^2 D = \frac{2L}{RT_s} \rightarrow (1 - D)^2 = \frac{2L}{RT_s} \quad (284)$$

$$R = \frac{2L}{(1 - D)^2 T_s} \quad (285)$$

$$R_{crit} = \frac{2L}{(1-D)^2 T_s} \quad (286)$$

Então, usando a definição de K na equação ( 274 )

$$\left(1 + \frac{E}{V_o}\right) E^2 D_1^2 D_1 = V_o^2 K \quad (287)$$

Da equação do ganho estático,

$$\frac{E}{V_o} = \frac{1-D_1}{D_1} \quad (288)$$

$$\left(1 + \frac{1-D_1}{D_1}\right) E^2 D_1^2 D_1 = V_o^2 K \rightarrow \left(\frac{D_1+1-D_1}{D_1}\right) E^2 D_1^2 D_1 = V_o^2 K \quad (289)$$

$$E^2 D_1^2 = V_o^2 K \quad (290)$$

$$V_o^2 = \frac{E^2 D_1^2}{K} \rightarrow V_o = \frac{E D_1}{\sqrt{K}} \quad (291)$$

onde  $D_1 = D$ .

$$V_o = \frac{E D}{\sqrt{K}} \quad (292)$$

### 2.3.8. Equações para projeto

Carga:

$$R = \frac{V_o^2}{P} \quad (293)$$

Corrente média no indutor:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (294)$$

Razão cíclica:

$$D = \frac{V_o}{V_o + E} \quad (295)$$

Indutor mínimo para o M.C.C:

$$L \geq \frac{R(1-D)^2 T_s}{2} \quad (296)$$

Indutor em função de sua ondulação de corrente:

$$L = \frac{1}{\Delta_{IL}} (E) D T_s = \frac{1}{\Delta_{IL}} (V_o) (1-D) T_s \quad (297)$$

Capacitor em função de sua ondulação de tensão:

$$C = \frac{V_o D T_s}{R \Delta V_c} \quad (298)$$

Correntes na chave S:

$$I_{S\_Med} = I_{L\_Med} D = \frac{V_o D}{R(1-D)} \quad (299)$$

$$I_{S\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{D} = \frac{V_o \sqrt{D}}{R(1-D)} \quad (300)$$

Correntes no diodo D:

$$I_{D\_Med} = I_{L\_Med} (1-D) = \frac{V_o}{R} \quad (301)$$

$$I_{D\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{1-D} = \frac{V_o}{R\sqrt{1-D}} \quad (302)$$

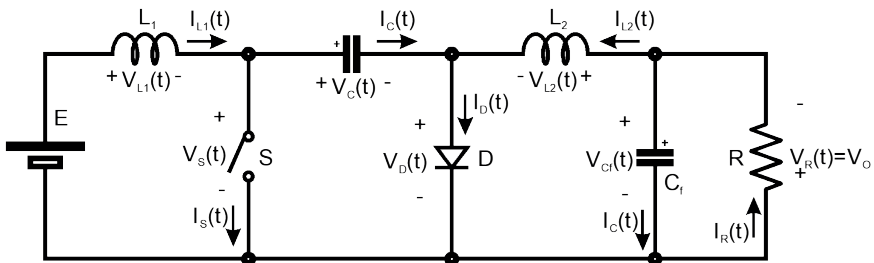
Tensões máximas nas chaves:

$$V_{S\_Max} = V_{D\_Max} = V_o + E \quad (303)$$

## 2.4. Conversor Ćuk

O conversor Ćuk, também conhecido como regulador Ćuk, Figura 20, é um tipo de conversor CC-CC que pode fornecer uma tensão de saída que é menor ou maior que a tensão de entrada, com a particularidade de que a polaridade da tensão de saída é oposta à da tensão de entrada. Este conversor é reconhecido por sua alta eficiência e baixas perdas de chaveamento, sendo ideal para diversas aplicações eletrônicas.

Figura 20. Conversor Ćuk.



As principais vantagens do conversor Ćuk são:

- I **Versatilidade:** Pode fornecer tensões de saída tanto superiores quanto inferiores à tensão de entrada.
- I **Eficiência:** Apresenta baixas perdas de chaveamento e alta eficiência, sendo adequado para aplicações que requerem uma regulação precisa da tensão.
- I **Desacoplamento:** O uso de um capacitor de acoplamento permite o desacoplamento entre a entrada e a saída, melhorando a estabilidade do sistema.

O conversor Ćuk também apresenta algumas desvantagens, como por exemplo:

- I **Complexidade:** A necessidade de componentes adicionais, como um capacitor e um indutor, torna o circuito mais complexo em comparação com outros conversores, como os Buck ou Boost.
- I **Custo:** A adição de componentes pode aumentar o custo de implementação em algumas aplicações.

O conversor Ćuk é amplamente utilizado em:

- I **Carregamento de Baterias:** É comum em sistemas de energia renovável, como painéis solares, onde a tensão de saída precisa ser ajustada para carregar baterias de forma eficiente.
- I **Fontes de Alimentação:** Utilizado em fontes de alimentação que requerem tensão de saída ajustável e estável.
- I **Equipamentos Eletrônicos:** Aplicações que exigem a inversão da polaridade da tensão de saída, como em circuitos de controle.

Em resumo, o conversor Ćuk é uma solução eficaz para a conversão de tensão em circuitos eletrônicos, oferecendo flexibilidade e eficiência em diversas aplicações.

### 2.4.1. Etapas de operação

O conversor Ćuk utiliza um indutor e um capacitor para transferir energia. O funcionamento básico é dividido em duas etapas:

- I **Etapas de Condução:** Quando o interruptor (geralmente um MOSFET ou IGBT) está fechado, Figura 21(a), a corrente flui através do indutor, armazenando energia. Durante esta fase, o capacitor de acoplamento é carregado.
- I **Etapas de Bloqueio:** Quando o interruptor é aberto, Figura 21(b), a energia armazenada no indutor é transferida para a carga através do capacitor, que fornece a energia necessária. Essa transferência não ocorre diretamente entre a entrada e a saída, o que caracteriza o conversor Ćuk como um acumulador de energia capacitiva.

Para valores reduzidos de corrente de carga, o conversor poderá operar no modo de condução descontínua, em que a corrente através do indutor de saída  $L_2$  se anula e o capacitor  $C_f$  fornece energia para a carga, Figura 21(c).

As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 22.

Figura 21. Etapas de operação do conversor Ćuk. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.

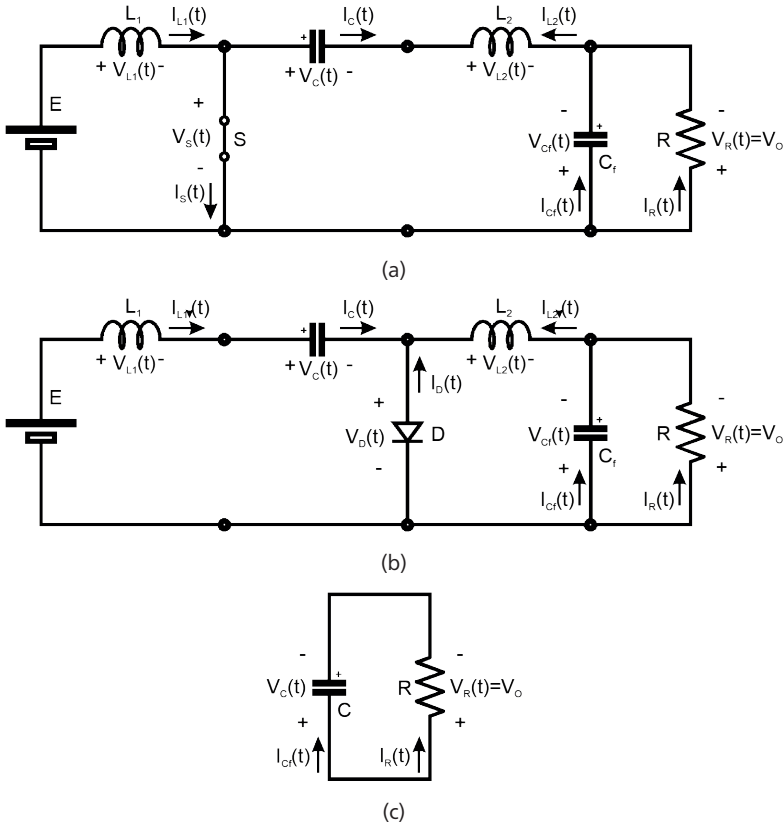
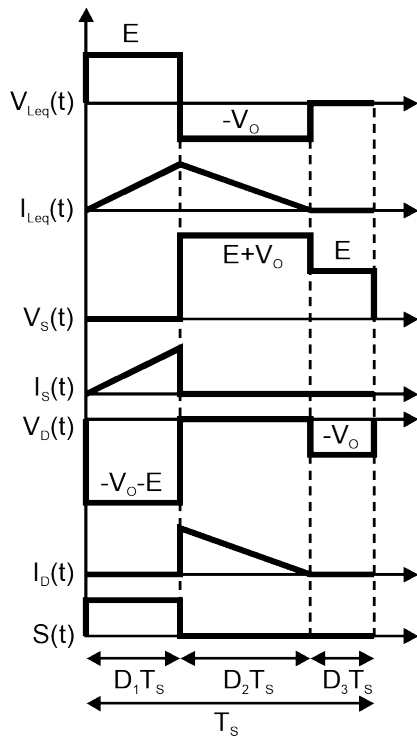


Figura 22. Principais formas de onda para o conversor Ćuk.



### 2.4.2. Análise do ganho estático para o M.C.C.

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (304)$$

Para as etapas 1, 2 e 3, considerando-se o indutor  $L_1$  tem-se:

$$v_{L1\_E1} = E \quad (305)$$

$$v_{L1\_E2} = E - V_C \quad (306)$$

$$v_{L1\_E3} = 0 \quad (307)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (308)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (309)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (310)$$

De acordo com o princípio de equilíbrio volt-segundo do indutor



$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (311)$$

$$v_{L1\_E1} \Delta_{t1} + v_{L1\_E2} \Delta_{t2} + v_{L1\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (312)$$

$$(E) D_1 T_s + (E - V_C) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (313)$$

Dividindo por  $T_s$ ,

$$E D_1 + (E - V_C) D_2 = 0 \quad (314)$$

$$E D_1 + E D_2 - V_C D_2 = 0 \quad (315)$$

Então

$$\frac{V_C}{E} = \frac{D_1 + D_2}{D_2} \quad (316)$$

Para as etapas 1, 2 e 3, considerando-se o indutor  $L_2$  tem-se:

$$v_{L2\_E1} = V_o - V_C \quad (317)$$

$$v_{L2\_E2} = V_o \quad (318)$$

$$v_{L2\_E3} = 0 \quad (319)$$

De acordo com o princípio de equilíbrio volt-segundo do indutor

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (320)$$

$$v_{L2\_E1} \Delta_{t1} + v_{L2\_E2} \Delta_{t2} + v_{L2\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (321)$$

$$(V_o - V_C) D_1 T_s + (V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (322)$$

Dividindo por  $T_s$ ,

$$(V_o - V_C) D_1 + V_o D_2 = 0 \quad (323)$$

$$V_o D_1 - V_C D_1 + V_o D_2 = 0 \quad (324)$$

Então

$$\frac{V_C}{V_o} = \frac{D_1 + D_2}{D_1} \quad (325)$$

Dividindo-se (325) por

$$\frac{V_C/V_o}{V_C/E} = \frac{(D_1+D_2)/D_1}{(D_1+D_2)/D_2} \text{ yields } \frac{V_o}{E} = \frac{D_1}{D_2} \quad (326)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (327)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (328)$$

Tem-se

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D - D_3} \quad (329)$$

Para o Modo de Condução Contínua,

$$D_3 = 0 \quad (330)$$

Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D} \quad (331)$$

### 2.4.3. Tensão média sobre o capacitor intermediário

Como visto, na equação ( 325 ),

$$\frac{V_C}{V_o} = \frac{D_1 + D_2}{D_1} \quad (332)$$

Dividindo-se ( 325 ) por ( 316 )

$$\frac{V_C/V_o}{V_C/E} = \frac{(D_1+D_2)/D_1}{(D_1+D_2)/D_2} \text{ yields } \frac{V_o}{E} = \frac{D_1}{D_2} \quad (333)$$

Manipulando-se ( 332 )

$$V_C = V_o \frac{D_1 + D_2}{D_1} = V_o + V_o \frac{D_2}{D_1} \quad (334)$$

Usando-se a equação ( 333 ) na equação acima,

$$V_C = V_o + V_o \frac{E}{V_o} = V_o + E \quad (335)$$

Assim, tem-se a tensão média sobre o capacitor intermediário:

$$V_C = V_o + E \quad (336)$$

#### 2.4.4. Ondulação de tensão no capacitor de saída (M.C.C.)

Para o capacitor de saída, tem-se que:

$$\Delta V_{Cf} = \frac{T_s^2}{8LC_f} \left( (V_1 - V_o)D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (337)$$

Onde:

$$V_1 = E + V_o \quad (338)$$

$$V_2 = 0 \quad (339)$$

Então:

$$\Delta V_{Cf} = \frac{T_s^2}{8LC_f} \left( (E + V_o - V_o)D^2 - (0 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (340)$$

De (331) tem-se que

$$E = V_o \frac{1-D}{D} \quad (341)$$

Então

$$\Delta V_{Cf} = \frac{T_s^2}{8LC_f} \left( \left( V_o \frac{1-D}{D} \right) D^2 + V_o (1-D)^2 \right) \quad (342)$$

$$\Delta V_{Cf} = \frac{T_s^2}{8LC_f} (V_o D - V_o D^2 + V_o - 2V_o D + V_o D^2) \quad (343)$$

$$\Delta V_{Cf} = \frac{T_s^2}{8LC_f} (V_o - V_o D) \quad (344)$$

$$\Delta V_{Cf} = \frac{T_s^2}{8LC_f} V_o (1-D) \quad (345)$$

Isolando  $C_f$ ,

$$C_f = \frac{T_s^2}{8L\Delta V_{Cf}} V_o (1-D) \quad (346)$$

#### 2.4.5. Ondulação de tensão no capacitor intermediário (M.C.C.)

Para o capacitor intermediário, tem-se que:

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - V_o)D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (347)$$

Onde:

$$V_1 = E + V_o \quad (348)$$

Pois a tensão sobre o indutor durante a etapa é igual à tensão de entrada, ou seja,

$$V_1 - V_o = V_1 - V_o = E + V_o - V_o \quad (349)$$

E

$$V_2 = 0 \quad (350)$$

Pois a tensão sobre o indutor durante a etapa é igual à tensão de saída negativa, ou seja,

$$V_2 - V_o = 0 - V_o = -V_o \quad (351)$$

Então:

$$\Delta V_{cf} = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (E + V_o - V_o) D^2 - (0 - V_o)(1 - D)^2 \right) \quad (352)$$

De (331) tem-se que

$$E = V_o \frac{1 - D}{D} = \frac{V_o - V_o D}{D} \quad (353)$$

Então

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (E) D^2 + V_o (1 - D)^2 \right) \quad (354)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( V_o D - V_o D^2 + V_o - 2 V_o D + V_o D^2 \right) \quad (355)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} (V_o - V_o D) \quad (356)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (1 - D) \quad (357)$$

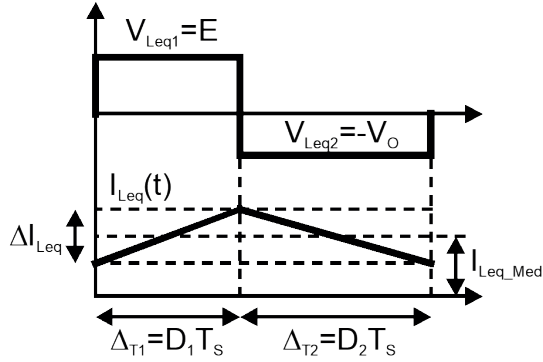
Isolando C,

$$C = \frac{T_s^2}{8L \Delta V_c} V_o (1 - D) \quad (358)$$

#### 2.4.6. Ondulação de corrente no indutor equivalente

A Figura 23 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 23. Formas de onda no indutor para o conversor Ćuk.



Inicialmente define-se uma indutância equivalente formada por  $L_1$  e  $L_2$ .

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (359)$$

Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L1\_E1} = E \quad (360)$$

$$v_{L2\_E1} = -V_o + V_C = -V_o + E + V_o = E \quad (361)$$

Dessa forma,

$$v_{Leq\_E1} = E \quad (362)$$

$$\Delta_{t1} = D T_s \quad (363)$$

Durante a etapa 2, tem-se

$$v_{L1\_E2} = E - V_C = E - (E + V_o) = -V_o \quad (364)$$

$$v_{L2\_E2} = -V_o \quad (365)$$

Portanto,

$$v_{Leq\_E2} = -V_o \quad (366)$$

$$\Delta_{t2} = (1 - D) T_s \quad (367)$$

Para um indutor,

$$v_{Leq} = L_{eq} \frac{di}{dt} \quad (368)$$

Assim:

$$\Delta_{ILeq} = \frac{1}{L_{eq}} v_{Leq} \Delta t \quad (369)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L_{eq}} E D T_s = -\frac{1}{L_{eq}} (-V_o)(1-D) T_s \quad (370)$$

#### 2.4.7. Corrente média no indutor equivalente

Para determinar a corrente média através do indutor equivalente igualam-se as potências de entrada e de saída

$$I_{in} E = I_{L1Med} E = P_{in} = P_o = I_o V_o = I_{L2Med} V_o \quad (371)$$

Assim,

$$I_{L1Med} = \frac{I_o V_o}{E} \quad (372)$$

Dessa forma,

$$I_{LeqMed} = I_{L1Med} + I_{L2Med} = \frac{I_o V_o}{E} + I_o = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) \quad (373)$$

#### 2.4.8. Modos de operação

Para que o conversor opere no M.C.D.

$$I_{LeqMed} > \frac{\Delta_{ILeq}}{2} \quad (374)$$

$$\frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{D}{1-D} \right) > \frac{1}{2L_{eq}} E D_1 T_s \quad (375)$$

$$\frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{D}{1-D} \right) = \frac{V_o}{R} \left( \frac{1-D+D}{1-D} \right) = \frac{V_o}{R} \left( \frac{1}{1-D} \right) > \frac{1}{2L_{eq}} E D T_s \quad (376)$$

$$\frac{V_o}{E} \left( \frac{1}{1-D} \right) = \frac{D}{1-D} \left( \frac{1}{1-D} \right) > \frac{R}{2L_{eq}} D T_s \quad (377)$$

$$\left( \frac{1}{1-D} \right)^2 > \frac{R}{2L_{eq}} T_s \quad (378)$$

$$L_{eq} > \frac{R(1-D)^2}{2} T_s \quad (379)$$

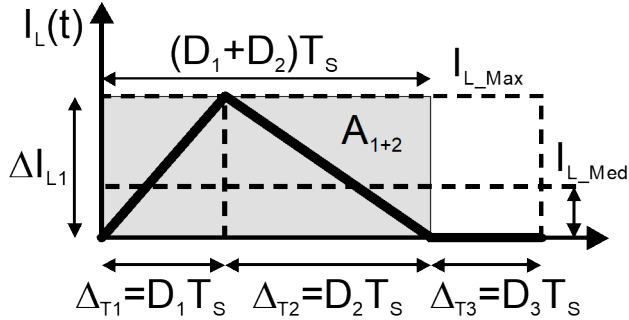
Caso os dois indutores possuam o mesmo valor, então

$$L_1 = L_2 = 2 L_{eq} \quad (380)$$

#### 2.4.9. Ganho estático para o M.C.D.

As formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução descontínua são ilustradas na Figura 24.

Figura 24. Corrente no indutor do conversor Ćuk.



A corrente máxima através desta indutância pode ser encontrada através de

$$I_{LeqMax} = \frac{E}{Leq} D_1 T_s \quad (381)$$

E a corrente média pode ser determinada considerando-se a figura acima

$$I_{LeqMed} = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{Leq}(t) dt = \frac{1}{T_s} \frac{1}{2} I_{LeqMax} (D_1 + D_2) T_s = \frac{1}{T_s} \frac{1}{2} \frac{E D_1 T_s}{Leq} (D_1 + D_2) T_s \quad (382)$$

$$I_{LeqMed} = \frac{E D_1 T_s}{2 Leq} (D_1 + D_2) \quad (383)$$

Igualando-se (383) e (373)

$$I_{LeqMed} = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) = \frac{E D_1 T_s}{2 Leq} (D_1 + D_2) \quad (384)$$

Como

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D_1}{D_2} \text{ yields } D_2 = \frac{E}{V_o} D_1 \quad (*) \quad (385)$$

Assim

$$I_{LeqMed} = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) = \frac{E D_1 T_s}{2 L_{eq}} \left( D_1 + \frac{E}{V_o} D_1 \right) \quad (386)$$

$$\frac{V_o}{R} \left( \frac{E}{E} + \frac{V_o}{E} \right) = \frac{E D_1 T_s}{2 L_{eq}} \left( \frac{V_o}{V_o} D_1 + \frac{E}{V_o} D_1 \right) \quad (387)$$

$$\frac{V_o}{R} \left( \frac{E + V_o}{E} \right) = \frac{E D_1 T_s}{2 L_{eq}} D_1 \left( \frac{V_o + E}{V_o} \right) \quad (388)$$

$$\frac{V_o^2}{R} \left( \frac{E + V_o}{1} \right) = \frac{E^2 D_1^2 T_s}{2 L_{eq}} \left( \frac{V_o + E}{1} \right) \quad (389)$$

$$2 L_{eq} V_o^2 (E + V_o) = R E^2 D_1^2 T_s (V_o + E) \quad (390)$$

$$2 L_{eq} V_o^2 = R E^2 D_1^2 T_s \quad (391)$$

$$\frac{V_o^2}{E^2} = \frac{R D_1^2 T_s}{2 L_{eq}} \rightarrow \frac{V_o}{E} = D_1 \sqrt{\frac{R T_s}{2 L_{eq}}} \quad (392)$$

Quando o conversor opera no M.C.D.

#### 2.4.10. Equações para projeto

Carga:

$$R = \frac{V_o^2}{P} \quad (393)$$

Tensão média sobre o capacitor intermediário

$$V_C = V_o + E \quad (394)$$

Indutor equivalente

$$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \quad (395)$$

Corrente média no indutor equivalente:

$$I_{LeqMed} = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) \quad (396)$$

Razão cíclica:



$$D = \frac{V_o}{V_o + E} \quad (397)$$

Indutor mínimo para o M.C.C:

$$L_{eq} > \frac{R(1-D)^2}{2} T \quad (398)$$

Caso os dois indutores possuam o mesmo valor, então

$$L_1 = L_2 = 2 L_{eq} \quad (399)$$

Indutor em função de sua ondulação de corrente:

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L_{eq}} E D T_s = \frac{1}{L_{eq}} V_o (1-D) T_s \quad (400)$$

Capacitor de saída em função de sua ondulação de tensão:

$$C_f = \frac{T_s^2}{8 L \Delta V_{Cf}} V_o (1-D) \quad (401)$$

Capacitor intermediário em função de sua ondulação de tensão:

$$C = \frac{T_s^2}{8 L \Delta V_C} V_o (1-D) \quad (402)$$

Correntes na chave S:

$$I_{S\_Med} = I_{Leq\_Med} D = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) D \quad (403)$$

$$I_{S\_rms} = I_{Leq\_Med} \sqrt{D} = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) \sqrt{D} \quad (404)$$

Correntes no diodo D:

$$I_{D\_Med} = I_{Leq\_Med} (1-D) = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) (1-D) \quad (405)$$

$$I_{D\_rms} = I_{Leq\_Med} \sqrt{1-D} = \frac{V_o}{R} \left( 1 + \frac{V_o}{E} \right) \sqrt{1-D} \quad (406)$$

Tensões máximas nas chaves:

$$V_{S\_Max} = V_{D\_Max} = V_o + E \quad (407)$$



## 3. CONVERSORES ISOLADOS

### 3.1. Conversor Forward

O conversor forward, Figura 25, também conhecido como conversor Buck Isolado, é uma topologia de conversor CC-CC que oferece isolamento galvânica entre a entrada e a saída. Ele é semelhante ao conversor buck, mas com a adição de um transformador para prover isolamento entre a entrada e a saída.

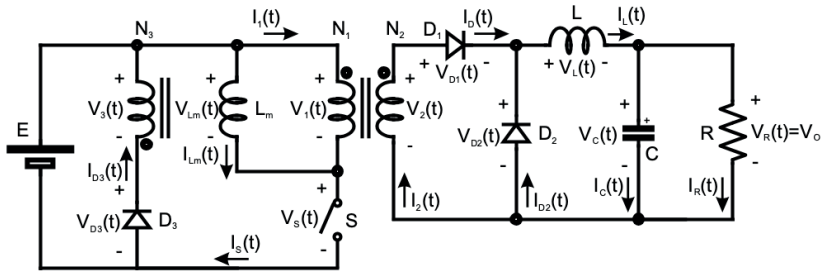
A estrutura básica do conversor forward consiste em um interruptor controlado (geralmente um MOSFET ou IGBT), um transformador com três enrolamentos: primário, secundário e auxiliar, um diodo retificador e um diodo de circulação na saída, e um capacitor de filtro.

Algumas características e vantagens do conversor forward incluem:

- Transferência direta de energia da entrada para a saída;
- Saída isolada da entrada, permitindo múltiplas saídas;
- Possibilidade de operar como abaixador de tensão, apenas pela razão cíclica;
- Corrente de saída de boa qualidade;
- Desmagnetização do transformador a cada ciclo, evitando saturação; e
- Máxima tensão sobre o interruptor limitada pela relação de transformação.

O conversor forward é amplamente utilizado em aplicações que requerem isolamento, como fontes chaveadas, carregadores de bateria e adaptadores de tensão.

Figura 25. Conversor forward.



### 3.1.1. Etapas de operação:

Durante a operação, quando o interruptor está conduzindo (estado ON), Figura 26(a), a tensão de entrada é aplicada ao primário do transformador, transferindo energia para o secundário.

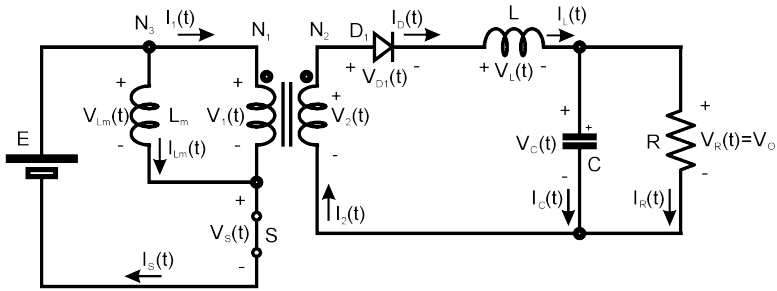
Quando o interruptor é bloqueado (estado OFF), Figura 26(b) e (c), a energia armazenada no indutor é transferida para a carga através do diodo de circulação. O capacitor de filtro suaviza a tensão de saída. Ao mesmo tempo, o enrolamento auxiliar é responsável pela desmagnetização do transformador, Figura 26(b).

Para baixos valores de corrente de saída, o conversor operará no modo de condução descontínua, Figura 26(d).

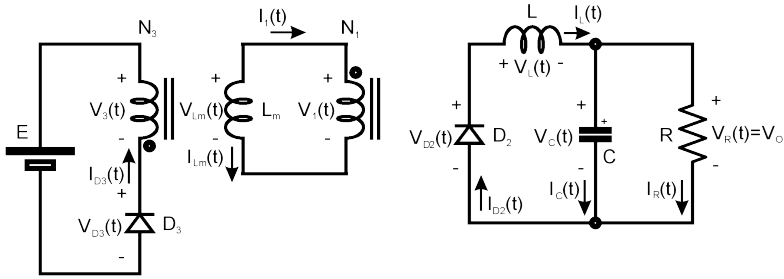
As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 27.

Figura 26. Etapas de operação do conversor forward.

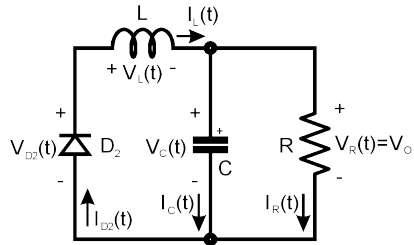
(a) Etapa 1; (b) Etapa 2a; (c) Etapa 2b; e (d) Etapa 3.



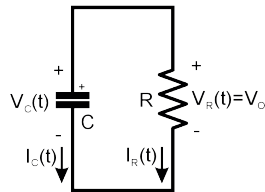
(a)



(b)

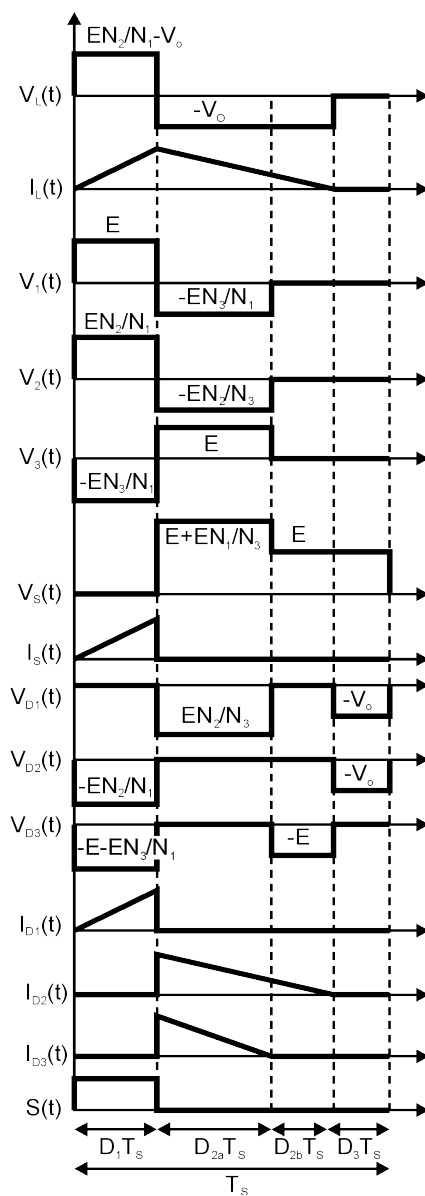


(c)



(d)

Figura 27. Principais formas de onda para o conversor forward.



### 3.1.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (408)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \frac{N_2}{N_1} - V_o \quad (409)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (410)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (411)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (412)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (413)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (414)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (415)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (416)$$

$$\left( E \frac{N_2}{N_1} - V_o \right) D_1 T_s + (-V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (417)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (418)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (419)$$

$$\left( E \frac{N_2}{N_1} - V_o \right) D T_s + (-V_o) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (420)$$

$$E \frac{N_2}{N_1} D T_s - V_o D T_s - V_o T_s + V_o D T_s + V_o D_3 T_s = 0 \quad (421)$$

$$E \frac{N_2}{N_1} D T_s - V_o (1 - D_3) T_s = 0 \quad (422)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D_3} \frac{N_2}{N_1} \quad (423)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (424)$$

Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = D \frac{N_2}{N_1} \quad (425)$$

### 3.1.3. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$\Delta V_c(t) = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - V_o) D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (426)$$

Onde:

$$V_1 = E \frac{N_2}{N_1} \quad (427)$$

$$V_2 = 0 \quad (428)$$

Então:

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( E \frac{N_2}{N_1} - V_o \right) D^2 - (0 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (429)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( E \frac{N_2}{N_1} - V_o \right) D^2 + V_o(1-D)^2 \right) \quad (430)$$

Como

$$\frac{V_o}{E} = D \frac{N_2}{N_1} \text{ yields } \frac{V_o}{D} = E \frac{N_2}{N_1} \quad (431)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D^2 + V_o(1-D)^2 \right) \quad (432)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (D - D^2 + 1 - 2D + D^2) \quad (433)$$

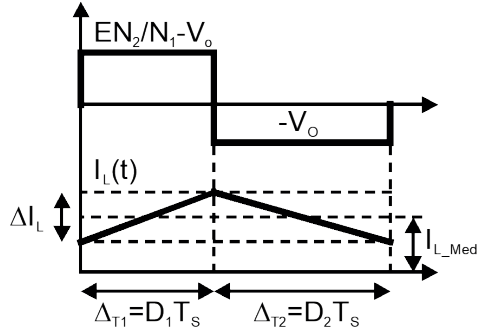
Então

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (1-D) \quad (434)$$

### 3.1.4. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 28 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 28. Formas de onda no indutor para o conversor forward.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \frac{N_2}{N_1} - V_o \quad (435)$$

$$\Delta t_1 = D T_s \quad (436)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (437)$$

$$\Delta t_2 = (1-D) T_s \quad (438)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (439)$$

Assim:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (440)$$

$$\Delta i_L = \left( E \frac{N_2}{N_1} - V_o \right) \frac{D T_s}{L} - (-V_o) \frac{(1-D) T_s}{L} \quad (441)$$

### 3.1.5. Corrente média no indutor

A corrente média no indutor é igual à corrente média da carga. Então,

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (442)$$



### 3.1.6. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (443)$$

Considerando:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (444)$$

E

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (V_o) (1-D) T_s \quad (445)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R} \geq (V_o) \frac{(1-D) T_s}{L} \quad (446)$$

$$L \geq R \frac{(1-D) T_s}{2} \quad (447)$$

### 3.1.7. Desmagnetização do transformador,

A corrente através da magnetizante do transformador é dada por

$$I_{Lm}(t) = \frac{E}{L_m} t \quad (448)$$

Então seu valor máximo ao final da primeira etapa é,

$$I_{Lm\_Max} = \frac{E}{L_m} D T_s \quad (449)$$

Essa corrente deve se anular durante a próxima etapa através da desmagnetização do terciário cuja corrente é dada por

$$i_{D3}(t) = I'_{Lm\_Max} - \frac{E}{L_m} t = \frac{E}{L_m} D T_s \frac{N_1}{N_3} - \frac{E}{L_m (N_3/N_1)^2} t \quad (450)$$

Fazendo  $i_{D3}(t)=0$  e resolvendo para  $t$ ,

$$\Delta t = \frac{E}{L_m} D T_s \frac{N_1}{N_3} \frac{L_m (N_3/N_1)^2}{E} = D T_s \frac{N_3}{N_1} \quad (451)$$

Que deve ser menor do que a duração da etapa 2.

Isolando-se a razão de espiras, tem-se,

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{\Delta t}{D T_s} \quad (452)$$

### 3.1.8. Equações para projeto

Carga:

$$R = \frac{V_o^2}{P} \quad (453)$$

Corrente média no indutor:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (454)$$

Razão cíclica:

$$D = \frac{V_o}{E} \frac{N_1}{N_2} \quad (455)$$

Indutor mínimo para o M.C.C:

$$L \geq R \frac{(1-D)T_s}{2} \quad (456)$$

Indutor em função de sua ondulação de corrente:

$$L = \left( E \frac{N_2}{N_1} - V_o \right) \frac{D T_s}{\Delta I_L} = \left( V_o \right) \frac{(1-D)T_s}{\Delta I_L} \quad (457)$$

Capacitor em função de sua ondulação de tensão:

$$C = \frac{T_s^2}{8L\Delta V_C} V_o (1-D) \quad (458)$$

Correntes na chave S:

$$I_{S\_Med} = I_{L\_Med} D = \frac{V_o D}{R} \quad (459)$$

$$I_{S\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{D} = \frac{V_o \sqrt{D}}{R} \quad (460)$$

Correntes no diodo D:

$$I_{D\_Med} = I_{L\_Med} (1-D) = \frac{V_o}{R} (1-D) \quad (461)$$

$$I_{D\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{1-D} = \frac{V_o}{R} \sqrt{1-D} \quad (462)$$

Tensões máximas nas chaves:

$$V_{S\_Max} = E \left( 1 + \frac{N_1}{N_3} \right) \quad (463)$$

$$V_{D1\_Max} = -E \frac{N_2}{N_3} \quad (464)$$

$$V_{D2\_Max} = -E \frac{N_1}{N_2} \quad (465)$$

$$V_{D3\_Max} = -E \left( 1 + \frac{N_3}{N_1} \right) \quad (466)$$

### 3.2. Conversor flyback

Um conversor flyback é um tipo de conversor DC/DC amplamente utilizado para converter uma tensão de entrada DC em uma tensão de saída DC, podendo funcionar tanto como abaixador quanto elevador de tensão. Este dispositivo é caracterizado pelo uso de um transformador que proporciona isolamento galvânico entre a entrada e a saída, o que é crucial em muitas aplicações para garantir segurança e evitar interferências. O conversor analisado nesta seção é ilustrado na Figura 29 e seu modelo na Figura 30.

Figura 29. Conversor flyback.

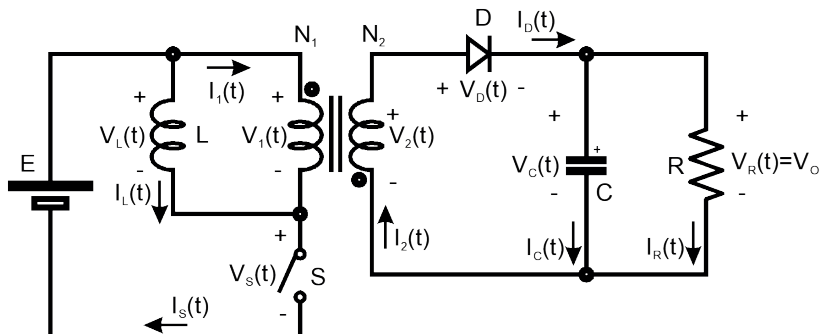
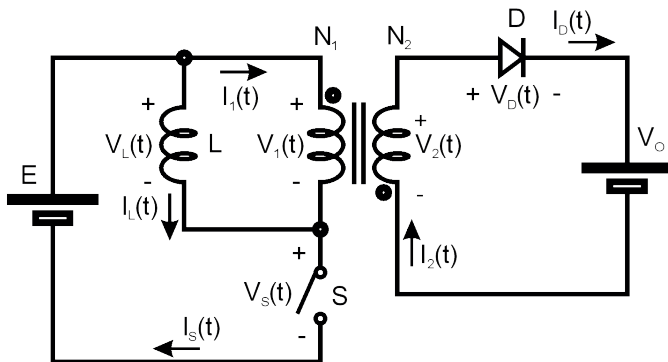


Figura 30. Modelo do conversor flyback.



As principais vantagens do conversor flyback incluem:

- **Eficiência energética:** Possui alta eficiência, resultando em menor consumo de energia e dissipação de calor.
- **Simplicidade de design:** O design é relativamente simples, facilitando a implementação e reduzindo os custos de desenvolvimento.
- **Baixo custo:** Os componentes são geralmente acessíveis, tornando-o uma opção econômica em comparação com outros tipos de conversores.
- **Isolamento galvânico:** O transformador oferece isolamento, essencial para aplicações que requerem segurança.

Os conversores flyback são utilizados em diversas aplicações, incluindo fontes de alimentação para equipamentos eletrônicos, carregadores de baterias e sistemas de iluminação LED. Sua versatilidade e eficiência o tornam uma escolha popular em várias indústrias.

Embora o conversor flyback seja uma solução eficaz, é importante considerar suas limitações, como a necessidade de um controle adequado para evitar problemas de ondulação na tensão de saída e a complexidade em aplicações de alta potência. No entanto, com o avanço das tecnologias de componentes e técnicas de design, os conversores flyback continuam a evoluir e a atender às crescentes demandas do mercado.

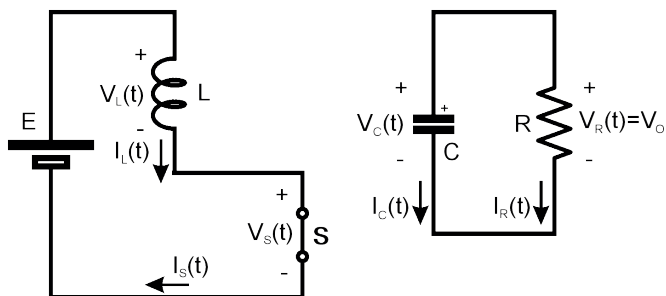
### 3.2.1. Etapas de operação:

O princípio de operação do conversor flyback é baseado na acumulação de energia no indutor acoplado durante o estágio em que a chave se encontra em condução, Figura 31(a). Quando a chave é ativada, a corrente flui através do enrolamento primário do transformador, armazenando energia. Quando a chave é desligada, Figura 31(b), essa energia é transferida para o enrolamento secundário, resultando na saída de tensão desejada.

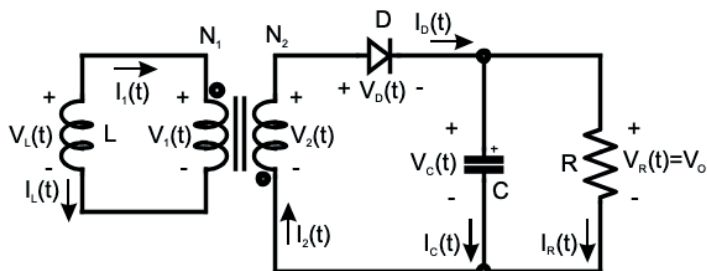
Caso o conversor opere no modo de condução descontínua, o capacitor de saída fornecerá energia para a carga, Figura 31(c).

As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 32.

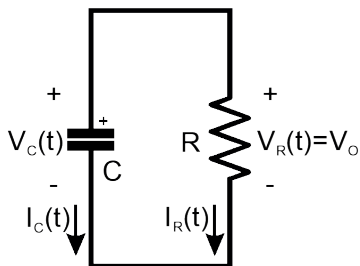
Figura 31. Etapas de operação do conversor flyback. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.



(a)

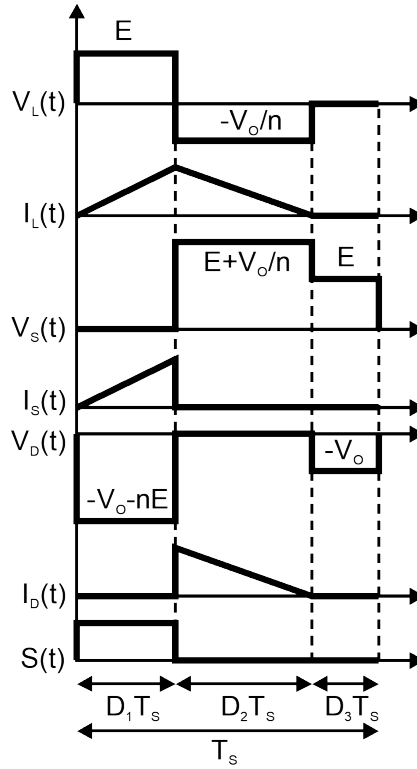


(b)



(c)

Figura 32. Principais formas de onda para o conversor flyback.



### 3.2.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (467)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \quad (468)$$

$$v_{L\_E2} = -\frac{V_o}{n} \quad (469)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (470)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (471)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (472)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (473)$$

Onde

$$-\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{n} \rightarrow n = \frac{N_2}{N_1} \quad (474)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (475)$$

$$v_{L_{E1}} \Delta_{t1} + v_{L_{E2}} \Delta_{t2} + v_{L_{E3}} \Delta_{t3} = 0 \quad (476)$$

$$(E) D_1 T_s + \left( -\frac{V_o}{n} \right) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (477)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (478)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (479)$$

$$(E) D T_s + \left( -\frac{V_o}{n} \right) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (480)$$

$$E D T_s + \frac{V_o}{n} T_s + \frac{V_o}{n} D T_s + \frac{V_o}{n} D_3 T_s = 0 \quad (481)$$

$$E D T_s - \frac{V_o}{n} (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (482)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D - D_3} n = \frac{D}{1 - D - D_3} \frac{N_2}{N_1} \quad (483)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (484)$$

Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D} n = \frac{D}{1 - D} \frac{N_2}{N_1} \quad (485)$$

### 3.2.3. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$q_c(t) = C V_c(t) \quad (486)$$

Derivando:

$$\frac{dq_c(t)}{dt} = i_c = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (487)$$

$$i_c = C \frac{\Delta V_c}{\Delta t} \quad (488)$$

Então:

$$\Delta V_c = \frac{i_c \Delta t}{C} = \frac{V_o D T_s}{RC} \quad (489)$$

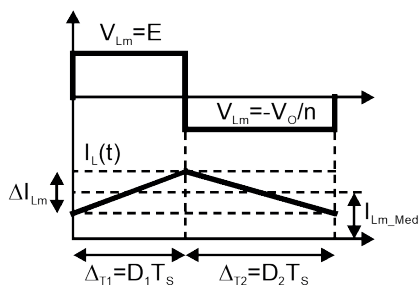
Isolando C,

$$C = \frac{V_o D T_s}{R \Delta V_c} \quad (490)$$

### 3.2.4. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 33 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 33. Formas de onda no indutor para o conversor flyback.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \quad (491)$$

$$\Delta t_1 = D T_s \quad (492)$$

$$v_{L\_E2} = -\frac{V_o}{n} \quad (493)$$

$$\Delta t_2 = (1-D) T_s \quad (494)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (495)$$

Assim:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (496)$$

$$\Delta i_L = \frac{E D T_s}{L} = -\frac{1}{L} \left( -\frac{V_o}{n} \right) (1-D) T_s \quad (497)$$



### 3.2.5. Corrente média no indutor

A corrente média no indutor é igual à soma da corrente média de entrada com a corrente média refletida da carga.

Considerando:

$$P_{in} = P_o \quad (498)$$

$$EI_{in\_Med} = V_o I_{o\_Med} \quad (499)$$

E

$$\frac{V_o}{E} = n \frac{D}{1-D} \quad (500)$$

$$\frac{V_o}{E} = n \frac{D}{1-D} = \frac{I_{in\_Med}}{I_{o\_Med}} \xrightarrow{\text{yields}} I_{in\_Med} = n \frac{D}{1-D} I_{o\_Med} \quad (501)$$

Além disso,

$$I_{IL\_Med} = I_{in\_Med} + n I_{o\_Med} \quad (502)$$

$$I_{IL\_Med} = n \frac{D}{1-D} I_{o\_Med} + n I_{o\_Med} \quad (503)$$

$$I_{IL\_Med} = n I_{o\_Med} \left( \frac{D}{1-D} + 1 \right) \quad (504)$$

Então

$$I_{IL\_Med} = n I_{o\_Med} \left( \frac{1}{1-D} \right) \quad (505)$$

Onde:

$$I_{L\_Med} = n \frac{I_{o\_Med}}{(1-D)} = n \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (506)$$

$$I_{L\_Med} = n \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (507)$$

### 3.2.6. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (508)$$

$$I_{L\_Med} = n \frac{V_o}{R(1-D)} = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (509)$$

$$I_{L\_Med} = n \frac{V_o}{R(1-D)} = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (510)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (E) D T_s = \frac{1}{L} \left( \frac{V_o}{n} \right) (1-D) T_s \quad (511)$$

Então:

$$n \frac{V_o}{R(1-D)} \geq \frac{1}{L} \frac{V_o}{n} \frac{(1-D) T_s}{2} \quad (512)$$

$$L \geq R \frac{(1-D)^2 T_s}{2n^2} \quad (513)$$

$$L \geq \frac{R(1-D)^2 T_s}{2n^2} \quad (514)$$

### 3.2.7. Equações para projeto

Carga:

$$R = \frac{V_o^2}{P} \quad (515)$$

Corrente média no indutor:

$$I_{L\_Med} = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (516)$$

Razão cíclica:

$$D = \frac{V_o}{V_o + E N_1 / N_2} \quad (517)$$

Indutor mínimo para o M.C.C:

$$L \geq \frac{R(1-D)^2 T_s}{2n^2} \quad (518)$$

Indutor em função de sua ondulação de corrente:

$$L = \frac{E D T_s}{\Delta_{IL}} = \frac{1}{\Delta_{IL}} \left( \frac{V_o}{n} \right) (1-D) T_s \quad (519)$$

Capacitor em função de sua ondulação de tensão:

$$C = \frac{V_o D T_s}{R \Delta V_C} \quad (520)$$

Correntes na chave S:

$$I_{S\_Med} = I_{L\_Med} D = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R(1-D)} D \quad (521)$$

$$I_{S\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{D} = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R(1-D)} \sqrt{D} \quad (522)$$

Correntes no diodo D:

$$I_{D\_Med} = I_{L\_Med} (1-D) = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R(1-D)} (1-D) = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R} \quad (523)$$

$$I_{D\_rms} = I_{L\_Med} \sqrt{1-D} = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R(1-D)} \sqrt{1-D} = \frac{N_2}{N_1} \frac{V_o}{R\sqrt{1-D}} \quad (524)$$

Tensões máximas nas chaves:

$$V_{S\_Max} = E + \frac{V_o}{n} \quad (525)$$

$$V_{D\_Max} = V_o + nE \quad (526)$$

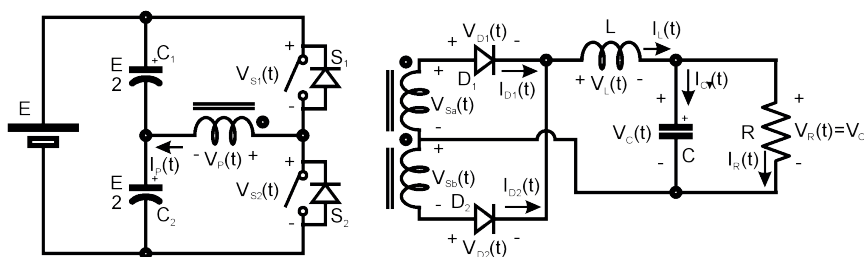


## 4. CONVERSORES CC-CC COM MAIS DE UMA CHAVE

### 4.1. Retificador half-bridge

O retificador Half-bridge isolado, Figura 34, é uma configuração de conversor que combina as características do retificador Half-bridge com a necessidade de isolamento galvânico. Essa topologia é frequentemente utilizada em aplicações de eletrônica de potência, como fontes de alimentação e sistemas de conversão de energia, onde o isolamento entre a entrada e a saída é crucial para a segurança e a integridade do sistema.

Figura 34. Retificador half-bridge.



O retificador half-bridge isolado opera com um transformador, que não apenas fornece isolamento, mas também permite a conversão de níveis de tensão

A tensão de saída é determinada pela relação de transformação do transformador e pela tensão de entrada, e o controle da chave de comutação é fundamental para otimizar a eficiência e a qualidade da saída.

As principais vantagens do retificador Half-bridge isolado incluem:

- **Isolamento Galvânico:** Proporciona segurança adicional, especialmente em aplicações que envolvem tensões elevadas.
- **Flexibilidade de Tensão:** Permite a conversão de diferentes níveis de tensão, o que é útil em aplicações que exigem tensões de saída específicas.

- Melhoria na Qualidade da Energia: Pode ser projetado para melhorar o fator de potência e reduzir a distorção harmônica, resultando em uma melhor qualidade de energia.

O retificador half-bridge isolado é utilizado em várias aplicações, incluindo:

- Fontes de alimentação para equipamentos sensíveis, como dispositivos médicos e sistemas de telecomunicações.
- Conversores de energia em sistemas de energia renovável, como painéis solares e turbinas eólicas.
- Sistemas de UPS (Uninterruptible Power Supply), onde a continuidade da energia é crítica.

Embora o retificador Half-bridge isolado ofereça várias vantagens, como isolamento e flexibilidade de tensão, ele também pode apresentar complexidades adicionais em termos de design e controle. A escolha dessa topologia deve considerar os requisitos específicos da aplicação, incluindo a necessidade de eficiência, custo e segurança.

#### 4.1.1. Etapas de operação

O funcionamento básico é semelhante ao do half-bridge convencional, mas com a adição de um transformador que divide a tensão de entrada refletida nos secundários do transformador em duas partes, permitindo que cada parte atue em um dos diodos durante os ciclos de condução, Figura 35(a).

Quando a chave  $S_1$  é bloqueada, ambos os diodos,  $D_1$  e  $D_2$  conduzem, aplicando tensão nula ao filtro de saída, Figura 35(b).

Durante o semiciclo positivo da tensão de entrada, a chave  $S_2$  é acionada e o diodo  $D_2$  conduz, permitindo que a corrente flua através do transformador e carregue o capacitor de saída.

No modo de condução descontínua, a tensão sobre a carga é mantida devido à energia armazenada no capacitor de saída.

Por sua vez, durante o semiciclo negativo, a chave  $S_2$  é ativada e o outro diodo,  $D_2$ , conduz mantendo a mesma polaridade para a tensão de saída e permitindo que o capacitor continue a fornecer energia à carga.

As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 36.

Figura 35. Etapas de operação do retificador half-bridge.  
(a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.

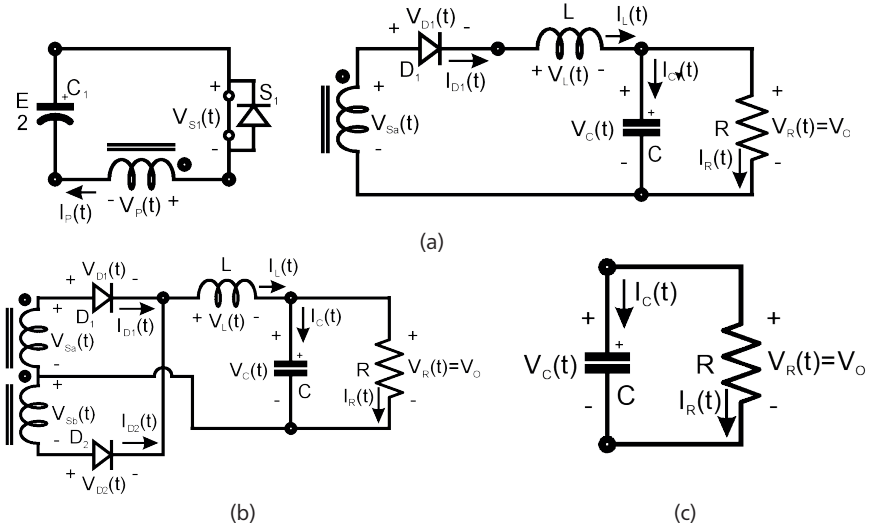
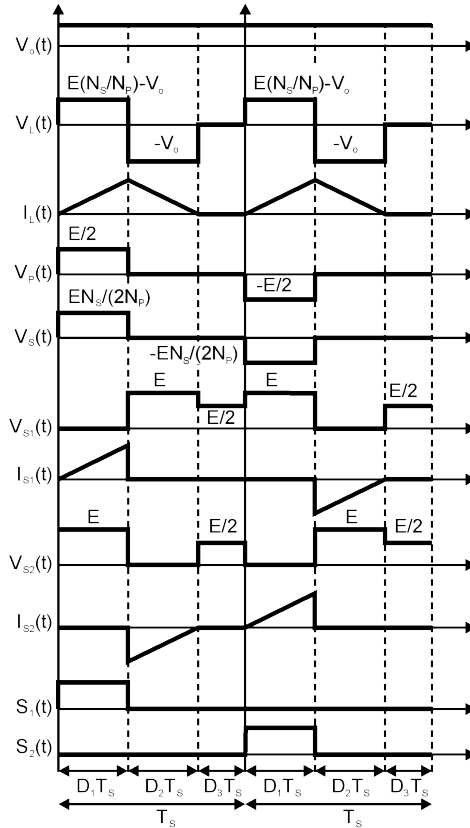


Figura 36. Formas de onda típicas para o retificador half-bridge.



#### 4.1.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (527)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = \frac{E}{2} \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (528)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (529)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (530)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (531)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (532)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (533)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (534)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (535)$$

$$\left( \frac{E}{2} \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) D_1 T_s + (-V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (536)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (537)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (538)$$

$$\left( \frac{E}{2} \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) D T_s + (-V_o) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (539)$$

$$\frac{E}{2} \frac{N_s}{N_p} D T_s - V_o D T_s + (-V_o) T_s + V_o D T_s + V_o D_3 T_s = 0 \quad (540)$$

$$\frac{E}{2} \frac{N_s}{N_p} D T_s - V_o (1 - D_3) T_s = 0 \quad (541)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D_3} \frac{N_s}{N_p} \quad (542)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (543)$$

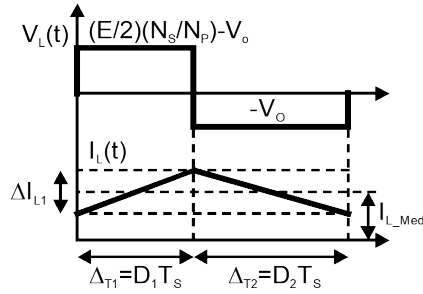
Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E/2} = D \frac{N_s}{N_p} \quad (544)$$

### 4.1.3. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 37 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 37. Formas de onda no indutor para o retificador half-bridge.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = \frac{E}{2} \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (545)$$

$$\Delta t_1 = D T_s \quad (546)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (547)$$

$$\Delta t_2 = (1 - D) T_s \quad (548)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (549)$$

Assim:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (550)$$

$$\Delta i_L = \left( \frac{E}{2} \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) \frac{D T_s}{L} = \left| (-V_o) \frac{(1 - D) T_s}{L} \right| \quad (551)$$



#### 4.1.4. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$\Delta V_c(t) = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - V_o)D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (552)$$

Onde:

$$V_1 = \frac{E N_s}{2 N_p} \quad (553)$$

$$V_2 = 0 \quad (554)$$

Então:

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{E N_s}{2 N_p} - V_o \right) D^2 - (0 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (555)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{E N_s}{2 N_p} - V_o \right) D^2 + V_o(1-D)^2 \right) \quad (556)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \frac{E N_s}{2 N_p} D^2 - V_o D^2 + V_o - 2V_o D + V_o D^2 \right) \quad (557)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \frac{E N_s}{2 N_p} D^2 + V_o - 2V_o D \right) \quad (558)$$

Como:

$$\frac{V_o}{E/2} = D \frac{N_s}{N_p} \rightarrow \frac{E}{2} D \frac{N_s}{N_p} = V_o \quad (559)$$

Então

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \frac{V_o N_p N_s}{D N_s N_p} D^2 + V_o - 2V_o D \right) \quad (560)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} (V_o D + V_o - 2V_o D) \quad (561)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (1-D) \quad (562)$$

Isolando C,

$$C = \frac{T_s^2}{8\Delta V_c L} V_o (1-D) \quad (563)$$

### 4.1.5. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (564)$$

Considerando:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (565)$$

E

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (V_o) (1-D) T_s \quad (566)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R} \geq (V_o) \frac{(1-D) T_s}{L} \quad (567)$$

$$L \geq R \frac{(1-D) T_s}{2} \quad (568)$$

### 4.2. Retificador half-bridge com Alimentação Simétrica

Nesta seção o retificador half-bridge é analisado novamente, considerando a tensão de entrada correspondendo ao dobro da tensão  $E$ , Figura 38. Esta abordagem considera que o conversor é alimentado por duas fontes simétricas de valor  $E$ .

Exceto pelas diferenças nos valores de tensão, este retificador é idêntico àquele analisado na seção 4.1.

O modelo do retificador half-bridge é mostrado na Figura 39.

Figura 38. Retificador half-bridge.

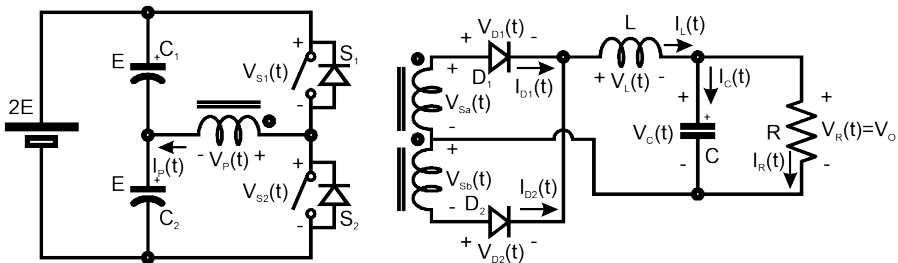
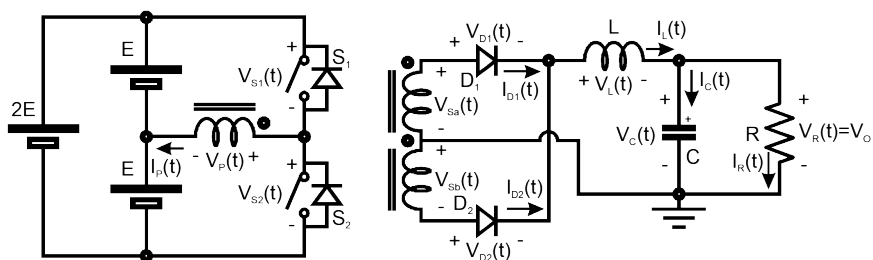


Figura 39. Modelo para o retificador half-bridge.



### 4.2.1. Etapas de operação:

As etapas de operação são mostradas na Figura 40 e as principais formas de onda podem ser observadas na Figura 41.

Figura 40. Etapas de operação do retificador half-bridge. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.

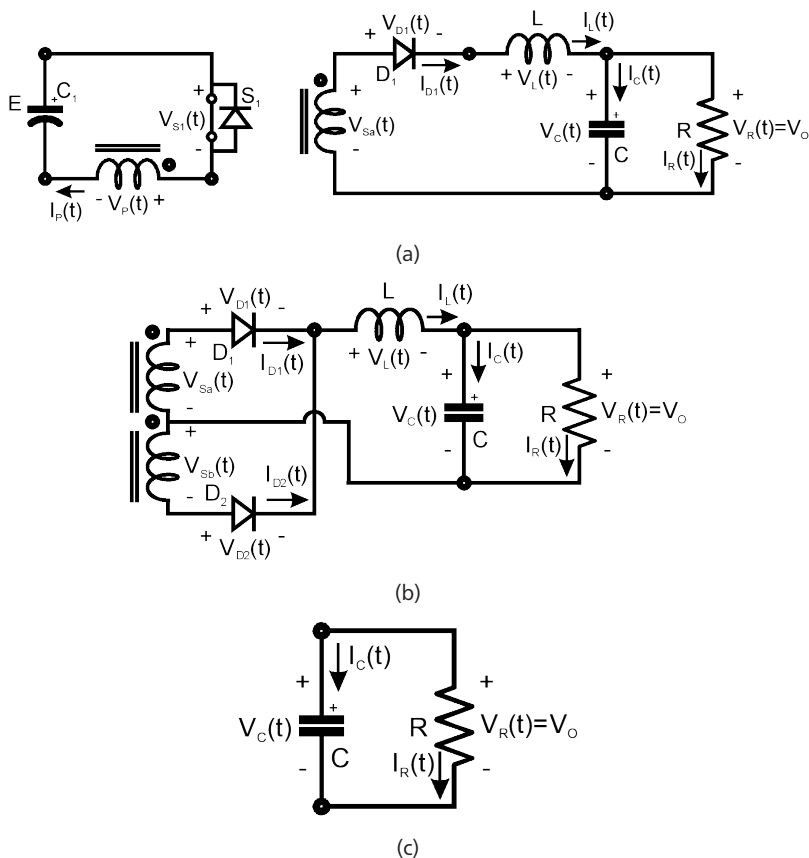
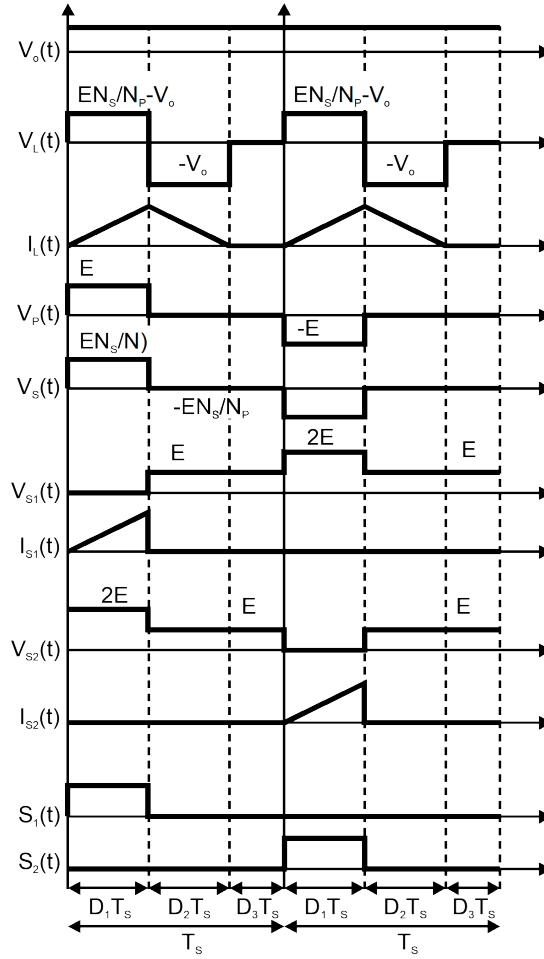


Figura 41. Principais formas de onda para o retificador half-bridge.



#### 4.2.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (569)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L_{E1}} = E \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (570)$$

$$v_{L_{E2}} = -V_o \quad (571)$$

$$v_{L_{-}E3}=0 \quad (572)$$

$$\Delta_{t1}=D_1T_s \quad (573)$$

$$\Delta_{t2}=D_2T_s \quad (574)$$

$$\Delta_{t3}=D_3T_s \quad (575)$$

Aplicando-se em

$$A_1+A_2+A_3=0 \quad (576)$$

$$v_{L_{-}E1}\Delta_{t1}+v_{L_{-}E2}\Delta_{t2}+v_{L_{-}E3}\Delta_{t3}=0 \quad (577)$$

$$\left(E\frac{N_s}{N_p}-V_o\right)D_1T_s+(-V_o)D_2T_s+(0)D_3T_s=0 \quad (578)$$

Fazendo-se

$$D_1=D \quad (579)$$

$$D_2=1-D-D_3 \quad (580)$$

$$\left(E\frac{N_s}{N_p}-V_o\right)DT_s+(-V_o)(1-D-D_3)T_s=0 \quad (581)$$

$$E\frac{N_s}{N_p}DT_s-V_oDT_s-V_oT_s+V_oDT_s+V_oD_3T_s=0 \quad (582)$$

$$E\frac{N_s}{N_p}DT_s-V_o(1-D_3)T_s=0 \quad (583)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E}=\frac{D}{1-D_3}\frac{N_s}{N_p} \quad (584)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3=0 \quad (585)$$

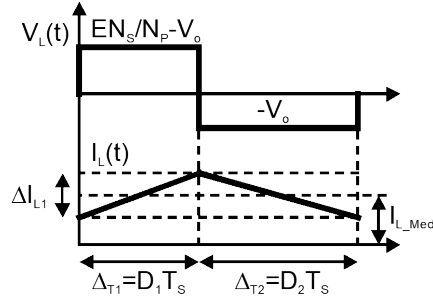
Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E}=D\frac{N_s}{N_p} \quad (586)$$

### 4.2.3. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 42 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 42. Formas de onda no indutor para o retificador half-bridge.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (587)$$

$$\Delta_{t1} = D T_s \quad (588)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (589)$$

$$\Delta_{t2} = (1 - D) T_s \quad (590)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (591)$$

Assim:

$$\Delta_{iL} = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (592)$$

$$\Delta_{iL} = \left( E \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) \frac{D T_s}{L} = \left| (-V_o) \frac{(1-D) T_s}{L} \right| \quad (593)$$

### 4.2.4. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$\Delta V_c(t) = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - V_o) D^2 - (V_2 - V_o) (1-D)^2 \right) \quad (594)$$

Onde:

$$V_1 = E \frac{N_s}{N_p} \quad (595)$$

Usando a equação do ganho estático,

$$V_1 = E \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_o}{D} \quad (596)$$

$$V_2 = 0 \quad (597)$$

Então:

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D^2 - (0 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (598)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D^2 + V_o(1-D)^2 \right) \quad (599)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \frac{V_o}{D} D^2 - V_o D^2 + V_o - 2V_o D + V_o D^2 \right) \quad (600)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} (V_o D + V_o - 2V_o D) \quad (601)$$

$$\Delta V_c = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (1-D) \quad (602)$$

Isolando C,

$$C = \frac{T_s^2}{8\Delta V_c L} V_o (1-D) \quad (603)$$

#### 4.2.5. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (604)$$

Considerando:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (605)$$

E

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (V_o)(1-D) T_s \quad (606)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R} \geq (V_o) \frac{(1-D)T_s}{L} \quad (607)$$

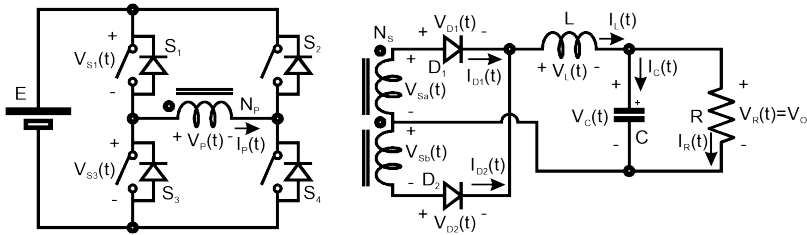
$$L \geq R \frac{(1-D)T_s}{2} \quad (608)$$

### 4.3. Retificador full-bridge

O retificador full-bridge difere do retificador Half-bridge pelo fato de necessitar de uma única fonte de tensão de alimentação para a sua operação. Dessa forma, ele é capaz de aplicar o dobro de tensão à saída quando comparado ao half-bridge. Por outro lado, o full-bridge necessita de 4 chaves ativas.

A topologia do retificador full-bridge é ilustrada na Figura 43.

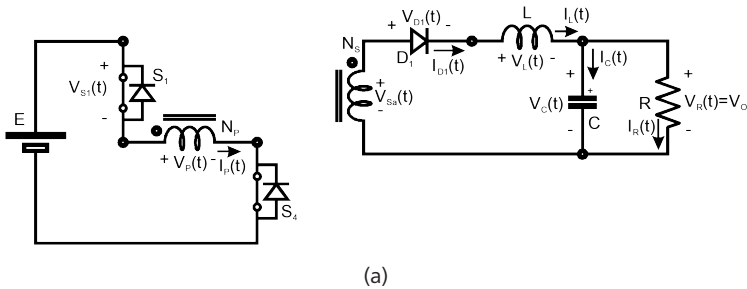
Figura 43. Retificador full-bridge.



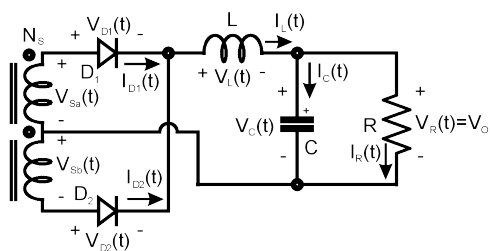
#### 4.3.1. Etapas de operação:

A Figura 44 mostra as etapas de operação, enquanto que as principais formas de onda podem ser observadas na Figura 45.

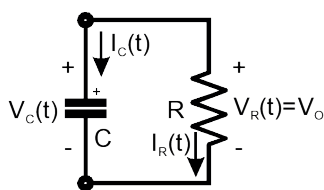
Figura 44. Etapas de operação do retificador full-bridge.  
(a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.





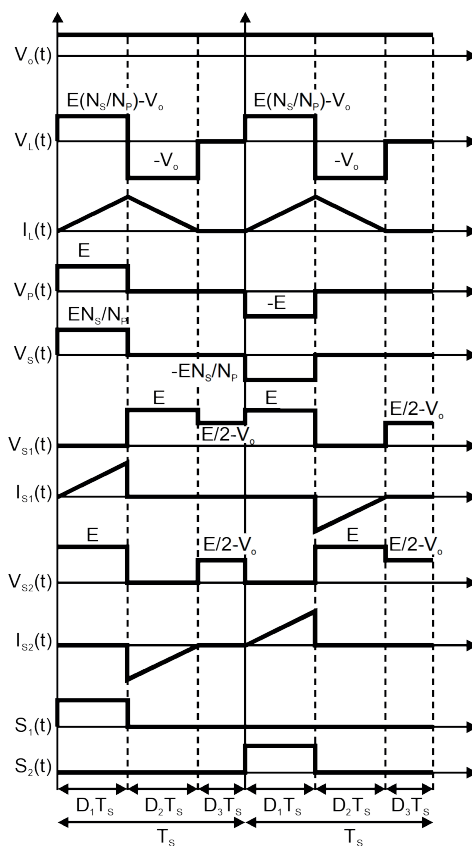


(b)



(c)

Figura 45. Principais formas de onda para o retificador full-bridge.



### 4.3.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (609)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (610)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (611)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (612)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (613)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (614)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (615)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (616)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (617)$$

$$\left( E \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) D_1 T_s + (-V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (618)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (619)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (620)$$

$$\left( E \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) D T_s + (-V_o) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (621)$$

$$E \frac{N_s}{N_p} D T_s - V_o D T_s - V_o T_s + V_o D T_s + V_o D_3 T_s = 0 \quad (622)$$

$$E \frac{N_s}{N_p} D T_s - V_o (1 - D_3) T_s = 0 \quad (623)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1 - D_3} \frac{N_s}{N_p} \quad (624)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (625)$$

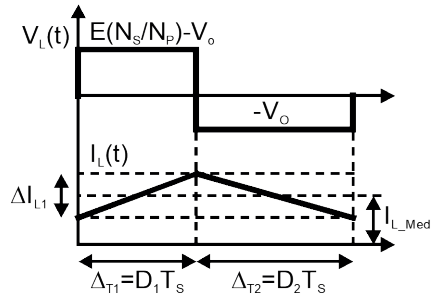
Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = D \frac{N_s}{N_p} \quad (626)$$

### 4.3.3. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 46 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 46. Formas de onda no indutor para o retificador full-bridge.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (627)$$

$$\Delta t_{11} = D T_s \quad (628)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (629)$$

$$\Delta t_{12} = (1 - D) T_s \quad (630)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (631)$$

Assim:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (632)$$

$$\Delta_{IL} = \left( E \frac{N_2}{N_1} - V_o \right) \frac{DT_s}{L} = -(-V_o) \frac{(1-D)T_s}{L} \quad (633)$$

#### 4.3.4. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$\Delta V_C(t) = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - V_o)D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (634)$$

Onde:

$$V_1 = E \frac{N_s}{N_p} \quad (635)$$

Usando a equação do ganho estático,

$$V_1 = E \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_o}{D} \quad (636)$$

$$V_2 = 0 \quad (637)$$

Então:

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D^2 - (0 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (638)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D^2 + V_o(1-D)^2 \right) \quad (639)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \frac{V_o^2}{D} - V_o D^2 + V_o - 2V_o D + V_o D^2 \right) \quad (640)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} (V_o D + V_o - 2V_o D) \quad (641)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (1-D) \quad (642)$$

Isolando C,

$$C = \frac{T_s^2}{8\Delta V_C L} V_o (1-D) \quad (643)$$

### 4.3.5. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta I_L}{2} \quad (644)$$

Considerando:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (645)$$

E

$$\Delta I_L = \frac{1}{L} (V_o) (1-D) T_s \quad (646)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R} \geq (V_o) \frac{(1-D) T_s}{L} \quad (647)$$

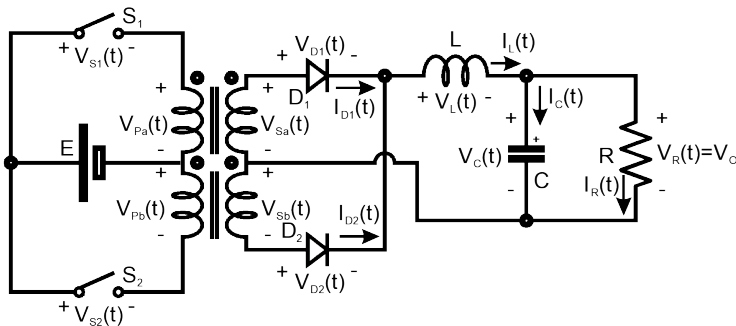
$$L \geq R \frac{(1-D) T_s}{2} \quad (648)$$

### 4.4. Retificador push-pull

O conversor Push-Pull é um conversor CC-CC chaveado que utiliza um transformador para fornecer isolamento galvânico entre a entrada e a saída, além de permitir o aumento (step-up) ou diminuição (step-down) da tensão. O nome "push-pull" deriva da maneira como as duas chaves "empurram" e "puxam" a corrente através de seções alternadas do enrolamento primário do transformador.

A topologia do retificador push-pull é ilustrada na Figura 47.

Figura 47. Retificador push-pull.



As principais vantagens do conversor push-pull são:

- I **Boa Utilização do Transformador:** O fluxo magnético no núcleo do transformador varia em ambas as direções (AC), permitindo um núcleo menor em comparação com conversores forward de um único transistor para a mesma potência.
- I **Simplicidade Relativa do Circuito de Acionamento:** Comparado a topologias como a do full-bridge, os drivers dos transistores podem ser mais simples, especialmente se os transistores estiverem referenciados ao terra.
- I **Isolamento Galvânico:** Fornecido pelo transformador.
- I **Escalabilidade da Tensão de Saída:** A relação de espiras do transformador determina o ganho de tensão.
- I **Maior Capacidade de Potência:** Geralmente pode lidar com mais potência do que um conversor flyback.
- I **Tensões nos Interruptores:** Cada interruptor normalmente precisa bloquear o dobro da tensão de entrada (2E) quando está desligado (desconsiderando picos por indutância de fuga).

Enquanto as principais vantagens são:

- I **Estresse de Tensão nos Interruptores:** Os transistores devem suportar pelo menos 2E, o que pode limitar a tensão máxima de entrada para uma dada tecnologia de transistor.
- I **Transformador com Tap Central:** Requer um enrolamento primário com derivação central, o que pode ser mais complexo de fabricar do que um enrolamento simples.
- I **Risco de Saturação do Núcleo (Desequilíbrio de Fluxo):** Se os tempos de condução (duty cycles) dos dois transistores não forem perfeitamente simétricos, ou se houver diferenças nas características dos transistores ( $V_{CE(sat)}$  ou  $R_{DS(on)}$ ), um componente DC de fluxo pode se acumular no núcleo do transformador, levando à saturação. Isso é um dos maiores desafios de design do push-pull e muitas vezes requer controle em modo corrente ou circuitos de balanceamento de fluxo.
- I **Indutância de Fuga:** A indutância de fuga do transformador pode causar picos de tensão nos transistores quando eles bloqueiam, exigindo o uso de snubbers ou clampers.
- I **Não tão eficiente quanto conversores ressonantes:** Para aplicações de altíssima eficiência.

Em resumo, o conversor push-pull é uma topologia versátil e eficaz para conversão DC-DC isolada, oferecendo boa utilização do transformador, mas exigindo atenção cuidadosa ao balanceamento de fluxo para evitar a saturação do núcleo e ao estresse de tensão nos interruptores.

#### 4.4.1. Etapas de operação:

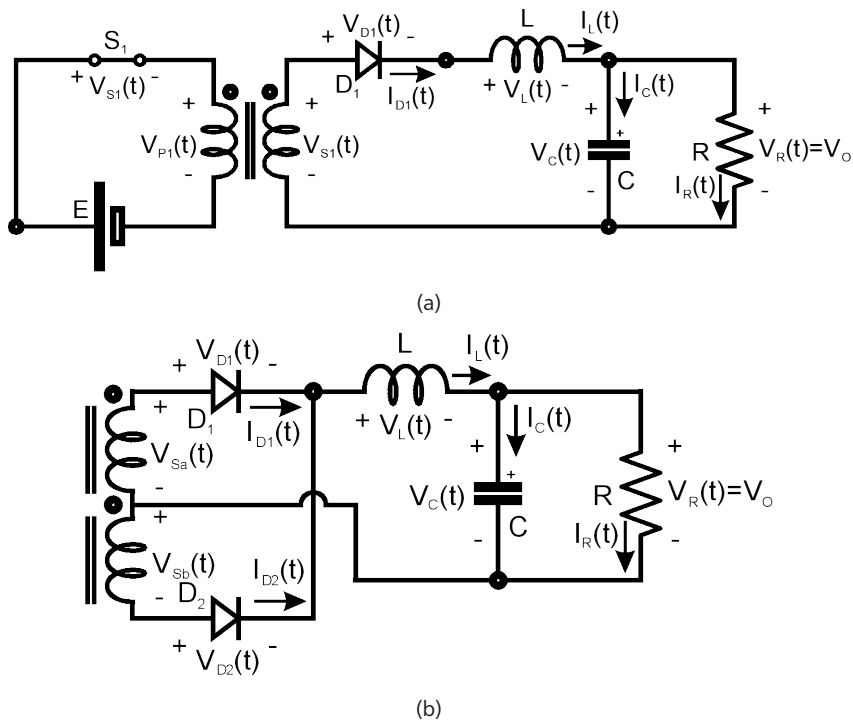
O retificador push-pull é exibido na Figura 48, enquanto que as principais formas de onda podem ser observadas na Figura 49.

A primeira etapa de operação deste conversor, Figura 48(a), inicia quando a chave  $S_1$  é fechada. A corrente entra no ponto no  $P_1$ ; dessa forma, sai no ponto no  $P_2$ , circula pelo indutor de filtro e pela carga. Na etapa 2, Figura 48(b), com a abertura da chave, a corrente de carga se divide através dos dois secundários. Caso o conversor esteja operando no modo de condução descontinua, durante a etapa 3 (Figura 48(c)), o capacitor de saída fornece energia para a carga.

Após um ciclo de operação, a primeira etapa é executada fechando-se a chave  $S_2$  em vez da  $S_1$ . As demais etapas ocorrem da mesma forma como durante o primeiro ciclo.

As principais formas de onda são ilustradas na Figura 49.

Figura 48. Etapas de operação do retificador push-pull. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.



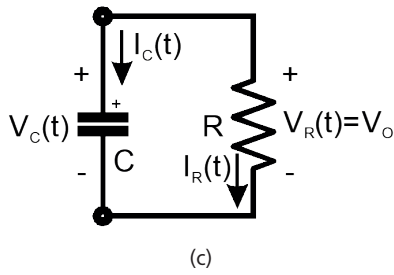
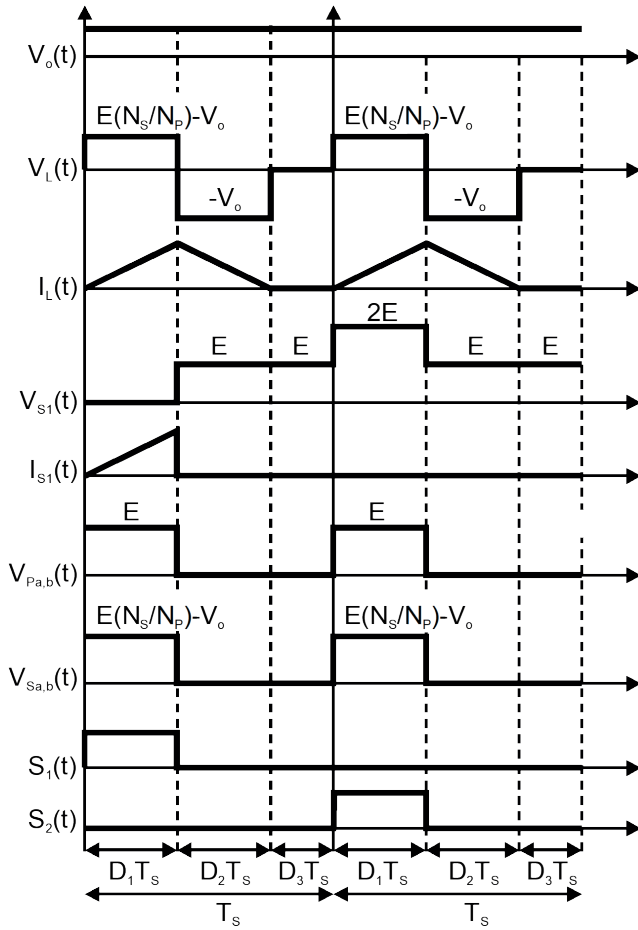


Figura 49. Principais formas de onda para o retificador push-pull.





#### 4.4.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (649)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (650)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (651)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (652)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (653)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (654)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (655)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (656)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (657)$$

$$\left( E \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) D_1 T_s + (-V_o) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (658)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (659)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (660)$$

$$\left( E \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) D T_s + (-V_o) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (661)$$

$$E \frac{N_s}{N_p} D T_s - V_o D T_s - V_o T_s + V_o D T_s + V_o D_3 T_s = 0 \quad (662)$$

$$E \frac{N_s}{N_p} D T_s - V_o (1 - D_3) T_s = 0 \quad (663)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{D}{1-D_3} \frac{N_s}{N_p} \quad (664)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (665)$$

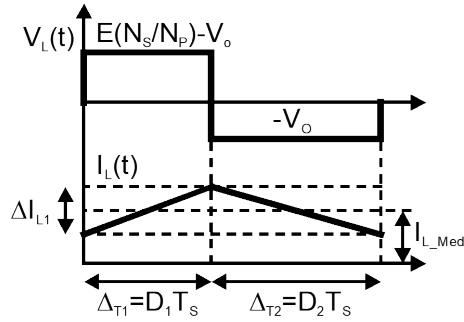
Então o ganho é

$$\frac{V_o}{E} = D \frac{N_s}{N_p} \quad (666)$$

#### 4.4.3. Ondulação de corrente no indutor

A Figura 50 mostra as formas de onda de corrente no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 50. Formas de onda no indutor para o retificador push-pull.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E \frac{N_s}{N_p} - V_o \quad (667)$$

$$\Delta_{t1} = D T_s \quad (668)$$

$$v_{L\_E2} = -V_o \quad (669)$$

$$\Delta_{t2} = (1-D) T_s \quad (670)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (671)$$

Assim:

$$\Delta_{iL} = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (672)$$

$$\Delta_{IL} = \left( E \frac{N_s}{N_p} - V_o \right) \frac{DT_s}{L} = \left| (-V_o) \frac{(1-D)T_s}{L} \right| \quad (673)$$

#### 4.4.4. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$\Delta V_C(t) = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - V_o)D^2 - (V_2 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (674)$$

Onde:

$$V_1 = E \frac{N_s}{N_p} \quad (675)$$

Usando a equação do ganho estático,

$$V_1 = E \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_o}{D} \quad (676)$$

$$V_2 = 0 \quad (677)$$

Então:

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{V_o}{D} - V_o \right) D^2 - (0 - V_o)(1-D)^2 \right) \quad (678)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_o D - V_o D^2) + V_o (1-D)^2 \right) \quad (679)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} (V_o D - V_o D^2 + V_o - 2V_o D + V_o D^2) \quad (680)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} (V_o D + V_o - 2V_o D) \quad (681)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} V_o (1-D) \quad (682)$$

Isolando C,

$$C = \frac{T_s^2}{8\Delta V_C L} V_o (1-D) \quad (683)$$

#### 4.4.5. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (684)$$

Considerando:

$$I_{L\_Med} = \frac{V_o}{R} \quad (685)$$

E

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (V_o) (1-D) T_s \quad (686)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R} \geq (V_o) \frac{(1-D) T_s}{2L} \quad (687)$$

$$L \geq R \frac{(1-D) T_s}{2} \quad (688)$$

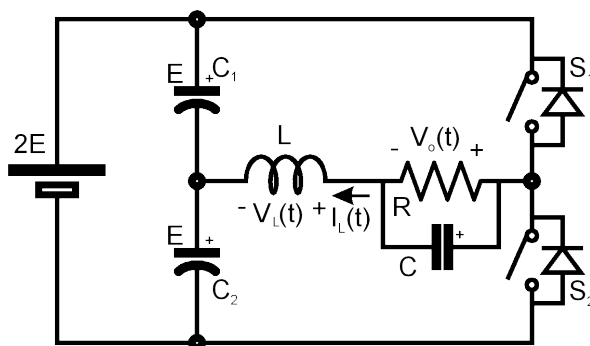


## 5. INVERSORES

### 5.1. Inversor half-bridge

Um inversor half-bridge, ou inversor de meia-ponte, Figura 51, é um tipo de conversor de energia amplamente utilizado em aplicações de eletrônica de potência. Ele é composto por duas chaves de potência, geralmente MOSFETs, e dois diodos de roda-livre, permitindo a conversão eficiente de energia elétrica.

Figura 51. Inversor half-bridge.



As principais características do inversor half-bridge incluem:

- **Eficiência Energética:** O inversor half-bridge é conhecido por sua alta eficiência na conversão de energia, o que o torna ideal para aplicações que exigem controle preciso da potência.
- **Controle da Tensão de Saída:** Ele pode fornecer uma tensão de saída controlada e estável, essencial em diversas aplicações eletrônicas.

Os inversores half-bridge são utilizados em uma variedade de aplicações, incluindo:

- Fontes de alimentação comutadas;
- Inversores de frequência variável;
- Sistemas de controle de motores.

Entre as vantagens do inversor half-bridge estão sua eficiência e capacidade de controle.

### 5.1.1. Etapas de operação

O funcionamento do inversor half-bridge é baseado na alternância de condução de suas chaves. Quando uma das chaves é ativada, Figura 52(a), a corrente flui da fonte para a carga através dessa chave. Quando a chave é desligada, Figura 52(b), a corrente retorna à fonte através do diodo de roda-livre. Essa operação permite gerar uma forma de onda de tensão que pode ser modulada para atender às necessidades específicas do sistema. Caso a corrente através do indutor de filtro se anule, o capacitor  $C$  fornecerá energia para a carga, Figura 52(c).

As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 53.

Figura 52. Etapas de operação do inversor half-bridge. (a) Etapa 1; (b) Etapa 2; e (c) Etapa 3.

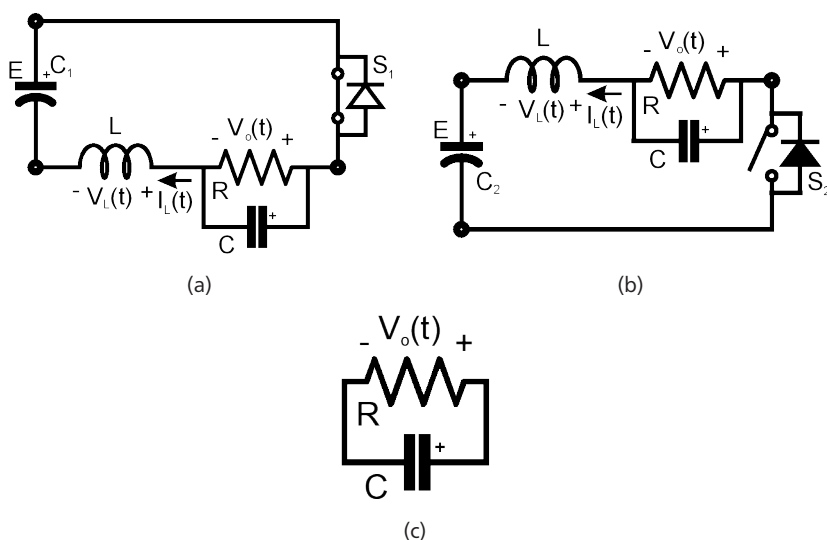
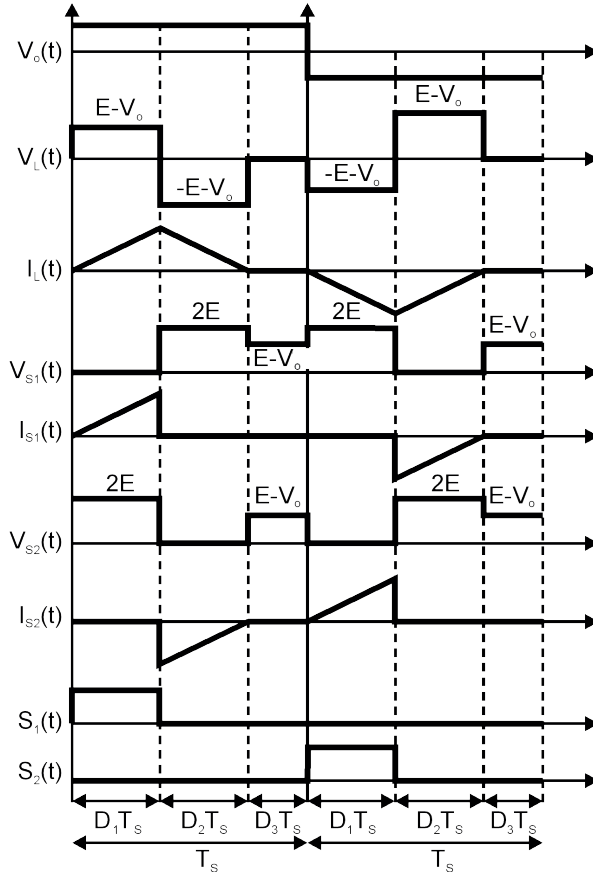


Figura 53. Principais formas de onda para o inversor half-bridge.



### 5.1.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (689)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E - v_o(\omega t) \quad (690)$$

$$v_{L\_E2} = -E - v_o(\omega t) \quad (691)$$

$$v_{L\_E3} = 0 \quad (692)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (693)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (694)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (695)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (696)$$

$$v_{L_{-E1}} \Delta_{t1} + v_{L_{-E2}} \Delta_{t2} + v_{L_{-E3}} \Delta_{t3} = 0 \quad (697)$$

$$(E - v_o(\omega t)) D_1 T_s + (-E - v_o(\omega t)) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (698)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (699)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (700)$$

$$(E - v_o(\omega t)) D T_s + (-E - v_o(\omega t)) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (701)$$

$$E D - v_o(\omega t) D - E - v_o(\omega t) + E D + v_o(\omega t) D + E D_3 + v_o(\omega t) D_3 = 0 \quad (702)$$

$$2 E D - E + E D_3 - v_o(\omega t) + v_o(\omega t) D_3 = 0 \quad (703)$$

$$v_o(\omega t) (1 - D_3) = 2 E D - E + E D_3 \quad (704)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{v_o(\omega t)}{E} = \frac{2 D - 1 + D_3}{1 - D_3} \quad (705)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (706)$$

Então o ganho é

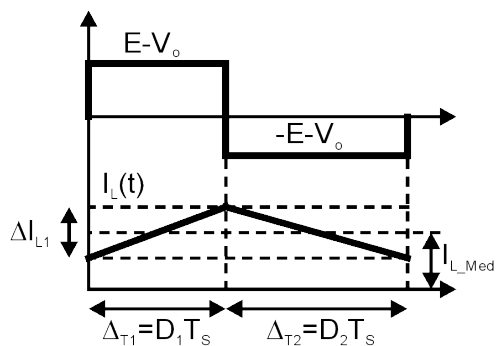
$$\frac{v_o(\omega t)}{E} = 2 D - 1 \quad (707)$$



### 5.1.3. Ondulação de corrente no indutor

Na Figura 54 são exibidas as formas de onda no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 54. Formas de onda no indutor para o inversor half-bridge.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E - v_o(\omega t) \quad (708)$$

$$\Delta t_1 = D T_s \quad (709)$$

$$v_{L\_E2} = -E - v_o(\omega t) \quad (710)$$

$$\Delta t_2 = (1 - D) T_s \quad (711)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (712)$$

Assim:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (713)$$

$$\Delta i_L = (E - v_o(\omega t)) \frac{D T_s}{L} = -\frac{1}{L} (-E - v_o(\omega t)) (1 - D) T_s \quad (714)$$

Usando (707)

$$\Delta i_L = \frac{2ED(1-D)T_s}{L} \quad (715)$$

### 5.1.4. Corrente média no indutor

A corrente média no indutor é igual à corrente média da carga. Então,

$$I_{L\_Med} = \frac{v_o(\omega t)}{R} = \frac{E(2D-1)}{R} \quad (716)$$

### 5.1.5. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$\Delta V_C(t) = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - v_o(\omega t)) D^2 - (V_2 - v_o(\omega t)) (1-D)^2 \right) \quad (717)$$

Onde:

$$V_1 = E \quad (718)$$

$$V_2 = -E \quad (719)$$

Então:

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (E - v_o(\omega t)) D^2 - (-E - v_o(\omega t)) (1-D)^2 \right) \quad (720)$$

E

$$\frac{V_o}{E} = 2D-1 \rightarrow v_o(\omega t) = E(2D-1) \quad (721)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (E - E(2D-1)) D^2 + (E + E(2D-1)) (1-D)^2 \right) \quad (722)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} E \left( (1-2D+1) D^2 + (1+2D-1) (1-2D+D^2) \right) \quad (723)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} 2E \left( (1-D) D^2 + D(1-2D+D^2) \right) \quad (724)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} 2E (D^2 - D^3 + D - 2D^2 + D^3) \quad (725)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} 2E (D - D^2) = \frac{T_s^2}{8LC} 2ED(1-D) \quad (726)$$

Portanto, C deve ser calculado para o ponto onde o produto entre D e 1-D é máximo.

### 5.1.6. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta_{IL}}{2} \quad (727)$$

Considerando:

$$I_{L\_Med} = \frac{v_o(\omega t)}{R} = \frac{E(2D-1)}{R} \quad (728)$$

e

$$\Delta_{IL} = \frac{2ED(1-D)T_s}{L} \quad (729)$$

Então:

$$\frac{E(2D-1)}{R} \geq \frac{2ED(1-D)T_s}{2L} \quad (730)$$

$$L(2D-1) \geq RD(1-D)T_s \quad (731)$$

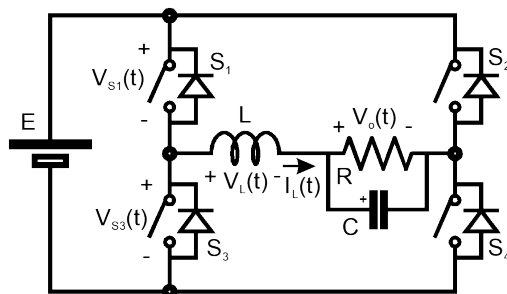
Isolando L,

$$L \geq \frac{RD(1-D)T_s}{(1-2D)} \quad (732)$$

### 5.2. Inversor full-bridge

O inversor full-bridge, ou inversor de ponte completa, Figura 55, é uma configuração de conversor de energia que utiliza quatro dispositivos semicondutores, como MOSFETs ou IGBTs, para converter corrente contínua (CC) em corrente alternada (CA). Essa topologia é amplamente utilizada em aplicações que requerem controle preciso da potência e alta eficiência.

Figura 55. Inversor full-bridge.



Algumas vantagens do inversor full-bridge incluem:

- **Eficiência:** O inversor full-bridge oferece alta eficiência na conversão de energia.
- **Controle da Tensão de Saída:** Permite um controle preciso da tensão através da utilização de técnicas de modulação.

Os inversores full-bridge são utilizados em diversas aplicações, incluindo:

- Sistemas fotovoltaicos conectados à rede
- Controle de motores
- Fontes de alimentação ininterruptas (UPS)
- Conversores CC-CA para microredes

Essas aplicações se beneficiam da capacidade do inversor full-bridge de fornecer uma saída estável e controlada, mesmo sob variações nas condições de carga.

Embora o inversor full-bridge seja mais complexo e custoso do que outras configurações, como o half-bridge, suas vantagens em termos de eficiência e controle o tornam uma escolha popular em muitas aplicações modernas de eletrônica de potência. A escolha entre um inversor half-bridge e um full-bridge geralmente depende das especificações do projeto e das necessidades específicas da aplicação.

### 5.2.1. Etapas de operação

A configuração do inversor full-bridge consiste em dois pares de chaves dispostas em uma ponte. Quando as chaves  $S_1$  e  $S_4$  são ativadas, a corrente flui no sentido positivo, Figura 56(a), e quando o outro par é ativado ( $S_2$  e  $S_3$ ), a corrente inverte, Figura 56(b) permitindo a geração de uma forma de onda alternada. Também é possível aplicar uma tensão nula à carga fechando somente uma das chaves Figura 56(c) e (d). Nesse caso, a corrente circulará também por um dos diodos em antiparalelo das chaves. Caso a corrente no indutor de saída se anule, o capacitor manterá a tensão sobre a carga. Este processo é controlado por um circuito de modulação que determina a largura dos pulsos (PWM), permitindo ajustar a tensão e a frequência da saída.

As principais formas de onda podem ser observadas na Figura 57.

Figura 56. Etapas de operação do inversor full-bridge.

(a) Etapa 1a; (b) Etapa 1b; (c) Etapa 2a; (d) Etapa 2b; e (e) Etapa 3.

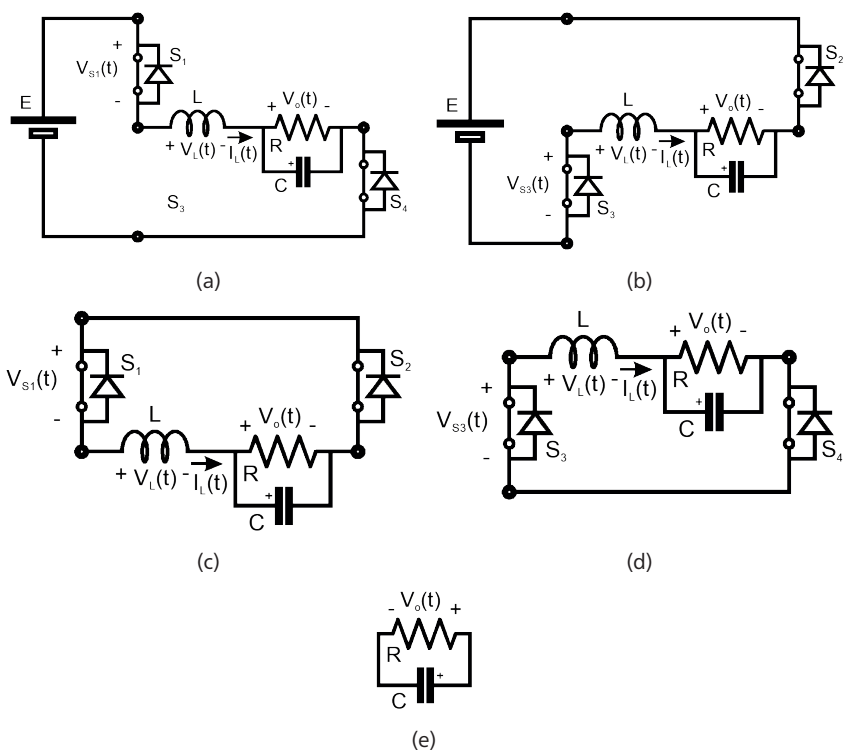
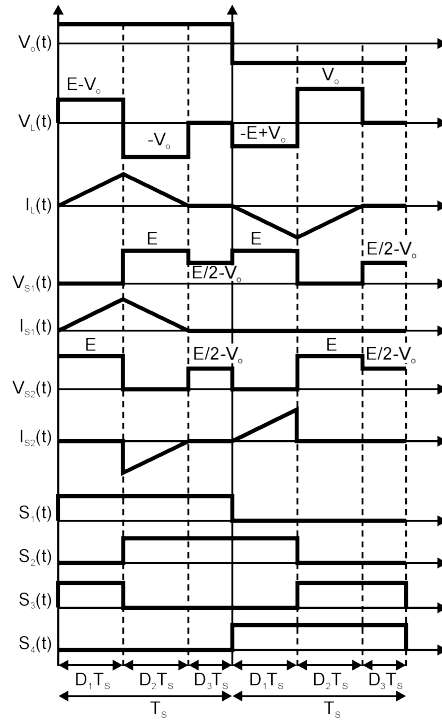


Figura 57. Principais formas de onda para o inversor full-bridge.



### 5.2.2. Análise do ganho estático (3 níveis):

Para o regime permanente tem-se:

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (733)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L_{E1}} = E - v_o(\omega t) \quad (734)$$

$$v_{L_{E2}} = -v_o(\omega t) \quad (735)$$

$$v_{L_{E3}} = 0 \quad (736)$$

$$\Delta_{t1} = D_1 T_s \quad (737)$$

$$\Delta_{t2} = D_2 T_s \quad (738)$$

$$\Delta_{t3} = D_3 T_s \quad (739)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 + A_3 = 0 \quad (740)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} + v_{L\_E3} \Delta_{t3} = 0 \quad (741)$$

$$(E - v_o(\omega t)) D_1 T_s + (-v_o(\omega t)) D_2 T_s + (0) D_3 T_s = 0 \quad (742)$$

Fazendo-se

$$D_1 = D \quad (743)$$

$$D_2 = 1 - D - D_3 \quad (744)$$

$$(E - v_o(\omega t)) D T_s + (-v_o(\omega t)) (1 - D - D_3) T_s = 0 \quad (745)$$

$$E D - v_o(\omega t) D - v_o(\omega t) + v_o(\omega t) D + v_o(\omega t) D_3 = 0 \quad (746)$$

$$E D - v_o(\omega t) + v_o(\omega t) D_3 = 0 \quad (747)$$

$$v_o(\omega t) (1 - D_3) = E D \quad (748)$$

Obtém-se o seguinte ganho:

$$\frac{v_o(\omega t)}{E} = \frac{D}{1 - D_3} \quad (749)$$

Para o Modo de condução contínua,

$$D_3 = 0 \quad (750)$$

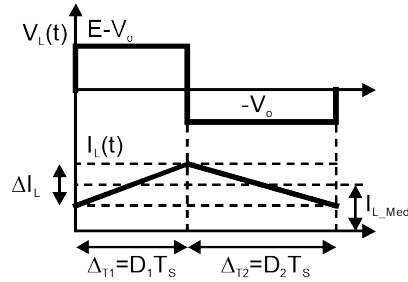
Então o ganho é

$$\frac{v_o(\omega t)}{E} = D \quad (751)$$

### 5.2.3. Ondulação de corrente no indutor

Na Figura 58 são exibidas as formas de onda no indutor para o modo de condução contínua.

Figura 58. Formas de onda no indutor para o inversor full-bridge.



Considerando a etapa 1, tem-se:

$$v_{L\_E1} = E - v_o(\omega t) \quad (752)$$

$$\Delta t_1 = D T_s \quad (753)$$

$$v_{L\_E2} = -v_o(\omega t) \quad (754)$$

$$\Delta t_2 = (1 - D) T_s \quad (755)$$

Para um indutor,

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (756)$$

Assim:

$$\Delta i_L = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (757)$$

$$\Delta i_L = (E - v_o(\omega t)) \frac{D T_s}{L} = \left| \frac{1}{L} (-v_o(\omega t)) (1 - D) T_s \right| \quad (758)$$

#### 5.2.4. Corrente média no indutor

A corrente média no indutor é igual à corrente média da carga. Então,

$$I_{L\_Med} = \frac{v_o(\omega t)}{R} \quad (759)$$

#### 5.2.5. Ondulação de tensão no capacitor

Para o capacitor, tem-se que:

$$\Delta V_C(t) = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (V_1 - v_o(\omega t))^2 D^2 - (V_2 - v_o(\omega t))^2 (1 - D)^2 \right) \quad (760)$$



Onde:

$$V_1 = E \quad (761)$$

$$V_2 = 0 \quad (762)$$

Então:

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( (E - v_o(\omega t)) D^2 - (-v_o(\omega t))(1-D)^2 \right) \quad (763)$$

Como, da equação do ganho estático,

$$\frac{v_o(\omega t)}{E} = D \rightarrow E = \frac{v_o(\omega t)}{D} \quad (764)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} \left( \left( \frac{v_o(\omega t)}{D} - v_o(\omega t) \right) D^2 + (v_o(\omega t))(1-D)^2 \right) \quad (765)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} (v_o(\omega t) D - v_o(\omega t) D^2 + v_o(\omega t) - 2v_o(\omega t) D + v_o(\omega t) D^2) \quad (766)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} (v_o(\omega t) D + v_o(\omega t) - 2v_o(\omega t) D) \quad (767)$$

$$\Delta V_C = \frac{T_s^2}{8LC} v_o(\omega t) (1-D) \quad (768)$$

Isolando C,

$$C = \frac{T_s^2}{8L\Delta V_C} v_o(\omega t) (1-D) \quad (769)$$

Portanto, C deve ser calculado para o ponto onde o produto é máximo.

## 5.2.6. Modos de operação

Para operação no modo de condução contínua, tem-se a seguinte condição:

$$I_{L\_Med} \geq \frac{\Delta I_L}{2} \quad (770)$$

Considerando:

$$I_{L\_Med} = \frac{v_o(\omega t)}{R} \quad (771)$$

e

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} v_L \Delta t \quad (772)$$

$$\Delta_{IL} = \frac{1}{L} (E - v_o(\omega t)) D T_s = \left| \frac{1}{L} (-v_o(\omega t)) (1-D) T_s \right| \quad (773)$$

Então:

$$\frac{V_o}{R} \geq \frac{1}{L} (E - v_o(\omega t)) \frac{D T_s}{2} \quad (774)$$

Como:

$$\frac{v_o(\omega t)}{E} = D \rightarrow E = \frac{v_o(\omega t)}{D} \quad (775)$$

Então

$$\frac{v_o(\omega t)}{R} \geq \frac{1}{L} \left( \frac{V_o}{D} - v_o(\omega t) \right) \frac{D T_s}{2} \quad (776)$$

$$\frac{v_o(\omega t)}{R} \geq \frac{v_o(\omega t)}{L} \frac{(1-D) T_s}{2} \quad (777)$$

Isolando L,

$$L \geq \frac{R(1-D) T_s}{2} \quad (778)$$



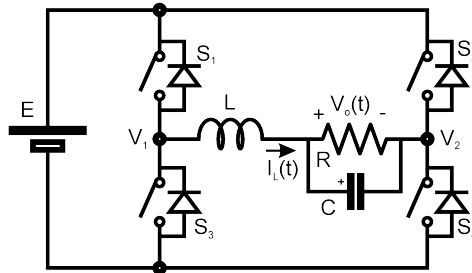
## 6. MODULAÇÃO

Nesta seção serão estudados alguns tipos de modulação aplicados em inversores.

### 6.1. Modulação de inversores

A Figura 59 será considerada na estudo a seguir, pois a mesma é capaz de aplicar a tensão  $E$  ou a tensão zero aos terminais  $V_1$  e  $V_2$ .

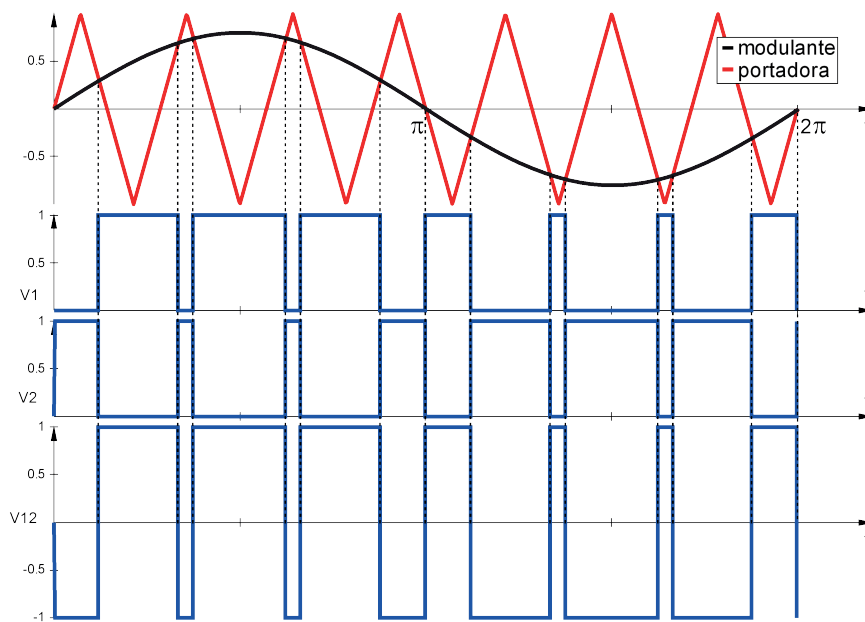
Figura 59. Inversor com duas pernas.



#### 6.1.1. PWM unipolar

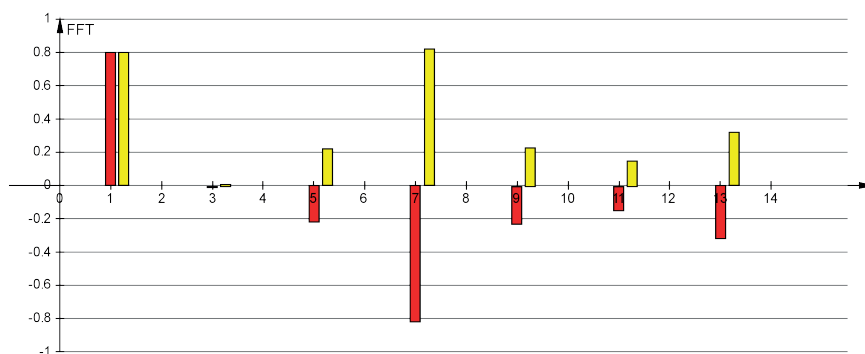
As formas de onda para a comparação de uma onda senoidal com uma onda triangular são mostradas na Figura 60.

Figura 60. Formas de onda para a modulação PWM unipolar.



A representação da FFT resultante é feita na Figura 61:

Figura 61. FFT para a modulação PWM unipolar.

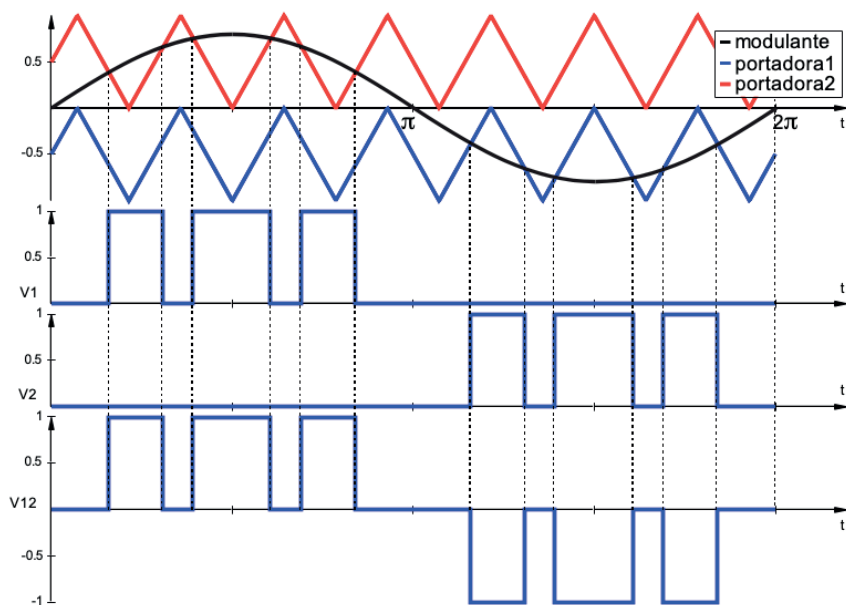


FFT calculada: 1,18.

### 6.1.2. PWM com nível deslocado

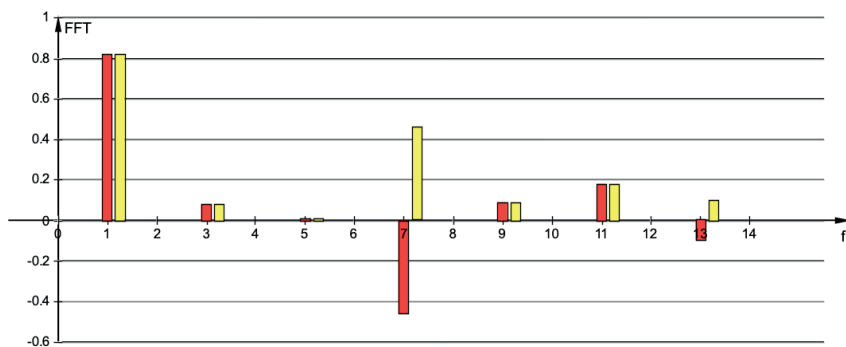
As formas de onda para a comparação de uma onda senoidal com duas ondas triangulares são mostradas na Figura 62; cada triangular possui um offset diferente.

Figura 62. Formas de onda para a modulação PWM com nível deslocado



Por sua vez, a representação da FFT resultante é feita na Figura 63:

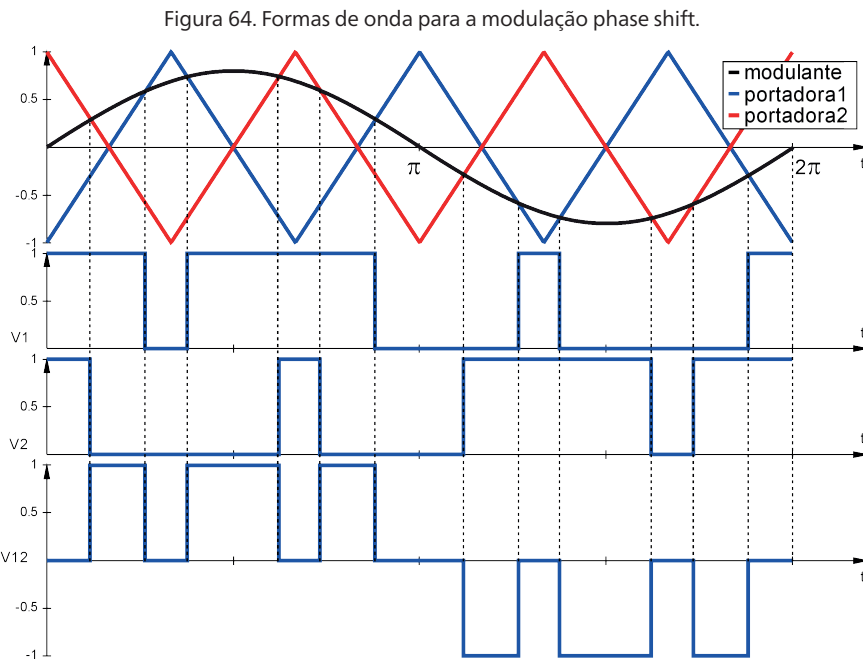
Figura 63. FFT para a modulação PWM com nível deslocado.



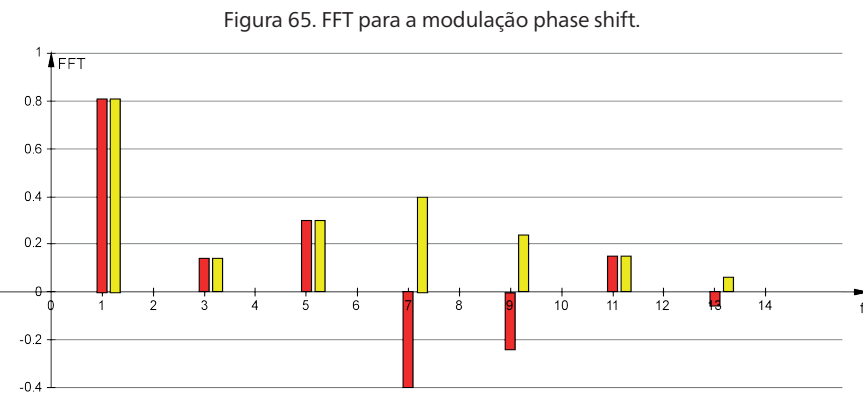
FFT calculada: 0,63.

6.1.3. Phase Shift

As formas de onda para a comparação de uma onda senoidal com duas ondas triangulares são mostradas na Figura 64. Observa-se que as formas de onda triangulares estão deslocadas entre si por 180°.



A representação da FFT resultante é feita na Figura 65:



FFT calculada: 0,73.

## 6.2. Modulação Multinível

### 6.2.1. Modulação Vetorial

A modulação SVM é a técnica que utiliza vetores espaciais. O seu desenvolvimento consiste em determinar uma sequência de chaveamento para o conversor por meio de complexos algoritmos computacionais, como descrito em (KOURO et al., 2010).

### 6.2.2. Modulação baseada em níveis de tensão

#### Modulação PWM Multiportadoras (Multi-Carrier PWM)

A modulação por largura de pulso (Pulse Width Modulation - PWM) é a técnica mais utilizada para o acionamento de conversores. É a partir dela que se define o comportamento dos interruptores, estabelecendo a razão cíclica e a frequência de comutação. Em conversores multiníveis, esta técnica utiliza múltiplas portadoras e divide-se em duas categorias principais:

##### *i. PWM com Deslocamento de Fase (PS-PWM - Phase Shift):*

Este método possui N portadoras triangulares idênticas (mesma amplitude VDC e frequência  $f_c$ ). Nesta disposição, cada portadora é responsável pelo acionamento de um submódulo. As portadoras são deslocadas em  $360^\circ/n$  uma da outra, onde n é o número de portadoras (ou submódulos). Assim, cada braço do conversor possui um determinado grupo de portadoras.

##### *ii. PWM com Deslocamento de Nível (LS-PWM - Level Shift):*

Nesta categoria, as portadoras são dispostas verticalmente (diferentes níveis médios). Existem três variantes principais:

**PD-PWM (Phase Disposition - Disposição em Fase):** Considera a disposição das portadoras em fase. Além de estarem em fase, as portadoras possuem a mesma amplitude, diferenciando-se apenas pelo seu valor médio (offset vertical).

**POD-PWM (Phase Opposition Disposition - Disposição em Oposição de Fase):** As portadoras possuem a mesma amplitude, porém as portadoras acima do zero estão em oposição de fase ( $180^\circ$ ) em relação às portadoras abaixo do zero.

**APOD-PWM (Alternative Phase Opposition Disposition - Disposição em Oposição Alternada de Fase):** As portadoras possuem a mesma amplitude, mas cada portadora adjacente é deslocada em oposição de fase alternadamente em relação à anterior.

### **b) Eliminação Seletiva de Harmônicas (SHE)**

Tem como objetivo determinar matematicamente os ângulos de comutação exatos para a obtenção da componente fundamental desejada, eliminando simultaneamente harmônicos de baixa ordem indesejados. É geralmente utilizada em baixas frequências de comutação.

### **c) Modulação pelo Nível Mais Próximo (NLM - Nearest Level Modulation)**

A Nearest Level Modulation consiste em aproximar a tensão de referência para o nível de tensão disponível mais próximo no conversor. É uma técnica frequentemente implementada em conversores que apresentam um grande número de módulos (alta contagem de níveis), onde a forma de onda resultante é muito próxima de uma senoide pura.

### **d) Modulação Híbrida**

Combina características de diferentes técnicas de modulação (como PWM e NLM) ou opera com diferentes frequências de comutação para otimizar a eficiência e a qualidade da energia.



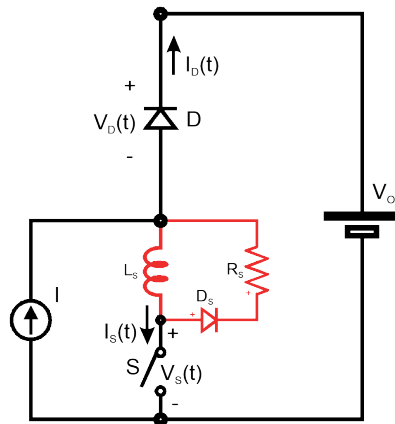


## 7. SNUBBERS

### 7.1. Snubber de turn-on

São snubbers utilizados para reduzir as perdas no acionamento das chaves, como por exemplo aquele da Figura 66.

Figura 66. Conversor boost com snubber de turn-on.



#### 7.1.1. Etapas de operação

Inicialmente toda a corrente da fonte de entrada circula através da chave em série com indutor  $L_s$ , Figura 67(a). Quando esta chave bloqueia, Figura 67(b), a corrente que está circulando através do indutor passa a descarregar na resistência  $R_s$ . Ao mesmo tempo, a corrente da fonte de entrada circula para carga através do diodo D. Na etapa seguinte, Figura 67(c) toda corrente da fonte de entrada circula através do diodo D. Quando a chave S for acionada novamente, Figura 67(d), a corrente que circula através do diodo D passa a desviar para esta chave, sendo aplicada a tensão de saída,  $V_o$ , através do indutor que começa a carregar linearmente; quando este indutor assume a corrente de entrada, o diodo D bloqueia reiniciando o ciclo.

As principais formas de onda do conversor boost com snubber de turn-on são ilustradas na Figura 68.

Figura 67. Etapas de operação do conversor boost com snubber de turn-on.  
(a) Etapa 1; (b) Etapa 2; (c) Etapa 3 e (d) Etapa 4.

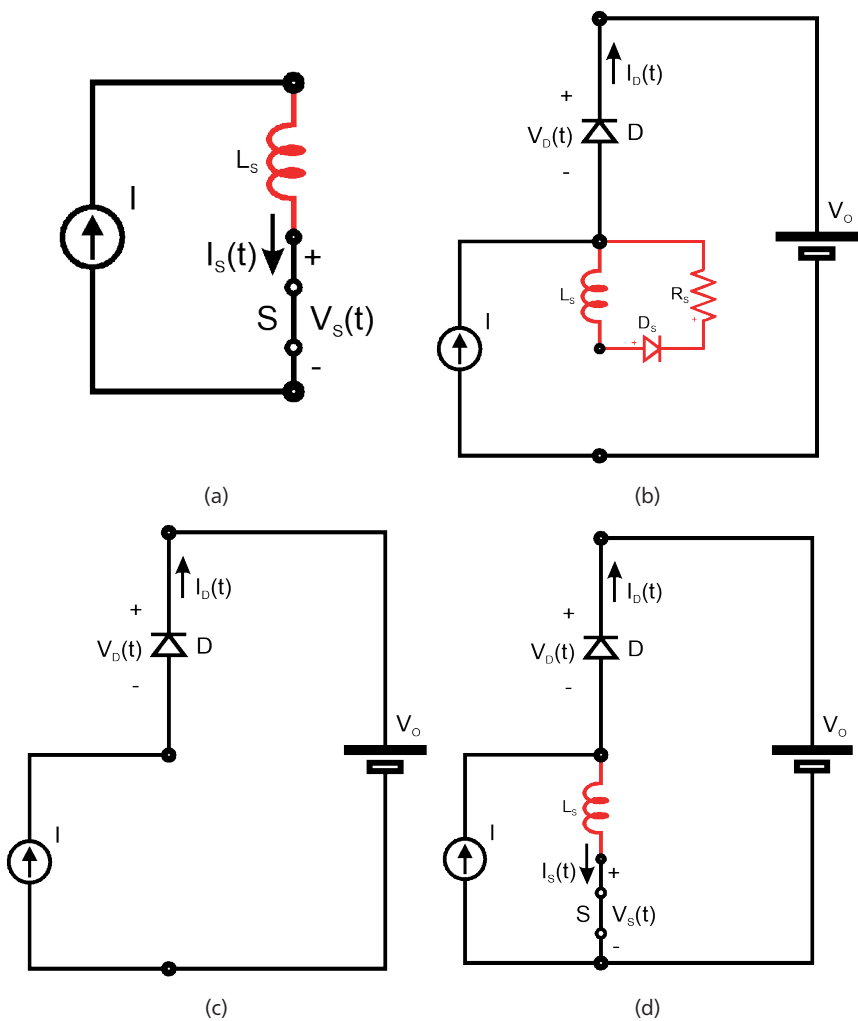
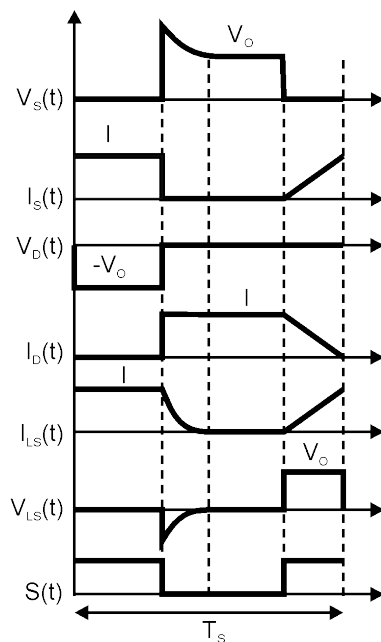


Figura 68. Principais formas de onda do conversor boost com snubber de turn-on.



Tensão máxima através da chave S

$$V_{SMax} = V_o + I R_S \quad (779)$$

Carga do indutor

$$I_{LS}(t) = \frac{V_o}{L_s} t \quad (780)$$

Descarga do indutor

$$I_{LS}(t) = I e^{-t/\tau} \quad (781)$$

$$V_{LS}(t) = -I R_S e^{-t/\tau} \quad (782)$$

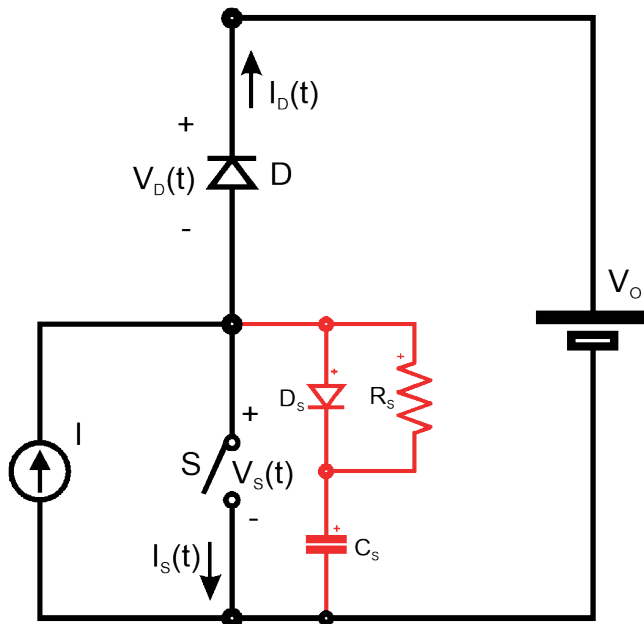
Onde

$$\tau = \frac{L_S}{R_S} \quad (783)$$

## 7.2. Snubber de turn-off

A Figura 69 ilustra o conversor boost com célula snubber de bloqueio. Este snubber é utilizado para amenizar a transição de bloqueio da chave  $S$ , de forma que a tensão da chave  $S$  cresce mais lentamente quando ocorre o seu bloqueio devido ao capacitor  $C_s$  em paralelo com a mesma.

Figura 69. Conversor boost com snubber de turn-off.



### 7.2.1. Etapas de operação

Inicialmente a corrente da fonte de entrada circula integralmente através da chave  $S$ , Figura 70(a). Quando esta chave é bloqueada, a corrente passa a circular através do diodo  $D_s$ , carregando o capacitor  $C_s$  linearmente. Quando a tensão no capacitor  $C_s$  atinge a tensão de saída ( $V_o$ ), o diodo  $D$  fica polarizado diretamente, entrando em condução. Quando a chave  $S$  for acionada novamente, a energia armazenada no capacitor descarrega sobre o resistor  $R_s$ .

As principais formas de onda do conversor boost com snubber de turn-off são ilustradas na Figura 71.

Figura 70. Etapas de operação do conversor boost com snubber de turn-off.  
(a) Etapa 1; (b) Etapa 2; (c) Etapa 3 e (d) Etapa 4.

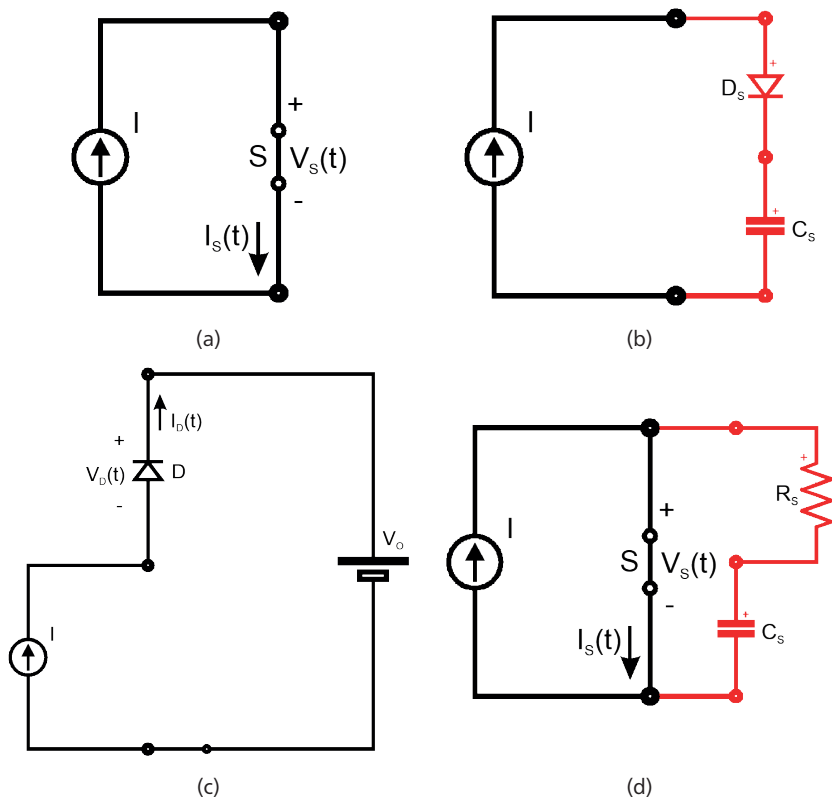
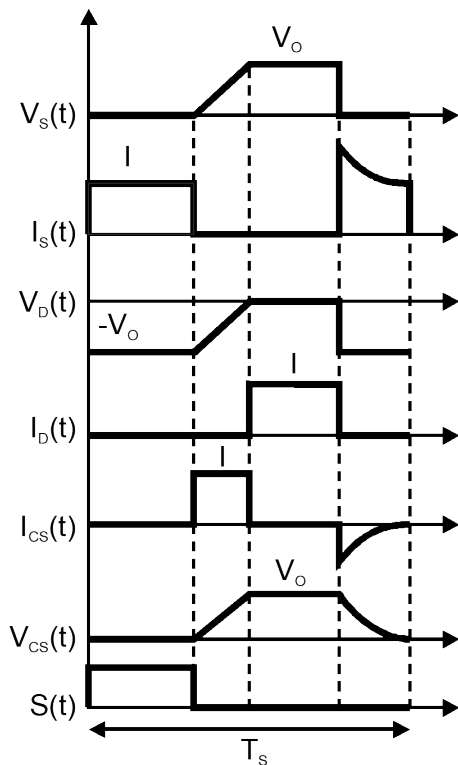


Figura 71. Principais formas de onda do conversor boost com snubber de turn-off.



Corrente máxima através da chave S

$$I_{SMax} = I + \frac{V_o}{R} \quad (784)$$

Carga do capacitor

$$V_{Cs}(t) = \frac{I}{C_s} t \quad (785)$$

Descarga do capacitor

$$V_{Cs}(t) = V_o e^{-t/\tau} \quad (786)$$

$$I_{Cs}(t) = -\frac{V_o}{R_s} e^{-t/\tau} \quad (787)$$

Onde

$$\tau = R_s C_s \quad (788)$$

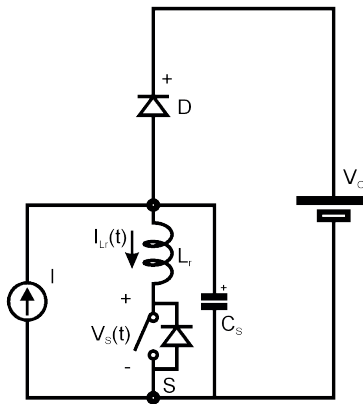


## 8. COMUTAÇÃO SUAVE

### 8.1. ZCS-FM

Objetivo: propiciar o bloqueio da chave S sob ZVS e sua entrada em condução com  $di/dt$  limitado, Figura 72.

Figura 72. Conversor boost com célula ZCS-FM.



A chave S deve ser acionada enquanto seu diodo antiparalelo conduz.

Condição de funcionamento:

$$V_o > Z_r I \quad (789)$$

#### 8.1.1. Etapas de operação:

A Figura 73 mostra as etapas de operação, enquanto a Figura 74 exhibe o plano de fase e as principais formas de onda. Durante a etapa 1, Figura 73(a) toda corrente da fonte de entrada circula através do diodo. Na etapa 2, Figura 73(b), a chave é acionada e a corrente passa a crescer através do indutor, pois sua tensão é positiva. Na etapa 3, Figura 73(c), a corrente através do indutor atinge o valor da fonte de corrente de entrada, fazendo com que o diodo bloqueie. Durante a etapa 4,

Figura 73(d) como o diodo não está mais grampeando a tensão do capacitor, a energia deste entra em ressonância juntamente com a do indutor, descarregando o capacitor. Na última etapa, Figura 73(e), o capacitor é carregado linearmente até atingir a tensão de saída.

Figura 73. Etapas de operação do conversor boost com célula ZCS-FM.  
(a) Etapa 1; (b) Etapa 2; (c) Etapa 3; (d) Etapa 4; e (e) Etapa 5.

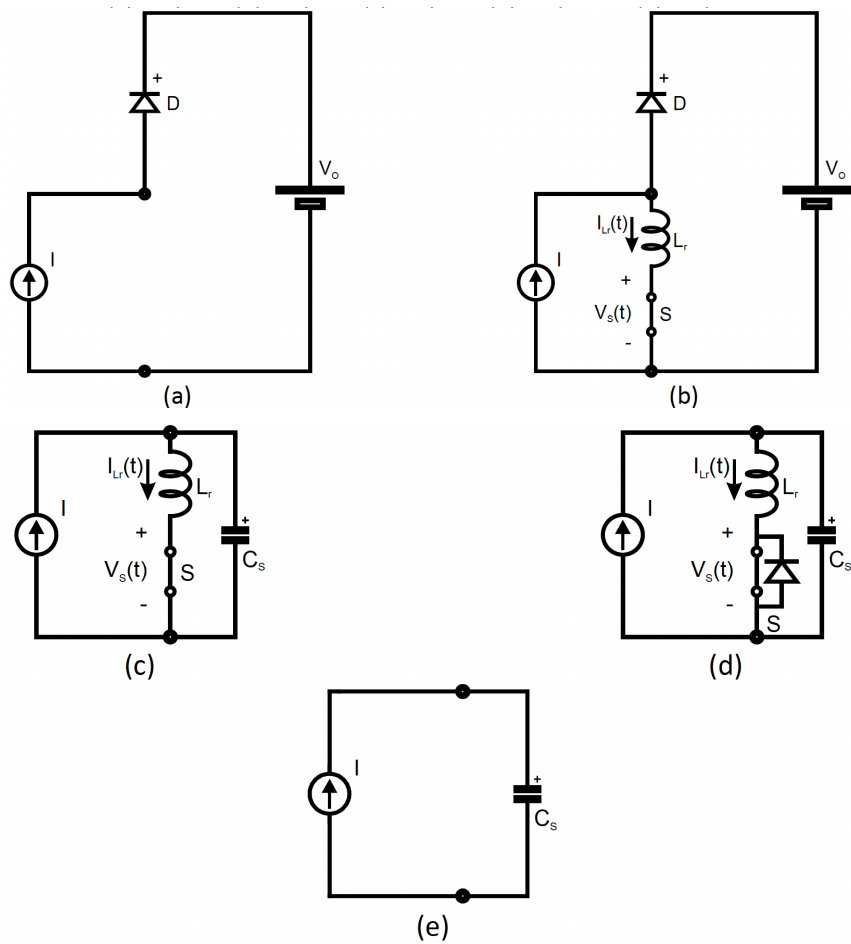
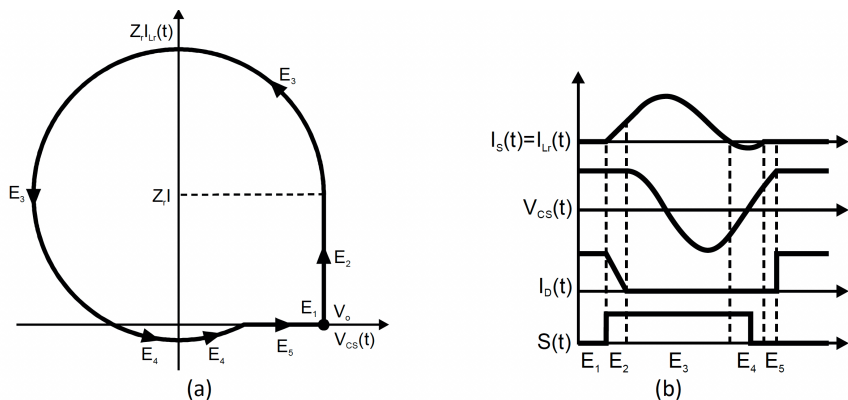


Figura 74. Principais formas de onda do conversor boost com ZCS-FM.  
(a) Plano de Fase e (b) Formas de onda.

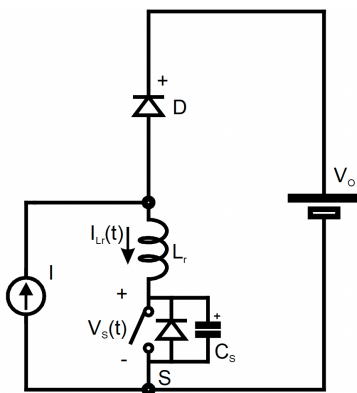




## 8.2. ZVS-FM

O objetivo desta célula é propiciar a entrada em condução da chave  $S$  sob ZVS e o bloqueio com  $dv/dt$  limitado. A célula aplicada ao conversor boost é mostrada na Figura 75.

Figura 75. Conversor boost com célula ZVS-FM.



A chave  $S$  deve ser acionada enquanto seu diodo antiparalelo conduz.

Condição de funcionamento:

$$V_o < Z_r I$$

( 790 )

### 8.2.1. Etapas de operação:

A Figura 76 mostra as principais etapas de operação, enquanto a Figura 78 mostra as principais formas de onda e o plano de fase. Durante a etapa 1, Figura 76(a), toda a corrente da fonte de entrada circula através do indutor em série com a chave. Na etapa 2, Figura 76(b), abre-se a chave e o capacitor começa a carregar com a corrente da fonte de entrada. Durante a etapa 3, Figura 76(c), o diodo entra em condução permitindo que a energia do capacitor ressonance com a energia do indutor. Assim que o capacitor descarrega, o diodo entra em condução. Então, durante a etapa 4, Figura 76(d), o indutor começa a carregar através do diodo antiparalelo da chave e depois através da chave, Figura 76(e), até que a corrente através do indutor atinja o valor da corrente de entrada.

Figura 76. Etapas de operação do conversor boost com célula ZVS-FM.

(a) Etapa 1; (b) Etapa 2; (c) Etapa 3; (d) Etapa 4; e (e) Etapa 5.

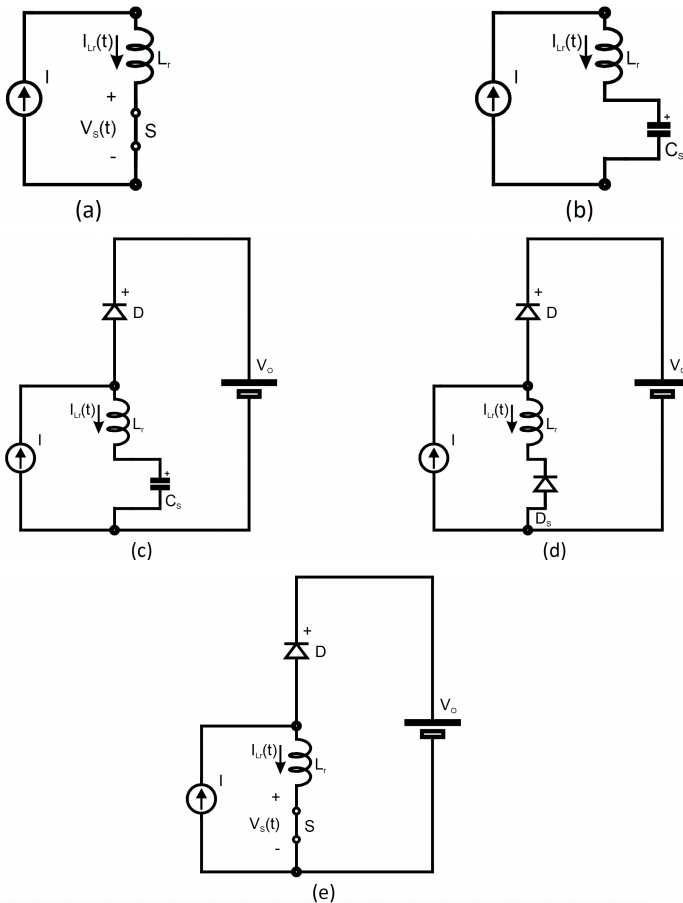
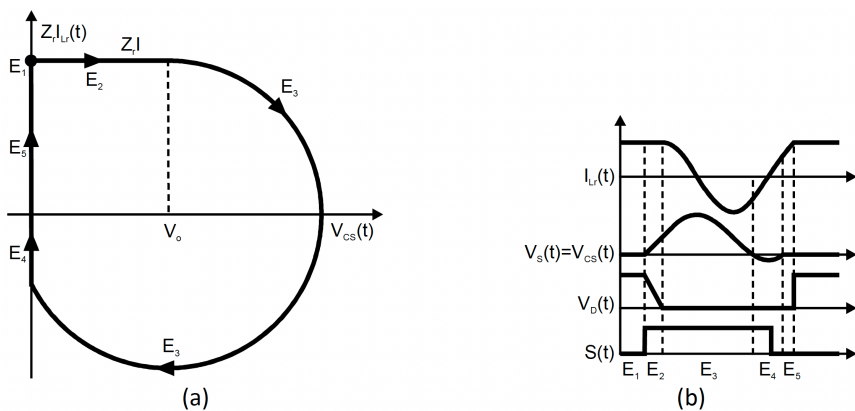


Figura 77. Principais formas de onda do conversor boost com ZVS-FM.

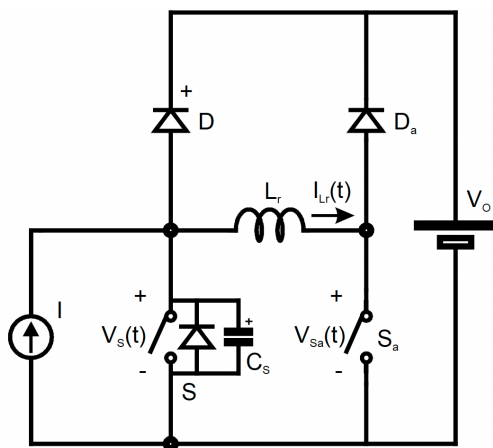
(a) Plano de Fase e (b) Formas de onda.



### 8.3. ZVT

A Figura 78 mostra a célula ZVT aplicado ao conversor boost.

Figura 78. Conversor boost com célula ZVT.



### 8.3.1. Etapas de operação:

Durante a etapa 1, Figura 79(a), toda a corrente da fonte de entrada circula através do diodo D. Esta etapa termina quando a chave  $S_a$  é acionada (Figura 79(b)) e a tensão  $V_o$  é aplicada sobre o indutor e a corrente através do mesmo passa a crescer linearmente até o instante em que essa corrente atinge o valor da fonte de corrente de entrada ( $I$ ). Nesse instante, Figura 79(c), o diodo D bloqueia e o indutor passa a descarregar o capacitor de maneira ressonante. Com o capacitor descarregado, Figura 79(d), o diodo antiparalelo da chave S entre em condução. Nesse instante abre-se a chave  $S_a$  e uma tensão reversa é aplicada sobre o indutor, de modo que sua corrente se reduza até se anular. Na próxima etapa, Figura 79(e), toda corrente fica circulando através da chave principal. Quando a chave principal é aberta, Figura 79(f), o capacitor em paralelo para esta chave carregará linearmente até atingir a tensão  $V_o$ .

Figura 79. Etapas de operação do conversor boost com célula ZVT.

(a) Etapa 1; (b) Etapa 2; (c) Etapa 3; (d) Etapa 4; (e) Etapa 5; e (f) Etapa 6.

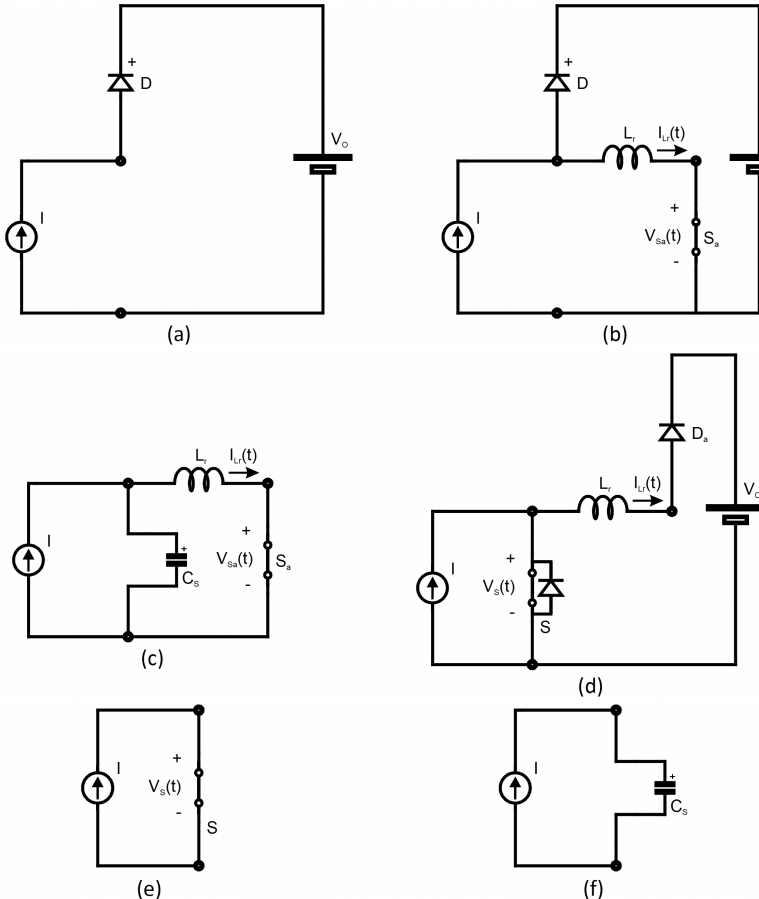
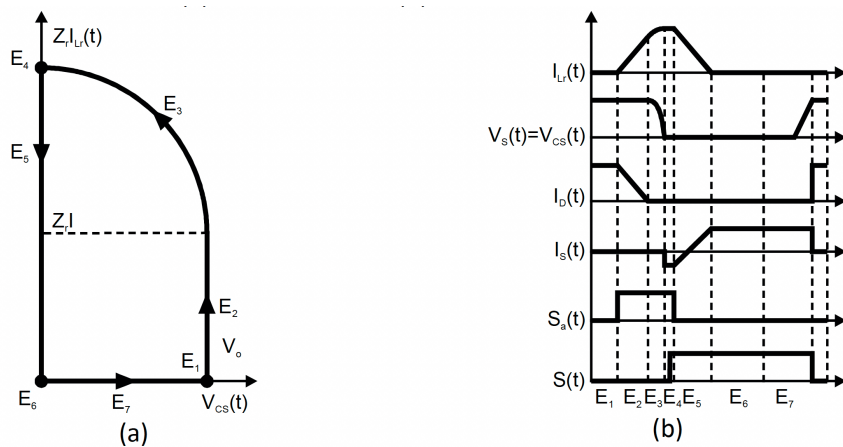


Figura 80. Principais formas de onda do conversor boost ZVT.

(a) Plano de Fase e (b) Formas de onda.



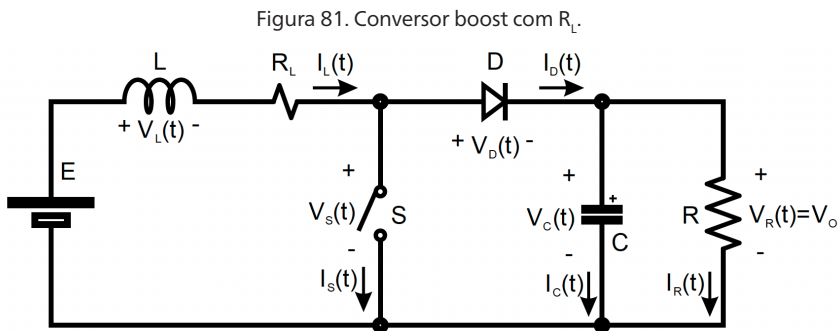


## 9. MODELAGEM

### 9.1. Modelagem do Conversor boost com $R_L$

Nesta seção será realizada a modelagem do conversor Boost com resistência parasita no indutor.

A Figura 81 mostra o conversor que será modelado nesta seção.

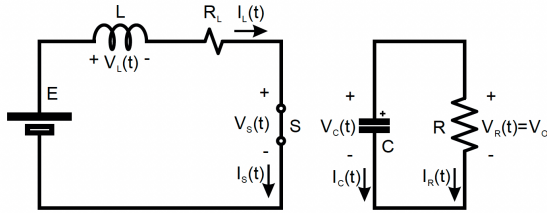


#### 9.1.1. Etapas de operação:

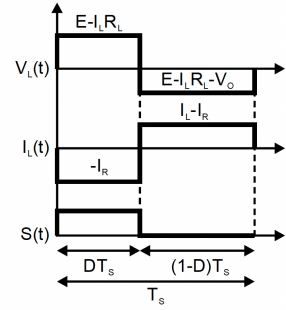
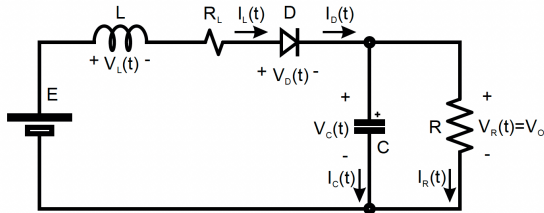
Na Figura 82 são ilustradas as etapas de operação e as principais formas de onda para estas etapas.

Figura 82. Etapas de operação do conversor boost com  $R_L$ .

Etapa 1:



Etapa 2:



### 9.1.2. Análise do ganho estático:

Para o regime permanente, considerando-se que a tensão média no indutor é nula, tem-se:

$$A_1 + A_2 = 0 \quad (791)$$

Para as etapas 1, 2 e 3 tem-se:

$$v_{L\_E1} = E - R_L I_L \quad (792)$$

$$v_{L\_E2} = E - V_o - R_L I_L \quad (793)$$

$$\Delta_{t1} = D T_s \quad (794)$$

$$\Delta_{t2} = (1-D) T_s \quad (795)$$

Aplicando-se em

$$A_1 + A_2 = 0 \quad (796)$$

$$v_{L\_E1} \Delta_{t1} + v_{L\_E2} \Delta_{t2} = 0 \quad (797)$$

Então

$$(E - R_L I_L) D T_s + (E - V_o - R_L I_L) (1-D) T_s = 0 \quad (798)$$

Dividindo por  $T_s$

$$(E - R_L I_L)D + (E - V_o - R_L I_L)(1 - D) = 0 \quad (799)$$

$$ED - R_L I_L D + E - ED - V_o + V_o D - R_L I_L + R_L I_L D = 0 \quad (800)$$

$$E - V_o(1 - D) - R_L I_L = 0 \quad (801)$$

Para o regime permanente, considerando-se que a corrente média no capacitor é nula, tem-se:

$$A_1 + A_2 = 0 \quad (802)$$

$$i_{C\_E1} \Delta_{t1} + i_{C\_E2} \Delta_{t2} = 0 \quad (803)$$

Para as etapas 1 e 2 tem-se:

$$i_{C\_E1} = -i_R \quad (804)$$

$$i_{C\_E2} = i_L - i_R \quad (805)$$

$$\Delta_{t1} = D T_s \quad (806)$$

$$\Delta_{t2} = (1 - D) T_s \quad (807)$$

Assim,

$$-i_R D T_s + (i_L - i_R)(1 - D) T_s = 0 \quad (808)$$

$$-i_R D + (i_L - i_R)(1 - D) = 0 \quad (809)$$

$$-i_R D + i_L - i_R - i_L D + i_R D = 0 \quad (810)$$

Então

$$i_L(1 - D) = i_R \quad (811)$$

$$i_L = \frac{V_o}{R(1 - D)} \quad (812)$$

Dessa forma,

$$E - V_o(1 - D) - R_L \frac{V_o}{R(1 - D)} = 0 \quad (813)$$

$$E = V_o \left( 1 - D + \frac{R_L}{R(1 - D)} \right) \quad (814)$$

Obtém-se o seguinte ganho:



$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{1-D + \frac{R_L}{R(1-D)}} \quad (815)$$

### 9.1.3. Modelo Equivalente

Conforme visto em ( 801 ),

$$E - V_o(1-D) - R_L I_L = 0 \quad (816)$$

Assim,

$$E - R_L I_L = V_o(1-D) \quad (817)$$

E em ( 812 )

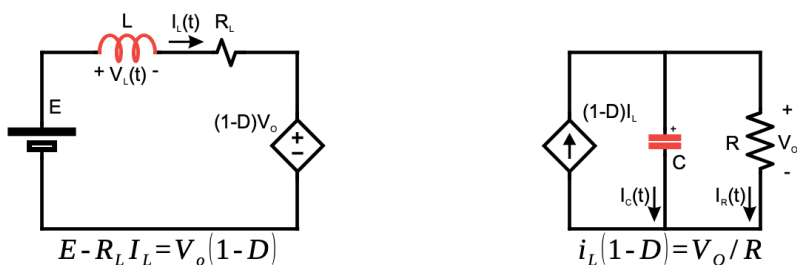
$$i_L = \frac{V_o}{R(1-D)} \quad (818)$$

Então

$$i_L(1-D) = \frac{V_o}{R} \quad (819)$$

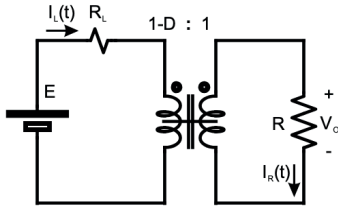
A Figura 83 ilustra o modelo derivado para o conversor boost com  $R_L$ . A malha da esquerda ilustra a equação ( 817 ) e a malha da direita a equação ( 819 ).

Figura 83. Modelo do conversor boost com  $R_L$  utilizando fontes controladas.



Criando o modelo: para obter-se o modelo com uma única malha, primeiro substituem-se as fontes controladas por um “transformador CC” (ou seja, um transformador que operasse em corrente contínua). A relação de espiras do transformador é obtida através dos ganhos de tensão e de corrente das fontes controladas, Figura 84.

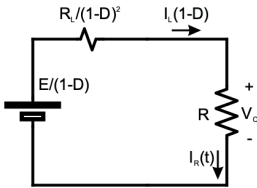
Figura 84. Modelo do conversor boost com  $R_L$  utilizando transformador CC.



$$\frac{V_o}{V_1} = \frac{1}{1-D} = M(D)$$

Simplificando: para remover o transformador da estrutura, pode-se refletir os elementos do primário para o secundário, ou vice-versa.

Figura 85. Modelo do conversor boost com  $R_L$  refletido para o secundário.



$$E(2) = M(D)E = E/(1-D)$$

$$R_L(2) = R_L M(D)^2 = R_L/(1-D)^2$$

$$I_L(2) = I_L(1)/(M(D)) = I_L(1-D)$$

Aplicando a LTK ao circuito,

$$-\frac{E}{1-D} + \left( \frac{R_L}{(1-D)^2} \right) I_L(1-D) + (R) I_L(1-D) = 0 \quad (820)$$

$$-\frac{E}{1-D} + \left( \frac{R_L}{(1-D)^2} + R \right) I_L(1-D) = 0 \quad (821)$$

Multiplicando por  $(1-D)$

$$-E + (R_L + R(1-D)^2) I_L = 0 \quad (822)$$

Isolando  $I_L$ ,

$$I_L (R_L + R(1-D)^2) = E \quad (823)$$

$$I_L = \frac{E}{R_L + R(1-D)^2} \quad (824)$$

Como

$$V_o = I_L(1-D)R \quad (825)$$

$$V_o = \frac{E}{R_L + R(1-D)^2} (1-D)R \quad (826)$$

Dividindo numerador e denominador por  $(1 - D) R$

$$V_o = \frac{E}{\frac{R_L}{R(1-D)} + 1 - D} \quad (827)$$

$$\frac{V_o}{E} = \frac{1}{\frac{R_L}{R(1-D)} + 1 - D} \quad (828)$$

#### 9.1.4. Simulação

Este conversor e seu modelo, para fins de comparação, podem ser simulados utilizando os diagramas das figuras (Figura 86, Figura 87, Figura 88 e Figura 89) e os parâmetros listados a seguir.

##### (a) Parâmetros

$$L=50\text{m}$$

$$C=10\text{m}$$

$$R_L=1$$

$$R=5$$

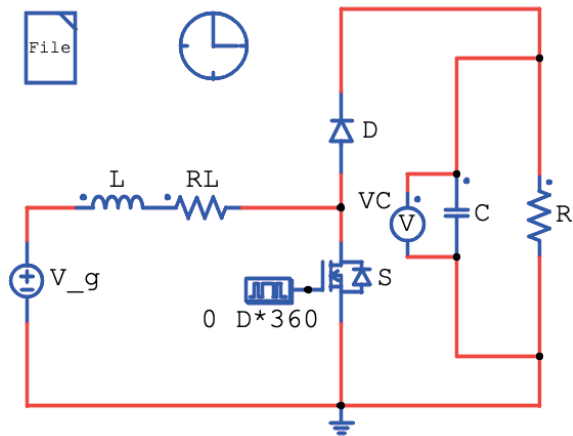
$$V_g=100$$

$$D=0.5$$

$$T_s=1/5000$$

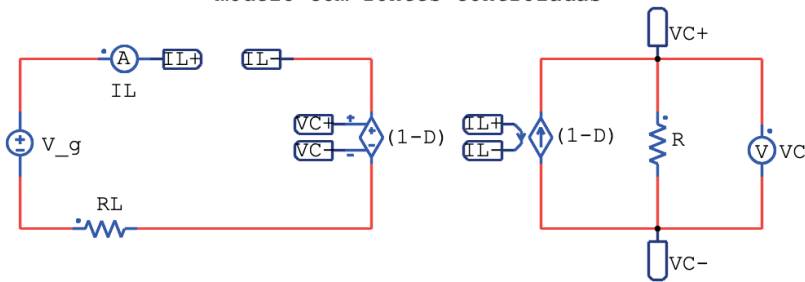
(b) Conversor

Figura 86. Modelo do conversor boost com  $R_L$ .



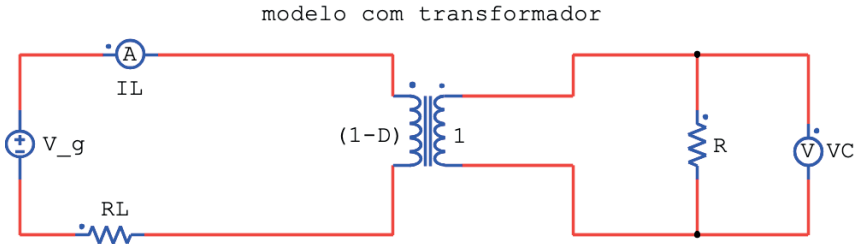
(c) Modelo utilizando fontes dependentes

Figura 87. Modelo do conversor boost com  $R_L$  utilizando fontes controladas.  
modelo com fontes controladas



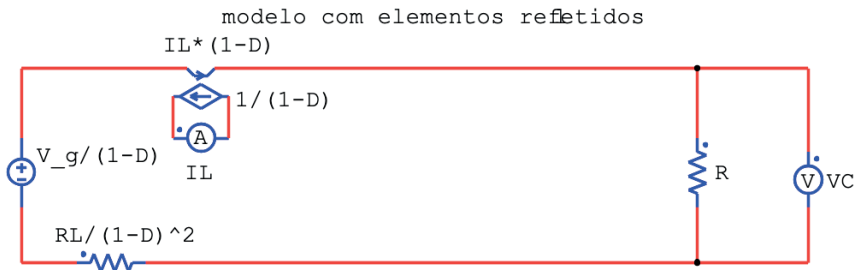
#### (d) Modelo utilizando transformador

Figura 88. Modelo do conversor boost com  $R_L$  utilizando transformador.



#### (e) Modelo utilizando elementos refletidos para o lado da carga

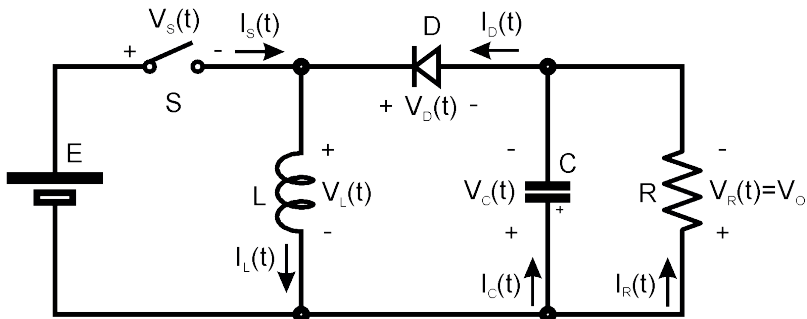
Figura 89. Modelo do conversor boost com  $R_L$  refletido para o secundário.



## 9.2. Abordagem básica de modelagem AC aplicada ao buck-boost

O circuito modelado nesta seção é ilustrado na Figura 90.

Figura 90. Conversor buck-boost.

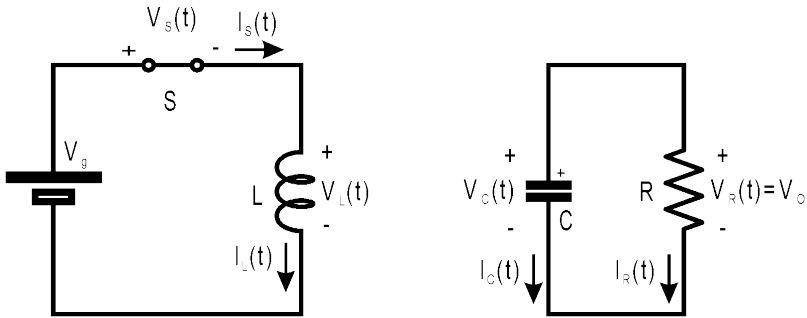


Inicialmente serão analisadas as etapas de operação deste conversor.

### 9.2.1. Etapa 1

A Figura 91 mostra a etapa 1 na qual a chave se encontra fechada.

Figura 91. Etapa 1 de operação do conversor buck-boost.



Para a etapa 1, têm-se as seguintes equações,

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = v_g(t) = \langle v_g(t) \rangle_{T_s} \quad (829)$$

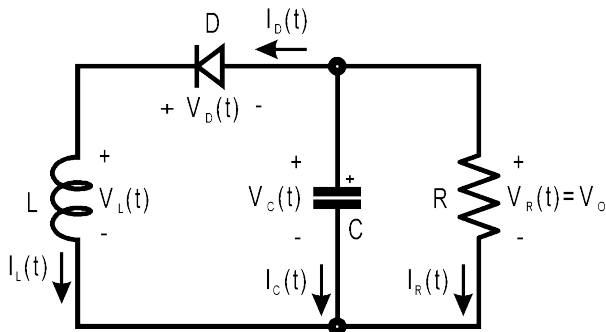
$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{v_C(t)}{R} = -\frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (830)$$

$$i_g(t) = i_L(t) \quad (831)$$

### 9.2.2. Etapa 2

A Figura 92 mostra a etapa 2 na qual a chave se encontra aberta.

Figura 92. Etapa 2 de operação do conversor buck-boost.



Para a etapa 2, têm-se as seguintes equações,

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = v_C(t) = \langle v_C(t) \rangle_{T_s} \quad (832)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} = -i_L(t) - \frac{v_C(t)}{R} = -\langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (833)$$

$$i_g(t) = 0 \quad (834)$$

Aplicando a aproximação de baixa ondulação (small-ripple approximation): valores médios em baixa frequência.

$$v_g(t) = \langle v_g(t) \rangle_{T_s} \quad (835)$$

$$v_C(t) = \langle v_C(t) \rangle_{T_s} \quad (836)$$

### 9.2.3. Indutor

Valor médio das formas de onda do indutor

$$\langle v_L(t) \rangle_{T_s} = d(t) \langle v_g(t) \rangle_{T_s} + d'(t) \langle v_C(t) \rangle_{T_s} = d(t) \langle v_g(t) \rangle_{T_s} + (1-d(t)) \langle v_C(t) \rangle_{T_s} \quad (837)$$

Então

$$L \frac{d\langle i_L(t) \rangle}{dt} = d(t) \langle v_g(t) \rangle_{T_s} + (1-d(t)) \langle v_C(t) \rangle_{T_s} \quad (838)$$

Considerando as pequenas variações ac

$$L \left( \frac{di_L}{dt} + \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \right) = (D + \hat{d}(t)) (V_g + \hat{v}_g(t)) + (1-D - \hat{d}(t)) (V_C + \hat{v}_C(t)) \quad (839)$$

Assim,

$$L \left( \frac{di_L}{dt} + \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \right) = \begin{pmatrix} DV_g + \hat{d}(t)V_g + D\hat{v}_g(t) + \hat{d}(t)\hat{v}_g(t) + \\ + V_C - DV_C - \hat{d}(t)V_C + \hat{v}_C(t) - D\hat{v}_C(t) - \hat{d}(t)\hat{v}_C(t) \end{pmatrix} \quad (840)$$

Organizando os termos por sua ordem,

$$L \left( \frac{di_L}{dt} + \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \right) = \begin{pmatrix} DV_g + V_C - DV_C + \\ + \hat{d}(t)V_g + D\hat{v}_g(t) - \hat{d}(t)V_C + \hat{v}_C(t) - D\hat{v}_C(t) + \\ + \hat{d}(t)\hat{v}_g(t) - \hat{d}(t)\hat{v}_C(t) \end{pmatrix} \quad (841)$$

Tomando somente os termos ac de primeira ordem,

$$L \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} = \hat{d}(t)V_g + D\hat{v}_g(t) - \hat{d}(t)V_C + \hat{v}_C(t) - D\hat{v}_C(t) \quad (842)$$

Simplificando,

$$L \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} = (V_g - V_C) \hat{d}(t) + D \hat{v}_g(t) + (1-D) \hat{v}_C(t) \quad (843)$$

### 9.2.4. Capacitor

Valor médio das formas de onda do capacitor

$$\langle i_C(t) \rangle_{T_s} = -d(t) \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} + (1-d(t)) \left( -\langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} \right) \quad (844)$$

$$\langle i_C(t) \rangle_{T_s} = -d(t) \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} - \langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} + d(t) \langle i_L(t) \rangle_{T_s} + d(t) \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (845)$$

Então

$$\langle i_C(t) \rangle_{T_s} = -(1-d(t)) \langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (846)$$

Então

$$C \frac{d\langle v_C(t) \rangle}{dt} = -(1-d(t)) \langle i_L(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v_C(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (847)$$

Considerando as pequenas variações ac

$$C \left( \frac{d\langle V_C \rangle}{dt} + \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \right) = -(1-D-\hat{d}(t)) (I_L + \hat{i}_L(t)) - \left( \frac{V_C + \hat{v}_C(t)}{R} \right) \quad (848)$$

Assim,

$$C \left( \frac{d\langle V_C \rangle}{dt} + \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \right) = -(I_L - D I_L - \hat{d}(t) I_L) - (\hat{i}_L(t) - D \hat{i}_L(t) - \hat{d}(t) \hat{i}_L(t)) - \left( \frac{V_C}{R} + \frac{\hat{v}_C(t)}{R} \right) \quad (849)$$

Organizando,

$$C \left( \frac{d\langle V_C \rangle}{dt} + \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \right) = \left( -I_L + D I_L - \frac{V_C}{R} \right) + \left( \hat{d}(t) I_L - \hat{i}_L(t) + D \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_C(t)}{R} \right) + (\hat{d}(t) \hat{i}_L(t)) \quad (850)$$

$$C \left( \frac{d\langle V_C \rangle}{dt} + \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \right) = \left( -(1-D) I_L - \frac{V_C}{R} \right) + \left( \hat{d}(t) I_L - (1-D) \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_C(t)}{R} \right) + (\hat{d}(t) \hat{i}_L(t)) \quad (851)$$

Tomando somente os termos ac de primeira ordem,

$$C \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} = I_L \hat{d}(t) - (1-D) \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_C(t)}{R} \quad (852)$$



### 9.2.5. Corrente de entrada

Finalmente, para a equação da corrente de entrada, tem-se o seguinte valor médio

$$\langle i_g(t) \rangle_{T_s} = d(t) \langle i_L(t) \rangle_{T_s} + (1-d(t)) \langle 0 \rangle = d(t) \langle i_L(t) \rangle_{T_s} \quad (853)$$

Considerando as pequenas variações ac

$$(i_g(t) + \hat{i}_g(t)) = (D + \hat{d}(t))(I_L + \hat{i}_L(t)) \quad (854)$$

$$i_g(t) + \hat{i}_g(t) = DI_L + D\hat{i}_L(t) + \hat{d}(t)I_L + \hat{d}(t)\hat{i}_L(t) \quad (855)$$

$$i_g(t) + \hat{i}_g(t) = (DI_L) + (D\hat{i}_L(t) + \hat{d}(t)I_L) + (\hat{d}(t)\hat{i}_L(t)) \quad (856)$$

Tomando somente os termos ac de primeira ordem,

$$\hat{i}_g(t) = D\hat{i}_L(t) + I_L\hat{d}(t) \quad (857)$$

### 9.2.6. Simulação

Este conversor e seu modelo, para fins de comparação, podem ser simulados utilizando os diagramas das figuras (Figura 93, Figura 94, Figura 95, Figura 96 e Figura 97) e os parâmetros listados a seguir.

#### (a) Parâmetros

$$L=25\text{m}$$

$$C=0.5\text{m}$$

$$R_L=1$$

$$R=5$$

$$V_g=100$$

$$D=0.5$$

$$T_s=1/5000$$

$$v_{gac}=0.2$$

$$dac=0.005$$

$$R_{eq}=R*(1-D)^2$$

$$I_L=(D*V_g)/R_{eq}$$

$$V_C=-I_L*R*(1-D)$$

$$I_g=I_L*D$$

$$V_o=-R*(1-D)*I_L$$

$$IL0=I_L-0.5*(V_g)*D*Ts/L$$

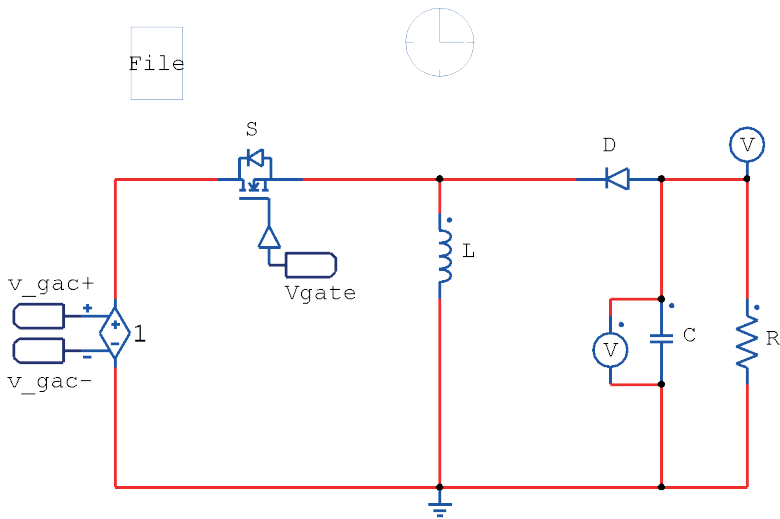
$$iac0=I_L$$

$$VC0=V_C+0.5*(V_C*D*Ts)/(R*C)$$

$$vac0=V_C$$

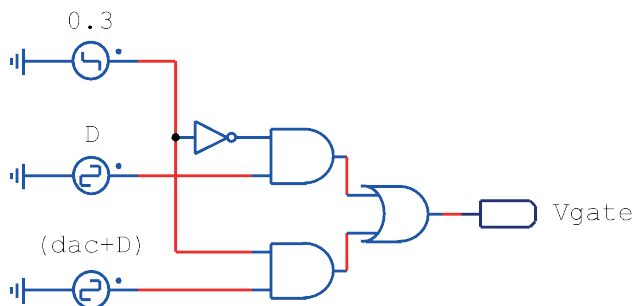
## (b) Conversor

Figura 93. Conversor buck-boost.



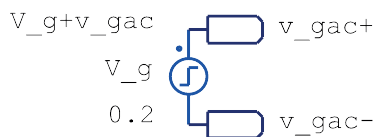
### (c) Geração da razão cíclica

Figura 94. Geração da razão cíclica.  
step na razão cíclica



### (d) Tensão de alimentação

Figura 95. Tensão de alimentação.  
step na tensão de entrada

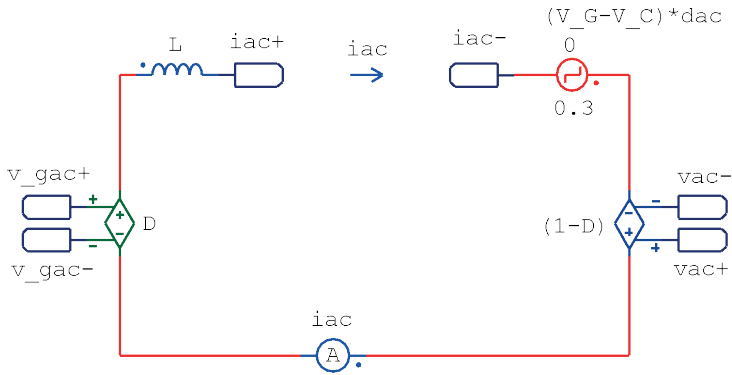


### (e) Geração da razão cíclica

$$L \left( \frac{di_L}{dt} + \frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} \right) = \begin{cases} DV_g + (1-D)V_c + \\ \hat{d}(t)(V_g - V_c) + D\hat{v}_g(t) + (1-D)\hat{v}_c(t) + \\ + \hat{d}(t)\hat{v}_g(t) - \hat{d}(t)\hat{v}_c(t) \end{cases}$$

### (f) Malha da tensão do indutor

Figura 96. Malha da tensão do indutor.

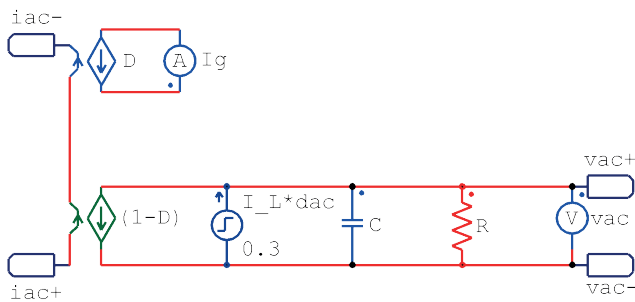


### (g) Corrente do capacitor

$$C \left( \frac{d\langle V_C \rangle}{dt} + \frac{d\hat{v}_C(t)}{dt} \right) = \left\{ \begin{aligned} & \left( -(1-D)I_L - \frac{V_C}{R} \right) + \\ & \left( \hat{d}(t)I_L - (1-D)\hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_C(t)}{R} \right) + \\ & \left( \hat{d}(t)\hat{i}_L(t) \right) \end{aligned} \right.$$

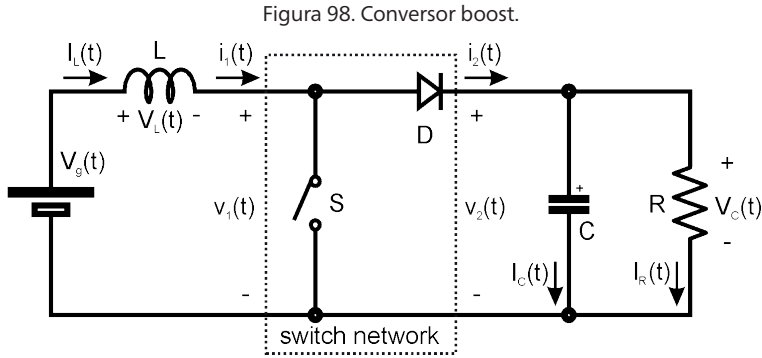
### (h) Malha da corrente do capacitor

Figura 97. Malha da corrente do capacitor.



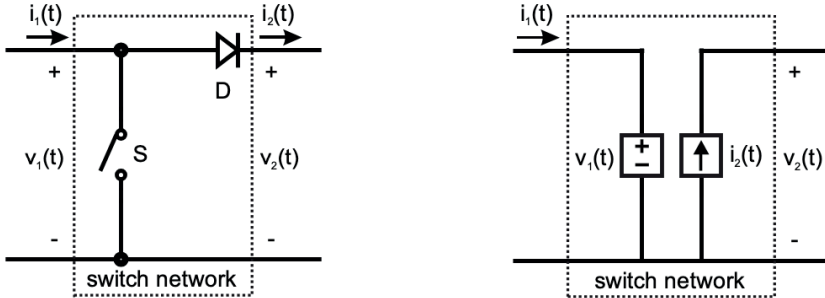
### 9.3. Método da chave PWM

Toma-se um conversor boost, Figura 98;



Substitui-se o conjunto chave-diodo pelo modelo, Figura 99.

Figura 99. Equivalência entre chaves e fontes controladas.



A tensão  $v_1(t)$  e a corrente  $i_2(t)$  ao longo de um período podem ser descritas como,

$$v_1(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < DT_s \\ v_2(t), & DT_s < t < T_s \end{cases} \quad (858)$$

$$i_2(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < DT_s \\ i_1(t), & DT_s < t < T_s \end{cases} \quad (859)$$

Assim, durante um período de chaveamento

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = d'(t) \langle v_2(t) \rangle_{T_s} \quad (860)$$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = d'(t) \langle i_1(t) \rangle_{T_s} \quad (861)$$

Perturbando e linearizando as formas de onda do conversor sobre um ponto de operação quiescente, obtém-se

$$\langle v_g(t) \rangle_{T_s} = V_g + \hat{v}_g(t) \quad (862)$$

$$d(t) = D + \hat{d}(t) \quad (863)$$

$$d'(t) = 1 - d(t) = 1 - D - \hat{d}(t) = D' - \hat{d}(t) \quad (864)$$

$$\langle i(t) \rangle_{T_s} = \langle i_1(t) \rangle_{T_s} = I + \hat{i}(t) \quad (865)$$

$$\langle v_2(t) \rangle_{T_s} = \langle v_2(t) \rangle_{T_s} = V_2 + \hat{v}_2(t) \quad (866)$$

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = V_1 + \hat{v}_1(t) \quad (867)$$

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = I_2 + \hat{i}_2(t) \quad (868)$$

$$\langle i_1(t) \rangle_{T_s} = I_1 + \hat{i}_1(t) \quad (869)$$

Substituindo-se (864), (866) e (867) em (860),

$$\langle v_1(t) \rangle_{T_s} = V_1 + \hat{v}_1(t) = (D' - \hat{d}(t)) (V_2 + \hat{v}_2(t)) = D' (V_2 + \hat{v}_2(t)) - V_2 \hat{d}(t) - \hat{v}_2(t) \hat{d}(t) \quad (870)$$

E (864), (869) e (868) em (861),

$$\langle i_2(t) \rangle_{T_s} = I_2 + \hat{i}_2(t) = (D' - \hat{d}(t)) (I_1 + \hat{i}_1(t)) = D' (I_1 + \hat{i}_1(t)) - I_1 \hat{d}(t) - \hat{i}_1(t) \hat{d}(t) \quad (871)$$

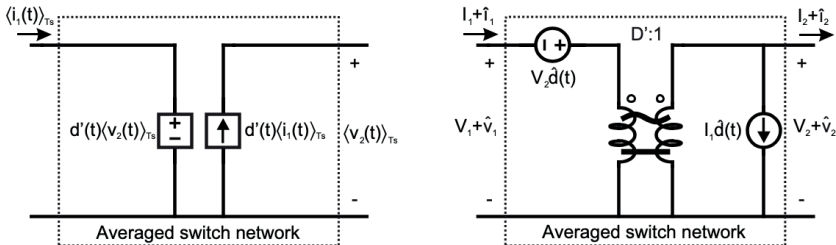
Desconsiderando-se o produto das perturbações por ser muito pequeno, obtém-se

$$V_1 + \hat{v}_1(t) = D' (V_2 + \hat{v}_2(t)) - V_2 \hat{d}(t) \quad (872)$$

$$I_2 + \hat{i}_2(t) = D' (I_1 + \hat{i}_1(t)) - I_1 \hat{d}(t) \quad (873)$$

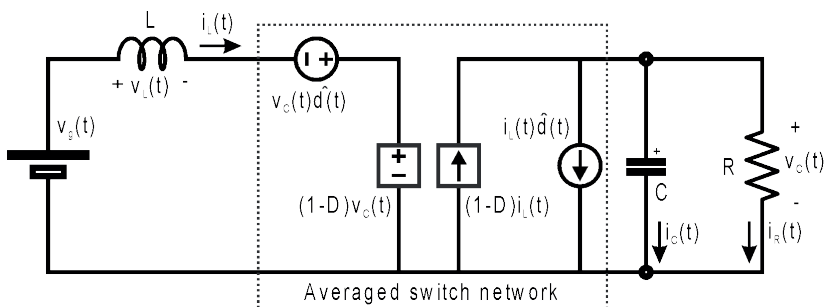
Ilustradas a seguir, na Figura 100.

Figura 100. Equivalência entre fontes controladas e transformador CC.



Que aplicado ao conversor boost gera a Figura 101.

Figura 101. Conversor boost com o modelo da chave PWM.



## 9.4. Equações de Estado

As equações de estado de uma rede podem ser escritas da seguinte forma compacta:

$$K \frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (874)$$

$$y(t) = Cx(t) + Eu(t) \quad (875)$$

- $x(t)$  é um vetor contendo todas as variáveis de estado (tensões dos capacitores, corrente dos indutores,...);
- $u(t)$  contém as entradas independentes do sistema;
- $K$  é uma matriz contendo valores de indutância, capacitância, indutância mútua;
- a derivada do vetor das variáveis de estado é um vetor cujos elementos são iguais às derivadas dos elementos correspondentes das variáveis de estado;
- as matrizes  $A$  e  $B$  contêm constantes de proporcionalidade;
- $y(t)$  é chamado de vetor de saída;
- as matrizes  $C$  e  $E$  também contêm constantes de proporcionalidade.

### 9.4.1. Modelo médio por espaço de estados

Durante o primeiro subintervalo, com a chave acionada, tem-se:

$$K \frac{dx(t)}{dt} = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (876)$$

$$y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \quad (877)$$

Durante o segundo subintervalo, com o diodo conduzindo, tem-se:

$$K \frac{dx(t)}{dt} = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (878)$$

$$y(t) = C_2 x(t) + E_2 u(t) \quad (879)$$

Como as frequências naturais do conversor, bem como as frequências das entradas são bem menores que a frequência de chaveamento, o modelo médio em espaço de estados que descreve o conversor é

$$0 = AX + BU \quad (880)$$

$$Y = CX + EU \quad (881)$$

Onde as matrizes médias são

$$A = D A_1 + D' A_2 \quad (882)$$

$$B = D B_1 + D' B_2 \quad (883)$$

$$C = D C_1 + D' C_2 \quad (884)$$

$$E = D E_1 + D' E_2 \quad (885)$$

Onde

- $X$  – vetor de estado em equilíbrio (CC);
- $U$  – vetor de entrada em equilíbrio (CC);
- $Y$  – vetor de saída em equilíbrio (CC);
- $D$  – razão cíclica em equilíbrio (CC);

As equações podem ser resolvidas para achar o vetor de estado e o vetor de saída

$$AX = -BU \text{ yields } X = -A^{-1}BU \quad (886)$$

$$Y = C(-A^{-1}BU) + EU \text{ yields } Y = (-CA^{-1}B + E)U \quad (887)$$

Então o ganho estático é obtido multiplicando esta equação pelo inverso da matriz das entradas

$$YU^{-1} = (-CA^{-1}B + E)UU^{-1} = -CA^{-1}B + E \quad (888)$$

As equações de estado para pequenos sinais são

$$K \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + ((A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U)\hat{d}(t) \quad (889)$$

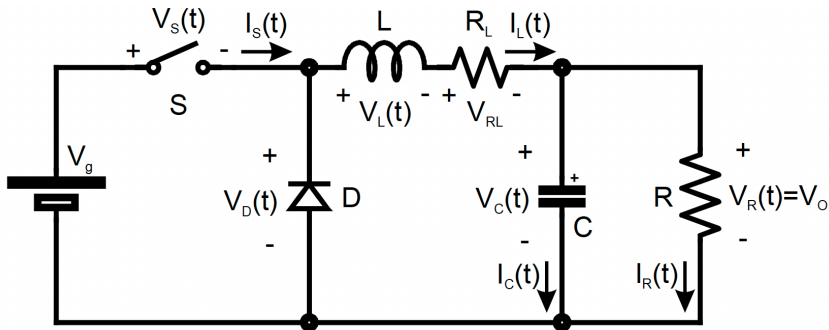


$$\hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + E \hat{u}(t) + ((C_1 - C_2) X + (E_1 - E_2) U) \hat{d}(t) \quad (890)$$

### 9.4.2. Buck não ideal (considerando $R_L$ )

Considera-se a resistência do indutor ( $R_L$ ) do conversor buck, Figura 102.

Figura 102. Conversor buck não ideal com  $R_L$ .



Os estados são:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (891)$$

As entradas são

$$u(t) = [v_g(t)] \quad (892)$$

O vetor de saída deve possuir a corrente de entrada e a tensão de saída.

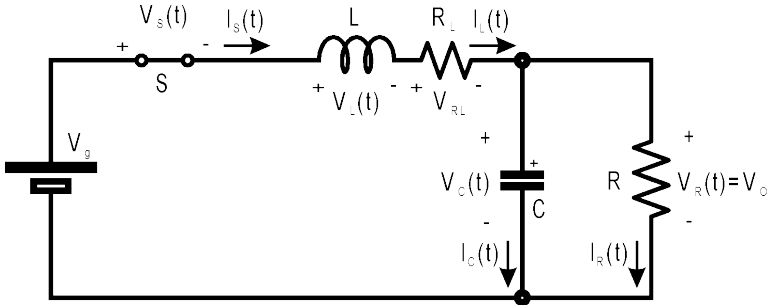
$$y(t) = [i_g(t)] \quad (893)$$

### Etapas de operação do conversor buck.

#### a) Primeira etapa

Durante o primeiro subintervalo, com a chave conduzindo, Figura 103, aplicando-se a LTK:

Figura 103. Etapa 1 de operação do conversor buck não ideal.



$$-v_g(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + v_C(t) = 0 \quad (894)$$

$$R i_R(t) - v_C(t) = 0 \quad (895)$$

Aplicando-se a LCK,

$$i_C(t) - i_L(t) + i_R(t) = 0 \quad (896)$$

E como

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_C(t) \quad (897)$$

$$v_o(t) = v_C(t) = R i_R(t) \quad (898)$$

Tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_g(t) - R_L i_L(t) - v_C(t) \quad (899)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_L(t) - \frac{v_C(t)}{R} \quad (900)$$

$$i_g(t) = i_L(t) \quad (901)$$

$$v_o(t) = v_C(t) \quad (902)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_g(t) \quad (903)$$

Que possui o formato

$$[K] \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (904)$$

E

$$[i_g(t)] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + [0] [v_g(t)] \quad (905)$$

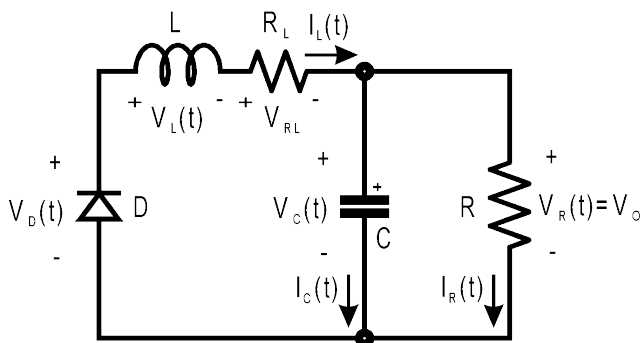
Que possui o formato

$$y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \quad (906)$$

## b) Segunda etapa

Durante o segundo subintervalo, com o diodo conduzindo, Figura 104, aplicando-se a LTK e LCK,

Figura 104. Etapa 2 de operação do conversor buck não ideal.



$$L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + v_C(t) = 0 \quad (907)$$

$$R i_R(t) - v_C(t) = 0 \quad (908)$$

$$i_C(t) - i_L(t) + i_R(t) = 0 \quad (909)$$

Manipulando-se estas equações e isolando-se as derivadas tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = -R_L i_L(t) - v_C(t) \quad (910)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_L(t) - \frac{1}{R} v_C(t) \quad (911)$$

$$i_g(t) = 0 \quad (912)$$

$$v_o(t) = v_C(t) \quad (913)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_g(t) \quad (914)$$

Que possui o formato

$$[K] \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (915)$$

E

$$[i_g(t)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} v_g(t) \quad (916)$$

Que possui o formato

$$y(t) = C_2 x(t) + E_2 u(t) \quad (917)$$

### c) Matrizes médias

$$A = D A_1 + D' A_2 = D \begin{bmatrix} -R_L & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} -R_L & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \quad (918)$$

$$B = D B_1 + D' B_2 = D \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (919)$$

$$C = D C_1 + D' C_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \quad (920)$$

$$E = D E_1 + D' E_2 = D \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (921)$$

### d) Valores médios das variáveis

As equações para corrente contínua se tornam, conforme abaixo, pois as derivadas são nulas

$$[0] = [A][X] + [B][U] \quad (922)$$

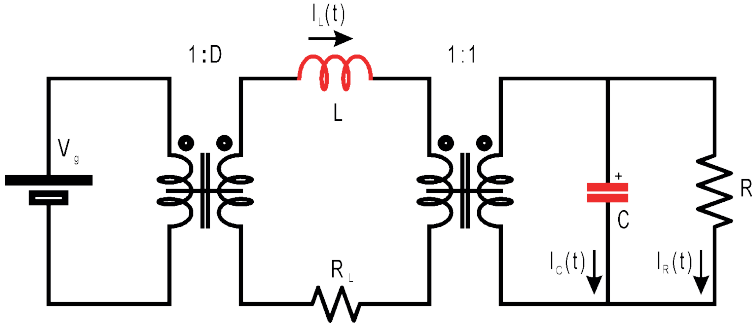
$$[Y] = [C][X] + [E][U] \quad (923)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} v_g \quad (924)$$

Que pode ser ilustrada conforme abaixo, Figura 105,

Figura 105. Modelo do conversor buck não ideal.



$$[I_g] = [D \ 0][I_L] + [0][V_g] \quad (925)$$

Isolando [X] em ( 922 )

$$[X] = -[A]^{-1}[B][U] \quad (926)$$

Obtém-se o seguinte estado de equilíbrio para os vetores de saída.

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 & -R \\ R & R R_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (927)$$

onde

$$R_{eq} = R_L + R \quad (928)$$

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1(D) - R(0) \\ R(D) + 0(R R_L) \end{bmatrix} [V_g] = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D \\ RD \end{bmatrix} [V_g] = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D V_g \\ RD V_g \end{bmatrix} = \frac{D V_g}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 \\ R \end{bmatrix} \quad (929)$$

Substituindo ( 922 ) em ( 923 )

$$R_{eq} = R_L + R \quad (930)$$

obtém-se o seguinte estado de equilíbrio para os vetores de saída.

$$[I_g] = \left( -[D \ 0] \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} -1 & R \\ -R & -R R_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} + [0] \right) [V_g] \quad (931)$$

$$[I_g] = \left( -\frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D(-1) + 0(-R) & D(R) + 0(-R R_L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} + [0] \right) [V_g] \quad (932)$$

$$[I_g] = \left( \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D & -RD \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \right) [V_g] = \left( \frac{1}{R_{eq}} [D^2] \right) [V_g] = \frac{D^2 V_g}{R_{eq}} \quad (933)$$

Desse modo,

$$I_L = \frac{DV_g}{R_{eq}} \quad (934)$$

$$V_c = RI_L \quad (935)$$

$$I_g = DI_L \quad (936)$$

## e) Análise de pequenos sinais

O modelo de pequenos sinais é encontrado através de

$$K \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d}(t) \quad (937)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + E\hat{u}(t) + (C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \quad (938)$$

Os vetores dos coeficientes da razão cíclica perturbada são

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] = \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (939)$$

$$(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} [V_g] = \begin{bmatrix} I_L \end{bmatrix} \quad (940)$$

Então as equações de pequenos sinais se tornam

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & -1 \\ 1 & -1/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_g(t)] + \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (941)$$

Assim,

$$L \frac{d}{dt} \hat{i}_L(t) = -R_L \hat{i}_L(t) - \hat{v}_c(t) + D \hat{v}_g(t) + (V_g) \hat{d}(t) \quad (942)$$

$$C \frac{d}{dt} \hat{v}_c(t) = \hat{i}_L(t) - \frac{1}{R} \hat{v}_c(t) \quad (943)$$

Além disso,

$$[\hat{i}_g(t)] = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_g(t)] + \begin{bmatrix} I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (944)$$

$$[\hat{i}_g(t)] = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (945)$$

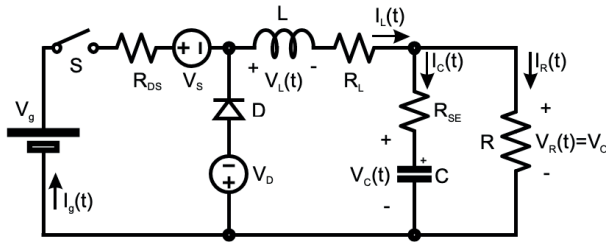
Assim,

$$\hat{i}_g(t) = D \hat{i}_L(t) + I_L \hat{d}(t) \quad (946)$$

### 9.4.3. Buck não ideal (considerando $V_s$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ , $R_{SE}$ )

Considera-se a resistência de condução da chave  $S$  ( $R_{DS}$ ), a queda de tensão nesta chave ( $V_s$ ), a queda de tensão no diodo ( $V_D$ ) e a resistência série equivalente ( $R_{SE}$ ) do conversor buck-boost, Figura 106.

Figura 106. Conversor buck não ideal com  $V_s$ ,  $V_D$ ,  $R_L$ ,  $R_{DS}$  e  $R_{SE}$ .



Os estados são:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (947)$$

As entradas são

$$u(t) = \begin{bmatrix} v_g(t) \\ v_D \\ v_s \end{bmatrix} \quad (948)$$

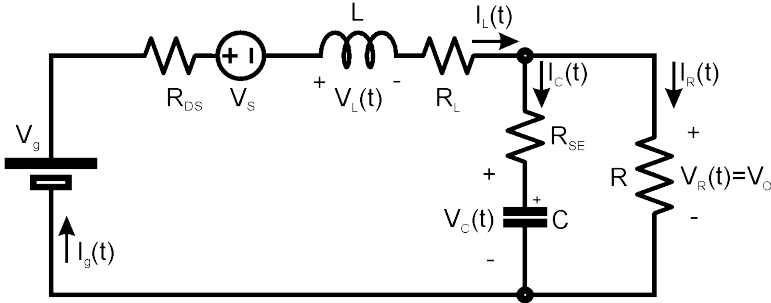
O vetor de saída deve possuir a corrente de entrada e a tensão de saída.

$$y(t) = \begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} \quad (949)$$

#### a) Primeira etapa

b) Durante o primeiro subintervalo, Figura 107, com a chave conduzindo, aplicando-se a LTK.

Figura 107. Etapa 1 de operação do conversor buck não ideal.



$$-V_g + R_{DS}i_L(t) + V_s + L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + R_{SE}i_C(t) + v_C(t) = 0 \quad (950)$$

$$Ri_R(t) - v_C(t) - R_{SE}i_C(t) = 0 \quad (951)$$

Aplicando-se a LCK,

$$i_C(t) - i_L(t) + i_R(t) = 0 \quad (952)$$

E como

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_C(t) \quad (953)$$

$$v_o(t) = Ri_R(t) \quad (954)$$

Tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = V_g - V_s - \left( R_L + R_{DS} + \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} \right) i_L(t) - \frac{R}{R + R_{SE}} v_C(t) \quad (955)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = i_L(t) \frac{R}{R + R_{SE}} - \frac{v_C(t)}{R + R_{SE}} \quad (956)$$

$$i_g(t) = i_L(t) \quad (957)$$

$$v_o(t) = \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} i_L(t) + \frac{v_C(t)}{R + R_{SE}} \quad (958)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - R_{DS} - \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (959)$$

Que possui o formato



$$[K][\dot{x}(t)] = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (960)$$

E

$$\begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (961)$$

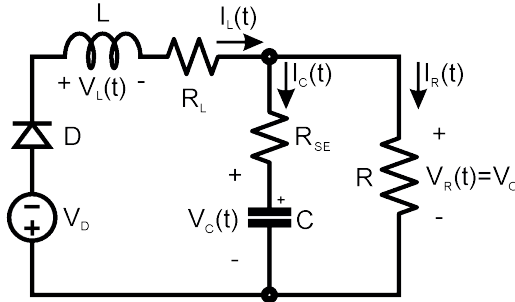
Que possui o formato

$$y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \quad (962)$$

### c) Segunda etapa

Durante o segundo subintervalo, Figura 108, com o diodo conduzindo, aplicando-se a LTK e LCK,

Figura 108. Etapa 2 de operação do conversor buck não ideal.



$$V_D + L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + R_{SE} i_C(t) + v_c(t) = 0 \quad (963)$$

$$R i_R(t) - v_c(t) - R_{SE} i_C(t) = 0 \quad (964)$$

$$i_C(t) - i_L(t) + i_R(t) = 0 \quad (965)$$

Manipulando-se estas equações e isolando-se as derivadas tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = -V_D - \left( R_L + \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} \right) i_L(t) - \frac{R}{R + R_{SE}} v_c(t) \quad (966)$$

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = \frac{R}{R + R_{SE}} i_L(t) - \frac{1}{R + R_{SE}} v_c(t) \quad (967)$$

$$i_g(t) = 0 \quad (968)$$

$$V_o = \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} I_L(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} v_c(t) \quad (969)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (970)$$

Que possui o formato

$$[K] \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (971)$$

E

$$\begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (972)$$

Que possui o formato

$$y(t) = C_2 x(t) + E_2 u(t) \quad (973)$$

#### d) Matrizes médias

$$A = D A_1 + D' A_2 = D \begin{bmatrix} -R_L - R_{DS} - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} -R_L - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (974)$$

$$A = D A_1 + D' A_2 = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (975)$$

$$B = D B_1 + D' B_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (976)$$

$$C = D C_1 + D' C_2 = D \begin{bmatrix} \frac{1}{R + R_{SE}} & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{R + R_{SE}} & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (977)$$

$$C = DC_1 + D'C_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} & \frac{R}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} & \frac{R}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ \frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} & \frac{R}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (978)$$

### e) Valores médios das variáveis

As equações para corrente contínua se tornam, conforme abaixo, pois as derivadas são nulas

$$[0] = [A][X] + [B][U] \quad (979)$$

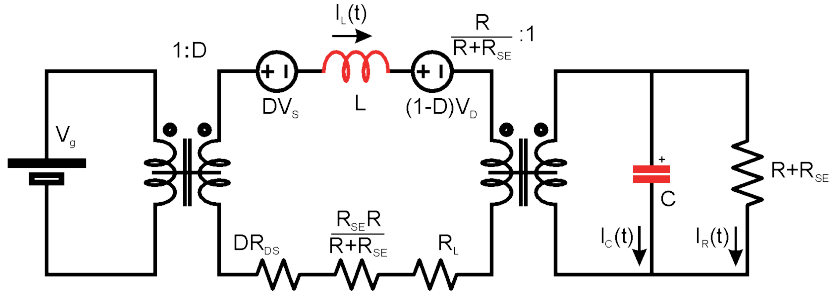
$$[Y] = [C][X] + [E][U] \quad (980)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - \frac{R R_{SE}}{R+R_{SE}} & -\frac{R}{R+R_{SE}} \\ \frac{R}{R+R_{SE}} & -\frac{1}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (981)$$

Que pode ser ilustrada conforme a Figura 109,

Figura 109. Modelo do conversor buck não ideal.



$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ \frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} & \frac{R}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (982)$$

Isolando  $[X]$  em (979)

$$[X] = -[A]^{-1}[B][U] \quad (983)$$

Obtém-se o seguinte estado de equilíbrio para os vetores de saída.

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 & -R \\ R & R_{SE} R + (R_L + D R_{DS})(R + R_{SE}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (984)$$

onde

$$R_{eq} = R_L + R + D R_{DS} \quad (985)$$

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D V_g - (1-D) V_D - D V_s \\ R (D V_g - (1-D) V_D - D V_s) \end{bmatrix} \quad (986)$$

Substituindo (979) em (980)

$$[Y] = (-[C][A]^{-1}[B] + [E])[U] \quad (987)$$

obtem-se o seguinte estado de equilíbrio para os vetores de saída.

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \left( \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D^2 & -D(1-D) & -D^2 \\ RD & -R(1-D) & -RD \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (988)$$

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D(D V_g - (1-D) V_D - D V_s) \\ R(D V_g - (1-D) V_D - D V_s) \end{bmatrix} \quad (989)$$

Desse modo,

$$I_L = \frac{D V_g - (1-D) V_D - D V_s}{R_{eq}} \quad (990)$$

$$V_c = R I_L \quad (991)$$

$$I_g = D I_L \quad (992)$$

$$V_o = R I_L \quad (993)$$

## f) Análise de pequenos sinais

O modelo de pequenos sinais é encontrado através de

$$K \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A \hat{x}(t) + B \hat{u}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U] \hat{d}(t) \quad (994)$$

$$\hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + E \hat{u}(t) + (C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \quad (995)$$

Os vetores dos coeficientes da razão cíclica perturbada são

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} -R_{DS} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} = \quad (996)$$

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} V_D - V_S + V_g - I_L R_{DS} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (997)$$

$$(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (998)$$

Então as equações de pequenos sinais se tornam

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_g(t) \\ \hat{v}_D(t) \\ \hat{v}_S(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_D - V_S + V_g - I_L R_{DS} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (999)$$

Assim,

$$L \frac{d}{dt} \hat{i}_L(t) = (V_D + V_g - V_S - I_L R_{DS}) \hat{d}(t) + D \hat{v}_g(t) - (R_L + D R_{DS} + \frac{R R_{SE}}{R + R_{SE}}) \hat{i}_L(t) - \frac{R}{R + R_{SE}} \hat{v}_c(t) \quad (1000)$$

$$C \frac{d}{dt} \hat{v}_c(t) = \frac{R}{R + R_{SE}} \hat{i}_L(t) - \frac{1}{R + R_{SE}} \hat{v}_c(t) \quad (1001)$$

Além disso,

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_g(t) \\ \hat{v}_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_g(t) \\ \hat{v}_D(t) \\ \hat{v}_S(t) \end{bmatrix} + [I_L] \hat{d}(t) \quad (1002)$$

Assim,

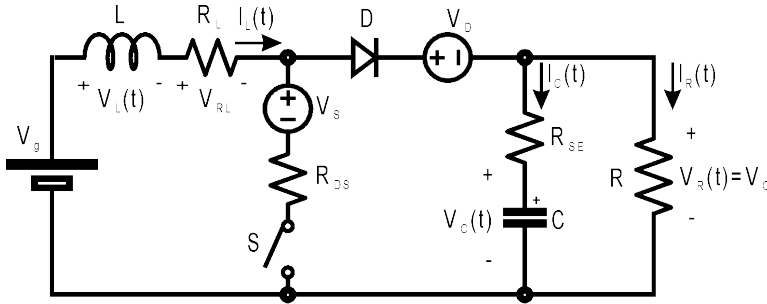
$$\hat{i}_g(t) = D \hat{i}_L(t) + I_L \hat{d}(t) \quad (1003)$$

$$\hat{v}_o(t) = \frac{R}{R + R_{SE}} \hat{v}_c(t) + \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} \hat{i}_L(t) \quad (1004)$$

#### 9.4.4. Boost não ideal (considerando $V_s$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ , $R_{SE}$ )

Considera-se a resistência de condução da chave S ( $R_{DS}$ ), a queda de tensão nesta chave ( $V_s$ ), a queda de tensão no diodo ( $V_D$ ) e a resistência série equivalente ( $R_{SE}$ ) do conversor boost, Figura 110.

Figura 110. Conversor boost não ideal com  $V_s$ ,  $V_D$ ,  $R_L$ ,  $R_{DS}$  e  $R_{SE}$ .



Os estados são:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (1005)$$

As entradas são

$$u(t) = \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (1006)$$

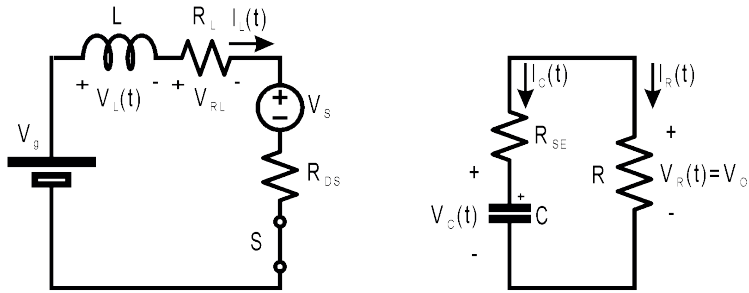
O vetor de saída deve possuir a corrente de entrada e a tensão de saída.

$$y(t) = \begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} \quad (1007)$$

##### (a) Primeira etapa

Durante o primeiro subintervalo, Figura 111, com a chave conduzindo, aplicando-se a LTK,

Figura 111. Etapa 1 de operação do conversor boost não ideal.



$$v_g(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + V_s + R_{DS} i_L(t) = 0 \quad (1008)$$

$$v_c(t) + RC \frac{dv_c(t)}{dt} + R_{SE} C \frac{dv_c(t)}{dt} = 0 \quad (1009)$$

Isolando-se as derivadas, tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_g(t) - V_s - (R_L + R_{DS}) i_L(t) \quad (1010)$$

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = - \frac{v_c(t)}{R + R_{SE}} \quad (1011)$$

$$i_g(t) = i_L(t) \quad (1012)$$

$$v_o(t) = \frac{R}{R + R_{SE}} v_c(t) \quad (1013)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{DS} - R_L & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (1014)$$

Que possui o formato

$$[K][\dot{x}(t)] = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (1015)$$

E

$$\begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (1016)$$

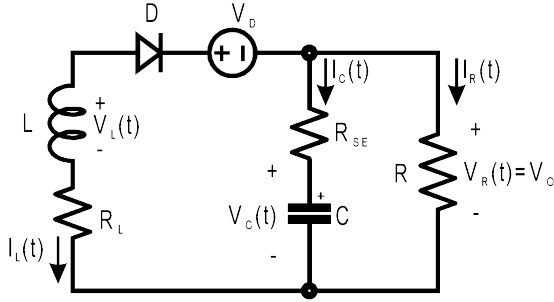
Que possui o formato

$$y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \quad (1017)$$

### (b) Segunda etapa

Durante o segundo subintervalo, Figura 112, com o diodo conduzindo, aplicando-se a LTK e a LCK,

Figura 112. Etapa 2 de operação do conversor boost não ideal.



$$-v_g(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) + V_D + R_{SE} i_C(t) + v_C(t) = 0 \quad (1018)$$

$$R i_R(t) - v_C(t) - R_{SE} i_C(t) = 0 \quad (1019)$$

$$i_C(t) - i_L(t) + i_R(t) = 0 \quad (1020)$$

Manipulando-se estas equações e isolando-se as derivadas tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_g(t) - V_D - \left( R_L + \frac{R R_{SE}}{R + R_{SE}} \right) i_L(t) - \frac{R}{R + R_{SE}} v_C(t) \quad (1021)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{R}{R + R_{SE}} i_L(t) - \frac{1}{R + R_{SE}} v_C(t) \quad (1022)$$

$$i_g(t) = i_L(t) \quad (1023)$$

$$v_o(t) = \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} i_L(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} v_C(t) \quad (1024)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1025)$$



Que possui o formato

$$[K][\dot{x}(t)] = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (1026)$$

E

$$\begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1027)$$

Que possui o formato

$$y(t) = C_2 x(t) + E_2 u(t) \quad (1028)$$

### (c) Matrizes médias

$$A = D A_1 + D' A_2 = D \begin{bmatrix} -R_{DS} - R_L & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} -R_L - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (1029)$$

$$A = D A_1 + D' A_2 = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -(1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} \\ (1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (1030)$$

$$B = D B_1 + D' B_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1031)$$

$$C = D C_1 + D' C_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (1032)$$

$$E = D E_1 + D' E_2 = D \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1033)$$

### (d) Valores médios das variáveis

As equações para corrente contínua se tornam, conforme abaixo, pois as derivadas são nulas

$$[0] = [A][X] + [B][U] \quad (1034)$$

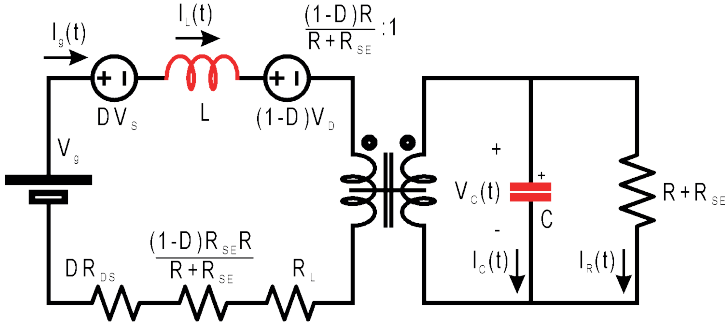
$$[Y] = [C][X] + [E][U] \quad (1035)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & -(1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} \\ (1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1036)$$

Que pode ser ilustrada conforme a Figura 113,

Figura 113. Modelo do conversor boost não ideal.



$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1037)$$

Através de

$$[X] = -[A]^{-1}[B][U] \quad (1038)$$

obtém-se o seguinte estado de equilíbrio para os vetores de saída.

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 & -R(1-D) \\ R(1-D) & (R_L + D R_{DS})(R + R_{SE}) + (1-D) R_{SE} R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1039)$$

Onde

$$R_{eq} = R_L + D R_{DS} + \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} (1-D) + \frac{R^2}{R + R_{SE}} (1-D)^2 \quad (1040)$$

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{V_g - (1-D) V_D - D V_S}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 \\ R(1-D) \end{bmatrix} \quad (1041)$$

Por sua vez,

$$[Y] = -[C][A]^{-1}[B] + [E][U] \quad (1042)$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 & -(1-D) & -D \\ R(1-D) & -R(1-D)^2 & -RD(1-D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (1043)$$

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \frac{V_g - (1-D)V_D - DV_s}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D \\ -R(1-D) \end{bmatrix} \quad (1044)$$

Desse modo,

$$I_L = \frac{V_g - (1-D)V_D - DV_s}{R_{eq}} \quad (1045)$$

$$V_c = -R(1-D)I_L \quad (1046)$$

$$I_g = I_L \quad (1047)$$

$$V_o = R(1-D)I_L \quad (1048)$$

### (e) Análise de pequenos sinais

O modelo de pequenos sinais é encontrado através de

$$K \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d}(t) \quad (1049)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + E\hat{u}(t) + (C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \quad (1050)$$

Os vetores dos coeficientes da razão cíclica perturbada são

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} \frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} - R_{DS} & \frac{R}{R+R_{SE}} \\ -\frac{R}{R+R_{SE}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (1051)$$

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} \left( \frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} - R_{DS} \right) I_L + \frac{R}{R+R_{SE}} V_c + V_D - V_s \\ -\frac{R}{R+R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \quad (1052)$$

$$(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{R_{SE}R}{R+R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \quad (1053)$$

Então as equações de pequenos sinais se tornam

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - (1-D) \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} & -(1-D) \frac{R}{R+R_{SE}} \\ (1-D) \frac{R}{R+R_{SE}} & -\frac{1}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_g(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left( \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} - R_{DS} \right) I_L + \frac{R}{R+R_{SE}} V_C + V_D - V_S \\ -\frac{R}{R+R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (1054)$$

Assim,

$$L \frac{d}{dt} \hat{i}_L(t) = \begin{bmatrix} - \left( R_L + D R_{DS} + (1-D) \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} \right) \hat{i}_L(t) - \frac{R}{R+R_{SE}} (1-D) \hat{v}_c(t) + \hat{v}_g(t) + \left( \left( \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} - R_{DS} \right) I_L + \frac{R}{R+R_{SE}} V_C + V_D - V_S \right) \hat{d}(t) \end{bmatrix} \quad (1055)$$

$$C \frac{d}{dt} \hat{v}_c(t) = (1-D) \frac{R}{R+R_{SE}} \hat{i}_L(t) - \frac{1}{R+R_{SE}} \hat{v}_c(t) - I_L \frac{R}{R+R_{SE}} \hat{d}(t) \quad (1056)$$

Além disso,

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_g(t) \\ \hat{v}_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (1-D) \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} & \frac{R}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_g(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (1057)$$

Assim,

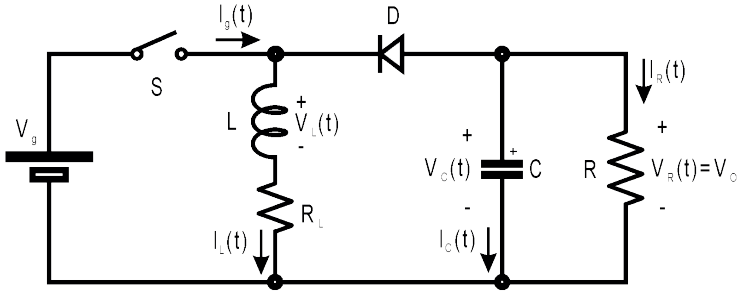
$$\hat{i}_g(t) = \hat{i}_L(t) \quad (1058)$$

$$\hat{v}_o(t) = (1-D) \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} \hat{i}_L(t) + \frac{R}{R+R_{SE}} \hat{v}_c(t) - \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} I_L \hat{d}(t) \quad (1059)$$

#### 9.4.5. Buck-Boost não ideal (considerando $R_L$ )

Considerando-se a resistência do indutor ( $R_L$ ) do conversor buck-boost, Figura 114.

Figura 114. Conversor buck-boost não ideal.



Os estados são:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} \quad (1060)$$

As entradas são

$$u(t) = [v_g(t)] \quad (1061)$$

O vetor de saída deve possuir a corrente de entrada

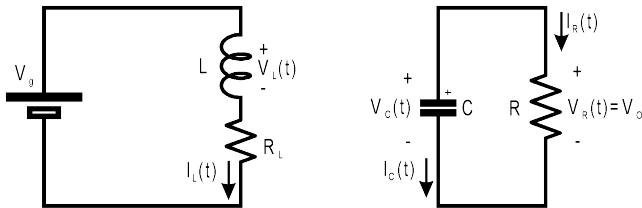
$$y(t) = [i_g(t)] \quad (1062)$$

Etapas de operação do conversor buck-boost.

### a) Primeira etapa

Durante o primeiro subintervalo, Figura 115, com a chave conduzindo, aplicando-se a LTK:

Figura 115. Etapa 1 de operação do conversor buck-boost.



$$-v_g(t) + L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) = 0 \quad (1063)$$

$$R i_R(t) - v_C(t) = 0 \quad (1064)$$

Aplicando-se a LCK,

$$i_C(t) + i_R(t) = 0 \quad (1065)$$

E como

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = i_C(t) \quad (1066)$$

$$v_o(t) = R i_R(t) \quad (1067)$$

Isolando-se as derivadas, tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_g(t) - R_L i_L(t) \quad (1068)$$

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = -\frac{v_c(t)}{R} \quad (1069)$$

$$i_g(t) = i_L(t) \quad (1070)$$

$$v_o(t) = v_c(t) \quad (1071)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & 0 \\ 0 & -1/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_g(t) \quad (1072)$$

Que possui o formato

$$[K] \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (1073)$$

E

$$[i_g(t)] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + [0] v_g(t) \quad (1074)$$

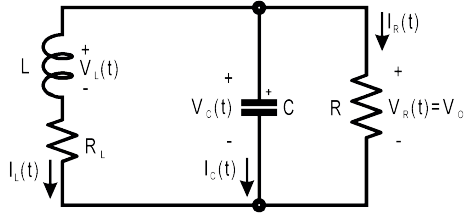
Que possui o formato

$$y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \quad (1075)$$

## b) Segunda etapa

Durante o segundo subintervalo, Figura 116, com o diodo conduzindo, aplicando-se a LTK e a LCK,

Figura 116. Etapa 2 de operação do conversor buck-boost.



$$L \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) R_L - v_c(t) = 0 \quad (1076)$$

$$R i_R(t) - v_c(t) = 0 \quad (1077)$$

$$i_C(t) + i_L(t) + i_R(t) = 0 \quad (1078)$$

Manipulando-se estas equações e isolando-se as derivadas tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = -i_L(t) R_L + v_c(t) \quad (1079)$$

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = -i_L(t) - \frac{v_c(t)}{R} \quad (1080)$$

$$i_g(t) = 0 \quad (1081)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & 1 \\ -1 & -1/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [v_g(t)] \quad (1082)$$

Que possui o formato

$$[K] [\dot{x}(t)] = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (1083)$$

E

$$[i_g(t)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} [v_g(t)] \quad (1084)$$

Que possui o formato

$$[i_g(t)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} [v_g(t)] \quad (1085)$$

### c) Matrizes médias

$$A = D A_1 + D' A_2 = D \begin{bmatrix} -R_L & 0 \\ 0 & -1/R \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} -R_L & 1 \\ -1 & -1/R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & 1-D \\ -(1-D) & -1/R \end{bmatrix} \quad (1086)$$

$$B = D B_1 + D' B_2 = D \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1087)$$

$$C = D C_1 + D' C_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \quad (1088)$$

$$E = D E_1 + D' E_2 = D \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (1089)$$

### d) Valores médios das variáveis

As equações para corrente contínua se tornam, conforme abaixo, pois as derivadas são nulas

$$[0] = [A][X] + [B][U] \quad (1090)$$

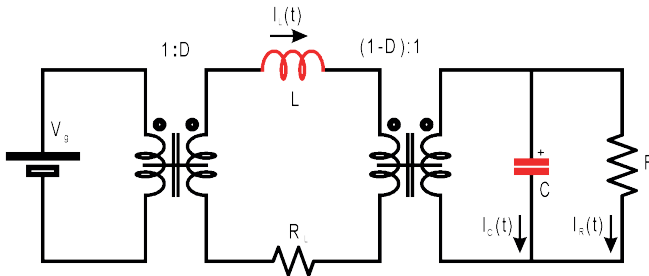
$$[Y] = [C][X] + [E][U] \quad (1091)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & 1-D \\ -(1-D) & -1/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (1092)$$

Que pode ser ilustrada conforme a Figura 117,

Figura 117. Modelo do conversor buck-boost.



$$[I_g] = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (1093)$$

Através de



$$[X] = -[A]^{-1}[B][U] \quad (1094)$$

obtém-se o seguinte estado de equilíbrio para os vetores de saída.

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 & R(1-D) \\ -R(1-D) & R R_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] \quad (1095)$$

Onde

$$R_{eq} = R(1-D)^2 + R_L \quad (1096)$$

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D \\ -RD(1-D) \end{bmatrix} [V_g] \quad (1097)$$

Por sua vez,

$$[Y] = (-[C][A]^{-1}[B] + [E])[U] \quad (1098)$$

Assim,

$$[I_g] = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} \quad (1099)$$

$$[I_g] = D I_L \quad (1100)$$

Desse modo,

$$I_L = \frac{D V_g}{R_{eq}} \quad (1101)$$

$$V_c = -R(1-D) I_L \quad (1102)$$

$$I_g = D I_L \quad (1103)$$

### e) Análise de pequenos sinais

O modelo de pequenos sinais é encontrado através de

$$K \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d}(t) \quad (1104)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + E\hat{u}(t) + (C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \quad (1105)$$

Os vetores dos coeficientes da razão cíclica perturbada são

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [V_g] = \begin{bmatrix} V_g - V_c \\ I_L \end{bmatrix} \quad (1106)$$

$$(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} [V_g] = [I_L] \quad (1107)$$

Então as equações de pequenos sinais se tornam

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L & 1-D \\ -(1-D) & -1/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_g(t)] + \begin{bmatrix} V_g - V_c \\ I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (1108)$$

Assim,

$$L \frac{d}{dt} \hat{i}_L(t) = (1-D) \hat{v}_c(t) - R_L \hat{i}_L(t) + D \hat{v}_g(t) + (V_g - V_c) \hat{d}(t) \quad (1109)$$

$$C \frac{d}{dt} \hat{v}_c(t) = -(1-D) \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_c(t)}{R} + I_L \hat{d}(t) \quad (1110)$$

Além disso,

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_g(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} [\hat{v}_g(t)] + \begin{bmatrix} I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (1111)$$

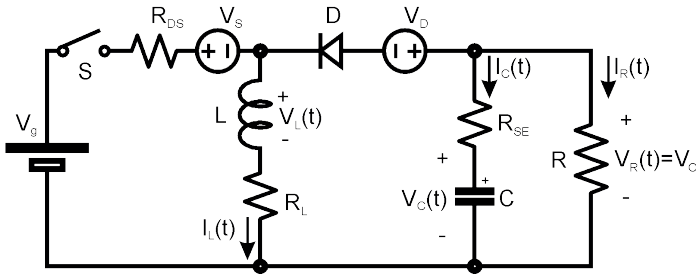
Assim,

$$i_g(t) = D \hat{i}_L(t) + I_L \hat{d}(t) \quad (1112)$$

#### 9.4.6. Buck-boost não ideal (considerando $V_s$ , $V_D$ , $R_L$ , $R_{DS}$ , $R_{SE}$ )

Considera-se a resistência de condução da chave S ( $R_{DS}$ ), a queda de tensão nesta chave ( $V_s$ ), a queda de tensão no diodo ( $V_D$ ) e a resistência série equivalente ( $R_{SE}$ ) do conversor buck-boost, Figura 118.

Figura 118. Modelo do conversor buck-boost não ideal.



Os estados são:

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \quad (1113)$$

As entradas são

$$u(t) = \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1114)$$

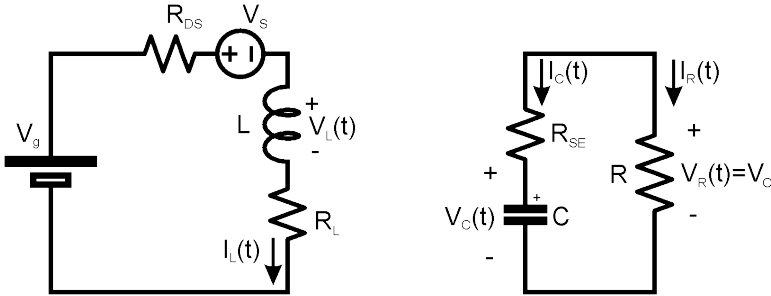
O vetor de saída deve possuir a corrente de entrada e a tensão de saída.

$$y(t) = \begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} \quad (1115)$$

### a) Primeira etapa

Durante o primeiro subintervalo, Figura 119, com a chave conduzindo, aplicando-se a LTK:

Figura 119. Etapa 1 de operação do conversor buck-boost.



$$-v_g(t) + R_{DS}i_L(t) + V_S + L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) = 0 \quad (1116)$$

$$R i_R(t) - v_c(t) - R_{SE} i_C(t) = 0 \quad (1117)$$

Aplicando-se a LCK,

$$i_C(t) + i_R(t) = 0 \quad (1118)$$

E como

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = i_C(t) \quad (1119)$$

$$v_o(t) = R i_R(t) \quad (1120)$$

Isolando-se as derivadas, tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_g(t) - V_s - (R_L + R_{DS})i_L(t) \quad (1121)$$

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = -\frac{v_c(t)}{R + R_{SE}} \quad (1122)$$

$$i_g(t) = i_L(t) \quad (1123)$$

$$v_o(t) = \frac{R}{R + R_{SE}} v_c(t) \quad (1124)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{DS} - R_L & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (1125)$$

Que possui o formato

$$[K] \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \quad (1126)$$

E

$$\begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_s \end{bmatrix} \quad (1127)$$

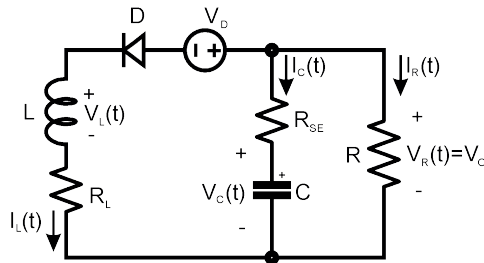
Que possui o formato

$$y(t) = C_1 x(t) + E_1 u(t) \quad (1128)$$

## b) Segunda etapa

Durante o segundo subintervalo, Figura 120, com o diodo conduzindo, aplicando-se a LTK e a LCK,

Figura 120. Etapa 2 de operação do conversor buck-boost.



$$L \frac{di_L(t)}{dt} + R_L i_L(t) - v_C(t) - R_{SE} i_C(t) + V_D = 0 \quad (1129)$$

$$R i_R(t) - v_C(t) - R_{SE} i_C(t) = 0 \quad (1130)$$

$$i_C(t) + i_L(t) + i_R(t) = 0 \quad (1131)$$

Manipulando-se estas equações e isolando-se as derivadas tem-se:

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = -V_D - \left( R_L + \frac{R R_{SE}}{R + R_{SE}} \right) i_L(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} v_C(t) \quad (1132)$$

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{R}{R + R_{SE}} i_L(t) - \frac{1}{R + R_{SE}} v_C(t) \quad (1133)$$

$$i_g(t) = 0 \quad (1134)$$

$$v_o(t) = -\frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} i_L(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} v_C(t) \quad (1135)$$

Que pode ser escrito no formato de espaço de estados como

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \\ -\frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1136)$$

Que possui o formato

$$[K] \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \quad (1137)$$

E

$$\begin{bmatrix} i_g(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g(t) \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1138)$$

Que possui o formato

$$y(t) = C_2 x(t) + E_2 u(t) \quad (1139)$$

### c) Matrizes médias

$$A = D A_1 + D' A_2 = D \begin{bmatrix} -R_{DS} - R_L & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -R_L - \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \\ -\frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (1140)$$

$$A = D A_1 + D' A_2 = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & (1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} \\ -(1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (1141)$$

$$B = D B_1 + D' B_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1142)$$

$$C = D C_1 + D' C_2 = D \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ -(1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \quad (1143)$$

$$E = D E_1 + D' E_2 = D \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1144)$$

### d) Valores médios das variáveis

As equações para corrente contínua se tornam, conforme abaixo, pois as derivadas são nulas

$$[0] = [A][X] + [B][U] \quad (1145)$$

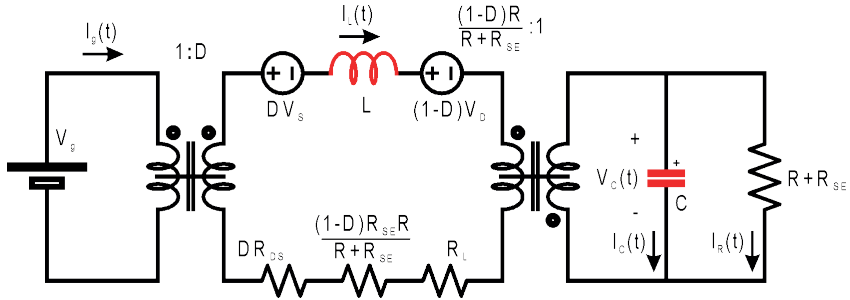
$$[Y] = [C][X] + [E][U] \quad (1146)$$

Ou seja,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - D R_{DS} - (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & (1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} \\ -(1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1147)$$

Que pode ser ilustrada conforme a Figura 121,

Figura 121. Modelo de operação do conversor buck-boost.



$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ -(1-D) \frac{R_{SE} R}{R+R_{SE}} & \frac{R}{R+R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1148)$$

Através de

$$[X] = -[A]^{-1}[B][U] \quad (1149)$$

obtém-se o seguinte estado de equilíbrio para os vetores de saída.

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 & R(1-D) \\ -R(1-D) & (R+R_{SE})(R_L + DR_{DS}) + (1-D)R_{SE}R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1150)$$

Onde

$$R_{eq} = R_L + DR_{DS} + \frac{(1-D)^2 R^2}{R+R_{SE}} + \frac{(1-D)R_{SE}R}{R+R_{SE}} \quad (1151)$$

$$\begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{DV_g - (1-D)V_D - DV_S}{R_{eq}} \begin{bmatrix} 1 \\ -R(1-D) \end{bmatrix} \quad (1152)$$

Por sua vez,

$$[Y] = (-[C][A]^{-1}[B] + [E])[U] \quad (1153)$$

Assim,

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D^2 & -D(1-D) & -D^2 \\ -RD(1-D) & R(1-D)^2 & RD(1-D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1154)$$

$$\begin{bmatrix} I_g \\ V_o \end{bmatrix} = \frac{DV_g - (1-D)V_D - DV_S}{R_{eq}} \begin{bmatrix} D \\ -R(1-D) \end{bmatrix} \quad (1155)$$

Desse modo,

$$I_L = \frac{DV_g - (1-D)V_D - DV_S}{R_{eq}} \quad (1156)$$

$$V_c = -R(1-D)I_L \quad (1157)$$

$$I_g = DI_L \quad (1158)$$

$$V_O = -R(1-D)I_L \quad (1159)$$

### e) Análise de pequenos sinais

O modelo de pequenos sinais é encontrado através de

$$K \frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U]\hat{d}(t) \quad (1160)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) + E\hat{u}(t) + (C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U \quad (1161)$$

Os vetores dos coeficientes da razão cíclica perturbada são

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} - R_{DS} & -\frac{R}{R + R_{SE}} \\ \frac{R}{R + R_{SE}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} \quad (1162)$$

$$(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U = \begin{bmatrix} \left( \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} - R_{DS} \right) I_L - \frac{R}{R + R_{SE}} V_c + V_D - V_S + V_g \\ \frac{R}{R + R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \quad (1163)$$

$$(C_1 - C_2)X + (E_1 - E_2)U = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_g \\ V_D \\ V_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_L \\ \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \quad (1164)$$

Então as equações de pequenos sinais se tornam

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_L - DR_{DS} - (1-D)\frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} & (1-D)\frac{R}{R + R_{SE}} \\ -(1-D)\frac{R}{R + R_{SE}} & -\frac{1}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & -(1-D) & -D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_g(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left( \frac{R_{SE}R}{R + R_{SE}} - R_{DS} \right) I_L - \frac{R}{R + R_{SE}} V_c + V_D - V_S + V_g \\ \frac{R}{R + R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (1165)$$



Assim,

$$L \frac{d}{dt} \hat{i}_L(t) = \left( - \left( R_L + D R_{DS} + (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} \right) \hat{i}_L(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} (1-D) \hat{v}_c(t) + \right. \\ \left. D \hat{v}_g(t) + \left( \left( \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} - R_{DS} \right) I_L - \frac{R}{R + R_{SE}} V_C + V_D - V_S + V_g \right) \hat{d}(t) \right) \quad (1166)$$

$$C \frac{d}{dt} \hat{v}_c(t) = - (1-D) \frac{R}{R + R_{SE}} \hat{i}_L(t) - \frac{1}{R + R_{SE}} \hat{v}_c(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} I_L \hat{d}(t) \quad (1167)$$

Além disso,

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_g(t) \\ \hat{v}_o(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \\ -(1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} & \frac{R}{R + R_{SE}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_g(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_L \\ \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} I_L \end{bmatrix} \hat{d}(t) \quad (1168)$$

Assim,

$$\dot{\hat{i}}_g(t) = D \dot{\hat{i}}_L(t) + I_L \hat{d}(t) \quad (1169)$$

$$\hat{v}_o(t) = - (1-D) \frac{R_{SE} R}{R + R_{SE}} \hat{i}_L(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} \hat{v}_c(t) + \frac{R}{R + R_{SE}} I_L \hat{d}(t) \quad (1170)$$



## 10. ANEXOS

### 10.1. Plano de fase – conversores ressonantes

$$v_C(t) = (V_C(0) - V_i) \cos(w_o t) + \sqrt{L/C} (I_L(0) - I) \operatorname{sen}(w_o t) + V_i \quad (1171)$$

$$I_L(t) = -(V_C(0) - V_i) \operatorname{sen}(w_o t) / \sqrt{L/C} + (I_L(0) - I) \cos(w_o t) + I \quad (1172)$$

Onde,

$$w_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1173)$$

Multiplicando-se a equação acima por  $j\sqrt{L/C}$ ,

$$j\sqrt{L/C} I_L(t) = -j(V_C(0) - V_i) \operatorname{sen}(w_o t) + j\sqrt{L/C} (I_L(0) - I) \cos(w_o t) + j\sqrt{L/C} I \quad (1174)$$

Define-se

$$z(t) = v_C(t) + j\sqrt{L/C} I_L(t) \quad (1175)$$

Substituindo-se,

$$z(t) = (V_i + j\sqrt{L/C} I) + [(V_C(0) - V_i) + j\sqrt{L/C} (I_L(0) - I)] \cos(w_o t) + [-j(V_C(0) - V_i) + \sqrt{L/C} (I_L(0) - I)] \operatorname{sen}(w_o t) \quad (1176)$$

Isolando-se -j na última parcela,

$$z(t) = (V_i + j\sqrt{L/C} I) + [(V_C(0) - V_i) + j\sqrt{L/C} (I_L(0) - I)] \cos(w_o t) + [(V_C(0) - V_i) + j\sqrt{L/C} (I_L(0) - I)] (-j) \operatorname{sen}(w_o t) \quad (1177)$$

Como  $\cos(W_o t) + (-j) \operatorname{sen}(W_o t) = e^{jW_o t}$

$$z(t) = (V_i + j\sqrt{L/C} I) + [(V_C(0) - V_i) + j\sqrt{L/C} (I_L(0) - I)] e^{-jw_o t} \quad (1178)$$

Define-se o centro da circunferência,  $z_0$ ,

$$z_0 = (V_i + j\sqrt{L/C} I) \quad (1179)$$

Define-se o centro da circunferência,  $z_0$ ,





$$z_1 = (V_C(0) - V_i) + j\sqrt{L/C} (I_L(0) - I) \quad (1180)$$

Então

$$z(t) = z_0 + z_1 e^{-jw_o t} \quad (1181)$$

# Eletrônica de Potência: Topologias e Técnicas







 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)



# Eletrônica de Potência: Topologias e Técnicas



 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)