ORGANIZAÇÃO

Carlos José Ferreira Soares

Fernando Soares Coutinho

Severino Coelho da Cruz Junior

Simone Elizabeth Felix Frye

INVESTIGAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

VOLUME 1

Atena Editora

Ano 2025

ORGANIZAÇÃO
Carlos José Ferreira Soares
Fernando Soares Coutinho
Severino Coelho da Cruz Junior
Simone Elizabeth Felix Frye

INVESTIGAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

VOLUME 1

Atena Editora
Ano 2025

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira Scheffer
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Yago Raphael Massuqueto Rocha

A Atena Editora mantém um compromisso firme com a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, assegurando que os padrões éticos e acadêmicos sejam rigorosamente cumpridos. Adota políticas para prevenir e combater práticas como plágio, manipulação ou falsificação de dados e resultados, bem como quaisquer interferências indevidas de interesses financeiros ou institucionais.

Qualquer suspeita de má conduta científica é tratada com máxima seriedade e será investigada de acordo com os mais elevados padrões de rigor acadêmico, transparência e ética.

Os trabalhos nacionais foram submetidos à avaliação cega por pares, realizada pelos membros do Conselho Editorial da editora, enquanto os internacionais passaram por avaliação de pareceristas externos. Todos foram aprovados para publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

INVESTIGAÇÕES EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: VOLUME 1

| Organizadores:
Carlos José Ferreira Soares
Fernando Soares Coutinho
Severino Coelho da Cruz Junior
Simone Elizabeth Felix Frye

| Revisão:
Os autores

| Diagramação:
Thamires Camili Gayde

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I62 Investigações em educação matemática na sala de aula: volume 1 / Organizadores Carlos José Ferreira Soares, Fernando Soares Coutinho, Severino Coelho da Cruz Junior, et al. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2025.

Outra organizadora
Simone Elizabeth Felix Frye

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-3482-5
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.825252108

1. Ensino de matemática. I. Soares, Carlos José Ferreira (Organizador). II. Coutinho, Fernando Soares (Organizador). III. Cruz Junior, Severino Coelho da (Organizador). IV. Título.

CDD 510.7

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
+55 (42) 3323-5493
+55 (42) 99955-2866
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

CONSELHO EDITORIAL

CONSELHO EDITORIAL

APRESENTAÇÃO

A presente obra apresenta abordagens de pesquisas enfatizando resultados de pesquisas em Educação Matemática. Está organizada nos seguintes capítulos: 1. Cascas de bananas: uma abordagem na modelagem em educação matemática; 2. Explorando atividades experimentais na aprendizagem de produto notáveis em uma turma do 8º ano do ensino fundamental; 3. Análise de erros na adição e subtração de frações: um estudo das dificuldades em uma turma do 7º ano do ensino fundamental; 4. O ensino e aprendizagem de polígonos utilizando tangram e o software geogebra; 5. Estatística aplicada: desafios no processo de análise e construção de gráficos e tabelas no ensino fundamental; e 6. Explorando a tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas em uma turma do 8º ano do ensino fundamental.

O primeiro capítulo apresenta a elaboração de atividades com base na Modelagem em Educação Matemática (MEEM), realizada em aulas da disciplina Resolução de Problemas por seis professores indígenas da comunidade de Betânia, em Santo Antônio do Içá (AM). Os docentes são licenciandos em Matemática de uma universidade pública do estado do Amazonas. O objetivo foi incentivar o desenvolvimento de aulas mais contextualizadas com a realidade local, promovendo maior inserção na cultura amazônica e reforçando a preservação ambiental por meio da MEEM. A pesquisa qualitativa teve como procedimentos a observação participante e o grupo focal, e a atividade foi desenvolvida conforme as cinco etapas da modelagem propostas por Meyer et al. (2021): (1) identificação da situação real; (2) simplificação das hipóteses; (3) resolução do problema matemático; (4) validação com a realidade; e (5) tomada de decisão. A análise descritiva evidenciou a modelagem da decomposição da casca de banana pacovan, modelada por uma função do primeiro grau. Como desdobramento, os participantes sugeriram a realização de palestras em escolas de Betânia, para estimular alunos e a comunidade a utilizarem cascas de banana como insumo para hortas caseiras, fortalecendo a sustentabilidade local.

O segundo capítulo apresenta os resultados de uma abordagem explorando os produtos notáveis por meio de atividades experimentais, enfatizando os elementos didáticos utilizados em sala de aula e destacando as experiências dos alunos durante a produção dos experimentos. Os resultados demonstram que os educandos compreenderem a definição do quadrado da soma, quadrado da diferença e produto da soma pela diferença de dois termos.

APRESENTAÇÃO

No terceiro capítulo buscamos compreender as principais dificuldades de estudantes a partir dos possíveis erros por eles cometidos em relação as operações de adição e subtração de frações. A pesquisa foi realizada em uma turma do 7° ano do ensino fundamental e foi dividida em três momentos, inicialmente fizemos um teste diagnóstico, em seguida ministramos uma aula e por fim os alunos resolveram exercícios no quadro. Durante esses momentos, também utilizamos um material didático chamado Mural das Frações. A metodologia de pesquisa foi de cunho qualitativo e desenvolvida a partir da teoria da análise de erros, embasado em teóricos como Cury (2019) e Bardin (1977).

No quarto capítulo abordamos o ensino e aprendizagem de polígonos utilizando o Tangram e o software Geogebra em duas turmas do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual no município de Tefé-AM. Procurou-se trabalhar os polígonos a partir de suas propriedades principais. Esta foi uma pesquisa qualitativa onde se observou a participação e a aprendizagem dos alunos durante a utilização de recursos tecnológicos e do jogo Tangram. O resultado foi bem positivo, pois as atividades realizadas estimularam o envolvimento e a criatividade dos alunos ao propor desafios que exigiam raciocínio e trabalho em equipe.

O quinto capítulo tem como objetivo discutir os desafios enfrentados por alunos do ensino fundamental na construção, interpretação e análise de gráficos e tabelas no contexto da educação básica. A pesquisa, desenvolvida em uma escola pública do município de Tefé-AM, utilizou uma abordagem qualitativa, com foco na análise de erros cometidos pelos estudantes. Foram aplicados pré-teste, aula explicativa e pós-teste, permitindo identificar dificuldades conceituais, procedimentais e estratégicas. A partir dos dados, foram propostas intervenções pedagógicas que contribuíram significativamente para o desenvolvimento do raciocínio estatístico e para a melhoria na aprendizagem dos conteúdos. Este trabalho reforça a importância de metodologias ativas e recursos visuais no ensino de estatística, destacando o papel fundamental da formação crítica em uma sociedade cada vez mais orientada por dados.

Explorando a tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas em uma turma do 8º ano do ensino fundamental

APRESENTAÇÃO

No sexto capítulo apresentamos os resultados de uma investigação científica acerca da exploração da tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas em uma turma do 8° ano do ensino fundamental. Como resultados destacam-se regularidades matemáticas nas operações de multiplicação potenciação e radiciação que foram encontradas pelos sujeitos participantes da pesquisa. Logo, pode-se inferir que trabalhar em sala de aula com tarefas investigativas pode contribuir com a aprendizagem, favorecendo a construção de conhecimentos matemáticos.

SUMÁRIO

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

CASCAS DE BANANAS: UMA ABORDAGEM NA MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Simone Elizabeth Felix Frye
Universidade do Estado do Amazonas
Tefé - Amazonas
ORCID 0000-0001-6543-7746

Andreza Rodrigues de Souza
Universidade do Estado do Amazonas
Tefé - Amazonas
ORCID 0000-0003-2677-3936

1. INTRODUÇÃO

A Modelagem em Educação Matemática (MEEM) tem ganhado destaque no cenário educacional brasileiro desde os anos setenta, impulsionada por pesquisadores como Rodney Carlos Bassanezi e Ubiratan D'Ambrosio. Essa abordagem visa aproximar o ensino da matemática da realidade dos estudantes, promovendo a interação entre professores e alunos, o desenvolvimento do pensamento crítico, a interdisciplinaridade e a valorização dos contextos socioculturais, conforme defendem Burak (2016), Kaviatkovski (2016) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2021).

Desse modo, a aplicação da MEEM torna-se especificamente significativa em contextos indígenas, onde há uma rica diversidade cultural frequentemente excluída dos currículos escolares. A presente proposta justifica-se pela necessidade de oferecer uma educação matemática que dialogue com a realidade amazônica, promovendo o reconhecimento cultural, a valorização dos saberes locais e a conscientização ambiental, aspectos fundamentais para uma formação integral e contextualizada.

Apesar do avanço nas pesquisas sobre a MEEM, ainda são raros os relatos de experiências que abordam sua aplicação em contextos indígenas, especialmente na região amazônica. Essa lacuna evidencia tanto a originalidade quanto a relevância do presente trabalho.

Diante das demandas por uma educação mais significativa e comprometida com os contextos socioculturais dos estudantes, este estudo teve como objetivo incentivar o desenvolvimento de aulas de Matemática que dialoguem com a realidade local, por meio da MEEM. A proposta busca integrar elementos da cultura amazônica aos conteúdos matemáticos, promovendo uma aprendizagem que extrapola o domínio técnico e favorece a formação crítica, consciente e ambientalmente responsável. Nesse sentido, a investigação partiu da seguinte questão: como a MEEM pode contribuir para a contextualização do ensino de Matemática, promovendo a valorização da cultura amazônica e o fortalecimento da consciência ambiental entre os estudantes? Ao valorizar os saberes locais e articular a prática pedagógica com a preservação ambiental, a experiência aponta caminhos para uma educação matemática transformadora, enraizada nos territórios e atenta às urgências socioambientais da região.

A pesquisa, de abordagem qualitativa, baseou-se no desenvolvimento de atividades pedagógicas com professores indígenas, estruturadas segundo as cinco etapas da modelagem propostas por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), utilizando como procedimentos metodológicos a observação participante e o grupo focal. Dentre os principais resultados, destaca-se a promoção de uma aprendizagem matemática contextualizada e significativa, associada ao estímulo ao engajamento crítico com questões ambientais, além do fortalecimento da articulação entre saberes teóricos, cultura local e processos de transformação social.

O texto está estruturado em quatro partes: inicialmente, apresenta-se o referencial teórico que fundamenta a pesquisa; em seguida, são descritos os procedimentos metodológicos adotados; posteriormente, são expostos e discutidos os principais resultados; por fim, são apresentadas as considerações finais do estudo.

2. MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (MEEM)

No contexto atual, o ensino da Matemática tem buscado novas abordagens metodológicas que tornem o processo de aprendizagem mais significativo. Nesse cenário, professores e pesquisadores têm analisado diferentes propostas curriculares e tendências pedagógicas, entre as quais se destaca a Modelagem Matemática.

Mas o que se entende por Modelagem Matemática?

Segundo Bassanezi (2002),

> Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.
>
> (Bassanezi, 2002, p.24)

O autor enfatiza que a modelagem não é apenas uma ferramenta técnica, mas também uma forma de abstração e generalização, essencial para a previsão de tendências. Transformar situações da realidade em problemas matemáticos permite uma melhor compreensão e solução de fenômenos complexos.

Nessa perspectiva, Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) defendem que a MEEM representa uma forma de compreender o mundo e interpretar a realidade como parte de uma aprendizagem para a vida. Essa abordagem se alinha à Educação Matemática Crítica, proposta por Skovsmose (2000), que entende a modelagem como uma ponte entre o conhecimento matemático e o cotidiano dos alunos.

Assim, o ensino torna-se mais significativo, contextualizado e socialmente relevante. Para Skovsmose, a Matemática deve ser uma ferramenta de análise e transformação da realidade, promovendo reflexões sobre questões sociais, econômicas e ambientais. Nesse contexto, a modelagem permite interpretar quantitativamente fenômenos como desigualdade social, uso de recursos naturais e impactos ambientais, contribuindo para a formação de sujeitos críticos e participativos.

Este relato está pautado na MEEM, conforme proposta por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), que compreende cinco etapas:

(1) Identificação da situação real – consiste em observar a realidade e compreender um fenômeno do cotidiano, como o descarte de lixo sem uma seleção adequada; (2) Simplificação das hipóteses – refere-se à transformação do problema observado em uma versão mais simples, viável de ser representada matematicamente; (3) Resolução do problema matemático decorrente – etapa em que o problema é modelado matematicamente e solucionado com base em conteúdos e procedimentos matemáticos; (4) Validação das soluções matemáticas com a realidade – os dados gerados por meio do modelo matemático são comparados com dados reais, utilizando representações como gráficos, tabelas e tecnologias digitais; caso haja aproximação entre os valores, o modelo é considerado válido; (5) Tomada de decisão baseada nos resultados obtidos – na etapa final, o modelo matemático serve como base para a tomada de decisões relevantes e ações concretas, viáveis no contexto analisado.

Na abordagem delineada por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), o aluno assume o papel de protagonista no processo de aprendizagem, construindo seus conhecimentos a partir dos significados que extrai de sua própria realidade. Os problemas trabalhados em sala de aula emergem do contexto dos estudantes, e não de exercícios prontos com respostas padronizadas. O cotidiano dos alunos está sempre presente na aula de Matemática, pois eles carregam consigo suas vivências, percepções, emoções e referências culturais. Reconhecer esse cotidiano como parte integrante do processo educativo é fundamental para promover uma aprendizagem significativa, crítica e contextualizada.

Exemplos de atividades desenvolvidas em salas de aulas no livro de Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) de controle de pragas em plantios precoce, a situação problema: “Qual a largura de uma faixa em torno de um campo plantado que pudesse ser alocado ao plantio prévio, respeitado o percentual máximo de perda?”, trabalhos de Caldeira (1998), com professores, ao observar o entorno do bairro, muitos acidentes muitos assaltos, uma creche próxima, então um grupo trabalhou com a construção de uma passarela, no entanto, terminou fazendo a comparação entre áreas e volumes de um túnel retangular e cilíndrico, por decisão da comunidade.

Outros trabalhos com a MEEM são os de Diniz (2007), os alunos, ao investigarem o câncer de próstata, utilizaram um software para traçar alguns gráficos e, por meio deles e das possibilidades da visualização que o software oferecia, fizeram conjecturas sobre os problemas estudados e compreenderam melhor as questões investigadas.

Malheiros (2008) apresenta uma experiência de modelagem matemática desenvolvida por duas professoras argentinas, a partir de um problema real identificado por seus alunos: um engarrafamento causado pela descoordenação dos semáforos próximos à escola. A investigação envolveu a coleta e análise de dados reais. As docentes utilizaram tecnologias digitais, como softwares de gráficos e recursos online, para estudar o fenômeno. A atividade favoreceu o pensamento crítico e a aplicação da matemática em um contexto significativo.

À luz desses pressupostos, estimular futuros professores indígenas a utilizarem o contexto da realidade amazônica torna-se essencial para fortalecer o sentimento de pertencimento cultural, valorizando suas crenças, saberes tradicionais e o compromisso com a preservação ambiental.

3. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Ser crítico em Educação Matemática implica compreender as razões pelas quais determinados conteúdos são selecionados para o ensino, refletindo sobre suas finalidades, os métodos pedagógicos empregados e os contextos socioculturais em que se inserem. Essa postura crítica exige questionar não apenas o “o que” ensinar, mas também “por que” e “para quem” se ensina matemática.

De acordo com D’Ambrosio (1990), a matemática tradicionalmente ensinada nas escolas é, em grande parte, construída sob a ótica do colonizador. Trata-se de uma matemática marcada pelo imperialismo cultural, que frequentemente ignora os saberes matemáticos das culturas locais, impondo novas linguagens, religiões, valores e formas de conhecer. Nesse contexto, o autor propõe o conceito de Etnomatemática, que reconhece que cada cultura desenvolve seus próprios modos de contar, medir, organizar e interpretar o mundo. Essa concepção promove uma matemática mais humana, inclusiva e culturalmente situada, que valoriza os conhecimentos tradicionais, as linguagens e os valores dos diferentes grupos sociais.

Complementando essa visão, Bishop (1990) argumenta que, embora muitas vezes considerada neutra e universal, a matemática tem operado historicamente como uma poderosa ferramenta cultural. Através dela, os valores e modos de pensamento dos povos dominantes foram impostos aos povos colonizados, contribuindo para a manutenção de estruturas de controle social, político e cultural.

Rosa e Orey (2025), também defendem a Etnomatemática, como uma abordagem decolonizadora, um saber construído historicamente pelas culturas, sem negar a matemática acadêmica, mas de integrá-las aos saberes locais, respeitando as identidades culturais dos estudantes e promovendo um ensino mais justo, crítico e emancipador alinhados com Skvsmose (2000).

Na perspectiva de Skovsmose (2000), a Educação Matemática Crítica deve ser compreendida como uma prática humana de vir a conhecer, que não se limita ao domínio técnico dos conteúdos, mas incorpora a análise crítica das práticas matemáticas em seus contextos sociais, culturais, políticos e ambientais. Essa abordagem amplia a compreensão de que ensinar Matemática é também um ato político e formativo.

Nesse contexto, a reflexão crítica permite aos estudantes compreender que a matemática está profundamente relacionada à vida cotidiana e às questões sociais. Os conhecimentos matemáticos — como gráficos, tabelas, funções, algoritmos e dados — não são neutros, mas possuem efeitos concretos sobre a realidade, influenciando decisões econômicas, políticas e ambientais.

Assim, ensinar matemática de forma crítica significa possibilitar ao estudante questionar seu uso e suas implicações nas diversas esferas da vida.

Um exemplo dessa postura crítica é trazido por Paulo Freire (1974), ao criticar métodos mecanicistas de alfabetização, como o uso da frase "Eva viu a uva". Segundo o autor, alfabetizar não se resume à decodificação de palavras, mas implica interpretar o mundo. Para Freire, é fundamental problematizar o conteúdo aparentemente neutro: quem é Eva? Qual sua posição social? Quem cultiva as uvas? Quem se apropria dos lucros? Essas questões revelam a necessidade de contextualizar o ensino com base na realidade dos educandos.

De forma semelhante, refletir sobre o valor "menos dez" vai além da abstração matemática; pode significar uma dívida financeira ou uma profundidade real para quem vive às margens de um rio, como nas comunidades ribeirinhas. Essas conexões mostram como a matemática pode (e deve) dialogar com as experiências culturais dos alunos.

Nessa direção, a MEEM constitui uma ponte concreta entre o conhecimento matemático escolar e os princípios da Educação Matemática Crítica. Ao articular conteúdos curriculares com situações reais vividas pelos estudantes, a MEEM torna o ensino mais contextualizado, significativo e socialmente comprometido. Conforme enfatiza Skovsmose (2000), a matemática deve ser compreendida como uma ferramenta de análise crítica e transformação do mundo, capaz de promover reflexões sobre problemáticas sociais, econômicas e ambientais.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados desta pesquisa qualitativa seguiram as cinco etapas da MEEM, conforme proposto por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021). A primeira etapa, identificação da situação real, teve como foco o lixão do município. Durante a visita ao local, os professores em formação observaram o acúmulo de resíduos sólidos diversos, com destaque para o consumo e o descarte de bananas em residências. A partir dessa observação, investigaram o tempo médio de decomposição das cascas e os impactos ambientais associados ao descarte inadequado, como poluição visual e proliferação de pragas.

Essa temática emergiu de uma realidade cotidiana dos professores indígenas participantes, que relataram vivenciar a mesma problemática em suas comunidades, sobretudo pela ausência de um serviço regular de coleta de lixo. Essa aproximação com o contexto sociocultural dos sujeitos foi fundamental para que assumissem o protagonismo na construção do conhecimento, favorecendo uma articulação concreta entre a Matemática e a vida social. Essa perspectiva dialógica encontra respaldo na Educação Matemática Crítica, conforme delineado por Skovsmose (2000), ao reconhecer que o ensino da Matemática deve promover reflexões sobre o mundo e possibilitar sua transformação.

Diante do problema identificado no contexto do lixo doméstico, os participantes iniciaram uma discussão sobre possibilidades de abordagem matemática que dialogassem com a realidade observada. Inicialmente, cogitaram investigar o tempo de decomposição das cascas de banana pacovan.

No entanto, em razão da escassez de dados confiáveis e do tempo limitado para a realização da pesquisa, decidiram, após reflexão coletiva, redirecionar o foco da investigação para uma nova questão: quantas cascas de banana seriam necessárias para produzir um quilograma de adubo?

A escolha desse novo tema revelou-se estratégica, por estar diretamente relacionada a um alimento amplamente cultivado e consumido na comunidade, além de possibilitar a mobilização de conhecimentos matemáticos contextualizados. Tal mudança evidenciou o compromisso dos professores em formação com uma prática pedagógica significativa, crítica e socialmente relevante.

As cinco etapas da MEEM, conforme delineadas por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), foram descritas a seguir:

1)Situação real – desperdício de cascas de banana no lixo doméstico;

2)Simplificação das hipóteses – formulação da pergunta "É possível produzir adubo a partir das cascas? Quantas seriam necessárias para gerar 1 kg?";

3)Resolução do problema matemático – os professores, com base em seu conhecimento empírico, estimaram o peso médio de uma casca de banana pacovan. Após a pesagem da amostra, obteve-se o valor de 55 gramas. Para facilitar os cálculos, optou-se por arredondar esse valor para 60 gramas, considerando-o como a média das cascas.

A figura 01 ilustra a pesagem das cascas de banana:

Figura 01: Pesagem das cascas de banana pacovan

Fonte: Dados da pesquisa.

Esse momento de experimentação, marcado pela interação entre o objeto, foi fundamental para a construção do conhecimento matemático. A manipulação de objetos, a estimativa e a mediação entre dados reais e conteúdos matemáticos favoreceram um processo de aprendizagem ativo e significativo. Os participantes romperam com a lógica transmissiva do ensino tradicional, compreendendo, na prática, que o saber matemático pode emergir da realidade vivida e ser construído de forma colaborativa. Essa experiência evidencia como a Matemática, quando vinculada à prática concreta e ao contexto sociocultural dos alunos, ganha novos significados e potencializa a aprendizagem (Meyer; Caldeira; Malheiros, 2021).

Com base em pesquisas realizadas na internet, os participantes constataram que as cascas de banana perdem cerca de 20% de sua massa durante o processo de decomposição. Com isso, modelaram a situação com base na seguinte lógica: se cada casca pesa 60 g, a massa final após a decomposição seria de 80% desse valor, ou seja, 48 g (0,048 kg). A partir disso, aproximou-se de uma função afim para representar matematicamente a relação entre o número de cascas (x) e a massa final (y):

$y = 0{,}048.x$ função (01).

Para determinar quantas cascas seriam necessárias para obter 1 kg de adubo, resolveram a equação 01:

$1 = 0{,}048x \longrightarrow x = 1 \div 0{,}048 \approx 20{,}8$ eq. (01)

Ou seja, seriam necessárias aproximadamente 21 cascas de banana. Esse processo de resolução envolveu o uso da regra de três simples, construção de tabelas, representação gráfica da função e validação dos cálculos em planilhas eletrônicas. Esse cálculo está representado na figura 02:

Figura 02: Cálculo pela regra de três simples

MASSA DE UMA CASCA DE BANANA	PERDA DA MASSA DA BANANA
0,06 Kg	100% =100/100= 1
X	20% =20/100=0,2

1. X= 0,2 . 0,06

X= 0,012 kg

Fonte: Dados da pesquisa.

Houve momentos de erro e correção, especialmente relacionados à confusão entre unidades de medida e ordens de grandeza, os quais foram superados por meio de discussões coletivas e mediação docente. Tais situações são comuns na aplicação da MEEM, uma vez que desafiam os participantes a transitar da zona de conforto para zonas de incerteza e tomada de decisão, conforme descrito nos trabalhos de Meyer, Caldeira e Malheiros (2021).

A quarta etapa da MEEM, referente à aproximação aos valores reais e à validação da solução matemática, consistiu na representação dos dados obtidos por meio de uma tabela e da função $y = 0{,}048x$. Os professores construíram, no Excel, uma tabela para conferir os valores de entrada, representados pela variável x (número de cascas de banana), e os valores de saída, representados por y (massa de adubo gerada), conforme mostra a tabela 01.

Tabela 01: Cálculo da função afim $y = 0{,}048.x$

x (número de cascas de banana)	y (Kg de adubo)	(x, y)
1	0,048	(1; 0,048)
2	0,096	(2; 0,096)
3	0,144	(3; 0,144)
4	0,192	(4; 0,192)
5	0,240	(5; 0,240)
6	0,288	(6; 0,288)
20	0,960	(20; 0,960)
21	1,008	(21; 1,008)

Fonte: Elaborado pelas autoras.

A organização dos dados por meio da função matemática, aliada à interpretação dos resultados, contribuiu significativamente para ampliar a compreensão, por parte dos professores em formação, sobre o papel da Matemática na análise de fenômenos do cotidiano. Essa prática evidenciou o desenvolvimento da competência matemática tecnológica, conforme proposta por Skovsmose (2000), ao demonstrar a capacidade dos participantes de aplicar conceitos matemáticos na resolução de problemas concretos e socialmente relevantes.

Além disso, ampliou-se a capacidade de leitura crítica da realidade, na medida em que os professores reconheceram que conteúdos como função, proporção e estimativa podem ser utilizados como ferramentas de transformação social em benefício das comunidades indígenas. Tal postura rompe com a ideia da matemática como linguagem neutra e universal, frequentemente criticada por Bishop (1990), ao demonstrar que o conhecimento matemático pode e deve ser contextualizado e culturalmente situado.

Na quinta etapa da MEEM, correspondente à tomada de decisão, os participantes refletiram sobre o significado dos resultados obtidos e sobre possíveis ações concretas a partir deles, em consonância com Skovsmose (2000), que defende o desenvolvimento da competência matemática reflexiva crítica. Com base nas discussões realizadas, propuseram a realização de palestras em escolas da comunidade, abordando temas como compostagem, reutilização de resíduos orgânicos e educação ambiental, além da implementação de projetos pedagógicos com os alunos sobre os impactos do lixo no meio ambiente.

Durante o grupo focal realizado após a atividade, os professores destacaram os desafios enfrentados — como a limitação de tempo, as dificuldades em estimar dados reais e a ausência de respostas prontas —, mas também enfatizaram a potência formativa da experiência. Reconheceram que aprender Matemática a partir de situações do cotidiano é mais desafiador, porém mais significativo, pois possibilita a articulação entre o saber escolar, o saber tradicional e a transformação social.

Essa experiência mostrou que, em vez de conteúdos descontextualizados, a Matemática pode (e deve) ser ensinada a partir de realidades vividas, valorizando os saberes dos povos amazônidas e promovendo o sentimento de pertencimento e inclusão desses sujeitos no processo educativo, conforme defendem D'Ambrósio (1990), Skovsmose (2000), Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), além de Rosa e Orey (2025).

5. DELINEAMENTO METODOLÓGICO

Para atingir o objetivo de incentivar o desenvolvimento de aulas mais contextualizadas à realidade local, favorecendo a inserção da cultura amazônica e o fortalecimento da preservação ambiental por meio da MEEM, a pesquisa adotou uma abordagem qualitativa em Educação Matemática, conforme Borba e Araújo (2019), por buscar compreender e interpretar os discursos e ações dos participantes durante o processo de ensino e aprendizagem na elaboração de uma atividade pautada nas etapas da MEEM por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021).

A investigação foi realizada com seis professores indígenas, um recorte da turma do curso de Licenciatura em Matemática do Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR) no município de Santo Antônio do Içá-Amazonas. Os participantes elaboraram atividades pedagógicas com base em temas de interesse da comunidade, utilizando MEEM como estratégia central.

Os procedimentos metodológicos adotados incluíram a observação participante, realizada durante as aulas e na elaboração das atividades, além da realização de um grupo focal após as apresentações do trabalho realizado. Este teve como finalidade coletar feedbacks sobre as percepções dos docentes em relação às potencialidades e limitações da MEEM, bem como sua aplicabilidade futura em sala de aula.

A análise dos dados seguiu a abordagem qualitativa descritiva, conforme Soares (2022), priorizando o relato e a interpretação dos dados tal como se apresentaram, sem a intenção de generalizações, mas valorizando os significados construídos pelos participantes ao longo do processo da atividade.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados desta pesquisa qualitativa, cujo objetivo foi incentivar o desenvolvimento de aulas mais contextualizadas com a realidade local, promovendo a inserção da cultura amazônica e o fortalecimento da preservação ambiental por meio da MEEM, revelaram-se satisfatórios. As cinco etapas propostas por Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) foram integralmente seguidas, o que permitiu uma aplicação efetiva da metodologia no contexto investigado.

Na etapa inicial — identificação da situação real —, o foco recaiu sobre o lixão do município e o descarte inadequado de resíduos orgânicos, especialmente cascas de bananas pacovan. A partir da observação in loco, os professores em formação analisaram os impactos ambientais desse descarte, como a poluição visual e a proliferação de pragas. Em seguida, modelaram a quantidade de cascas necessárias para a produção de um quilograma de adubo orgânico, conectando conhecimentos matemáticos a uma problemática real e cotidiana.

Essa temática emergiu diretamente das vivências dos professores indígenas participantes, que relataram enfrentar desafios semelhantes em suas comunidades, principalmente devido à ausência de um serviço regular de coleta de lixo. Essa aproximação com o contexto sociocultural foi essencial para promover o protagonismo dos sujeitos na construção do conhecimento, estabelecendo uma conexão concreta entre a Matemática e a vida social. Tal abordagem dialoga com os princípios da Educação Matemática Crítica, conforme Skovsmose (2000), ao considerar o ensino como instrumento de reflexão e transformação da realidade.

Inicialmente, cogitou-se investigar o tempo de decomposição das cascas de banana. No entanto, diante da escassez de dados confiáveis e do tempo limitado para o desenvolvimento da pesquisa, os participantes optaram, por meio de reflexão coletiva, por redirecionar o foco para uma questão mais viável e relevante: quantas cascas de banana seriam necessárias para produzir um quilo de adubo? Essa escolha demonstrou sensibilidade à realidade local e engajamento com uma prática pedagógica crítica e socialmente significativa.

Dessa forma, conclui-se que a aplicação da MEEM favoreceu não apenas uma aprendizagem matemática contextualizada e significativa, mas também estimulou o engajamento crítico com questões ambientais vivenciadas pelas comunidades dos participantes. A experiência reforça a importância de práticas pedagógicas que articulem teoria, cultura local e transformação social, contribuindo tanto para o fortalecimento da identidade cultural quanto para a conscientização ambiental.

Considerando as limitações do estudo, como o tempo reduzido e a dificuldade de acesso a dados locais confiáveis, recomenda-se que pesquisas futuras explorem outras formas de reaproveitamento de resíduos orgânicos em comunidades tradicionais e investiguem com maior profundidade a relação entre Educação Matemática e sustentabilidade em contextos amazônicos.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: uma abordagem pedagógica**. São Paulo: Contexto, 2002.

BISHOP, A. J. Western mathematics: the secret weapon of cultural imperialism. **Race & Class**, London, v. 32, n. 2, p. 51–65, 1990.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

BURAK, D. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Modelagem matemática na educação básica. 2. ed. rev. e ampl. Ponta Grossa: UEPG, 2016. p. 17–40.

CALDEIRA, A. D. Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudança. 1998. 158 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DINIZ, L. N. O papel das tecnologias da informação e comunicação nos projetos de modelagem matemática. 2007. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 1974.

KAVIATKOVSKI, M. A. de C. Modelagem matemática no ensino fundamental: relatos de experiências. 2. ed. rev. e ampl. Ponta Grossa: UEPG, 2016.

MALHEIROS, A. P. S. Educação Matemática online: a elaboração de projetos de modelagem matemática. 2008. 273 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MEYER, J. F. C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

ROSA, M.; OREY, D. C. Reflexões internacionais sobre as características decolonizadoras do Programa Etnomatemática. **Paradigma**, Maracay, v. 46, n. 1, e2025014, 2025. DOI: https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025014.id1604.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica**. Campinas: Papirus, 2000.

SOARES, C. J. F. **Análise descritiva qualitativa**. Curitiba: CRV, 2022.

CAPÍTULO 2

EXPLORANDO ATIVIDADES EXPERIMENTAIS NA APRENDIZAGEM DE PRODUTO NOTÁVEIS EM UMA TURMA DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Lia Tavares Carneiro
Universidade do Estado do Amazonas – UEA
Tefé – Amazonas

Carlos José Ferreira Soares
Universidade do Estado do Amazonas – UEA
Tefé - Amazonas
https://orcid.org/0000-0002-0265-8944

INTRODUÇÃO

Essa investigação ressalta as percepções e demandas dos estudantes em relação à aprendizagem de produtos notáveis com atividades experimentais. Além disso, reflete sobre a necessidade de contribuir efetivamente para formação desses estudantes como cidadãos críticos e conscientes, sabendo interpretar, analisar e questionar situações-problema apresentadas, em sua vida cotidiana e na futura vida profissional. Soares (2021) enfatiza que atividades experimentais podem tornar o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmicos, incentivando o aluno a se tornar protagonista no seu próprio aprendizado. Desta forma, possibilitando aos alunos elaborem hipóteses e questionamentos que estejam relacionados ao seu dia-a-dia, propiciando a construção de conceitos e compreensões de aprendizagem, no sentido de favorecer aos alunos meios para resolução de problemas do seu cotidiano.

Assim, tratando-se do processo de aprendizagem dos produtos notáveis, é muito comum os alunos apresentarem dificuldades de aplicarem a propriedade distributiva de multiplicação ou regras do tipo o quadrado da soma e o quadrado da diferença. Neste sentido, Stella e Almeida (2015) ressaltam que os produtos notáveis são essenciais no ensino de matemática, pois estimulam o raciocínio algébrico e a habilidade de generalizar. Ao trabalhar com essas identidades, o aluno consegue entender a álgebra de forma mais profunda e organizada.

Deste modo, a pesquisa buscou analisar as descobertas dos alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental acerca dos produtos notáveis ao trabalharem com atividades experimentais, identificar as dificuldades de aprendizagem durante o desenvolvimento dos experimentos matemáticos, destacar as evidências emergidas sobre produtos notáveis, e consequentemente, contribuir com a aprendizagem dos alunos e também com o ensino em sala de aula como uma alternativa metodológica.

A pesquisa em questão foi desenvolvida por meio de uma abordagem qualitativa, em que a produção de dados se deu diretamente com as pessoas pesquisadas, onde os sujeitos da pesquisa foram os alunos, os dados foram coletados por meio de uma atividade experimental. Para analisar os dados produzidos utilizamos a análise descritiva qualitativa, tomando como base Soares (2022).

Além disso, acreditamos que as investigações matemáticas são uma alternativa metodológica que potencializa a construção de conhecimentos matemáticos. Malheiro e Fernandes (2015) acrescentam que o recurso ao trabalho experimental investigativo tem o objetivo de resolver um problema real, constituindo uma estratégia pedagógica com potencial inovador, porquanto possibilita o trabalho em grupo, a pesquisa e a construção de novos conhecimentos e, por isso também, potenciadora de aprendizagens mais amplas e significativas para os alunos. Segundo Bizzo (1998) as atividades experimentais devem estar sempre presentes nas ações e reflexões das práticas pedagógicas, fazendo com que o ensino de matemática tenha um contexto investigativo.

Desta forma, possibilitando aos alunos elaborem hipóteses e questionamentos que estejam relacionados ao seu dia-a-dia, e propiciando a construção de conceitos e compreensões de aprendizagem, no sentido de favorecer aos alunos meios para resolução de problemas do seu cotidiano.

Deste modo o presente artigo foi norteado pelo seguinte problema de pesquisa: quais os indícios de aprendizagem de uma turma do 8° ano do ensino fundamental ao trabalharem produtos notáveis por meio de atividades experimentais? Os resultados da pesquisa explorando atividades experimentais na aprendizagem de produto notáveis apresenta as descobertas dos alunos que foram, as relações matemáticas, os cálculos da área dos quadrados, dos retângulos, porque a figura é composta por figuras geométricas e potenciação que se resulta por essas figuras.

O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PRODUTOS NOTÁVEIS

Os produtos notáveis são importantes em Matemática devido sua exploração em diversos outros objetos de conhecimento como, por exemplo, o Teorema de Pitágoras. Além disso, eles permitem simplificar expressões algébricas complexas e são essenciais para o desenvolvimento de habilidades matemáticas avançadas, aparecendo com mais frequência em cálculos algébricos, facilitando as resoluções e reduzindo o tempo, São utilizados principalmente para a fatoração de polinômios e para evitar erros com sinais (Melo, 2014).

Os produtos notáveis são multiplicações em que os fatores são polinômios, usados para facilitar cálculos e agilizar procedimentos matemáticos. A familiaridade com as formas de resolução de cada um dos produtos notáveis facilita a resolução de situações-problema que envolvem polinômios, bastante comuns na geometria e em outras áreas da Matemática. Acredita-se que as dificuldades que os alunos apresentam em compreender alguns conceitos matemáticos mais complexos, estão relacionados com a Álgebra, então, os produtos notáveis se destacam como sendo uma parte da Álgebra que os alunos têm mais dificuldades em apreender ou relacionar com a geometria para visualizar áreas e perímetros.

Sobre o conceito de produtos notáveis, Villarinho (2009, p. 74) afirma que "são identidades algébricas que se destacam por suas formas padronizadas e pela facilidade com que permitem simplificar expressões algébricas". Exemplos incluem $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ e $(a+b) \cdot (a-b)$. Desta forma, os produtos notáveis são identidades algébricas que resultam de multiplicações específicas, como o quadrado da soma, o quadrado da diferença e o produto da soma pela diferença. Essas identidades ajudam a resolver expressões de maneira mais eficiente e a compreender padrões algébricos.

Tratando-se do processo de aprendizagem dos produtos notáveis, é muito comum os alunos apresentarem dificuldades de aplicarem a propriedade distributiva de multiplicação ou as regras como no quadrado da soma (o quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo) e no quadrado da diferença (o quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo). Lorenzato (2006, p.9) ressalta o fato de que "os materiais devem visar mais diretamente à ampliação de conceitos, à descoberta de propriedades, à percepção da necessidade do emprego de termos ou símbolos, à compreensão de algoritmos, enfim, aos objetivos matemáticos".

Acredita-se que a exploração dos produtos notáveis por meio de práticas dinâmicas, por exemplo, atividades experimentais, pode contribuir para a aprendizagem dos alunos, uma vez que a utilização de experimentos matemáticos na sala de aula é uma atividade dinâmica e instiga os alunos a construírem a conhecimentos (Soares, 2024). Além disso, Sarmento (2012, p. 11) corrobora com essa temática de utilizar as atividades experimentais para explorar os produtos notáveis, explicando que:

> O modelo de ensino que leva em conta o caráter experimental da matemática torna-se mais significativo uma vez que leva ao estudante desta disciplina associar este conhecimento à sua vida cotidiana ao tempo em que funciona como uma ponte para a transição do pensamento concreto para o abstrato, contribuindo com a organização do pensamento matemático e com o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Nesse sentido, é importante que estimule os alunos a criar seus próprios métodos de descobertas e utilização, para compreender os caminhos que estão trilhando para chegar em sua resposta, pois assim terá vários jeitos de manipular as expressões tornando o estudo de álgebra dinâmico e reflexivo.

Iezzi, et al (2007, p. 56) ao abordarem sobre a importância dos produtos notáveis na aprendizagem, explicam que "a utilização dos produtos notáveis em álgebra possibilita a resolução mais rápida de problemas e a simplificação de expressões complexas, sendo uma ferramenta essencial no aprendizado matemático".

Analisando a abordagem citada, a importância dos produtos notáveis vai além da simplificação de expressões algébricas, pois são fundamentais ao desenvolvimento do raciocínio lógico e a capacidade de generalização dos estudantes. A prática constante desses produtos contribui para a construção de uma base sólida em álgebra, facilitando a aprendizagem de tópicos mais complexos no futuro. Stella e Almeida (2015, p. 113) também contribuem afirmando que "os produtos notáveis são fundamentais na educação matemática, pois ajudam a desenvolver o pensamento algébrico e a capacidade de generalização. A prática dessas identidades promove uma compreensão mais profunda e estruturada da álgebra".

Stewart (2015, p.89) também corrobora afirmando que, "os produtos notáveis são frequentemente utilizados em cálculos de áreas e volumes na geometria, bem como em séries e polinômios no cálculo. Sua aplicabilidade prática os torna indispensáveis em várias disciplinas científicas".

Os produtos notáveis também promovem o desenvolvimento de habilidades matemáticas, tais como realização de cálculos e resoluções de equações do 2º grau, pois, ao fatorar um polinômio do 2º grau o transformamos em um produto, facilitando assim encontrar as raízes da equação. Além disso, também são explorados para a compreensão de situações envolvendo formas geométricas. Para Eves (1997, p. 142) "a familiaridade com os produtos notáveis é crucial para a compreensão da álgebra e suas aplicações. Eles servem como blocos de construção para muitos conceitos matemáticos mais avançados".

Portanto, os produtos notáveis são essenciais no currículo da Matemática, tanto no ensino fundamental quanto no médio. Assim a aprendizagem e aplicação dos alunos se desenvolvem por meios de habilidades científicas para a resolução de problemas e a compreensão de conceitos avançados em matemática.

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS

As atividades experimentais são práticas que permitem que os alunos explorem conceitos científicos por meio de observação, manipulação e análise direta de materiais e equipamentos. De acordo com Maldaner (2003, p.105) consiste em [...] aproximar os objetos concretos das descrições teóricas criadas, produzindo idealizações e, com isso, originando sempre mais conhecimentos sobre esses objetos e, dialeticamente, produzindo melhor matéria-prima, melhores meios de produção teórica, novas relações produtivas e novos contextos sociais e legais da atividade produtiva intelectual.

Segundo Bizzo (1998) as atividades experimentais devem estar sempre presentes nas ações e reflexões das práticas pedagógicas, fazendo com que o ensino de matemática tenha um contexto investigativo, possibilitando aos alunos elaborem hipóteses e questionamentos que estejam relacionados ao seu dia-a-dia, e propiciando a construção de conceitos e compreensões de aprendizagem, no sentido de favorecer aos alunos meios para resolução de problemas do seu cotidiano.

Catelan e Rinaldi (2018) enfatizam que as atividades experimentais podem ser uma forma eficaz de promover a aprendizagem significativa, pois permitem que os alunos explorem conceitos e ideias de forma prática e ativa. Assim, podendo ajuda-los a construir os conhecimentos, promovendo a aprendizagem cooperativa, compartilhando suas ideias para resolver os problemas. Ao utilizar as atividades experimentais os alunos serão os protagonistas de sua aprendizagem, tendo em vista que, durante a realização terá o contato ativo com os materiais concretos, manipulando como será realizado os experimentos e compartilhando as ideias com os demais colegas. Lorenzato (2010) ressalta que, essas ações assume o sentido de pôr a prova, ensaiar, verificar um determinado fenômeno, investigar. Na escola, a experimentação é um processo que permite o aluno se envolver com o conteúdo em estudo, levantar hipóteses, procurar alternativas, avaliar resultados, bem como participar das descobertas e socializações com seus pares.

As atividades experimentais desenvolvidas no ambiente escolar devem ser de tal modo que promovam uma participação ativa e curiosa por parte dos alunos, desempenhando uma postura crítica e ampliando sua capacidade de análise da realidade em que vive e produzi um processo investigativo.

Malacarne e Strieder (2009, p.3) afirmam que "[...] a experimentação tem o potencial de motivar os alunos, incentivando a reflexão sobre os temas propostos, estimulando a sua participação ativa no desenvolvimento da aula e contribuindo para a possibilidade efetiva de aprendizagem''.

Nesta perspectiva, a utilização de atividades experimentais é um ponto de partida para desenvolver a compreensão de conceitos, levando o aluno a participar de seu processo de aprendizagem, sair de uma postura passiva para uma participação ativa nas atividades realizadas em sala de aula. Isto, faz com que seja estimulado a procurar, explorar e investigar o que está sendo estudado, resultando em um processo investigativo em busca de situações-propostas.

Soares (2022) enfatiza que a realização de experimentos tem como relevância ajudar os alunos a serem os protagonistas do ato de aprender o conteúdo ministrado, tornando a aprendizagem cooperativa e significativa por meio do compartilhamento de ideias durante a realização dos experimentos em sala de aula. Também vale ressaltar que as atividades experimentais no contexto da Educação Matemática, configuram-se como uma alternativa metodológica para o desenvolvimento das habilidades matemáticas, ou seja, auxiliam na promoção da aprendizagem. Tanto o professor quanto os alunos são personagens fundamentais, visto que, o papel do professor como mediador do processo e do aluno como observador e investigador favorece a construção de conhecimentos.

Desse modo, tomando como base Suart e Marcondes (2008, p. 3) a atividade experimental deve surgir em virtude da problematização de um conteúdo, pois se uma aula for organizada de forma a colocar o discente diante de um problema, "poderá contribuir para o aluno raciocinar logicamente sobre a situação e apresentar argumentos na tentativa de analisar os dados e apresentar uma conclusão plausível".

No âmbito da Matemática a realização de experimentos é uma oportunidade para os alunos discutirem a presença das definições e propriedades matemáticas dos conteúdos explorados. A esse respeito, Santos (2014, p. 10) afirma que "a função do ensino experimental está diretamente relacionada com a consciência da necessidade de adoção, pelo professor, de uma postura diferenciada sobre como ensinar e aprender Matemática".

Partindo desta reflexão, a utilização dos experimentos nas aulas de matemática pode contribuir para o desenvolvimento eficaz da aprendizagem e promover a construção do conhecimento. Cervo, Bervian e Silva (2007) também contribuem afirmando que a atividade de "[...] experimentação consiste no conjunto de processos utilizados para verificar as hipóteses [...]" através da exploração de atividades práticas que possibilitam a investigação da validade ou refutação das conjecturas formuladas. Desta forma, o professor é um agente fundamental no processo de ensino aprendizagem, e durante as aplicações de atividades nas aulas de Matemática envolvendo os experimentos, ele deve ser um mediador que estimule os alunos a serem protagonistas de suas aprendizagens e personagens construtores do saber aprender a fazer matemática.

Segundo Sá (2020), as atividades experimentais são processos didáticos que se realizam por meio de tarefas, utilizando materiais concretos ou até mesmo ideias que o professor elabora com intuito do aluno conciliar a prática com um determinado conteúdo, a partir da realização da tarefa, levando o aluno a uma análise e reflexão do resultado encontrado. Neste sentido, a exploração de atividades experimentais na Matemática é uma abordagem pedagógica instigadora que poderá despertar no professor a motivação de refletir sobre as possibilidades dinâmicas que podem proporcionar ao processo de aprendizagem dos alunos durante as aulas, assim analisando os desenvolvimentos e habilidades dos mesmos.

Além disso, acreditamos que é uma alternativa metodológica que potencializa a construção de conhecimentos matemáticos. Malheiro e Fernandes (2015) acrescentam que o recurso ao trabalho experimental investigativo tem o objetivo de resolver um problema real, constituindo uma estratégia pedagógica com "potencial inovador, porquanto possibilita o trabalho em grupo, a pesquisa e a construção de novos conhecimentos e, por isso também, potenciadora de aprendizagens mais amplas e significativas para os alunos".

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa em questão foi desenvolvida por meio de uma abordagem qualitativa, uma vez que a mesma é capaz de fornecer dados descritivos por meio do contato direto do pesquisador com a situação estudada, dando valorização a perspectiva dos participantes. Segundo Fiorentini (2013), esse tipo de abordagem é caracterizado por seus objetivos que estão relacionados com a compreensão de alguns aspectos da vida social e seus métodos que, geralmente, podem ser descritos em palavras relacionadas a vida social e seus métodos. É baseada na interpretação do pesquisador, em vez de números como dados para análise.

A referida pesquisa teve como modalidade a pesquisa de campo, pois envolve a produção de dados diretamente com as pessoas pesquisadas. Marconi e Lakatos (2017) salientam que ela tem objetivo de conseguir informações e/ou conhecimentos acerca de um problema, para o qual se procura uma resposta, ou de uma hipótese, que se queira comprovar, ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou as relações entre eles. Consiste na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na produção de dados a eles referentes e no registro de variáveis que se presume relevantes, para analisá-los. Sendo assim, a pesquisa de campo possibilitou, nesta investigação, a produção de dados no ambiente em que a pesquisa foi realizada.

A técnica e instrumentos que foram utilizados para a produção de dados desta pesquisa foram os cadernos de anotações do pesquisador e dos participantes da pesquisa e um questionário, respectivamente. Os cadernos de anotações foram importantes para os registros das observações realizadas pelo pesquisador e das respostas dos alunos durante a atividade. O questionário foi importante para a coleta das percepções e descobertas dos alunos durante a realização da atividade experimental. Andrade (2009), ressalta que o questionário é um instrumento de coleta de dados constituído por uma série ordenada de perguntas, que devem ser respondidas por escrito e sem a presença do entrevistador.

Para analisar os dados produzidos foi utilizada a técnica análise descritiva qualitativa. Optamos pela escolha desta técnica de análise porque esse processo foi focado em descrever detalhadamente as produções dos resultados da pesquisa imbricadas com o referencial teórico, enfatizando durante todo o processo de análise a compreensão e interpretação dos dados. Sobre essa técnica de análise de dados, Soares (2022) destaca que ela possibilita o tratamento dos dados de forma minuciosa, descrevendo as evidências embasadas no referencial teórico da pesquisa.

Os sujeitos da pesquisa em questão foram os alunos de uma turma do 8ºano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Tefé-AM. A referida escolha se deu devido a experiência da pesquisadora durante atuação como professora e observou que os alunos apresentaram dificuldades de aprendizagem em relação aos Produtos Notáveis, principalmente, no que se refere aos conceitos e propriedades, que foi um dos focos de exploração desta pesquisa.

Para a dar início na atividade no primeiro encontro, apresentei a proposta da pesquisa a turma e relatei os materiais que seria utilizado entre eles a cartolina, a tesoura, e a régua, e em seguida entreguei o termo de assentimento, pois como os alunos são menores de idade precisa da autorização dos mesmo para utilizar os dados. E no segundo encontro que teve duração de três horas aulas, expliquei como se faria o quadrado na cartolina e já dei aos grupos duas expressões que foi $(a+b)^2$ e $(a-b)^2$, e depois fazer outro quadrado menor dentro desse quadrado maior e logo a partir disso surgiu os dois retângulos e assim foram percebendo o porquê realmente da expressão exposta no início da atividade.

Foi realizada uma atividade experimental explorando Produtos Notáveis com o objetivo de coletar as descobertas dos alunos durante a realização do experimento. Para tal, a turma foi dividida em pequenos grupos e desenvolvidos 3 encontros, conforme destaca o Quadro 1.

Quadro 1: Resumo dos encontros

Encontros	Atividade
1º	Teve duração de uma hora aula e foi destinado para apresentar a proposta à turma, destacando os materiais que serão necessários para a realização do experimento. Os materiais utilizados foram cartolinas ou papel cartão, régua, pincel e lápis. Também cada aluno recebeu o Termo de Consentimento Livre Esclarecido de Crianças e Adolescentes – TCLE/CA e serão orientados a entregarem aos seus pais ou responsáveis assinarem, concordando com a sua participação voluntária nas atividades desta pesquisa.
2º	Com duração de 3 horas aula foi aplicada uma atividade experimental explorando Produtos Notáveis. Nesse momento a realização das atividades e o pesquisador desempenhou o papel de mediador, auxiliando durante todo o processo os alunos e registrando os acontecimentos. Ainda neste encontro, cada grupo apresentou para a turma suas descobertas sobre os produtos notáveis. E em seguida foi aplicado um questionário para coletar as percepções dos alunos referentes as participações deles na atividade.

Fonte: Organizado pelos autores, 2024.

Desta forma, a partir da aplicação da atividade experimental explorando Produtos Notáveis, foram realizadas as descobertas dos alunos que contemplou os seguintes objetivos: descrever as descobertas dos alunos; destacar como ocorreu o envolvimento deles durante a realização da atividade experimental; e identificar as dificuldades apresentadas ao trabalharem com a atividade experimental explorada acerca de Produtos Notáveis.

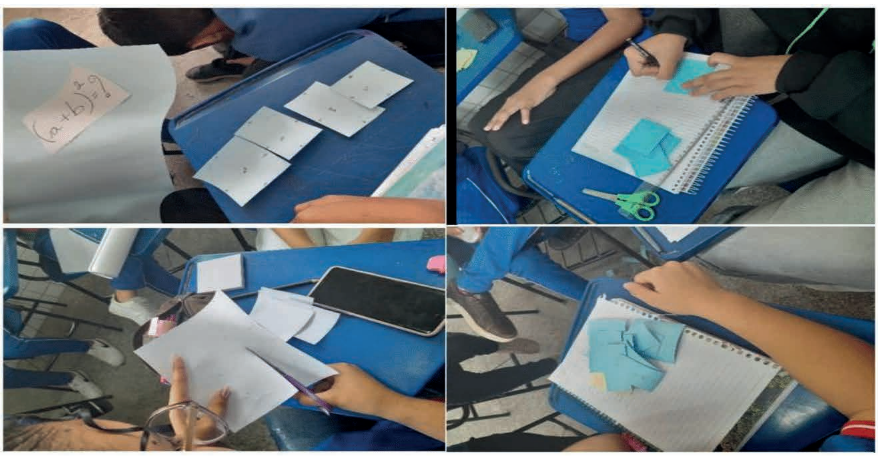
DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A atividade experimental explorando os Produtos Notáveis foi realizada em cinco aulas com duração de 48 minutos cada uma. A primeira aula, corresponderam a apresentação e explicação dos procedimentos como estão descritos na metodologia. Da segunda a quinta aula os alunos em grupos confeccionaram e testaram a validade do experimento para a representação geométrica do Quadrado da Soma e Quadrado da Diferença. E no final da quinta aula, os alunos relataram como confeccionaram e o que eles perceberam durante o desenvolvimento do experimento.

Durante as aulas 2, 3, 4 e 5 os alunos demonstraram bastante empenho e entusiasmo na confecção dos materiais e a pesquisadora acompanhou todo o processo de construção e interagiu constantemente. De acordo com Soares (2021) a motivação dos alunos durante o trabalho com atividades experimentais torna as aulas mais prazerosas e dinâmica, motivando a participação de todos envolvidos.

A interação do professor durante a realização de experimentos matemáticos é fundamental. A esse respeito Cervo, Bervian e Silva (2007) enfatizam que o professor desempenha um papel essencial no processo de ensino-aprendizagem. Durante as aulas de Matemática, especialmente nas atividades práticas, ele deve atuar como um mediador, incentivando os alunos a se tornarem protagonistas de suas próprias aprendizagens. É importante que os estudantes se vejam como construtores do conhecimento, descobrindo e aprendendo a fazer Matemática de maneira ativa e envolvente.

Figura 1 - Construções dos alunos durante a atividade

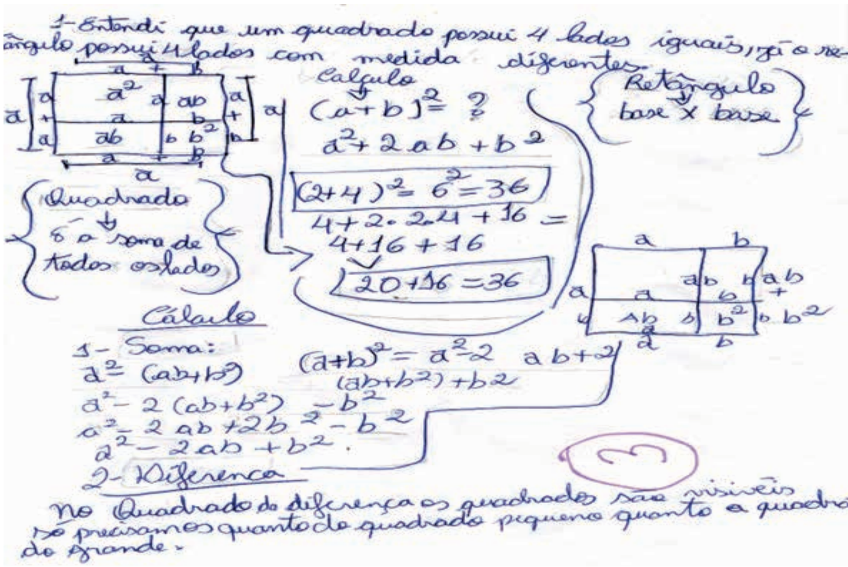


Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A atividade foi realizada através de divisão de grupos composto por cinco alunos em cada, e foi entregue a eles a expressão $(a+b)^2$ e $(a-b)^2$, e já ao corta os quadrados notaram as características que elas tinham com a figura, como demostra a Figura 1.

A Figura 1 ilustra os experimentos realizados pelos grupos 1, 3, 4 e 5. Exploraram os Produtos Notáveis com experimentos do quadrado da soma e do quadrado da diferença, utilizando cartolina, régua e tesoura. A esse respeito, Soares (2022) enfatiza que o aluno participando ativamente do processo de construção das atividades experimentais pode ajudá-lo no desenvolvimento do ensino e da aprendizagem de forma dinâmica, sendo protagonista do seu aprendizado com mais relevância. Nesse processo ele é estimulado a procurar, explorar e investigar de como fazer a representação geométrica do quadrado da soma e do quadrado da diferença para descobrir por meio da demonstração o porquê das expressões $(a+b)^2$ e $(a-b)^2$ a partir da exploração de experimentos matemáticos em sala de aula. A próxima figura ilustra as anotações do grupo 3.

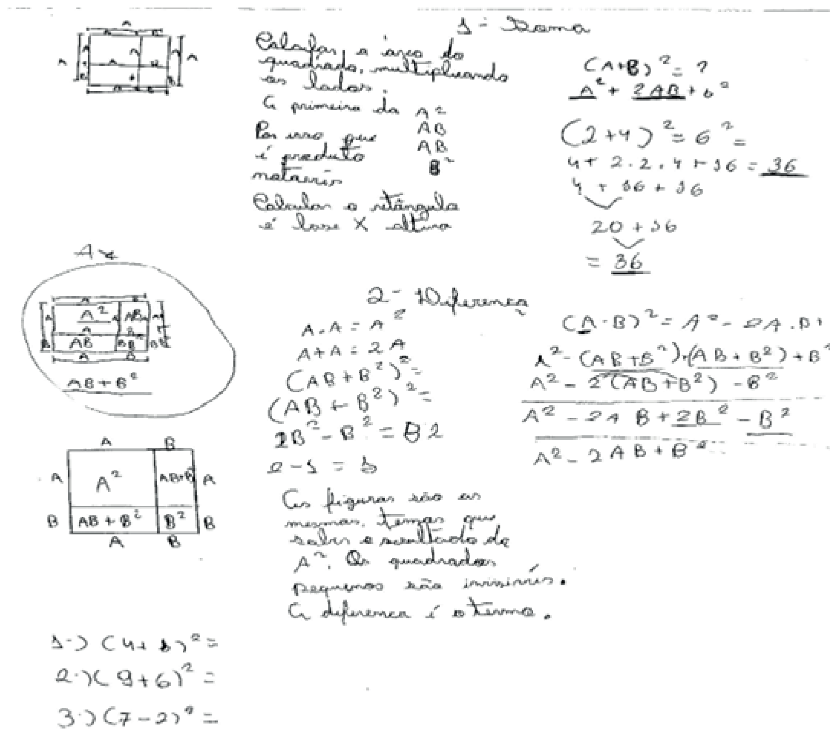
Figura 2- Anotações dos participantes do grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A Figura 2 destaca as anotações do grupo 3 durante a atividade experimental realizada. Onde está todas anotações que eles entenderam durante a atividade, primeiramente o grupo teve a preocupação em escrever o relato de como identificaram as figuras geométricas no experimento e como se calcula a área das mesmas e ao fazer a figura na cartolina, em seguida transcreveram para o papel de anotação o que realmente tinham feito ao recortar as figuras e também fizeram a demonstração de como chegaram a resolução algébrica das expressões propostas. E registraram o que compreenderam durante a realização do experimento e descobriram relações matemáticas presente na demonstração. Enfatizaram presença da propriedade distributiva, o cálculo das áreas dos quadrados e dos retângulos. E também utilizaram alguns exemplos com números depois da demonstração geométrica, conforme ilustra a Figura 3. Nesta perspectiva, Lorenzato (2006) enfatiza que a exploração de experimento é relevante pois visa a ampliação de conceitos, descobrir propriedades, entender a importância de usar termos e símbolos, e compreender algoritmos.

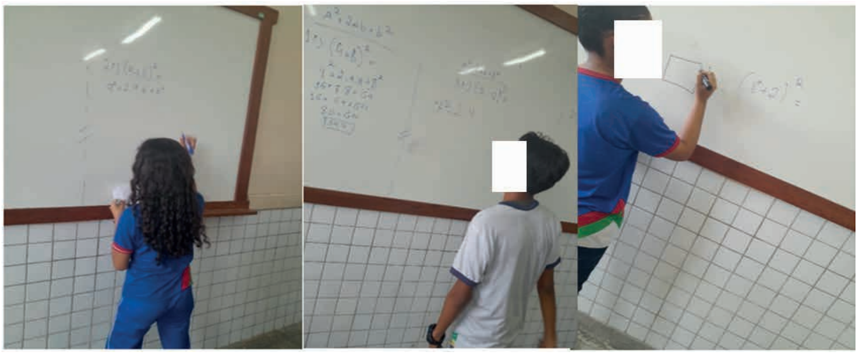
Figura 3 – Anotações dos participantes do grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Os alunos do grupo 1 perceberam que havia dois quadrados de medidas diferentes e dois retângulos de medidas iguais, enfatizaram que se tratavam de quadrados os com medidas dos iguais e para calcular a área deve multiplicar as medidas de A por A e B por B. E os retângulos não têm todos os lados iguais e para calcular sua área exploramos a multiplicação das medidas da base com a altura. Andrade (2009) considera que é importante o desenvolvimento de atividades práticas porque coloca o aluno em contato direto com o material do experimento, proporcionando a experiência de participação direta na ação desenvolvida. O grupo também teve um equívoco em relação ao quadrado da diferença, pois ao fazer a demonstração da expressão $(a\text{-}b)^2$ tiveram alguns erros em relação a regra do sinal no momento da multiplicação dos termos. De acordo com Melo (2014) os produtos notáveis ajudam a simplificar expressões algébricas mais complexas, tornando as resoluções mais rápidas e precisas, além de reduzirem o risco de erros com sinais. A Figura 4 mostra o registro dos alunos fazendo os exemplos: $(4+8)^2$, $(9+6)^2$, $(7\text{-}2)^2$.

Figura 4 - Os alunos fazendo alguns exemplos de Produtos Notáveis



Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Logo em seguida, das demonstrações geométricas do quadrado da soma e do quadrado da diferença, observaram que realmente as expressões $(a+b)^2$ e $(a-b)^2$, era compatível com as figuras feitas pelos alunos durante o experimento analisada na elaboração da atividade. Então, foram apresentados alguns exemplos com números no lugar das incógnitas, e com essa prática, eles se sentiram mais confiantes para responder os exemplos proposto, pois já sabiam como resolver o produto notável. Stella e Almeida (2015) ressaltam que os produtos notáveis são de suma relevância no ensino de matemática, contribuindo no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao final da atividade em grupo, os alunos foram questionados sobre sua experiência e relataram que seria ótimo ter mais aulas desse tipo, porque são mais atraentes e dinâmicas. Destacaram que a interação entre os integrantes facilitou a compreensão do conceito de produtos notáveis por meio do experimento realizado. Segundo Ribeiro (2012) estudar em grupo é uma ótima maneira de juntar os talentos de cada um, tornando o aprendizado mais rápido e profundo, pois, trabalhar em equipe é fundamental para a formação profissional e ao bom desempenho no trabalho. Essa dinâmica possibilita o compartilhamento de responsabilidades, favorece o diálogo, estimula o monitoramento em relação a atenção aos prazos e também promove a reflexão crítica a partir de diversos pontos de vista. Nesse contexto, o trabalho em grupo promove questionamentos, debates e a troca de ideias, contribuindo com o desenvolvimento do pensamento matemático.

Em seguida, destaca-se as afirmações de alguns grupos apresentadas durante a socialização dos grupos feito na atividade para discutir suas percepções da atividade:

Grupo 4 - Gostamos bastante dessa atividade porque ela é dinâmica. Todos os membros do grupo participaram ativamente da construção da demonstração, onde identificamos as figuras que a compõem. Observamos que dentro do quadrado grande existem dois quadrados um pequeno e um médio, além de dois retângulos que têm as mesmas medidas.

Grupo 1 – Na verdade quando começamos a fazer nosso experimento, não entendemos como seria possível provar o quadrado da soma e da diferença com apenas uma cartolina, régua e tesoura. Mas quando a professora nos orientou e depois que desenhamos o quadrado e depois mandou fazer outro quadrado menor dentro do mesmo, e começamos a perceber que realmente é verdade, pois, foi formado 2 quadrados de medidas diferentes e 2 retângulos de mesma medida.

Grupo 5 – Nossas aulas foram bem legal porque foram divertidas. Todos participaram, interagiram e realmente entendermos o que é o Produtos Notáveis através da atividade.

Grupo 2 – Quando a gente mesmo confecciona o material conseguimos perceber na prática o significado do conteúdo e com isso, fomos percebendo o que já sabíamos, por meio da demonstração geométrica dos produtos notáveis.

Tomando como base as considerações dos grupos supracitadas, os alunos mostraram que entenderam o significado e a importância dos Produtos Notáveis. Eles ressaltaram que realizar experimentos e criar materiais para explorar esses conceitos matemáticos torna as aulas mais dinâmicas. Essa abordagem permite que a aprendizagem seja mais plausível, já que os alunos têm a oportunidade de fazer demonstrações, testar e validar suas descobertas. Segundo Catelan e Rinaldi (2018) as atividades experimentais são uma maneira muito eficaz de promover um aprendizado significativo, já que oferecem aos alunos a oportunidade de explorar conceitos e ideias de forma prática e ativa. Portanto, A prática desenvolvida estimulou a aprendizagem dos alunos que atuaram durante a realização da atividade como protagonista, porque construíram conhecimentos matemáticos.

Para compreender as dificuldades que os alunos em estudo enfrentaram, no final da atividade foi aplicado um questionário com cinco questões, respondida individualmente para registrar as concepções deles a partir da seguinte registrada abaixo.

Quadro 2: Respostas do questionário aplicado

Questões	Respostas dos alunos
Você já trabalhou em algum outro momento com atividade experimental em Matemática na sala de aula?	A5: Sim. Participei ano anterior e foi muito legal. A7: Sim. E além de ter feito experimento na matemática fizemos também em outras disciplinas, pois é muito importante as aulas com os experimentos. A4: Não. Foi minha primeira vez, mas gostei muito pois as aulas com atividades experimentais são mais dinâmicas e atraentes.
O que você achou de explorar os Produtos Notáveis através dessa atividade experimental? Justifique sua resposta.	A15: Foi ótimo. Pois estava sendo bem dinâmico estudar sobre produtos notáveis e pude discutir algumas questões que tinha dificuldade com os colegas do meu grupo. A12: Foi muito bom. Porque o que eu já tinha estudado era somente o básico de produtos notáveis e com essa atividade experimental pude perceber como se chega nas expressões através da demonstração geométrica. A2: Achei muito bom, porque essa atividade nós ajudamos de forma mais rápida e fácil como resolver os produtos notáveis.
Na sua opinião essa aula com atividade experimental ela foi mais dinâmica? Justifique sua resposta.	A25: Sim. Pois ajudou ampliar mais o nosso conhecimento. A29: Sim. Porque trabalhamos essa atividade é bem legal ainda mais em grupo a aula fica bem interessante a interação com os colegas. A11: Ela foi bem dinâmica, pois fazer experimento faz com que nós tenhamos um contato direto com o material que vai ser estudado despertando mais interesse.
Na sua opinião trabalhar com atividade experimental em aulas de Matemática pode contribuir com a aprendizagem?	A10: Sim e muito, pois através do experimento ajuda nós compreender mais um determinado conteúdo tornando mais interessante de se estudar. A19: Sim contribui porque fortalece nosso aprendizado sobre a matemática assim aprimorando o conhecimento já adquirido e novos que se adquiri no decorrer da atividade experimental. A1: Sim porque com atividades experimentais ocorre muita interação entre nós alunos e o professor assim despertando o interesse de se aprofundar no conteúdo estudado.
Essa atividade experimental envolvendo Produto Notável contribuiu para sua aprendizagem? Justifique sua resposta.	A17: Sim, pois eu não sabia produtos notáveis e com a atividade com experimento a aula ficou dinâmica e aprendi mais rápido e fácil os cálculos. A5: Sim, pois mim traz experiência em um assunto que é difícil, assim facilitando a compreensão do mesmo e até em outros que foram estudados anterior que tinha dificuldade mais agora com a atividade foi tudo fácil. A26: Sim, ela ajudou bastante a entender com mais praticidade, pois a interação no experimento tive como esclarecer algumas dúvidas que tinha.

Fonte: Organizado pelos autores, 2024.

Em relação as questões 1, 3 e 4 os alunos falam sobre a dinamização do aprendizado por meio da interação direta com o material, despertando o interesse dos alunos e tornam o estudo mais significativo e atrativo. Soares (2022) também destaca que essa abordagem ajuda os alunos a compreender melhor o conteúdo e torna o aprendizado mais interessante, como mencionado pelos alunos. Já as questões 2 e 5, os comentários dos alunos corroboram as ideias de Stella e Almeida (2015) sobre a eficácia das atividades experimentais no ensino de produtos notáveis e metodologias ativas e colaborativas promovem um aprendizado dinâmico, eficiente e mais acessível, ajudando os alunos a superar dificuldades, entender conceitos de forma mais intuitiva e aprofundar seu conhecimento de maneira prática e interessante.

Diante das respostas dos alunos citadas, percebeu-se que a aula com atividade experimental foi de suma importância, pois puderam analisar que aulas como essa desperta o interesse por se dinâmico, assim dando importância. Neste sentido Soares (2022) enfatiza que a realização de experimentos desempenha um papel crucial ao colocar os alunos como protagonistas no processo de aprendizagem, tornando o estudo mais cooperativo e significativo. Isso acontece porque, ao compartilhar ideias durante a execução das atividades experimentais, os alunos constroem o conhecimento de maneira mais ativa e colaborativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como foco explorar produtos notáveis por meio de atividades práticas, com o objetivo de provocar os alunos a investigarem e descobrirem relações matemáticas relacionadas com conceitos algébricos. A dinâmica que proporcionou a aplicação dessa metodologia foi observada durante a realização da atividade. Desta forma, tomando como base os registros das descobertas dos alunos, infere-se que trabalho com experimentos matemáticos em sala de aula pode contribuir com o processo de ensino e aprendizagem. E um dos apontamentos é que o professor consegue envolver os alunos de maneira ativa. Além disso, os alunos demonstraram autonomia e criatividade que ao serem desafiados a explorar e aplicar os produtos notáveis em situações concretas.

Durante a realização do experimento, os alunos demonstraram grande interesse e perceberem que os produtos notáveis se conectam com diferentes contextos matemáticos, o que despertou seu entusiasmo em resolver problemas e validar suas descobertas.

No entanto, também foi possível identificar algumas dificuldades, como a necessidade de maior compreensão das relações entre os produtos notáveis e a resolução de expressões algébricas mais complexas. Essas dificuldades são naturais em qualquer processo de aprendizado, mas reforçam a importância de atividades que estimulem a reflexão e a prática contínua dos conceitos estudados.

Dessa forma, a exploração dos produtos notáveis por meio de atividades experimentais se mostrou uma metodologia que auxiliar os alunos aprender com autonomia de forma mais prazerosa e interativa. Aliás, o envolvimento colaborativo demonstrado durante a realização do experimento favoreceu a demonstração do quadrado da soma e do quadrado da diferença.

Portanto, a utilização de atividades experimentais é uma alternativa valiosa para estimular a compreensão dos produtos notáveis, promovendo uma aprendizagem mais dinâmica e autônoma. Essa abordagem pode, sem dúvida, ser uma alternativa útil para os professores, proporcionando novas possibilidades para o ensino da matemática de forma mais abrangente e focada na construção de conhecimentos matemáticos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, M**. Introdução à metodologia do trabalho científico**. 9 ed. São Paulo. Atlas, 2009.

BIZZO, N. **Metodologia e prática de ensino de ciências**: A aproximação do estudante de magistério das aulas de ciências no 1º grau. Disponível. Ed. Ática, São Paulo, SP, 1998.

CATELAN, S.; RINALDI, C. **A atividade experimental no ensino de ciências naturais: contribuições e contrapontos**. Experiências em Ensino de Ciências v.13, n.1, abr. 2018.

CERVO, A. BERVIAN, P. SILVA, R. **Metodologia científica.** 6ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

EVES, H. **Uma introdução à história da matemática.** Filadélfia. 1997.

FIORENTINI, D. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. São Paulo: Autentica, 2013.

IEZZI, G. et al**. Fundamentos da Matemática Elementar** - Volume 5: Matemática Moderna. São Paulo: Atual Editora. 2007.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas-SP: Autores associados. 2010.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP. Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção: Formação de Professores). ISBN 85-7496-154-X

MARCONI, M. LAKATOS, E. **Fundamentos de metodologia científica**. 8 ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MALACARNE, V. STRIEDER, D. **O Desvelar da Ciência nos anos Iniciais do Ensino Fundamental**: Um olhar pelo viés da experimentação -. Vivências. Vol.5, N.7: p.75-85, mai. 2009.

MALHEIRO, J. FERNANDES, P**. O recurso ao trabalho experimental e investigativo: Percepções de professores de ciências**. Investigações em Ensino de Ciências, v. 20 (1), p. 79-96, 2015.

MALDANER, O. A**. Fundamentos e propostas de Ensino de Química para Educação Básica no Brasil**. Paraná: ed. Unijuí, 2003.

MELO, P. **Produtos Notáveis**. Disponível em: www.estudopratico.com.br/produtos-notaveis-definiçao-tipo-de-produtos-e-exemplos. Acesso em 20 jun. 2014.

RIBEIRO, M. A. de P**. Técnicas de aprender**: conteúdos e habilidades. Petrópolis: Vozes, 2021.

SANTOS, K. **A importância de experimentos para ensinar ciências no ensino fundamental.** 2014. 47 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização)-Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2014.

SÁ, P. As atividades experimentais no ensino de matemática. **Rematec,** Belém, v.15 n. 35, jan/fev. 2020, p.143-162.

SARMENTO, A. A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática. Encontro de pesquisa em educação. Teresina, **Anais**, 2012.

STEWART, J. Cálculo: **Transcedentais Iniciais**. Boston: Cengage Learning, 2015.

STELLA, C. ALMEIDA, M. **Educação Matemática**: Teoria e Prática. São Paulo: Saraiva.2015.

SOARES, C. J. F. **Análise descritiva qualitativa**. Curitiba: CRV, 2022.

SOARES, C. J. F. **Tarefas investigativas no ensino e aprendizagem de aplicações de derivadas**. Curitiba: CRV, 2021.

SOARES, C.J.F. Possibilidades para o ensino e a aprendizagem de matemática. Ponta grossa-PR. **Atena**. 2024.

SUART, R.; MARCONDES, M**.** Atividades experimentais investigativas: habilidades cognitivas manifestadas por alunos do ensino médio. Encontro nacional de ensino em ciências. Curitiba, **Anais**. 2008.

VILLARINHO, M. *Álgebra para matemáticos*. Rio de Janeiro: LTC,2009.

C A P Í T U L O 3

ANÁLISE DE ERROS NA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES: UM ESTUDO DAS DIFICULDADES EM UMA TURMA DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Daniel Lázaro Nery de Souza
CEST/UEA
Tefé - AM

Fernando Soares Coutinho
CEST/UEA
Tefé - AM
ORCID 0009-0005-9647-9638

1. INTRODUÇÃO

A construção do conhecimento para a aprendizagem de frações ao longo da história, nos mostra que esse estudo requer um olhar especial. Autores como Munhoz (2011), Silva (2019) e Cury, (2019) apontam o quão é importante, pois segundo eles, é um dos mais complexos tanto para serem aprendidos, quanto para serem ensinados.

Vale ressaltar também, que durante nossa formação acadêmica nos deparamos com inúmeras situações que deram origem ao porquê da escolha das operações de adição e subtração de frações como objeto do conhecimento a ser trabalhado nessa pesquisa, principalmente nas disciplinas de estágio supervisionado, onde pudemos observar que os estudantes têm muitas dificuldades no trato com as frações.

Diante dessas inquietações, a fim de contribuir para melhoria do aprendizado desse objeto do conhecimento, desenvolvemos esta pesquisa, fundamentada na teoria da análise de erros, que é uma abordagem de pesquisa que requer que o educador dê importância à produção feita pelos estudantes, principalmente em se tratando dos erros cometidos. Onde através desses, o professor pode tentar compreender quais as principais dificuldades de cada um e assim buscar estratégias que possibilitem minimizar tais erros.

Em resultado, acreditamos que a complexidade no aprendizado das frações juntamente com abordagem de pesquisa da análise dos erros, cria um sincronismo que dão importância e significado a esta pesquisa, pois buscamos compreender as principais dificuldades que os estudantes têm quando abordam o conteúdo de adição e subtração de frações.

Desta forma, o problema principal nessa pesquisa foi: Quais as principais dificuldades de aprendizagem de conceitos relacionados às operações de adição e subtração com frações no 7º ano do ensino fundamental da Escola Estadual São José, Tefé-AM? De modo que, para resolvermos este problema nos norteamos nos seguintes objetivos: 1. Avaliar o conhecimento prévio da turma acerca das operações de adição e subtração de frações. 2. Identificar quais são os erros mais frequentes ao fazer exercícios que envolvam as operações de adição e subtração de frações. 3. Descrever como os alunos se comportam com possíveis erros cometidos durante a realização dos exercícios.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Frações e suas problemáticas

É comum professores relatarem que alunos do ensino fundamental II, do ensino médio e até mesmo nas universidades apresentarem um déficit em relação aos conceitos de frações, introduzido na vida do estudante desde o ensino fundamental I.

Muitos autores destacam que o aprendizado de frações é muito complexo, principalmente quando os alunos se deparam com esses conceitos pela primeira vez, ao encontro disso, Munhoz (2011, p. 88) ressalta que "esse conteúdo que é trabalhado desde os anos iniciais do ensino fundamental é um dos mais difíceis de serem assimilados pelos estudantes".

Ainda nesse sentido, Munhoz (2011), Silva (2019) e Alves e Martens (2011) apontam que a falta de contextualização e significado no ensino das frações por parte dos professores. As operações que envolvem as frações requerem do aluno um raciocínio mais rápido, a formação do professor que ainda é deficitária com relação ao sentido de clareza conceitual nas estratégias de abordagem desse conteúdo e, a linguagem utilizada nas frações, que é pouco comum para os estudantes, podem nortear a compreensão do porquê o aprendizado das frações serem tão difíceis.

Tais relatos apontados por estes autores só reforçam o quão complexo é o aprendizado de frações, muitos pesquisadores se mostram preocupados com o desenvolvimento deste conteúdo, pois isso acaba prejudicando os alunos no processo de desenvolvimento do aprendizado da matemática, visto que, muitos conteúdos posteriores, são dependentes de conceitos advindos desse estudo. Concordando com isso Cury (2019, p. 59) fala que:

> A dificuldade com as operações no conjunto dos racionais é um problema que se reproduz em outros conteúdos, pois, se o estudante não sabe somar frações numéricas, também não vai saber somar frações algébricas, e as dúvidas e erros vão ser frequentes.

Para a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) o estudante deve desenvolver habilidades ao estudar cada objeto do conhecimento proposto. Assim, para o estudo de frações, mais especificamente nas operações de adição e subtração de frações, o estudante deve desenvolver a seguinte habilidade: *(EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária*.

Pensando nessa habilidade, é importante que ao trabalhar com frações, o estudante deva aprender a partir de situações do seu cotidiano. Esse estudo deve ter significado e ao mesmo tempo fazer sentido para o aluno, para destacar isso, Munhoz (2011, p. 89) evidencia que "a utilização de situações-problema deve proporcionar aos alunos uma real relevância no aprendizado de frações".

Outros meios apontados por muitos pesquisadores para a iniciação do aprendizado de frações é atrelar este conteúdo a utilização de jogos, ao uso de tecnologia, ao uso de histórias, entre outros, e dentre os muitos recursos sinalizados, o que dão bastante destaque é o uso de material em que os alunos possam manipular, para que dessa forma os alunos possam sentir em suas mãos o que está sendo feito.

Nessa linha, Lorenzato (2010, p. 19) fala que "as pessoas precisam "pegar para ver", como dizem as crianças. Então, não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana". De fato, ensinar pelo concreto é de suma importância para o desenvolvimento da criança, pois a partir desta experiência o aluno pode sentir o que está sendo ensinado de modo palpável, principalmente em se tratando do aprendizado de frações.

Operações com frações: adição e subtração

Nas operações de adição e subtração de frações, teoricamente, o aluno já deve estar familiarizado com as operações básicas da aritmética, além disso, é preciso que ele tenha um conhecimento prévio de decomposição/fatoração, conhecer os números primos e aprender a extrair o Mínimo Múltiplo Comum (MMC), ou seja, deve dominar uma série de procedimentos de difícil assimilação que podem dificultar seu aprendizado.

Nesse sentido, Munhoz (2011, p. 89) aponta que uma das grandes dificuldades dos estudantes são "as regras ensinadas pelos educadores utilizadas para resolver as frações, principalmente adições e subtrações, que requerem procedimentos metódicos". Isso vem ao encontro do porque tantos autores apontam as frações como um dos conteúdos mais difíceis de serem apreendidos pelos alunos em sua formação escolar.

Outro ponto que é muito destacado quando se está trabalhando as operações de adição e subtração de frações com os alunos, é perceber que eles intuitivamente executam os cálculos dessas operações com propriedades advindas do conjunto dos números naturais. Para Silva (2019, p. 43) isso se deve ao fato de:

> Durante grande parte dos anos iniciais são trabalhados os números naturais e suas propriedades com os alunos. Desta maneira, é muito natural que ao se iniciar os trabalhos com as frações (que pertencem a outro conjunto numérico [o dos números racionais] e que tem outras propriedades diferentes dos naturais) os estudantes tentem aplicar o que eles já conhecem (os naturais) para encontrar as respostas ao que eles estão conhecendo (os racionais).

Para exemplificar o que está sendo posto, Silva (2019) e Cury (2019), falam que os alunos ao se depararem com uma operação 2/3 + 1/2, por exemplo, tendem a operá-la somando seus numeradores, assim obtendo 3 como resultado, seguindo, também somam seus denominadores, obtendo 5 como resultado, e por fim, consequentemente tendo como resposta incorreta a fração 3/5.

De fato, o estudante após estar familiarizado com conceitos dos números naturais, faz o cálculo tendo esse tipo de postura, cabe ao professor entender esse processo gradativo de aprendizado e tentar procurar a melhor forma de introduzir este conteúdo.

Análise de erros

O erro no processo de aprendizagem é algo bastante comum, principalmente na disciplina de matemática, que é tida por muitos alunos como uma das áreas do conhecimento mais difíceis de ser compreendido, o erro também é um dos principais fatores que desmotivam os alunos e os levam a acreditarem que não irão compreender um determinado assunto.

As respostas dos estudantes servem para que o educador compreenda como está o desenvolvimento deles, o acerto não quer dizer que o aluno já domina completamente o conteúdo, assim como o erro não quer dizer que o aluno não entendeu nada do que está sendo ensinado. Nesse sentido, Pedrosa et al (2016, p. 5) destaca que, "as respostas dos alunos aos exercícios têm grande importância, independente de estarem elas corretas ou não".

Pensando nisso, Cury (2019) apresenta uma abordagem de pesquisa chamada *Análise de Erros*, onde defende a ideia de que a análise de erros é uma abordagem de pesquisa e também uma metodologia de ensino, quando empregada em sala de aula objetiva levar os alunos a questionarem suas próprias soluções, adicionalmente a autora destaca que os educadores devem dar importância às respostas dos alunos, isto porque os erros dão subsídios de análise ao professor para que o mesmo possa formular estratégias que possibilitem um aprendizado mais eficiente.

A partir do erro, o educador tem a oportunidade de assumir um papel importante, pois nesse momento ele pode interferir e orientar seu aluno, porém o professor não pode mostrar a resposta, mas o caminho para que o aluno possa entender o seu erro e refletir sobre o que está sendo feito de errado, apesar da interferência do professor, é importante que o aluno tenha autonomia para que ele possa compreender os seus erros e assim saná-los.

Nesse caminho, Pedrosa et al (2016) enfatiza que a análise de erros propõe que o educador transmita estratégias que permitam aos alunos solucionarem um determinado problema, no entanto, deixando que o próprio aluno repense e refaça, até o momento em que ele chegue ao resultado correto.

É importante que o educador tenha a sensibilidade de identificar o que está sendo feito de errado, pois se tratando do aprendizado em matemática, as respostas erradas que os alunos apresentam, não necessariamente quer dizer que eles não compreenderam o que está sendo posto, visto que, interpretações equivocadas ou até mesmo conceitos matemáticos que são difíceis de entender, podem desencadear outros erros, nesse sentido, Munhoz (2011) fala que "a análise das possíveis dificuldades conceituais juntamente com o educando, pode transformar um simples erro em um aprendizado concreto".

Desse modo, Lorenzato (2010) e Munhoz (2011) destacam que o professor deve aprender com os erros dos alunos. De fato, é nessa hora que o professor pode ter a oportunidade de compreender a dificuldade do seu aluno, e dessa forma, além de entender o que está sendo feito de errado, ele pode evitar que o aluno desanime e passe a ver a matemática como algo extremamente difícil de ser compreendido.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa foi desenvolvida a partir de uma abordagem qualitativa, pois queríamos compreender quais eram as principais dificuldades dos alunos quando trabalhavam com as operações de adição e subtração de frações. Desse modo, por meio da abordagem qualitativa buscávamos dados que consistiam em "descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos". (Goldenberg, 2004, p. 53).

Como o principal objetivo desta pesquisa era compreender as principais dificuldades no aprendizado das operações de adição e subtração de frações a partir dos possíveis erros cometidos pelos alunos, nos apoiamos na teoria da análise de erros. Para Cury (2019, p. 94), "a análise de erros é uma abordagem de pesquisa [...] mas também uma metodologia de ensino, podendo ser empregada quando se detecta dificuldades na aprendizagem dos alunos e se quer explorá-las em sala de aula".

Destacamos ainda, que a técnica utilizada para a análise dos dados coletados será a análise de conteúdo, que "é uma técnica de investigação que tem por finalidade· a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto da comunicação" (Bardin, 1977, p. 36).

Em se tratando da escolha da turma e da escola, optamos por uma turma do 7° ano do ensino fundamental da Escola Estadual São José, porque já realizamos a disciplina de Estágio Supervisionado na referida turma, e a partir dessa experiência pudemos observar que esta turma tem dificuldades com as operações de adição e subtração de frações, este inclusive, apontada pelo professor supervisor como um dos conteúdos em que os alunos apresentavam maior dificuldade.

Segundo dados do site QEdu (QEdu, 2024), o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) da escola em 2021, anos finais do ensino fundamental, foi de 4,8 de uma escala que vai de 0 a 10, também destacamos que o percentual de estudantes com Aprendizado Adequado em Matemática é de 10%, nível considerado Insuficiente, neste nível os alunos apresentam pouquíssimo aprendizado e se faz necessário a recuperação de conteúdos.

Assim, a pesquisa contou com 31 participantes devidamente autorizados através do Termo de Assentimento – TALE e o desenvolvimento da pesquisa na Escola Estadual São José, deu-se nos seguintes momentos.

No primeiro momento, realizamos com os alunos um Teste Diagnóstico que continha 4 problemas e 4 exercícios de adição e subtração de frações e, este teve como objetivo avaliar a base de conhecimento dos alunos e identificar quais os erros mais frequentes ao fazerem exercícios que envolveram o objeto de conhecimento da pesquisa. O tempo utilizado para realização dessa tarefa foi de 96 minutos (2 tempos de aula).

No segundo momento, realizamos uma aula sobre as operações de adição e subtração de frações. com foco nos erros apontados durante a realização do teste diagnóstico. Esta aula teve como objetivo minimizar os erros cometidos pelos alunos durante o teste, reforçar o conteúdo já conhecido por eles e relembrar conceitos que porventura tenham esquecido.

Nessa aula, apresentamos o conteúdo, tiramos dúvidas e realizamos exemplos de exercícios no quadro, juntamente com os alunos, focado nos erros apresentados por eles no teste diagnóstico. Desse modo, evidencia-se que, o educador deve ter, segundo Cury (2019, p. 54), "o cuidado de elencar questões cujos conteúdos estejam de alguma forma relacionados com as dificuldades encontradas".

Durante essa aula utilizamos um recurso didático chamado Mural das Frações, esse recurso é um material manipulável que serve para fixar o conteúdo, nele podemos comparar, simplificar, somar e subtrair frações, a utilização deste material teve o objetivo de mostrar aos alunos, durante a realização dos exercícios, como é feita a soma ou a subtração de frações de forma concreta.

No terceiro momento, levamos, de dois em dois, todos os alunos para resolverem uma questão no quadro, de modo que, cada aluno sorteava a sua questão, retirando-a aleatoriamente em uma sacola que continha 40 questões de adição e subtração de frações, esta atividade teve por objetivo identificar as principais dificuldades que eles possuíam e também observarmos como eles se comportavam com erros cometidos durante a realização dos exercícios. Nesse momento também utilizamos o Mural das Frações que teve o objetivo de fixar o que foi feito durante o exercício, aqui todos os alunos somaram ou subtraíram no Mural, assim tendo a oportunidade de verificar de maneira palpável o que foi feito no exercício. Os alunos se mostraram bem receptivos e participativos, principalmente na hora do uso do Mural, pois eles demostraram um grande interesse pelo material.

O tempo utilizado para a aula com foco nos erros dos alunos foi de 96 minutos (2 tempos de aula) e o tempo utilizado para que todos os alunos resolvessem exercícios no quadro foi de 96 minutos (2 tempos de aula).

Estes momentos serviram para coleta de dados que nos ajudaram a identificar os principais erros cometidos pelos alunos, onde pudemos compreender suas principais dificuldades, que era o objetivo principal da pesquisa. A observação assistemática que segundo Prodanov (2013, p. 104) é uma técnica de observação "[...] espontânea, informal, simples, livre, ocasional e acidental, consiste em recolher e registrar os fatos da realidade sem que o pesquisador utilize meios técnicos especiais ou precise fazer perguntas diretas [...]", junto das anotações em um caderno de campo também serviram como ferramentas para o levantamento de dados, assim como o registro fotográfico que fizemos dos exercícios que os alunos realizaram no quadro.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise das respostas dos alunos que será descrita nessa seção, tem por finalidade compreender quais as principais dificuldades dos alunos do 7º ano do ensino fundamental da Escola Estadual São José, Tefé-AM, relacionadas ao estudo das operações de adição e subtração de frações, sendo este o objetivo principal desta pesquisa.

Para a análise dos dados, estabelecemos critérios que emergiram a partir da produção dos participantes durante as atividades realizadas na pesquisa, desse modo, especificamos 5 classificações/categorias para analisarmos esses dados.

Classe A: corresponde ao acerto dos alunos, aqueles que responderam de forma clara, conforme o enunciado da questão;

Classe B: corresponde aos alunos que desenvolveram parcialmente o raciocínio, mas ao final responderam de forma incorreta;

Classe C: corresponde aos alunos que cometeram erros no processo do desenvolvimento da questão, mas que por dedução das informações dadas conseguiram responder de forma correta;

Classe D: corresponde aos alunos que deixaram a questão em branco, que não sabem ou não entenderam o conteúdo e também engloba os alunos que responderam sem qualquer sentido, apenas para não deixar em branco a questão.

Classe E: corresponde aos erros dos alunos originados pela dificuldade em conteúdos anteriores, por exemplo, dificuldade nas operações básicas da aritmética.

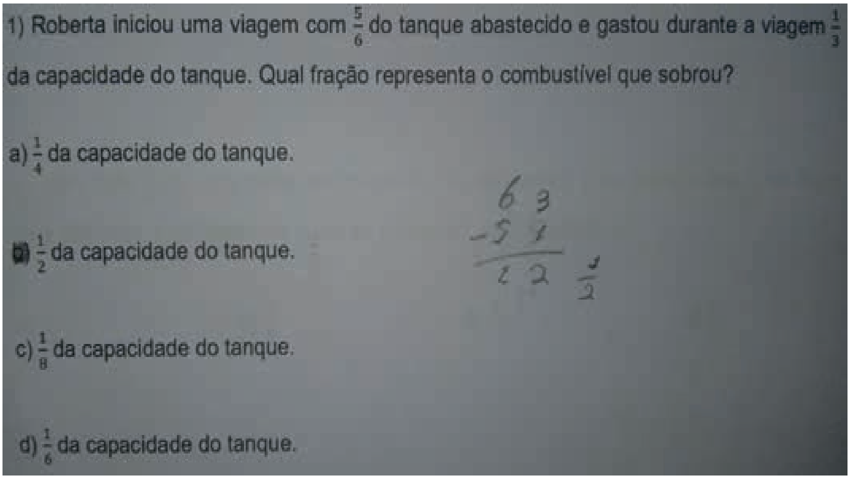
Os resultados foram obtidos dos dados produzidos por 31 alunos, através da realização de um teste diagnóstico que continham 8 questões, sendo 4 problemas e 4 exercícios de efetuação de cálculos de adição e subtração de frações. Este teste serviu para que pudéssemos alcançar dois dos três objetivos que nos nortearam na pesquisa, que eram: 1. Avaliar o conhecimento prévio da turma acerca das operações de adição e subtração de frações. 2. Identificar quais são os erros mais frequentes ao fazer exercícios que envolvam as operações de adição e subtração de frações.

A primeira questão do teste teve o seguinte problema: Roberta iniciou uma viagem com $\frac{5}{6}$ do tanque abastecido e gastou durante a viagem $\frac{1}{3}$ da capacidade do tanque. Qual fração representa o combustível que sobrou?

Dos 31 alunos, apenas 2 responderam corretamente conforme o enunciado, de modo que efetuaram os cálculos e marcaram a opção correta, assim se enquadrando na **Classe A**, 14 alunos marcaram aleatoriamente uma das opções que a questão disponibilizava, apenas para não deixaram em branco, se enquadrando na **Classe D**, 2 alunos não responderam e 13 alunos tentaram realizar cálculos aleatórios tentado encontrar uma resposta.

Dentre essas respostas dadas, destacamos na figura a seguir uma em que podemos perceber que o aluno pegou os dois denominadores das duas frações e formou o número inteiro 63, posteriormente pegou os numeradores das duas frações e formou o número inteiro 51, em seguida efetuou a subtração desses dois números, obtendo como resultado o número 12, a partir desse número, de algum modo, o aluno deduziu que o 12 representava a fração $\frac{1}{2}$, que por coincidência era a resposta correta, se enquadrando na **Classe C.**

Figura 1: Resposta “Aluno 06”



1) Roberta iniciou uma viagem com $\frac{5}{6}$ do tanque abastecido e gastou durante a viagem $\frac{1}{3}$ da capacidade do tanque. Qual fração representa o combustível que sobrou?

a) $\frac{1}{4}$ da capacidade do tanque.

b) $\frac{1}{2}$ da capacidade do tanque.

c) $\frac{1}{8}$ da capacidade do tanque.

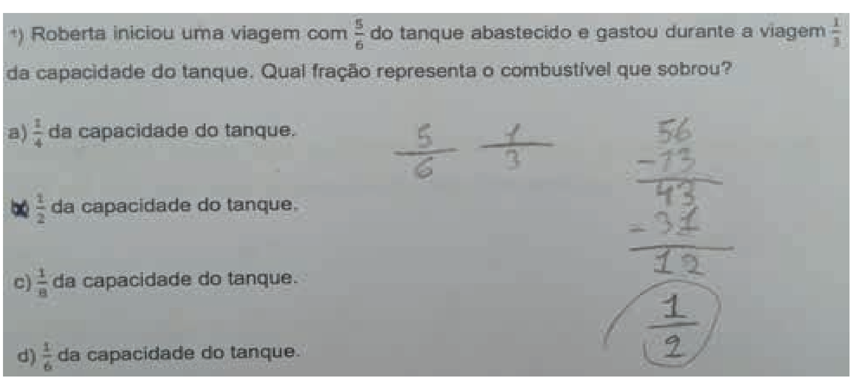
d) $\frac{1}{6}$ da capacidade do tanque.

$$\begin{array}{r} 63 \\ -51 \\ \hline 12 \end{array} \quad \frac{1}{2}$$

Fonte: Souza, 2024.

A figura a seguir também mostra um raciocínio parecido com o mencionado anteriormente. Raciocínio este que se mostrou ainda mais complexo e também se enquadra na dificuldade de **Classe C**. Destacamos que essa “regra” errônea criada pelos alunos, de juntar os numeradores e depois os denominadores criando números inteiros para depois subtrai-los ou soma-los, se reproduziu bastante nas respostas.

Figura 2: Resposta “Aluno 14”



1) Roberta iniciou uma viagem com $\frac{5}{6}$ do tanque abastecido e gastou durante a viagem $\frac{1}{3}$ da capacidade do tanque. Qual fração representa o combustível que sobrou?

a) $\frac{1}{4}$ da capacidade do tanque.

b) $\frac{1}{2}$ da capacidade do tanque.

c) $\frac{1}{8}$ da capacidade do tanque.

d) $\frac{1}{6}$ da capacidade do tanque.

$\frac{5}{6}$ $\frac{1}{3}$

$$\begin{array}{r} 56 \\ -13 \\ \hline 43 \\ -31 \\ \hline 12 \end{array} \quad \frac{1}{2}$$

Fonte: Souza, 2024.

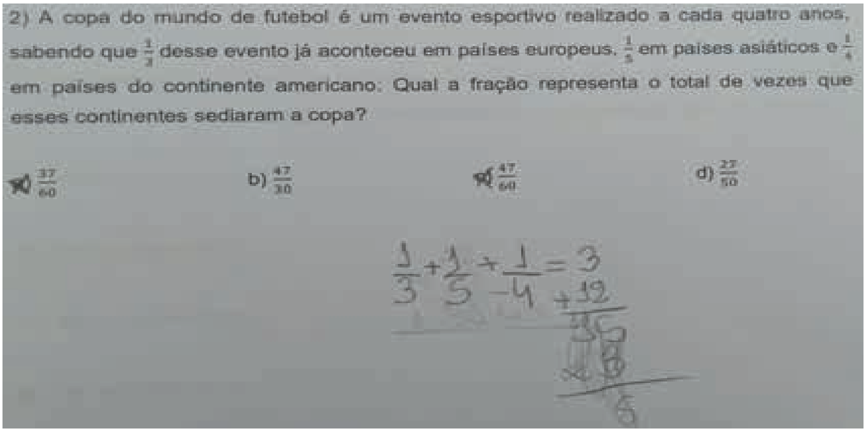
Aqui é interessante destacarmos a importância de analisarmos o processo de construção de conhecimento do aluno, pois se o professor der atenção apenas para o resultado, a dificuldade e o erro do aluno acabam passando despercebidos, concordando com isso Pedrosa et al (2016, p. 5) fala que "o erro não significa que está tudo errado, assim como, se ele acerta, não quer dizer que domine aquele tema. A análise desses fatores é importante para que o professor possa entender melhor seu aluno".

A segunda questão foi o seguinte problema: A copa do mundo de futebol é um evento esportivo realizado a cada quatro anos, sabendo que $\frac{1}{3}$ desse evento já aconteceu em países europeus, $\frac{1}{5}$ em países asiáticos e $\frac{1}{4}$ em países do continente americano. Qual a fração representa o total de vezes que esses continentes sediaram a copa?

Nessa questão, 15 alunos responderam aleatoriamente, se enquadrando na **Classe D**, apenas marcando uma das opções disponíveis, e por coincidência 6 acertaram, 2 não responderam nada, 2 responderam corretamente conforme o enunciado, de modo que efetuaram os cálculos e marcaram a opção correta, se enquadrando na **Classe A** e os 12 restantes tentaram fazer cálculos aleatórios em busca de encontrar a resposta do problema.

Na imagem a seguir, destacamos a resposta que muitos alunos deram que foi o processo errôneo de somar os numeradores e depois os denominadores, segundo Cury (2019) esse é um dos erros mais comuns entre os alunos e um dos erros mais estudados entre os pesquisadores de frações. Também falando sobre isso, Silva (2019) aponta que essa postura é natural, pois o aluno acaba trazendo conceitos dos números inteiros para dentro dos racionais. Essas respostas que misturam conceitos anteriores e faz com que apareçam dificuldades no entendimento das regras de adição e subtração de frações, se encaixam na **Classe E**.

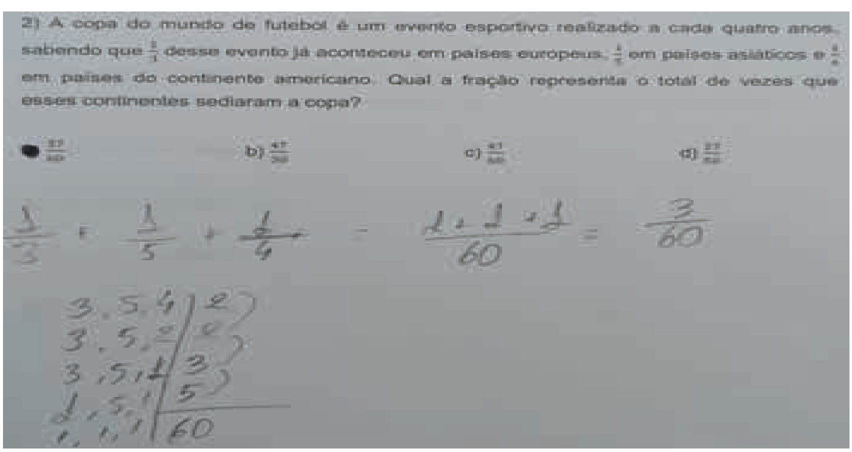
Figura 3: Resposta “Aluno 11”



Fonte: Souza, 2024.

Destacamos também a resposta de um aluno que encontrou o novo denominador das frações, após fazer o processo do M.M.C, porém na hora de fazer o procedimento de encontrar os novos numeradores das frações, não o fez, pois apenas repetiu os numeradores antigos, e acabou errando a questão, se enquadrando na **Classe B.**

Figura 4: Resposta “Aluno 16”



Fonte: Souza, 2024.

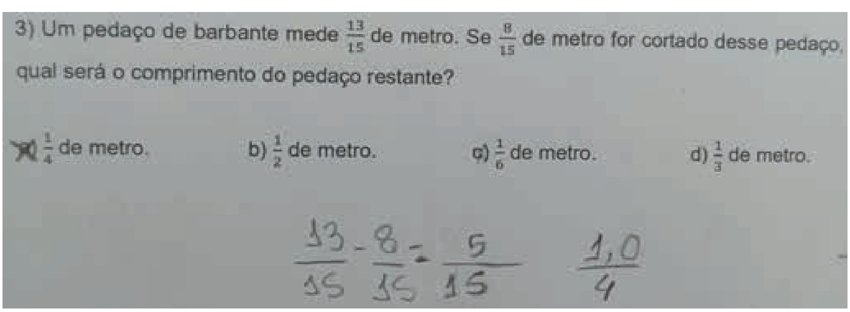
Isso mostra que esse aluno está em processo de construção do conhecimento, pois ele conhece as regras que caracterizam a soma e a subtração de frações com denominadores diferentes, mas não a domina completamente. Isso se torna compreensível, pois "a construção do conhecimento sobre números racionais na sua forma fracionária tem se mostrado, ao longo do processo educativo escolar, complexo para ser compreendido" (Alves; Martens, 2011, p. 8).

A terceira questão teve o seguinte problema: Um pedaço de barbante mede $\frac{13}{15}$ de metro. Se $\frac{8}{15}$ de metro for cortado desse pedaço, qual será o comprimento do pedaço restante?

Nessa questão, 9 alunos marcaram aleatoriamente uma das opções que a questão disponibilizava, apenas para não deixaram em branco, se enquadrando na **Classe D,** 2 alunos não responderam, 7 responderam corretamente conforme o enunciado, de modo que efetuaram os cálculos e marcaram a opção correta, assim se enquadrando na **Classe A** e 13 tentaram fazer cálculos para tentar encontrar a resposta, porém sem sucesso.

Dentre os alunos que erraram e tentaram fazer cálculos para tentar encontrar a resposta, destacamos que 8 deles conseguiram fazer os cálculos parcialmente corretos, pois erraram na parte de simplificar a fração e/ou até mesmo nem simplificaram, e por consequência, acabaram escolhendo a opção de resposta incorreta, se enquadrando na **Classe B**. A imagem a seguir destaca uma dessas respostas:

Figura 5: Resposta "Aluno 18"



Fonte: Souza, 2024.

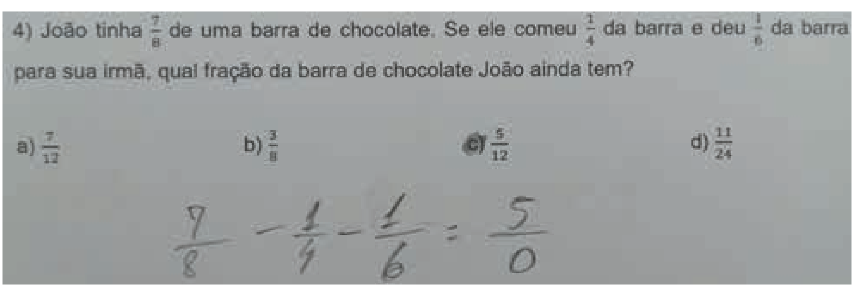
Isso mostra que boa parte da turma domina a regra de adição e subtração de frações com o mesmo denominador, porém têm dificuldades em simplificação. Isso exalta a fala de Munhoz (2011) quando ele destaca que a fração, principalmente em suas operações de adição e subtração, tem um processo metódico que exige do aluno uma compreensão ampla de procedimentos que envolvem esse aprendizado, de fato, a construção de conhecimento em frações requer do estudante uma maior capacidade de absorção de métodos que cercam esse estudo.

A quarta questão teve o seguinte problema: João tinha $\frac{7}{8}$ de uma barra de chocolate. Se ele comeu $\frac{1}{4}$ da barra e deu $\frac{1}{6}$ da barra para sua irmã, qual fração da barra de chocolate João ainda tem?

Nessa questão, apenas 1 aluno respondeu corretamente conforme o enunciado, de modo que efetuou os cálculos e marcou a opção correta, assim se enquadrando na **Classe A**, 14 alunos marcaram aleatoriamente uma das opções que a questão disponibilizava, apenas para não deixaram em branco, se enquadrando na **Classe D**, 2 alunos não responderam e 14 alunos tentaram realizar cálculos aleatórios tentado encontrar uma resposta.

Na resposta destacada abaixo podemos perceber que o aluno apenas efetuou a subtração direta dos numeradores, e tentou fazer o mesmo com os denominadores, no entanto ao fazer isto com os denominadores, imaginamos que este, acreditando não poder colocar um número negativo no denominador, efetuou esta operação dentro do campo dos naturais ficando limitado ao número mínimo zero, percebemos que no cálculo efetuado ao encontrar no numerador o número 5, acreditamos que por aproximação, o aluno marcou a opção (c), pelo fato desta ter no numerador o número 5.

Figura 6: Resposta "Aluno 23"


4) João tinha $\frac{7}{8}$ de uma barra de chocolate. Se ele comeu $\frac{1}{4}$ da barra e deu $\frac{1}{6}$ da barra para sua irmã, qual fração da barra de chocolate João ainda tem?

a) $\frac{7}{12}$ b) $\frac{3}{8}$ c) $\frac{5}{12}$ d) $\frac{11}{24}$

$\frac{7}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{5}{0}$

Fonte: Souza, 2024.

Para Alves e Martens (2011, p. 8) "esses problemas podem estar relacionados à forma como é introduzido esse conteúdo para os estudantes, em que momento e como são tratados os seus primeiros conceitos". Cury (2019) chama essas dificuldades apresentadas pelos estudantes de "má formação conceitual", de modo que, o educador precisa está relembrado o conteúdo sempre que elas aparecem.

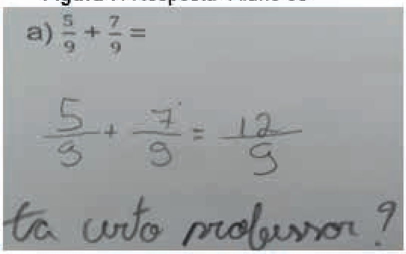
Nesse cenário, podemos evidenciar também a má formação do conceito de fração, haja a vista que se tivesse bem definido este conceito, o aluno saberia que não pode dividir qualquer número por zero, isso mostra uma defasagem na aprendizagem, em que o aluno mostra dificuldades advindas de conteúdos anteriores, de modo que esse erro se encaixa na **Classe E**.

Destacamos ainda, que durante a realização do teste muitos alunos tinham dúvidas para resolver os problemas propostos, pois muitos alunos nos procuraram com perguntas como: "Isso é para somar?"; "É pra somar ou subtrair?"; "Precisa ler para responder?"; "É só pra marcar?"; dentre outras. Com isso percebemos uma grande dificuldade dos alunos na interpretação dos problemas, evidenciando a problemática da leitura e interpretação de textos de muitos alunos nas escolas, que de acordo com Munhoz (2011) é um dos principais empecilhos dos estudantes para conseguir compreender os conceitos matemáticos.

Isso se refletiu em todos os problemas propostos, acreditamos que pelo fato do aluno não saber interpretar corretamente o problema, muitos tentavam deduzir a resposta e apenas marcaram umas das alternativas que disponibilizava a questão ou marcavam a alternativa que mais se aproximava dos resultados que obtinham durante realização do cálculo, com isso os erros de **Classe D** foram predominantes durante a análise feita.

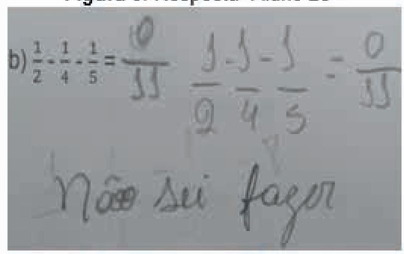
Nas questões 5(a), 5(b), 5(c) e 5(d), pedimos que os alunos apenas efetuassem os cálculos das operações de adição e subtração de frações. Nelas tivemos um número maior de acertos, visto que os alunos não precisavam interpretar um problema para revolvê-las. Porém, nessas questões também se repetiram as dificuldades encontradas nos 4 problemas iniciais do teste como: dificuldades com M.M.C, dificuldades com simplificação, dificuldades com a soma e a subtração com denominadores diferentes, dentre outros. Mas nessas questões queremos destacar o que alguns alunos fizeram, como: "não tenho certeza", "acho que é assim", "tá certo professor?", "não sei fazer", muitos rabiscos, desenhos, apagou o que tinha feito. As imagens abaixo retratam o que citamos.

Figura 7: Resposta "Aluno 03"



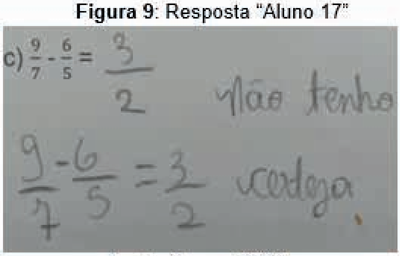
Fonte: Souza, 2024.

Figura 8: Resposta "Aluno 29"



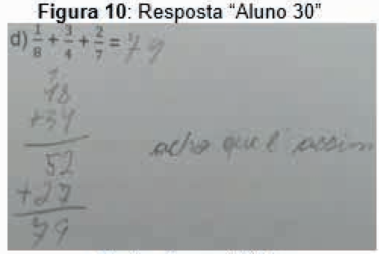
Fonte: Souza, 2024.

Figura 9: Resposta "Aluno 17"



Fonte: Souza, 2024.

Figura 10: Resposta "Aluno 30"



Fonte: Souza, 2024.

Nesse cenário, queremos evidenciar essas respostas que demostraram insegurança, isso foi visível tanto nas respostas dadas quanto na hora de fazerem o teste, pois através da observação conseguimos perceber que muitos alunos ficavam inquietos e tinham um semblante de dúvida, na teoria que utilizamos na pesquisa, isso é algo importantíssimo, pois ela requer que o educador tenha a sensibilidade de perceber a dificuldade que o aluno expressa através do que ele produz, para assim poder ajudá-lo. Cury (2019) destaca que o erro é um dos principais fatores que desmotivam os alunos e um dos principais fatores que levam a evasão escolar, fatores estes que são um grande motivo de preocupação da comunidade escolar.

Também obtivemos resultados produzidos de uma atividade em que levamos todos os alunos da turma ao quadro para resolverem uma questão sobre adição e subtração de frações e de uma aula que ministramos, nestes dois momentos utilizamos um material didático chamado Mural das Frações que teve como meta a fixação do conteúdo produzido, estes momentos tiveram a finalidade de alcançar o nosso último objetivo que nos norteou na pesquisa, que foi: 3. Descrever como os alunos se comportam com possíveis erros cometidos durante a realização dos exercícios.

A questão que cada aluno resolveu foi de efetuar as operações de adição e subtração de frações e a aula foi produzida e ministrada com foco nos erros cometidos pelos alunos durante a realização do teste diagnóstico. Nesses momentos pudemos reafirmar as dificuldades encontradas no teste diagnóstico, como: problemas com M.M.C, problemas com simplificação, problemas para somar ou subtrair frações com denominadores diferentes e até problemas para reconhecer a operação matemática utilizada na questão.

Porém, nessa parte queremos evidenciar uma das partes que consideramos muito importante da teoria, que é a de observamos como os alunos lhe dão com a frustação dos erros, pois muitas das vezes o aluno pode não saber resolver um determinado exercício e cabe ao professor saber fazer uma leitura do que acontece com aquele aluno, Cury (2019, p.52) fala que "é necessário compreender o que o aluno "sabe", ou melhor, como determinado conhecimento, estabelecido em certo momento de sua história de vida, está funcionando como obstáculo".

Por conseguinte, no exercício que propusemos, ao se deparem com os erros, os alunos tiveram várias reações diferentes, muitos se mostravam chateados, outros não ligavam, alguns levavam na brincadeira, outros ficaram quietos e se mostravam alheios a situação. Alguns alunos ao se depararem com a dificuldade, logo abandonavam a questão proposta, outros ao se depararem, apagavam o que haviam feito e tentavam refazer os cálculos.

Nesse cenário, perguntamos a cada aluno porque ele não conseguia resolver a questão, e obtivemos respostas diversificadas, como: "eu não aprendi isso"; "a professora não passou isso pra gente"; "isso é chato de fazer"; "não gosto muito de estudar isso"; e uma das respostas que mais prevaleceu foi "eu não gosto de matemática". Isso vai ao encontro do que muitos autores falam quando apontam que os alunos de um modo geral veem a matemática como algo extremamente difícil, de acordo com Cury (2019) é analisando os erros e as dificuldades dos alunos que o professor deve se apoiar para desmistificar o senso comum de que a matemática é algo para poucos.

Por fim, A tabela a seguir, mostra as classificações de todas as respostas produzidas pelos participantes no teste diagnóstico e no exercício que realizaram no quadro.

Quadro 1: Resultados do teste diagnóstico e do exercício feito no quadro.

Questões/Classificações	Classe A	Classe B	Classe C	Classe D	Classe E
Questão 1	2	4	2	16	7
Questão 2	2	3	0	17	9
Questão 3	7	9	1	11	3
Questão 4	1	3	0	16	11
Questão 5 (a)	12	6	1	10	2
Questão 5 (b)	1	3	0	15	12
Questão 5 (c)	2	4	1	11	13
Questão 5 (d)	1	3	0	13	14
Questão do quadro	2	3	2	16	8
Frequência	30	38	7	125	79

Fonte: Dos autores, 2024.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou compreender as principais dificuldades dos alunos do 7º ano do ensino fundamental da Escola Estadual São José, relacionadas ao estudo das operações de adição e subtração de frações**,** para tanto fizemos uma metodologia com abordagem qualitativa utilizando a teoria da análise de erros para alcançarmos o que nos propusemos a pesquisar. De modo, que acreditamos que o objetivo foi alcançado, pois conseguimos elencar uma série de dificuldades que os alunos tiveram quando trabalharam com as operações de adição e subtração de frações.

Os resultados mostraram que os alunos têm dificuldades com simplificação, Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C), adição e subtração de frações com denominadores diferentes, leitura e interpretação do problema, dentre outros. O elevado número de erros durante as atividades propostas na pesquisa, são um reflexo dessas dificuldades, isso só reforça a importância de uma análise criteriosa do que é produzido pelos alunos, a fim de que essas dificuldades possam ser superadas é necessário que o educador possa aprender com os erros dos alunos para que assim possa ajudá-los.

Por conseguinte, acreditamos que conseguimos alcançar os três objetivos que nos nortearam nessa pesquisa, visto que, conseguimos apontar os erros mais frequentes dos alunos ao fazerem exercícios que envolvem as operações de adição e subtração de frações, de modo que com isso podemos perceber que a base de conhecimento dos alunos sobre as operações de adição e subtração de frações apresenta um grande déficit, deixando evidente o baixo nível de Aprendizado em Matemática na escola apontado pelo site QEdu e também conseguimos sintetizar como os alunos tendem a se comportar quando se deparam com os erros.

Há ainda que se destacar que a teoria escolhida de analisar os erros dos alunos não pode ser considerada algo ruim, mas sim uma forma natural do educador poder conhecer os seus alunos, uma vez que esse educador pode criar ou ajustar metodologias que se adequem as dificuldades encontradas quando se analisa os erros. De modo que, como pontua Cury (2019), criar uma "biblioteca de erros" é uma maneira de ajudar tanto o educando quanto o educador na identificação das dificuldades que cercam esse estudo.

Assim, acreditamos que esse estudo se torna importante por que esperamos criar subsídios que vão ajudar o educador a entender como superar as dificuldades dos estudantes e também esperamos gerar informações que podem nortear futuras pesquisas a desenvolverem trabalhos que possibilitem contornar as problemáticas apontadas durante esta pesquisa.

Por fim, sugerimos que o educador tenha um olhar reflexivo sobre o modo como ele avalia a produção dos alunos, pois não basta corrigir os trabalhos e apenas atribuir notas para acertos ou erros, é preciso compreender todo o processo que levou o aluno ao erro, é necessário também que o educador incentive o aluno a criar a capacidade de corrigir e superar os seus próprios erros, com isso estaremos formando estudantes com senso crítico, capazes de reconhecer os próprios erros e assim superá-los.

REFERÊNCIAS

ALVES. Denis Rogério Sanches; MARTENS, Adam Santos. **Desafios para a construção do conhecimento de frações nas séries intermediárias do Ensino Fundamental**. X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. Curitiba, 7 a 10 de novembro de 2011.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BRASIL, Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3ª ed. Rev. Campinas. São Paulo: Autores Associados, 2010.

MUNHOZ, Maurício de Oliveira. **Propostas metodológicas para o ensino da Matemática**. Curitiba: Ibpex, 2011.

PEDROSA, Virlane Nogueira Melo; PINHEIRO, Ana Cláudia Mendonça; MENEZES, Daniel Brandão; FONTENELLE, Francisca Cláudia Fernandes. **Sequência Fedathi** e Análise de Erros contribuindo para o ensino de frações atrelado ao jogo **Fraction Matcher**. XII Encontro Nacional de Educação Matemática ISSN 2178-034X. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

Portal QEDU. Disponível em: <https://qedu.org.br/escola/13013831-escola-estadual-sao-jose/>. Acesso em: 11 jan. 2024.

SILVA, Daniela Mendes Vieira da. **Compreendendo a soma de frações com flutuadores de piscina recortados à luz da teoria dos registros de representação semiótica.** Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco, ISSN 2316-7297 – Vol. 8, Número 2, p. 37-48, 2019.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico** [recurso eletrônico]: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2ª ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

C A P Í T U L O   4

O ENSINO E APRENDIZAGEM DE POLÍGONOS UTILIZANDO TANGRAM E O SOFTWARE GEOGEBRA

Raimundo de Lima Ramos
SEDUC
Tefé - AM

Fernando Soares Coutinho
CEST/UEA
Tefé - AM
ORCID 0009-0005-9647-9638

Márcia do Socorro Borges de Araújo Cardoso
IFG
Goiânia - GO

1. INTRODUÇÃO

As tecnologias digitais estão presentes, direta ou indiretamente, em atividades comuns do cotidiano, e sua inserção na educação pode torná-la mais atrativa e menos enfadonha (Silva Junior; Shaw, 2019). Como parte integrante do mundo, a escola tem a função de contribuir para a formação de cidadãos plenos, capazes de participar ativamente nos processos de transformação e construção da realidade. Para cumprir essa função, é essencial que a escola seja favorável ao uso de tecnologias digitais, incorporando-se às novas realidades.

No ensino e aprendizagem de Matemática, softwares como o Geogebra, que oferecem ambientes interativos para a criação, simulação de conceitos abstratos e resolução de problemas, podem tornar a aprendizagem mais acessível e personalizada.

O presente artigo apresenta os principais pontos observados durante as atividades realizadas com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, abordando o objeto de conhecimento Polígonos: conceitos e propriedades.

Primeiramente, foi ministrada uma aula teórica para os alunos, seguida de uma lista de exercícios orientados. Em um segundo momento, os estudantes participaram de uma atividade prática utilizando o quebra-cabeça Tangram. Por fim, no terceiro momento, os alunos realizaram outra atividade prática com o software Geogebra. Os quebra-cabeças Tangram e os notebooks para realização das atividades foram disponibilizados pelo Laboratório de Matemática 1 do CEST-UEA, e contou-se com a assistência do coordenador do laboratório Prof. Dr. Fernando Soares Coutinho e da técnica responsável Carla Rodrigues Goveia.

Ao analisarmos as observações feitas após cada atividade, bem como os relatos dos estudantes, percebemos que a metodologia aplicada motivou os alunos a participar e realizar as tarefas propostas. Mesmo aqueles com maior dificuldade em Matemática se envolveram e conseguiram concluir alguns dos desafios propostos.

Observou-se um grande nível de engajamento dos alunos nas atividades práticas com o Tangram e o Geogebra. Durante todo esse processo, eles mostraram curiosidade e interesse, fazendo perguntas e questionamentos sobre as tarefas propostas.

2. REVISÃO DE LITERATURA

O uso das tecnologias no ensino de Matemática

Com o avanço tecnológico, percebemos que tudo em nossa volta vem se modernizando constantemente e rapidamente. No entanto, a escola não conseguiu acompanhar plenamente essas transformações e, muitas vezes, continua operando com as mesmas ideias e recursos utilizados antes de todo esse progresso tecnológico. Isso a torna, por vezes, desinteressante para os alunos, que não se sentem representados, já que as tecnologias costumam oferecer ambientes interativos e dinâmicos, com os quais estão mais acostumados.

> Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia do futuro (D' Ambrosio, 1996, p. 80).

Ao introduzirmos as tecnologias desde a formação inicial ou continuada dos professores, elas permitirão que os docentes se familiarizem com recursos capazes de facilitar o ensino de conceitos matemáticos, tornando as aulas mais dinâmicas e interativas. Além disso, tais iniciativas podem ajudar a superar desafios recorrentes, como a dificuldade de engajamento dos alunos ou a abstração de certos conteúdos, utilizando ferramentas como softwares educacionais.

> Algumas ideias e iniciativas, bem como atividades investigativas com Tecnologias podem vir a suprir essa necessidade da sala de aula de Matemática na Educação Básica, se difundidas na formação inicial ou na formação continuada de professores (Faria; Domingues; Romanello, 2018, p. 107).

No ensino de Matemática, os celulares podem ser aproveitados de diversas maneiras, desde o uso de aplicativos para a resolução de problemas e visualização gráfica até o acesso a conteúdo online. Esses dispositivos permitem que os alunos pratiquem conceitos matemáticos de maneira mais envolvente e prática.

> Hoje, é espantosa a grande quantidade de informações que podem ser processadas nos celulares, que, de certa forma, não deixam de ser minicomputadores. A informação flui numa rapidez tão grande, que se tem a impressão de que os meios impressos se tornaram lentos (Frederico; Gianoto, 2014, p.68).

No contexto do ensino de Matemática, os softwares que oferecem ambientes interativos para a criação, resolução de problemas e simulação de conceitos abstratos podem tornar a aprendizagem mais acessível e personalizada. No entanto, o sucesso desses programas não depende apenas de seu design técnico, mas também de sua relevância pedagógica.

> Os *softwares* são programas desenvolvidos para várias funções, dentre elas auxiliar em atividades educativas e no ensino. Eles podem ser considerados como programas educacionais, a partir do momento que sejam projetados por meio da colaboração de profissionais de várias áreas e que realmente contextualizem os processos de ensino e aprendizagem (Frederico; Gianoto, 2014, p.69).

O Geogebra é um software que tem chamado bastante a atenção dos professores e acadêmicos de Matemática, uma de suas grandes vantagens é que pode ser usado de maneira offline e instalado em celulares. Nos últimos anos, na UEA em Tefé - AM, diversos trabalhos têm sido desenvolvidos, por exemplo Barbosa e Coutinho (2017) usaram o Geogebra para ensinar o conteúdo de elipses a alunos da 3ª série do Ensino Médio. Em Santos e Coutinho (2017), foi promovido um estudo com o objetivo de analisar as contribuições do uso do software no ensino e aprendizagem de hipérboles em uma turma da 3ª série do Ensino Médio. Em Pinheiro e Coutinho (2017) buscou-se analisar as contribuições deste software no ensino de funções quadráticas. Já em Pereira (2020), o Geogebra foi empregado em uma investigação matemática para verificar a aprendizagem dos alunos de uma turma do 7º ano no conteúdo de área de figuras planas. Ainda, Batista (2020) utilizou o Geogebra na construção de um tutorial guiado de quebra-cabeças, utilizando funções matemáticas, para a aprendizagem de funções afim e a verificação de suas contribuições.

> Com o uso do GeoGebra é possível dinamizar e enriquecer as atividades no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois é um software de Geometria Dinâmica, onde são contempladas as construções de pontos, vetores, segmentos, retas e secções cônicas. Através do GeoGebra é possível analisar equações, relacionar variáveis com números, encontrar raízes de equações. Permite ainda associar uma expressão algébrica à representação de um objeto da geometria. (Pacheco, 2019, p. 199).

Utilização do Tangram

A busca por uma aprendizagem mais eficaz tem impulsionado o uso de diversos recursos pedagógicos nas aulas de Matemática. Ferramentas como jogos, livros e materiais manipulativos foram aprimorados para tornar o aprendizado mais interativo e acessível, enriquecendo o ensino e facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos. Como destaca Santos (2019):

> Nos últimos séculos, na tentativa de desenvolver uma melhor e maior aprendizagem, diversas foram as propostas de utilização de recursos como modelos e materiais didáticos nas aulas de Matemática. Dentre esses materiais didáticos, podemos destacar, por exemplo, jogos matemáticos, livros didáticos e materiais manipuláveis. (Santos, 2019, p.87).

Um exemplo relevante de material manipulativo é o Tangram, um recurso fascinante que, além de ser lúdico, promove habilidades como o raciocínio espacial e a criatividade. Essa simplicidade oferece inúmeras possibilidades de exploração e aprendizagem de forma divertida e envolvente. Segundo Costa (2019).

> O Tangram é um recurso lúdico-manipulativo muito antigo formado por 7 sete peças: dois triângulos grandes, um médio, dois triângulos pequenos, um quadrado e um paralelogramo. Todas as peças podem ser posicionadas de maneira a formar um quadrado. (Costa, 2019, p.4)

O uso de materiais manipuláveis, como o Tangram, promove o raciocínio lógico e a compreensão de conceitos para proporcionar uma experiência prática e visual. Esse recurso didático não apenas facilita a compreensão dos conteúdos, mas também estimula a percepção diferenciada e a criatividade dos alunos, ao permitir a exploração de formas e relações espaciais. Nesse sentido, Cardoso, Costa e Moraes (2018) afirmam que "o material manipulável auxilia no julgamento e na compreensão do conteúdo ensinado. Além disso, o Tangram desenvolve uma percepção geométrica e criativa por ser um recurso composto de peças geométricas".

A utilização do Tangram como ferramenta didática é realmente significativo para o estudo de polígonos e de outros conceitos matemáticos. Suas peças geométricas variadas, possibilitam uma abordagem prática e visual que torna o aprendizado mais envolvente. Ao manipular esse quebra-cabeça, os alunos não apenas identificam formas e ângulos, mas também experimentam conceitos de maneira intuitiva, o que facilita a construção e o aprofundamento do conhecimento geométrico. Dessa forma, compreende-se que:

> Vários conteúdos podem ser abordados ao manipular esse famoso quebra-cabeça chinês. Formas geométricas, retas, ângulos, áreas, frações são exemplos de conteúdos que podem utilizar o tangram no processo de construção ou aprofundamento de conceitos, propriedades, bem como para resolução de problemas. (Rempel, 2021, p.13)

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O trabalho foi desenvolvido em duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, da Escola Estadual Nazira Litaiff Moriz, Tefé – AM, tendo como objetivo analisar as contribuições do software Geogebra na aprendizagem de polígonos.

Para isso, em cada turma, iniciou-se com a aplicação de um Pré-teste que consistia em cinco questões de múltipla escolha com o intuito de identificar as principais dificuldades dos alunos em relação a conceitos de polígonos. Posteriormente foi realizada uma aula expositiva com resolução de exercícios e atividades com o Tangram. Após este momento, uma atividade com o software Geogebra foi desenvolvida no Laboratório de Informática da escola. Para finalizar, aplicou-se um Teste ao final e em seguida uma discussão com a turma sobre todo o processo, conforme Tabela 1.

Tabela 1: Descrição das atividades desenvolvidas

	9º (Turma A)	9ºB (Turma B)
1 h/a	Pré-teste	Pré-teste
2 h/a	Aula expositiva sobre Polígonos.	Aula expositiva sobre Polígonos.
2 h/a	Atividade com Tangram	Atividade com Tangram
2 h/a	Atividade utilizando o software Geogebra	Atividade utilizando o software Geogebra
1 h/a	Teste	Teste

Fonte: Ramos (2024).

Para analisar a participação dos alunos em todos os processos desenvolvidos, como pré-teste, teste, aulas expositivas, resolução de exercícios, construções de polígonos utilizando o Tangram e o software Geogebra, adotou-se a pesquisa qualitativa pois esta tem "[...] como premissa que nem tudo é quantificável e que a relação que a pessoa estabelece com o meio é única e, portanto, demanda uma análise profunda e individualista [...]" (Malheiros, 2011, p. 31).

Para análise dos dados coletados, utilizou-se a análise de conteúdo que tem

> [...] um método de tratamento e análise de informações, colhidas por meio de técnicas de coleta de dados, consubstanciadas em um documento. A técnica se aplica à análise de textos escritos ou de qualquer comunicação (oral, visual, gestual) reduzida a um texto ou documento (Chizzotti, 2006, p. 98).

Com isso buscou-se observar não somente os testes escritos, mas a participação, o envolvimento e as construções realizadas por cada aluno com o Tangram e o software Geogebra, bem como suas tentativas e erros.

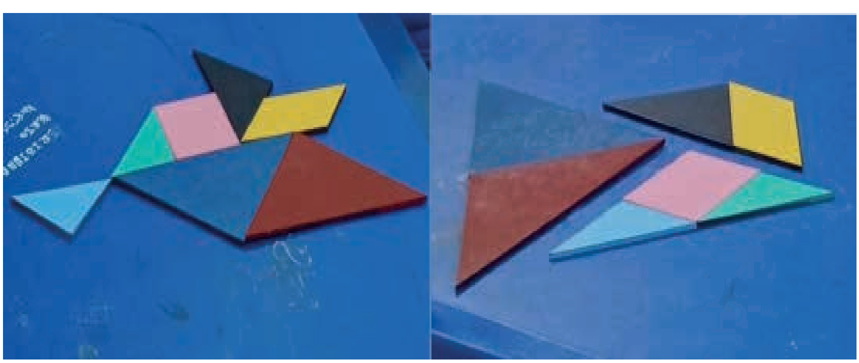
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeiro aplicou-se um pré-teste nas duas turmas e na sequência uma aula expositiva sobre polígonos. Durante a realização das aulas, na turma A, os alunos estavam calmos e prestando atenção nas explicações, mas sem fazerem nenhuma pergunta ou questionamento relacionados às suas dúvidas. A maioria demonstrou interesse em realizar as atividades propostas. Na turma B, os alunos também estavam calmos e prestando atenção nas explicações. Porém, nesta turma, foram bastantes participativos fazendo perguntas e alguns questionamento relacionados a suas dúvidas.

Atividade com o Tangram

Nas duas turmas os alunos estavam curiosos sobre que atividades iriam realizar com o Tangram. Então apresentou-se a eles o Tangram e depois um pouco da história de como surgiu essa quebra-cabeça. Distribui-se para as duplas e deu-se início aos desafios. Algumas duplas concluíram as tarefas com agilidade. Também pode-se perceber que os alunos estavam bastantes envolvidos nas atividades e se divertindo. Alguns competiam para ver quem terminava primeiro. A maioria das duplas conseguiu realizar todos os desafios. Alguns alunos falaram que até que enfim tiveram uma aula interessante. Pode-se perceber também que mesmo aqueles alunos que têm bastante dificuldade em Matemática se envolveram e conseguiram concluir alguns dos desafios propostos.

Figura 1: Foto da atividade com Tangram



Fonte: Ramos (2024).

Atividade com o Geogebra

Nas duas turmas, inicialmente conversou-se com os alunos em sala de aula que iria ser realizada uma atividade no laboratório de informática e, que para isso utilizaríamos o software Geogebra para desenhar polígonos. Em seguida eles foram orientados sobre comportamento e que poderiam ficar em duplas ou sozinhos em cada computador. Ao chega no laboratório e após todos estarem acomodados em seus computadores, iniciaram-se as atividades em que foi apresentado aos alunos o Geogebra sua tela inicial e a barra de ferramenta.

Figura 2: Foto da atividade com Geogebra

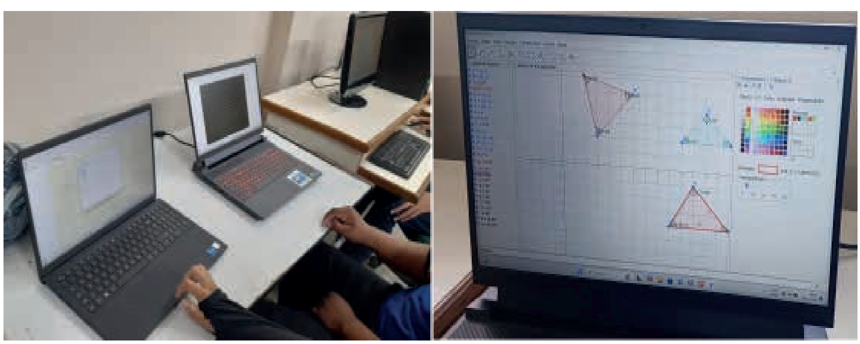
Fonte: Ramos (2024).

- Atividade 1: Solicitou-se, como forma dos alunos se familiarizarem com o software, que editassem a malha para isso foi sugerido a eles que mudassem a cor, tirassem a malha e trocassem o tipo. Percebeu-se nesse momento que a maioria dos alunos se envolveu com a atividade, sendo que alguns conseguiram fazer até com certa facilidade.
- Atividade 2: Como forma de explorar a ferramenta polígonos foi solicitado que os alunos criassem de forma livre três polígonos, com as ferramentas "polígonos", "polígonos regulares" e "polígonos rígidos". Durante esta atividade a maioria dos alunos procurou fazer os que não conseguiam perguntavam e tentavam fazer novamente até conseguir. Podemos dizer que mesmo aqueles que não conseguiram concluir toda atividade, também se

empenharam e, assim como os demais, mostraram-se bastantes interessados e satisfeitos em estarem conseguindo construir algo utilizando um software.

- Atividade 3: Nesta eles tinham que criar três triângulos, um equilátero, um isósceles e um escaleno. Percebeu-se que a maioria dos alunos sentiram dificuldade em construir o triângulo equilátero, mas quando foi dado a dica de que seria melhor utilizar a ferramenta polígono regular todos conseguiram.
- Atividade 4: Nesta atividade que era para os alunos criarem um quadrado, um retângulo e um losango. Pode-se destacar que a maioria dos alunos tiveram dificuldades em construir um losango que não fosse um quadrado.
- Atividade 5: Os alunos tiveram que criar um paralelogramo, um trapézio isóscele, um trapézio retângulo e um trapézio escaleno. Percebeu-se que a maioria sentiu dificuldade em construir o paralelogramo, devido ao fato de não saber que desenho deveria fazer.
- Atividade 6: Precisavam construir polígonos regulares de 6 ou mais lados. Os alunos ficavam bastantes surpresos com os polígonos, à medida que se aumentava a quantidade de lados.

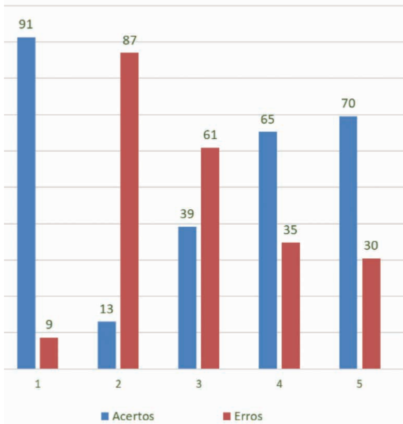
Figura 3: Foto da atividade com o software Geogebra



Fonte: Ramos (2024).

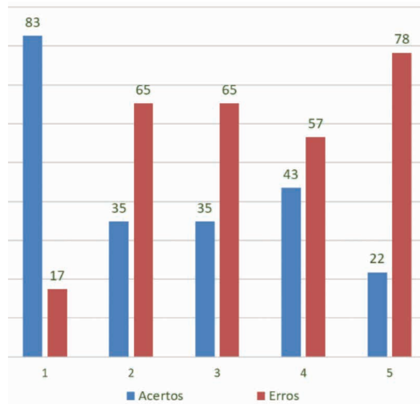
Durante toda a atividade os alunos prestavam atenção nas orientações do pesquisador, sobre como deveriam fazer cada atividade para depois realizá-las, sempre demonstrando interesse em realizar todas as tarefas propostas. Nem o fato de o laboratório estar com temperatura elevada, pelo fato de estar funcionando apenas um ar-condicionado, foi motivo de reclamação por parte deles. Para finalizar aplicou-se um teste para avaliar o conhecimento dos alunos sobre polígonos.

Figura 4: Desempenho da Turma A, por questão, no pré-teste



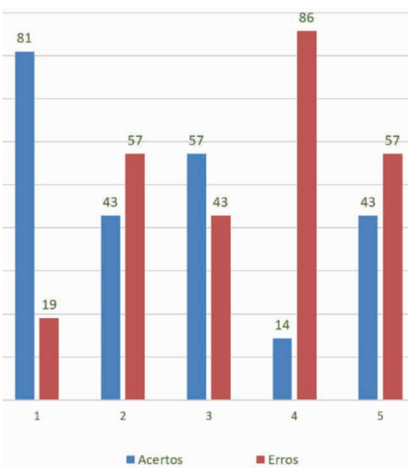
Fonte: Ramos (2024)

Figura 5: Desempenho da Turma A, por questão, no teste



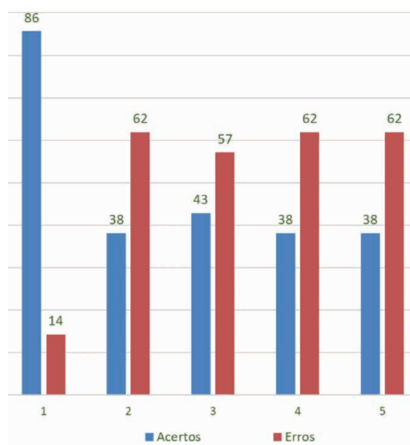
Fonte: Ramos (2024)

Figura 6: Desempenho da Turma B, por questão, no pré-teste



Fonte: Ramos (2024).

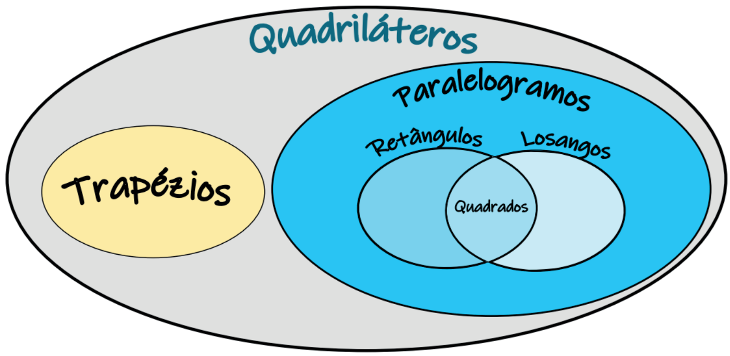
Figura 7: Desempenho da Turma B, por questão, no teste



Fonte: Ramos (2024).

Nas Figuras 1, 2, 3 e 4 vemos o desempenho das turmas antes e depois da realização das atividades. Percebe-se que apesar do envolvimento dos alunos em todos os momentos, o número de acertos no Teste, não melhorou em relação ao Pré-teste. Uma das possíveis explicações é que apesar dos estudantes conseguirem construir quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios utilizando o Tangram e o Geogebra, se confundem ao responder questões sobre as relações entre as propriedades dos quadriláteros.

Figura 8: Relação entre quadriláteros



Fonte: Coutinho (2024).

É complicado para muitos compreenderem, por exemplo, que um quadrado é também um losango, um retângulo e um paralelogramo. No entanto, saber construir exemplos de cada um deles, já é um passo significativo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de tecnologias digitais nas aulas de Matemática tem se tornado uma necessidade nos dias de hoje, especialmente devido aos desafios que os professores enfrentam em manter a atenção dos alunos. Muitos estudantes acabam preferindo o uso de tecnologias para entretenimento, em vez de se concentrarem em aulas ministradas com métodos tradicionais, como pincel e quadro branco. No entanto, a implementação eficaz dessas tecnologias nas aulas de Matemática ainda encontra algumas dificuldades como a falta de estrutura das escolas.

Este artigo destacou que o uso de uma tecnologia digital, como o Geogebra e, do quebra-cabeça Tangram, nas aulas de Matemática, contribuiu para o desenvolvimento do raciocínio e da criatividade dos alunos, especialmente no estudo de geometria plana e, em particular, no estudo dos polígonos. A utilização desses recursos em atividades orientadas pelo professor tornou as aulas mais dinâmicas e estimulou o interesse dos alunos. Além disso, pode-se afirmar que o impacto no aprendizado e no engajamento nas aulas de Matemática foi positivo.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Axel de Lima; COUTINHO, Fernando Soares. **Ferramenta para a aprendizagem de Elipses no 3º ano do ensino médio na Escola Estadual Professora Nazira Litaiff Moriz** in NARZETTI, C.; NEVES, A. C. O. das. Iniciação à docência: a experiência do PIBID/UEA na articulação teoria-prática no ensino básico. Araraquara: Letraria, 2017.

BATISTA, Aurianderson Domingos. **O uso do software Geogebra como quebra-cabeça utilizado como tutorial guiado: uma possibilidade para a aprendizagem de função afim no 1° ano do ensino médio de uma escola pública de Tefé-AM.** TCC apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, do Centro de Estudos Superiores de Tefé - CEST, da Universidade do Estado do Amazonas – UEA. 2020.

CARDOSO, Letícia; COSTA, DAILSON, Evangelista; MORAES, Mônica Suelen Ferreira. **O ensino de fração por meio do tangram: uma proposta de sequência didática.** Revista Prática Docente, v.3, nº 1, 2018, p.91-107.

CHIZZOTI, A. **Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

COSTA, Sidney Moreira da. **Produto Educacional Exploração de problemas e Tangram**. Campina Granda, 2019.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.

FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho; ROMANELO, Laís Aparecida; Domingues, Nilton Silveira. **Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes**. Amazônia, v.14, 2018, p. 105-122.

FREDERICO, Fernando Temporini; Gianoto, Dulcinéia Ester Pagani. **Ensino de ciências e matemática: utilização da informática e formação de professores.** Zetetiké, v.22, nº 42, 2014.

MALHEIROS, B. T. **Metodologia da pesquisa em Educação**. LTC: Rio de Janeiro, 2011.

PACHECO, Erica Farias. **Utilizando o software Geogebra no ensino da matemática: uma ferramenta para construção de gráficos de parábolas e elipses no 3° ano do ensino médio.** Debates em Educação | Maceió | Vol. 11 | Nº. 24 | Maio/Ago.2019.

PEREIRA, Alison Thaylo dos Santos Pereira. **Explorando atividades investigativas na aprendizagem de área de figuras planas utilizando o software Geogebra em uma turma do 7º ano do ensino fundamental**. TCC apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, do Centro de Estudos Superiores de Tefé - CEST, da Universidade do Estado do Amazonas – UEA. 2020.

PINHEIRO, Raimundo de Souza; COUTINHO, Fernando Soares. **Ferramenta para a aprendizagem de Elipses no 3º ano do ensino médio na Escola Estadual Professora Nazira Litaiff Moriz** in NARZETTI, C.; NEVES, A. C. O. das. Iniciação à docência: a experiência do PIBID/UEA na articulação teoria-prática no ensino básico. Araraquara: Letraria, 2017.

REMPEL, Graciele. **Tangram nos livros de Matemática: um estudo a luz da teoria de registros de representação semiótica**. Chapecó, 2021.

SANTOS, Elinaldo Pinheiro; COUTINHO, Fernando Soares. **Ferramenta para a aprendizagem de Elipses no 3º ano do ensino médio na Escola Estadual Professora Nazira Litaiff Moriz** in NARZETTI, C.; NEVES, A. C. O. das. Iniciação à docência: a experiência do PIBID/UEA na articulação teoria-prática no ensino básico. Araraquara: Letraria, 2017.

SANTOS, Solange Ferreira dos. O uso do Tangram como Proposta no Ensino de Frações. Profmat, Jataí, 2019.

SILVA JUNIOR, Geraldo Soares da Silva; SHAW, Gisele Soares Lemos. **Formação docente para uso das TIC no ensino de matemática: percepções de professores e estudantes de um curso de licenciatura em matemática.** REnCima, v.10, nº 6, 2019, p. 163-184.

SOUZA, Daniel Mendes Inácio de; ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira. **Um estudo sobre as potencialidades da utilização do GeoGebra Discovery no contexto da Geometria Plana.** Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 28, nº 80, 2023, p. 01-15.

CAPÍTULO 5

ESTATÍSTICA APLICADA: DESAFIOS NO PROCESSO DE ANÁLISE E CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS E TABELAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

Severino Coelho da Cruz Junior
Universidade do Estado do Amazonas – UEA
Tefé – AM
https://orcid.org/0000-0002-0113-0992

Welligton Adson Rocha de Castro
Universidade do Estado do Amazonas – UEA
Tefé – AM
https://orcid.org/0009-0002-2339-6370

1. INTRODUÇÃO

A compreensão de conceitos estatísticos desde os anos iniciais é essencial para o desenvolvimento acadêmico e pessoal dos estudantes, especialmente por integrar a linguagem matemática voltada à organização, leitura e análise de dados, conforme previsto nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino da Matemática (Brasil, 1998). No contexto contemporâneo, marcado por um volume crescente de informações, a capacidade de interpretar dados estatísticos é uma habilidade crucial.

Este estudo teve como objetivo investigar os principais desafios enfrentados por alunos do 8º ano do ensino fundamental na construção e interpretação de gráficos e tabelas em uma escola pública do município de Tefé-AM. Os objetivos específicos foram: (1) analisar as principais dificuldades na leitura e interpretação de diferentes tipos de gráficos e tabelas; (2) compreender como a formação estatística influencia a capacidade dos alunos de interpretar e representar dados; e (3) desenvolver habilidades estatísticas por meio de representações visuais.

A escolha pela estatística se justifica pela necessidade de formação de cidadãos críticos, capazes de lidar com dados no cotidiano. Como destaca Lopes (1998), é essencial que o ensino de estatística parta de problematizações significativas. A pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, baseada na análise de erros, com aplicação de pré-teste, aula explicativa com recursos visuais e aplicação de pós-teste.

Dessa forma, o presente artigo estrutura-se da seguinte maneira: apresenta-se a fundamentação teórica, a metodologia da pesquisa, a análise dos dados obtidos e, por fim, as considerações finais com reflexões sobre os achados e suas implicações no ensino de matemática.

2. REVISÃO DE LITERATURA

No cerne do problema está a investigação sobre a estatística aplicada no meio educacional e como suas práticas são incorporadas no processo didático. Busca-se compreender como o ensino de estatística aplicada pode contribuir na educação e nos processos de estratégias de aprendizagem dos alunos da educação básica por meio do uso de novas metodologias.

Neste cenário, o ensino da estatística se torna muito importante no contexto do ensino fundamental, visto que faz parte da linguagem da matemática, atrelado aos domínios dos algoritmos, organização de dados, leituras de tabela e gráficos e análises de estatística, como consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática – PCN, (Brasil, 1998).

Levando em consideração as demandas sociais contemporâneas que se repercute no dia a dia dos alunos, o estudo das estatísticas aplicadas se torna uma necessidade que "justifica-se por possibilitar o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio para resolver determinadas situações-problemas" (Brasil, 1998, p. 134.). Ainda, os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam que:

> Um olhar mais atento para a nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitem ao cidadão "tratar" as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos (Brasil, 1998, p. 53).

Nesse sentido, os Tratamentos da Informação se aliam em três bases: a estatística, a probabilidade e a combinatória. A sociedade da informação necessita reconhecer e classificar, de forma qualitativa ou quantitativa, as desenvolturas condizentes as representações da estatística aplicada na vida cotidiana de todos os indivíduos. Para isso, a metodologia da estatística necessita que o professor assume a função de organizador, orador, mediador, controlador e incentivador com o intuito da participação ativa dos alunos dentro das salas de aulas.

A escola precisa estar aberta as inovações e propostas que venham a contribuir com a preparação dos alunos para a sociedade, visto que seu principal objetivo é formar cidadãos críticos e participativos. Desta forma, segundo Pozo (1998) aponta que trabalhar problema em Matemática significa colocar em ação certas capacidades de inferência e de raciocínio geral.

Para Garfield & Gal (1999 apud Carvalho, 2003, p.37):

> O raciocínio estatístico pode ser definido como sendo o modo como as pessoas raciocinam com as ideias estatísticas, conseguindo assim dar um significado à informação estatística. O que envolve fazer interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou resumos de dados. Muitos dos raciocínios estatísticos combinam dados e acaso o que leva a ter de ser capaz de fazer interpretações estatísticas e inferências.

Deste modo, é de grande relevância ser capaz de ler e interpretar informações inerentes as estatísticas aplicadas, como gráficos e tabelas, visto que muitas das informações apresentadas podem influenciar nas tomadas de decisões na vida útil de determinado indivíduo, compreendendo que os métodos gráficos são eficientes no meio da comunicação, tirando partido efetivo dos mecanismos cognitivos, particularmente do senso perceptivo.

O estudo da estatística busca instigar os alunos a fazerem perguntas, a construir justificativas e desenvolver o espírito investigativo. Visa não somente ensinar aos alunos lerem e interpretar representações gráficas, mas torná-los capazes de descrever e interpretar as ações que o rodeiam usando os conhecimentos básicos da Matemática.

Segundo Lopes (1998, p.16):

> a sociedade da informação e conhecimento na qual nos encontramos inseridos apresenta-nos exigências que não são futuras, mas imediatas. Dessa forma, acreditamos que o ensino de Estatística, raramente abordado na educação infantil e muitas das vezes abordado de forma equivocada nos demais níveis da Educação Básica, possa trazer contribuições significativas para o desenvolvimento de tais habilidades e competências.

Na sociedade atual, o estudo das estatísticas aplicadas aponta para as exigências mais prementes da evolução humana, pois novas formas de adquirir conhecimento afloram e invadem as salas de aulas através dos mais diversos meios de telecomunicação como jornais, veículos audiovisuais, mídias tecnologias, etc. Para isso, questionar a veracidade dessas formas inovadoras de ensinamento são colocadas em foco a todo momento para construir contradições, divergências e debates. Esse campo da educação se concilia diretamente com a área da estatística aplicada, a necessidade de explorar o ambiente educacional para compreender à abordagem de diversas didáticas, considerando a educação no desenvolvimento evolutivo.

O estudo da estatística aplicada faz parte de uma gama de nuances que denotam ao convívio diário da vida útil de todos os indivíduos. Sendo um ramo primordial da matemática, torna-se indispensável suas resoluções que constituem elementos de informações com a finalidade de sintetizar as observações inerentes de dados, tabelas, gráficos e figuras, facilitando assim a leitura de determinado algoritmo e compreensão das variáveis para que se chegue no resultado linear de uma expressão numérica.

A capacidade de interpretar dados estatísticos é uma habilidade crucial na interação do mundo contemporâneo, tanto para a tomada de decisões informadas quanto para o entendimento crítico das informações veiculadas pela mídia, pois é de suma importância para entender os preceitos sobre o estudo da estatística aplicada e suas dificuldades na análise dos gráficos e tabelas.

IPARDES (2000b, p.1), descreve que tabela vem a ser: "[...] a forma não discursiva de apresentação de informações que tem por finalidade a descrição e/ou o cruzamento de dados numéricos, codificações, especificações técnicas e símbolos". Ou seja, as tabelas são utilizadas para apresentar os dados numéricos a fim de destacar e compreender valores comparativos sobre a área de determinado estudo, através de informações simples e objetivas.

O módulo de introdução a estatística aborda uma definição geral acerca do conjunto de dados, classificação dos ramos da estatística, coleta de dados e planejamento dos estudos estatísticos, como também a técnica de amostragem.

O estudo da estatística aplicada é uma parte indispensável da área da matemática que estuda os métodos para a obtenção da coleta, organização e análise de dados de diferentes áreas, visando de forma coesa e coerente a tomada de decisões.

Ainda segundo IPARDES (2000a, p.1), gráficos são: "[...] a representação de dados e informação por meio de diagramas, desenhos, figuras ou imagens, de modo a possibilitar a interpretação da informação de forma rápida e objetiva". Os gráficos podem substituir as compreensões na forma tabular, desde que seja construído de forma simples e prática. Ainda, os tipos de gráficos podem ser de colunas, de barras, lineares, de círculos, infográficos, entre outros.

Trata-se de um ramo matemático que sua finalidade proporciona uma visão rápida acerca do comportamento de determinado fenômeno, tornando claras as informações para possibilitar uma correta interpretação sobre o caso em estudo, visto que os dados estatísticos formam um conjunto de informações que busca fomentar o escopo da taxa de variação de determinado sistema de dados, onde podemos citar o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) como um importante sistema de informações para o estudo da estatística aplicada.

Destaca-se a importância sobre o estudo da estatística aplicada em todas as suas derivações, pois visa fornecer rápidas e seguras informações que são cruciais para explicitar e sintetizar decisões administrativas mais coerentes e científicas sobre o foco de determinado estudo.

As atividades envolvendo construção, leitura e interpretação de gráficos permitem aos alunos atingirem de forma gradual o nível de compreensão gráfica de "leitura além dos dados" (Curcio, 1989). Desta forma, as representações gráficas assumem um papel muito importante, proporcionando uma impressão mais rápida e maior desenvolvimento da compreensão, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio estatístico de forma concisa onde os alunos não aprendam somente a ler e interpretar representações gráficas, envolvendo construção por meio de uma aprendizagem gradual, mas que se tornem capazes de descrever e interpretar sua realidade, usando conhecimentos matemáticos no seu dia a dia.

Tratando-se de uma área de estudo que visa o tratamento da coleta, organização, análise e intepretação dos dados para a tomada de decisões, fica bem mais fácil diagnosticar e interpretar determinadas informações com o uso de tabelas e gráficos, facilitando a compreensão sobre a pesquisa, visto que o estudo da estatística aplicada envolve medidas e quantidades, trabalhados em formas de ações numéricas.

O Conceito de Erro e Contrato Didático

O educador francês Guy Brousseau se destaca quanto à teoria dos conceitos de erro didático, onde desenvolveu uma teoria para melhor se compreender esta epistemologia. Ele argumenta que erro vem a ser um conhecimento, anterior, que até determinado ponto conduz ao acerto, porém, a partir de determinado momento se torna falso, ou simplesmente inadaptável.

"O contrato didático é definido por Guy Brousseau (1982) como o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor". Para isso, o teórico salienta que o conceito de erro é considerado necessário para desencadear o processo de aprendizagem do aluno, visto que é o conjunto de regras que determinam explicitamente as relações estabelecidas entre professor, alunos e o conhecimento através de uma negociação implícita conjunta onde gera expectativa do professor em relação aos alunos e destes em relação ao professor.

Conforme Menezes; Lessa; Menezes (2006), o professor e o aluno possuem uma relação assimétrica em relação ao saber. Ainda, Gálvez (1996) observa que está incluso o estudo de situações que sejam exitosas ou fracassadas, pois o erro constitui fonte de informação para a elaboração de boas questões ou situações-problema. Assim, "o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, aluno e saber" (Almouloud, 2007, p. 32). D'Amore (2007, p.3), complementa como objetivo da Didática da Matemática "a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito".

Assim, uma situação didática é:

> O conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu* (...) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em vias de constituição (Brouseau, 1996a, p. 50).

Para Brousseau (1996), a Didática da Matemática estuda as atividades didáticas que tem como objetivo o ensino naquilo que tem de específico dos saberes matemáticos, propiciando explicações, conceitos e teorias, assim como meios de previsão e análise, incorporando resultados relativos aos comportamentos cognitivos dos alunos, além dos tipos de situações utilizadas e os fenômenos de comunicação do saber.

> A medição é uma área extremamente complexa, que pode envolver o uso de instrumentos de medição com variada precisão, utilizar ou não uma teoria com base estatística do erro para expressar os vários desvios em relação a um valor central (verdadeiro), bem como em distintos critérios e conceitos em relação a este valor médio de referência (variáveis de controle). (Brousseau, 1996, p. 60).

Brousseau (1996) destaca que para aprender, o aluno deve ter um papel ativo diante de uma situação, de certo modo comparado ao ato de produzir de um matemático. Ainda, nestas situações:

> a resposta inicial que o aluno pensa frente à pergunta formulada não [deve ser] a que desejamos ensinar-lhe: se fosse necessário possuir o conhecimento a ser ensinado para poder responder, não se trataria de uma situação de aprendizagem (Brousseau, 1996, p. 49).

Portanto, o contrato didático regula as intenções do aluno e do professor frente à situação didática. Deste modo o aluno aprende adaptando-se a um meio que é um fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como faz a sociedade humana, permitindo a reflexão sobre suas ações e retroações, através de regras que devem ser respeitadas. Para isso, Santos (1997) afirma que o processo de ensino-aprendizagem se dá através de dois procedimentos inseparáveis: a atividade construtiva por parte do próprio aluno e a ajuda e o suporte oferecido pelos outros (colegas, professores). Portanto, o método do conceito de erros funciona como importante amplificador das possibilidades de resolução de problemas, no sentido de superarem as dificuldades que encontram e/ou os erros que cometem durante a realização de determinada aula.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa foi desenvolvida com abordagem qualitativa de cunho investigativo, tendo como foco compreender os desafios enfrentados por alunos do 8º ano do ensino fundamental de uma escola pública do município de Tefé-AM na análise e construção de gráficos e tabelas. A escolha por uma abordagem qualitativa justifica-se pela necessidade de interpretar, de forma aprofundada, as dificuldades apresentadas pelos estudantes em um contexto real de ensino e aprendizagem.

A metodologia utilizada baseou-se na análise de erros proposta por Cury (2013), que contempla as etapas de identificação, classificação e interpretação dos erros, visando o aprimoramento do ensino. A análise foi estruturada em três categorias: erros conceituais, procedimentais e estratégicos.

A pesquisa foi inicialmente proposta a 27 estudantes, mas apenas 16 assinaram o termo de assentimento, e ao final, os dados analisados corresponderam à participação regular de 6 alunos. As etapas desenvolvidas foram:

- Aplicação de um pré-teste com quatro questões (interpretação de gráficos, construção de tabela e gráfico de colunas);
- Realização de aula explicativa com uso de datashow e papel milimetrado, abordando conceitos fundamentais da estatística;
- Aplicação de um pós-teste com estrutura semelhante ao pré-teste, mas com novos valores;
- Preenchimento de um questionário com 15 perguntas abertas, voltado à identificação das causas das dificuldades dos alunos.

A coleta de dados foi realizada com instrumentos simples, como lápis e papel, buscando promover uma abordagem acessível e prática para a consolidação dos conteúdos de estatística.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados do pré-teste permitiram identificar os principais erros cometidos pelos estudantes na leitura e construção de gráficos e tabelas. A questão 1 (interpretação de tabela) foi corretamente resolvida por todos os alunos. Nas demais questões, os índices de erro foram altos, especialmente na questão 2 (construção de gráfico de colunas), em que apenas 16,7% dos alunos obtiveram sucesso.

Nas tabelas apresentadas na sequência, constam os resultados obtidos mediante a análise do desempenho dos estudantes em cada uma das questões do pré e pós-teste.

A tabela 1 detalha os dados obtidos com a aplicação do pré-teste. As respostas corretas aparecem em negrito. Além disso, grifamos na cor azul as questões relacionadas a interpretação e construção de tabelas, e de cinza as questões relacionadas a análise e construção de gráficos. Os alunos serão representados por números de 1 a 6 e as respostas certas por (C) e as erradas por (E).

Tabela 1 – Questões certas respondidas pelos alunos no pré-teste

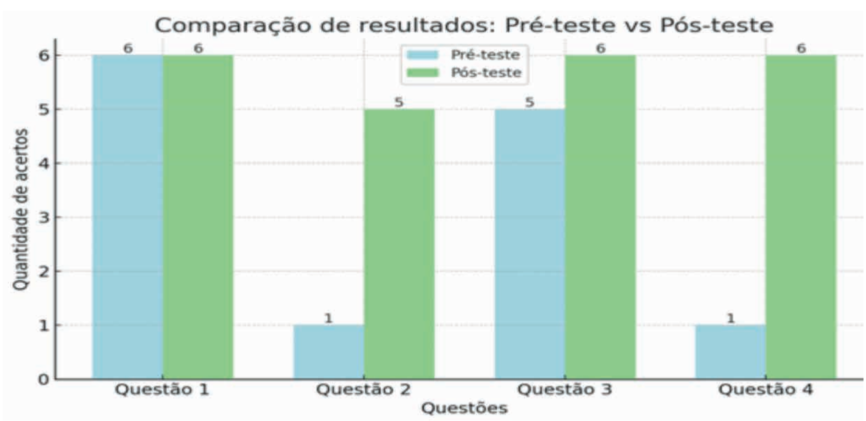
Pré-teste	1	2	3	4	5	6
Questão 1	C	C	C	C	C	C
Questão 2	E	E	C	E	E	E
Questão 3	C	E	C	C	C	C
Questão 4	E	E	C	E	E	E

Fonte: Autoria própria (2024).

Ao analisarmos os resultados obtidos através da tabela 1, podemos perceber que 100% dos alunos acertaram a questão relacionada a interpretação de tabela. Na questão 2, relacionada a construção de um gráfico de colunas, 83,3% dos alunos erram, demonstrando dificuldades na construção. Na questão 3, relacionada a interpretação de um gráfico de colunas, apenas 83,3% acertaram. E na questão 4, relacionada a construção de uma tabela através de dados já fornecidos previamente, 83,3% dos alunos apresentaram dificuldades na construção.

No gráfico a seguir, mostra os resultados obtidos entre o pré e pós-teste (com o auxílio do papel milimetrado):

Gráfico 1: Resultados pré-teste e pós-teste



Fonte: Autoria própria (2024).

Os resultados apresentados no gráfico demonstram uma melhora significativa no desempenho dos estudantes entre o pré-teste e o pós-teste. Na questão 1, todos acertaram em ambos os testes. A maior evolução ocorreu na questão 2, onde apenas um aluno acertou inicialmente no pré-teste, mas no pós-teste cinco alcançaram a resposta correta. Na questão 3, o desempenho também melhorou, passando de cinco acertos no pré-teste para seis acertos no pós-teste. Por fim, na questão 4, o salto foi ainda mais expressivo, saindo de apenas um acerto para seis acertos. Esses resultados sugerem que houve um impacto positivo da intervenção realizada, refletindo em um aprendizado mais consistente e na consolidação dos conteúdos da estatística, principalmente na construção de gráficos e interpretação de tabelas.

A análise dos questionários revelou os seguintes erros conceituais recorrentes:

- Confusão entre os tipos de gráficos (barras, linhas, pizza);
- Dificuldade na leitura de escalas e eixos;
- Desconhecimento do uso de legendas;
- Representação inadequada de dados.

Além disso, observou-se a presença de erros procedimentais, tais como:

- Organização incorreta dos dados;
- Cálculos errôneos na leitura de gráficos;
- Uso inadequado de escalas e ausência de legendas.

Os erros estratégicos estiveram relacionados à escolha equivocada de métodos de resolução ou ausência de planejamento para interpretar os dados. Muitos alunos demonstraram hesitação em selecionar a melhor forma de abordar o problema ou apresentaram dificuldades em aplicar estratégias aprendidas previamente.

A aplicação do pós-teste, agora com o apoio do papel milimetrado, evidenciou progresso expressivo. Na questão 2, o número de acertos saltou de um para cinco estudantes. Na questão 4, todos os alunos responderam corretamente. Esse resultado indica que o uso de recursos visuais adequados e intervenções didáticas planejadas contribuem para o fortalecimento das habilidades estatísticas.

Os dados confirmam que, ao utilizar materiais acessíveis e promover atividades interativas, é possível superar obstáculos no ensino de estatística e desenvolver a compreensão de representações gráficas desde os anos finais do ensino fundamental.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa evidenciou que os estudantes do 8º ano do ensino fundamental enfrentam dificuldades significativas na leitura e construção de gráficos e tabelas, principalmente por lacunas na formação estatística. Entre os principais desafios estão a compreensão dos diferentes tipos de gráficos, o uso correto de escalas e eixos, e a representação precisa dos dados.

Por outro lado, os resultados também apontam que intervenções pedagógicas bem planejadas, como o uso de papel milimetrado e o ensino por meio de exemplos práticos, podem contribuir significativamente para a melhoria da aprendizagem. A análise de erros mostrou-se uma ferramenta eficaz para compreender as fragilidades do processo e orientar estratégias de ensino mais assertivas.

Nesse sentido, destaca-se a importância de investir em metodologias inovadoras e acessíveis, que desenvolvam o pensamento estatístico e promovam a autonomia dos estudantes no uso da linguagem matemática. O domínio da leitura e interpretação de gráficos e tabelas é fundamental não apenas para a vida escolar, mas para a formação crítica de cidadãos em uma sociedade orientada por dados.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. A teoria das situações didáticas. São Paulo: PUC-SP, 2004.

______. Fundamentos da Didática da Matemática. Paraná: UFPR, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROUSSEAU, Guy. Les processus de différenciation dans les situations didactiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1982.

BROUSSEAU, Guy. A teoria das situações didáticas. Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 2, n. 1, p. 5-17, 1996.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. Educação matemática e políticas públicas. 2007. Disponível em: www3.fe.usp.br/seções/ebook/mat_pol/cont/5.swf. Acesso em: 15 out. 2024.

CURCIO, F. R. Developing graph comprehension: elementary and middle school activities. Reston, VA: NCTM, 1989.

CURY, E. Análise de erros em matemática: uma abordagem didática. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2013.

D'AMORE, Bruno. Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. Bolema, v. 20, n. 28, 2007. Disponível em: www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore. Acesso em: 15 out. 2024.

GÁLVEZ, Grecia. A Didática da Matemática. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org.). Didática da Matemática: Reflexões Psicológicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 26-35.

IPARDES – Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social. Gráficos. Curitiba: UFPR, 2000a.

IPARDES – Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social. Tabelas. Curitiba: UFPR, 2000b.

LOPES, C. A. E. A probabilidade e a Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1998.

MENEZES, M. B.; LESSA, M. M. L.; MENEZES, A. P. A. B. A emergência de fenômenos didáticos em sala de aula: a negociação de uma sequência didática em Álgebra Inicial. 2006. Disponível em: www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema/.pdf. Acesso em: 15 out. 2024.

POZO, J. I. A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SANTOS, J. Análise da educação matemática. Revista de Educação Matemática, São Paulo, p. 12-20, 1997.

CAPÍTULO 6

EXPLORANDO A TÁBUA DE PITÁGORAS POR MEIO DE INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS EM UMA TURMA DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Raimundo Cardoso da Silva Filho
Universidade do Estado do Amazonas – UEA
Tefé – Amazonas

Carlos José Ferreira Soares
Universidade do Estado do Amazonas – UEA
Tefé - Amazonas
https://orcid.org/0000-0002-0265-8944

INTRODUÇÃO

No campo da educação matemática, a Tábua de Pitágoras tem sido amplamente explorada como uma ferramenta essencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático, especialmente no estudo da multiplicação e identificação de padrões numéricos. Estudos de Boyer e Merzbach (2011) e Eves (2011) destacam que, desde civilizações antigas, a Tábua de Pitágoras desempenha um papel importante na educação, facilitando a compreensão das propriedades multiplicativas. No contexto atual, a investigação matemática surge como uma abordagem que permite aos alunos explorarem ativamente conceitos, formulando conjecturas e testando suas validades, (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016).

A presente pesquisa, desenvolvida com uma turma do 8º ano do ensino fundamental de uma escola em Tefé/AM, buscou responder à seguinte questão: **quais as conjecturas que os alunos elaboram ao explorar a Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas?** O principal objetivo foi analisar essas conjecturas, destacando as estratégias utilizadas e as dificuldades enfrentadas durante o processo investigativo.

O desenvolvimento da pesquisa foi relevante pela necessidade de encontrar métodos de ensino que auxiliem os alunos a superar dificuldades de aprendizagem em matemática. A abordagem investigativa oferece uma alternativa que promove o desenvolvimento do raciocínio crítico e a compreensão dos conceitos matemáticos, como defendido por Marconi e Lakatos (2017). O objetivo geral da pesquisa foi analisar as conjecturas elaboradas pelos alunos do 8º ano do ensino fundamental durante a exploração da Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas. Especificamente, buscou-se: i) explorar a Tábua de Pitágoras como ferramenta para investigações matemáticas; ii) identificar as estratégias e conjecturas desenvolvidas pelos alunos; e iii) destacar as dificuldades enfrentadas durante o processo de aprendizagem.

A metodologia adotada foi de natureza qualitativa, conforme descrito por Creswell (2021), que enfatiza a importância de uma análise profunda e contextualizada dos fenômenos estudados. A pesquisa de campo permitiu uma observação direta das atividades, utilizando-se de técnica e instrumentos como observação participante, caderno de anotações e questionário para coleta de dados. A análise dos dados seguiu a técnica descritiva qualitativa, conforme proposto por Soares (2022), proporcionando uma compreensão detalhada das evidências obtidas.

Durante a investigação, os alunos conseguiram identificar padrões relevantes na Tábua de Pitágoras. O Grupo A, explorou a propriedade distributiva, percebendo que somas de colunas específicas levavam a produtos equivalentes. O Grupo B, destacou a presença de raízes quadradas na diagonal principal e identificou uma simetria espelhada na distribuição dos números. Por fim, o Grupo C confirmou a propriedade distributiva e utilizou a tabela para deduzir divisões de maneira indireta. Esses resultados mostram que a investigação matemática pode contribuir para novas descobertas e ampliar a compreensão dos conceitos pelos alunos, como observado por Riess (2010), que enfatiza a importância da colaboração e do diálogo para consolidar a aprendizagem, conforme ocorreu durante a realização das investigações matemáticas.

TÁBUA DE PITÁGORAS

A Tábua de Pitágoras, ou tabela de multiplicação, é um instrumento que pode ser explorado para o ensino de Matemática, principalmente, no estudo de relações matemáticas associadas com propriedades multiplicativas. Boyer e Merzbach (2011), destacam que, esta tabela facilita a compreensão dos conceitos básicos de multiplicação e auxilia no desenvolvimento do pensamento matemático. Nesta seção, destaca-se a Tábua de Pitágoras na educação matemática a partir das perspectivas de alguns autores, como por exemplo, Boyer e Merzbach (2011), Eves (2011) e outros estudiosos contemporâneos.

De acordo com Boyer e Merzbach (2011), a Tábua de Pitágoras foi amplamente utilizada por diversas civilizações antigas, incluindo os gregos e os babilônios, como um meio de facilitar o ensino e a aprendizagem da multiplicação, uma operação aritmética fundamental. Essas civilizações compreendiam a importância de uma ferramenta que pudesse simplificar cálculos complexos e ensinar as bases da aritmética a jovens alunos.

Para esses autores, a adoção da Tábua de Pitágoras por diferentes culturas indica um reconhecimento universal da sua eficácia como ferramenta educacional. Essa troca de conhecimento entre civilizações demonstra que, desde os tempos antigos, havia uma valorização da educação e uma preocupação em encontrar métodos que melhorassem o ensino e a aprendizagem, buscando sempre aprimorar os métodos de ensino para beneficiar as gerações futuras.

O trabalho de Boyer e Merzbach (2011) nos faz pensar em como a matemática é uma linguagem universal e atemporal. Imaginar que, há milhares de anos, civilizações distantes usavam a Tábua de Pitágoras para educar suas crianças nos aproxima de um legado comum de conhecimento humano. Isso nos faz refletir que as bases que construímos hoje em educação têm raízes profundas e que cada esforço educativo é uma continuação dessa tradição histórica.

Segundo Eves (2011), a tabela de multiplicação, ou Tábua de Pitágoras, é uma das primeiras ferramentas educacionais desenvolvidas para ajudar estudantes a dominar as operações básicas da aritmética. Seu uso pode ser rastreado até os antigos babilônios, que reconheciam a necessidade de uma abordagem sistemática para ensinar multiplicação. Os gregos posteriormente adotaram e aprimoraram essa ferramenta, incorporando-a em suas práticas educativas e matemáticas.

A adoção e aprimoramento da Tábua de Pitágoras pelos gregos nos faz refletir sobre a importância de construir, sobre as conquistas dos que vieram antes de nós. Cada geração tem a oportunidade de pegar algo útil e torná-lo ainda melhor, mostrando que a inovação não é apenas criar algo novo, mas também melhorar o que já existe. Isso nos inspira a olhar para as ferramentas e métodos educacionais atuais e pensar em como podemos evoluí-los para beneficiar futuros estudantes.

> A tábua de Pitágoras, é obvio, deve ser utilizada dentro dos mesmos princípios didáticos e curriculares da tabuada tradicional, ou seja, após as devidas explicações do que seja uma multiplicação e divisão. No entanto acredito que o uso da tábua de Pitágoras tornaria pelo menos, o aprendizado mais divertido (Zuila, 2014, p. 19).

Nesta perspectiva, a exploração da Tábua de Pitágoras torna a aula mais dinâmica e a aprendizagem dos alunos acontece de forma prazerosa, pois, eles se divertem durante a utilização deste instrumento. Dessa forma, trabalhar a Tábua de Pitágoras em sala de aula é uma metodologia norteada pela ludicidade e caráter investigativo, uma vez que a distribuição dos números em linhas e colunas desafia os alunos a encontrar e fundamentar regularidades matemáticas.

A Tábua de Pitágoras é uma tabela formada por 10 linhas e 10 colunas, totalizando 100 casas. É bastante utilizada nas escolas como um recurso didático para o ensino de multiplicação. Geralmente, sua exploração em sala de aula baseia-se no preenchimento da tabela. A Figura 1 apresenta as duas tabelas.

Figura 1: Tábua de Pitágoras

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Fonte: Silva (2019).

Coll (2004) analisa o uso da Tábua de Pitágoras em ambientes de aprendizagem colaborativa. Ele defende que a Tábua pode ser utilizada para promover a interação e a cooperação entre os alunos, melhorando a compreensão coletiva dos conceitos matemáticos. Assim, destaca a importância de utilizar a Tábua de Pitágoras em atividades de grupo que incentivem a colaboração e a troca de conhecimentos.

É possível mostrar, utilizando a Tábua de Pitágoras, as propriedades da multiplicação como comutativa, distributiva, associativa e elemento neutro e também o estudo de áreas geométricas, tornando uma aula dinâmica que possibilita ao aluno uma maior participação, que o instiga a continuar aprendendo usando um artefato histórico como esse.

> São desenvolvidas sequências de questões em que os alunos investigam e constroem a propriedade comutativa da multiplicação e o conceito de áreas em geometria, integrando a aritmética de forma gradativa de acordo com o nível de ensino em que eles se encontram. (Miranda; Silva; Pimenta, 2017, p.358)

Tall (2013) enfoca que a aplicação da Tábua de Pitágoras no desenvolvimento de habilidades de cálculo mental e a participação é fundamental para a eficácia da aprendizagem. Ele argumenta que o uso regular da tábua pode ajudar os alunos a melhorar sua velocidade e precisão em cálculos mentais. A participação deve levar em conta o estágio de desenvolvimento do aluno, referente à atividade mental e física de cada um. Não podendo cobrar igualmente a participação de um aluno que tem comportamento mais retraído de um que é ativo e mais participativo, integrar a Tábua de Pitágoras em atividades investigativas e contextos culturais pode não só melhorar a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também tornar a aprendizagem mais envolvente e significativa para os alunos.

Investigações matemáticas

No contexto da educação matemática, diferentes abordagens metodológicas têm sido exploradas para enriquecer o processo de ensino-aprendizagem, destacando-se algumas tendências significativas. Essas abordagens, por exemplo, como Investigação Matemática, Resolução de Problemas e Modelagem Matemática, não só proporcionam aos estudantes um ambiente de aprendizagem mais dinâmico, mas também incentivam o desenvolvimento de habilidades analíticas e de pensamento crítico.

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (Brasil, 2018, p. 267).

No Ensino Fundamental, métodos matemáticos como resolução de problemas, investigações, desenvolvimento de projetos e modelagem desempenham um papel fundamental. Eles não apenas facilitam a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também promovem o desenvolvimento de habilidades essenciais como raciocínio, representação, comunicação e argumentação.

A investigação Matemática é uma abordagem que auxilia a forma como os alunos aprendem matemática, incentivando-os a participar ativamente da descoberta e compreensão dos conceitos matemáticos. Em vez de apenas memorizarem fórmulas e procedimentos, os alunos são estimulados a explorar problemas, identificar conjecturas e testar suas validades de maneira investigativa e prática.

> Investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão, só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos respostas pronta, e procurarmos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016, p.9).

Os autores destacam perfeitamente a essência do que significa investigar, especialmente no contexto da Educação Matemática. Investigar não se limita a resolver problemas altamente complexos ou inéditos, pelo contrário, a investigação envolve curiosidade e a busca por respostas para questões que são relevantes e significativas, mesmo que sejam aparentemente simples ou já exploradas por outros.

Um elemento fundamental em qualquer investigação matemática é o processo inicial de identificar de forma clara e precisa o problema ou problemas que serão investigados. Isso não apenas define a direção da pesquisa, mas também estabelece as bases para a formulação de hipóteses, a coleta de dados e a busca por soluções fundamentadas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016).

Sobre a realização de investigações matemáticas em sala de aula, esses autores explicam que:

> [...] a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas, O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado. (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2016, p. 20).

De acordo com esses autores supracitados, esse tipo de atividade se desenvolve habitualmente em três fases principais durante uma aula ou conjunto de aulas. Primeiramente, temos a introdução da tarefa, momento em que o professor apresenta a proposta à turma, seja oralmente ou por escrito. Em seguida, ocorre a realização da investigação, que pode ser feita individualmente, em pares, em pequenos grupos ou com a turma toda. Por fim, há a discussão dos resultados, onde os alunos compartilham com os colegas suas descobertas. Essa abordagem estruturada não apenas facilita o entendimento e a participação ativa dos alunos, mas também promove um ambiente colaborativo e de pensamento crítico, essencial para o desenvolvimento de habilidades investigativas. O Quadro 1 apresenta um resumo dessas fases.

Quadro 1: Fases do desenvolvimento de uma atividade de investigação

Fases	Ações
Primeira	Introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito.
Segunda	Realização da investigação, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma.
Terceira	Discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

Fonte: Ponte: Elaborado pelos autores com base em Ponte, Brocardo e Oliveira (2016).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), Soares e Quartieri (2024) acreditam ser totalmente possível para os alunos, na sala de aula de matemática, engajarem-se em processos como a formulação de questões, elaboração de conjecturas, testes, refinamento de questões e conjecturas, demonstração, refinamento de demonstrações e comunicação dos resultados aos colegas. Eles destacam que essa abordagem permite aos estudantes explorar e entender profundamente os conceitos matemáticos, além de desenvolver importantes habilidades de pensamento crítico e análise.

Tomando como base essa abordagem, o trabalho de formulação de questões, elaboração de conjecturas, testes, refinamento, demonstração e comunicação dos resultados pode contribuir com a construção de conhecimentos matemáticos em sala de aula. Esse processo torna o aprendizado mais ativo e profundo, permitindo que os alunos se envolvam criticamente com os conceitos. Ao interagir com as conjecturas e demonstrações e compartilhar os resultados com os colegas, os estudantes desenvolvem uma compreensão mais sólida da matemática e promovem um ambiente de apoio mútuo e pensamento crítico.

Segundo Ponte *et al*. (1998), a investigação matemática e a resolução de problemas são frequentemente confundidas, pois ambos envolvem processos matemáticos complexos e atividades desafiadoras, mas possuem objetivos e métodos diferentes.

> O aspecto mais distintivo das atividades de investigação em relação à resolução de problemas diz respeito à natureza da questão a estudar. Enquanto na resolução de problemas a questão tende a ser apresentada já completamente especificada ao aluno, na atividade de investigação as questões iniciais são de um modo geral vagas, necessitando de ser trabalhadas, tornadas mais precisas e transformadas em questões concretas pelo próprio aluno. (Ponte, *et al.,* 1998, p.12).

O autor ressalta uma diferença crucial entre investigação e resolução de problemas, focando na natureza das questões envolvidas. Na resolução de problemas, as questões são apresentadas de forma clara e específica, o que facilita a busca por soluções diretas. Em contraste, a investigação lida com questões inicialmente vagas, exigindo que o aluno se envolva ativamente no processo de clarificação e definição dos problemas.

A investigação matemática não só fortalece o entendimento dos conceitos, mas também nutre de habilidades essenciais como o pensamento crítico e a colaboração. Ao envolver os alunos no ciclo de formulação de questões, elaboração de conjecturas, testes, refinamento, demonstração e comunicação dos resultados, a sala de aula se transforma em um espaço dinâmico onde o aprendizado é significativo e profundamente enriquecedor. Essa abordagem não apenas prepara os estudantes para desafios acadêmicos futuros, mas também os capacita a se tornarem pensadores independentes e engajados com o conhecimento matemático.

Procedimentos metodológicos

Para o desenvolvimento, a pesquisa, metodologicamente, no que diz respeito à abordagem, foi caracterizada como qualitativa, tendo em vista que ela buscou a compreensão minuciosa do processo de aprendizagem em relação às investigações da Tábua de Pitágoras para formulação, teste e validação de conjecturas. Creswell (2021) descreve a pesquisa qualitativa como um processo de investigação que busca compreender problemas e fenômenos distintos. Ele enfatiza que o pesquisador constrói uma visão complexa e holística, analisa contextos e relata as perspectivas detalhadas dos participantes. É uma abordagem que valoriza a profundidade das experiências humanas e o contexto em que ocorreram, permitindo uma compreensão rica sobre fatos e fenômenos estudados.

Quanto ao procedimento de pesquisa, foi uma pesquisa de campo. Marconi e Lakatos (2017) destacam que essa metodologia envolve a observação direta de fatos e fenômenos que ocorreram naturalmente, com coleta de dados baseada em registros considerados relevantes para posterior análise. Dessa forma, a pesquisa de campo permitiu ao pesquisador coletar dados no próprio ambiente onde o estudo foi conduzido.

Essa abordagem permitiu uma observação direta dos fenômenos naturais e a produção de dados relevantes para análise. Essa escolha foi essencial para obter uma compreensão autêntica e detalhada do ambiente real onde a pesquisa se desenvolveu, proporcionando informações significativas para a investigação.

Em relação à técnica e aos instrumentos que foram utilizados na coleta dos dados, destacaram-se a observação participante e o caderno de anotações. Quanto à técnica, foi adotada devido o pesquisador ter participado de forma ativa das atividades que foram aplicadas, possibilitando registros de dados importantes durante suas intervenções. Sobre isso, Creswell (2014) destaca que a pesquisa participante é uma técnica que proporciona a interação ativa do pesquisador, participando das atividades e interações com os participantes. Ele enfatiza que, através das anotações, os pesquisadores podem capturar detalhes e aspectos importantes que possa ajudar os pesquisadores a desenvolver uma compreensão mais profunda e rica do fenômeno estudado.

O caderno de anotações, conforme destacado por Marconi e Lakatos (2019), é um instrumento valioso na coleta de dados em pesquisas qualitativas, pois permite registrar observações detalhadas, percepções e informações relevantes que ocorrem durante o desenvolvimento do estudo.

Neste estudo, o caderno de anotações foi utilizado para registrar as reflexões e as percepções dos alunos durante a tarefa de investigação matemática explorando a de Tábua de Pitágoras, ao explorar os conceitos e os momentos de formulação e validação de conjecturas. Os registros incluíram também observações sobre a dinâmica dos grupos e as estratégias que os alunos usaram para resolver as tarefas. Dessa forma, o caderno de anotações foi essencial para documentar o processo investigativo e compreender mais detalhadamente as descobertas feitas pelos alunos durante a pesquisa.

Após a coleta de dados foi utilizada a técnica de análise descritiva qualitativa para a realização da análise. Soares (2022, p. 75) explica que:

> [...] a análise descritiva qualitativa é uma importante técnica de análise de dados qualitativos que apresenta etapas bem definidos de como o pesquisador deve atuar em relação ao tratamento de informações, evidências e descobertas coletadas durante a coleta de dados. É uma alternativa que pode ser utilizada para analisar dados qualitativos de pesquisas na área da educação, educação matemática e outras áreas, ou seja, é uma ferramenta de análise de dados que pode ser explorada em várias áreas do conhecimento.

A escolha da análise descritiva qualitativa justificou-se porque a presente pesquisa teve o intuito de descrever de forma detalhada os resultados que foram produzidos, imbricando-os com o referencial teórico, buscando a compreensão e interpretação das evidências. Desta forma, esta técnica de análise proporcionou o tratamento dos dados fundamentados em argumentos científicos que foi fundamental para atingir o objetivo de analisar as conjecturas elaboradas pelos alunos do 8º ano durante a exploração da Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas.

Os sujeitos participantes do estudo foram uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Tefé/AM. A escolha se deu devido a observações feitas durante a disciplina de Estágio Supervisionado, que indicaram que a maioria dos alunos tinha dificuldade na operação de multiplicação, e a exploração da Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas foi a alternativa metodológica explorada. Acreditou-se que a exploração da Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas poderia auxiliar na aprendizagem dos alunos.

Nesse sentido, foi realizada uma atividade investigativa explorando a Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas. Para a realização desta atividade, a turma foi dividida em grupos de 3 ou 4 alunos em cada grupo e as atividades deste trabalho de pesquisa foram desenvolvidas durante 2 encontros.

No primeiro encontro, com duração de 1 hora-aula, foi apresentada a proposta do presente trabalho de pesquisa para a turma que participou da investigação, que envolveu a exploração da Tábua de Pitágoras por meio de uma tarefa investigativa, destacada no Quadro 2. Nesse encontro foi explicado como seria realizada a tarefa e também foi entregue para cada aluno o Termo de Consentimento Livre Esclarecido de Crianças e Adolescentes (TCLE/CA), para que fosse entregue aos pais ou responsáveis assinarem, permitindo a participação voluntária neste trabalho de pesquisa.

No segundo encontro, com duração de 3 horas-aula, foi desenvolvida a tarefa investigativa explorando a Tábua de Pitágoras (Figura 2), proporcionando o alcance do objetivo de explorar a Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas.

Figura 2 – tarefa de investigações matemáticas na Tábua de Pitágoras

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Tomando como base as orientações de Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), a tarefa foi desenvolvida com os participantes da pesquisa em três fases interativas. Na primeira, cada grupo recebeu a tarefa impressa para facilitar a leitura e compreensão, permitindo que cada aluno tivesse um contato inicial com a tarefa. Na segunda fase, os alunos, em grupos, passaram a investigar as questões, formular hipóteses, testá-las e, por meio de tentativa e erro, refinar e validar suas conjecturas. A terceira fase da tarefa investigativa correspondeu a socialização dos resultados, em que cada grupo apresentou para toda a turma os resultados construídos. Desta forma, foi alcançado o objetivo de identificar as estratégias e conjecturas desenvolvidas pelos alunos.

Na última fase, os grupos compartilharam os resultados, explicando os diferentes caminhos que seguiram para resolver a tarefa, o que gerou uma discussão produtiva sobre as estratégias adotadas e os desafios encontrados, favorecendo o alcance do objetivo de compreender as dificuldades enfrentadas durante o processo de aprendizagem.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta a análise dos resultados construídos durante o desenvolvimento da tarefa descrita na Figura 2. Essa análise é apresentada em dois momentos: i) Investigação, formulação, teste e validação de conjecturas; e ii) Socialização dos resultados.

i) Investigação, formulação, teste e validação de conjecturas

Neste momento são apresentados os resultados das discussões e procedimentos desenvolvidos pelos alunos para a produção das evidências.

No início dessa fase, o Grupo A questionou o pesquisador.

> Aluno A1 – Como vamos encontrar alguma coisa aqui? A gente só vê números repetidos.
>
> Pesquisador – Verifique se você consegue enxergar alguma relação entre esses números.
>
> Aluno A4 – Se juntarmos o número 6 da coluna 3 com o número 8 da coluna 4, obtemos o número 14 da coluna 7.
>
> Pesquisador – Isso mesmo, viu que podemos encontrar conjecturas na Tábua de Pitágoras.
>
> Aluno A2 – Sim! Podemos chamar de propriedade distributiva?
>
> Pesquisador – Sim!
>
> A1 – Na diagonal principal encontramos todas as raízes quadradas.
>
> A3 – Encontramos também simetrias.

Os comentários dos alunos do Grupo A mostram que as investigações feitas a partir da exploração da Tábua de Pitágoras resultaram em algumas descobertas. Eles reconheceram as conjecturas formuladas e justificaram o porquê. Para Ponte, *et al.* (1998) é comum ocorrerem descobertas durante investigações matemáticas, já que elas favorecem a formulação, o teste e a validação ou refutação de conjecturas.

Essas descobertas foram destacadas pelos alunos conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3- Marcações dos alunos do Grupo A

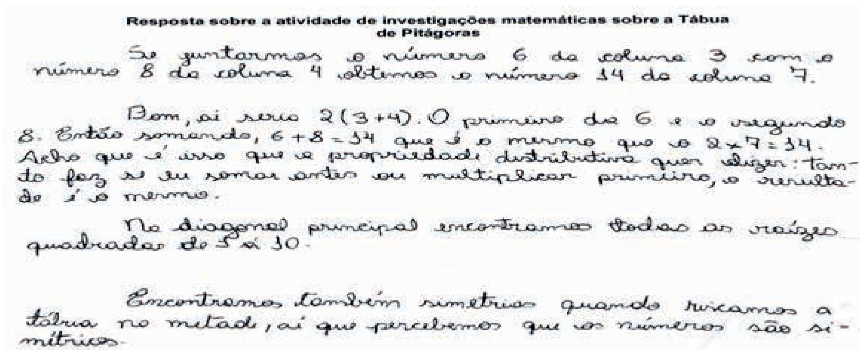
$2(3+4) = 6+8 = 14$

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	√4	6 +	8 =	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9 +	12 =	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

As marcações da Figura 3 significam a diagonal principal, ou seja, os alunos perceberam que todos os números possuem raízes quadradas exatas. Além disso, também representam simetrias e a propriedade da distributiva. As investigações matemáticas trazem um verdadeiro espírito de atividade matemática para a sala de aula. Nesse contexto, os alunos são incentivados a agir como matemáticos, formulando questões, fazendo conjecturas, realizando provas e refutações, além de apresentar seus resultados e discutir com os colegas (Brasil, 2018).

Figura 4 – Justificativa das descobertas dos alunos do Grupo A


Resposta sobre a atividade de investigações matemáticas sobre a Tábua de Pitágoras

Se juntarmos o número 6 da coluna 3 com o número 8 da coluna 4 obtemos o número 14 da coluna 7.

Bom, aí seria 2(3+4). O primeiro da 6 e o segundo 8. Então somando, 6+8=14 que é o mesmo que o 2x7=14. Acho que é isso que a propriedade distributiva quer dizer: tanto faz se eu somar antes ou multiplicar primeiro, o resultado é o mesmo.

Na diagonal principal encontramos todas as raízes quadradas de 1 á 10.

Encontramos também simetrias quando riscamos a tábua na metade, aí que percebemos que os números são simétricos.

Fonte: Dados da pesquisa,2024

A Figura 4 destaca as justificativas das descobertas dos alunos do Grupo A sinalizadas na Figura 3. Onde eles ilustram nas suas marcações as descobertas da propriedade da distributiva, das raízes quadradas exatas e também das simetrias. Conforme Soares (2021), atividades investigativas são fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio matemático, pois permitem que os alunos explorem conceitos de forma ativa e fundamentada, registrando suas descobertas de maneira organizada.

O Grupo B também requisitou a presença do pesquisador e compartilhou suas descobertas.

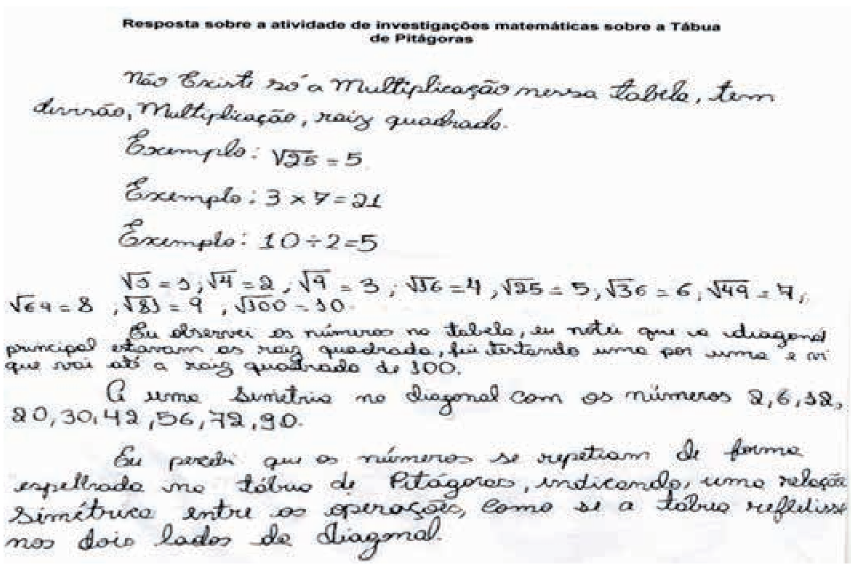
> Aluno B1- Não existe só a multiplicação nessa tabela, tem divisão e raiz quadrada.
>
> Pesquisador - Ok, então justifique as descobertas de vocês.
>
> Aluno B4 - Eu observei os números na tabela, eu notei que a diagonal principal estavam as raízes quadradas, fui testando uma por uma e vi que vai até a raiz quadrada do 100,
>
> Aluno B3 – A uma simetria na diagonal.

Aluno B2 – É mesmo.

Pesquisador – Como você conseguiu enxergar essa simetria?

Aluno B3 – Eu percebi que os números se repetem de forma espelhada na Tábua de Pitágoras, indicando uma relação simétrica entre as operações, como se a tábua refletisse nos dois lados da diagonal.

Figura 5 – Anotações e percepções dos alunos do Grupo B



Resposta sobre a atividade de investigações matemáticas sobre a Tábua de Pitágoras

Não Existe só a Multiplicação nessa tabela, tem divisão, Multiplicação, raiz quadrado.

Exemplo: $\sqrt{25} = 5$

Exemplo: $3 \times 7 = 21$

Exemplo: $10 \div 2 = 5$

$\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$, $\sqrt{100} = 10$.

Eu observei os números no tabela, eu notei que a diagonal principal estavam as raiz quadrado, fui tentando uma por uma e vi que vai até a raiz quadrado de 100.

A uma Simetria na diagonal com os números 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90.

Eu percebi que os números se repetiam de forma espelhado na tábua de Pitágoras, indicando uma relação simétrica entre as operações, como se a tábua refletisse nos dois lados da diagonal.

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A figura 5 demonstra as afirmações apresentadas pelos alunos do Grupo B, ilustrando suas descobertas. Destacaram as regularidades encontradas, como as raízes quadradas exatas que vai do 1 ao 100 e as simetrias dos números que vai do 2 ao 90. O diálogo entre o pesquisador e os alunos do Grupo B foi fundamental para as descobertas, pois as perguntas instigaram os alunos a registrarem suas ideias. Soares (2021) destaca a importância do papel do professor no trabalho com investigação matemática, pois, desempenha um papel essencial nas aulas investigativas. Durante a exploração desse tipo de atividade em sala de aula, a intervenção do professor como mediador do processo é muito relevante para potencializar a aprendizagem e desenvolver o raciocínio matemático (Soares; Quartieri, 2024).

O Grupo C chegou na mesma conclusão que o Grupo A com respeito a propriedade da distributiva. O diálogo a seguir enfatiza esse fato.

Aluno C1- Encontrei uma distributiva aqui.

Pesquisador – Me mostre como você chegou a essa conclusão.

Aluno C1 – É assim, se somarmos uma coluna com a outra por exemplo, a coluna do 3 com a coluna do 5 vai dá a coluna do 8, assim. Por exemplo, para 3 × (3 + 5), é o mesmo que (3×3) + (3×5), nas duas formas resulta em 24, que chamamos de distributiva.

Pesquisador – Além da distributiva vocês encontraram outra conjectura na tábua de Pitágoras?

Aluno C3 – Eu encontrei relações matemáticas.

Pesquisador – Quais?

Aluno C3 – Além da multiplicação a Tábua de Pitágoras também pode ser usada para entender as divisões pois você vê que a multiplicação é o inverso da divisão. Na linha do número 4 e na coluna do número 3, o 12 é divisível por 4 que dá 3. A gente não vê a divisão diretamente, mas usando os produtos da Tábua de Pitágoras, você pode identificar o número que quando multiplicado pelo divisor, resulta no dividendo, 3 x 4 = 12.

Pesquisador – ok, muito bom.

Figura 6 – Marcações do Grupo C

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4 ÷	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

A Figura 6 ilustra as conjecturas encontradas na Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas, pelos alunos do Grupo C. Conseguiram encontrar a propriedade da distributiva e outras relações matemáticas. Destacam a propriedade da distributiva marcada na coluna 3 + 5 = 8, eles também destacam as relações matemáticas como a divisão do número 12÷4=3 como ilustra as marcações feitas por este grupo. Durante essa atividade, eles enfrentaram dificuldades para encontrar as conjecturas. Mencionaram que ainda não haviam participado de nenhuma atividade de investigação matemática em sala de aula. Nesse sentido, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) destacam que, geralmente, alunos que nunca tiveram contato com tarefas investigativas tendem a apresentar dificuldades ao abordar esse tipo de atividade.

A terceira fase da tarefa investigativa correspondeu a socialização de resultado onde cada grupo apresentou pra toda turma os resultados construídos. A seguir destaca-se as considerações de cada grupo.

ii) Socialização dos resultados

Durante este momento, cada grupo veio a frente e compartilhou com toda a turma seus resultados e as estratégias utilizadas para alcançá-los. A seguir destacam-se o que cada grupo apresentou para a turma sobre suas descobertas.

Grupo A: Começamos com dificuldades em entender como usar os números da Tábua, mas logo percebemos uma relação interessante ao somar números de diferentes colunas. Nós identificamos que a soma desses números levava ao mesmo resultado de uma multiplicação, o que nos levou a compreender a propriedade distributiva. Essa percepção foi validada quando nós testamos essa relação com outros números e concluímos que multiplicar um número por uma soma gera o mesmo resultado que somar os produtos individuais.

Grupo B: Nós observamos que na diagonal principal da Tábua estavam as raízes quadradas dos números de 1 à 100, testamos uma por uma até termos certeza. Além disso, notamos uma simetria nos números 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90 em torno dessa diagonal. Nós percebemos que os números se repetiam de forma espelhada, indicando uma relação de simetria entre as operações, como se a tabela refletisse nos dois lados da diagonal.

Grupo C: Seguimos uma linha parecida com o grupo A ao reconhecer a propriedade distributiva. Além disso, exploramos as divisões, observamos que a multiplicação podia ser usada para deduzir divisões indiretas. Por exemplo, nós notamos que ao observar os produtos da tabela, era possível identificar divisões, como no caso do 12, que é divisível por 4, resultando em 3.

Conforme destaca Riess (2010), o trabalho em grupo precisa ser conduzido como um espaço de socialização e aprendizagem genuína. Caso isso não aconteça, o resultado final pode acabar desconectado, sem aquela troca de ideias que dá sentido ao processo. Portanto, para que o grupo realmente construa conhecimentos e faça descobertas, é fundamental manter um diálogo aberto e constante entre todos os envolvidos. Além disso, Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) e Soares (2021) enfatizam que é fundamental a socialização dos resultados porque promove o compartilhamento e debate dos resultados, relevante ao processo de ensino e aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa com a turma do 8º ano, ao explorar a Tábua de Pitágoras por meio de investigações matemáticas demonstrou que abordagem de atividades investigativas pode ser relevante no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. Ao trabalharem com a tabela, os alunos foram capazes de identificar padrões, como a distributiva, as raízes quadradas e as simetrias, além de perceberem como a multiplicação se relaciona com a divisão.

Embora inicialmente tenham enfrentado dificuldades devido à falta de experiências anteriores com investigações matemáticas, o processo de formulação de conjecturas, testes e validações foi importante para incentivar o pensamento crítico e colaborativo, conforme destacam Ponte, Brocardo e Oliveira (2016). O trabalho em grupo foi fundamental, pois permitiu a troca de ideias e a construção conjunta do conhecimento, mostrando a importância da interação entre os estudantes, conforme defende Riess (2010).

A socialização dos resultados foi um momento chave para consolidar as descobertas e aprimorar a compreensão dos conceitos. A análise dos dados sugere que, quando aplicada de maneira investigativa, a Tábua de Pitágoras torna as aulas mais dinâmicas e interessantes, ajudando os alunos a se envolverem ativamente com a matemática de uma forma mais prática e significativa, tomando como base Soares (2022).

Portanto, com base nos resultados deste estudo pode-se inferir que a realização de práticas investigativas em salas de aula pode potencializar o desenvolvimento tanto do ensino quanto da aprendizagem de conceitos matemáticos. Além disso, a pesquisa aponta a importância de adaptar as metodologias de ensino às necessidades dos alunos, para que eles possam desenvolver habilidades matemáticas como protagonistas de suas aprendizagens.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B; MERZBACH, U. C. **Uma história da matemática**. John W; S, 2011.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. **Educação é a Base**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

COLL, C. **Desenvolvimento psicológico e educação**. Porto Alegre: Artmed, 2004.

CRESWELL, J W. **Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa:** Escolhendo entre Cinco Abordagens. Porto Alegre: Penso, 2014.

CRESWELL, J. W.; CRESWELL, J. D. **Projeto de pesquisa:** Métodos qualitativo, quantitativo e misto. 5. Ed. Porto Alegre: Penso, 2021.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5 ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

MARCONI, M. de A; LAKATOS, E M. **Metodologia do trabalho científico**: projetos de pesquisa/pesquisa bibliográfica/teses de doutorado, dissertações de mestrado, trabalhos de conclusão de curso. São Paulo: Atlas, 2017.

MARCONI, M. de A; LAKATOS, E. M.; **Fundamentos de Metodologia Científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

MIRANDA, D. G.; SILVA, M. R. G.; PIMENTA, A. C. Experimentação em matemática na sala de aula: possibilidades e desafios no desenvolvimento da tabuada geométrica**. Encontro Goiano de Educação Matemática,** v. 6, n. 6, p. 350-366, 2017.

PONTE, J. P; BROCARDO, J; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2016.

PONTE, J. P. *et al*. **História de investigações matemática**. Editora: Instituto de Inovação Educacional,1998.

RIESS, M. L. R. **Trabalho em grupo:** instrumento mediador de socialização e aprendizagem. 2010. TCC (Graduação de Licenciatura em Pedagogia) – Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

SILVA, G. D. da. **Reflexões sobre o uso da tábua de Pitágoras nas aulas de matemática.** 2019. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2019.

SOARES, C. J. F. **Tarefas investigativas no ensino e aprendizagem de aplicações de derivadas**. Curitiba: CRV, 2021.

SOARES, C. J. F. **Análise descritiva qualitativa**. Curitiba: CRV, 2022.

SOARES, C. J. F; QUARTIERI, M. T. Cálculo diferencial. explorando taxa de variação por meio de uma tarefa investigativa e metacognição. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 9.,2024 Natal. **Anais** [...]. Rio Grande do Norte: IX SIPEM; 2024. p. 1-15.

TALL, D. **Como os humanos aprendem a pensar matematicamente:** Explorando os três mundos da matemática. Imprensa da Universidade de Cambridge, 2013.

ZUILA, F. **Alguns aspectos das interferências pedagógicas no ensino da tabuada**. 2014. Monografia (Especialização em Fundamentos da Educação) – Universidade Estadual da Paraíba. UEPB, 2014.

SOBRE OS ORGANIZADORES

CARLOS JOSÉ FERREIRA SOARES: Graduado em Licenciatura de Matemática pela Universidade Paulista - UNIP e Normal Superior pela Universidade do Estado do Amazonas - UEA. Especialização em Matemática financeira e Estatística pela Faculdade Ávila. Especialização em Metodologia de Ensino de Matemática pelo Grupo UNIASSELVI. Doutor e Mestre em Ensino de Ciências Exatas pela UNIVATES Docente do Centro de Estudos Superiores de Tefé da Universidade do Estado do Amazonas – CEST/UEA e da Educação Básica – SEDUC/AM. Desenvolve pesquisas na área de Educação Matemática, enfatizando formação de professores, metodologias, estratégias didáticas e recursos no ensino de matemática.

FERNANDO SOARES COUTINHO: Licenciado e bacharel em Matemática pela Universidade Católica de Goiás (2004), especialista, mestre e doutor em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG) (2011, 2013 e 2021, respectivamente). Foi professor da Rede Estadual de Educação de Goiás (2003 a 2013/1), Diretor do Centro de Educação de Jovens e Adultos em Goiânia - GO (2007 a 2009), Diretor da Escola São Bernardino de Siena em Catalão - GO (2013/1), Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática CEST/UEA (2021/2 a 2023/1). Desde 2013, é professor do Centro de Estudos Superiores de Tefé da Universidade do Estado do Amazonas em Tefé-AM (CEST/UEA).

SEVERINO COELHO DA CRUZ JUNIOR: Severino Coelho da Cruz Júnior é engenheiro civil, professor universitário e mestrando em Engenharia Civil pela Universidade Federal do Amazonas (UFAM). Atua desde 2008 como docente da Universidade do Estado do Amazonas (UEA), no Centro de Estudos Superiores de Tefé, onde também exerceu a função de coordenador pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática. Ao longo de sua trajetória acadêmica, tem ministrado disciplinas nas áreas de Cálculo, Estatística, Física, Geometria Analítica e Tecnologias Educacionais, com ênfase na aplicação de metodologias ativas e ferramentas digitais no ensino superior. Com experiência consolidada em ensino, gestão acadêmica e pesquisa, desenvolve projetos voltados à aplicação da matemática no contexto amazônico, avaliação de imóveis com base em dados estatísticos e normas técnicas. Participa de comissões acadêmicas, orientação de trabalhos de conclusão de curso e elaboração de Projetos Pedagógicos de Cursos (PPCs). Sua atuação combina conhecimento técnico e compromisso com a educação de qualidade, promovendo a integração entre ciência, tecnologia e os saberes da região do Médio e Alto Solimões.

SIMONE ELIZABETH FELIX FRYE: Simone Elizabeth Felix Frye, é formada em Licenciatura em Matemática pelo Centro de Estudos Superiores de Tabatinga, Universidade do Estado do Amazonas-UEA, Mestrado Profissional em Engenharia de Processos Industriais, pela Universidade Federal do Pará -UFPA, atualmente doutoranda em Modelagem Matemática e Computacional pela Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul-UNIJUÍ. Tem experiência como Professora de Matemática na Educação Básica no Amazonas, desde 2019 atuando como Professora na Educação Superior no curso de licenciaturas exatas no Centro de Estudos Superiores de Tefé-UEA, atuando em projetos de extensão e de iniciação cientifica. Comprometida com a Educação do povo amazônida.

INVESTIGAÇÕES EM

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NA SALA DE AULA

VOLUME 1

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

@atenaeditora

www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora

Ano 2025

INVESTIGAÇÕES EM

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NA SALA DE AULA

VOLUME 1

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br

@atenaeditora

www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Atena Editora

Ano 2025