

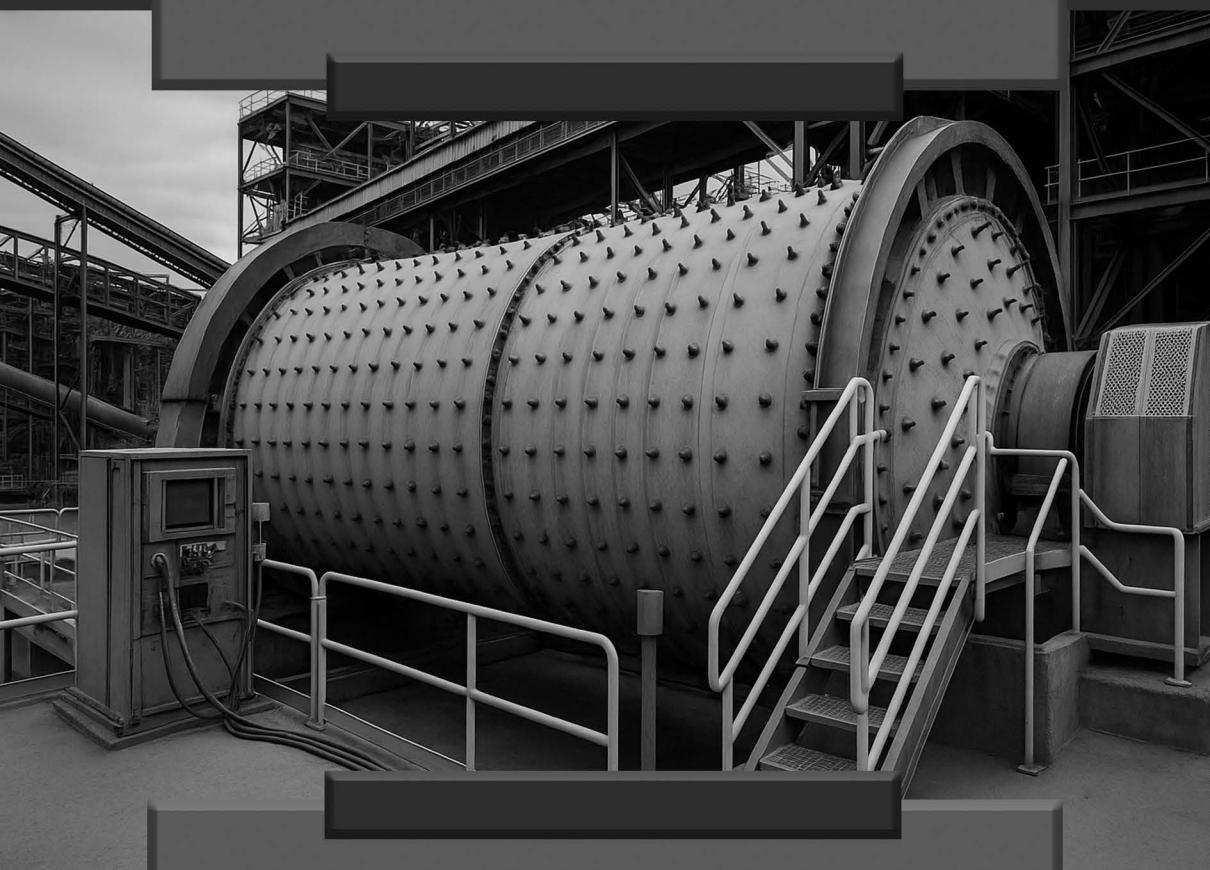
ERNANDES SÁVIO

# CONTROLE AUTOMÁTICO DE MOAGEM DE MINÉRIOS



ERNANDES SÁVIO

# CONTROLE AUTOMÁTICO DE MOAGEM DE MINÉRIOS



**Editora chefe**

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira Scheffer

**Assistente editorial**

Flávia Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Nataly Evinil Gayde

Thamires Camili Gayde

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Yago Raphael Massuqueto Rocha

2025 by Atena Editora

Copyright © 2025 Atena Editora

Copyright do texto © 2025, o autor

Copyright da edição © 2025, Atena

Editora

Os direitos desta edição foram cedidos

à Atena Editora pelo autor.

*Open access publication by Atena*

Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob a Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

A Atena Editora mantém um compromisso firme com a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, assegurando que os padrões éticos e acadêmicos sejam rigorosamente cumpridos. Adota políticas para prevenir e combater práticas como plágio, manipulação ou falsificação de dados e resultados, bem como quaisquer interferências indevidas de interesses financeiros ou institucionais. Qualquer suspeita de má conduta científica é tratada com máxima seriedade e será investigada de acordo com os mais elevados padrões de rigor acadêmico, transparência e ética.

O conteúdo da obra e seus dados, em sua forma, correção e confiabilidade, são de responsabilidade exclusiva do autor, não representando necessariamente a posição oficial da Atena Editora. O download, compartilhamento, adaptação e reutilização desta obra são permitidos para quaisquer fins, desde que seja atribuída a devida autoria e referência à editora, conforme os termos da Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

Os trabalhos nacionais foram submetidos à avaliação cega por pares realizada pelos membros do Conselho Editorial da editora, enquanto os internacionais foram avaliados por pareceristas externos. Todos foram aprovados para publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

## Controle automático de moagem de minérios

**Autor:** Ernandes Sávio de Souza  
**Revisão:** O autor  
**Diagramação:** Thamires Camili Gayde  
**Capa:** Yago Raphael Massuqueto Rocha  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)	
S729	Souza, Ernandes Sávio de Controle automático de moagem de minérios / Ernandes Sávio de Souza. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2025.
	Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-65-258-3561-7 DOI: <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.617251707">https://doi.org/10.22533/at.ed.617251707</a>
	1. Indústria mineral – Moagem e Trituração de minérios. I. Souza, Ernandes Sávio de. II. Título. CDD 622.73
Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166	

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
+55 (42) 3323-5493  
+55 (42) 99955-2866  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 contato@atenaeditora.com.br

## DECLARAÇÃO DO AUTOR

Para fins desta declaração, o termo 'autor' é utilizado de forma neutra, sem distinção de gênero ou número, salvo indicação em contrário. Da mesma forma, o termo 'obra' refere-se a qualquer versão ou formato da criação literária, incluindo, mas não se limitando a artigos, e-books, conteúdos on-line, acesso aberto, impressos e comercializados, independentemente do número de títulos ou volumes. O autor desta obra declara, para todos os fins, que: 1. Não possui qualquer interesse comercial que constitua conflito de interesses em relação à publicação; 2. Participou ativamente da elaboração da obra; 3. O conteúdo está isento de dados e/ou resultados fraudulentos, todas as fontes de financiamento foram devidamente informadas e dados e interpretações de outras pesquisas foram corretamente citados e referenciados; 4. Autoriza integralmente a edição e publicação, abrangendo os registros legais, produção visual e gráfica, bem como o lançamento e a divulgação, conforme os critérios da Atena Editora; 5. Declara ciência de que a obra será publicada sob a Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0), a qual permite o compartilhamento, armazenamento, reprodução, adaptação e disponibilização em repositórios digitais e outras plataformas, desde que sejam devidamente atribuídos a autoria e os créditos à editora; 6. Assume total responsabilidade pelo conteúdo da obra, incluindo originalidade, veracidade das informações, opiniões expressas e eventuais implicações legais decorrentes da publicação.

## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação está licenciada sob a Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0), que permite copiar, distribuir, exibir, executar, adaptar e criar obras derivadas para quaisquer fins, inclusive comerciais, desde que sejam atribuídos os devidos créditos ao(s) autor(es) e à editora. Trata-se de uma forma alternativa de licenciamento autorizada pela Lei de Direitos Autorais (Lei nº 9.610/98), adotada com base nos princípios do acesso aberto, promovendo a livre circulação e reutilização do conteúdo acadêmico. 2. Os autores mantêm integralmente seus direitos autorais e são incentivados a divulgar esta obra em repositórios institucionais, plataformas digitais e outros meios, desde que haja a devida atribuição de autoria e menção à editora, conforme os termos da Licença Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0). 3. A editora reserva-se o direito de disponibilizar a publicação em seu site, aplicativo e demais plataformas, bem como de comercializar exemplares impressos ou digitais, quando aplicável. Nos casos de comercialização, seja por livrarias, distribuidores ou plataformas parceiras, o repasse dos direitos autorais será efetuado conforme as condições previstas em contrato específico firmado entre as partes. 4. Em conformidade com a Lei Geral de Proteção de Dados, a editora não cede, comercializa ou autoriza o uso de dados pessoais dos autores para finalidades que não tenham relação direta com a divulgação desta obra e seu processo editorial.

**Conselho Editorial**

**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Aledi Felsemburgh – Universidade Federal do Oeste do Pará

Prof. Dr. Diogo Peixoto Cordova – Universidade Federal do Pampa, Campus Caçapava do Sul

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará

Prof. Dr. Fabrício Moraes de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Glécilla Colombelli de Souza Nunes – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Hauster Maximiler Campos de Paula – Universidade Federal de Viçosa

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Iara Margolis Ribeiro – Universidade Federal de Pernambuco

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Jéssica Barbosa da Silva do Nascimento – Universidade Estadual de Santa Cruz

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. Leonardo França da Silva – Universidade Federal de Viçosa

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora

Prof. Dr. Marcos Vinicius Winckler Caldeira – Universidade Federal do Espírito Santo

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Iaponeide Fernandes Macêdo – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Mariana Natale Fiorelli Fabiche – Universidade Estadual de Maringá

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Priscila Natasha Kinas – Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Rafael Pacheco dos Santos – Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. Dr. Ramiro Picoli Nippes – Universidade Estadual de Maringá

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Regina Célia da Silva Barros Allil – Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí

Muitas vezes as estratégias de controle empregadas no beneficiamento mineral são definidas empiricamente com base no conhecimento dos diversos profissionais envolvidos, não havendo padronização e as opiniões são, às vezes, divergentes entre os profissionais e empresas. Necessitando de padronização destas estratégias que maximizam de forma sistemática os resultados considerando os fenômenos físicos envolvidos mais relevante (*i*), as reais variáveis críticas (*ii*), bem como as interações significativas entre elas (*iii*) para que se garanta que o processo a ser controlado esteja próximo do ponto ótimo de desempenho.

Esta obra propõe um método para definição de estratégias de controle automático para circuitos de beneficiamento mineral. Combinando técnicas de planejamento de experimentos, tecnologia de simulação de processos minerais e conjuntos de técnicas estatísticas de modelamento visando a obtenção de estratégia de controle ótima que maximizem os retornos esperados aproveitando os reais limites de capacidade dos processos. Utilizou-se um circuito de moagem industrial de minério de ferro para produção de pellet feed de Carajás localizado no estado do Pará para desenvolvimento e proposição deste método.

## RESUMO

A demanda mundial de minério de ferro tem aumentado consideravelmente nos últimos anos e mais recentemente tem sofrido queda do valor de venda, provocando a necessidade de melhoria de desempenho das instalações de beneficiamento mineral. A automação de processos é uma das áreas que promove essa melhoria de desempenho, uma vez que as estratégias de controle automatizadas reduzem a variabilidade dos processos a partir da minimização da interferência do operador. A automação mantém o sistema sobre vigília todo o tempo reproduzindo as ações do operador, padronizando-as em uma frequência que não seria possível para seres humanos. Essas estratégias, normalmente, são definidas empiricamente a partir de experiência e do conhecimento dos técnicos de operação. O objetivo geral do trabalho é propor um método científico para definição de estratégia de controle automático para um circuito de moagem, desenvolvido através da utilização de tecnologia de simulação de processos e análise multivariada. Objetivos específicos visam a obtenção de balanço de massas, granulométrico e de água do circuito de moagem (i) e de modelos matemáticos que descrevam o comportamento do circuito de moagem considerando as variáveis críticas (ii) e determinação estruturada de estratégia de controle automatizada de processo (iii). A otimização permitiu atingir a produtividade esperada, acima de 680 t/h, a meta para a especificação granulométrica do produto, 50,0 mm, e atingir a meta de recuperação em massa, próxima de 90%. A sequência utilizada neste trabalho pode ser considerada como uma metodologia científica para definição de estratégias de controle automatizadas para processamento mineral. Este método poderá ser empregado em sistemas de grande importância como, neste caso, a moagem de minério de ferro.

**Palavras-chave:** controle automático; estratégia de controle automatizada; variáveis críticas; modelamento matemático.

## ABSTRACT

The world demand for iron ore has increased considerably in the past years and most recently the sale value has decreased, causing the need for performance improvement of mineral processing facilities. Process automation is one of the areas that promote this performance improvement since the automated control strategies reduce process variability by minimizing the operator interference keeping the system under constant surveillance all the while reproducing the operators' actions, standardizing them in a frequency that would not be possible for humans. These strategies are usually defined empirically from experience and knowledge of operating technicians. The overall objective of this study is to propose a scientific method to define an automatic control strategy for a grinding circuit, developed through the use of processes simulation technology and multivariate analysis. Specific objectives aim to obtaining mass balance, particle size distribution and water in the grinding circuit (i), and mathematical models describing the grinding circuit behavior considering the critical variables (ii) and the structured determination of process's automated control strategy (iii). The optimization was able to achieve the expected productivity, above 680th, the target for particle size specification of the product, 50,0mm, and achieve mass recovery target, close to 90%. The sequence used in this work can be considered as a scientific methodology to define automated control strategies for mineral processing. This method can be used in systems of great importance as, in this case, the iron ore grinding.

**Keywords:** automatic control; automated control strategy; critical variables; mathematical modeling.

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>4</b>
Tema e Objetivos .....	4
Justificativa do tema .....	4
Delimitações do trabalho .....	5
<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>7</b>
Beneficiamento Mineral .....	7
Mineralogia do minério de ferro.....	7
Minerais portadores de ferro.....	7
Principais minerais de ganga.....	9
Balanço de Massas .....	10
Conservação das massas .....	12
Análise de precisão do balanço .....	12
Método de minimização de erros .....	14
Cominuição.....	15
Modelos Matemáticos.....	18
Consumo energético .....	20
Modelos cinéticos de cominuição .....	20
Função seleção e velocidade específica de quebra .....	20
Função de quebra .....	22
Classificação e Deslamagem por Hidrociclones .....	22
Planejamento fatorial .....	25
Regressão múltipla .....	28
Metodologia de Superfície de Resposta .....	29
Estratégias de controle automatizadas de processos.....	30
<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>31</b>
Descrição do processo .....	31

# SUMÁRIO

Tecnologia de Simulação Mineral.....	32
Obtenção do Balanço de Massas .....	32
Configuração e calibração dos modelos matemáticos.....	33
Análise Multivariada e Otimização .....	34
Definição da estratégia de controle de processo .....	36
<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>37</b>
Obtenção do Balanço de Massas.....	37
Calibração dos Modelos.....	41
Moagem .....	41
Classificação .....	42
Deslamagem.....	43
Análise Multivariada .....	45
Seleção das variáveis de processo – fatores .....	45
Planejamento fatorial.....	46
Análise de regressão e otimização dos fatores.....	51
Definição da estratégia de controle .....	57
Grau de enchimento do moinho.....	59
Número de ciclones em operação na classificação e deslamagem.....	59
Percentagem de sólidos na alimentação da classificação e deslamagem....	60
Percentagem de sólidos na alimentação do moinho .....	60
Proposta de controle automático de processo .....	60
<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>62</b>
Conclusões .....	62
Recomendações para trabalhos futuros .....	62
<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>64</b>
<b>SOBRE O AUTOR .....</b>	<b>67</b>

# INTRODUÇÃO

A demanda mundial de minério de ferro, assim como demais bens minerais, tem aumentado consideravelmente nos últimos anos, provocando a necessidade de melhoria de desempenho das instalações de beneficiamento mineral. A otimização dos processos de beneficiamento, além de possibilitar aumento de capacidade de produção mais rapidamente do que a implantação de novas instalações, necessita de menores montantes de investimento.

A cominuição é uma das operações mais dispendiosas dentre as operações de beneficiamento mineral. A energia necessária nesse processo e os esforços mecânicos aos quais os equipamentos são submetidos determinam os custos de operação e de capital nos processos de britagem e moagem (DELBONI, 2007). Portanto, estudos de aumento de eficiência dessas instalações fazem-se necessários não só pelo aumento de demanda como também por questões ambientais e econômicas.

A melhoria de desempenho de instalações industriais existentes reflete positivamente em questões ambientais de duas formas: primeiramente, permitindo a melhor utilização dos recursos naturais já em processo de lavra, reduzindo assim a quantidade de rejeitos dispostos em barragens e, em segundo lugar, postergando impactos ambientais na abertura de novas minas.

Recentemente, após aumento de demanda de bens minerais provocado principalmente pelo crescimento da China, novas minas foram abertas, em sua maioria na Austrália, equilibrando assim, a oferta e demanda destes bens minerais. A maior oferta vem forçando a redução dos preços principalmente de commodities.

Este momento atual então exige a racionalização na utilização dos recursos econômicos atualmente disponíveis. A necessidade de investimento em instalações existentes, seja em expansões ou em melhoria de desempenho, reduz consideravelmente se comparada à abertura de novos projetos, uma vez que a necessidade de recursos em obras de infraestrutura e utilidades torna-se menor ou até mesmo desnecessária, havendo melhor utilização destes recursos devido ao maior compartilhamento e ganho de escala.

O uso de tecnologia de simulação mineral tem contribuído de forma eficaz para minimização de custos operacionais e de investimento, fornecendo uma estrutura formal, qualitativa e quantitativa para entendimento dos processos de beneficiamento e base de dados para determinação de parâmetros ótimos de processo (MARTINS, 1997).

Essa tecnologia é baseada em modelos matemáticos e hoje esse processo de simulação computacional está acessível a engenheiros de processo, a engenheiros projetistas, a pesquisadores e a gerentes da indústria de beneficiamento mineral como um todo. Por sua vez, um modelo matemático é uma equação ou um conjunto de equações que descreve de forma quantitativa as relações entre as variáveis de um dado sistema.

Os processos de beneficiamento mineral envolvem diversas variáveis, algumas mais outras menos significativas, apresentando ou não interações entre elas. As operações unitárias mais complexas, tais como os circuitos de moagem e flotação, por exemplo, apresentam elevado número de variáveis que podem estar correlacionadas. Se essas interações não forem consideradas na estratégia de controle operacional poderão gerar ruídos que provocarão variabilidade no processo.

Na presença de um número elevado de variáveis de processos, os métodos multivariados devem ser utilizados para o monitoramento destes processos (KOURTI; MACGREGOR, 1995).

A abordagem do ponto de vista dos procedimentos é enquadrada como modelagem e simulação, que através de técnicas matemáticas podem descrever a operação a partir do emprego de técnicas computacionais, que investigam a relação entre as variáveis. A combinação da tecnologia de simulação e análise múltipla potencializa a obtenção de resultados, possibilitando o entendimento do processo de beneficiamento, estabelecendo quais as variáveis significativas, faixas ótimas de operação, suas correlações e as interações entre as variáveis. Pode-se estabelecer a partir daí qual a estratégia de controle de processo mais adequada (MIGUEL, 2007).

As estratégias de controle automatizadas são amplamente utilizadas na indústria mineral, haja vista que as mesmas reduzem a variabilidade dos processos a partir da minimização da interferência do operador mantendo o sistema sobre vigília todo o tempo. Essas estratégias, normalmente são definidas empiricamente a partir de experiência e do conhecimento dos técnicos de operação e visam reproduzir as ações dos operadores, padronizando-as e sendo usadas continuamente em uma frequência que não seria possível para seres humanos.

O controlador PID (*Proporcional Integral Derivativa*) é o algoritmo de controle mais difundido nas instalações industriais em todo o mundo, além de estar disponível em praticamente todas as plataformas de controle comercializadas nos dias de hoje. É um algoritmo robusto, de fácil entendimento, capaz de promover desempenho satisfatório para uma grande variedade de processos industriais. No entanto estima-se que apenas 20% das malhas de controle industriais estejam funcionando de forma satisfatória, diminuindo a variabilidade do processo (FACCHIN, 2005).

Em função das estratégias de controle empregadas no beneficiamento mineral serem definidas empiricamente com base no conhecimento, não há padronização destas estratégias e as opiniões são, às vezes, divergentes. Diante do exposto observa-se uma oportunidade de criação de um método para definição de estratégias de controle de processos que considere os fenômenos físicos envolvidos (i), as reais variáveis críticas (ii), bem como as interações entre elas (iii) e garantia de que o processo esteja controlado próximo do ponto ótimo de desempenho (iv).

A determinação de estratégia de controle utilizando o método proposto poderá ser considerada como uma metodologia científica para definição de estratégias de controle automatizadas para processamento mineral. Este método poderá ser empregado em sistemas de grande importância como neste caso, a moagem de minério de ferro.

O trabalho é dividido em 6 capítulos. A Introdução encontra-se no primeiro capítulo. No segundo capítulo é apresentada a formulação do problema, a justificativa para a realização do trabalho e seus objetivos geral e específico. Na sequência, o terceiro capítulo trata da fundamentação teórica dos conceitos e teorias a respeito de tecnologia de simulação, análise multivariada e estratégias de controle automatizadas de processos. Os procedimentos metodológicos são apresentados no quarto capítulo. O quinto capítulo relata as discussões e resultados encontrados a partir do método aplicado para o circuito de moagem de Carajás, PA. Por fim, o sexto e último capítulo encerra o trabalho com as conclusões e recomendações.

# OBJETIVOS

## TEMA E OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho é propor um método para definição de estratégias de controle automático para um circuito de moagem a partir dos dados de Carajás. A estratégia de controle deverá maximizar a produtividade (i), o tamanho pelo qual 80% do material é passante e maximizar a recuperação em massa.

Este estudo foi desenvolvido através da utilização de tecnologia de simulação de processos, análise multivariada e controle automatizado de processos.

Objetivos específicos visam a obtenção de balanço de massas, granulométrico e de água do circuito de moagem (i), de modelos matemáticos que descrevam o comportamento do circuito de moagem considerando as variáveis críticas (ii) e determinação estruturada de estratégia de controle automatizada de processo (iii).

## JUSTIFICATIVA DO TEMA

A operação unitária de cominuição está presente na maioria dos empreendimentos mineiros. Assim, com exceção de minérios friáveis, a mineração inclui etapas de fragmentação, englobando desde o desmonte de rocha, na mina, até produtos finais, ou ainda intermediários para etapas subsequentes de transporte, concentração física de minerais ou metalurgia extractiva. Em função do impacto em aspectos econômicos e ambientais, o desempenho de processos de fragmentação é objeto de estudos sistemáticos há cerca de 150 anos. O estabelecimento das chamadas “leis de cominuição” é praticamente contemporâneo às primeiras patentes de equipamentos de britagem (DELBONI, 2007).

Observa-se, também, que a área de controle de processos de cominuição apresentou um crescimento surpreendente nas últimas duas décadas, acompanhada assim pelo desenvolvimento dos computadores. Se na década de 1970 os sistemas mais modernos eram aplicados a malhas simples de controle, atualmente os sistemas especialistas incluem técnicas sofisticadas, como inteligência artificial, redes neurais etc. Esses sistemas são aplicados com sucesso em usinas industriais de cominuição, em controles otimizantes de malhas isoladas ou de processos integrados (DELBONI, 2007).

Por sua vez, a tecnologia de simulação de processos apresenta grandes vantagens, principalmente quando ao programa de testes ou ensaios repetitivos. A experimentação em laboratório, usina piloto e circuito industrial apresentam, usualmente, um grande número de resultados com erros devido a fatores de difícil controle, o que pode ser evitado na simulação. A partir dela pode-se investigar o efeito de modificações nos fluxogramas e variáveis operacionais sem interferência na produção; também pode ser usada para definição de estratégias de controle; bem como permite estudos sistemáticos das operações e variáveis de processo e; permite uma otimização do desempenho da usina, com minimização de custos operacionais e maximização dos recursos disponíveis, entre outras (GUILLANEAU; DURANCE; VILLENEUVE, 1993).

O USIM PAC é um software produzido de origem francesa, representado no Brasil pela Consultoria em Engenharia Mineral Ltda. (CEMI), possui rotinas para realizar reconciliação de dados, simulação, otimização, desenvolvimento de novas rotas e estimativa de custo de investimento para usinas de beneficiamento mineral.

Nesse contexto, a simulação estática é a técnica mais usual hoje em dia e é utilizada principalmente para otimização de processos. Dessa forma pode-se obter um diagnóstico do processo, naquele determinado instante, e analisá-lo sob condições de constância na entrada de dados. Pode-se estudar, por exemplo, o efeito da alteração nas variáveis de operação, tais como mudança na partição de hidrociclone em função de diferentes aberturas de *apex* – saída do *underflow*. Na moagem, os modelos mais avançados permitem a otimização total do circuito, otimizando desde o classificador do circuito até as variáveis da moagem, como diâmetro ótimo de bolas, percentagem de sólidos, entre outras variáveis (DURANCE et al., 1994).

Não obstante, a análise multivariada apresenta técnicas de análises de fundamental importância, é muito aplicada em casos em que a quantidade e a variedade de dados que são extraídos de pesquisas mais complexas podem dificultar o entendimento de quais são as variáveis mais representativas e de quais são as inter-relações entre elas. Além disso, é um campo do conhecimento que envolve conceitos estatísticos e matemáticos que podem ser utilizadas em pesquisas de beneficiamento mineral. Neste trabalho serão utilizadas as técnicas de planejamento fatorial, regressão múltipla e otimização dos fatores.

Diante do exposto, observa-se a oportunidade de criação de um método científico de definição de estratégias de controle de processos minerais que considere os fenômenos físicos envolvidos no processo, as reais variáveis críticas, bem como as interações entre elas, as capacidades nominais dos equipamentos dos circuitos, e que garanta que o processo esteja controlado próximo do ponto ótimo de desempenho.

## **DELIMITAÇÕES DO TRABALHO**

A sequência utilizada no trabalho poderá ser considerada como um método científico para definição de estratégias de controle automatizadas para processamento mineral. Esse método poderá ser empregado em sistemas de grande importância como, neste caso, a moagem de minério de ferro. Não serão consideradas as variações que ocorrem no início de operação e restrições por indisponibilidade física.

Será considerada apenas uma amostra de minério, moagem de minério de ferro abaixo de 19 mm. Portanto, grandes variações de litologias de minério, variações granulométricas significativas de alimentação e mudanças de especificação de produto poderão exigir estudos para redefinição dos pontos ótimos de operação.

Nos estudos de simulação, não se pretende comparar os modelos matemáticos disponíveis, mas sim avaliar quais os fatores e possíveis interações significativas. Portanto, a tese não irá explorar as metodologias de simulação disponíveis e sim fazer uso delas para melhorar o conhecimento a respeito de estratégias de controle e identificação das variáveis de processos mais significativas, com efeito direto sobre o resultado operacional.

Estima-se que a utilização de estratégias de controle ótimas podem favorecer o aumento de produtividade dos circuitos de moagem em torno de 5% e reduzir a variabilidade da granulometria do produto favorecendo também a recuperação em massa.

# REFERENCIAL TEÓRICO

## BENEFICIAMENTO MINERAL

Beneficiamento Mineral ou Tratamento de Minérios consiste em um conjunto de operações unitárias, principalmente de classificação e concentração, destinadas aos bens minerais para obtenção de produtos finais comercializáveis. As operações unitárias de classificação visam modificar a distribuição granulométrica, as operações unitárias de concentração visam aumentar o teor das espécies minerais presentes úteis e/ou reduzir o teor das espécies minerais de ganga.

As operações unitárias de concentração baseiam-se nas diferenças de propriedades entre o mineral-minério e os minerais de ganga, destacando-se densidade, suscetibilidade magnética, condutividade elétrica, propriedades de química de superfície. Em muitos casos, também se requer a separação seletiva entre dois ou mais minerais de interesse.

Para um minério ser concentrado, é necessário que os minerais estejam fisicamente liberados. Isso implica que uma partícula deve apresentar, idealmente, uma única espécie mineralógica. Para se obter a liberação do mineral, o minério é submetido à cominuição.

Para adequar as especificações granulométricas, seja para o mercado, para uma operação de concentração ou de aglomeração, fazem-se uso de operações unitárias de separação por tamanho ou classificação, como são mais conhecidas.

## MINERALOGIA DO MINÉRIO DE FERRO

Os estudos de mineralogia descrevem a composição química, a estrutura molecular, a estrutura cristalina e as propriedades físicas dos minerais, a gênese e o metamorfismo. Iniciou-se pela nomenclatura e classificação dos minerais, mas evoluiu para o campo da física aplicada, que atualmente desempenha um papel importante nas áreas da cristalografia, da óptica, da simulação matemática e da nanomecânica. Dana (1981) descreve as propriedades químicas e físicas dos minerais. A seguir são apresentadas essas propriedades para os minerais portadores de ferro e dos minerais de ganga do minério de ferro.

### Minerais portadores de ferro

Os principais minerais portadores de ferro são a hematita, goethita e magnetita, e a seguir são descritos as principais propriedades destes minerais.

**Hematita:** é o mais importante mineral de ferro, e também o mineral de maior significado, encontrado nos minérios pré-cambrianos. Em termos químicos, a hematita é considerada como  $Fe_2O_3$  puro, com 69,94% de ferro e 30,06% de oxigênio.

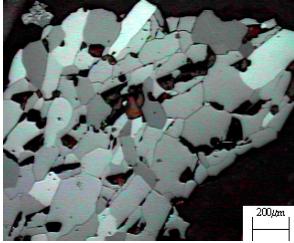
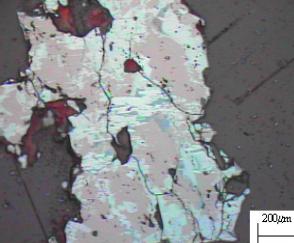
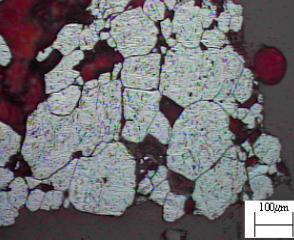
MINERIS	FÓRMULAS / COMPOSIÇÕES	ILUSTRAÇÃO	CARACTERÍSTICAS
<b>HEMATITA</b> - ESPECULAR - LAMELAR - GRANULAR - RECRISTALIZADA	$\text{Fe}_2\text{O}_3$ %FeT: 67,75 a 69,61		Textura varia de porosa a compacta. Formatos irregulares inequidimensionais, regulares equidimensionais, inequidimensionais com hábito tabular e granular
<b>MAGNETITA</b>	$\text{Fe}_3\text{O}_4$ %FeT: 71,68 a 72,19		Cristais euédricos, isolados ou em agregados. Cristais compactos. Apresenta susceptibilidade magnética
<b>HEMATITA MARTÍTICA</b>	$\text{Fe}_2\text{O}_3$ %FeT: 67,75 a 69,61		Hematita com hábito de magnetita. Oxidação segundo os planos cristalográficos da magnetita. Geralmente porosa
<b>GOETHITA</b>	$\alpha\text{-FeO.OH}$ %FeT: 58,02 a 62,70 %PF: 9,97 a 10,98		Cristais aciculares. Maciça a porosa. Reniforme, estalacítica em agregados fibrosos radiais.

Tabela 1 - Fórmula química, composição e propriedades dos minerais portadores de ferro, (Queiroz et al., 2003)

Baseado na tabela dos principais tipos texturais de cristais de óxidos/hidróxidos de ferro (Mineralogia – CDM/CVRD).

**Goethita:** é um dos minerais mais comuns e se forma, sob condições de oxidação, como produto de intemperismo dos minerais portadores de ferro. Forma-se, também, como precipitado direto, inorgânico ou biogênico, sendo amplamente disseminado, como depósito em pântanos e fontes. Em termos químicos, um exemplo de composição da goethita pode ser expressa da seguinte forma: 62,9% de ferro, 27,0% de oxigênio e 10,1% de água. O manganês também pode ser encontrado em composições superiores a 5,0%. A goethita

que ocorre nos minérios de ferro apresenta estrutura variável, que vai desde um material maciço até um material celular de cor amarelo-ocre. Os poros e superfícies das partículas minerais dos minérios de ferro, assim como as partículas de ganga, podem ser preenchidos por goethita, que apresenta bandamento coloforme ou miliar. Essas camadas sugerem deposição coloidal e essa estrutura é conhecida como goethita metacoloidal. A origem coloidal da maior parte da goethita presente nos minérios de ferro é responsável por importantes relacionamentos geoquímicos.

**Magnetita:** é uma espinela (óxido duplo) e é componente essencial de muitas formações ferríferas. Em termos químicos, é usualmente considerada como  $Fe_3O_4$  puro com 72,4% de ferro e 27,6% de oxigênio. No entanto, as magnetitas naturais, em virtude da extrema flexibilidade da estrutura atômica da espinela contêm, usualmente, quantidades menores de elementos, como o Mg, Mn, Zn, Al, Ti e outros na sua estrutura. Quase que universalmente, a magnetita tende a apresentar granulação média, comumente muito mais grossa que o quartzo, hematita e silicatos de ferro, com os quais coexiste. A magnetita normalmente ocorre como octaedros, em camadas que se alteram com camadas silicosas nas formações ferríferas. A oxidação a baixa temperatura, frequentemente relacionada à lixiviação ou movimento do lençol d'água, usualmente converte o cristal de magnetita a grãos de hematita, conservando a morfologia octaédrica da magnetita. Essa forma de hematita é denominada martita, que é, portanto, pseudomorfa da magnetita. A martitização é um processo muito comum de formação de minério e é usualmente associada à disseminação das formações ferríferas bandadas, na produção dos minérios hematíticos. A Tabela 1 mostra a fórmula química, composição e propriedades dos minerais portadores de ferro.

## Principais minerais de ganga

**Quartzo:** é o principal mineral de ganga presente nos minérios de ferro, sendo encontrado em uma grande variedade de ambientes geológicos. Ocorre como um componente importante nas rochas ígneas e metamórficas, sendo extremamente resistente tanto ao ataque químico como físico. A desintegração das rochas ígneas que o contém, produz cristais de quartzo que, ao se acumularem, formam a rocha denominada arenito. Em termos químicos o quartzo é considerado como  $SiO_2$  puro com 46,7% de silício e 53,3% de oxigênio.

**Caulinita:** caulinita é um silicato de alumínio hidratado. Ocorre como um produto de intemperização química dos feldspatos, sendo que, nestes casos, processos sedimentares transportam, classificam e redepositam a caulinita em leitos de grande extensão. Ocorre, também, como produto de alteração hidrotermal de silicatos em torno de veios de sulfetos, fontes quentes e “geysers”.

MINERAL	FÓRMULA/ COMPOSIÇÃO	ILUSTRAÇÃO	CARACTERÍSTICAS
QUARTZO	100% $\text{SiO}_2$		Fratura concoide, brilho vítreo (às vezes gorduroso). Incolor, branco ou colorido por impurezas. Granulometria dos cristais variando de fina a matacos
CAULINITA	$\text{Al}_4[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_8$ % PF: 13,47 a 13,92 % $\text{SiO}_2$ : 45,48 a 46,07 % $\text{Al}_2\text{O}_3$ : 38,07 a 39,82		Brilho terroso, opaco; as placas de cristal são de brilho nacarado. Apresenta cor branca ou muitas vezes colorida por impurezas. Assemelha-se à argila, necessitando ensaios óticos para distinção dos demais minerais
GIBBISITA	$\text{Al}(\text{OH})_3$ % PF: 31,8 a 34,12 % $\text{Al}_2\text{O}_3$ : 62,8 a 65,3		Porosidade: não detectável em microscópio ótico. Contatos irregulares, geralmente assumem a forma das partículas que circundam. Comum ocorrer nos interstícios ou poros de outros minerais. Ocorre como uma massa terrosa

Tabela 2 - Fórmula química, composição e propriedades dos principais minerais de ganga, (Queiroz et al., 2003)

Baseado na tabela dos principais tipos texturais de cristais de óxidos/hidróxidos de ferro (Mineralogia – CDM/CVRD).

**Gibbisita:** é considerada como sendo  $\text{Al}(\text{OH})_3$ , com 62,8 a 65,3% de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  e 31,8 a 34,12% de perda ao fogo. Insolúvel. Assume a cor azul quando é umedecida com nitrato de cobalto e posteriormente aquecida (alumínio). A Tabela 2 fornece a fórmula química, composição e propriedades dos principais minerais de ganga.

## BALANÇO DE MASSAS

A obtenção do balanço de massas é uma etapa importante para a validação dos dados amostrados, estimativa de fluxos não amostrados e para a calibração dos modelos. Trata-se da reconciliação matemática dos dados para que os dados de entrada sejam iguais o somatório dos dados de saída, para aquelas características que se preservam (MARTINS, 2002).

Deverá ser respeitado o princípio de conservação das massas. A análise do processo de beneficiamento de forma isolada, ou em conjunto, leva em consideração normalmente a quantificação de um ou mais parâmetros, tais como: granulométrico, químico ou mineralógico.

A Figura 1 representa um processo de concentração ideal, em que a espécie útil é completamente separada da espécie de ganga sem perdas para rejeito e contaminação de ganga para o concentrado. Com isso, o rejeito está isento da espécie útil assim como o concentrado da espécie de ganga. Define-se recuperação metalúrgica como a relação entre a quantidade de massa da espécie útil presente no concentrado versus a quantidade presente na alimentação. Para nosso exemplo hipotético é de 100%.

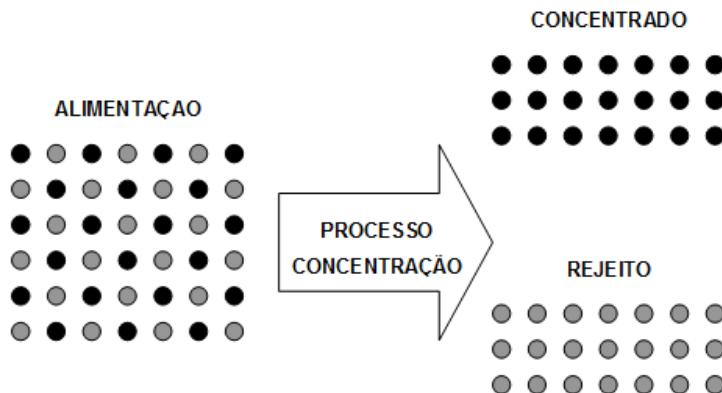


Figura 1 - Representação de um processo de concentração ideal.

Considerando-se ainda esse exemplo, podem-se definir algumas relações que são normalmente utilizadas no cálculo de um balanço de massas:

$$A = C + E \quad (1)$$

$$Aa = Cc + Ee \quad (2)$$

$$R = Cc / Aa \quad (3)$$

$$R = c/a [(a-e)/(c-e)] \quad (4)$$

$$Rc = A/C \quad (5)$$

$$Y = C/A = [(a-e)/(c-e)] \quad (6)$$

$$Re = c/a \quad (7)$$

*A, C, E* : representado a massa de alimentação, concentrado e rejeito, respectivamente.

*a, c, e* : representado o teor da espécie útil contido na alimentação, concentrado e rejeito, respectivamente.

*R* : representando a recuperação da espécie útil.

*Rc, Re* : razão de concentração e razão de enriquecimento, respectivamente.

*Y* : recuperação em massa.

## Conservação das massas

Em uma instalação de tratamento de minério, a alimentação (*run of mine*) é processada objetivando a concentração de um ou mais componentes (cobre, ferro, zinco etc.) ou mesmo a adequação de alguma característica física (granulometria, por exemplo).

Em qualquer processo haverá separação de massas em dois ou mais produtos. A proporção de cada produto pode ser determinada com base no conhecimento de características físicas e químicas da alimentação e dos produtos.

Na indústria mineral, cada operação unitária do processo poderá ter um tempo de residência relativamente alto. Assim, as variações na alimentação de uma planta terão seus reflexos nos produtos finais ou intermediários após tempos variados. Algumas premissas são básicas para avaliar o desempenho de um processo relativo à separação das massas: devem ser observadas as condições estacionárias do processo; melhor que seja feita análise do processo com dados acumulados de turno, dia ou mês; as características do minério deverão ser escolhidas adequadamente e que definam com nitidez a separação de massas; podem ser analisadas mais de uma característica de um mesmo fluxo; e finalmente deverá haver redundância para uma adequada distribuição de erros de medições.

Em geral podem ser avaliadas as seguintes características dos vários fluxos de um processo: taxas de sólidos em correias transportadoras ou em polpa; densidade de polpa; vazão de água; elementos químicos e minerais dos fluxos; e distribuição granulométrica e granulo-química e mineralógica.

Todas essas características podem ser determinadas continuamente com o processo ou através de amostragem sistemática, sendo todos os dados correlacionados dentro de um mesmo período de análise-turno, dia ou mês.

## ANÁLISE DE PRECISÃO DO BALANÇO

Em uma planta simples produzindo apenas um concentrado e um rejeito, pode-se obter um balanço de massas (ou metalúrgico) a partir da medição de determinadas características dos três fluxos envolvidos, ao final de um período de operação (MARTINS, 2002).

Se as massas da alimentação, concentrado e rejeito forem  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ , respectivamente, e seus teores medidos (ou outra característica)  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , então:

$$M_1 = M_2 + M_3 \quad (8)$$

$$M_1 m_1 = M_2 m_2 + M_3 m_3 \quad (9)$$

Portanto,

$$M_1 m_1 = M_2 m_2 + (M_1 - M_2) m_3 \quad (10)$$

O que permite determinar:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{(m_2 - m_3)}{(m_1 - m_3)} \quad (11)$$

Onde  $M_1 / M_2$  representa a razão de concentração.

A recuperação ( $R$ ) será  $M_2 m_2 / M_1 m_1 * 100$ , ou

$$R = \frac{100m_2(m_1 - m_3)}{m_1(m_2 - m_3)} \% \quad (12)$$

Essas equações são válidas para avaliar o resultado de uma operação por bateladas, ou aceitável para o cálculo de operações contínuas, se em equilíbrio. A recuperação pode ser diferenciada parcialmente em relação a  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ , respectivamente, para se ter:

$$\frac{\partial R}{\partial m_1} = \frac{100m_2m_3}{m_1^2(m_2 - m_3)} \quad (13)$$

$$\frac{\partial R}{\partial m_2} = \frac{100m_3(m_1 - m_3)}{m_1(m_2 - m_3)^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial R}{\partial m_3} = \frac{100m_2(m_2 - m_1)}{m_1(m_2 - m_3)^2} \quad (15)$$

$$\frac{\partial R}{\partial r} = \frac{100m_2(m_2 - m_1)}{m_1(m_2 - m_3)^2} \quad (16)$$

Para uma primeira ordem de aproximação, e para pequenas variações nos valores de  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ :

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial m_1} \right| \Delta m_1 + \left| \frac{\partial R}{\partial m_2} \right| \Delta m_2 + \left| \frac{\partial R}{\partial m_3} \right| \Delta m_3 \quad (17)$$

Onde  $\Delta R$  é a variação da recuperação em relação às variações em  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$  ( $\Delta m_1$ ,  $\Delta m_2$ ,  $\Delta m_3$ ), respectivamente, portanto:

$$\Delta R = \frac{100}{m_1(m_2 - m_3)} \left[ \frac{m_2 m_3}{m_1} \Delta m_1 + \frac{m_3(m_1 - m_3)}{(m_2 - m_3)} \Delta m_2 + \frac{m_2(m_2 - m_1)}{(m_2 - m_3)} \Delta m_3 \right] \quad (18)$$

Esta equação pode ser utilizada para avaliar o erro que pode ser esperado no valor calculado da recuperação devido a pequenos erros na medição de  $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ .

## Método de minimização de erros

A maioria dos sistemas computadorizados para fechamento de balanços de massas utiliza o método dos mínimos quadrados. No qual as medidas, sejam contínuas ou obtidas por amostragem sistemática, podem ser corrigidas (MARTINS, 2002).

Considerando que cada medida em um processo mineral possui um erro associado, que corresponde à diferença entre esse valor  $M_i$ , e o valor mais provável  $\hat{M}_i$ , o erro em cada ponto será:

$$E_i = M_i - \hat{M}_i \quad (19)$$

$$E_i^2 = (M_i - \hat{M}_i)^2 \quad (20)$$

$$\sum E_i^2 = \sum (M_i - \hat{M}_i)^2 \quad (21)$$

Tendo em vista que cada medida  $M_i$  não possui o mesmo erro relativo e pesos diferentes poderão ser dados às diferenças quadráticas de forma a se encontrar o menor erro possível do balanço.

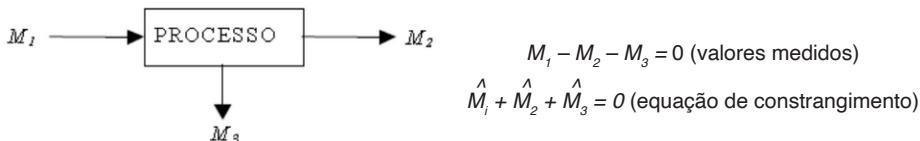
Esses pesos serão tomados como sendo inversamente proporcionais à variância das medidas ( $1/S_i^2$ ).

O objetivo será então minimizar a função:

$$\sum E_i^2 = \sum (M_i - \hat{M}_i)^2 \frac{1}{S_i^2} \quad (22)$$

A reconciliação dos dados por balanço de massas faz com que  $\sum \hat{M}_i = 0$ .

Considerando-se o mesmo circuito simples, demonstrado pela primeira equação.



Para resolução desse problema de minimização, utilizam-se os multiplicadores de Lagrange, de forma que a função a minimizar passe a ser:

$$\phi = \sum (M_i - \hat{M}_i)^2 \left( \frac{1}{S_i^2} \right) + \sum_j \lambda_j C_j \quad (23)$$

Onde  $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange para cada equação de constrangimento  $C_j$ .

Então o circuito exemplificado:

$$\phi = \sum (M_i - \hat{M}_i)^2 \left( \frac{1}{S_i^2} \right) + \lambda_1 (\hat{M}_1 - \hat{M}_2 - \hat{M}_3) \quad (24)$$

A função  $f$  deverá ser diferenciada em relação a cada uma das medidas desconhecidas  $\hat{M}_i$  e em relação aos multiplicadores. As derivadas parciais deverão ter valor igual a zero para minimização da função. Para o circuito exemplificado:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{M}_1} = -2(M_1 - \hat{M}_1) \left( \frac{1}{S_1^2} \right) + \lambda_1 = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{M}_2} = -2(M_2 - \hat{M}_2) \left( \frac{1}{S_2^2} \right) + \lambda_1 = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \hat{M}_3} = -2(M_3 - \hat{M}_3) \left( \frac{1}{S_3^2} \right) + \lambda_1 = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial \phi}{\lambda_1} = \hat{M}_1 - \hat{M}_2 - \hat{M}_3 \quad (28)$$

Ou generalizando:

$$\frac{\partial \lambda}{\lambda M_i} = 0 \quad (29)$$

e

$$\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = 0 \quad (30)$$

Os valores de  $M_i$  e  $\lambda_i$  serão obtidos pela resolução do sistema de equações lineares gerado.

## COMINUIÇÃO

A cominuição é uma operação presente em praticamente todos os processos de beneficiamento mineral, sendo necessária para se adequar a distribuição granulométrica de produtos ou como preparação para uma próxima etapa do beneficiamento.

É utilizada no beneficiamento de minérios de baixo teor para proporcionar a liberação adequada para o processo de concentração subsequente. Importante etapa na obtenção de produtos comerciais, como é o caso da produção de agregados para uso em concretos. Na pelotização de minério de ferro, trata-se de uma importante etapa de preparação, proporcionando adequação de *top size* e superfície específica.

Para que uma partícula seja fraturada é necessário que seja submetida a uma força que exceda sua resistência. A forma pela qual a partícula se fratura depende de sua natureza e do modo como a força é aplicada. Há três tipos principais de fraturas (BERALDO, 1987):

**Abrasão:** ocorre quando a força é insuficiente para provocar uma fratura em toda a partícula. Há a concentração local de esforços, que provoca o aparecimento de pequenas fraturas, com o surgimento de uma distribuição granulométrica de partículas finas ao lado da partícula original, cujo diâmetro é pouco diminuído. Esse tipo de fratura pode ser provocado por atrito entre as partículas ou de bolas com as partículas.

**Compressão:** ocorre quando a força é aplicada de forma lenta e permite que, com o aparecimento da fratura, o esforço seja aliviado. Assim, a força é pouco superior à resistência da partícula. Desse tipo de fratura resultam poucos fragmentos de grande diâmetro. Esse tipo de fratura ocorre em britadores de mandíbulas, giratórios, cônicos e em moinhos quando as partículas são comprimidas entre dois ou mais corpos moedores, ou partículas maiores.

**Impacto:** ocorre quando a força é aplicada de forma rápida e em intensidade muito superior à resistência da partícula, como acontece, por exemplo, com britadores de impacto ou em moinhos, nas zonas de queda das bolas ou barras. Resulta dessa fratura uma distribuição granulométrica de partículas finas.

A energia despendida nos processos de fragmentação e os esforços mecânicos, aos quais os equipamentos são submetidos modulam os custos de operação e investimentos em circuitos industriais de britagem e moagem. Em função do impacto em aspectos econômicos e ambientais, o desempenho de processos de fragmentação é objeto de estudos sistemáticos há cerca de 150 anos. O estabelecimento das assim chamadas “leis de cominuição” é praticamente contemporâneo (DELBONI, 2007).

Durante anos, os estudos sobre os processos de cominuição focavam sobre a ótica da energia consumida, relacionado à energia consumida ao grau de redução proporcionado. Normalmente o grau de redução é expresso pela curva de distribuição granulométrica. Observou-se experimentalmente que a relação entre a variação de diâmetro e a energia consumida é inversamente proporcional, ou seja:

$$dE = -K \frac{dx}{x^n}, \quad (31)$$

*E* : representa a energia aplicada a uma massa unitária de minério.

*x* : representa o diâmetro das partículas.

*K, n* : representam constantes dependentes do material.

Desenvolvida em 1867 é a mais antiga, chamada “Primeira Lei de Cominuição”, Lei de Rittinger. Sugere que a energia útil consumida é diretamente proporcional à nova superfície produzida por britagem ou por moagem diretamente proporcional à energia útil consumida. Por outro lado, a superfície específica dos materiais granulares é inversamente proporcional ao diâmetro das partículas, do que se origina (NAPIER-MUNN et al., 1999).

$$E = K (S_1 - S_0) \quad (32)$$

$E$  : representa a energia específica.

$K$  : representa o fator de proporcionalidade.

$S_1$  : representa a área do produto.

$S_0$  : representa a área inicial.

A segunda lei da cominuição foi formulada por F. Kick, o trabalho requerido é proporcional à redução em volume das partículas envolvidas, e a expressão da lei é:

$$E_k = C_k \left( \ln \frac{X_1}{X_2} \right) \quad (33)$$

$E_k$  : representa a energia específica para um dado material.

$C_k$  : representa uma constante.

$X_1$  : representa o diâmetro inicial.

$X_2$  : representa o diâmetro final.

Como os postulados de Rittinger e Kick não satisfaziam a todos os casos encontrados na prática e como se necessitava, na indústria, de algumas regras para classificar os materiais segundo as respostas à fragmentação, F. C. Bond postulou uma lei empírica muitas vezes chamada de “Terceira Lei de Fragmentação”, Lei de Bond. “A energia consumida para reduzir o tamanho de um material é inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho”. Ele definiu como tamanho, a abertura da peneira pela qual passam 80% do material (FIGUEIRA; ALMEIDA; LUZ, 2004).

Foi desenvolvida em 1952, após uma intensa campanha de ensaios de laboratório e correlações industriais. Foi preconizado que a energia requerida na cominuição é proporcional ao comprimento das fissuras iniciais que se desenvolvem no fraturamento das partículas.

Após a sua formulação e, devido ao fato de levar a resultados ajustados aos reais, a *Lei de Bond* passou a ser amplamente utilizada na seguinte expressão:

$$W = WI \left( \frac{10}{\sqrt{P}} - \frac{10}{\sqrt{F}} \right) \quad (34)$$

$W$  : representa a energia aplicada em kWh/ton curta.

$WI$  : representa o *Work Index*, em kWh/ton curta.

$P, F$  : representa o diâmetro em micrões, em que passam 80% da massa do produto e da alimentação, respectivamente.

O *Work Index*, segundo Bond, é uma constante do material representando a energia necessária para cominuir de uma granulometria representada por um diâmetro infinito a uma representada por 80% passante em 100 micrômetros.

Hukki (1961) *apud* Napier-Munn et al. (1999) verificou que as leis da cominuição tinham aplicação a certos intervalos de granulometria e propôs a seguinte expressão:

$$dE = -K \left[ \frac{d_x}{x^{f(x)}} \right] \quad (35)$$

A Figura 2 mostra a relação estabelecida por Hukki para o consumo de energia de cominuição em função da granulometria do produto. Este gráfico mostra que as três leis seriam aplicáveis para certos intervalos granulométricos, mas a *Lei de Bond* seria aplicável no intervalo granulométrico em que normalmente se desenvolve a operação de moagem de minério.

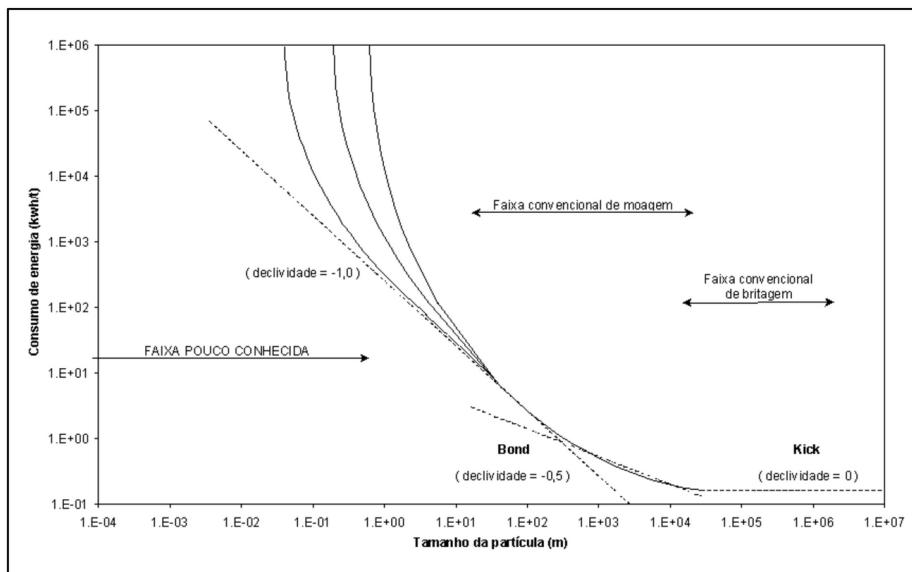


Figura 2 - Relação entre a energia fornecida e o tamanho da partícula na cominuição (HUKKI, 1961 *apud* NAPIER-MUNN et al., 1999).

## MODELOS MATEMÁTICOS

Atualmente estão disponíveis diversos modelos matemáticos, equação ou conjunto de equações, que descrevem os processos de cominuição, permitindo a realização de estudos sem grandes dispêndios, sejam longos ensaios laboratoriais ou grandes interferências no processo produtivo.

Os modelos matemáticos mais comuns são os empíricos e os fenomenológicos. Os modelos empíricos são normalmente um conjunto de equações obtidas a partir de tratamentos estatísticos de dados obtidos experimentalmente. Os modelos fenomenológicos normalmente são um conjunto de equações algébricas e diferenciais que utilizam princípios físicos, químicos ou de engenharia e requerem calibração para sua utilização.

A moagem é o processo principal para cominuição de minérios, apesar de ter uma eficiência de aproximadamente 5%. Isso significa que o consumo de energia é 20 vezes maior que aquele necessário para simplesmente quebrar as partículas (MARTINS, 1996).

A tecnologia de simulação de processos pode ajudar na melhoraria do desempenho dos circuitos de moagem, a partir de estudos utilizando modelos matemáticos. Os modelos atuais são capazes de predizer as curvas granulométricas e a produtividade dos circuitos de moagem, a partir dos conjuntos de condições que representem a melhor configuração, para atingir sua melhor performance.

O modelo matemático de um processo consiste das equações necessárias para prever os valores das variáveis de interesse a partir dos dados de entradas. Dados de entrada, tais como vazão de alimentação nova e adição de água, que podem ser considerados como insumos e variáveis. Além de granulometria no moinho, taxa específica de quebra, distribuição granulométrica dos fragmentos após a quebra e características de transporte.

As variáveis respostas, ou de saída, são granulometria da descarga do moinho, carga circulante, desgaste da carga moedora, desgaste de revestimento e potência consumida.

Outras variáveis importantes são as que estão diretamente relacionadas com as características do minério, tais como: granulometria de alimentação, dureza, taxa de alimentação e abrasividade.

O processo de cominuição de minérios em moinhos de bolas tubulares sempre foi objeto de estudo, dada a sua importância no tratamento de minérios. Na atualidade, tem-se procurado estudar esse processo através de modelos matemáticos que descrevem a cominuição pela cinética de fraturamento de partículas.

Esses modelos complementam e até mesmo substituem, muitas vezes, o enfoque exclusivamente energético dos processos de cominuição. Isso pode ser explicado pela própria natureza desses dois enfoques. O modelo energético é bastante empírico e descreve a cominuição do minério em condições específicas, sendo que para sua aplicação, em outras condições, é necessária a utilização de fatores de correção.

O modelo cinético descreve o processo de fragmentação do minério a ser moído genericamente. Dessa forma, esse modelo é dependente, apenas, das variáveis e parâmetros do processo, descrevendo com maior precisão diversos processos de moagem. Pode-se definir cada um desses eventos, como: (i) Velocidade Específica de Quebra ou Função Seleção como a velocidade com que as partículas contidas em um intervalo granulométrico são fragmentadas; (ii) Função Distribuição ou Função Quebra como a estequiometria da fragmentação, ou seja, como se dá a distribuição do material proveniente de um dado intervalo de tamanho quando este se quebra; (iii) Função Classificação ou Coeficiente de Difusão como o movimento diferencial das partículas para dentro e para fora de um sistema contínuo de moagem, sendo dependente do tamanho das partículas; e (iv) Tempo de Residência ou Tempo de Permanência como a variável diz respeito ao fato das partículas da alimentação não possuírem exatamente a mesma velocidade ao longo do moinho, havendo sempre mistura no sentido axial (MONTENEGRO, 2007).

## Consumo energético

A equação empírica apresentada possibilita a determinação do consumo energético de moagem através de características operacionais, para moinho de bolas tem-se (BERALDO, 1987):

$$Wst = 4.879D^{0.3}(3.2 - 3Tc)Vr \left[ 1 - \left( \frac{0.1}{2^{(9-10Vr)}} \right) \right] \quad (36)$$

$Wst$  : representa a potência consumida por tonelada curta de material moído (kW).

$D$  : representa o diâmetro do moinho (m).

$Tc$  : representa o grau de enchimento.

$Vr$  : representa a fração da velocidade crítica.

## Modelos cinéticos de cominuição

Para simular precisamente, a partir de modelos cinéticos, o processo de moagem de partículas dentro de um moinho é necessário quantificar as seguintes questões, (MARTINS, 1997): (i) O tamanho dos fragmentos produzidos a partir de partículas de tamanho  $i$  quando são quebradas. (ii) A razão de quebra das partículas de tamanho  $i$ . (iii) O tempo em que as partículas de tamanho  $i$  foram submetidas às forças de moagem.

O modelo cinético dos moinhos de bolas trata essas questões considerando as seguintes premissas para o processo de moagem: (i) a distribuição granulométrica dos fragmentos resultantes da quebra de uma partícula matriz é imutável sob as mesmas condições de operação; (ii) a razão de quebra de um dado intervalo de tamanho permanece imutável, enquanto as condições de operação permanecem constantes (tamanho de bolas, carga de bolas, velocidade do moinho, porcentagem de sólidos); e (iii) o tempo de residência é o mesmo para todos os intervalos de tamanho. Este conceito é estendido para assumir que existe uma identidade perfeita entre a distribuição do tempo de residência das fases sólidas e líquidas.

## Função seleção e velocidade específica de quebra

Quando se submete uma amostra de massa  $Wj(F)$  de material graduado granulometricamente a um processo de cominuição, pode-se observar que uma fração da amostra sofre redução, enquanto o restante,  $Wj(P)$  permanece sem ser cominuído.

A probabilidade de uma partícula sofrer cominuição é chamada de função seleção. Essa probabilidade,  $S$ , pode ser expressa pela relação entre a massa que sofreu cominuição e a massa inicial de material:

$$Sj = -\frac{W_j(F) - W_j(P)}{W_j(F)} = \frac{\partial W_j}{W_j(F)} \quad (37)$$

Na cominuição em moinhos tubulares, a função seleção tem uma característica cinética e pode ser caracterizada por uma velocidade de quebra, pois é uma função crescente do tempo em que a amostra foi submetida ao processo de moagem.

Pode-se definir a velocidade específica de quebra ( $Sj$ ) como a relação entre a velocidade de quebra e a massa existente, desde que se considere a velocidade de quebra proporcional à massa de material.

$$Sj = -\frac{dWj}{dt} / Wj \quad (38)$$

Onde:  $Sj$  = massa do material do intervalo  $j$  fragmentado no tempo/massa remanescente no intervalo  $j$ .

Sendo  $Sj$  constante, a integral dessa equação nos dá a função seleção ou velocidade específica de quebra  $Si$  é a probabilidade que uma partícula tem em sofrer cominuição. É a relação entre a massa que sofreu cominuição e a massa inicial de material conforme a relação a seguir:

$$W_1(t) = W_1(0)e^{(-S_i t)} \quad (39)$$

$S_i$  : representa a probabilidade que uma partícula tem em sofrer cominuição.

$W_1(t)$  : representa a massa cominuída após o intervalo de tempo  $t$ .

$W_1(0)$  : representa a massa inicial no intervalo de tamanho 1.

A velocidade específica de quebra, ou função seleção, de uma partícula pode ser dada por uma expressão da forma:

$$S_i = a \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha, \quad x_i \ll d \quad (40)$$

ou

$$S_i = a \left( \frac{x_i}{x_0} \right)^\alpha \quad (41)$$

$a$  : representa a constante que é função das condições de moagem ( $\text{min}^{-1}$ ).

$d$  : representa a dimensão do corpo moedor.

$x_0$  : representa o tamanho de partícula no qual  $S_i$  é máximo (mm).

$x_i$  : representa o tamanho de partícula do limite superior do intervalo de tamanho  $i$  (mm).

$a$  : representa a constante que depende das características do material.

## Função de quebra

A função de quebra é a distribuição granulométrica das partículas, proposto por Austin e Herbst, provenientes da quebra primária de uma partícula maior. Na forma de distribuição granulométrica acumulada, define-se a função de quebra  $B_{ij}$  como a fração de material do tamanho  $j$  que se quebrou e foi transferida para o intervalo  $i$  e subsequentes.

Ou seja, quando um material de um determinado tamanho se quebra, produz-se uma distribuição granulométrica completa de partículas menores. Define-se como função de quebra a distribuição granulométrica das partículas provenientes da quebra primária de uma partícula maior (MAZZINGHY, 2009).

$$B_{ij} = \phi_j \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 - \phi_j) \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta \quad (42)$$

$B_{ij}$  : representa a função quebra acumulada.

$x_i$  : representa limite superior ao da classe  $i$ .

$\phi_j$  : representa o parâmetro de quebra, função do tamanho das partículas após moídas:

$$\phi_i = \phi_l \left( \frac{x_i}{x_l} \right)^{-\delta} \quad (43)$$

$Y$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  e  $\phi_l$  representam os parâmetros do modelo:  $Y$ ,  $\beta$  e  $\phi_l$ , são determinados a partir de experimentos em testes laboratoriais ou a partir da calibração a partir de dados industriais.

Os parâmetros de quebra estão associados a diferentes mecanismos de quebra:

$Y$  : representa a distribuição dos fragmentos resultantes da quebra pelo mecanismo de impacto.

$b$  : representa a distribuição dos fragmentos resultantes da quebra pelo mecanismo de compressão.

$\phi$  : representa a fração de material que sofreu quebra por compressão.

## Classificação e Deslamagem por Hidrociclos

O parâmetro *Terminal Density (TD)* está baseado, principalmente, na viscosidade e na distribuição granulométrica da alimentação, devendo ser adotado de acordo com o  $d_{80}$  requerido no *overflow* (TURNER, 1991).

Para aplicações de circuito de moagem, são adotados os seguintes valores:

Para  $d_{80} > 150 \mu m$ ,  $TD = 60$ .

Para  $90 < d_{80} < 150 \mu m$ ,  $TD = 59$ .

Para  $75 < d_{50} < 90 \mu m$ ,  $TD = 55$  a 57.

Para  $53 < d_{50} < 75 \mu m$ ,  $TD = 53$ .

Para  $44 < d_{50} < 53 \mu m$ ,  $TD = 50$ .

Para  $d_{50} < 44 \mu m$ ,  $TD \leq 48$ .

Para diferentes aplicações, o parâmetro  $TD$  deve assumir diferentes valores para um mesmo intervalo granulométrico (TURNER, 1991).

Vale destacar que o parâmetro  $a$ , referente à inclinação da curva de partição (LYNCH; RAO, 1975) deve ser inserido pelo operador do programa. O valor desse parâmetro é, normalmente, baseado em histórico de operações similares ou determinado pela experiência do usuário, sendo de fundamental importância o conhecimento deste sobre a operação em questão. Como regra geral, o valor assumido para a inicialmente varia de 3 a 4.

Após a inserção desses dados, passa-se à determinação do ciclone e da pressão de operação, de acordo com o diâmetro mediano de partição ( $d_{50}$ ) requerido.

O cálculo do parâmetro  $d_{50}$  é função do produto de vários fatores, conforme se segue:

$$d_{50cor} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot K_5 \cdot K_6 \cdot K_7 \cdot K_8 \quad (44)$$

Esses fatores são obtidos da seguinte forma:

$K_1$ : fator relativo ao diâmetro do ciclone ( $D_c$ ), dado em polegadas, segundo a seguinte equação:

$$K_1 = 5,27 \cdot D_c^{0,66} \quad (45)$$

$K_2$ : fator relativo ao diâmetro do *vortex finder* ( $D_o$ ), dado em polegadas:

$$K_2 = \left( \frac{D_o}{0,3 \cdot D_c} \right)^{0,6} \quad (46)$$

$K_3$ : fator relativo à área do *inlet* ( $A_i$ ), dada em polegadas quadradas:

$$K_3 = \left( \frac{A_i}{0,05 \cdot D_c^2} \right)^{0,15} \quad (47)$$

$K_4$ : fator relativo à queda de pressão ( $P$ ), dada em *psi*:

$$K_4 = 1,91 \cdot P^{-0,281} \quad (48)$$

$K_5$ : fator relativo ao ângulo das seções cônicas:

$$K_5 = 1,0 \quad \text{para} \quad S^\circ = 20^\circ;$$

$$K_5 = 0,85 \quad \text{para} \quad S^\circ = 10^\circ;$$

$$K_5 = 0,75 \quad \text{para} \quad S^\circ = gMAX;$$

$$K_5 = 2,5 \quad \text{para} \quad S^\circ = \text{Fundo plano}.$$

$K_6$ : fator relativo à quantidade de seções cilíndricas ( $N_c$ ) e à inclinação do ciclone ( $\rho$ ) em relação ao eixo vertical:

$$K_6 = (1,1 - 0,1 \cdot N_c) \cdot (1,0 + 0,005 \cdot I^\circ) \quad (49)$$

$K_7$ : fator relativo ao *Terminal Density* ( $TD$ ) e à concentração de sólidos ( $C_{vf}$ ), em volume, na alimentação:

$$K_7 = \left( 1 - \frac{C_{vf}}{TD} \right)^{-1,43} \quad (50)$$

$K_8$ : fator relativo às diferenças de densidades dos sólidos ( $\rho_s$ ) e do líquido ( $\rho_l$ ):

$$K_8 = \left( \frac{1,65}{\rho_s - \rho_l} \right)^{0,5} \quad (51)$$

A combinação entre o  $d_{50}$ cor e os dados granulométricos irá determinar o balanço de massas da operação, informando as recuperações mássicas e as concentrações de sólidos dos produtos.

A última variável a ser definida é o diâmetro do *apex* ( $D_u$ ), cujo cálculo é função da vazão volumétrica pelo *underflow* de cada ciclone e do diâmetro do *vortex finder*.

A equação para o cálculo do diâmetro do *apex* é a representada a seguir:

$$D_u = \left( \frac{\left( \frac{Q_g}{37,11 \cdot NCO} \right)^{-0,8}}{D_o} \right)^{-0,378} \quad (52)$$

Uma vez calculado o diâmetro do *apex*, deve-se ajustá-lo ao mais próximo disponível para o ciclone selecionado.

## PLANEJAMENTO FATORIAL

A solução de problemas complexos exige pensar de forma sistemática para que se possa chegar a sua solução de maneira ágil e definitiva. A primeira vista pode parecer trabalhoso, mas a sistematização conduz a soluções mais rápidas e definitivas por considerar todos os fatores envolvidos nos problemas.

Uma maneira sistemática de avaliar a magnitude de várias fontes de variação que influenciam um processo deve se iniciar com a identificação e seleção dos fatores que possam contribuir para a variação. Geralmente, sessões de *brainstorming*, fluxogramas e diagramas de causa-efeito realizados por especialistas no processo, podem contribuir para a escolha apropriada desses fatores (MONTGOMERY, 2001).

Planejamento de Experimentos (*Design of Experiments DOE*) é uma metodologia desenvolvida por Sir Ronald A. Fisher e vem sendo aperfeiçoada por importantes pesquisadores, como Box, Hunter, Montgomery e Taguchi, entre outros. O *DOE* consiste em uma metodologia de otimização estatística que busca encontrar os melhores níveis para um conjunto de parâmetros que exerçam influência sobre dado processo, através da análise simultânea de diversos fatores.

O experimento é um teste, ou uma série de testes, no qual são feitas mudanças propositais nas variáveis de entrada de um processo, de modo que se possa observar e identificar mudanças correspondentes na resposta de saída. Os elementos básicos que compõem o planejamento fatorial podem ser definidos como: (i) Fatores controlados: variáveis que podem ser modificadas durante os experimentos para determinar a influência nas saídas; (ii) Fatores não controlados: variáveis que deveriam permanecer constantes durante os experimentos, mas de alguma forma variam alterando as saídas; (iii) Respostas: saídas que deverão ser otimizadas; e (iv) Modelo: consiste na equação que relaciona as respostas com os fatores do processo (MONTGOMERY, 2001). A Figura 3 mostra um esboço dos elementos de um processo.

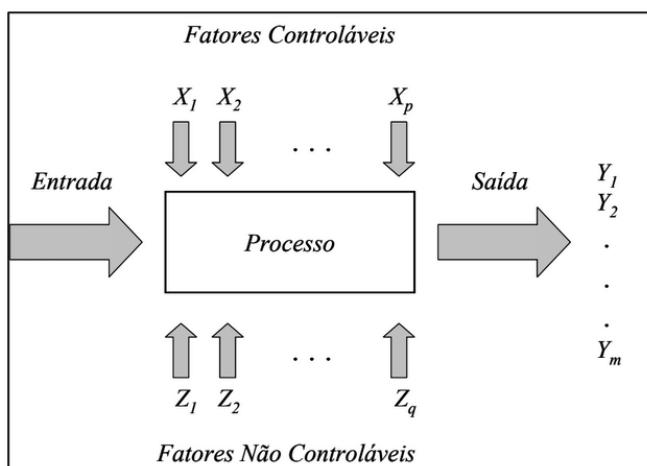


Figura 3 - Elementos de um Processo (Montgomery, 2001).

A partir do planejamento de experimentos pode-se determinar os fatores do processo que exercem maior influência no desempenho de um determinado processo, tendo como resultados: (i) a redução da variação do processo e aumento da concordância entre os valores nominais obtidos e os valores pretendidos; (ii) a redução do tempo do processo; (iii) a redução do custo operacional; e (iv) a melhoria no rendimento do processo (RIBEIRO; TEN CATEN, 2003).

As etapas do planejamento de experimento são: (i) definição das variáveis de resposta que avaliam o desempenho de um experimento; (ii) definição dos parâmetros do processo que podem ter influência sobre as variáveis de resposta; (iii) priorização dos fatores controláveis que são um subconjunto dos parâmetros do processo que serão investigados no experimento; (iv) definição dos fatores constantes, subconjunto dos parâmetros do processo que não serão investigados no experimento; (v) definição do intervalo de investigação dos fatores controláveis; (vi) definição dos níveis dos fatores controláveis; (vii) definição das restrições experimentais; (viii) definição da necessidade de blocagem e/ou fracionamento; e (ix) definição da matriz experimental ser executada, ou seja, os ensaios com a combinação dos níveis dos fatores controláveis a serem realizados (ARANDA; JUNG; TEN CATEN, 2008).

A utilização de técnicas de planejamento e análise de experimentos tem-se tornado mais comum na indústria mineral. A pesquisa experimental adquiriu uma considerável importância na pesquisa organizacional devido, principalmente, a dois fatos: o primeiro deles diz respeito à força desse método de investigação em permitir que o pesquisador faça fortes declarações de causalidade; o segundo, diz respeito à facilidade encontrada pelo pesquisador, em estabelecer relações de causa e efeito, fazendo com que o experimento seja considerado um modelo de delineamento de pesquisa (BRYMAN, 1989).

Para realização dos experimentos, três estratégias podem ser adotadas ou combinadas: (i) as réplicas – consistem na repetição de um mesmo teste várias vezes, em unidades experimentais diferentes, criando-se uma variação para a variável de resposta que pode ser utilizada para se avaliar a significância estatística do incremento experimental; (ii) a aleatorização – ao se aleatorizar um experimento, aumenta-se sua validade, porque se aumenta a chance dos efeitos desconhecidos serem distribuídos através dos níveis dos fatores; e (iii) a blocagem – quando não for possível manter a homogeneidade das condições experimentais, deve-se empregar a blocagem. Esta técnica estatística permite avaliar se a falta de homogeneidade interfere nos resultados. Um bloco consiste de uma parte do experimento completo, que se presume ser mais uniforme do que o todo.

Os benefícios de se utilizar técnicas de planejamento experimental e análises multivariadas são: (i) reduzir o número de ensaios sem reduzir a qualidade da informação; (ii) estudar simultaneamente diversas variáveis, separando seus efeitos; (iii) determinar a confiabilidade dos resultados; (iv) selecionar as variáveis que influem o processo com número reduzido de ensaios; (v) representar o processo estudado através de expressões matemáticas; e (vi) elaborar as conclusões a partir de resultados quantitativos.

O arranjo experimental mais comum é o projeto fatorial completo em que todas as combinações dos níveis são testadas, gerando um número de testes igual à multiplicação do número de níveis. Um dos projetos fatoriais mais vantajosos são os projetos do tipo  $2^k$ , para os quais o número de experimentos ( $N$ ) para avaliar  $k$  fatores é 2 elevado ao número de fatores  $k$ , dado por  $N = 2^k$ .

Os experimentos fatoriais completos ( $2^k$ ) permitem a estimativa de todos os efeitos ( $k$ ) de primeira ordem de todas as interações de dois fatores, de todas as interações de três fatores e assim por diante. Todas as interações possíveis são avaliadas independentemente. Cada efeito estimado é expresso pela diferença entre as duas médias, cada uma contendo  $2^{k-1}$  observações. Fatoriais Completos cobrem todo o espaço experimental. Porém, enquanto o número de fatores cresce linearmente, o número de experimentos cresce exponencialmente. Uma quantidade muito grande de fatores pode tornar um processo de experimentação inviável.

Os arranjos fatoriais completos podem ser gerados para qualquer quantidade de fatores e os níveis de cada fator se alternam a cada experimento ( $2^0$ ); para cada coluna, os níveis se alteram a cada  $2^1$ ; para a terceira coluna, os níveis se alteram a cada  $2^2$  e assim por diante. O procedimento se repete para tantas colunas quantas forem os  $k$  fatores, até a  $k$ -ésima coluna.

Se houver pouco interesse nas interações, pode-se negligenciá-las. Neste caso, uma quantidade menor de experimentos seria suficiente para avaliar apenas os efeitos principais ou as interações de baixa ordem. Assumindo-se, portanto, a hipótese da esparsidade dos efeitos, frações do experimento completo podem ser suficientes para se detectar a presença de fatores influentes (MONTGOMERY; RUNGER, 2003).

Quando o número de fatores a serem investigados aumenta, o número de ensaios a serem realizados no experimento também aumenta, exigindo um maior investimento e tempo para a sua execução. Nesses casos se utilizam técnicas, como blocagem e/ou fracionamento. A blocagem permite que o experimento seja realizado em diferentes dias ou em diferentes máquinas e que este efeito não inflacione a estimativa do erro experimental. Ou seja, calcula-se o efeito da diferença entre os dias da semana ou da diferença entre as máquinas e este efeito é reduzido do erro experimental. O fracionamento permite realizar apenas uma fração dos ensaios a serem realizados, sem perder informações relevantes. Um projeto fatorial completo permite estudar os efeitos principais e todas as interações entre os fatores controláveis. Com o aumento do número de fatores, o número de interações entre os fatores aumenta rapidamente. No entanto as interações de alta ordem são difíceis de interpretar e em geral não são significativas. Dessa forma pode-se optar por rodar um projeto fatorial fracionado executando apenas uma fração dos ensaios e obtendo as mesmas informações relevantes do projeto fatorial completo, ou seja, os efeitos principais e os efeitos de interação de dois fatores. As informações que são perdidas no projeto fatorial fracionado são as interações de mais alta ordem, mas que a princípio não são significativas (RIBEIRO; CATEN, 2003 *apud* ARANDA et al., 2008).

A técnica de planejamento fatorial fracionado  $2^{k-p}$  ( $k$  é o número de fatores de controle do experimento e  $p$  é o número de colunas inseridas na matriz experimental) tem grande potencial de aplicação em problemas industriais, já que, com esta técnica, consegue-se, com uma pequena quantidade de ensaios, analisar a influência de um número grande de fatores (ARANDA et al., 2008).

## REGRESSÃO MÚLTIPLA

O modelo geral da regressão linear múltipla é (BELFIORE; FÁVERO; ÂNGELO, 2006):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon \quad (53)$$

Onde  $Y$  é o fenômeno em estudo – uma variável dependente métrica,  $\beta_0$  representa o intercepto – constante,  $\beta_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) são os coeficientes de cada variável – coeficientes angulares,  $X_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) são variáveis explicativas – métricas e  $\varepsilon$  é o termo erro – diferença entre o valor real de  $Y$  e o valor previsto para  $Y$  por meio de modelo para cada observação. O  $\varepsilon$  erro também é conhecido por resíduo, representa possíveis variáveis  $X$  que não foram inseridas no modelo e que seriam boas candidatas a explicativas da variável  $Y$ .

A regressão pode ser realizada baseada em um experimento planejado em que não existe correlação entre os fatores controláveis. Nesse caso quando adicionamos/retiramos um fator, os demais coeficientes não se alteram.

A notação matricial também é muito utilizada, podendo ser expressa da seguinte forma:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (54)$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (55) \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad (56) \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad (57) \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (58)$$

A regressão múltipla também pode ser realizada baseada em dados históricos em que existe correlação entre os fatores controláveis. Nesse caso, quando adicionamos/retiramos um fator, os demais coeficientes se alteram devido à multicolinearidade dos dados.

Na maioria das aplicações, os coeficientes de regressão reais são desconhecidos e devem ser estimados a partir de  $n$  vetores de dados amostrais. Esses dados amostrais podem ser obtidos através de projetos experimentais, dados históricos provenientes de outros estudos ou observações de um fenômeno (PEDRINI, 2009).

Além de relações lineares entre a variável dependente e variáveis explicativas é de se esperar outras formas de relações funcionais não lineares e são de relevante importância para compreensão do comportamento dos mais diversos fenômenos. A Tabela 3 apresenta algumas formas funcionais mais utilizadas.

Forma Funcional	Modelo
Linear	$Y = a + \beta X$
Exponencial	$\ln(Y) = \ln(a) + \beta X$
Logarítmica	$\ln(Y) = \ln(a) + \beta \ln(X)$
Semilogarítmica	$\ln(Y) = a + \beta X$
Inversa	$Y = a + \beta(1/X)$
Quadrática	$Y = a + \beta X^2$
Cúbica	$Y = a + \beta X^3$
Logística	$Y = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha + \beta X)}}$

Tabela 3 - Formas funcionais mais utilizadas (BELFIORE; FÁVERO; ÂNGELO, 2009)

Na maioria das aplicações, os coeficientes de regressão reais são desconhecidos e devem ser estimados a partir de  $n$  vetores de dados amostrais. Esses dados amostrais podem ser obtidos através de projetos experimentais, dados históricos provenientes de outros estudos ou observações de um fenômeno (PEDRINI, 2009).

## METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é uma coleção de técnicas matemáticas e estatísticas úteis para desenvolvimento e otimização de processos multivariáveis. A mais extensiva aplicação do RSM é na área industrial, particularmente em situações em que entram várias variáveis que potencialmente influenciam em alguma medida de desempenho ou na qualidade característica de um produto ou processo. E, essa medida de desempenho ou qualidade característica é chamada de resposta. (Myers e Montgomery, 1995) Para o uso dessa metodologia é necessário o domínio dos conceitos básicos de projeto de experimentos, regressão múltipla e otimização.

A proposta da MSR é responder questões gerais referente ao comportamento da resposta dentro do intervalo de interesse e mapear regiões de alto desempenho. Os estudos envolvem três etapas principais: (i) planejar o experimento, distribuindo adequadamente os pontos experimentais; (ii) estimar os coeficientes da equação da superfície de resposta; e (iii) explorar a superfície de resposta encontrando o ajuste dos fatores que maximiza a resposta (RIBEIRO; TEN CATEN, 2003).

A estratégia de análise supõe que a resposta de uma variável possa ser representada por uma função polinomial dos fatores controláveis. Podendo ser um modelo linear, quadrático ou até mesmo modelos não lineares. Os coeficientes dos modelos podem ser estimados mais eficientemente se for usado um projeto experimental adequado para a coleta de dados.

## ESTRATÉGIAS DE CONTROLE AUTOMATIZADAS DE PROCESSOS

O controle automático de processos, também chamado de automação, é amplamente utilizado no beneficiamento mineral e nos mais diversos ramos da indústria. Vem permitindo o ajuste de processos possibilitando o aumento de produtividade e melhoria nos níveis de qualidade.

A teoria e prática, combinadas na construção de controles automáticos constituem um ramo amplo da engenharia, que tem despertado a motivação para inúmeras pesquisas visando o desenvolvimento de sistemas cada vez mais sofisticados e úteis (DORF; BISHOP, 2001).

Um sistema de controle pode ser definido como uma combinação de componentes que agem em conjunto para alcançar um determinado objetivo, agindo de forma integrada com vistas a realizar determinada operação. Pode agir sobre o próprio funcionamento ou de outro sistema. Para a realização de suas atividades necessita de um modelo matemático composto por um conjunto de equações que representam a dinâmica do sistema (OGATA, 2003).

O controlador Proporcional Integral e Derivativo (PID) é amplamente utilizado nas usinas de beneficiamento mineral, seu sucesso pode ser atribuído a sua baixa sensibilidade na presença de perturbações. Outra técnica empregada e mais avançada é a dos modelos de controle preditivo (*model predictive control MPC*). Desenvolvido originalmente para as usinas elétricas e refinaria de petróleo.

O PID é composto de três termos, os quais estão relacionados ao cálculo do erro entre a variável de saída e um valor alvo a ser alcançado. A saída de um controlador é igual à soma de um termo proporcional, de um termo integral e de um termo diferencial, com um ganho ajustável para cada termo (DORF; BISHOP, 2001).

Os controles preditivos possuem uma abordagem diferente dos modelos tradicionais. No enfoque do controlador, existe uma perspectiva de antever o comportamento do processo, assim busca minimizar os desvios em relação a uma trajetória predefinida. Esses controladores necessitam da determinação do modelo de processo da função objetivo e da obtenção de uma lei de controle (SOUZA, 2004).

# PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

## DESCRÍÇÃO DO PROCESSO

As operações unitárias que compõem o circuito são a moagem, a classificação e a deslamagem. A Figura 4 apresenta o fluxograma de processo. O minério é extraído do silo de alimentação da moagem através de dois alimentadores de correia que alimentam os moinhos de bolas, constituindo duas linhas de moagem independentes. A descarga dos moinhos alimenta, por gravidade, duas caixas que é bombeada para a etapa de classificação. Composta por uma bateria de 8 hidrociclos de 26" por linha.

Adicionada água nas caixas de descarga da moagem para adequação da densidade da polpa da alimentação da classificação. O controle da % de sólidos da alimentação da classificação é feito via densímetros instalados no recalque das bombas de polpa, que controla a adição de água nas caixas de descarga dos moinhos.

Na classificação realiza-se o corte em aproximadamente 50  $\mu\text{m}$  ( $d_{50c}$ ), o que proporciona o produto da moagem (*overflow*) com as características granulométricas e de superfície desejadas. O *underflow* da classificação retorna para o moinho fechando o circuito.

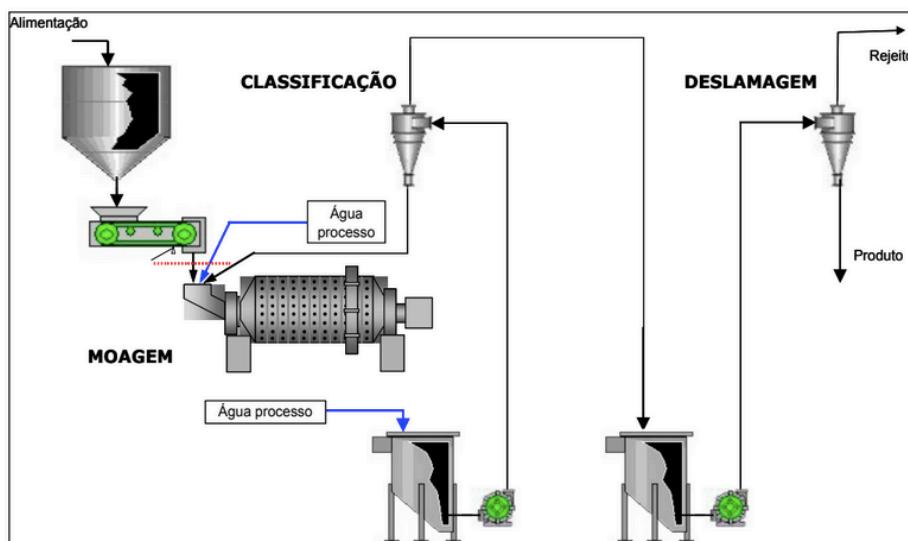


Figura 4 - Fluxograma de processo do circuito de moagem de Carajás.

O *overflow* da classificação, o produto do circuito de moagem/classificação seguirá, por gravidade, para a caixa de alimentação dos ciclones deslamadores. A operação de deslamagem será a responsável pelo controle da superfície específica do *pellet feed* moído (*underflow* da deslamagem).

A pesquisa se deu em três grandes etapas: (i) utilização de tecnologia de simulação de processos minerais, (ii) utilização de análises multivariadas e (iii) análise e definição de estratégias automatizadas para controle de processo.

## TECNOLOGIA DE SIMULAÇÃO MINERAL

A Tecnologia de Simulação Mineral baseia-se em modelos fenomenológicos capazes de prever o desempenho industrial do circuito de beneficiamento mineral. Os modelos fenomenológicos baseiam-se em conhecimentos fundamentais das leis da física e química, nos princípios de conservação de massa, energia e quantidade de movimento. Portanto, modelos complexos de grande capacidade explorativa.

Utilizou-se o Software *USIM PAC* para simular o desempenho industrial do circuito de moagem de minério de ferro de Carajás a partir de resultados de uma amostragem realizada no circuito industrial. Foram analisadas e utilizadas as curvas granulométricas e densidade de polpa dos principais fluxos de processo. A Figura 5 apresenta o fluxograma de processo com a numeração dos fluxos.

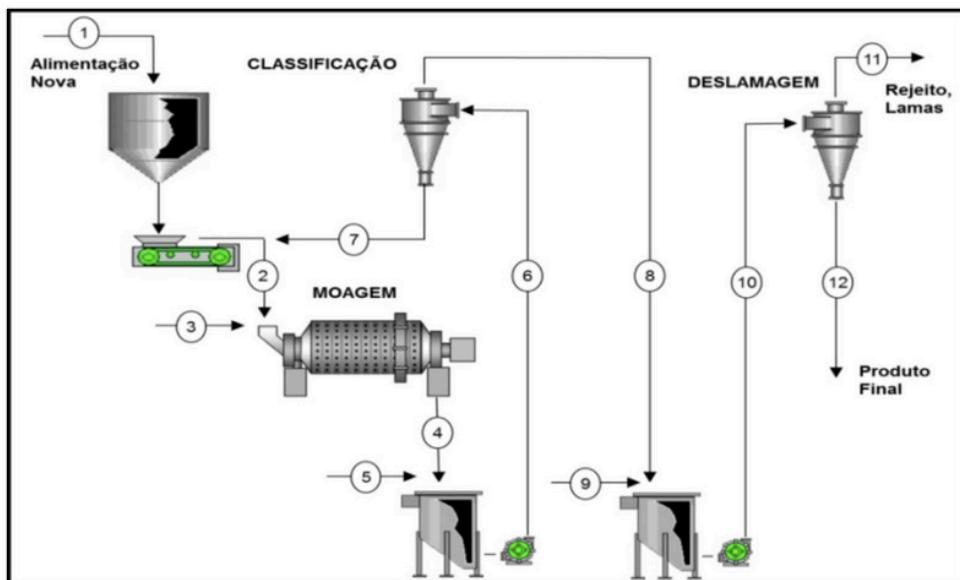


Figura 5 - Fluxograma de Processo.

## Obtenção do Balanço de Massas

Os principais fluxos, como a alimentação nova (1), alimentação da classificação (6), o produto da moagem (8), lamas, rejeito (11) e o *Pellet Feed*, produto final (12) foram amostrados e determinou-se curva granulométrica, a vazão mássica e a densidade de polpa. A Tabela 4 apresenta a forma de obtenção da vazão mássica, curva granulométrica e percentual de sólidos para cada fluxo.

#	Descrição do Fluxo	Vazão Mássica	Granulometria	Densidade de Polpa
1	Alimentação nova	MEDIDA	MEDIDA	MEDIDA
2	Alimentação do moinho	CALCULADA	CALCULADA	Calculada
3	Água de diluição do moinho	CALCULADA	INEXISTENTE	CALCULADA
4	Descarga do moinho	MESMA FLUXO 2	MESMA FLUXO 6	ESTIMADA
5	Água de diluição da classificação	CALCULADA	INEXISTENTE	CALCULADA
6	Alimentação da classificação	MEDIDA	MEDIDA	MEDIDA
7	Carga circulante	CALCULADA	SIMULADA	CALCULADA
8	Produto da moagem	MESMA FLUXO 1	MEDIDA	MEDIDA
9	Água de diluição da deslamagem	CALCULADA	INEXISTENTE	MEDIDA
10	Alimentação da deslamagem	MESMA FLUXO 1	MESMA FLUXO 8	MEDIDA
11	Lamas, rejeito	MEDIDA	MEDIDA	MEDIDA
12	<i>Pellet Feed</i> , produto final	MEDIDA	MEDIDA	MEDIDA

Tabela 4 - Forma de obtenção das características dos fluxos

Simulou-se a granulometria da carga circulante (7) utilizando-se dados existentes de um circuito similar ao circuito de moagem da Usina de Brucutu, localizada em São Gonçalo, Minas Gerais. Utilizou-se a calibração realizada para o ciclone de classificação para inferir esse fluxo.

Os dados obtidos na simulação servirão como primeira estimativa para a obtenção do balanço de massas. O circuito possui um densímetro para medição em tempo real para a densidade da alimentação da deslamagem (10), esta informação é utilizada para controle de processo.

Calculou-se a distribuição granulométrica e vazão mássica da alimentação do moinho (2), que é composta pela soma dos fluxos alimentação nova (1) e carga circulante (7), e a densidade de sólido foi estimada. A distribuição granulométrica da descarga do moinho (4) é a mesma da alimentação da classificação (6), as densidades e vazões mássicas da alimentação do moinho (2) e descarga do moinho (4) são as mesmas.

De posse de todos os dados pôde-se realizar a reconciliação dos dados, verificada a sua consistência e feita a validação do balanço de massas. Nessa fase, comparou-se os dados obtidos na amostragem com aqueles gerados pelo balanço de massas. Caso não fossem detectadas diferenças significativas, ou se as diferenças detectadas fossem em poucos pontos amostrados e considerados de baixa representatividade, considerar-se-ia o balanço de massas validado.

## Configuração e calibração dos modelos matemáticos

O primeiro passo para a calibração dos modelos consiste em informar quais seriam os parâmetros físicos dos equipamentos, uma vez que os modelos utilizados são fenomenológicos, ou seja, consideram os princípios físicos, químicos ou de engenharia envolvidos.

Os parâmetros físicos do moinho são a quantidade de moinhos em paralelo (i), o diâmetro do moinho (ii), a relação entre o comprimento e a largura (iii), o grau de enchimento (iv), a densidade do corpo moedor (v), o percentual de velocidade crítica (vi) e o tipo de descarga (vii).

Os parâmetros físicos dos hidrocyclones são a quantidade de ciclones em paralelo (i), o diâmetro dos ciclones (ii), a altura – distância entre o *underflow* e *overflow* / D (iii), o diâmetro do *inlet*, / D (iv), o diâmetro do *vortex* / D (v), e o diâmetro do *apex* / D (vi).

A partir daí, fez-se a simulação reversa dos parâmetros internos dos modelos para cada modelo por retrocálculo (ou calibração). O retrocálculo consiste em achar a melhor solução matemática desses parâmetros, fazendo a comparação entre as curvas granulométricas e partições do balanço de massas com aquelas simuladas na calibração, para validar a calibração realizada.

Uma vez encontrada a calibração individual de cada operação unitária, fez-se a simulação de todo o circuito. A partir da curva granulométrica inicial, dos parâmetros físicos dos equipamentos e dos parâmetros internos dos modelos calibrados, determinam-se os dados de todos os fluxos. Essa simulação também é validada e considerada como caso base e, a partir daí, pode-se simular os diversos cenários a serem avaliados.

## ANÁLISE MULTIVARIADA E OTIMIZAÇÃO

A análise multivariada foi realizada a partir dos dados obtidos pela simulação computacional, tecnologia anteriormente descrita. A sequência de trabalho foi a seguinte: definiu-se quais variáveis e seus respectivos limites que seriam avaliados (i), realizou-se o planejamento fatorial dos ensaios (ii), fez-se as simulações computacionais para cada ensaio (iii), realizou-se a análise de variância para definir quais as variáveis significativas (iv), com fatores considerados significativos fez-se a análise de regressão múltipla (iv) e definiu-se os pontos ótimos de cada uma das variáveis de processo significativa (v).

A análise e a modelagem multivariada iniciaram-se pela seleção das variáveis e limites a serem simulados; nesta fase se define quais as variáveis de processos que devem ser analisadas e seus respectivos valores devem ser escolhidos mediante seleção criteriosa. Portanto deve-se avaliar quais os principais fatores que interferem no desempenho de um circuito de moagem.

O objetivo da otimização foi maximizar a produtividade, minimizar o tamanho pelo qual a 80% do material é passante e maximizar a recuperação em massa.

O desempenho de um moinho é fortemente impactado pelos parâmetros de projetos, características construtivas e pelas variáveis operacionais. A maioria dos parâmetros de projetos e as características construtivas não podem ser modificadas e/ou requerem custos elevados. Sendo eles: o diâmetro do moinho (i); relação comprimento e diâmetro do moinho (ii); e percentual da velocidade crítica (iii). As variáveis operacionais são: grau de enchimento (i); e percentual de sólidos da polpa de alimentação (ii). O corpo moedor pode ser ajustado ao longo da operação, principalmente o tipo de liga e o diâmetro de reposição.

O diâmetro do moinho e sua relação comprimento e diâmetro do moinho influenciam fortemente a potência instalada, definindo qual a quantidade de energia pode ser utilizada no processo de moagem.

O percentual da velocidade crítica define o tipo de carga no interior do moinho: em velocidades baixas o movimento é denominado cascata, onde a moagem por atrito é favorecida; em velocidades mais elevadas o movimento se denomina catarata, favorecendo a moagem por impacto.

O percentual de sólidos da polpa de alimentação do moinho influencia o tempo de residência e na viscosidade, que por sua vez afetam o desempenho do processo de moagem.

As variáveis de uma classificação e deslamagem podem ser divididas em físicas, relativas à geometria dos ciclones e às de condições operacionais.

As variáveis físicas são: o diâmetro do ciclone (i) que é a principal variável geométrica do equipamento, exerce influência sobre o diâmetro de corte e na capacidade do equipamento; a área do *inlet* (ii), que influencia na velocidade de alimentação e consequentemente na capacidade; a altura (iii), que influencia significativamente no desempenho do ciclone; o diâmetro do *vortex* (iv), que influencia a percentagem de sólidos no *overflow* e no diâmetro de corte e o diâmetro do *apex* (v), que influencia no percentual de sólidos no *underflow* e, consequentemente, na partição de partículas finas para o *underflow*, e seu estrangulamento provoca a operação em cordão, fazendo com que o fluxo ascendente de ar seja bloqueado, aumentando consideravelmente a partição para *underflow*.

As variáveis operacionais são: o percentual de sólidos da polpa da alimentação (i) que influencia significativamente o diâmetro de corte; e a pressão de alimentação (ii) que influencia a força centrífuga das partículas e consequentemente o diâmetro de corte. A variação da pressão pode ser obtida a partir da variação do número de ciclones em operação.

Algumas características geométricas podem ser substituídas no decorrer do tempo em uma operação, como os diâmetros do *inlet*, do *vortex* e do *apex*. Devido à grande influência do diâmetro do *vortex* no diâmetro do corte, esta variável será objeto de estudo, além das variáveis operacionais.

As variáveis operacionais ou fatores a serem avaliados serão: percentagem de sólidos da polpa de alimentação do moinho (i), grau de enchimento do moinho (ii), percentagem de sólidos da polpa de alimentação da classificação (iii), diâmetro de *vortex* dos ciclones de classificação (iv), número de ciclones em operação na classificação (v), percentagem de sólidos da polpa de alimentação da deslamagem (vi), diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (vii) e número de ciclones em operação na deslamagem.

Uma vez definidas quais as variáveis e seus respectivos limites a ser estudado, o próximo passo é o planejamento fatorial dos ensaios. Como o número de fatores foram elevados, oito, utilizou-se o método conhecido como projetos fatoriais fracionados, e com isso, pode-se reduzir a quantidade de simulações para geração de um banco de dados mais simplificado. Utilizou-se o projeto fatorial fracionado  $2^{k-2}$ , 2k para os pontos estrela e mais um experimento para o ponto central.

Para a geração da base de dados utilizou-se a simulação computacional. Nessa fase realizaram-se as simulações das opções de circuito, das variáveis, seus respectivos valores e a sequência para a obtenção da base de dados. Também foram gerados todos os cenários para posterior avaliação.

A partir da análise de variância foi possível determinar quais as variáveis de processo e quais as interações foram identificadas como significativas. De posse dessas variáveis e interações, realizou-se a análise de regressão múltipla para compreender e definir a relação matemática entre tais variáveis de processo.

Finalmente, definiu-se os pontos ótimos das variáveis de processo, através de utilização de rotinas de otimização. Esta condição ótima foi simulada para validação e confirmação dos resultados.

## DEFINIÇÃO DA ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE PROCESSO

A partir da definição de quais os fatores significativos, elegeu-se as variáveis de processos que seriam governadas pela estratégia de controle, qual a forma de medição desta variável, se de forma direta ou indireta, e qual a ação a ser tomada para realizar o ajuste, a saber: para determinação do grau de enchimento do moinho (i) deverá ser obtida de forma indireta a partir do percentual de corrente consumida no motor principal, o percentual de sólidos na alimentação do moinho (ii) deverá ser feito a partir de um instrumento virtual, calculado a partir dos demais parâmetros do processo, número de hidrociclones em operação (iii) pela posição das válvulas de alimentação dos hidrociclones, válvulas indicando posição aberta indicam que o equipamento está em operação, e percentual de sólidos de alimentação dos hidrociclones (iv) medido de forma direta a partir de densímetros instalados na tubulação destes fluxos.

Em seguida define-se quais os instrumentos auxiliares são necessários ao controle, tais como sensores de nível, inversores de frequência, válvulas de controle, balanças e medidores de vazão. Por último uma descrição detalhada de qual a estratégia de controle recomenda-se para o circuito.

# RESULTADOS E DISCUSSÃO

## OBTENÇÃO DO BALANÇO DE MASSAS

Os principais fluxos, sendo: a alimentação nova, alimentação da classificação, o produto da moagem, lamas – rejeito e o *pellet feed* – produto final foram amostrados e determinou-se a curva granulométrica, a vazão mássica e a densidade de polpa. Os demais fluxos foram estimados para facilitar a obtenção do balanço de massas.

A Figura 6 apresenta dados amostrados e de balanço de massas de um ciclone de classificação em aplicação similar, circuito de moagem da usina de Brucutu, localizada em São Gonçalo, Minas Gerais. As curvas granulométricas para alimentação, *underflow* e *overflow* do ciclone, obtidas a partir dos dados medidos se aproximaram das curvas granulométricas correspondentes, geradas a partir do balanço de massas, validando a amostragem e o balanço de massas obtido.

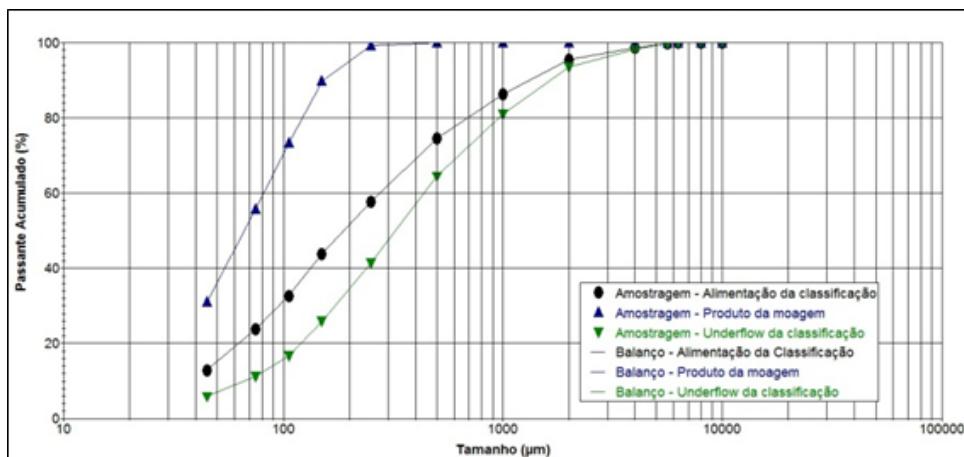


Figura 6 - Distribuições granulométricas do balanço de massas da classificação de Brucutu.

A Figura 7 demonstra que a calibração ficou bem ajustada, pois a curva de participação do balanço de massas aproxima-se da curva de participação simulada, validando a calibração.

A Figura 8 apresenta a distribuição granulométrica da simulação da classificação do circuito de moagem de Brucutu, evidenciando-se que as curvas de distribuição granulométrica da alimentação, *underflow* e *overflow* do ciclone obtiveram bom ajuste. Ou seja, a calibração foi adequada.

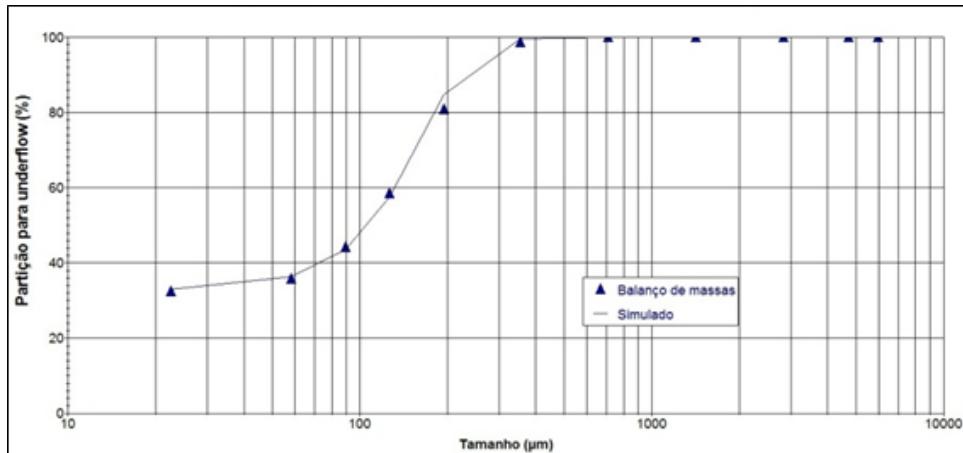


Figura 7 - Curva de participação do balanço de massas da classificação da moagem de Brucutu.

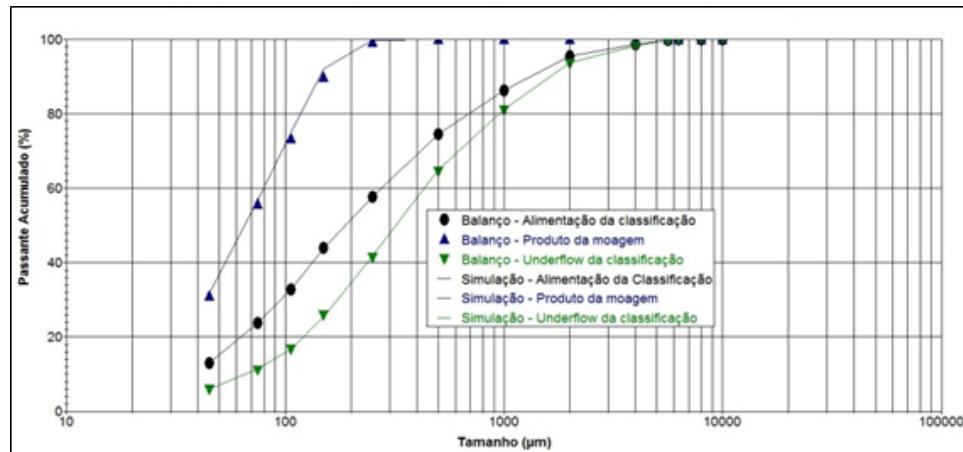


Figura 8 - Distribuições granulométricas da simulação da classificação de Brucutu.

Utilizando-se esse modelo calibrado e a curva de alimentação da classificação da moagem de Carajás, pôde-se simular o desempenho desta classificação. Observa-se na Figura 9 que a curva do produto da moagem obtido no balanço de massas se aproxima da curva do produto da moagem amostrado. Portanto, utilizou-se essa curva estimada para a obtenção do balanço de massas do circuito de moagem de Carajás. Como trata-se de um fluxo que não foi medido considerou-se que os erros associados a cada malha granulométrica são elevados. Avaliando-se a Figura 9, pôde-se considerar o balanço de massas obtido validado para a classificação.

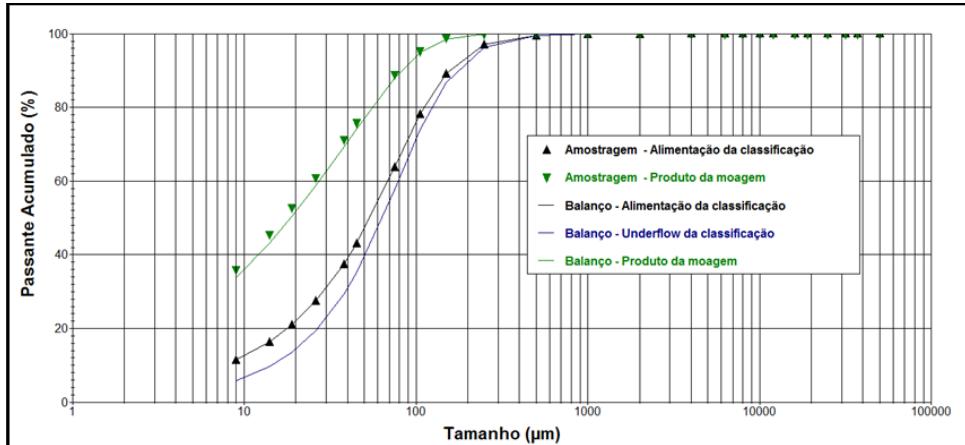


Figura 9 - Distribuições granulométricas do balanço de massas da classificação.

A Figura 10 mostra que para a deslamagem, as curvas de distribuição granulométrica dos dados amostrados e dos dados obtidos a partir do balanço de massas das lamas e de pellet feed se aproximam bem, validando o balanço para a deslamagem.

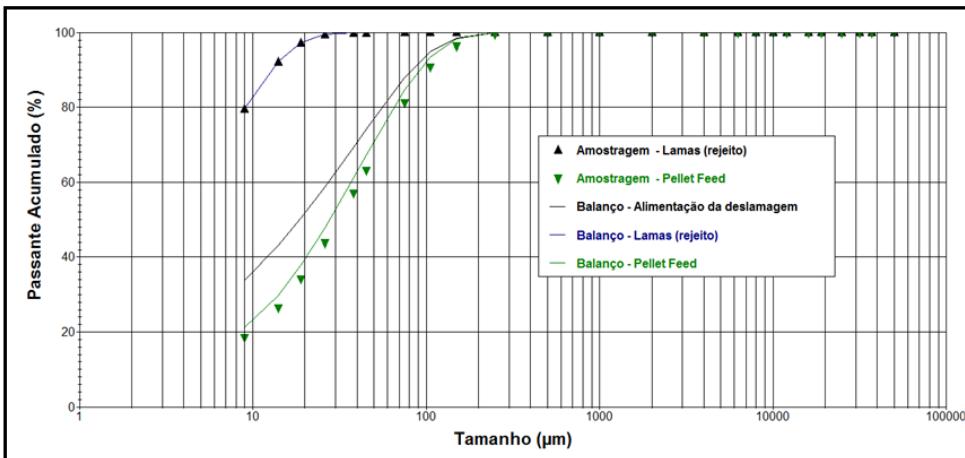


Figura 10 - Distribuições granulométricas do balanço de massas da deslamagem.

A Figura 11 apresenta todas as distribuições granulométricas dos dados amostrados e das obtidas no balanço de massas.

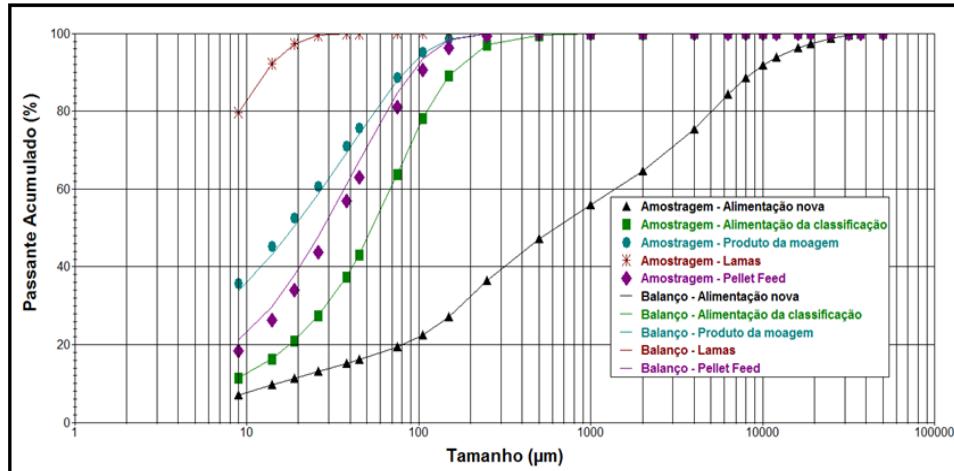


Figura 11 - Distribuições granulométricas do balanço de massas dos principais fluxos.

#	Descrição do Fluxo	Vazão Mássica (t/h)		Percentual de Sólidos (%)	
		Amostrado	Balanço	Amostrado	Balanço
1	Alimentação nova	770	770	91,0	91,0
2	Alimentação do moinho	-	1735	-	76,9
4	Descarga do moinho	-	1735	-	76,9
6	Alimentação da classificação	-	1735	57,0	57,0
7	Carga circulante	-	965	-	79,75
8	Produto da moagem	-	770	-	44,0
10	Alimentação da deslamagem	-	770	25,4	25,4
11	Lamas, rejeito	164	164	10,2	10,3
12	Pellet Feed, produto final	606	606	42,4	42,1

Tabela 5 - Comparação entre as vazões mássicas e percentuais de sólidos

A Tabela 5 apresenta a comparação entre a vazão mássica e percentual de sólidos dos dados amostrados versus o resultado do balanço de massas. No balanço de massas obtido, todas as vazões mássicas e percentuais de sólidos amostrados não necessitaram de ajustes, mantendo-se o valor amostrado.

#	Descrição do Fluxo	Vazão (t/h)		$d_{80}$ (%)		$d_{50}$ (%)	
		Balanço	Simulado	Balanço	Simulado	Balanço	Simulado
1	Alimentação nova	770,0	770,0	5202,8	5202,8	657,9	657,9
2	Alimentação do moinho	3772,8	3576,0	207,1	218,4	75,3	74,2
4	Descarga do moinho	3772,8	3576,0	113,3	113,3	54,9	45,5
6	Alimentação da classificação	3772,8	3576,0	113,3	113,3	54,9	45,5
7	Carga circulante	3002,8	2806,0	127,0	129,6	64,8	60,2
8	Produto da moagem	770,0	770,0	57,7	43,6	18,7	18,0
11	Lamas, rejeito	164,0	162,0	9,1	9,3		
12	Pellet Feed, produto final	606,0	608,0	66,9	50,9	28,0	24,5

Tabela 6 - Comparação das granulometrias dos dados amostrados versus o balanço de massas

A Tabela 6 apresenta a comparação das granulometrias dos dados amostrados versus o balanço de massas. Comparou-se o  $d_{95}$ ,  $d_{80}$  e  $d_{50}$  das curvas granulométricas, sendo o tamanho da malha pelo qual 95, 80 e 50% do material é passante, respectivamente. O tamanho da malha foi o obtido por interpolação linear.

## CALIBRAÇÃO DOS MODELOS

### Moagem

Para realizar a calibração do modelo do moinho de bolas foram informados os parâmetros físicos do equipamento: a quantidade de moinhos em paralelo, o diâmetro do moinho, a relação entre o comprimento e a largura, o grau de enchimento, a densidade do corpo moedor, o percentual de velocidade crítica e o tipo de descarga. A Tabela 7 apresenta os parâmetros físicos do moinho de bolas.

Parâmetro físico	Valor
Quantidade de moinhos em paralelo	2
Diâmetro do moinho (m)	6
Relação entre o comprimento e a largura	1,83
Grau de enchimento	34,29
Densidade do corpo moedor ( $g/cm^3$ )	7,8
Percentual de velocidade crítica	72%
Tipo de descarga	por overflow

Tabela 7 - Parâmetros físicos do moinho de bolas

A calibração realizada foi validada baseando-se nas curvas de distribuições granulométricas da descarga do moinho. A Figura 12 mostra que a curva simulada sobrepõe a curva obtida no balanço de massas.

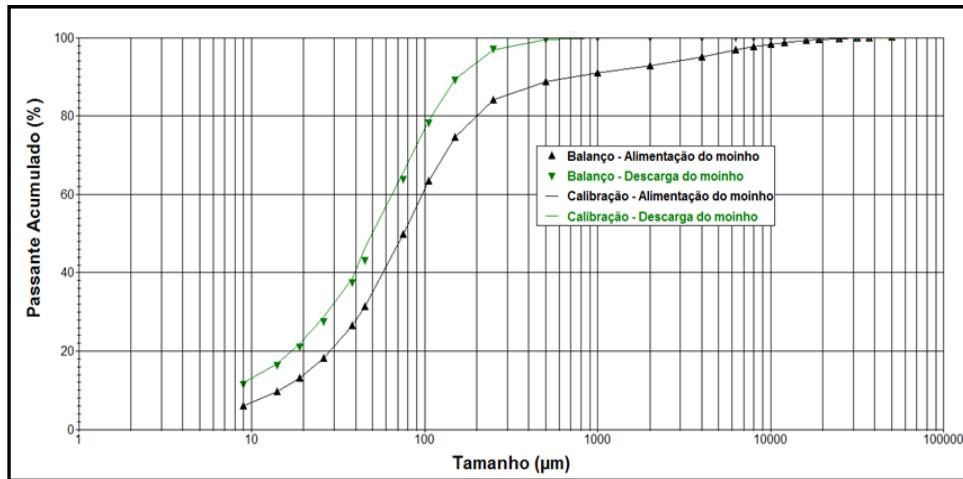


Figura 12 - Distribuições granulométricas do balanço de massas da moagem.

## Classificação

Para realizar a calibração do modelo dos hidrociclos de classificação foram informados os parâmetros físicos do equipamento: a quantidade de ciclones em paralelo, o diâmetro dos ciclones, a altura (distância entre o *underflow* e *overflow*/diâmetro) a relação entre os diâmetros do *inlet*, do *vortex* e do *apex* e o diâmetro do ciclone. A Tabela 8 apresenta os parâmetros físicos dos ciclones de classificação e deslamagem.

Parâmetro físico	Classificação	Deslamagem
Quantidade de ciclones em paralelo	6	240
Diâmetro do dos ciclones - D (m)	0,6604	0,1016
Altura (distância entre o <i>underflow</i> e <i>overflow</i> / D)	3,0000	4,0000
Diâmetro do <i>inlet</i> , / D	0,4738	0,3654
Diâmetro do <i>vortex</i> / D	0,461538	0,3571
Diâmetro do <i>apex</i> / D	0,152308	0,1969

Tabela 8 - Parâmetros físicos dos ciclones de classificação e deslamagem

A calibração realizada foi validada baseada na curva de partição – Figura 13, nas curvas de distribuições granulométricas do *overflow* e *underflow* – Figura 14. As curvas simuladas aproximam-se das curvas obtidas no balanço de massas.

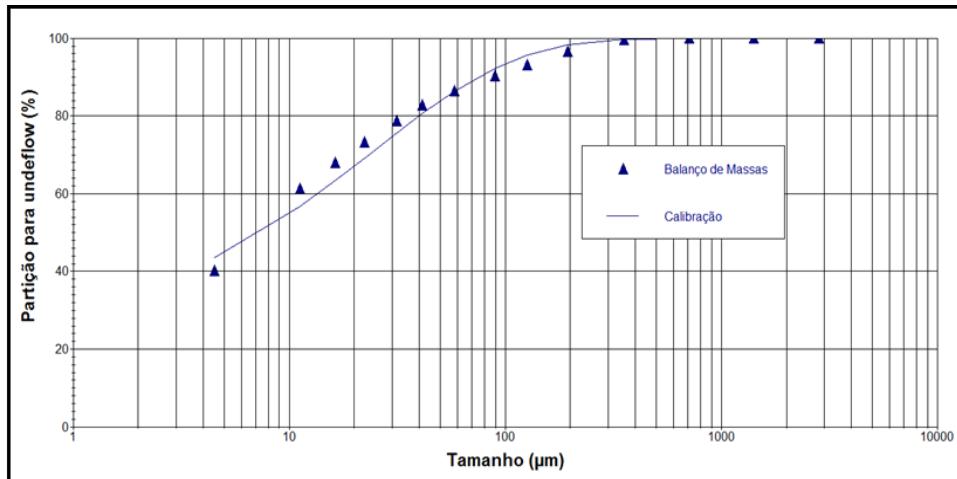


Figura 13 - Curva de participação da calibração da classificação.

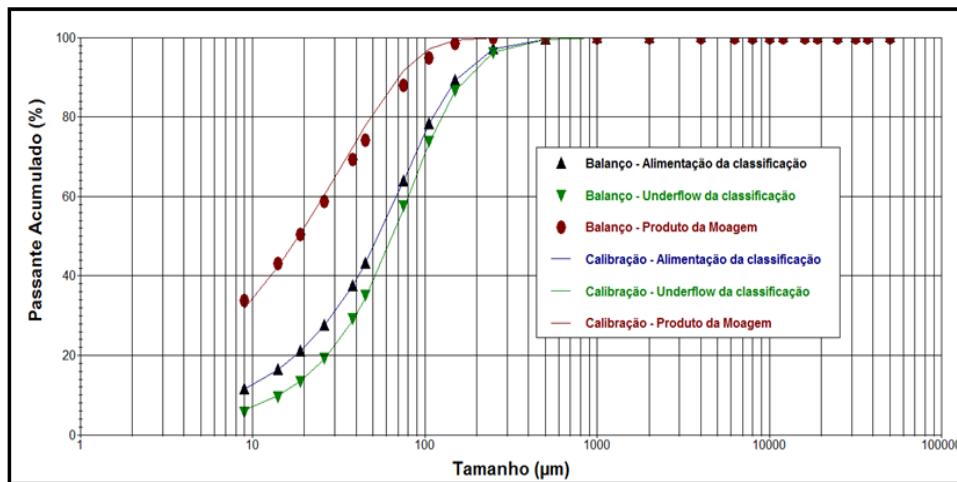


Figura 14 - Distribuições granulométricas da calibração da classificação.

## Deslamagem

Para realizar a calibração do modelo dos hidrociclones de deslamagem foram informados os parâmetros físicos do equipamento: a quantidade de ciclones em paralelo, o diâmetro dos ciclones, a altura (distância entre o *underflow* e *overflow* / diâmetro) a relação entre os diâmetros do *inlet*, do *vortex* e do *apex* e o diâmetro do ciclone.

A calibração realizada foi validada baseada na curva de participação – Figura 15, nas curvas de distribuições granulométricas do *overflow* e *underflow* – Figura 16. As curvas simuladas aproximam-se das curvas obtidas no balanço de massas.

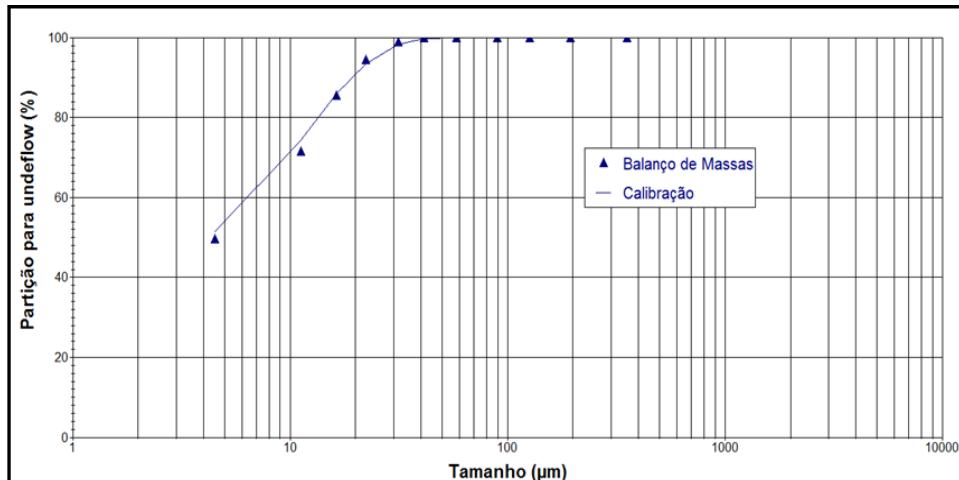


Figura 15 - Curva de participação da calibração da deslamagem.

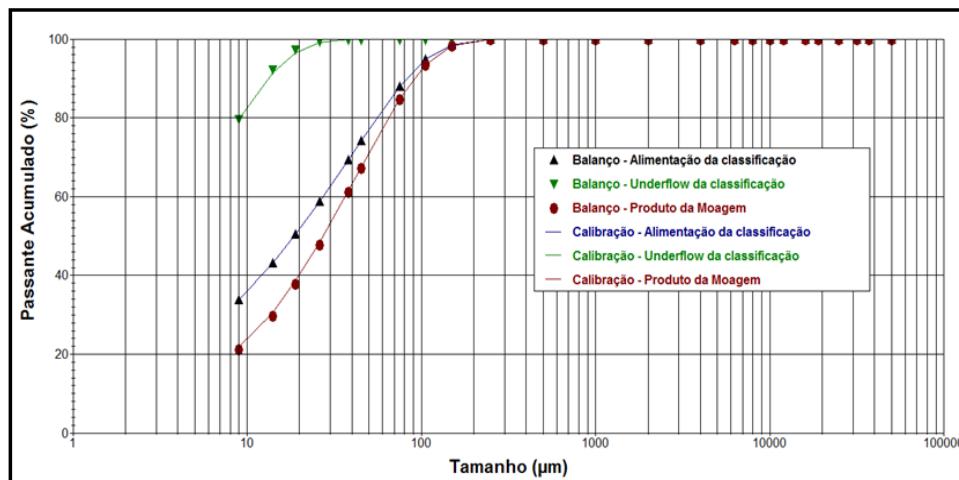


Figura 16 - Distribuição granulométrica da calibração da deslamagem.

#	Descrição do Fluxo	$d_{95}$ (mm)		$d_{80}$ (mm)		$d_{50}$ (mm)	
		Amostrado	Balanço	Amostrado	Balanço	Amostrado	Balanço
1	Alimentação nova	13929,2	13929,2	5202,8	5202,8	657,9	657,9
6	Alimentação da classificação	223,9	223,9	113,3	113,3	54,9	54,9
8	Produto da moagem	104,9	108,1	54,7	57,7	17,2	18,7
11	Lamas, rejeito	16,8	16,8	9,2	9,1		
12	Pellet Feed, produto final	140,4	120,6	73,2	66,9	31,7	28,0

Tabela 9 - Comparação das vazões mássicas e granulometrias do balanço versus o calibrado

A Tabela 9 apresenta comparação das vazões mássicas e das granulometrias dos dados do balanço de massas versus os dados correspondentes obtidos a partir da calibração. Para a granulometria comparou-se o  $d_{80}$  e  $d_{50}$  das curvas granulométricas, sendo o tamanho da malha pelo qual 80 e 50% do material é passante, respectivamente. O tamanho da malha foi obtido por interpolação linear. As diferenças encontradas, tanto para as vazões mássicas quanto para as distribuições granulométricas foram mínimas, mostrando que a qualidade da calibração dos modelos foi adequada.

## ANÁLISE MULTIVARIADA

A análise multivariada foi realizada a partir dos dados obtidos a partir de simulação computacional, tecnologia anteriormente descrita. A sequência do trabalho utilizado foi a seguinte: definiu-se quais variáveis e seus respectivos limites que seriam avaliados (i), realizou-se o planejamento factorial dos ensaios (ii), fez-se as simulações computacionais para cada ensaio (iii), realizou-se a análise de variância para definir quais as variáveis significativas (iv), com fatores considerados significativos, definiu-se a regressão que melhor descreve o processo (v) e a partir de otimização, definiu-se os pontos ótimos de cada variável de processo significativa (vi).

### Seleção das variáveis de processo – fatores

As variáveis operacionais ou fatores avaliados foram: percentagem de sólidos da polpa de alimentação do moinho (i), grau de enchimento do moinho (ii), percentagem de sólidos da polpa de alimentação da classificação (iii), diâmetro de *vortex* dos ciclones de classificação (iv), número de ciclones em operação na classificação (v), percentagem de sólidos da polpa de alimentação da deslamagem (vi), diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (vii) e número de ciclones em operação na deslamagem.

O aumento de percentagem de sólidos da polpa de alimentação do moinho favorece o desempenho até o limite em que a viscosidade de polpa não interfira no transporte.

Quanto maior o grau de enchimento do moinho maior é a energia efetivamente aplicada para a cominuição.

O aumento da percentagem de sólidos da polpa de alimentação dos ciclones provoca o aumento de viscosidade, consequentemente aumentando o diâmetro de corte.

Quanto maior o diâmetro de *vortex* dos ciclones maior a partição de água para o *overflow* e maior o diâmetro de corte.

O aumento do número de ciclones em operação na classificação provoca a redução da pressão de alimentação, reduzindo a força centrífuga das partículas e consequentemente, aumentando o diâmetro de corte.

## Planejamento fatorial

A Tabela 10 apresenta as variáveis de processo, ou fatores, e os níveis selecionados para a realização do planejamento fatorial.

O resultado do planejamento fatorial selecionado para os 8 fatores indicou a necessidade de se realizar 81 simulações sendo  $N = 2^{k-2} + 2k + 1$ , onde  $N$  representa a quantidade de experimentos e  $K$  a quantidade de fatores. A parte  $2^{k-2}$  compõe o projeto fatorial fracionado, estão dispostos nas simulações 1 a 64, a parte  $2k$  para os pontos estrela, dispostos nas simulações 65 a 80 e mais um experimento para o ponto central. A Tabela 11 apresenta o resultado desse planejamento.

Sigla	Fator	Unidade	Min (-)	Max (+)
PSM	Percentagem de sólidos na alimentação do moinho	%	72	76
ENM	Grau de enchimento do moinho	%	33	37
PSC	Percentagem de sólidos na alimentação da classificação	%	54	62
DVC	Diâmetro de vortex dos ciclones de classificação	mm	300	340
NCC	Número de ciclones em operação na classificação	quantidade	6	12
PSD	Percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem	%	19	27
DVD	Diâmetro de vortex dos ciclones de deslamagem	mm	29	41
NCD	Número de ciclones em operação na deslamagem	quantidade	120	240

Tabela 10 - Relação dos fatores e seus respectivos níveis

O valor  $+a$  para PSM (Percentagem de sólidos na alimentação do moinho) ficou elevado e foi considerado na simulação 78%, o que representa o limite físico do equipamento. O valor  $+a$  para ENM (Grau de enchimento do moinho) também ficou elevado e foi considerado na simulação 38%, o que representa o limite físico do equipamento. Os valores de  $-a$  e  $+a$  para NCC (Número de ciclones em operação na classificação) e NCD (Número de ciclones em operação na deslamagem) também extrapolaram os limites físicos, considerou-se 5 e 14 como limites para número de ciclones em operação na classificação. Para a deslamagem considerou-se os limites como 120 e 300 ciclones em operação.

### Projeto Fatorial

Os diagramas de Pareto dos efeitos permitem identificar visualmente aqueles mais importantes e comparar as magnitudes relativas entre eles, ao mostrar quais efeitos principais e quais interações são significativas para a variável resposta analisada. Esse diagrama é feito a partir dos valores absolutos de todos os fatores e suas interações e uma linha de referência equivalente ao nível de confiança de 95%. Qualquer efeito que ultrapasse essa linha de referência pode ser considerado significativo. Essa proposta de análise é conhecida como Método de Lenth.

A Tabela 12 apresenta o resultado das simulações, em que foram observados a produtividade (PROD), a granulometria do produto da moagem ( $P_{80}$ ) e a recuperação em massa (RM).

SO	PSM	ENM	PSC	DVC	NCC	PSD	DVD	NCD	SO	PSM	ENM	PSC	DVC	NCC	PSD	DVD	NCD
1	72	33	54	300	6	19	41	240	42	76	33	54	340	6	27	41	240
2	76	33	54	300	6	19	29	120	43	72	37	54	340	6	27	41	240
3	72	37	54	300	6	19	29	120	44	76	37	54	340	6	27	29	120
4	76	37	54	300	6	19	41	240	45	72	33	62	340	6	27	41	120
5	72	33	62	300	6	19	29	240	46	76	33	62	340	6	27	29	240
6	76	33	62	300	6	19	41	120	47	72	37	62	340	6	27	29	240
7	72	37	62	300	6	19	41	120	48	76	37	62	340	6	27	41	120
8	76	37	62	300	6	19	29	240	49	72	33	54	300	12	27	41	240
9	72	33	54	340	6	19	29	240	50	76	33	54	300	12	27	29	120
10	76	33	54	340	6	19	41	120	51	72	37	54	300	12	27	29	120
11	72	37	54	340	6	19	41	120	52	76	37	54	300	12	27	41	240
12	76	37	54	340	6	19	29	240	53	72	33	62	300	12	27	29	240
13	72	33	62	340	6	19	41	240	54	76	33	62	300	12	27	41	120
14	76	33	62	340	6	19	29	120	55	72	37	62	300	12	27	41	120
15	72	37	62	340	6	19	29	120	56	76	37	62	300	12	27	29	240
16	76	37	62	340	6	19	41	240	57	72	33	54	340	12	27	29	240
17	72	33	54	300	12	19	41	120	58	76	33	54	340	12	27	41	120
18	76	33	54	300	12	19	29	240	59	72	37	54	340	12	27	41	120
19	72	37	54	300	12	19	29	240	60	76	37	54	340	12	27	29	240
20	76	37	54	300	12	19	41	120	61	72	33	62	340	12	27	41	240
21	72	33	62	300	12	19	29	120	62	76	33	62	340	12	27	29	120
22	76	33	62	300	12	19	41	240	63	72	37	62	340	12	27	29	120
23	72	37	62	300	12	19	41	240	64	76	37	62	340	12	27	41	240
24	76	37	62	300	12	19	29	120	65	68,3431	35	58	320	9	23	35	180
25	72	33	54	340	12	19	29	120	66	79,6569	35	58	320	9	23	35	180
26	76	33	54	340	12	19	41	240	67	74	29,3431	58	320	9	23	35	180

27	72	37	54	340	12	19	41	240	68	74	40,6569	58	320	9	23	35	180
28	76	37	54	340	12	19	29	120	69	74	35	46,6663	320	9	23	35	180
29	72	33	62	340	12	19	41	120	70	74	35	69,3137	320	9	23	35	180
30	76	33	62	340	12	19	29	240	71	74	35	58	263,431	9	23	35	180
31	72	37	62	340	12	19	29	240	72	74	35	58	376,569	9	23	35	180
32	76	37	62	340	12	19	41	120	73	74	35	58	320	0,5147	23	35	180
33	72	33	54	300	6	27	41	120	74	74	35	58	320	17,4853	23	35	180
34	76	33	54	300	6	27	29	240	75	74	35	58	320	9	11,6863	35	180
35	72	37	54	300	6	27	29	240	76	74	35	58	320	9	34,3137	35	180
36	76	37	54	300	6	27	41	120	77	74	35	58	320	9	23	18,0294	180
37	72	33	62	300	6	27	29	120	78	74	35	58	320	9	23	51,9706	180
38	76	33	62	300	6	27	41	240	79	74	35	58	320	9	23	35	10,294
39	72	37	62	300	6	27	41	240	80	74	35	58	320	9	23	35	349,706
40	76	37	62	300	6	27	29	120	81	74	35	58	320	9	23	35	180
41	72	33	54	340	6	27	29	120	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabela 11 - Resultado do planejamento

Os fatores grau de enchimento do moinho (ENM), percentagem de sólidos na alimentação da classificação (PSC), número de ciclones em operação na classificação (NCC), percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (PSD), diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (DVD) e número de ciclones em operação na deslamagem (NCD) se mostram significativos para a produtividade (PROD) e para a recuperação em massa (RM).

StdOrder	PSM	ENM	PSC	DVC	NCC	PSD	DVD	NCD	PROD	P80	RM	
1	72	33	54	300	6	19	41	240	583.1	48.1	76.7	
2	78	33	54	300	6	19	29	120	682.5	43.3	88.6	
3	72	37	54	300	6	19	29	120	680.4	42.6	88.4	
4	76	37	54	300	6	19	41	240	578.0	44.5	75.1	
5	72	33	54	300	6	19	29	240	678.5	53.1	88.1	
6	78	33	54	300	6	19	41	120	616.1	57.3	80.0	
7	72	37	54	300	6	19	41	120	611.0	55.0	79.3	
8	76	37	54	300	6	19	29	240	673.7	50.3	87.5	
9	72	33	54	340	6	19	29	240	671.7	43.3	87.2	
10	76	33	54	340	6	19	41	120	607.6	44.4	78.9	
11	72	37	54	340	6	19	41	120	602.7	43.8	78.3	
12	76	37	54	340	6	19	29	240	689.2	42.6	88.9	
13	72	33	54	340	6	19	41	240	594.6	58.2	77.2	
14	78	33	54	340	6	19	29	120	688.0	51.7	89.4	
15	72	37	54	340	6	19	29	120	688.0	49.1	89.1	
16	78	37	54	340	6	19	41	240	588.2	53.4	76.4	
17	72	33	54	340	6	19	41	120	611.2	51.8	79.4	
18	76	33	54	340	6	19	29	240	674.1	47.3	87.5	
19	72	37	54	340	6	19	29	240	674.4	44.9	87.6	
20	76	37	54	300	12	19	41	120	608.4	49.5	79.0	
21	72	33	54	300	12	19	29	120	680.5	58.2	89.7	
22	76	33	54	300	12	19	41	240	597.7	64.4	77.6	
23	72	37	54	300	12	19	41	240	592.8	62.3	77.0	
24	76	37	54	300	12	19	29	120	686.8	55.6	89.2	
25	72	33	54	340	12	19	29	120	682.9	45.6	88.7	
26	76	33	54	340	12	19	41	240	587.6	52.5	76.3	
27	72	37	54	340	12	19	41	240	586.0	50.4	76.1	
28	78	37	54	340	12	19	29	120	684.3	44.5	88.9	
29	72	33	54	340	12	19	41	120	619.4	62.6	80.4	
30	76	33	54	340	12	19	29	240	679.2	58.5	88.2	
31	72	37	54	340	12	19	29	240	677.0	58.1	87.9	
32	76	37	54	340	12	19	41	120	613.9	60.4	79.7	
33	72	33	54	300	6	27	41	120	567.6	45.9	73.7	
34	76	33	54	300	6	27	29	240	663.0	43.7	84.8	
35	72	37	54	300	6	27	29	240	666.0	43.1	85.2	
36	76	37	54	300	6	27	41	120	567.7	44.7	73.7	
37	72	33	54	300	6	27	29	120	669.1	53.6	88.9	
38	76	33	54	300	6	27	41	240	564.8	60.8	73.3	
39	72	37	54	300	6	27	41	240	580.0	58.7	72.7	
40	76	37	54	300	6	27	29	120	665.7	51.0	88.5	
41	72	33	54	340	6	27	29	120	665.7	43.5	88.5	
42	76	33	54	340	6	27	41	240	566.3	48.4	72.1	
43	72	37	54	340	6	27	41	240	544.4	44.8	71.2	
44	76	37	54	340	6	27	29	120	661.0	42.8	85.6	
45	72	33	54	340	6	27	41	240	582.5	59.0	75.7	
46	76	33	54	340	6	27	29	240	662.7	53.4	88.1	
47	72	37	54	340	6	27	29	240	660.4	50.8	85.6	
48	76	37	54	340	6	27	41	120	578.2	56.8	74.8	
49	72	33	54	300	12	27	41	120	568.3	55.5	72.5	
50	76	33	54	300	12	27	29	120	664.9	47.9	88.3	
51	72	37	54	300	12	27	29	120	663.2	45.2	88.1	
52	76	37	54	300	12	27	41	240	553.9	53.4	71.9	
53	72	33	54	300	12	27	29	240	666.1	59.8	88.5	
54	76	33	54	300	12	27	41	120	586.1	65.2	76.1	
55	72	37	54	300	12	27	29	240	580.2	63.1	75.4	
56	76	37	54	300	12	27	41	120	661.7	57.3	85.9	
57	72	33	54	340	12	27	29	240	669.1	47.5	88.6	
58	76	33	54	340	12	27	41	120	576.9	63.4	74.9	
59	72	37	54	340	12	27	41	120	571.3	51.2	74.2	
60	76	37	54	340	12	27	29	240	666.4	44.9	85.2	
61	72	33	54	340	12	27	41	240	570.8	56.8	74.1	
62	76	33	54	340	12	27	29	120	671.0	59.1	87.1	
63	72	37	54	340	12	27	29	120	668.3	56.7	86.8	
64	76	37	54	340	12	27	41	240	564.3	63.8	73.3	
65	72	35	58	320	6	23	35	180	622.3	52.2	80.8	
66	79,6569	35	58	320	6	23	35	180	623.1	52.2	80.9	
67	74	29,3431	58	320	6	23	35	180	629.7	56.2	81.8	
68	74	40,6569	58	320	6	23	35	180	623.6	50.7	81.0	
69	74	35	46,6863	320	6	23	35	180	606.8	41.7	78.8	
70	74	35	69,3137	320	6	23	35	180	633.6	67.5	82.3	
71	74	35	58	263,431	6	23	35	180	622.4	54.5	80.8	
72	74	35	58	378,589	6	23	35	180	626.8	52.3	81.4	
73	74	35	58	320	9	0,5147	23	35	180	626.8	52.3	81.4
74	74	35	58	320	9	17,4853	23	35	180	628.7	56.6	81.6
75	74	35	58	320	9	11,6683	23	35	180	645.8	50.5	83.9
76	74	35	58	320	9	34,3137	23	35	180	617.2	52.7	80.2
77	74	35	58	320	9	23	18,0294	180	736.5	44.8	95.7	
78	74	35	58	320	9	23	51,9708	180	508.2	60.6	66.0	
79	74	35	58	320	9	23	35	10,294	633.3	51.6	82.2	
80	74	35	58	320	9	23	35	349,706	614.4	53.0	79.8	
81	74	35	58	320	9	23	35	180	624.4	52.3	81.1	

Tabela 12 - Resultado das simulações

Os fatores grau de enchimento do moinho (ENM), percentagem de sólidos na alimentação da classificação (PSC), número de ciclones em operação na classificação (NCC), percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (PSD) e diâmetro de vortex dos ciclones de deslamagem (DVD) se mostram significativos para a granulometria do produto ( $P_{80}$ ).

A Figura 17 mostra o diagrama de Pareto dos resultados da análise para a produtividade.

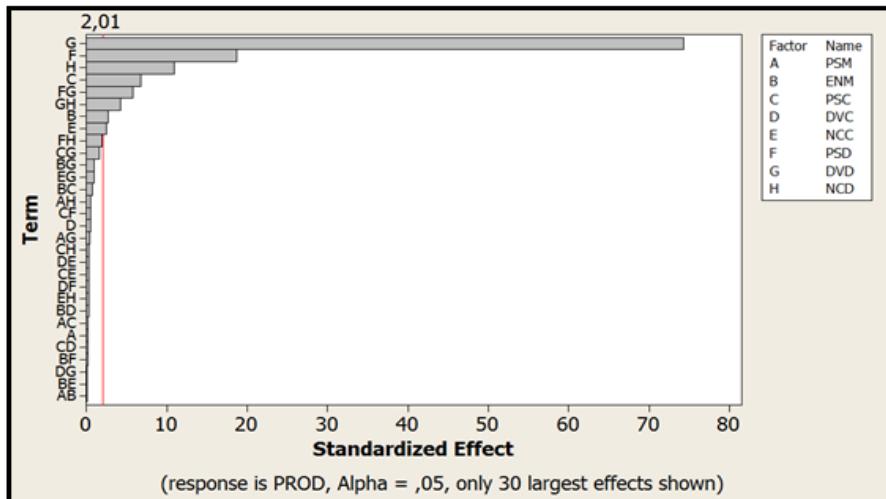


Figura 17 - Diagrama de Pareto dos resultados para a análise da produtividade.

A Figura 18 mostra o diagrama de Pareto dos resultados da análise para a granulometria.

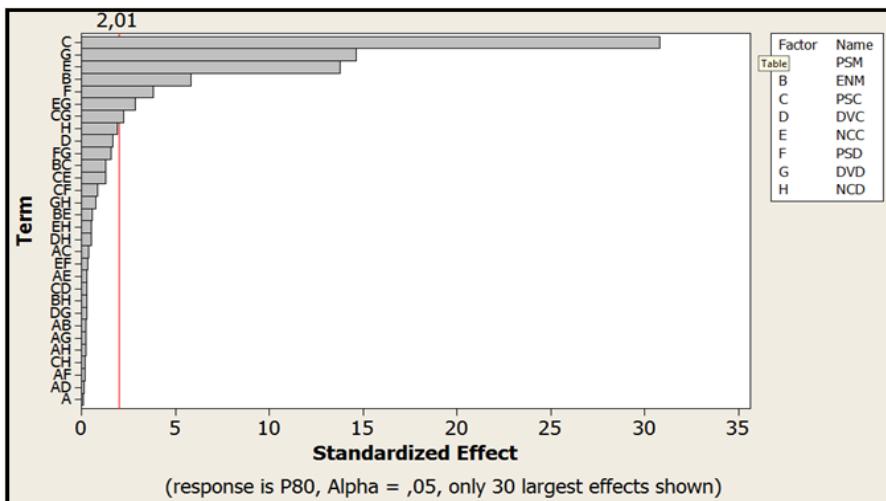


Figura 18 - Diagrama de Pareto dos resultados para a análise da granulometria.

A Figura 19 mostra o diagrama de Pareto dos resultados da análise para a recuperação em massa.

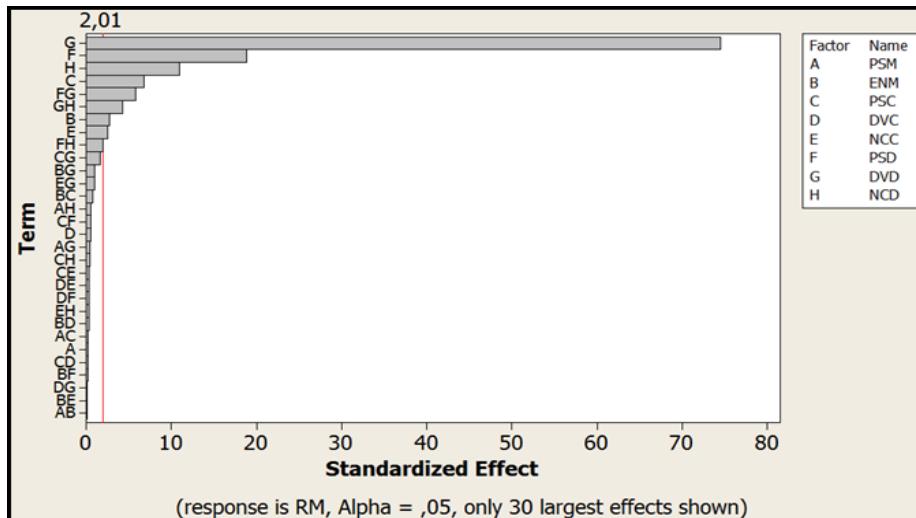


Figura 19 - Diagrama de Pareto dos resultados para a análise da recuperação em massa.

## Análise de regressão e otimização dos fatores

## Análise de regressão

Realizou-se a análise de regressão linear múltipla e foi possível representar a produtividade (PROD), a granulometria do produto (P80) e a recuperação em massa (RM) em função do grau de enchimento do moinho (ENM), percentagem de sólidos na alimentação da classificação (PSC), número de ciclones em operação na classificação (NCC), percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (PSD), diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (DVD) e número de ciclones em operação na deslamagem (NCD).

Para se confirmar quais os fatores significativos, fez-se um teste individual sobre a significância de cada parâmetro, a hipótese foi rejeitada quando o *valorp* foi maior que 5%. Verificou-se também a significância estatística a partir do *stat t*, este deverá ser igual ou superior a 2 em valor absoluto para o fator ser considerado como significativo.

Avaliou-se o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e o quanto estava próximo ao coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{Ajustado}$ ).  $R^2$  mostra o quanto da variabilidade do fenômeno pode ser explicado pelo modelo de regressão. Se  $R^2_{Ajustado}$  for muito diferente de  $R^2$  pode-se afirmar que há um excesso de variáveis no modelo.

Os coeficientes da regressão linear múltipla para a produtividade são apresentados na Tabela 13.

Termo	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor - p
<b>Interseção</b>	626,770	0,6440	973,209	0,000
<b>ENM</b>	-1,605	0,6831	-2,350	0,021
<b>PSC</b>	3,954	0,6831	5,789	0,000
<b>NCC</b>	1,459	0,6831	2,136	0,036
<b>PSD</b>	-10,873	0,6831	-15,917	0,000
<b>DVD</b>	-43,082	0,6831	-63,070	0,000
<b>NCD</b>	-6,320	0,6831	-9,252	0,000

Tabela 13 - Regressão linear múltipla para a produtividade

$$R^2 = 98,1\% \quad R^2_{Ajustado} = 98,0\%$$

Todos os termos considerados na equação são significativos, pois o *valor-p* ficou abaixo de 5% e o *stat t*, em valor absoluto, superior a 2 para cada um deles. O coeficiente de determinação ( $R^2=98,1$ ) foi elevado, e próximo ao coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{Ajustado}$ ). Portanto, a produtividade pode ser estimada pela função:

$$\begin{aligned} \text{PROD} = & 626,770 - 1,605\text{ENM} + 3,954\text{PSC} + 1,459\text{NCC} - 10,873\text{PSD} \\ & - 43,082\text{DVD} - 6,320\text{NCD} \end{aligned} \quad (59)$$

Os coeficientes estimados para a regressão linear múltipla para a granulometria ( $P_{80}$ ) são apresentados na Tabela 14.

Termo	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor - p
<b>Interseção</b>	52,2614	0,1574	331,956	0,000
<b>ENM</b>	-1,0003	0,1670	-5,991	0,000
<b>PSC</b>	5,3006	0,1670	31,743	0,000
<b>NCC</b>	2,3729	0,1670	14,210	0,000
<b>PSD</b>	0,6594	0,1670	3,949	0,000
<b>DVD</b>	2,5220	0,1670	15,103	0,000
<b>NCD</b>	0,3261	0,1670	-1,953	0,054

Tabela 14 - Regressão linear múltipla para a granulometria ( $P_{80}$ )

$$R^2 = 94,7\% \quad R^2_{Ajustado} = 94,4\%$$

Todos os termos considerados na equação são significativos, pois o *valor-p* ficou abaixo de 5% e o *stat t*, em valor absoluto, superior a 2 para cada um deles. O coeficiente de determinação ( $R^2=94,7$ ) foi elevado, e próximo ao coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{Ajustado}$ ). Portanto, o  $P_{80}$  pode ser estimado pela função:

$$\begin{aligned} P_{80} = & 52,2614 - 1,0003\text{ENM} + 5,3006\text{PSC} + 2,3729\text{NCC} + 0,6594\text{PSD} \\ & + 2,5220\text{DVD} + 0,3261\text{NCD} \end{aligned} \quad (60)$$

Os coeficientes da regressão linear múltipla para a recuperação em massa são apresentados na Tabela 15.

Termo	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor - p
<b>Interseção</b>	81,3991	0,08359	973,209	0,000
<b>ENM</b>	-0,2093	0,08866	-2,350	0,021
<b>PSC</b>	0,5136	0,08866	5,789	0,000
<b>NCC</b>	0,1893	0,08866	2,136	0,036
<b>PSD</b>	-1,4120	0,08866	-15,917	0,000
<b>DVD</b>	-5,5954	0,08866	-63,070	0,000
<b>NCD</b>	-0,8206	0,08866	-9,252	0,000

Tabela 15 - Regressão linear múltipla para a recuperação em massa

$$R^2 = 98,1\% \quad R^2_{Ajustado} = 98,0\%$$

Todos os termos considerados na equação são significativos, pois o *valor-p* ficou abaixo de 5% e o *stat t*, em valor absoluto, superior a 2 para cada um deles. O coeficiente de determinação ( $R^2=98,1$ ) foi elevado, e próximo ao coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{Ajustado}$ ). Portanto, a recuperação em massa pode ser estimada pela função:

$$RM = 81,3991 - 0,2093ENM + 0,5136PSC + 0,1893NCC \quad (61) \\ - 1,4120PSD - 5,5954DVD - 0,8206NCD$$

Realizou-se análise de regressão múltipla de segunda ordem para a produtividade (PROD) e para a recuperação em massa (RM) em função da percentagem de sólidos na alimentação do moinho (PSM), grau de enchimento do moinho (ENM), percentagem de sólidos na alimentação da classificação (PSC), número de ciclones em operação na classificação (NCC), percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (PSD), diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (DVD), número de ciclones em operação na deslamagem (NCD), PSD\*DVD e DVD\*NCD.

Termo	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor - p
<b>Interseção</b>	626,770	0,4845	1293,700	0,000
<b>ENM</b>	-4,540	1,4534	-3,123	0,002
<b>PSC</b>	11,185	1,4534	7,695	0,000
<b>NCC</b>	4,127	1,4534	2,839	0,006
<b>PSD</b>	-30,753	1,4534	-21,159	0,000
<b>DVD</b>	-121,855	1,4534	-83,839	0,000
<b>NCD</b>	-17,876	1,4534	-12,299	0,000
<b>PSD*DVD</b>	-29,882	4,5962	-6,502	0,000
<b>DVD*NCD</b>	-22,232	4,5962	-4,837	0,000

Tabela 16 - Regressão linear múltipla de segunda ordem para a produtividade

$$R^2 = 99,0\% \quad R^2_{Ajustado} = 98,9\%$$

Os coeficientes da regressão múltipla de segunda ordem para a produtividade são apresentados na Tabela 16.

Todos os termos considerados na equação são significativos, pois o *valor-p* ficou abaixo de 5% e o *stat t*, em valor absoluto, superior a 2 para cada um deles. O coeficiente de determinação ( $R^2=99,0$ ) foi elevado, e próximo ao coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{Ajustado}$ ). Portanto, a produtividade pode ser estimada pela função:

$$\begin{aligned} \text{PROD} = & 626,770 - 4,540\text{ENM} + 11,185\text{PSC} + 4,127\text{NCC} - 30,753\text{PSD} \\ & - 121,855\text{DVD} - 17,876\text{NCD} - 29,882\text{PSD}*\text{DVD} - 22,232\text{DVD}*\text{NCD} \end{aligned} \quad (62)$$

Os coeficientes da regressão múltipla de segunda ordem para a recuperação em massa são apresentados na Tabela 17.

Todos os termos considerados na equação são significativos, pois o *valor-p* ficou abaixo de 5% e o *stat t*, em valor absoluto, superior a 2 para cada um deles. O coeficiente de determinação ( $R^2=99,0$ ) foi elevado, e próximo ao coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{Ajustado}$ ). Portanto, a recuperação em massa pode ser estimada pela função:

$$\begin{aligned} \text{RM} = & 81,3991 - 0,5920\text{ENM} + 1,4526\text{PSC} + 0,5354\text{NCC} - 3,9939\text{PSD} \\ & - 15,8262\text{DVD} - 2,3211\text{NCD} - 3,8770\text{PSD}*\text{DVD} - 2,8837\text{DVD}*\text{NCD} \end{aligned} \quad (63)$$

Termo	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor - p
<b>Interseção</b>	81,3991	0,06291	1293,921	0,000
<b>ENM</b>	-0,5920	0,18873	-3,137	0,002
<b>PSC</b>	1,4526	0,18873	7,697	0,000
<b>NCC</b>	0,5354	0,18873	2,837	0,006
<b>PSD</b>	-3,9939	0,18873	-21,162	0,000
<b>DVD</b>	-15,8262	0,18873	-83,858	0,000
<b>NCD</b>	-2,3211	0,18873	-12,299	0,000
<b>PSD*DVD</b>	-3,8770	0,59681	-6,496	0,000
<b>DVD*NCD</b>	-2,8837	0,59681	-4,832	0,000

Tabela 17 - Regressão linear múltipla de segunda ordem para a recuperação em massa

$$R^2 = 99,0\% \quad R^2_{Ajustado} = 98,9\%$$

Realizou-se análise de regressão linear múltipla de segunda ordem para a granulometria ( $P_{80}$ ) em função da percentagem de sólidos na alimentação do moinho (PSM), grau de enchimento do moinho (ENM), percentagem de sólidos na alimentação da classificação (PSC), número de ciclones em operação na classificação (NCC), percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (PSD), diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (DVD), número de ciclones em operação na deslamagem (NCD) e NCC\*DVD. Os coeficientes da regressão múltipla de segunda ordem para a granulometria são apresentados na Tabela 18.

Termo	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	Valor - p
<b>Interseção</b>	52,2614	0,1498	348,834	0,000
<b>ENM</b>	-2,8294	0,4495	-6,295	0,000
<b>PSC</b>	14,9922	0,4495	33,357	0,000
<b>NCC</b>	6,7116	0,4495	14,933	0,000
<b>PSD</b>	1,8651	0,4495	4,150	0,000
<b>DVD</b>	7,1333	0,4495	15,87	0,000
<b>NCD</b>	0,9224	0,4495	2,052	0,043
<b>NCC*DVD</b>	4,4162	1,4213	3,107	0,003

Tabela 18 - Regressão linear múltipla de segunda ordem para a granulometria ( $P_{80}$ )

$$R^2 = 95,3\% \quad R^2_{Ajustado} = 94,9\%$$

Todos os termos considerados na equação são significativos, pois o *valor-p* ficou abaixo de 5% e o *stat t*, em valor absoluto, superior a 2 para cada um deles. O coeficiente de determinação ( $R^2=95,3$ ) foi elevado, e próximo ao coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{Ajustado}$ ). Portanto, o  $P_{80}$  pode ser estimado pela função:

$$P_{80} = 52,2614 - 2,8294ENM + 14,9922PSC + 6,7116NCC + 1,8651PSD \\ + 7,1333DVD + 0,9224NCD + 4,4162NCC*DVD \quad (64)$$

Foi observado que todos os sinais encontrados nas correlações são coerentes com os fenômenos físicos inerentes ao processo.

#### Otimização dos fatores

Realizou-se a otimização dos fatores significativos, grau de enchimento do moinho (ENM), percentagem de sólidos na alimentação da classificação (PSC), número de ciclones em operação na classificação (NCC), percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (PSD), diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (DVD) e número de ciclones em operação na deslamagem (NCD) visando maximizar a produtividade (PROD), acima de 680 t/h, atingir a meta para a granulometria do produto ( $P_{80}$ ), próxima de 50 mm, e atingir a meta de recuperação em massa (RM), próxima de 90%. Foi considerada a mesma prioridade para cada variável resposta.

A otimização matemática é apresentada na Figura 20, em que foi possível atingir produtividade (PROD), acima de 680 t/h, atingir a meta para a granulometria do produto ( $P_{80}$ ), de 50,0 mm, e atingir a meta de recuperação em massa (RM), próxima de 90%.

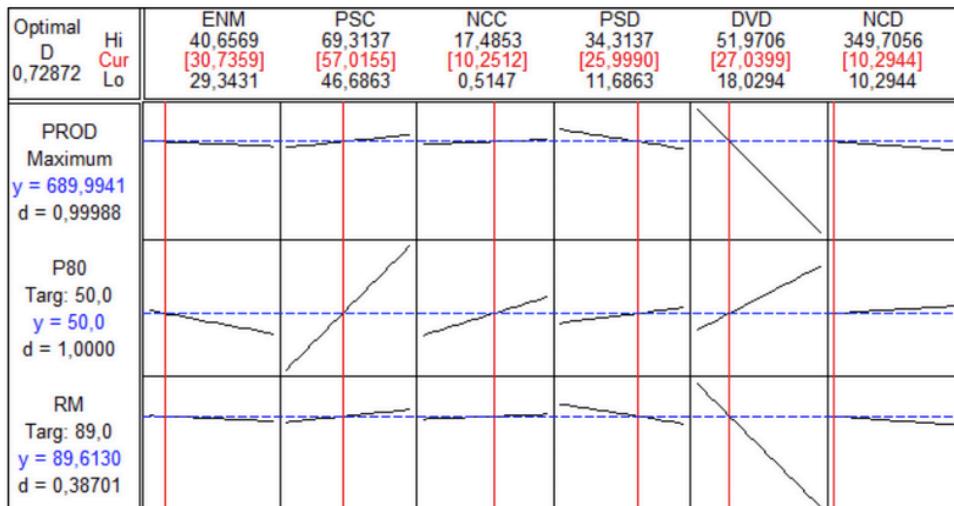


Figura 20 - Resultado inicial da otimização.

Contudo, alguns ajustes quanto aos limites físicos devem ser realizados. O número de ciclones em operação na classificação (NCC) deve ser um número inteiro, ajustou-se de 10,25 para 10. O número de ciclones em operação na deslamagem (NCD) deve ser um número inteiro e no mínimo 120. Esses ajustes provocaram alteração do P80, para adequá-lo ajustou-se o grau de enchimento do moinho de 30,74 para 31,65. A Figura 20 apresenta o resultado da simulação.

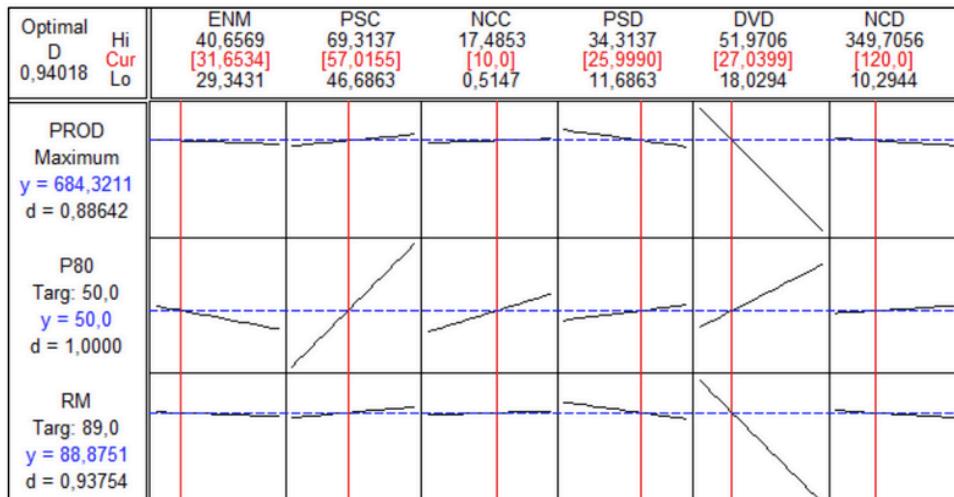


Figura 21 - Resultado final da otimização.

## DEFINIÇÃO DA ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Para o circuito em questão, a estratégia de controle de alto desempenho deverá maximizar a produtividade, mantendo a granulometria do produto dentro das especificações e maximizar a recuperação em massa. Além disso, manter as variáveis de processo próximas aos pontos ótimos.

Portanto, observaram-se quais os fatores foram significativos para a produtividade, granulometria e recuperação em massa a partir do *valor-p* encontrados para cada fator na análise de regressão e nos diagramas de efeitos principais.

A Figura 22 mostra o diagrama de efeitos principais para a produtividade, indicando a forte interação com o diâmetro do *vortex* (DVD).

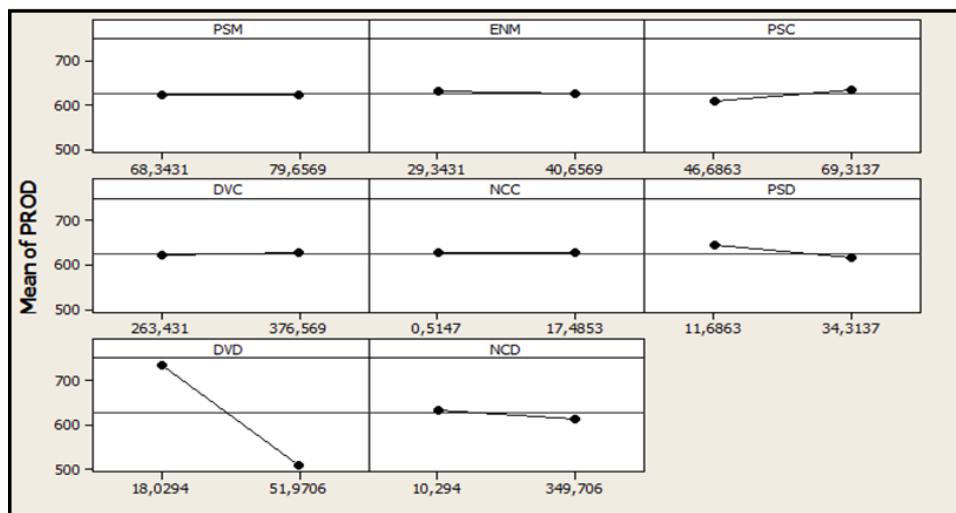


Figura 22 - Diagrama de efeitos principais para a produtividade.

A Figura 23 mostra o diagrama de efeitos principais para a granulometria do produto, indicando a forte interação com o percentual de sólidos na alimentação da classificação (PSC) e o diâmetro do *vortex* da deslamagem (DVD).

A Figura 24 mostra o diagrama de efeitos principais para a recuperação em massa, indicando a forte interação com o diâmetro do *vortex* (DVD).

Portanto, a estratégia de controle deverá atuar nas seguintes variáveis: o grau de enchimento do moinho (ENM), a percentagem de sólidos na alimentação do moinho (PSM), a percentagem de sólidos na alimentação da classificação (PSC), o diâmetro de *vortex* dos ciclones de classificação (DVC), o número de ciclones em operação na classificação (NCC), a percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (PSD), o diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (DVD), o número de ciclones em operação na deslamagem (NCD).

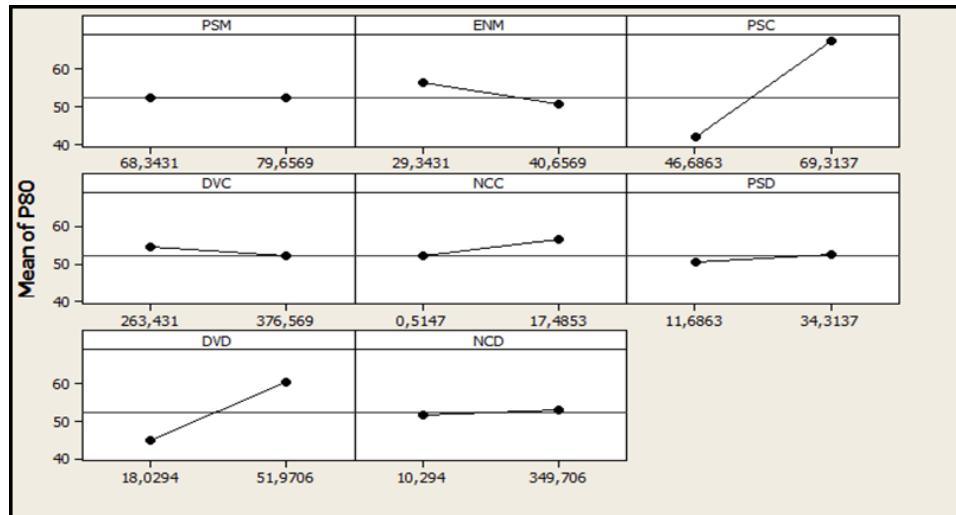


Figura 23 - Diagrama de efeitos principais para a granulometria.

Todas as variáveis definidas como significativas podem ser inseridas na estratégia de controle automático de processo, exceto os diâmetros dos *vortex* da classificação e deslamagem. Esses fatores consistem em grandezas geométricas dos ciclones, devendo-se selecionar o diâmetro próximo do ponto ótimo e acompanhar seu desgaste.

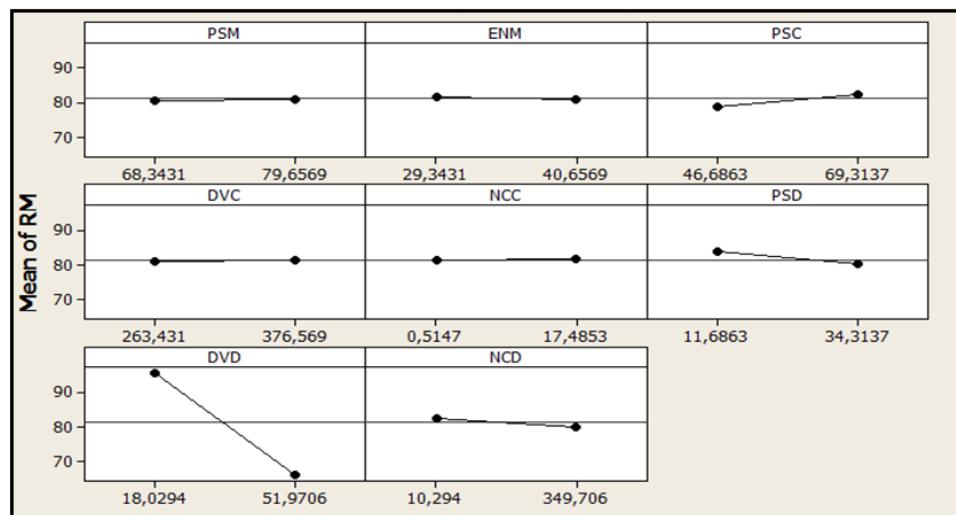


Figura 24 - Diagrama de efeitos principais para a recuperação em massa.

## Grau de enchimento do moinho

A Equação 37 mostra a relação da *potência consumida* ( $Wst$ ) em função do *diâmetro* ( $D$ ), *grau de enchimento* ( $Tc$ ) e *fração de velocidade crítica* ( $Vr$ ). Para um circuito industrial em operação, o grau de enchimento e fração da velocidade crítica são fixos, o que permite traçar uma curva de grau de enchimento versus potência consumida.

$$Wst = 4.879D^{0.3}(3.2 - 3Tc)Vr \left[ 1 - \left( \frac{0.1}{2^{(9-10Vr)}} \right) \right] \quad (65)$$

A potência consumida é uma grandeza de fácil obtenção e pode ser definida como *set point* e controlada automaticamente. O controle deverá solicitar a reposição de corpo moedor sempre que a potência baixar de um patamar preestabelecido. A potência tende a cair a partir do desgaste de corpo moedor.

Alguns circuitos industriais possuem reabastecimento automático de corpos moedores. A Figura 25 apresenta uma proposta para realizar reposição automática.

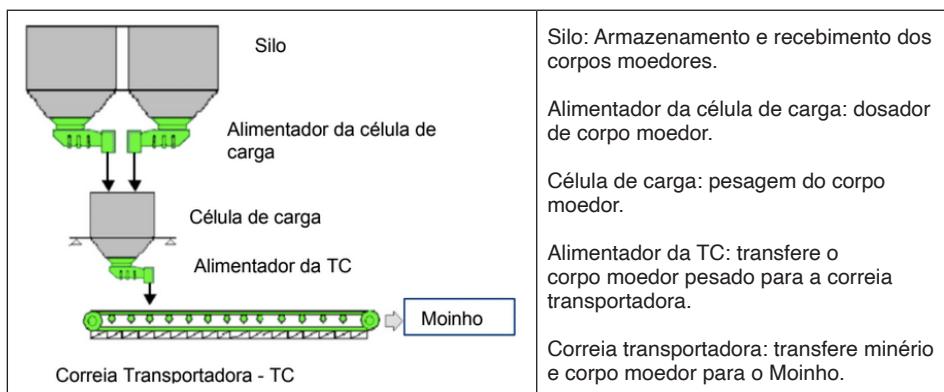


Figura 25 - Proposta para reposição automática de corpo moedor.

## Número de ciclones em operação na classificação e deslamagem

O número de ciclones em operação pode ser controlado a partir de válvulas automáticas de alimentação dos ciclones. Para a classificação, pode-se dispor de uma válvula para cada ciclone e para a deslamagem uma válvula deverá fechar um ramal contendo vários ciclones em função da baixa vazão dos ciclones de deslamagem.

O controle do número de ciclones em operação visa controlar a pressão de alimentação, quanto maior a quantidade de ciclones menor será a pressão.

Pode-se determinar o número de ciclones em funcionamento a partir da posição das válvulas, abertas ou fechadas, e da pressão de alimentação a partir de transmissores de pressão instalados na bateria dos ciclones.

## Percentagem de sólidos na alimentação da classificação e deslamagem

Para o controle de percentagem de sólidos na alimentação da classificação e da deslamagem podem ser utilizados densímetros com o objetivo de determinar a densidade dos sólidos. Estimando-se a densidade do sólido, pode-se terminar com ensaios de bancada, pode-se calcular o percentual em massa de sólidos. O controle pode ser realizado a partir de válvulas automáticas instaladas na tubulação de água de repolpagem das caixas de bombas.

## Percentagem de sólidos na alimentação do moinho

Para o controle de percentagem de sólidos na alimentação do moinho pode-se utilizar um controlador virtual. A partir de um *flowmeter* e densímetro na alimentação da deslamagem estima-se a massa de sólidos na alimentação da classificação, e a partir da desta massa de sólidos e partição em massa estimada para *underflow* do ciclone estimase a carga circulante. Como a massa de alimentação nova pode ser fornecida por uma balança no alimentador do moinho, a umidade da alimentação nova é conhecida e o percentual de sólidos no *underflow* do ciclone estimado. Com esses dados pode-se estimar o volume de água necessária a se injetar na calha de *underflow* do ciclone. O volume de água pode ser controlado por válvulas automáticas e medidores de vazão. Esse controle é pouco usual.

Para possibilitar o escoamento do *underflow* do ciclone de classificação até o moinho é necessário adicionar água na calha deste *underflow*. Essa regulagem normalmente é manual e realizada pelo operador de área. Como essa diluição é necessária, pode-se optar por um controle manual; o operador ou técnico de processo pode realizar amostragens da descarga do moinho e verificar a densidade decidindo-se, assim, a regulagem dessa água de diluição.

## Proposta de controle automático de processo

A seguir são listados as medições ou instrumentos necessários ao controle de automático do processo. A Figura 26 auxilia o entendimento da proposta indicando os instrumentos e/ou medições necessárias.

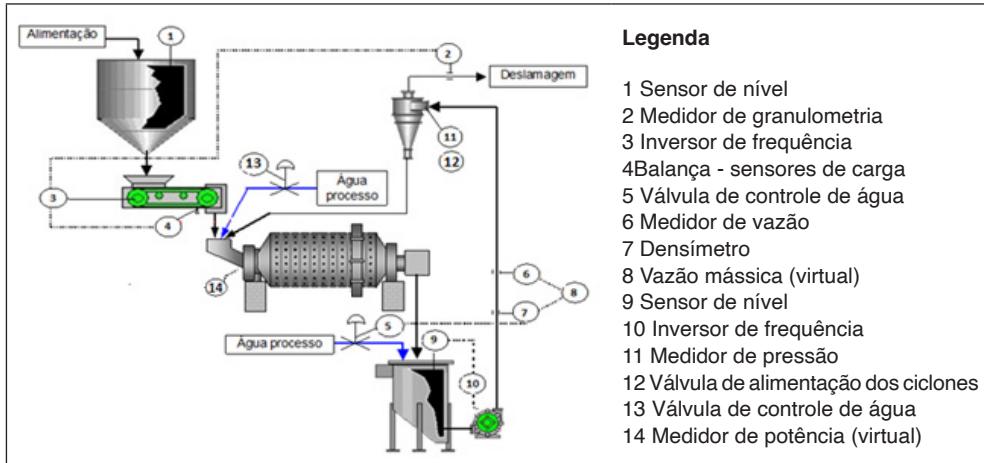


Figura 26 - Fluxograma ilustrativo de controle de processo automático.

A seguir é descrita a proposta de controle automático de processo.

- (i) O sensor de nível (1) controla a taxa de alimentação do silo e também servirá como proteção do sistema. Em caso de nível alto, corta a alimentação do silo e em caso de nível baixo, interrompe a alimentação do moinho.
- (ii) O medidor de granulometria (2) atua no *set point* da balança. Reduz a alimentação quando a granulometria estiver elevada e vice-versa.
- (iii) A balança (4) governa a velocidade do alimentador a partir do inversor de frequência (3). Quando a solicitação for de aumento de taxa, aumenta-se a rotação do alimentador e vice-versa.
- (iv) O densímetro (7) controla a válvula de controle de água (5). Quando a solicitação for para reduzir o percentual de sólidos, a válvula deverá abrir e vice-versa. O percentual de sólidos deverá ser um *set point* obtido pela otimização dos fatores.
- (v) O sensor de nível (9) da caixa de bomba controla a velocidade da bomba a partir do inversor de frequência (10). Quando a solicitação for para baixar o nível da caixa, a velocidade da bomba deverá ser aumentada e vice-versa.
- (vi) O transmissor de pressão (11) deverá fazer o ajuste de quantidade de hidrociclones em operação a partir da válvula (12). Quando a solicitação for de redução de pressão deverá abrir uma válvula e vice-versa.
- (vii) A vazão mássica (8) deverá controlar a abertura da válvula de controle de água (13). Conforme explicado no item 5.4.4. *Percentagem de sólidos na alimentação do moinho*.
- (viii) O medidor de potência governa a adição de corpo moedor. Quando a potência cair a um determinado patamar deverá ser acionado a reposição de corpo moedor, conforme item 5.4.1. *Grau de enchimento do moinho*.

# CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

## CONCLUSÕES

O método utilizado nesta tese mostrou-se adequado para a definição de estratégia de controle automático, para um circuito de moagem, através da utilização de simulação de processos e análise multivariada. O modelo de simulação utilizado mostrou-se acurado, uma vez que as diferenças encontradas entre os dados amostrados, balanço de massas obtido e o cenário base foram mínimas e a coerência entre os cenários gerados e o que se observa nos circuitos industriais foi grande.

A partir do planejamento de experimentos, análise fatorial e técnica de superfície resposta foi possível determinar quais as variáveis críticas e os respectivos pontos ótimos de operação de um circuito de moagem de minério de ferro, bem como desenvolver equações simplificadas que descrevam o processo em termos de produtividade, granulometria do produto e a recuperação em massa. Evidenciando que o grau de enchimento do moinho (i), a percentagem de sólidos na alimentação do moinho (ii), a percentagem de sólidos na alimentação da classificação (iii), o diâmetro de *vortex* dos ciclones de classificação (iv), o número de ciclones em operação na classificação (v), a percentagem de sólidos na alimentação da deslamagem (vi), o diâmetro de *vortex* dos ciclones de deslamagem (vii), o número de ciclones em operação na deslamagem (viii), sendo que a maioria delas interferem na produtividade, na granulometria do produto de moagem e na recuperação em massas do circuito.

A estimativa da granulometria da carga circulante a partir dos dados de Brucutu não interfere na determinação das variáveis críticas, uma vez que o estudo analisa a sensibilidade da variável resposta a variação dos fatores. Havendo impacto na determinação do ponto ótimo, uma estratégia de controle otimizante naturalmente determinaria novos *set point* para as variáveis definidas como críticas. Portanto essa consideração, uso dos dados de Brucutu, não impacta significativamente o estudo.

O conjunto dos resultados obtidos nesta tese demonstra que o método pode ser considerado um método científico para definição de estratégias de controle automático de operações unitárias de beneficiamento mineral.

## RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Utilizar esta estratégia de controle aqui definida em outros circuitos de moagem e comparar os resultados obtidos com a estratégia anteriormente utilizada para que se possa comprovar a eficiência da estratégia de controle proposta.

Repetir o conjunto de técnicas, aqui utilizadas, em outros circuitos de moagem para verificar se as variáveis críticas definidas para o circuito de moagem de Carajás serão as mesmas para outros circuitos de moagem e repetir a técnica considerando outra amostra para verificar a influência da composição mineralógica na determinação dos pontos ótimos.

Repetir o conjunto de técnicas aqui utilizadas em outros circuitos de beneficiamento mineral para que seja comprovada sua eficácia na determinação de estratégias de controle automático.

## REFERENCIAL TEÓRICO

ARANDA, M. H.; JUNG, C. F.; CATEN, C. S. ten. Aplicação do Projeto de Experimentos para Otimização de uma Inovação Tecnológica. Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Revista Gestão Industrial*, ISSN 1808-0448. v. 04, n. 02: p. 116-132, 2008.

AUSTIN, L. G.; JULIANELLI, K.; SOUZA, A. S.; SCHNEIDER, C. L. Simulation of Wet Ball Milling of Ore at Carajas Brazil, *International Journal of Mineral Processing*, n° 84, p. 157-171, Elsevier, 2007.

AUSTIN, L. G.; KLIMPEL, R. R. The Theory of grinding operations, *Industrial and Engineering Chemistry*, v. 56, n. 11 p. 18-29, 1964.

BELFIORE, P. P.; FÁVERO, L. P. L.; ÂNGELO, C. F. Aplicação de Técnicas Estatísticas Multivariadas em Empresas de Operação Logística no Brasil em Função de Indicadores Econômico-Financeiros, *REAd - Revista Eletrônica de Administração*, Edição 51 Vol. 12, n° 3, maio-jun 2006.

BERALDO, J. L. *Moagem de Minérios em Moinhos Tubulares*, Pró-Minério; Secretaria de Estado da Indústria, Comércio, Ciência e Tecnologia do Estado de São Paulo, São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1987.

BRYMAN, A. *Research Methods and Organization Studies*, Unwin Hyman Ltd, 283p., 1989.

DANA, J. D. *Manual de Mineralogia*, Livros Técnicos e Científicos Editora, 642 p., 1981.

DELBONI, H. J. *Tendências Tecnológicas Brasil 2015*, Rio de Janeiro: Centro de Tecnologia Mineral CETEM, 2007.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Sistemas de Controle Modernos*. Rio de Janeiro: LTC, 2001.

DURANCE, M. V.; GUILLANEAU, J. C.; VILLENEUVE, F. G.; BROCHOT, S. *Usim Pac 2 For Windows: Advanced Simulation of Mineral Processes*, Balkema, 1994.

FACCHIN, S. *Técnicas de Análises Multivariável aplicadas ao Desenvolvimento de Analisadores Virtuais*. Porto Alegre: Escola de Engenharia da UFGRS, 2005, 140p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Química).

FIGUEIRA, H. V. O.; ALMEIDA, S. L. M.; LUZ, A. B. *Tratamento de Minérios*, Rio de Janeiro: Centro de Tecnologia Mineral CETEM, 2004.

GUILLANEAU, J. C.; DURANCE, M. V.; VILLENEUVE, J. G. O. *Computer aided Optimization of Mineral Processing Plant: Usim Pac 2,0 for Windows: Advanced Technologies for Mineral Processes, three years of innovation*, Orléans, 1993.

HERBST, J. A.; RAJAMANI, R. K.; MULAR, A. L.; FLINTOFF, B. *Mineral Processing Plant Design, Practice and Control*, Published by Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Chapter - Circuit Simulators: An Overview, p. 383, 2002.

KOURTI, T.; MACGREGOR, J. F. Process analysis, monitoring and diagnosis, using multivariate projection methods. *Chemometrics Intelligent Laboratory Systems*, Amsterdam, Holland, v. 28, p. 3-21, 1995.

LYNCH, A. J.; RAO, T. C. *Modelling and scale-up of hydrocyclone classifiers*. In: International Mineral Processing Congress, Cagliari, p. 245269, 1975.

MARTINS, M. A. S. *Apostila de Beneficiamento Mineral*, Belo Horizonte: Consultoria em Engenharia Mineral CEMI, 2002.

MARTINS, M. A. S. *Simulação e Otimização de Processos Minerais no Brasil*. In: WORKSHOP “Mining Best Performance”, Belo Horizonte: Instituto Brasileiro de Mineração IBRAM, 1997.

MARTINS, M. A. S. *Projeto Preliminar de Uma Usina de Beneficiamento Através da Tecnologia de Simulação de Processos Por Modelamento Matemático*. In: 6º Seminário Nacional Sobre Informática em Mineração: Pesquisa Lavra e Beneficiamento Mineral, Belo Horizonte: IBRAM, 1996.

MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C. *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments*. New York: John Wiley Professional, 1995. (Wiley Series in Probability and Statistics)

MAZZINGHY, D. B. *Modelagem e Simulação de Circuito de Moagem Através da Determinação dos Parâmetros de Quebra e da Energia Específica de Fragmentação*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 128p., 2009. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Metalúrgica de Minas).

MIGUEL, P. A. C. Estudo de caso de engenharia de produção: estruturação e recomendações para sua condução. *Produção*, v. 17, n. 1, p. 216-229, 2007.

MONTENEGRO, L. C. M. *Aplicação de métodos numéricos na simulação da moagem em moinho de bolas utilizando o modelo do balanço populacional*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da Universidade de Minas Gerais, 125p., 2007. (Dissertação, Mestrado, Engenharia Metalúrgica e de Minas).

MONTGOMERY, D. C. *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons, 7th ed., New York, 699p., 2001.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. 2. ed., Rio de Janeiro: Editora LTC, 463 p., 2003.

MONTGOMERY, D. C.; VINING, G. G.; PECK, E. A. *Introduction to Linear Regression Analysis*. 3. ed., New York: John Wiley & Sons, 641 p., 2001.

NAPIER-MUNN, T. J.; MORRELL, S.; MORRISON, R. D.; KOJOVIC, T. *Mineral Comminution Circuits, Their Operation and Optimisation*, Autralia: Julius Kruttschnitt Mineral Research Center, 1999.

NAPIER-MUNN, T. J.; LYNCH, A. J. *The Modeling and Computer Simulation of Mineral Treatment Process-Current Status and Future Trends*, 1993.

OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 4. ed. São Paulo: Perason Prentice Hall, 2003.

PEDRINI, D. C. *Proposta de um Método para aplicação de Gráficos de Controle de Regressão no Monitoramento de Processos*. Porto Alegre: Escola de Engenharia da UFGRS, 2009, 122p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Produção).

QUEIROZ, L. A. *Emprego da atrição na deslamagem: efeitos na flotação reversa de minérios itabiríticos*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2003, 120p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Minas).

QUEIROZ, L. A.; FERREIRA, A. D.; PADOVEZI, A. D.; PURIFICAÇÃO, E. X.; CÂNDIDO, M. H. Z. Análise mineralógica aplicada ao desenvolvimento de processos e produtos de minérios de ferro. In: III Seminário de laboratórios da CVRD, 2003.

RIBEIRO, J. L. D.; CATEN, C. S. ten. *Projeto de experimentos*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, 2003.

SOUZA, E. S. *Rota de Processo para Aproveitamento de Rochas Itabiríticas Estéreis da Mina de Conceição*. Belo Horizonte: Escola de Engenharia da UFMG, 2005, 93p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia de Minas).

SOUZA, E. T. I. *Integração de processos químicos contínuos em tempo real: estudo de caso para fornos rotativos de incineração*. Campinas: Faculdade de Engenharia Química da Universidade Estadual de Campinas, 2004, 321p. (Tese, Doutorado em Engenharia Química).

TURNER, P. A. *Cyclone selection for closed circuit grinding*. Tucson: Krebs Engineers Ltd., 6p., 1991.

Especialista em desenvolvimento de processos minerais e gestão de operações de usinas de beneficiamento de minérios. Possui vasta experiência em caracterização de minérios; definição de rotas de beneficiamento; seleção, dimensionamento, especificação e análises técnicas de equipamentos de beneficiamento mineral; definição de dados básicos e critérios de processo para elaboração de projetos; start up de usinas de beneficiamento e gestão de operações de tratamento de minérios de ferro.

## **Formação / Especializações:**

Graduação em Engenharia de Minas - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

MBA em Gestão Empresarial - Fundação Dom Cabral (FDC)

Mestrado em Engenharia de Minas - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Doutorado em Engenharia - Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Pós-doutorado em Controle e Automação - Instituto Tecnológico Vale (ITV)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a orientadora Profa. Dra. Carla Schwengber ten Caten e os membros da banca Prof. Dr. José Luís Duarte Ribeiro, Dr. Leonardo de Almeida Queiroz e Dr. Neymayer Pereira Lima pela cuidadosa avaliação e pelas valiosas contribuições que enriqueceram a Tese aprovada na Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

# CONTROLE AUTOMÁTICO DE MOAGEM DE MINÉRIOS

- 🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)
- ✉️ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)
- 📷 [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
- ⬇️ [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

# CONTROLE AUTOMÁTICO DE MOAGEM DE MINÉRIOS

- 🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)
- ✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)
- 📷 [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
- FACEBOOK [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)