

Fabício Moraes de Almeida
(Organizador)

EXPLORANDO LAS CIENCIAS EXACTAS

TEORÍA Y APLICACIONES EN
EL MUNDO DE LOS NÚMEROS

Fabrcio Moraes de Almeida
(Organizador)

EXPLORANDO LAS CIENCIAS EXACTAS



TEORÍA Y APLICACIONES EN
EL MUNDO DE LOS NÚMEROS

Editora jefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora ejecutiva

Natalia Oliveira

Asistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecario

Janaina Ramos

Proyecto gráfico

Camila Alves de Cremo

Ellen Andressa Kubisty

Luiza Alves Batista

Nataly Evilin Gayde

Thamires Camili Gayde

Imágenes de portada

iStock

Edición de arte

Luiza Alves Batista

2024 by Atena Editora

Derechos de autor © Atena Editora

Derechos de autor del texto © 2024

Los autores

Derechos de autor de la edición ©

2024 Atena Editora

Derechos de esta edición concedidos a Atena Editora por los autores.

Publicación de acceso abierto por Atena Editora



Todo el contenido de este libro tiene una licencia de Creative Commons Attribution License. Reconocimiento-No Comercial-No Derivados 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

El contenido de los artículos y sus datos en su forma, corrección y confiabilidad son de exclusiva responsabilidad de los autores, y no representan necesariamente la posición oficial de Atena Editora. Se permite descargar la obra y compartirla siempre que se den los créditos a los autores, pero sin posibilidad de alterarla de ninguna forma ni utilizarla con fines comerciales.

Todos los manuscritos fueron previamente sometidos a evaluación ciega por pares, miembros del Consejo Editorial de esta editorial, habiendo sido aprobados para su publicación con base en criterios de neutralidad e imparcialidad académica.

Atena Editora se compromete a garantizar la integridad editorial en todas las etapas del proceso de publicación, evitando plagios, datos o entonces, resultados fraudulentos y evitando que los intereses económicos comprometan los estándares éticos de la publicación. Las situaciones de sospecha de mala conducta científica se investigarán con el más alto nivel de rigor académico y ético.

Consejo Editorial**Ciencias Exactas y de la Tierra e Ingeniería**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará

Prof. Dr. Fabrício Moraes de Almeida – Universidade Federal de Rondônia

Profª Drª Glécilla Colombelli de Souza Nunes – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Iara Margolis Ribeiro – Universidade Federal de Pernambuco

Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense

Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá

Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora

Profª Drª Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas

Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Prof. Dr. Milson dos Santos Barbosa – Universidade Tiradentes

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Nilzo Ivo Ladwig – Universidade do Extremo Sul Catarinense

Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas

Profª Dr Ramiro Picoli Nippes – Universidade Estadual de Maringá

Profª Drª Regina Célia da Silva Barros Allil – Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Explorando las ciencias exactas: teoría y aplicaciones en el mundo de los números

Diagramación: Thamires Gayde
Corrección: Yaiddy Paola Martinez
Indexación: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisión: Los autores
Organizador: Fabrício Moraes de Almeida

Datos de catalogación en publicación internacional (CIP)	
E96	<p>Explorando las ciencias exactas: teoría y aplicaciones en el mundo de los números / Organizador Fabrício Moraes de Almeida. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2024.</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acceso: World Wide Web Inclui bibliografía ISBN 978-65-258-2572-4 DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.724242805</p> <p>1. Ciencias exactas. I. Almeida, Fabrício Moraes de (Organizador). II. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD 509</p>
Preparado por Bibliotecario Janaina Ramos – CRB-8/9166	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARACIÓN DE LOS AUTORES

Los autores de este trabajo: 1. Certifican que no tienen ningún interés comercial que constituya un conflicto de interés en relación con el artículo científico publicado; 2. Declaran haber participado activamente en la construcción de los respectivos manuscritos, preferentemente en: a) Concepción del estudio, y/o adquisición de datos, y/o análisis e interpretación de datos; b) Elaboración del artículo o revisión para que el material sea intelectualmente relevante; c) Aprobación final del manuscrito para envío; 3. Acreditan que los artículos científicos publicados están completamente libres de datos y/o resultados fraudulentos; 4. Confirmar la cita y la referencia que sean correctas de todos los datos e interpretaciones de datos de otras investigaciones; 5. Reconocen haber informado todas las fuentes de financiamiento recibidas para la realización de la investigación; 6. Autorizar la publicación de la obra, que incluye las fichas del catálogo, ISBN (Número de serie estándar internacional), D.O.I. (Identificador de Objeto Digital) y demás índices, diseño visual y creación de portada, maquetación interior, así como su lanzamiento y difusión según criterio de Atena Editora.

DECLARACIÓN DEL EDITOR

Atena Editora declara, para todos los efectos legales, que: 1. Esta publicación constituye únicamente una cesión temporal del derecho de autor, derecho de publicación, y no constituye responsabilidad solidaria en la creación de manuscritos publicados, en los términos previstos en la Ley. sobre Derechos de autor (Ley 9610/98), en el artículo 184 del Código Penal y en el art. 927 del Código Civil; 2. Autoriza y estimula a los autores a suscribir contratos con los repositorios institucionales, con el objeto exclusivo de difundir la obra, siempre que cuente con el debido reconocimiento de autoría y edición y sin fines comerciales; 3. Todos los libros electrónicos son de acceso abierto, por lo que no los vende en su sitio web, sitios asociados, plataformas de comercio electrónico o cualquier otro medio virtual o físico, por lo tanto, está exento de transferencias de derechos de autor a los autores; 4. Todos los miembros del consejo editorial son doctores y vinculados a instituciones públicas de educación superior, según recomendación de la CAPES para la obtención del libro Qualis; 5. No transfiere, comercializa ni autoriza el uso de los nombres y correos electrónicos de los autores, así como cualquier otro dato de los mismos, para fines distintos al ámbito de difusión de esta obra.

Las ciencias exactas, compuestas por las matemáticas, la física y otras, nos ofrecen un marco fundamental para comprender el universo y su región fronteriza. En este fascinante viaje nos adentraremos en el mundo de los números, explorando tanto sus fundamentos teóricos como sus aplicaciones prácticas en diferentes áreas de un amplio espectro.

Por lo tanto, el libro presenta los conceptos teórico-prácticos en los resultados obtenidos por los distintos autores y coautores en la producción de cada capítulo. Por encima de todo, Atena Editora ofrece divulgación científica con calidad y excelencia, esenciales para asegurar protagonismo entre las mejores editoriales de Brasil y América Latina.

Fabício Moraes de Almeida

CAPÍTULO 1 1

OPTIMIZACIÓN DEL SISTEMA DE DRENAJE Y VACIADO MEDIANTE UN CONTROLADOR LÓGICO PROGRAMABLE: ESTUDIO DE CASO DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA LOCAL

Thiago Espósito Sasano
 Paulo de Tarso Carvalho de Oliveira
 Viviane Barrozo da Silva
 David Lopes Maciel
 Leonardo Severo da Luz Neto
 Fabricio Moraes de Almeida

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428051>

CAPÍTULO 240

CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL: UMA ABORDAGEM COMBINANDO AS MODELAGENS LOESS E SARIMA

Cleber Bisognin
 Caroline Lopes Gonçalves
 Luciane Flores Jacobi

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428052>

CAPÍTULO 350

SISTEMA DE ENCRIPCIÓN EN FASE PARA IMÁGENES BASADO EN LA TRANSFORMADA DE HARTLEY FRACCIONARIA

Juan Manuel Vilarity Ortiz
 Carlos Jesus Jimenez Ruiz
 Ronal Antonio Perez Jimenez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428053>

CAPÍTULO 460

IDENTIFICACIÓN DEL CALENTAMIENTO GLOBAL MEDIANTE LA RELACIÓN ENTRE LA RADIACIÓN SOLAR NETA ESPECTRAL DE ONDA CORTA Y LA TEMPERATURA APARENTE (ATMÓSFERA TROPICAL DESPEJADA), UTILIZANDO IMÁGENES DE SATÉLITE (2001–2014)

Andrés Peñate Ramírez
 Leonardo Gónima Gónima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428054>

CAPÍTULO 578

PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES DE SPECKLE DINÁMICO PARA LA ESTIMACIÓN DEL PORCENTAJE DE GERMINACIÓN DE SEMILLAS DE CAFÉ

Lenin Alberto Nuñez Reales
 Eberto Luis Benjumea Mendoza
 Juan Manuel Vilarity Ortiz
 Fabio Vega Nieto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428055>

CAPÍTULO 6	90
PREDICCIÓN DE RENDIMIENTO DE COSECHAS UTILIZANDO APRENDIZAJE PROFUNDO MULTIMODAL	
Luis Roberto Jácome Galarza	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428056	
CAPÍTULO 7	100
SEMIGRUPOS DE CLASE C_0 EN $L^2([-\pi, \pi])$	
Yolanda Silvia Santiago Ayala	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428057	
CAPÍTULO 8	115
EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO BÁSICO DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR EN LOS ALUMNOS DE NUEVO INGRESO, A TRAVÉS DEL USO DE LA PLATAFORMA DE APRENDIZAJE KHAN ACADEMY, EN EL CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS DEL MAR NO. 19, FRONTERA, TABASCO	
Daniel Mendez De La Cruz	
Patricia Del Carmen Gerónimo Ramos	
Josué Ojeda Montejo	
Cristo E. Yáñez Leon	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428058	
CAPÍTULO 9	126
EMERGENCIA DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN UNA COMUNIDAD DE ADULTOS MAYORES	
German Eduardo Rodriguez Orellana	
Martin Ignacio Borquez Concha	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.7242428059	
SOBRE EL ORGANIZADOR	132
ÍNDICE REMISIVO	133

CAPÍTULO 1

OPTIMIZACIÓN DEL SISTEMA DE DRENAJE Y VACIADO MEDIANTE UN CONTROLADOR LÓGICO PROGRAMABLE: ESTUDIO DE CASO DE LA CENTRAL HIDROELÉCTRICA LOCAL

Data de aceite: 02/05/2024

Thiago Espósito Sasano

Licenciatura en Ingeniería Eléctrica
– Fundación Universidad Federal de
Rondônia, Brasil

Paulo de Tarso Carvalho de Oliveira

Mtro .Profesor del Departamento
de Ingeniería Eléctrica - Fundación
Universidad Federal de Rondônia, Brasil
<http://lattes.cnpq.br/2255311473963948>

Viviane Barrozo da Silva

Phd. Profesor del Departamento
de Ingeniería Eléctrica - Fundación
Universidad Federal de Rondônia, Brasil
<http://lattes.cnpq.br/9428968456380501>

David Lopes Maciel

Estudiante de doctorado - Programa de
Doctorado en Desarrollo Regional y Medio
Ambiente, Fundación Universidad Federal
de Rondônia, Brasil
<http://lattes.cnpq.br/8995688340143134>

Leonardo Severo da Luz Neto

Phd. Profesor del Departamento de
Educación Física - Fundación Universidad
Federal de Rondônia, Brasil
<http://lattes.cnpq.br/7182458638383958>

Fabricio Moraes de Almeida

Phd. Profesor del Departamento
de Ingeniería Eléctrica - Fundación
Universidad Federal de Rondônia, Brasil
<http://lattes.cnpq.br/5959143194142131>

RESUMEN: El capítulo del libro aborda un caso práctico de una innovación implementada en el sistema de drenaje y evacuación de agua de una central hidroeléctrica ubicada en la región. La innovación consistió en integrar un sistema de automatización mediante un Controlador Lógico Programable (CLP) a la configuración existente. Para evaluar la efectividad de la intervención realizada y realizar un análisis comparativo con las condiciones operativas anteriores, se examinaron los registros de supervisión previa y posterior a la mejora. Este estudio no solo destacó la relevancia de la automatización para aumentar la eficiencia operativa, sino que también demostró cómo la modernización puede contribuir a una gestión más eficaz de los recursos hídricos. El análisis de los datos reveló mejoras significativas en el funcionamiento del sistema de drenaje y vaciado, corroborando la importancia de las

inversiones en tecnologías de automatización. Este estudio de caso sirve como referencia para futuras implementaciones en sistemas similares, proporcionando información valiosa sobre la planificación y ejecución de mejoras de infraestructura en plantas hidroeléctricas.

PALABRAS-CLAVE: Controlador Lógico Programable; innovación; sistema de drenaje y vaciado; automatización; Central Hidroeléctrica

OPTIMIZATION OF DRAINAGE AND EMPTYING SYSTEM USING A PROGRAMMABLE LOGIC CONTROLLER: CASE STUDY OF THE LOCAL HYDROELECTRIC PLANT

ABSTRACT: The book chapter addresses a practical case of an innovation implemented in the drainage and water evacuation system of a hydroelectric plant located in the region. The innovation consisted of integrating an automation system using a Programmable Logic Controller (PLC) to the existing configuration. To evaluate the effectiveness of the intervention carried out and perform a comparative analysis with the previous operating conditions, the pre- and post-improvement supervision records were examined. This study not only highlighted the relevance of automation in increasing operational efficiency, but also demonstrated how modernization can contribute to more effective management of water resources. Data analysis revealed significant improvements in the operation of the drainage and emptying system, corroborating the importance of investments in automation technologies. This case study serves as a reference for future implementations in similar systems, providing valuable information on the planning and execution of infrastructure improvements in hydropower plants.

KEYWORDS: Programmable Logic Controller; improvement, drainage and emptying system; automatization; Local Hydroelectric Plant.

INTRODUCCIÓN

En contextos industriales, particularmente en centrales hidroeléctricas, la eficiencia de los sistemas de drenaje y vaciado es crucial no sólo para mantener la operatividad, sino también para la seguridad de las instalaciones. Estos sistemas se encargan de eliminar el agua acumulada por infiltración, precipitación u otras fuentes, previniendo daños estructurales y asegurando el correcto funcionamiento de los equipos vitales. En este caso de estudio, abordamos la implementación de una mejora significativa en un sistema de drenaje y vaciado en una planta local, utilizando un Controlador Lógico Programable (CLP) integrado en la arquitectura existente.

El papel de un sistema de drenaje y vaciado en las centrales hidroeléctricas va más allá de la simple gestión del agua. La presencia incontrolada de agua puede provocar fallas mecánicas, corrosión y, en casos extremos, fallas catastróficas que pueden comprometer toda la planta. Por ello, la eficacia de estos sistemas es una prioridad absoluta para los responsables de estas instalaciones. La modernización a través de la automatización aparece como una solución viable para aumentar la confiabilidad y eficiencia de estos sistemas críticos. El CLP, al ser un elemento central en la automatización industrial moderna, ofrece la flexibilidad, precisión y capacidad de respuesta esenciales para el control eficaz de procesos complejos como el vaciado y drenaje de agua.

En este contexto, el estudio se centró en evaluar la eficiencia de la mejora implementada comparando el desempeño operativo del sistema antes y después de su integración. La metodología adoptada incluyó el análisis de los datos recopilados por el sistema de supervisión, que registra variables operativas críticas en tiempo real. Este enfoque permitió una valoración cuantitativa de los cambios provocados por la implantación del CLP, con especial atención a la velocidad de respuesta del sistema, la reducción de fallos y la mejora general de la gestión del agua.

La relevancia de este estudio radica en su contribución a una comprensión más profunda de cómo la tecnología de automatización se puede aplicar de manera efectiva en las plantas hidroeléctricas, un sector a menudo desafiado por las necesidades de modernización frente al envejecimiento de la infraestructura. La integración de tecnologías modernas, como el CLP, en los sistemas existentes ofrece la oportunidad de realizar mejoras sustanciales sin la necesidad de una revisión completa, que sería mucho más costosa y disruptiva.

El presente estudio también se alinea con la creciente tendencia de digitalización y automatización en el sector energético, que busca no solo aumentar la eficiencia operativa, sino también mejorar la sostenibilidad y seguridad de las operaciones. Con la creciente demanda de energía y la necesidad de operaciones ambientalmente responsables, las plantas hidroeléctricas enfrentan el desafío de optimizar sus procesos minimizando los impactos ambientales y maximizando la seguridad.

Finalmente, este trabajo contribuye a la literatura existente proporcionando datos empíricos sobre la implementación de mejoras en sistemas críticos de plantas hidroeléctricas a través de la automatización. El análisis de los resultados no sólo valida la eficacia del uso de CLP en tales contextos, sino que también destaca las mejores prácticas y consideraciones necesarias para futuras implementaciones tecnológicas en la industria.

Fundamentación teórica

En el desarrollo de sistemas de automatización para centrales hidroeléctricas, el control de procesos juega un papel vital. La eficacia del sistema de drenaje y vaciado es fundamental, no sólo para la seguridad operativa, sino también para mantener la eficiencia energética. Estos sistemas están diseñados para gestionar el flujo de agua para evitar inundaciones y optimizar el rendimiento de las turbinas y otros equipos, lo cual es crucial para la producción de energía.

La automatización de estos sistemas a través de Controladores Lógicos Programables (CLP) ofrece una serie de ventajas, entre ellas una mayor precisión en la operación, reducción de fallas y la capacidad de responder rápidamente a condiciones cambiantes. Los CLP son muy utilizados en la industria debido a su robustez y flexibilidad, permitiendo la integración con diversos dispositivos y sistemas, algo fundamental en un entorno tan complejo como una central hidroeléctrica.

Varios estudios destacan la importancia de la automatización en infraestructuras críticas. La capacidad de un CLP para realizar controles en tiempo real y recopilar datos operativos proporciona una base sólida para el monitoreo y análisis continuo del desempeño del sistema. Este aspecto es especialmente importante en las centrales eléctricas, donde la detección temprana de anomalías puede evitar paradas no planificadas y daños importantes.

Además, la literatura en ingeniería eléctrica y control de sistemas destaca que la implementación de mejoras como la automatización siempre debe ir precedida de un análisis riguroso de los sistemas existentes. Esto incluye comprender la configuración del sistema de drenaje, las limitaciones del equipo actual y los posibles puntos de falla. Por lo tanto, la decisión de implementar un CLP debe basarse en una comprensión detallada de estos elementos, asegurando que la solución elegida no sólo sea técnicamente viable, sino también optimizada para el contexto específico de la planta.

METODOLOGÍA

El capítulo del libro utiliza un enfoque metodológico enfocado en evaluar el impacto de las mejoras implementadas en un sistema de drenaje y vaciado de una central hidroeléctrica a través de la automatización con un Controlador Lógico Programable (CLP). El estudio se desarrolló en n etapas, iniciando con el análisis del sistema existente, seguido de la implementación de la mejora y la evaluación post-implementación.

De manera general se realizó el Análisis Preliminar del Sistema Existente detallando el sistema de drenaje y vaciado existente. Este análisis incluyó revisión de documentos técnicos, entrevistas con operadores de planta e inspecciones en sitio para comprender completamente las operaciones y limitaciones del sistema anterior.

La implementación de mejoras con CLP consistió en la integración de un CLP para automatizar el control del sistema de drenaje. Y fue programado para gestionar las operaciones según criterios predeterminados, con el objetivo de optimizar el proceso y reducir las fallas operativas. Además, la configuración del sistema se ha ajustado para permitir una comunicación efectiva entre el CLP y los componentes del sistema, como sensores y actuadores.

El uso del Sistema SCADA (Supervisory Control and Data Acquisition). Este sistema permitió la recopilación de datos en tiempo real y el monitoreo continuo del desempeño del sistema de drenaje. SCADA fue esencial para visualizar el comportamiento del sistema antes y después de implementar la mejora, proporcionando una base de datos sólida para el análisis comparativo.

La recogida y análisis de datos operativos, los datos fueron recogidos antes y después de la implementación de las mejoras. El análisis de estos datos se centró en indicadores clave de rendimiento, incluida la eficiencia de eliminación de agua, la frecuencia de fallas y el tiempo de respuesta del sistema. Las herramientas de análisis incluyeron software estadístico para procesar los datos recopilados y realizar comparaciones cuantitativas.

Así, la evaluación de resultados se produjo en la fase final de la metodología que implicó la evaluación de los resultados obtenidos. Esta evaluación comparó el desempeño del sistema antes y después de la automatización, con el objetivo de verificar la efectividad de las mejoras implementadas. Se utilizaron indicadores de desempeño, comentarios de los operadores y análisis técnicos para evaluar el éxito de la implementación.

Descripción de la planta

En un escenario donde la creciente relevancia de la sostenibilidad está intrínsecamente ligada a la necesidad de proteger el medio ambiente, preservar los recursos naturales y garantizar un futuro más equitativo para las generaciones futuras, además de requerir, al mismo tiempo, un suministro constante de energía eléctrica, Las turbinas hidroeléctricas extraen electricidad a gran escala de la energía de los cursos de agua de forma limpia y renovable.

Central Hidroeléctrica

Según el Operador del Sistema Eléctrico Nacional - ONS (2023), una Central Hidroeléctrica (CH) se define como un conjunto de obras y equipos que tienen como finalidad generar energía eléctrica mediante el aprovechamiento del potencial hidráulico existente en un río. De esta manera, a través de la conversión de la energía potencial gravitacional del agua en energía cinética, se produce la activación de la Unidad Generadora (UG), que consecuentemente genera energía eléctrica.

En este contexto, la estructura de una Central Hidroeléctrica se compone de varios elementos fundamentales, entre los que se incluyen:

- Presa: Responsable de formar el depósito de agua;
- Sistemas de captación y abastecimiento de agua: Dirigir el flujo de agua a la UG;
- Casa de máquinas: Donde se produce la conversión de energía potencial en energía cinética, y que a través de inducción electromagnética genera electricidad;
- Sistema de retorno de agua al cauce natural: Garantiza que el caudal del río siga su curso habitual tras su paso por la planta.

La combinación de estos elementos permite que una central hidroeléctrica funcione eficientemente en la conversión de energía hidráulica en electricidad, proporcionando energía limpia y renovable a gran escala.

Central Eléctrica local

Es importante resaltar que los detalles específicos y características técnicas de esta planta local no pueden ser divulgados debido a restricciones de confidencialidad. Por lo tanto, este trabajo se centrará en aspectos generales relacionados con la industria energética.

Sistemas auxiliares

Los sistemas auxiliares de una central hidroeléctrica juegan un papel fundamental para el funcionamiento de una central hidroeléctrica, ya que deben cumplir con la normativa y estar de acuerdo con los procedimientos específicos inherentes a cada proyecto.

Planta

Según la *ESC Engenharia* (2023), el sistema auxiliar de una instalación está formado por un conjunto de paneles que aseguran el suministro adecuado de carga de corriente alterna y corriente continua a los dispositivos que componen el sistema de protección, control y supervisión de una instalación. . planta de energía.

También según la *ESC Engenharia* (2023), las cargas se dividen en cargas esenciales, que deben ser suministradas de forma prioritaria, y cargas no esenciales, que permiten interrupciones de larga duración.

En este sentido, dentro del sector energético, el consumo medio es del 6,1% del consumo total de energía eléctrica nacional, lo que equivale a más de $2.526 \times 10^3 \text{ tep}$, medida que representa mil toneladas equivalentes de petróleo, como se muestra en el Cuadro 1, tomado del Balance Energético Nacional 2022, que es elaborado por la Empresa de Investigación Energética - EIE.

SECTORES	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
CONSUMO FINAL (10 ³ tep)	42.861	44.391	45.800	45.128	44.838	45.413	46.303	47.503	47.102	49.090
SECTOR ENERGÉTICO	5,3	5,8	5,9	6,1	5,7	5,6	5,8	7,1	7,0	6,8
RESIDENCIAL	23,6	24,2	24,8	25,0	25,5	25,5	25,6	25,9	27,2	26,4
COMERCIAL	16,0	16,4	17,0	17,4	17,1	17,1	16,8	17,1	15,5	15,7
PÚBLICO	8,0	8,0	8,0	8,3	8,3	8,2	8,4	8,4	7,8	7,5
AGRÍCOLA	4,7	4,6	5,0	5,1	5,4	5,4	5,6	5,5	5,9	5,9
TRANSPORTES	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
INDUSTRIAL	42,1	40,7	38,9	37,7	37,6	37,8	37,3	35,7	36,2	37,4

Tabla 1 – Composición sectorial del consumo de electricidad.

Fuente: Tomado de EPE (2022).

Por tanto, el consumo eléctrico en una central hidroeléctrica está destinado a abastecer los servicios auxiliares de Corriente Alterna (CA) y Corriente Continua (CC) a través de un Transformador de Servicios Auxiliares (TSA). Se entiende de esta manera que los servicios auxiliares tienen el importante papel de suministrar energía a todo el conjunto de equipos y paneles eléctricos necesarios para el funcionamiento continuo de los sistemas de generación.

Principio de generación

Ya en la antigüedad el hombre sabía que la energía podía transformarse. Como dijo Antoine Lavoisier, uno de los padres de la Química Moderna: “En la naturaleza nada se crea, nada se pierde, todo se transforma” (LAVOISIER, 1785). La famosa frase del químico resume la idea de conservación de la energía, que es una de las leyes más fundamentales de la física. Ella nos recuerda que la energía puede cambiar de forma, pero nunca puede crearse ni destruirse.

En este sentido, la generación de energía eléctrica implica la conversión de diferentes formas de energía, como la energía cinética del agua, que en movimiento se utiliza para hacer girar la turbina conectada al generador de una central hidroeléctrica.

Conversión de energía

Según afirma el ONS (2023), el curso natural de un río es interrumpido por una presa que provoca la formación de un lago artificial llamado embalse. Con esto, el embalse retiene el agua y ésta es conducida por el conducto bifurcado hasta pasar por la turbina hidráulica, en la casa de máquinas, el agua es devuelta al cauce natural, a través del canal de escape.

En este sentido, por tanto, la energía hidráulica se convierte en energía mecánica al pasar por la turbina, dando lugar a la rotación. Posteriormente, en el generador, que está conectado mecánicamente a la turbina, esta energía mecánica se convierte en energía eléctrica mediante inducción electromagnética.

Energía mecánica

Hallyday (2016) define la energía mecánica (Emec) de un sistema como la suma de la energía cinética K y la energía potencial U , según la Ecuación 1.

$$\text{Emec} = K + U \text{ Joules (J)} \dots\dots\dots(1)$$

La energía cinética es la energía asociada con el estado de movimiento de un objeto. Cuanto más rápido se mueve el objeto, mayor es la energía cinética. Por otro lado, la energía potencial es la energía asociada a la configuración de un sistema que está sujeto a la acción de una fuerza conservadora (HALLIDAY, 2016).

Inducción electromagnética

La inducción electromagnética es el principio detrás del funcionamiento de los transformadores, en consecuencia también de los generadores y motores eléctricos (CHAPMAN, 2013). Así, la inducción electromagnética es la base para la generación de electricidad en centrales hidroeléctricas, así como para la transmisión de energía eléctrica en redes de distribución. Así, existen dos principios detrás de la inducción electromagnética (LAGE, 2021).

Ley de Faraday

Esta Ley establece que si hay un flujo que pasa por una espira de alambre conductor, entonces se inducirá un voltaje que es directamente proporcional a la tasa de cambio del flujo en relación con el tiempo según la Ecuación 2 (CHAPMAN, 2013).

$$e_{ind} = \frac{-d\phi}{dt} \quad (2)$$

Ley de Lenz

La Ley establece que la dirección de la corriente inducida es tal que su campo magnético se opone al cambio en el campo magnético original que la generó, es decir, la corriente inducida tiende a crear un campo magnético que se opone a la variación del campo magnético externo que lo generó (CHAPMAN, 2013).

Equipos y paneles eléctricos

Se define equipo eléctrico como cualquier componente, dispositivo, máquina o aparato que utiliza energía eléctrica en su funcionamiento. En este sentido, se consideran equipos eléctricos las lámparas, los electrodomésticos y las máquinas industriales. Por otro lado, para Mamede (2013), un cuadro eléctrico es un conjunto de dispositivos de conmutación asociados a equipos de protección, comando, medición y control complementados con accesorios instalados internamente a un cubículo normalmente metálico dotado de estructuras de soporte.

Por lo anterior, en una CH, para satisfacer las necesidades, se cuenta con un conglomerado de equipos y cuadros eléctricos, ya que los sistemas auxiliares que utilizan estos juegan un papel fundamental en la planta.

Sistemas auxiliares esenciales para la generación

Además de las turbinas y generadores presentes en una central hidroeléctrica, existen una serie de sistemas que juegan papeles fundamentales en el funcionamiento de la central, sistemas que realizan la protección, comando, medición y control de toda la CH.

En la Figura 1, se muestra un panel de bajo voltaje, un Centro de control de motores (CCM). Este cuadro, fundamental en cualquier planta industrial, es un cuadro eléctrico diseñado para la protección, seccionamiento, maniobra y medición de diversidad de cargas eléctricas, con especial enfoque en motores. Además, un CCM puede cubrir todas las cargas de una planta en una única ubicación, lo que lo hace imprescindible en el entorno industrial.



Figura 1 – Vista interna de un panel de baja tensión.

Fuente: Mamede, 2013

Como un CCM está diseñado para manejar múltiples cargas, es posible un control eficiente y confiable en una sola ubicación. Además, el acceso rápido y seguro al panel hace que la operación y el mantenimiento sean más sencillos y fáciles para los operadores durante las maniobras y el mantenimiento. Como se mencionó anteriormente, el CCM distribuye, desde los disyuntores de salida, energía a diversas cargas, como motores eléctricos y otros paneles, por ejemplo, un Centro de Drenaje y Vaciado de Motores (CCMDV).

Drenaje y vaciado del centro del motor

En una CH existe un flujo de agua que ingresa a la casa de máquinas debido a fugas internas producto de la falta de sellado de las unidades generadoras, infiltraciones en la casa de máquinas y el agua generada en su interior. Desde allí, el flujo de agua se dirige a un depósito, donde se realiza el vaciado a través de tubos de aspiración mediante motores acoplados a bombas de vaciado. El CCMDV está diseñado para manejar múltiples motores y bombas que son esenciales para garantizar el control del flujo de agua dentro de la planta.

Operación

Un CCMDV contiene unidades de control de motores y unidades de circuitos de suministro de energía. Por tanto, ambos incluyen necesariamente un interruptor seccionador con fusibles o un disyuntor accionable externamente al panel. Por lo tanto, como se muestra en la Figura 2, normalmente, buscando redundancia del sistema, existen dos disyuntores de entrada para alimentar ambas unidades, los cuales están presentes en un cajón, que puede definirse como un panel eléctrico removible, donde se realiza la conexión y desconexión de este. panel procedente del bus vertical, que se alimenta mediante uno de los disyuntores de entrada, y se realiza de forma simplificada mediante una palanca presente en el cajón.

En un cajón se encuentran una serie de dispositivos electrónicos y de protección, que junto con el panel de control (que se ubican encima de los disyuntores en la Figura 2), realizan el control, medición y protección de todo el sistema de drenaje y vaciado.

En este sentido, cada cajón es responsable de una carga, en este caso todas las cargas son motobombas centrífugas, cuya finalidad es vaciar el depósito, donde cada bomba tiene su respectivo cajón, donde el tamaño del cajón refleja la potencia del motobomba, ya que a mayor potencia, mayor es el disyuntor necesario, lo que en consecuencia ocupa más espacio en el cajón.

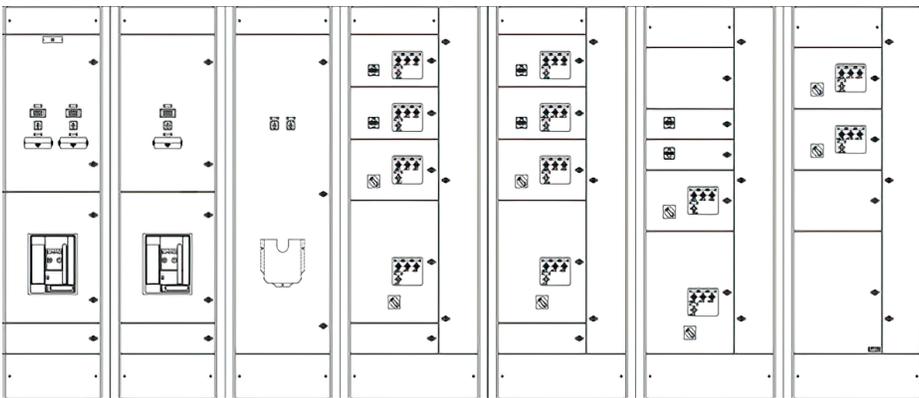


Figura 2 – Vista externa de un CCMDV.

Fuente: Planta local, 2024

Motobomba centrífuga

Para Macintyre (2010), una bomba centrífuga es un dispositivo mecánico giratorio desarrollado para impulsar un fluido, generalmente agua limpia o agua contaminada con material sólido, superando una diferencia de altura o elevación entre el punto de succión y el punto final de la línea de descarga. Este dispositivo convierte el trabajo mecánico en energía hidráulica, transfiriendo energía desde el eje del rotor al flujo de líquido.

Según Russeli Charles Hibbeler (2016), las motobombas centrífugas pueden proporcionar altos caudales, pero tienen una desventaja importante: la baja presión de flujo. Como resultado, este tipo de bombas funcionan bien para drenar agua de zonas poco profundas que requieren poca presión, pero con un gran volumen de agua, sin necesidad de cambiar de dirección.

En este sentido, para aplicaciones que impliquen vaciado del depósito, las motobombas centrífugas son ideales, ya que ofrecen elevados caudales. Como resultado, las motobombas centrífugas del CCMDV son capaces de mover grandes volúmenes de agua de manera eficiente. Además, el obstáculo de la baja presión y el cambio de dirección no suponen mayores problemas, ya que el gran volumen de agua se dirige a un solo lugar, aguas abajo, donde no se necesita gran presión, ya que la altura con respecto al embalse no es excelente.

Desgaste mecánico

En las máquinas eléctricas, debido al uso prolongado existe desgaste en cojinetes, escobillas, conmutadores y sellos que se presenta naturalmente debido a la corriente eléctrica inicial del motor, la cual es alta, como se muestra en la Figura 3, en consecuencia su torque inicial también es alto. Por lo tanto, con ambos parámetros elevados se produce desgaste en componentes eléctricos y mecánicos (CHAPMAN, 2013).

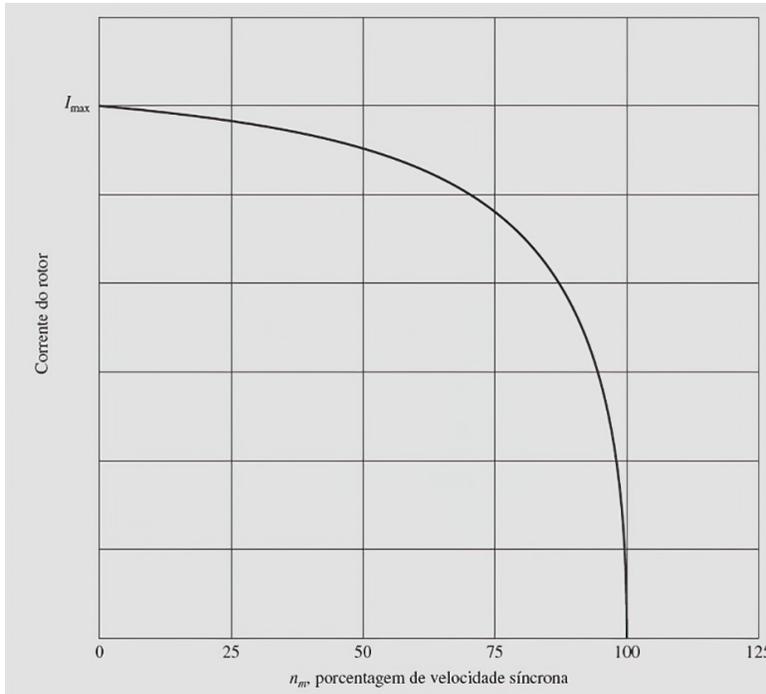


Figura 3 – Gráfico de la corriente del rotor en función de la velocidad del motor

Fuente: Tomado de Chapman (2013).

El desgaste en las bombas centrífugas, según Rijeza metalúrgica (2024), es de tres tipos y genera importantes impactos en los procesos industriales, los cuales son:

1. Pérdida de eficiencia: Una motobomba que sufre desgaste con el tiempo inevitablemente pierde su eficiencia de bombeo, lo que se traduce en un aumento en el consumo de energía necesario para realizar su función;
2. Pérdida de calidad: la ineficiencia operativa puede tener implicaciones para el proceso de producción;
3. Paros de la máquina: Debido al desgaste, es necesario parar la motobomba, generando la necesidad de realizar mantenimiento correctivo.

Modo de funcionamiento: Automático

Paralelamente al panel de control del CCMDV, existe una placa externa, que es una Placa de Comando Local (PCL), la cual se encarga de medir el nivel dentro del depósito a partir de dos sondas de nivel, donde una envía una señal analógica (4 al 20 de marzo) para el sistema de supervisión y el otro para el comando en PCL. Además, la señal analógica enviada al PCL se convierte en una señal digital, que se envía al panel de control del CCMDV. La señal recibida por el CCMDV, una señal 0 o 1, es interpretada por el sistema como se muestra en la Figura 4.

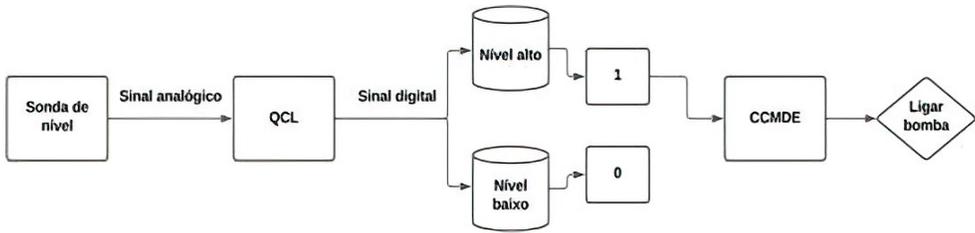


Figura 4 – Diagrama de bloques de la señal de la sonda de nivel para una bomba

Fuente: Autoría, 2024

La señal analógica enviada por la sonda de nivel se define en tres etapas:

1. Nivel bajo: Las bombas permanecen apagadas;
2. Nivel alto: Se envía un comando desde el CCMDV a los dispositivos electroelectrónicos de un cajón, los cuales dan un comando para que se encienda la respectiva bomba;
3. Nivel muy alto: En este nivel existe riesgo para la estructura del embalse e inundación de la casa de máquinas de la CH, por lo que se envía una alarma de emergencia a la sala local, además de que todas las bombas disponibles están en operación.

Según sea necesario, el número de bombas en funcionamiento viene definido por el nivel, es decir, en determinados niveles se activan más bombas, dependiendo del aporte de agua en el embalse. Por tanto, como se muestra en la Figura 5, habrá bombas en espera para entrar en funcionamiento en los casos en que el nivel alcance determinados parámetros.

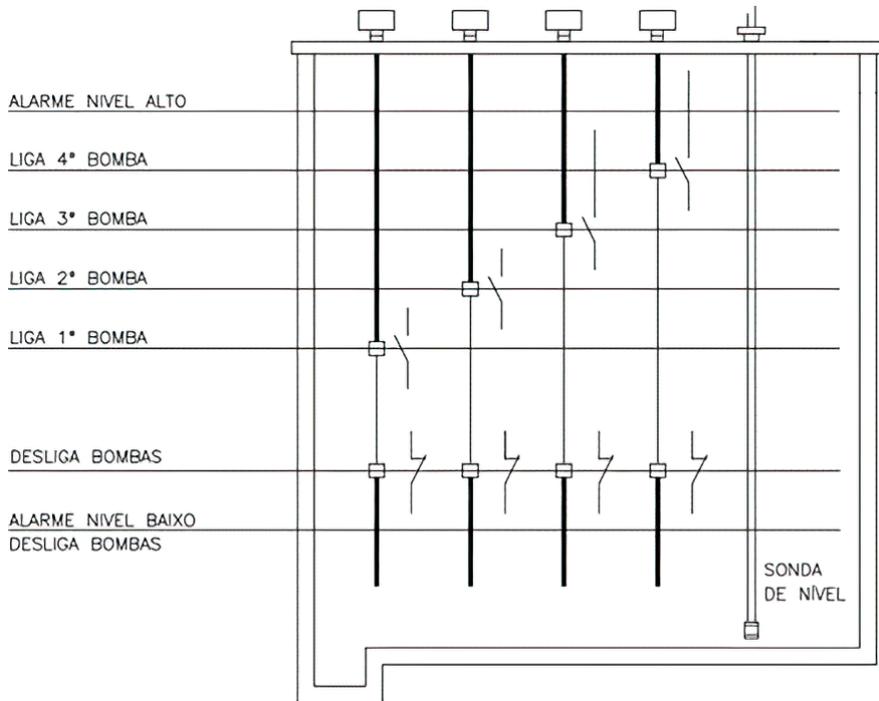


Figura 5 – Activación del nivel de la bomba.

Fuente: Autoría, 2024

Modo de operación: Manual

En el PCL hay un interruptor selector de dos posiciones, que define el estado del panel, automático o manual. Cuando el PCL está en manual, no envía señales al CCMDV, por lo que las bombas no se encenderán incluso si el nivel es muy alto. En operación manual, la única forma de encender las bombas es desde el botón del PCL, es decir, un operador tiene que ir al lugar para activar las bombas.

Protección

Dispositivo de protección en un cuadro eléctrico diseñado para garantizar la seguridad de los equipos. En el caso del CCMDV, los objetivos de esta seguridad son las motobombas centrífugas. La protección se basa en monitorear el flujo de corriente eléctrica, identificando condiciones anormales que podrían presentar riesgos de cortocircuito y sobrecarga para la motobomba.

Disyuntores

El autor Garzón (2002) define los disyuntores como dispositivos de protección electromecánica cuya función principal es interrumpir las corrientes de falla, especialmente las resultantes de cortocircuitos en la red eléctrica. Por lo tanto, es imperativo que los disyuntores tengan la capacidad de interrumpir dichas corrientes de falla en el intervalo de tiempo más corto posible, independientemente de la duración de su inactividad, para mitigar los efectos de la degradación en sus contactos y regular el tiempo de residencia de la falla.

En un CCMDV existen dos tipos de disyuntores, los disyuntores de entrada, que se ubican debajo del respectivo panel de control, los cuales se caracterizan por ser disyuntores de caja moldeada que operan a corrientes superiores a 200 A, según la parametrización en su relé supervisor. Además de estos, dentro de los cajones existen disyuntores termomagnéticos, donde su propósito es proteger la línea de control de las motobombas, por lo tanto, el rendimiento de estos disyuntores está entre 2 y 63 A.

Fusibles

Según el sitio web de Siemens (2024a), los fusibles se utilizan para proteger las sobrecorrientes de cortocircuito en instalaciones eléctricas industriales. Los fusibles rompen el circuito de forma segura tan pronto como se produce una sobrecarga o un cortocircuito, esto evita daños al equipo eléctrico y reduce el tiempo de inactividad.

Sin embargo, los fusibles requieren reemplazo después de cada falla, ya que se abren y pierden su utilidad, a diferencia de los disyuntores, que ofrecen reinicio después de cada falla. Sin embargo, los fusibles son más simples y, a menudo, más económicos, lo que significa que la combinación de disyuntores y fusibles ofrece una mayor protección sin mucho costo.

Control

Según la definición del autor Gata (2010), el control se puede definir como el proceso de monitorear y ajustar variables en sistemas complejos para asegurar que operen de la manera deseada y eficiente. En el contexto industrial, el uso del control se utiliza para regular variables como temperatura, presión, humedad, viscosidad y flujo en una amplia gama de aplicaciones. En este sentido, el control asegura que los parámetros operativos se mantengan dentro de límites específicos, garantizando un rendimiento seguro y eficaz de la planta.

También según Gata (2010), una planta se refiere a una unidad completa de equipo o simplemente a un arreglo de componentes interconectados en un equipo, diseñados para operar en conjunto y realizar una operación específica.

Relé

Dispositivo utilizado para controlar la apertura o cierre de circuitos eléctricos, funcionando como un interruptor controlado por una corriente eléctrica o una señal de control (Siemens, 2024b). Con estas condiciones de funcionamiento, un relé proporciona protección a máquinas e instalaciones, donde sus principales variables de medida son:

- Secuencia de fase;
- Caída de fase;
- Subtensión;
- Sobretensión.

Con estos parámetros, el relé reconoce fallas en la red y, por lo tanto, puede reconocerlas y resolverlas prematuramente, antes de que se produzcan daños consecuentes mucho mayores. Además, en combinación con un contactor, es posible construir una línea de comando que, cuando se activa el relé, permite desconectar la carga, protegiéndola completamente. Por otro lado, el relé también se utiliza en conjunto con lámparas, ya que cuando el relé se activa, es posible identificar la falla a través de este conjunto, facilitando el diagnóstico y mantenimiento.

Contactor

El sitio web de Automatización Industrial (2024) define un contactor como un dispositivo electrónico utilizado para controlar la activación e interrupción de cargas, como motores eléctricos. El funcionamiento del dispositivo electrónico en cuestión utiliza una bobina y un núcleo magnético que, cuando se energiza, crea un campo magnético capaz de atraer un núcleo móvil, moviendo los contactos del contactor para abrir o cerrar el circuito. En este sentido, cuando se energiza la bobina del contactor, los contactos abiertos (NA) se cierran, mientras que los contactos cerrados (NC) se abren.

Por último, los contactores que controlan los motores eléctricos trifásicos son tripolares, es decir, tienen tres contactos, los cuales están abiertos. En este sentido, para energizar la bobina del contactor en cuestión y finalmente permitir el encendido del motor eléctrico, generalmente se colocan juntos relés de sobrecorriente y cortocircuito para proteger la línea de control. Por lo tanto, para que el motor comience a funcionar, la línea de control debe estar en condiciones adecuadas. Por otro lado, el disyuntor de caja moldeada de línea eléctrica protege el circuito de potencia, por lo que para la activación del motor eléctrico es necesaria la integridad del circuito de control y potencia, formando una protección completa.

Controlador Lógico Programable

El Controlador Lógico Programable (CLP) es un dispositivo electrónico utilizado en automatización para controlar máquinas y procesos. Según Macedo (2018), el CLP tiene la siguiente configuración de hardware:

- CPU – Unidad Central de Procesamiento;
- Fuente de alimentación, con batería interna;
- Cerraduras de entrada;
- Cerraduras de salidas;
- Memorias;
- Cerradura de datos, direccionamiento y control;
- Archivos de programas;
- Archivos de información;
- Puerta de comunicación;
- Bus de expansión de entradas/salidas.

Con estas configuraciones, el CLP tiene la facultad de controlar los elementos conectados a su salida, según la lógica de programación (generalmente en líder), y considerando tanto el estado de los sensores de entrada como la situación de los elementos de salida (MACEDO, 2018) . En las Figuras 6 y 7 se representa la arquitectura del hardware del CLP y su principio de funcionamiento, respectivamente.

Durante un ciclo de operación (scan), el CLP ejecuta una secuencia de pasos. Primero, la inicialización, lectura de los sensores de entrada y actuadores de salida, actualización de las memorias con el estado de las entradas y salidas, comparación del estado de las memorias con la lógica de programación definida por el usuario, actualización de las salidas según esta lógica y, finalmente, repitiendo el ciclo de barrido para asegurar el control (Mitsubishi Electric, 2024).

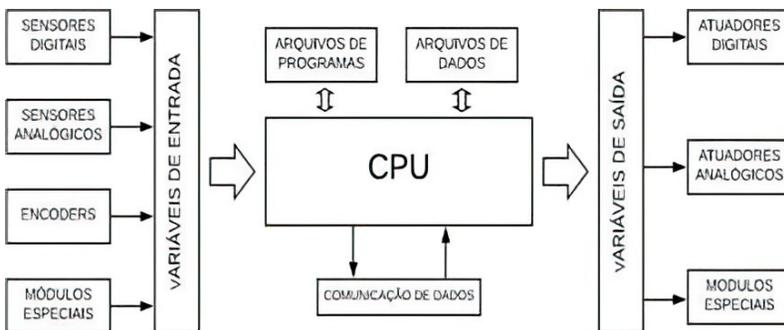


Figura 6 – Arquitectura del hardware del PLC.

Fuente: Tomado de Macedo (2018).

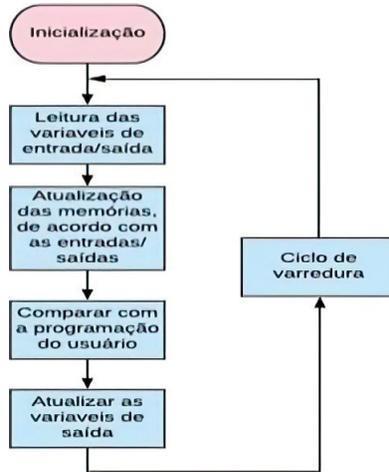


Figura 7 – Principio de funcionamiento del PLC.

Fuente: Tomado de Macedo (2018).

Lenguaje de Ladder

El lenguaje de programación en ladder es el más utilizado cuando se trata de lenguajes de programación para CLPs, ya que su programación alude al comando eléctrico. Además, esta programación recibió su nombre debido a su arquitectura, la cual asemeja un escalón, y a lo largo de la programación visualmente se convierte en una escalera, como se muestra en la Figura 8 (MACEDO, 2018).

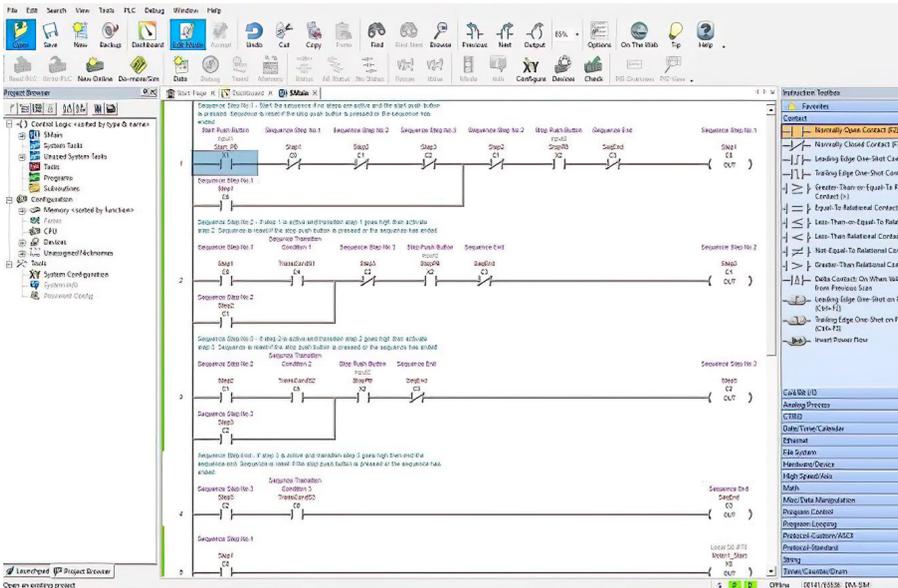


Figura 8 – Ejemplo de programación en ladder.

Fuente: Ladder Logic World, 2024

Sonda de nivel

Según el sitio web de la empresa especialista en sensores de presión Keller (2024), una sonda de nivel es un dispositivo que tiene la capacidad de medir la profundidad de una superficie líquida o sólida granular en tanques y materiales que tienen una gran capacidad de almacenamiento. Además, la sonda consta de un transmisor que convierte la información de nivel en una señal eléctrica, generalmente analógica (corrientes eléctricas de 4 a 20 mA).

Comunicación de datos

Según Forouzan (2010), la comunicación de datos implica la transferencia de información entre dos dispositivos utilizando un medio de transmisión, como un cable con hilos conductores. Este intercambio de datos requiere que los dispositivos de comunicación formen parte de un sistema integrado, que incluye componentes tanto físicos (hardware) como lógicos (software). Aún así, según Forouzan, el hardware y toda la infraestructura física para transportar las señales, mientras que el software viabiliza el proceso de comunicación.

En el contexto industrial, la comunicación entre un sensor ubicado en campo y un receptor ubicado en la sala de control se vuelve fundamental, ya que se optimizan los recursos y la toma de decisiones debido al monitoreo en tiempo real.

De esta manera, de manera inmediata, la transmisión continua de datos del sensor al receptor permite a los operadores monitorear las condiciones ambientales en tiempo real, además de que no necesitan desplazarse al lugar para recibir información del sensor, con lo que aumentando la eficiencia operativa y la toma de decisiones debido al monitoreo en tiempo real, permitiendo una intervención rápida si ocurre una falla.

Protocolo de comunicación

Un protocolo establece el estándar para el formato y la secuencia de mensajes compartidos entre dos o más entidades comunicantes. Además, especifica las operaciones realizadas durante la transmisión y/o recepción de un mensaje u otro evento (KUROSE, 2021).

Teniendo esto en cuenta, se establece un estándar de comunicación común entre dispositivos y sistemas industriales, como es el caso de la entrega de datos de nivel CCMDV a la sala de control de una central hidroeléctrica.

Modbus

Como explica el blog de Alfacom (2024), Modbus es un protocolo de comunicación de datos desarrollado por la empresa Modicon, publicado en 1979 para su uso en la programación de CLP. Sin embargo, Modicon fue adquirida por Schneider y los derechos de Modbus ahora están a cargo de Modbus Organizativo, que es responsable de mantener el protocolo.

El protocolo Modbus se usa comúnmente para transmitir señales desde instrumentos y equipos de control a un controlador principal o una base de datos. Además, la comunicación de bits entre dispositivos de diferentes fabricantes no tiene restricciones y no se cobra por su uso, lo que hace que este protocolo sea fácil de usar y mantener.

Existen versiones del protocolo para cables serie (Modbus RTU y Modbus ASCII) y Ethernet (Modbus TCP). Por otro lado, la versión expuesta en este trabajo será Modbus RTU, ya que es la implementación del protocolo más utilizada y la aplicada al caso de estudio.

Modbus RTU

La Unidad Terminal Remota (RTU) Modbus es un protocolo de comunicación abierto que utiliza puertos serie como RS-232 y RS-485, derivados de la arquitectura Maestro/ Esclavo, donde cada mensaje de 8 bits contiene dos caracteres hexadecimales de 4 bits y debe transmitirse en un flujo continuo de caracteres. En las redes Modbus RTU, los esclavos tienen su propia dirección única, que va de 1 a 247. Por otro lado, el maestro es responsable de escribir y leer información de los esclavos en su red, como se muestra en la Figura 9 (Modbus ONG, 1996).

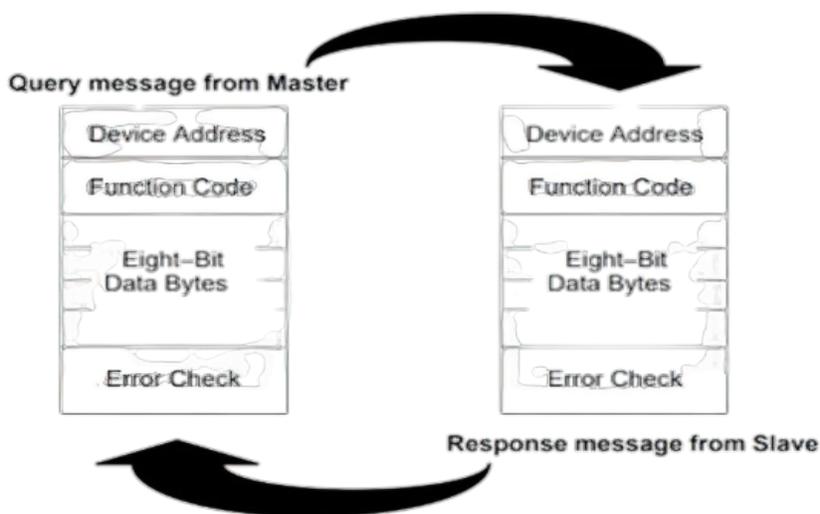


Figura 9 – Ciclo de consulta y respuesta entre maestro y esclavo

Fuente: ONG Modbus, 1996

El ciclo de consulta y respuesta entre maestro y esclavo se refiere al proceso de comunicación en el que un dispositivo maestro envía una solicitud (consulta) a uno o más dispositivos esclavos, los cuales luego responden con los datos solicitados o con una confirmación de finalización.

Los datos se envían en series de ceros y unos, que se denominan bits, los cuales son definidos por Forouzan (2010) como la unidad de almacenamiento de datos más pequeña y representa un valor binario de 0 o 1. Los bits se utilizan para representar datos en las computadoras, donde diferentes Los patrones de bits se utilizan para representar información como texto, números e imágenes.

Como ya se mencionó, cada mensaje tiene 8 bits, sin embargo contiene dos caracteres hexadecimales de 4 bits, donde los dos primeros caracteres representan la solicitud del maestro para un esclavo específico, el cual representa su dirección única. Así, los bits restantes se refieren al código de la función a solicitar.

Con esto, el protocolo Modbus RTU permite una comunicación efectiva entre un dispositivo maestro y sus dispositivos esclavos a través de puertos RS-232 o RS-485. De esta forma, el protocolo es capaz de transmitir datos en entornos industriales, facilitando el control y seguimiento de los procesos operativos.



Figura 10 – RS-232.

Fuente: Newegg, 2024



Figura 11 – RS-485.

Fuente: Newegg, 2024

Control de Supervisión y Adquisición de Datos - SCADA

El control de supervisión SCADA es un sistema integrado de software y hardware diseñado para permitir a las organizaciones gestionar y supervisar procesos industriales de forma eficaz. Un sistema de este tipo establece una conexión directa con las máquinas presentes en la fábrica, lo que permite la visualización instantánea y en tiempo real de datos relevantes (Inductive Automation, 2024).

Con la implementación de un sistema de supervisión, los controles de procesos industriales y el monitoreo de datos en tiempo real son posibles de forma remota. Además, se mantiene un registro detallado de las actividades, acciones e información relevante que ocurre en la planta, manteniendo un historial de operación del sistema (Inductivo Automation, 2024).

La arquitectura SCADA parte de los CLP o unidades terminales remotas (RTU), que se comunican con una matriz de objetos, como sensores, luego, con un protocolo de comunicación, la información adquirida por esta matriz es enviada a computadoras con software SCADA, que procesa esta información y muestra los datos, como se muestra en el diagrama de la Figura 12. Por otro lado, también es posible enviar comandos desde la computadora a la matriz de objetos, posibilitando así una maniobra de forma remota (Automatización Inductiva, 2024) .

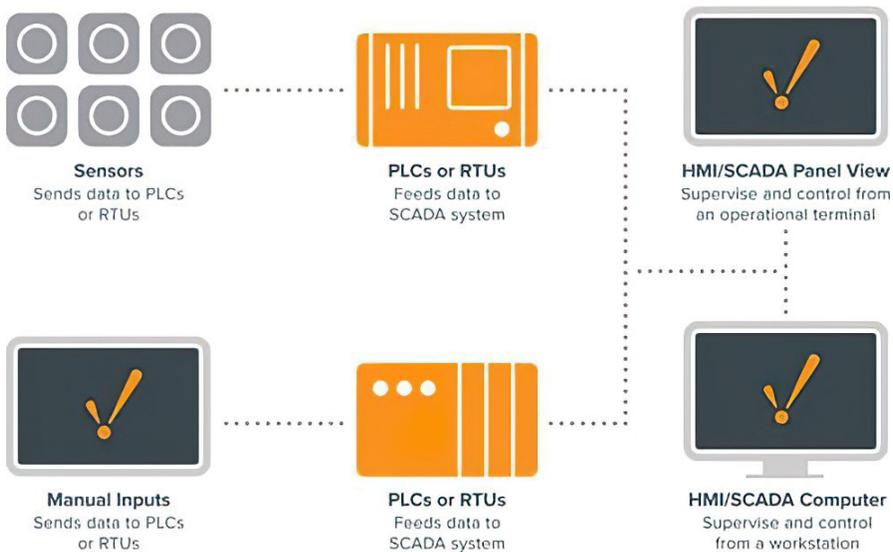


Figura 12 – Diagrama SCADA básico

Fuente: Inductive Automation, 2024

La empresa Elipse software desarrolla herramientas para la gestión en tiempo real de diversos procesos relacionados con los segmentos de energía, infraestructura e industria (Elipse software, 2024a). El software proporcionado por la empresa, líder en este mercado, es ampliamente utilizado para el control y monitoreo de procesos, ofreciendo capacidades de visualización de datos, control y registro de historial (Software Elipse, 2024a). El software de la empresa es utilizado por el CCMDV, principal objetivo de este trabajo.

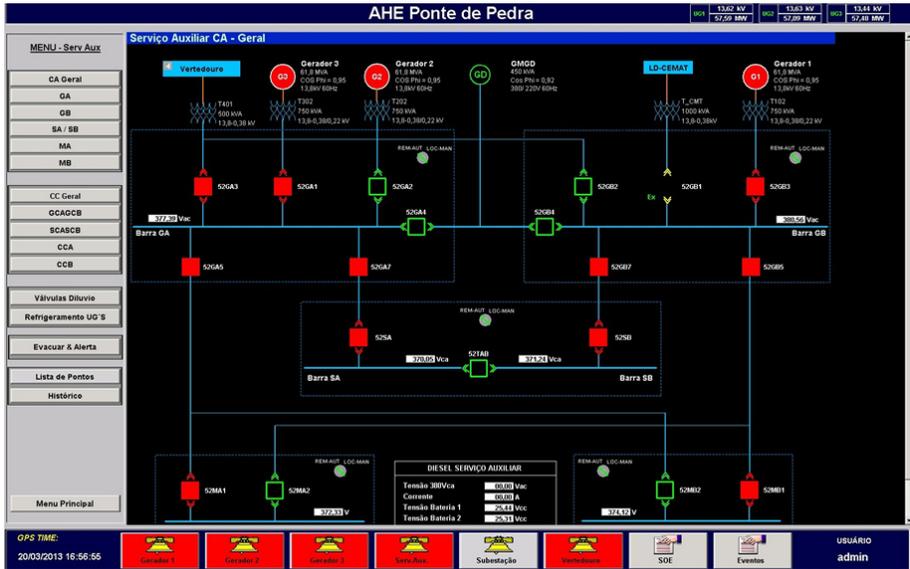


Figura 13 – Ejemplo de aplicación del software elipse - Serviço auxiliar en la planta de Ponte da Pedra.

Fuente: Software Elipse, 2024

ESTUDIO DE CASO DE PLANTA LOCAL

Como se mencionó anteriormente, debido a restricciones de confidencialidad, no habrá exposición de datos confidenciales de la Planta local. No obstante, con fines didácticos se añadirán diagramas y vistas, pero modificando y/o eliminando su contenido.

Este caso de estudio aborda una modificación realizada en la planta local, más precisamente una automatización implementada en el mismo CCMDV. Así, se describirá cómo funcionaba el sistema de drenaje y vaciado de la planta antes de la implementación de la automatización, detalles de la mejora con su finalidad y finalmente el funcionamiento del sistema con la mejora incorporada.

Por lo tanto, luego de la explicación de ambos escenarios y la descripción de la mejora implementada, se realizará una discusión de los datos recopilados por el autor a través de la supervia-sober, con el objetivo de comparar la eficiencia operativa del CCMDV antes y después de la implementación. de la mejora.

Escenario analizado

En la planta local existen tres reservorios (también llamados pozos), estos reciben agua de diferentes ubicaciones que estarán determinadas por:

- Río abajo: toda el agua que proviene del interior de la central eléctrica, ya sea agua generada por el hombre o infiltración de la parte aguas abajo de la planta, se dirige al pozo aguas abajo. Para el vaciado de este pozo se cuenta con cuatro motobombas;
- Río arriba: el agua de las fuentes de infiltración aguas arriba se dirige al pozo aguas arriba. Para el vaciado de este pozo se cuenta con tres motobombas;
- Vaciado: La fosa de vaciado tiene como objetivo llenar la unidad generadora cuando ésta se apaga por mantenimiento. Sin embargo, debido a fugas o falta de sellos de eje en las unidades generadoras, el foso de vaciado también actúa por estos motivos. Para el vaciado de este pozo se dispone de tres motobombas.

Sistema de drenaje y vaciado previo a la mejora

Antes de la mejora, la operación CCMDV de los pozos aguas abajo, aguas arriba y de vaciado seguía la lógica de los diagramas de bloques de los Apéndices A, B y C respectivamente.

En los pozos aguas abajo y aguas arriba no hubo automatización en conjunto con el PCL y, por lo tanto, no hubo rotación de la bomba, es decir, la misma motobomba, que se definió como prioritaria, entraba en operación cada vez que el nivel alcanzaba el volumen 1, es decir, la sonda de nivel transmite una señal de 8 mA. Las bombas 1, 2, 3 o 4 (en el caso de aguas abajo) se pueden definir como prioridad en su respectivo PCL, en estos casos, Placa de comando local río abajo (PCLRío Abajo) y Placa de comando local aguas arriba (PCLRío Arriba). De esta manera, un operador, una vez al día, se desplazaba hasta la ubicación del sistema y cambiaba la motobomba prioritaria, para realizar una rotación diaria de la bomba. Así, por ejemplo, la bomba 1, que antes tenía prioridad, pasa a ser la última, activándose sólo en el nivel 3 (río arriba) o 4 (río abajo) y la bomba 2, que se activaba en el nivel 2, ahora se activa en el nivel 1.

Por otro lado, en el foso de vaciado, controlado por la Placa de Comando de Vaciado Local (PCL Vaciado), ya se contaba con un PLC con lógica de rotación de la bomba incorporada, es decir, no era necesario que un operador se desplazara hasta el lugar y la rotación que ocurre diariamente en los demás pozos, en el pozo de vaciado ocurre cada vez que se activa la primera bomba.

Descripción de la mejora implementada

Como se mencionó anteriormente, los pozos río abajo y aguas arriba no tenían un PLC para rotar automáticamente las motobombas. Para ello, la mejora en el CCMDV apuntó a implementar un PLC que controlara conjuntamente los tres pozos, con el objetivo de lograr la rotación de todas las bombas simultáneamente, tal como ya están instaladas en el pozo de vaciado. Además, como ya tenía su propia lógica y toda la infraestructura PLC estaba lista, tanto ella como su lógica existente fueron descartadas para la introducción del nuevo modelo.

En primer lugar, una vez finalizado el proyecto, se inició la programación de la lógica del PLC en ladder, la cual no será expuesta en este trabajo, pero sí se presentará en un diagrama de bloques, según los Apéndices D y E. Además, se recuerda al lector que el Los pozos río arriba y de vaciado tienen tres bombas y el pozo aguas abajo tiene cuatro. Además, en el Apéndice E se describe el funcionamiento del pozo de aguas arriba luego de la mejora y del pozo de vaciado, pero recuerde que el pozo de vaciado ya contaba con esta automatización.

Con esto los tres pozos serán controlados por un único PLC siguiendo la lógica de ladder descrita en los Anexos antes mencionados. El PLC elegido fue de la familia Novus XL (2024), que según el fabricante, cuenta con la integración de tarjetas de entrada y salida, interfaces de comunicación y memoria masiva en una unidad compacta, robusta y confiable. Con estas características, este PLC satisface las necesidades de implementación de mejoras en el CCMDV.



Figura 14 – PLC de la familia XL.

Fuente: Tomado de Novus (2024).

Se montó un panel específicamente para alojar el PLC y sus protecciones para un fácil mantenimiento y organización. El panel se muestra en la Figura 15, el cual cuenta con dos disyuntores termomagnéticos para proteger el PLC y una fuente de rectificación de 220 VAC a 24 VDC para alimentarlo y sus conjugados (tarjetas de entrada y salida). Además, también existe un relé (que se encuentra en la Figura 15 en la parte inferior, de color verde) con la función exclusiva de detectar fallas en el PLC y enviar una señal a la sala de control.



Figura 15 – Panel ensamblado.

Fuente: Autoría, 2024

Entradas y salidas digitales

En los Apéndices F y G, respectivamente, representan las entradas y salidas digitales del pozo aguas arriba, el cual fue elegido para explicar el sistema de entrada-salida.

Este sistema consiste en tomar puntos existentes de la automatización CCMDV de los pozos y transformarlos en entradas y salidas, por ejemplo activando un relé que enciende la bomba 1. Una parte de la automatización existente se muestra en el Apéndice H.

El PLC habilita una entrada desde una consecuencia, por ejemplo en el Apéndice F, coordenadas E2 (entrada 5), hay un contacto de contador K5M que, en consecuencia, si no hubiera salida digital, activaría la bobina del contador K5M en el diagrama de Apéndice

H en la coordenada 9, donde conectaría la bomba número 1. Sin embargo, el sistema de automatización que no se utiliza con el PLC está “pasado”, es decir, no trabaja junto con la automatización del PLC.

Así, en la automatización PLC, una entrada puede habilitar una o más salidas, según la programación en ladder incorporada en el PLC. Por lo tanto, en este caso, en la línea de código, activar la entrada 5 representa habilitar la salida 5 (Q5) en el diagrama G. Además de activar la salida Q5, como se ve en el Apéndice E, el PLC registra la memoria, si esta bomba lo tiene. la primera en activarse, será la última en la siguiente activación de la bomba.

Además, al pasar la automatización sin PLC, no hay indicaciones de protecciones, fallas o señalización del estado de las bombas a la sala de control a través del supervisor. En este caso, como se puede observar en los diagramas de entradas y salidas de los Apéndices F y G, existen líneas de comando que identifican estas indicaciones y señalizan a la sala de control a través de la elipse supervisora SCADA.

Sistema de drenaje y vaciado tras mejora

Con el PLC instalado, el sistema CCMDV tiene tres opciones:

1. Automatización PLC: Prioridad, que rota en cada ciclo;
2. Automatización ya existente en el CCMDV: En caso de falla en el PLC, toma el relevo el sistema de automatización previo a la mejora. Sin embargo, no habrá bombas;
3. Activación manual: Como último recurso, en caso de accidente que involucre la automatización, el operador tiene la facultad de desplazarse hasta los pozos y activar manualmente las bombas.

Con la implementación de la automatización PLC, la CH agregó una potente redundancia, que no solo cumple su función, sino que también hace girar las bombas en cada activación, lo que aumenta significativamente la vida útil de las motobombas, ya que, como se muestra en el Basado en el apartado 3, al activar La bomba aumenta demasiado su desgaste mecánico.

Comparación

Para analizar la eficiencia de la automatización PLC se recogieron datos del supervisor Elipse SCADA, de los meses de enero, febrero y marzo de los años 2022, cuando no existía automatización, y del año 2023, cuando ya estaba la implementación de la mejora. en la operación. . Con esto, las Figuras 16 y 17 muestran datos de supervisión de los meses 01, 02 y 03 de 2022 y 2023, respectivamente.

Hay tres ventanas, la superior se refiere a los datos del pozo de vaciado, luego del pozo de aguas abajo y finalmente del pozo de aguas arriba. Dentro de cada ventana hay tres tipos diferentes de información, la posición del interruptor selector (manual o automático), donde la señal digital 0 identifica que el PCL está en modo automático y si la señal está en 1, está en modo manual. Luego está la señal analógica de 4 a 20 mA que envía la sonda de nivel, que determina el nivel en ese pozo. Además, existe una indicación digital de todas las bombas del pozo, es decir, en el caso de aguas arriba y vaciado se identifican tres motobombas y cuatro aguas abajo. Así, con esta señal digital en el supervisor es posible identificar qué bombas están en operación, ya que la señal digital 1 muestra que la bomba está encendida, mientras que la señal 0 indica que está apagada.

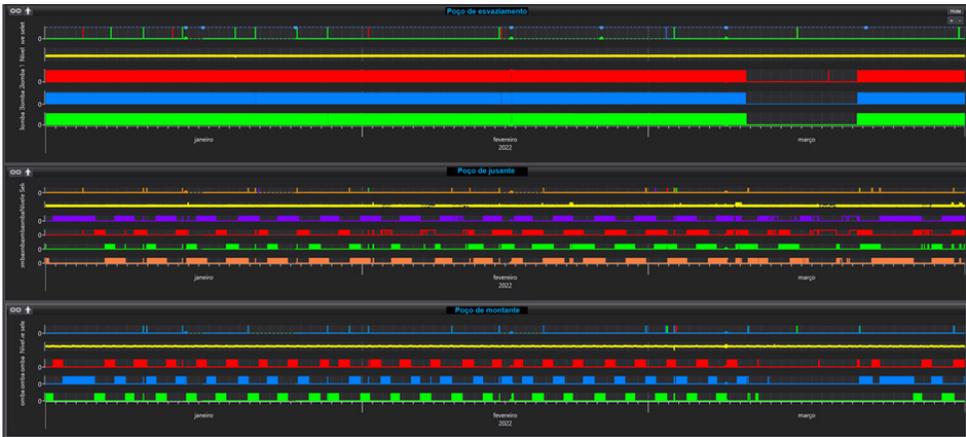


Figura 16 – Datos de supervisión de los meses 01, 02 y 03 de 2022.

Fuente: Autoría, 2024

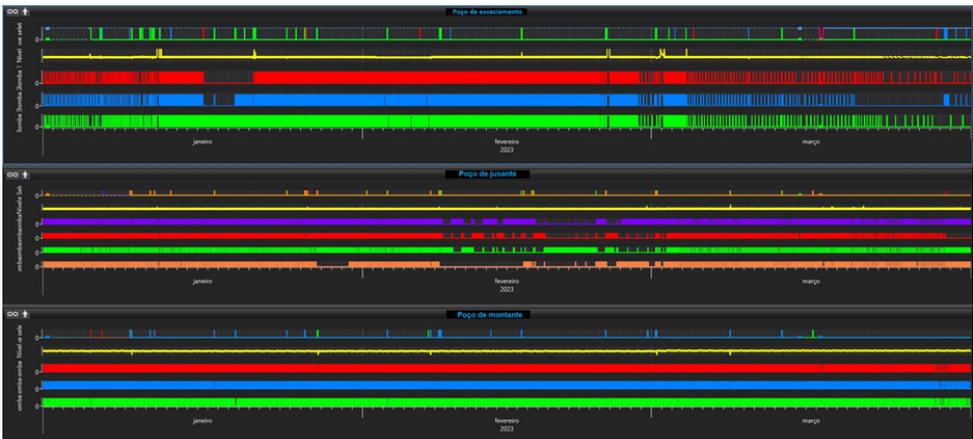


Figura 17 – Datos de supervisión de los meses 01, 02 y 03 de 2023.

Fuente: Autoría, 2024

Con los datos extraídos del sistema de supervisión es posible comparar el número de veces que se activó cada motobomba. Para una mejor visualización, en marzo se eligió el pozo aguas arriba para ampliar esta ventana y lograr una mejor comprensión y comparación. Las figuras 18 y 19 muestran con mayor detalle la diferencia de accionamientos de una misma motobomba al comparar Mar/2022 y Mar/2023.

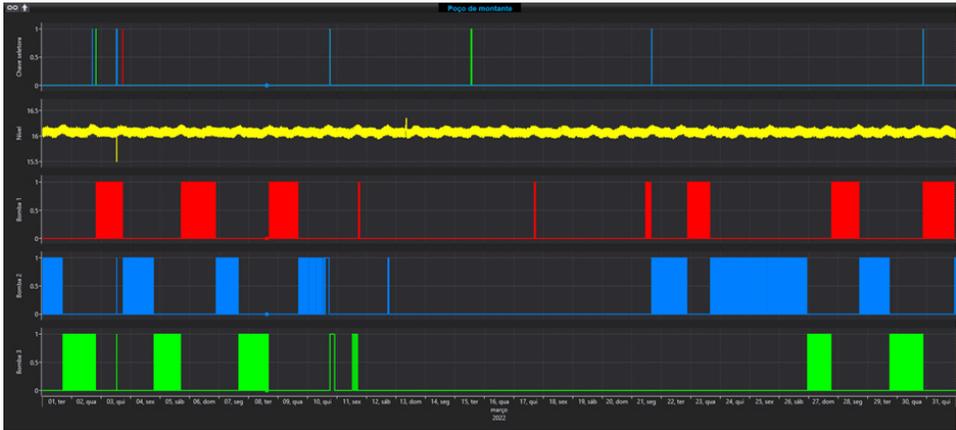


Figura 18 – Supervisión de pozos upstream, marzo de 2022.

Fuente: Autoría, 2024

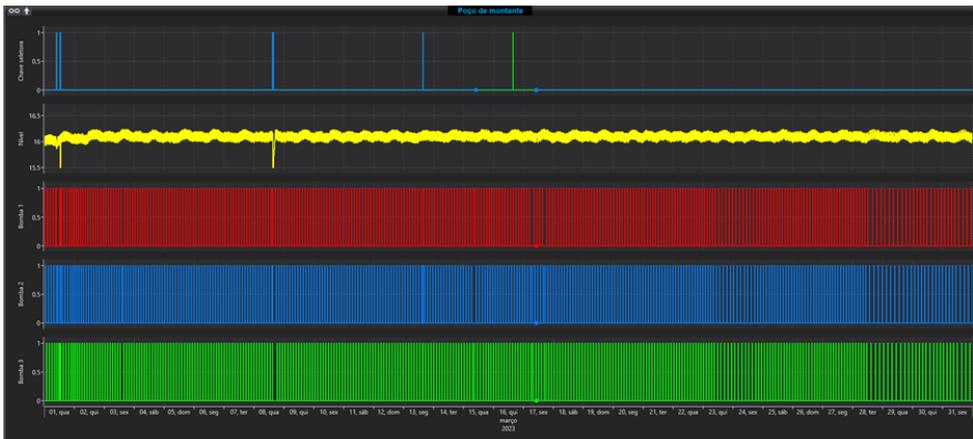


Figura 19 – Supervisión de pozos upstream, marzo de 2023.

Fuente: Autoría, 2024

Mientras que en la unidad de supervisión de la Figura 18, la bomba y la prioridad diaria cambian, en la unidad de supervisión de la Figura 19, esto ocurre cada nuevo ciclo, de acuerdo con el diagrama de bloques en el Apéndice E.

CONCLUSIÓN

Análisis de los datos recogidos

Los datos presentados en la Tabla 2 ilustran el número de veces que las bombas fueron activadas durante los meses de enero, febrero y marzo de los años 2022 y 2023. Este análisis permite una visualización clara de las variaciones en la frecuencia de activación de las bombas a lo largo del tiempo, destacando el cambio en la norma después de la mejora implementada.

Mês	Ano	B. J. 01	B. J. 02	B. J. 03	B. J. 04	B. M. 01	B. J. 02	B. J. 03	B. E. 01	B. E. 02	B. E. 03
JAN	2022	707	141	476	917	315	346	297	539	536	538
JAN	2023	269	373	317	233	375	373	372	350	405	586
FEV	2022	927	546	614	937	304	290	255	400	399	401
FEV	2023	343	193	369	179	341	330	333	477	474	481
MAR	2022	887	667	535	751	192	287	158	291	289	289
MAR	2023	412	239	339	256	332	333	332	135	124	127

Tabla 2 – Datos tomados del supervisor Elipse SCADA.

Fuente: Autoría, 2024

Ahora, en la Tabla 3, hay una diferencia en la activación de cada bomba, es decir, la cantidad de activación de la bomba en el año 2022 se restó de la cantidad de activación en el año 2023. Por lo tanto, los números positivos representan la reducción de activaciones y las negativas tienen una mayor activación en el año 2023.

Mês	B. J. 01	B. J. 02	B. J. 03	B. J. 04	B. M. 01	B. J. 02	B. J. 03	B. E. 01	B. E. 02	B. E. 03
DIF JAN	438	-232	159	684	-60	-27	-75	189	131	-48
DIF FEV	584	353	245	758	-37	-40	-78	-77	-75	-80
DIF MAR	475	428	196	495	-140	-46	-174	156	165	162

Tabla 3 – Diferencia de accionamientos para cada bomba.

Fuente: Autoría, 2024

Evaluación de la eficiencia de la mejora

En primer lugar, se evalúa la cantidad de activación de la bomba por pozo. Luego, se verifica el equilibrio del accionamiento de la bomba con base en la Tabla 2. Así, finalmente, se analiza la diferencia en el accionamiento antes y después de la mejora implementada con base en la Tabla 3.

Evaluación del pozo aguas abajo

En el pozo aguas abajo, el único que tiene cuatro motobombas, la diferencia en las activaciones de bombas en 2022 es clara, donde, por ejemplo, la bomba aguas abajo 04 entró en operación 917 veces en enero, mientras que la bomba 02 solo 141 veces. Además, lo mismo se aplica a otros meses.

En resumen, las motobombas río abajo se activaron en 2022:

- Bomba 01: 2521 activaciones;
- Bomba 02: 1354 activaciones;
- Bomba 03: 1625 actuaciones;
- Bomba 04: 2605 actuaciones.

Con estos datos se puede observar que la motobomba que sufrió mayor desgaste mecánico fue la bomba 04 con 2605 arranques, como se ve en el Apartado 3.2.1.1.1. Como resultado, la pérdida de eficiencia, calidad y posibilidad de que la bomba se detenga debido al mantenimiento correctivo es mayor en comparación con otras bombas.

Mientras que en el año 2023:

- Bomba 01: 1024 actuaciones;
- Bomba 02: 805 actuaciones;
- Bomba 03: 1025 actuaciones;
- Bomba 04: 668 actuaciones.

En 2023, la mayor activación fue la bomba 03 con 1025 operaciones (2,54 veces menor que la bomba 04 en 2022). Además se verifica el objetivo de la mejora implementada, donde el balanceo de los accionamientos de las bombas es más cercano, es decir, mientras que la diferencia entre los accionamientos más grandes y más pequeños en el año 2022 es de 1251 (BJ4 – BJ2), en el año 2023 la diferencia es sólo 357 (BJ3 – BJ4).

Por lo tanto, en 2023, según la Tabla 3, hubo 4583 activaciones menos que en 2022 en el pozo aguas abajo (suma de la diferencia de todas las bombas). En concreto, la bomba 02 tuvo más activaciones en enero de 2023, cuando ya se implementó la mejora, que en enero de 2022. En este sentido, surgen algunas razones:

1. En enero de 2022, esta bomba fue activada solo 141 veces, por lo tanto, se puede observar que esta bomba fue más favorecida por el operador, ya que el número de veces que fue prioridad fue menor en comparación con las demás;
2. La bomba 02 podría estar en mantenimiento en enero de 2023.

Con la mejora implementada, las bombas ahora giran con cada operación, por lo que las bombas dividen el esfuerzo a lo largo del día, mientras que antes del mantenimiento, una sola bomba realizaba todo el esfuerzo durante el día, desgastando más rápidamente su vida útil.

Evaluación del pozo río arriba

Mientras que en términos de monto, tenemos datos para 2022 y 2023 respectivamente.

- Bomba 01: 811 activaciones;
- Bomba 02: 923 activaciones;
- Bomba 03: 710 actuaciones;
- Bomba 01: 1048 actuaciones;
- Bomba 02: 1036 actuaciones;
- Bomba 03: 1037 activaciones;

Si bien el número de activaciones en 2023 será mayor, debido al mayor aporte de las infiltraciones, se observa que el balance es excelente, pues la mayor diferencia en activaciones fue de 12 veces (B1 – B2), mientras que en 2022 fue de 213 (B2-B3).

Evaluación del pozo de vaciado

Finalmente se recogen datos de las bombas de vaciado, que ya estaban bajo la automatización de un PLC.

Activaciones en 2022:

- Bomba 01: 1230 actuaciones;
- Bomba 02: 1224 actuaciones;
- Bomba 03: 1228 activaciones;

Activaciones en 2023:

- Bomba 01: 962 actuaciones;
- Bomba 02: 1003 activaciones;
- Bomba 03: 1194 activaciones;

El pozo de vaciado ya contó con el PLC en el año 2022, por lo que no existen desequilibrios en los arranques de bombas. Sin embargo, ocurrió el proceso contrario esperado a partir de la implementación de la mejora, es decir, el desequilibrio en 2023 y mayor que en 2022. En este caso, la explicación y la reducción del funcionamiento de las bombas por mantenimiento. Así, cuando haya una motobomba en mantenimiento, las demás tomarán el relevo hasta que regrese, por lo que quedarán sobrecargadas.

Reducción de riesgos operacionales

Como era de esperarse, la rotación automatizada por el PLC CCMDV incrementó el balanceo de arranques entre las bombas en operación en los pozos aguas arriba y río abajo. Además, la automatización brindó comodidad al operador, que antes necesitaba desplazarse diariamente al lugar para definir la prioridad de la bomba.

Así, con la implementación del PLC se evita el desgaste desigual y se extiende la vida útil de las motobombas, en consecuencia fallas prematuras en bombas que han sido sometidas a más activaciones por uso desigual. De esta manera, reduciendo los riesgos operacionales, ya que la vida útil de las bombas previamente sobrecargadas es la misma que las demás, se logra maximizar el tiempo de respuesta al mantenimiento correctivo, ya que ambas bombas tienen las mismas especificaciones, y con análisis predictivos es posible para determinar cuándo la motobomba debe realizar mantenimiento preventivo.

CONSIDERACIONES FINALES

Este trabajo presentó la implementación y operación de la mejora mediante el Controlador Lógico Programable (CLP) en el sistema de drenaje y vaciado de una planta local. La función de este sistema es controlar el flujo de agua dentro de la casa de máquinas de la planta para que no se produzcan inundaciones en su interior y consecuentemente daños a la estructura de la planta.

Se definió una CH, destacando su sistema auxiliar, seguido de una breve discusión sobre el principio de generación eléctrica y poniendo fin a las bases de todo el sistema de drenaje y vaciado.

En el siguiente momento se analizó el escenario previo al mantenimiento, se implementó la mejora y finalmente se introdujo la mejora.

Se realizó un estudio de caso dentro de la planta de mejora implementada, con recolección de datos a través del departamento de supervisión, donde en el último capítulo se realizó una comparación de los resultados.

Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, donde se lograron los objetivos. Se balancearon los accionamientos de las bombas, igualando sus vidas útiles, destacando el pozo aguas abajo que al balancearse mejoró los resultados de operación en al menos 2,5 veces.

REFERENCIAS

Alfacomp. Protocolo Modbus. 2024. Disponible em: <<https://alfacomp.net/>>. Citado na página 17.
Automação industrial. Contator: O Que É, Como Funciona e Tipos. 2024. Disponible em: <<https://www.automacaoindustrial.info/>>. Citado na página 13.

CHAPMAN, S. J. Fundamentos de máquinas elétricas. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. ISBN 978-85-8055-207-2. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 9.

Elipse software. Soluções. 2024. Disponível em: <<https://www.elipse.com.br>>. Citado na página 20.

Elipse software. Versão 4.0 do elipse E3 otimiza a automação da Usina de ponte de pedra da Tractebel. 2024. Disponível em: <<https://www.elipse.com.br>>. Citado na página 21.

EPE. Empresa de Pesquisa Energética. 2022. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br>>. Citado na página 4.

ESC Engenharia. ESC, soluções de engenharia para o setor ELÉTRICO. 2023. Disponível em: <<http://esc.com.br>>. Citado na página 4.

FOROUZAN, B. A. Comunicação de dados e redes de computadores. 4. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010. ISBN 978-85-63308-47-4. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 18.

GARZON, R. D. High voltagem circuit breakers: Design and applications. 2. ed. New York: CRC Press, 2002. ISBN <https://doi.org/10.1201/9780203910634>. Citado na página 12.

HALLIDAY, R. Fundamentos de física. 10. ed. Porto Alegre: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2016. ISBN 978-1-118-23376-4. Citado na página 5.

HIBBELER, R. C. Mecânica dos fluidos. 1. ed. São Paulo: Editora Pearson, 2016. ISBN 978-85-430-1626-9. Citado na página 9.

Inductive Automation. What is SCADA? 2024. Disponível em: <<https://inductiveautomation.com/>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

Keller. Sondas de nível: O que é, para que serve, tipos e função. 2024. Disponível em: <<https://www.kellerbr.com.br/>>. Citado na página 16.

KUROSE, J. F. e. a. Redes de computadores e a Internet. 8. ed. São Paulo: Bookman, 2021. ISBN 978-8582605585. Citado na página 17.

Ladder Logic World. Ladder Logic Programming. 2024. Disponível em: <<https://ladderlogicworld.com/>>. Citado na página 16.

LAGE, E. A indução eletromagnética. Universidade do Porto: A Casa das Ciências, 2021. Citado na página 6.

MACEDO, H. R. AUTOMACÃO DE PROCESSO DE OBTENÇÃO DE BIODIESEL EM PLANTAS DE PEQUENO PORTE, UTILIZANDO CONTROLADOR LOGICO PROGRAMAVEL. Dissertação (Mestrado) — Palmas, TO, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 15.

MACINTYRE, A. J. Bombas e instalações de bombeamento. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2010. Citado na página 8.

MAMEDE, J. F. Manual de equipamentos elétricos. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2013. ISBN 978-85-216-2291-8. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 7.

Mitsubishi Electric. Controladores - MITSUBICHI ELETRIC FA. 2024. Disponível em: <<https://br.mitsubishielectric.com/>>. Citado na página 14.

Modbus ONG. Modbus Protocolo Referencie Glide. 1996. Disponível em: <<https://modbus.org/>>. Citado na página 18.

Newegg. Eletrônica store. 2024. Disponível em: <<https://www.newegg.com/>>. Citado na página 19.

Novus. Controladores programáveis com IHM incorporada Família XL. 2024. Disponível em: <<https://www.novus.com.br/>>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

OGATA, K. Engenharia de controle moderno. 5. ed. São Paulo: Pearson Educativo, Inc., 2010. ISBN 978-85-4301-375-6. Citado na página 12.

ONS. Operador Nacional do Sistema. 2023. Disponível em: <<https://www.ons.org.br/>>. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 5.

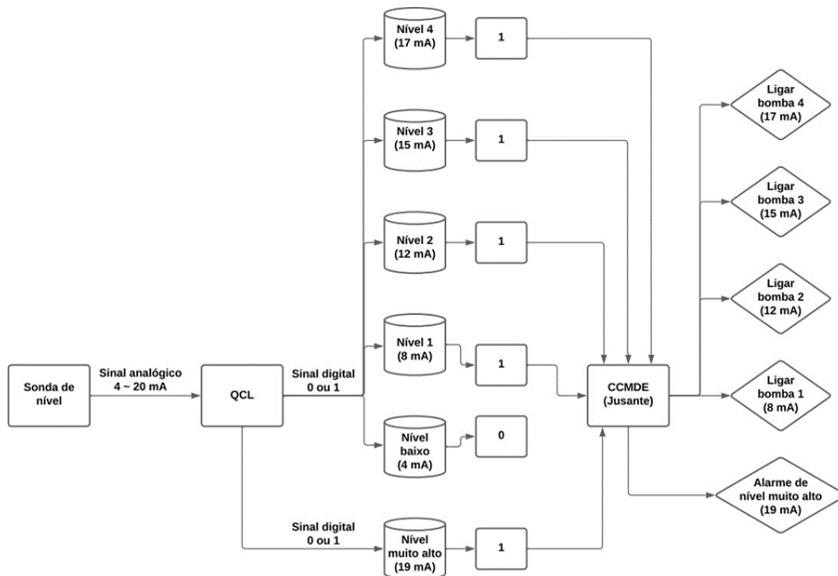
Rijeza metalúrgica. Bombas Centrífugas e Desgastes. 2024. Disponível em: <<https://rijeza.com.br/>>. Citado na página 9.

Siemens. Linha de fusíveis Siemens. 2024. Disponível em: <<https://www.siemens.com/>>. Citado na página 12.

Siemens. Monitoramento e controle com relés SIRIUS. 2024. Disponível em: <<https://www.siemens.com/>>. Citado na página 13.

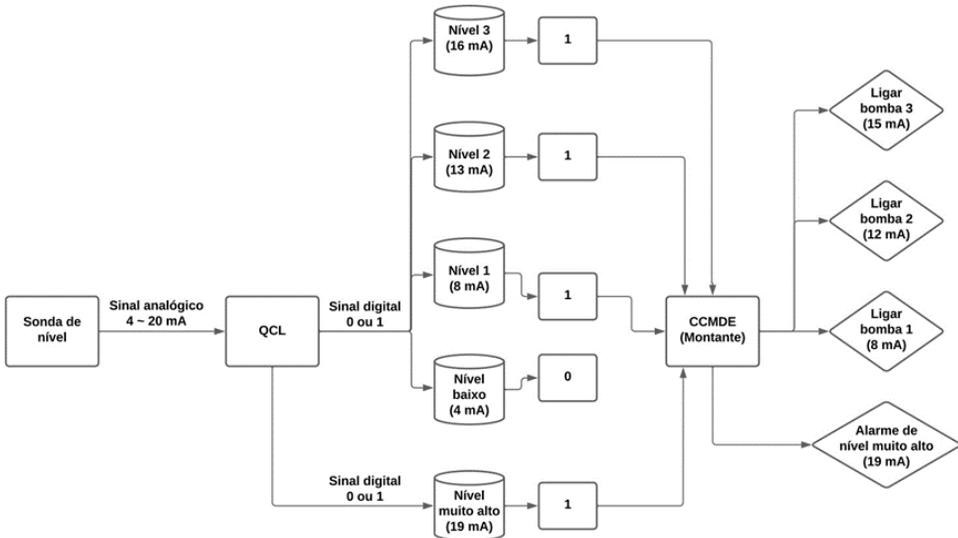
APÉNDICES

A - Diagrama de bloques de la operación del pozo aguas abajo antes de la mejora simplificada



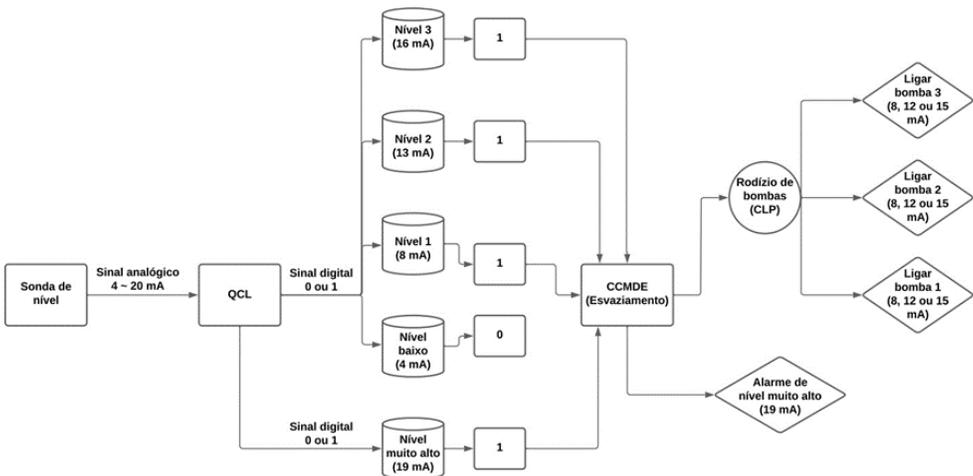
Fuente: Autoría, 2024

B - Diagrama de bloques del funcionamiento del pozo aguas arriba antes de la mejora simplificada



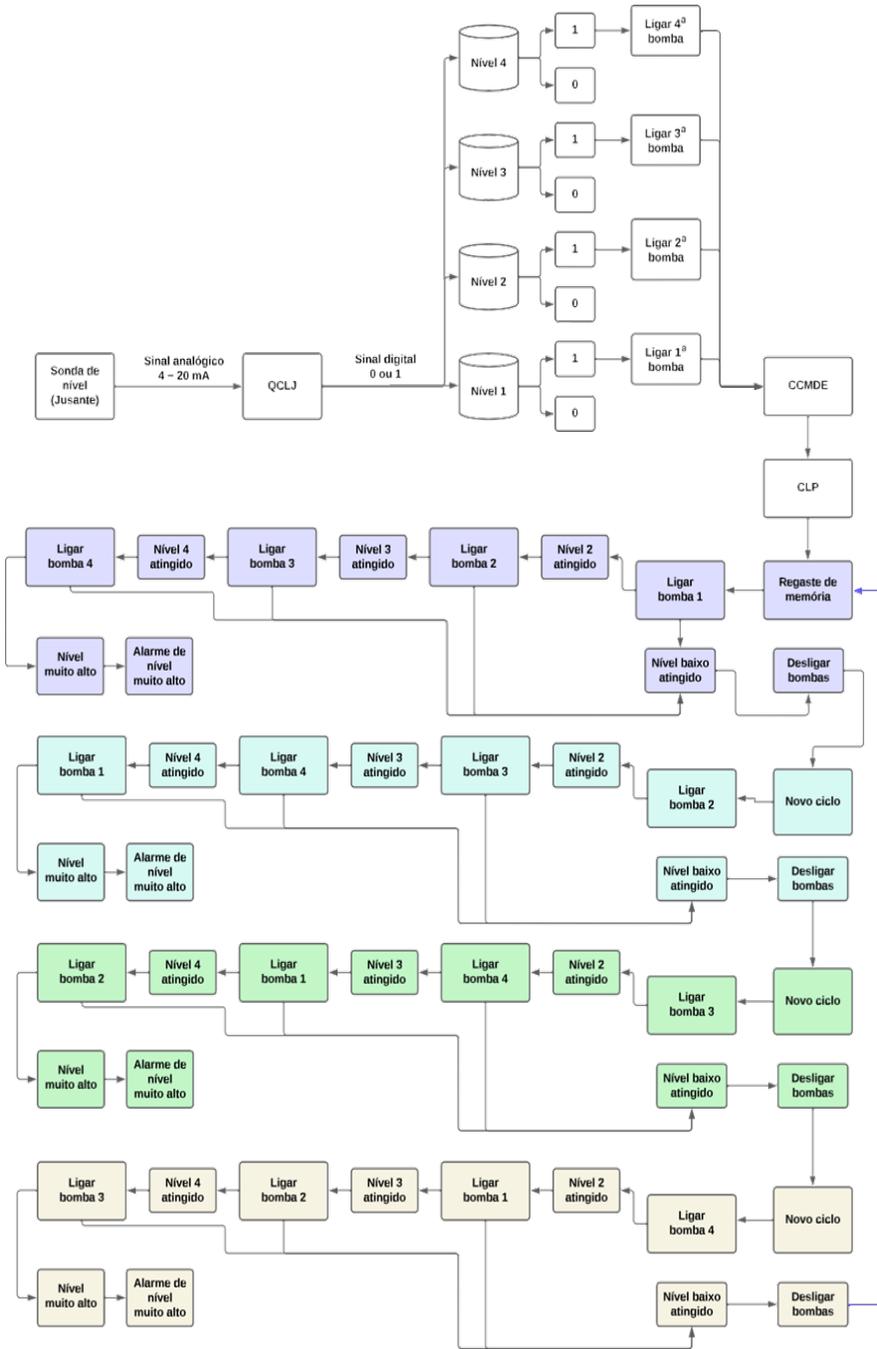
Fuente: Autoría, 2024

C - Diagrama de bloques del funcionamiento del pozo de vaciado antes de la mejora simplificada



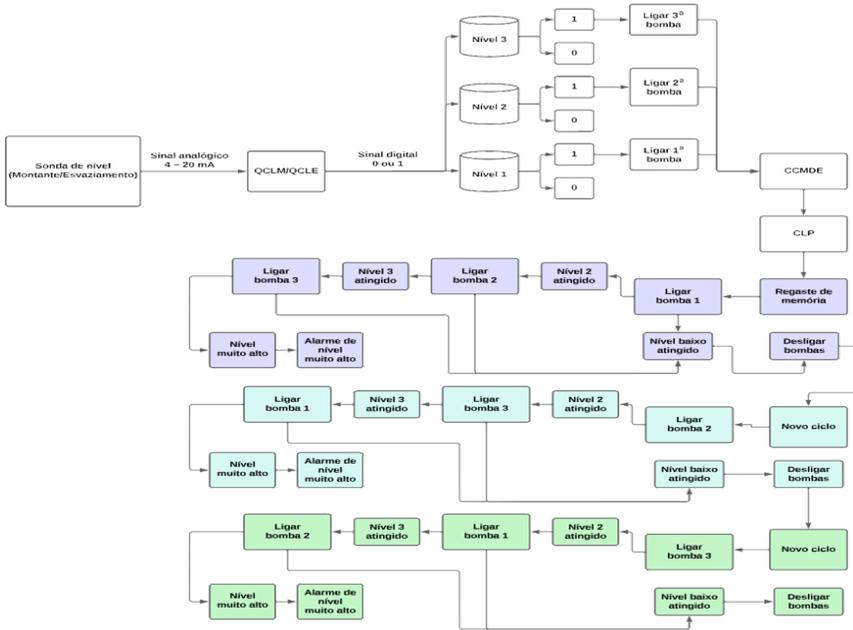
Fuente: Autoría, 2024

D – DIAGRAMA DE BLOQUES DE LA OPERACIÓN DEL POZO AGUAS ABAJO DESPUÉS DE LA MEJORA



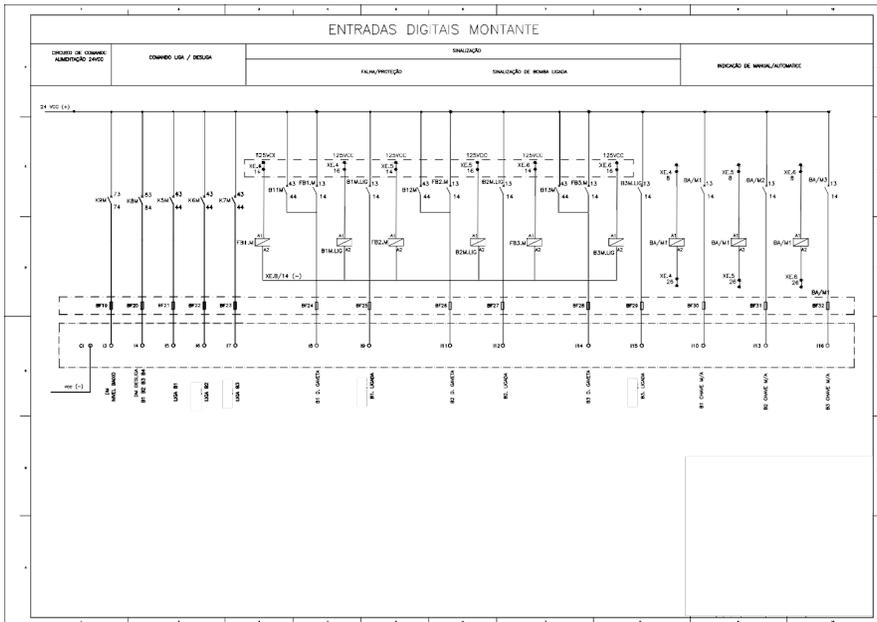
Fuente: Autoría, 2024

E – Diagrama de bloques de la operación del pozo aguas arriba después de la mejora



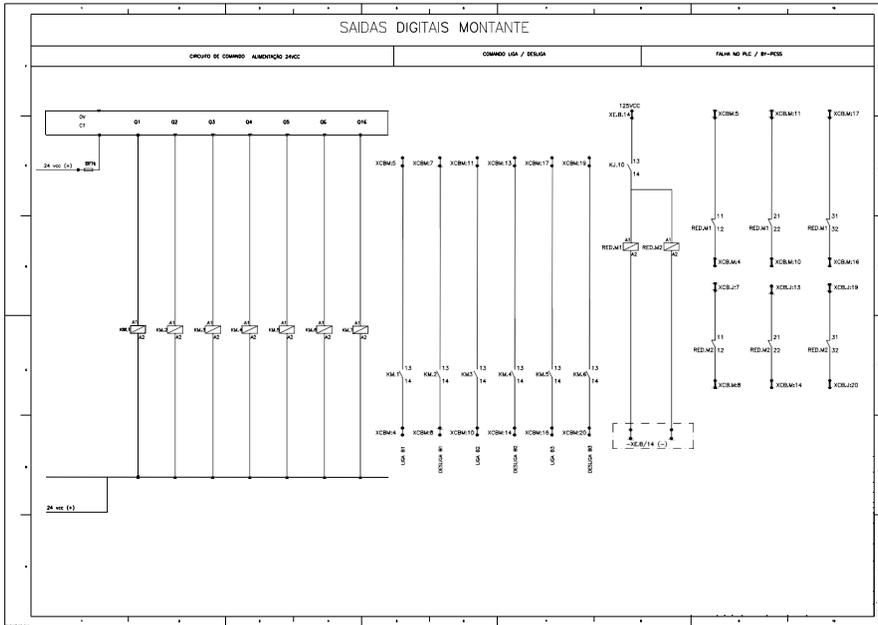
Fuente: Autoría, 2024

F – Entradas de entrada digitales



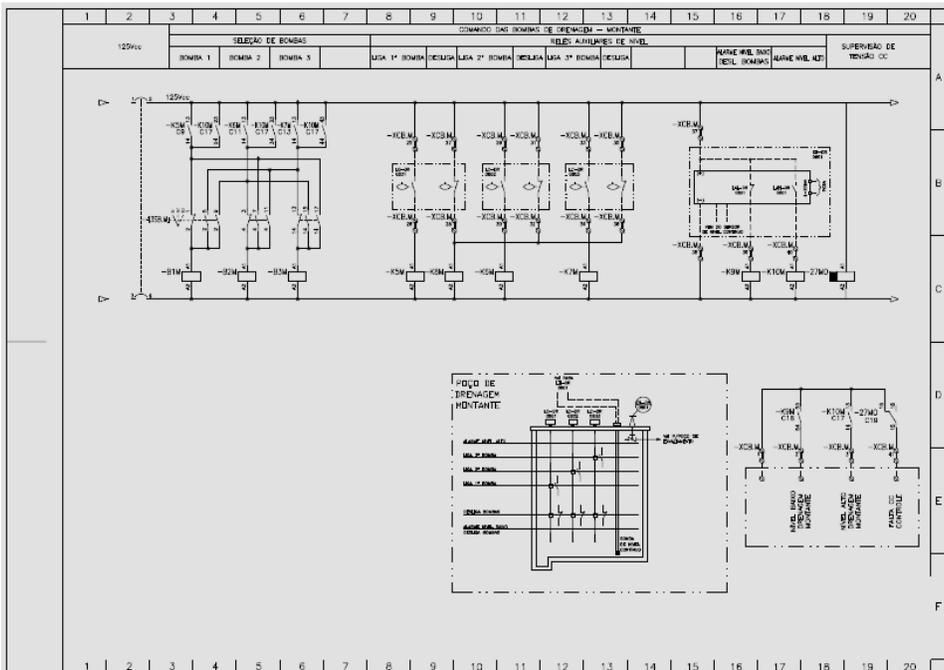
Fuente: Autoría, 2024

G – Salidas digitales aguas arriba



Fuente: Autoría, 2024

H – Diagrama de control de bomba aguas arriba modificado



Fuente: Autoría, 2024

CONSUMO DE ENERGIA ELÉTRICA NO BRASIL: UMA ABORDAGEM COMBINANDO AS MODELAGENS LOESS E SARIMA

Data de aceite: 02/05/2024

Cleber Bisognin

Departamento de Estatística – UFSM
Santa Maria – RS
<https://orcid.org/0000-0002-0714-3739>

Caroline Lopes Gonçalves

Departamento de Estatística – UFSM
Santa Maria- RS
<https://orcid.org/009-0000-6339-069X>

Luciane Flores Jacobi

Departamento de Estatística – UFSM
Santa Maria – RS
<https://orcid.org/0000-0003-4622-9292>

aplicar o Modelo Loess com um parâmetro de suavização, com o intuito de remover a tendência. Posteriormente, foi realizada a modelagem usando a abordagem de Box e Jenkins. O modelo SARIMA demonstrou ser o mais adequado, resultando na combinação dos dois modelos para produzir as previsões. As previsões geradas pelo modelo escolhido estiveram em grande proximidade com os dados reais, demonstrando a eficácia do modelo.

PALAVRAS-CHAVE: Consumo; Previsão; Loess; Sarima.

RESUMO: O propósito deste estudo é aplicar uma abordagem combinada de modelos Loess e SARIMA para modelar uma série temporal, visando comparar as previsões de consumo de energia elétrica no Brasil com os valores reais observados durante o período. Os dados utilizados foram extraídos do banco de dados do IPEA e consistem nos registros mensais de consumo de energia elétrica em Gigawatt-hora no Brasil, abrangendo o período de janeiro de 1976 a abril de 2023. Todas as análises e procedimentos foram conduzidos utilizando o software R. A série temporal em questão é não estacionária e exibe padrões sazonais. Portanto, o primeiro passo foi

ELECTRICITY CONSUMPTION IN BRAZIL: AN APPROACH COMBINING LOESS AND SARIMA MODELLING

ABSTRACT: The purpose of this study is to apply a combined approach of Loess and SARIMA models to model a time series, aiming to compare the forecasts of electricity consumption in Brazil with the actual values observed during the period. The data used were extracted from the IPEA database and consist of monthly records of electricity consumption in Gigawatt-hours in Brazil, covering the period from January 1976 to April 2023. All analyses and procedures were conducted using the R software. The time series in question is non-stationary and exhibits seasonal patterns. Therefore, the

first step was to apply the Loess Model with a smoothing parameter , with the aim of removing the trend. Subsequently, modeling was performed using the Box and Jenkins approach. The SARIMA model proved to be the most suitable, resulting in the combination of the two models to produce the forecasts. The forecasts generated by the chosen model were in close proximity to the actual data, demonstrating the effectiveness of the model.

KEYWORDS: Consumption; Forecast; Loess; Sarima.

INTRODUÇÃO

A importância da eletricidade tem sido objeto de estudo no campo da estatística, uma vez que seu uso é crucial na sociedade contemporânea. Com o avanço das tecnologias essenciais para sua operação, a sociedade tem se tornado cada vez mais dependente da eletricidade.

No Brasil, segundo Gomes e Vieira (2009) o uso da energia elétrica iniciou no ano de 1880 com sua utilização limitada a alguns serviços públicos e à atividade fabril. Na atualidade, o seu uso é ilimitado, sendo consumido por toda população.

De acordo com Tavares (2023), a matriz energética do Brasil é responsável por suprir a demanda de energia elétrica no país, sendo, aproximadamente 78% do total, composta por fontes de energia renovável. A energia hidráulica ainda é amplamente utilizada no Brasil, respondendo por aproximadamente 57% do consumo de eletricidade, conforme relatado por Energética (2023). Entretanto essa dependência gera desafios em períodos de pouca chuva e longas secas, o que requer a utilização de outros meios de geração de energia, podendo impactar tanto o meio ambiente quanto o custo repassado ao consumidor.

Para que as empresas do setor e os gestores antecipem as demandas futuras e otimizem o fornecimento de energia de forma eficiente, o ajuste de séries temporais desempenha um papel crucial na previsão do consumo de energia elétrica. Uma metodologia bastante utilizada na análise de séries temporais são os modelos de Box e Jenkins (1976). Tal metodologia consiste em ajustar modelos auto regressivos integrados de médias móveis, ARIMA (p, d, q) a um conjunto de dados, onde p representa a parte autorregressiva, d representa o número de diferenças dados na série para estacionalizá-la e q representa a parte de médias móveis (Pedroso et al., 2007). No caso da série apresentar sazonalidade o modelo é denotado por SARIMA (p,d,q) × (P,D,Q)_s, onde D é o grau de diferenciação sazonal (Bisognin et al., 2023).

Com a finalidade de estimar o consumo de energia elétrica para o Brasil, com a série do IPEA, no período de 1976 a 2015, Amaro et al. (2017) demonstrou que o modelo referente ao processo ARIMA (2,1,1) teve a melhor capacidade preditiva. Além disso, para modelar a série temporal de consumo residencial mensal de energia elétrica de uma concessionária do Rio de Janeiro, Cassiano et al. (2015) utilizou os modelos auto regressivos integrados de médias móveis (ARIMA) combinados com a técnica não-paramétrica *Singular Spectrum Analysis* (SSA).

Diante de cenários de crise torna-se necessário um controle e monitoramento no consumo de energia elétrica, para que sejamos capazes de prever e assim minimizar os impactos gerados durante esses períodos. Para isso, uma das ferramentas que pode ser utilizada é a modelagem de séries temporais. Dessa forma, o objetivo deste estudo é prever o consumo de energia elétrica no Brasil combinando o método de regressão polinomial local (Loess) com os modelos ARIMA com comportamento de sazonalidade (SARIMA).

METODOLOGIA

A modelagem de séries temporais consiste em fazer uma análise e previsão sobre dados temporais verificando padrões ao longo da série temporal. Com esses padrões somos capazes de identificar ciclos, tendências e sazonalidades. Serão combinadas as modelagens Loess, desenvolvido por Cleveland (1979), e SARIMA (BOX e JENKINS, 1976; BOX et al., 2015) para encontrar um modelo capaz de realizar previsões mais precisas sobre a série temporal do consumo de energia elétrica no Brasil.

Os dados, em Gigawatt-hora (GWh), da série analisada foram coletados na base de dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), compreendendo o período de janeiro de 1976 a abril de 2023. A série temporal será dividida em dois conjuntos: treino, durante o período de janeiro 1976 a abril 2021, e teste, durante o período de maio 2021 a abril de 2023. Será utilizado o conjunto treino para modelagem.

O Método de Regressão Polinomial Local (*Local Polynomial Regression - Loess*), desenvolvido por Cleveland (1979), é um modelo onde a variável dependente, y , e a independente, x , são relacionadas de acordo com a equação (1):

$$Y_t = f(x_t) + \varepsilon_t \quad (1)$$

onde $f(x_t)$ é não conhecida e $\{\varepsilon_t\}_{t=1}^n$ denota o termo de erro independente e identicamente distribuído com média zero e variância constante.

Para cada valor de x_t , é estimado o valor correspondente de $f(x_t)$ usando os valores amostrados próximos e determinando, dessa forma, a suavidade da estimativa resultante. A função $f(x_t)$ não é globalmente suposta, mas se assume que ela pode ser bem aproximada localmente por uma função constante ou linear. Portanto, a função é estimada localmente pelo algoritmo do Loess. Para cada valor de x_t , o valor de $f(x_t)$ é estimado usando os valores amostrados próximos conhecidos, ajustando a suavidade da estimativa resultante.

Contudo, ao estimar uma função constante localmente, surgem limitações, tais como viés nas regiões de fronteira e no interior, especialmente quando a variável independente não é uniforme ou quando a função de regressão apresenta curvatura. Uma abordagem para lidar com essa questão é empregar a regressão local linear ponderada, uma técnica inicialmente proposta por Cleveland (1979) e Stone (1977).

Ao estimar uma função polinomial localmente em vez de uma constante, conseguimos superar o problema de viés de primeira ordem. Assim, a regressão local linear resolve um problema de mínimos quadrados ponderados para cada ponto de interesse x_0 . Em relação a séries temporais univariadas, x_t representa o instante em que os dados estão discriminados. O tamanho da vizinhança utilizado na regressão pode ser ajustado com o parâmetro α (*espan*), que varia de 0 a 1 e controla o nível de suavização.

Para o modelo SARIMA é fundamental considerar o processo estocástico $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ satisfazendo a Equação (2):

$$\phi(B^s)\phi(B)(1-B^s)^D(1-B)^d(X_t - \mu) = \theta(B)\theta(B^s)\varepsilon_t, \quad (2)$$

em que μ é a média do processo, $\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ é o processo ruído branco, $s \in \mathbb{N}$ é a sazonalidade, B é o operador defasagem ou de retardo, isto é, $B^j(X_t) = X_{t-j}$ e $B^{sj}(X_t) = X_{t-sj}$, para $j \in \mathbb{N}$, $\phi(\cdot)$, $\theta(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$, e $\Theta(\cdot)$ são os polinômios de ordem p , q , P e Q , respectivamente, definidos pelas Equações (3) e (4).

$$\phi(z) = \sum_{l=1}^p (-\phi_l)z^l, \theta(z) = \sum_{m=1}^q (-\theta_m)z^m, \quad (3)$$

$$\Phi(z) = \sum_{r=1}^P (-\phi_r)z^r, \Theta(z) = \sum_{l=1}^Q (-\theta_l)z^l, \quad (4)$$

com $\phi_l, 1 \leq l \leq p$, $\theta_m, 1 \leq m \leq q$, $\phi_r, 1 \leq r \leq P$ e $\theta_l, 1 \leq l \leq Q$, constantes reais e $\phi_0 = \Phi_0 = -1 = \theta_0 = \Theta_0$. Então $\{X_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$ é um processo sazonal autorregressivo integrado de média móvel de ordem $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ com sazonalidade s , denotado por $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$, onde d e D são, respectivamente, o grau de diferenciação e o grau de diferenciação sazonal.

A equação (5) a seguir apresenta a previsão de um processo $SARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ invertível,

$$\hat{X}_t(h) = \sum_{j \geq 1} \pi_j \hat{X}_t(j-h), \quad (5)$$

onde $h \geq 1$ e $\{\pi_j\}_{j \geq 0}$, são os coeficientes da representação auto regressiva infinita do processo. Pode-se perceber que $\hat{X}_t(h)$ pode ser expressa com uma soma ponderada das observações presentes e passadas $\{X_t\}_{t \leq n}$, com n é o tamanho da série temporal.

De acordo com Werner et. al. (2017), para selecionarmos a melhor técnica de previsão para obtermos as melhores medidas (qualidade do ajuste), recorreremos às medidas de acurácia. Uma das medidas de precisão mais comumente utilizadas é a média dos erros percentuais absolutos (MAPE), conforme Kim (2016), essa medida é a mais utilizada devido às vantagens de interpretação e independência na escala. Essa medida é apresentada na equação (6).

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i} * 100\% \quad (6)$$

De acordo com Shcherbakov et al. (2013), quando as previsões de séries temporais apresentam a mesma escala, as medidas sugeridas são a raiz quadrada da média dos erros quadráticos (RMSE) e o erro absoluto médio (MAE). Essas medidas são apresentadas nas equações (7) e (8), respectivamente.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (7)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i| \quad (8)$$

Para verificar a estacionariedade da série temporal, é utilizado o teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) (Dickey e Fuller, 1981), cuja hipótese nula pressupõe a presença de uma raiz unitária na série temporal. Para examinar a existência de uma tendência determinística na série, recorre-se ao teste de Cox-Stuart (Cox e Stuart, 1955), onde a hipótese nula indica a ausência de tal tendência. Os testes de Kruskal-Wallis e Friedman (Siegel e Castellan, 2006) são aplicados para determinar se a série temporal exibe sazonalidade, com a hipótese nula desses testes sugerindo a falta de sazonalidade. Já para avaliar a autocorrelação dos resíduos de um modelo de séries temporais, emprega-se o teste de Box-Pierce (Box e Pierce, 1970), onde a hipótese nula é a independência dos resíduos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para identificação do modelo, inicialmente foi gerado o gráfico da série temporal original estudada. O gráfico da série temporal (Figura 1(a)) e a função de autocorrelação amostral (Figura 1(b)) indicam que se trata de uma série não estacionária.

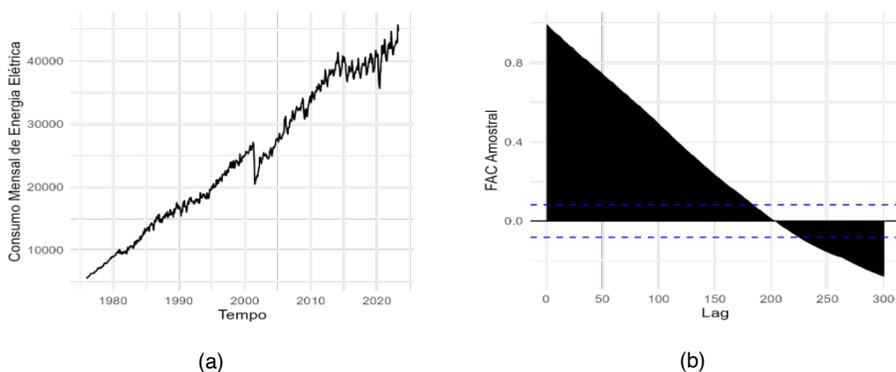


FIGURA 1: Consumo Mensal de Energia Elétrica do Brasil, de jan/1976 a abr/2023: (a) gráfico da série temporal; (b) função de autocorrelação amostral. Fonte Os Autores (2024).

Para testar a estacionariedade da série, foi aplicado o teste Dickey-Fuller (ADF) [valor- $p=0,2099$], indicando que a série temporal possui raiz unitária, sendo, portanto, não estacionária. Realizou-se a análise de tendência determinística nos dados, por meio do teste de Cox-Stuart [valor- $p<0.001$], indicando haver tendência determinística. Para análise da sazonalidade da série temporal, foram aplicados os testes de Kruskal Wallis e Friedman [valor- $p<0.001$], que indicaram que a série é sazonal.

Esses resultados estão alinhados a outros estudados com séries de energia elétrica. O consumo de energia elétrica (MWh) nas indústrias do Rio Grande do Sul, por mesorregiões e microrregiões, entre 1991 e 2010 foi analisado por Furtado et al. (2018) que verificou tendência crescente significativa do consumo de energia elétrica pelas indústrias na maioria das microrregiões do Rio Grande do Sul.

Avaliando a série do Consumo de Energia Elétrica Mensal no Brasil no período de janeiro de 1976 a abril de 2022, Bisognin et al. (2023) determinou que a série era não estacionária, com tendência determinística e sazonal. Analisando a série geração de eletricidade das fontes biomassa, hidráulica e eólica nos primeiros meses da pandemia da COVID-19 no Brasil, Reichert et al. (2022) constatou que os modelos SARIMA são capazes de identificar os efeitos sazonais causados por instabilidades climáticas, como períodos de estiagem.

Assim, será utilizado a Regressão Polinomial Local - *Loess* para retirada da tendência determinística e após será ajustado um modelo SARIMA $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$. A seguir serão geradas as previsões utilizando a combinação de ambos os modelos, e calculadas as medidas de acurácia.

Considerando a tendência determinística, foi ajustado o modelo *Loess* com o parâmetro $\alpha = 0,2$ que controla o grau de suavização, apenas para a retirada da tendência (Figura 2(a)). Na Figura 2(b) e (c) são apresentadas, respectivamente, a série temporal sem tendência, verificada pelos testes anteriormente mencionados, e sua respectiva função de autocorrelação amostral.

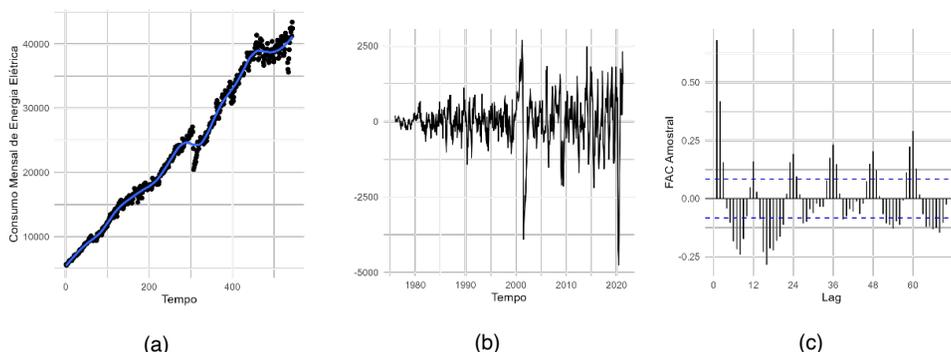


FIGURA 2: Consumo Mensal de Energia Elétrica do Brasil, de jan/1976 a abr/2021 após retirada da tendência determinística: (a) ajuste de tendência determinística utilizando o modelo *LOESS* com parâmetro $\alpha = 0,2$; (b) gráfico da série temporal; (c) função de autocorrelação amostral. Fonte Os Autores (2024).

A necessidade de realizar previsões acuradas, tem estimulado a aplicação e comparação de diferentes técnicas de modelagem, assim como de métodos de combinação (Martins e Werner, 2014). Para monitorar o preço das ações do Banco Bradesco Pedroso et al. (2007) combinou os modelos ARIMA com gráficos de controle. Com o intuito de obter previsões mais precisas Rosa et al. (2024), combinaram as previsões obtidas nos métodos SARIMA, de Suavização Exponencial e Holt-Winters. A seguir, foram ajustados modelos SARIMA que se encontram na Tabela 1.

Modelo	RMSE	MAE	MAPE
SARIMA	834,3111	557,575	132,3313
SARIMA	834,7468	558,5429	138,2285
SARIMA	834,6222	558,4318	135,4191

TABELA 1 - Resultado das medidas de acurácia dos modelos da série temporal Consumo Mensal de Energia Elétrica do Brasil, de jan/1976 a abr/2021.

Fonte: Os Autores (2024).

De acordo com os dados da Tabela 1, observa-se que o modelo SARIMA (2,0,3) x (0,0,1)₁₂ exibe as menores medidas de acurácia. Isso sugere que este modelo pode proporcionar um desempenho superior em termos de precisão e uma menor porcentagem de erro em relação aos valores reais. Analisando séries sazonais da matriz energética brasileira, Reichert et al. (2022) identificaram o SARIMA como o melhor modelo, enquanto Bisognin et al. (2023) destacaram o modelo de Holt-Winters com efeitos sazonais multiplicativos com amortecimento (HW-MA) como o mais preciso.

A seguir, é apresentado o modelo SARIMA (2,0,3) x (0,0,1)₁₂, cujos coeficientes encontram-se na Tabela 2. Pelo Teste de Box-Pierce [p-valor=0,3952], os resíduos do modelo são não correlacionados, sendo assim, o modelo proposto é adequado aos dados.

Parâmetros	Estimativa	Erro Padrão	Estat. Z	P(> z)
ϕ_1	-0,2298	0,1367	-1,6800	0,092
ϕ_2	0,4052	0,1277	3,1734	<0,01
θ_1	0,9826	0,1365	7,1979	<0,01
θ_2	0,4018	0,1056	3,8046	<0,01
θ_3	0,2549	0,0590	4,3172	<0,01
θ_1	0,2956	0,0465	6,3499	<0,01

Log Verossimilhança: -4221,42; AIC = 8456,83
 Teste Resíduos (Box-Pierce): df=10 - p-valor= 0,3952

TABELA 2 - Resultado do ajuste do modelo SARIMA (2,0,3) x (0,0,1)₁₂, ao Consumo Mensal de Energia Elétrica do Brasil, de jan/1976 a abr/2021 após retirada da tendência determinística.

Fonte: Os Autores (2024).

Após o ajuste do modelo, estimado os seus parâmetros foram calculadas as previsões e previsões. A Tabela 2 apresenta as previsões para a série temporal do Consumo Mensal de Energia Elétrica do Brasil, de maio de 2021 a abril de 2023, calculada utilizando o modelo com melhor acurácia.

Período	Mai/21	Jun/21	Jul/21	Ago/21	Set/21	Out/21	Nov/21	Dez/21
Previsão	41651,8	41334,3	41359,5	41625,7	41764,7	42318,6	41840,7	42275,2
V.real	40351	40179	39941	40629	41985	42622	41932	42916
Período	Jan/22	Fev/22	Mar/22	Abr/22	Mai/22	Jun/22	Jul/22	Ago/22
Previsão	42508,9	42267,8	42949,0	43045,4	43022,7	43015,9	42929,3	42987,5
V.real	42591	41977	44677	43216	42055	40944	41238	42177
Período	Set/22	Out/22	Nov/22	Dez/22	Jan/23	Fev/23	Mar/23	Abr/23
Previsão	43038,8	43152,0	43249,8	43377,7	43493,9	43626,6	43752,3	43887,9
V.real	42282	42491	42791	43235	42813	42897	45712	44693

TABELA 3 - Previsões do Consumo Médio Mensal de Energia Elétrica (GWh) do Brasil no período de mai/2022 a abr/2023 do modelo com melhor acurácia.

Fonte: Os Autores (2024).

Na Figura 3 é apresentada a predição da série temporal do Consumo Mensal de Energia Elétrica do Brasil, de janeiro de 1976 a abril de 2021 e a previsão da mesma série temporal para o período de maio de 2021 a abril de 2023, utilizando a Regressão *Loess* para retirada da tendência determinística e após foi ajustado um modelo SARIMA $(p,d,q) \times (P,D,Q)_s$.

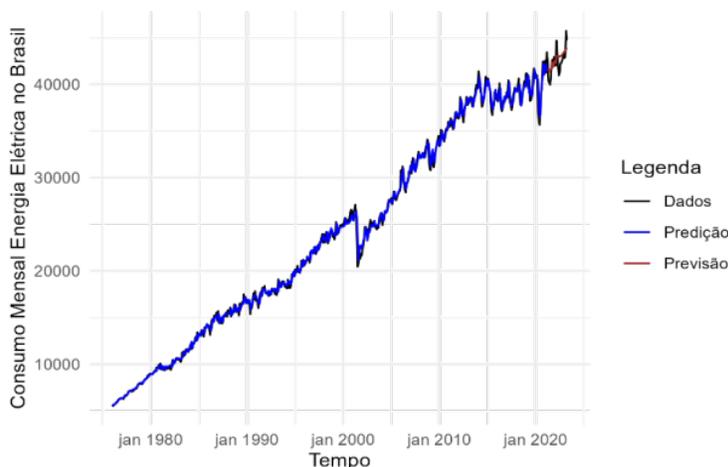


FIGURA 3 – Previsão e Previsão do Consumo Mensal de Energia Elétrica do Brasil, de jan/1976 a abr/2023. Fonte: Os autores (2024).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Verificou-se que a modelagem pelo modelo de Regressão Polinomial Local (**Loess**) com o parâmetro $\alpha=0,2$ foi eficaz para a retirada da tendência determinística. Após foi verificado que o modelo SARIMA (2,0,3) X (0,0,1)₁₂ foi o que melhor se ajustou aos dados. Estes resultados mostram que o modelo Loess foi eficiente para tornar a série estacionária antes de sua modelagem apresentando um ganho significativo nas previsões.

REFERÊNCIAS

AMARO, R. S. et al. *Comparação da capacidade preditiva de modelos ARIMA para o consumo de energia elétrica no Brasil*. **Revista Unemat de Contabilidade**, v. 6, n. 11, 2017. Disponível em: <<https://periodicos.unemat.br/index.php/ruc/article/view/1848>>. Acesso em: 24 set. 2023.

BISOGNIN, C. et al. *Análise e previsão do consumo de energia elétrica mensal do Brasil*. São Paulo: Editora Científica Digital, 2023. E-book. 1941p. DOI10.37885/230111738. Disponível em : <<https://www.editoracientifica.com.br/articles/code/230111738>>

BOX, G. E. P. ; JENKINS, G. M. *Time series analysis forecasting and control*. San Francisco: Holden - Day, 1976.

BOX, G. E. P. ; PIERCE, D. A. *Distribution of residual autocorrelation in autoregressive integrated moving average time series models*. **Journal of the American Statistical Association**, v. 65, n. 332, p. 1509-1526, 1970.

BOX, G. E. P. ; REINSEL, G. C. ; JENKINS, G. M. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. **John Wiley & Sons**, 2015.

CASSIANO, K. M. et al. *Filtragem de séries temporais de consumo de energia via singular spectrum analysis antes de sua modelagem*. In: XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. **Anais [...]**. Porto de Galinhas, 2015. Disponível em: <<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2015/pdf/140250.pdf>>. Acesso em: 24 set. 2023.

CLEVELAND, W. S. *Robust locally weighted regression and smoothing scatterplots*. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 368, p. 829-836, 1979.

COX, D. R. ; STUART, A. *Some quick tests for trend in location and dispersion*. **Biometrika**, London, v. 42, p. 80-95, 1955.

DICKEY, D. A. ; FULLER, W. A. *Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root*. **Econometrica**, v. 49, n. 4, p. 1057-1072, 1981. DOI10.2307/1912517.

ENERGÉTICA, E. E. D. P. *Balanco energético nacional 2022: ano base 2021*. 2022. Disponível em: <www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/balanco-energetico-nacional-2022>, Acesso em: 6 set.2023.

FURTADO, J. H. et al. *Evolução do consumo de energia elétrica em indústrias do Rio Grande do Sul - Brasil, entre 1991 e 2010*. Capítulo XVII. Alinhamento dinâmico da engenharia de produção [recurso eletrônico] / Rudy de Barros Ahrens. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2018.

GOMES, J. P. P. ; VIEIRA, M. M. F. *O campo da energia elétrica no brasil de 1880 a 2002*. **Revista de Administração Pública, RAP**, v. 43, n. 2, p. 295–321, 2009.

KIM, H. *A new metric of absolute percentage error for intermittent demand forecasts*. **International Journal of Forecasting**, v. 32, n. 3, p. 669-679, July–September, 2016.

MARTINS, V. L. M. ; WERNER, L. *Comparação de previsões individuais e suas combinações: um estudo com séries industriais*. **Production**, v. 24, n. 3, p. 618-627, 2014. DOI 10.1590/S0103-65132013005000066.

PEDROSO, T. R. et al. *Previsão e monitoramento do preço das ações do Bradesco*. **Ciência e Natura, UFSM**, v. 29, n. 2, p. 53-68, 2007.

REICHERT, B. et al. *Forecasting electricity generation from renewable sources during a pandemic*. **Gestão & Produção**, 29, 2022. DOI 10.1590/1806-9649-2022v29e024

ROSA, G. J. F. et al. *Análise do índice de preços ao consumidor amplo (IPCA) por meio de combinações de previsões*. Capítulo 2. Estudios teórico-metodológicos en ciencias exactas, tecnológicas y de la tierra. **Editora Atena**, 2024.

SHCHERBAKOV, M. V. et al. *A Survey of Forecast Error Measures*. **World Applied Sciences Journal (Information Technologies in Modern Industry, Education & Society)**, v. 24, n. 24, p. 171-176, 2013.

SIEGEL, S. ; CASTELLAN, J. *Estatística não - paramétrica para as ciências do comportamento*, 2. Ed. São Paulo: Artmed Bookman, 2006.

STONE, C. J. *Consistent nonparametric regression*. **The Annals of Statistic**, v. 5, n. 4, p. 595-620, 1977.

TAVARES, L. A. *Matriz elétrica brasileira e as tendências futuras*. **Revista Científica Multidisciplinar, RECIMA21**, v.4, n. 5, 2023.

WERNER et. al. *Previsão da umidade relativa do ar diária de porto alegre*. **Cadernos do IME-Série Estatística**, v. 43, p. 39-59, 2017. DOI 10.12957/cadest.2017.31211.

SISTEMA DE ENCRIPCIÓN EN FASE PARA IMÁGENES BASADO EN LA TRANSFORMADA DE HARTLEY FRACCIONARIA

Fecha de envío: 15/04/2024

Data de aceite: 02/05/2024

Juan Manuel Vilardy Ortiz

Universidad Popular del Cesar, Grupo de Optoelectrónica y Procesamiento de Señales (OPSE), Departamento de Electrónica, Valledupar - Colombia

Carlos Jesus Jimenez Ruiz

Universidad de La Guajira, Grupo de Investigación en Física del Estado Sólido (GIFES), Facultad de Ingeniería Riohacha - Colombia

Ronal Antonio Perez Jimenez

Universidad de La Guajira, Grupo de Investigación en Física del Estado Sólido (GIFES), Facultad de Ingeniería Riohacha - Colombia

RESUMEN: Se propone un nuevo sistema de encriptación en fase para imágenes basado en la transformada de Hartley fraccionaria (fractional Hartley transform, FrHT), máscaras de fase aleatoria (random phase masks, RPMs) y operaciones de truncamiento. Con el fin de calcular la FrHT de forma rápida y eficiente, se presenta una nueva forma de calcular dicha FrHT. La imagen original que se desea encriptar es codificada en fase, lo cual incrementa la seguridad del sistema de encriptación al

ser la codificación en fase una operación no lineal. También, se emplean otras operaciones no lineales en los sistemas de encriptamiento y desencriptamiento, tales como las operaciones truncamiento de imágenes de valor complejo en amplitud y fase. El sistema de encriptación y desencriptación se encuentran protegidos por seis claves, dadas por 2 RPMs, 2 órdenes fraccionarios de la FrHT y 2 códigos pseudoaleatorios generados por las operaciones de truncamiento de amplitud y fase. Estas llaves proporcionan una alta seguridad al sistema de seguridad propuesto frente ataques de fuerza bruta y los valores de dichas claves deben ser los correctos con el fin de recuperar correctamente la imagen original en el sistema de desencriptamiento. El sistema propuesto de seguridad de esta investigación es validado mediante simulaciones computacionales.

PALABRAS-CLAVE: Sistemas de encriptación en fase para imágenes, Operaciones de truncamiento, Máscaras de fase aleatorias, Transformada de Hartley fraccionaria.

PHASE ENCRYPTION SYSTEM FOR IMAGES BASED ON THE FRACTIONAL HARTLEY TRANSFORM

ABSTRACT: A new phase encryption system for images based on fractional Hartley transform (FrHT), random phase masks (RPMs) and truncation operations is proposed. In order to calculate FrHT faster and more efficiently, a new way of calculating FrHT is presented. The original image to be encrypted is phase-encoded, which increases the security of the encryption system as phase encryption is a non-linear operation. Also, other non-linear operations are used in encryption and decryption systems, such as amplitude and phase truncation operations of complex-valued images. The encryption and decryption system is protected by six keys, given by 2 RPMs, 2 fractional orders of the FrHT and 2 pseudorandom codes generated by the amplitude and phase truncation operations. These keys provide high security to the proposed security system against brute force attacks and the values of these keys must be correct in order to properly recover the original image in the decryption system. The proposed security system of this research is validated using computational simulations.

KEYWORDS: Phase encryption system for images, Truncation operations, Random phase masks, Fractional Hartley transform.

INTRODUCCIÓN

Las técnicas de encriptación de imágenes utilizan algunas herramientas matemáticas relacionadas con el procesado de señal, tales como las transformadas de Fourier, Fresnel, Fourier fraccionaria, Hartley, Gyrator, Hilbert radial y Wavelet, entre otras transformadas, con el objetivo de codificar la imagen a encriptar en un ruido aleatorio (Chen & Zhao, 2006; Millán & Pérez-Cabré, 2011; Morales *et al.*, 2015; Ozaktas *et al.*, 2001; Pei & Ding, 2002; Qin & Pen, 2010; Refregier & Javidi, 1995; Rodrigo *et al.*, 2007; Situ & Zhang, 2004; Towghi *et al.*, 1999; Unnikrishnan *et al.*, 2000; Vildary *et al.*, 2011; Vildary *et al.*, 2012; Vildary *et al.*, 2013a; Vildary *et al.*, 2013b; Vildary *et al.*, 2014a; Vildary *et al.*, 2014b; Vildary *et al.*, 2017; Zhao *et al.*, 2008). Existen sistemas de encriptación de imágenes basados en la transformada de Fourier fraccionaria (fractional Fourier transform, FrFT) (Unnikrishnan *et al.*, 2000; Vildary *et al.*, 2014b) o la transformada de Hartley fraccionaria (fractional Hartley transform, FrHT) (Vildary *et al.*, 2013a; Zhao *et al.*, 2008), estas transformadas fraccionarias mejoran la seguridad de los sistemas de encriptación debido a que los órdenes fraccionarios de estas transformadas representan nuevas claves adicionales (Millán & Pérez-Cabré, 2011). La FrFT (Ozaktas *et al.*, 2001) y la FrHT (Pei & Ding, 2002) son generalizaciones de las transformadas de Fourier y Hartley, respectivamente, que añaden un nuevo grado de libertad dado por el orden fraccionario de estas transformadas fraccionarias. La FrFT y la FrHT se utilizan en aplicaciones relacionadas con el análisis y procesamiento de señales e imágenes.

El sistema de encriptación que codifica la imagen a encriptar (imagen original) en fase fue propuesto en la referencia (Towghi *et al.*, 1999). Esta codificación en fase es una operación no lineal que aumenta la seguridad del sistema de encriptación propuesto en comparación con los sistemas de encriptación que codifican la imagen original en amplitud. En otros trabajos, la transformada de Hartley (Chen & Zhao, 2006) y la FrHT (Vilardy *et al.*, 2013a; Zhao *et al.*, 2008) se han utilizado en sistemas de encriptación para obtener una imagen encriptada de valor real y aumentar la seguridad de los sistemas de encriptación, respectivamente. Las operaciones de truncamiento en amplitud y fase pueden introducir efectos no lineales en los sistemas de encriptación, permitiendo mejorar la seguridad de estos sistemas de encriptación (Qin & Pen, 2010).

En esta investigación se propone un sistema de encriptación-desencriptación de imágenes usando la FrHT, codificación en fase, máscaras de fase aleatorias (RPMs) y operaciones de truncamiento. La imagen original se codifica en fase debido a que esta codificación permite una mejor protección de la imagen codificada frente a ataques de seguridad (Millán & Pérez-Cabré, 2011; Vilardy *et al.*, 2013a; Vilardy *et al.*, 2017). Se introduce una simplificación para el cálculo de la FrHT con el fin de realizar esta transformación de forma eficiente y rápida. Se utilizan dos órdenes fraccionarios de las FrHT como clave del sistema de seguridad. Las RPMs son imágenes aleatorias que se utilizan como claves del sistema de encriptación. Las operaciones de truncamiento en amplitud y fase son herramientas matemáticas no lineales, estas operaciones de truncamiento permiten generar dos nuevas claves para el sistema de encriptación-desencriptación. Por último, el objetivo principal del sistema de seguridad propuesto en esta investigación es proporcionar un sistema de encriptación-desencriptación de imágenes digitales con un alto nivel de seguridad para la protección de las imágenes encriptadas.

UNA SIMPLIFICACIÓN PARA EL CÁLCULO DE LA FrHT

La FrHT puede definirse utilizando la FrFT (Pei & Ding, 2002). La FrFT con orden fraccionario p , es una transformación integral lineal que mapea una función dada $f(x)$ (escrita en una dimensión para simplificar) en una función $F^p(u)$, por (Ozaktas *et al.*, 2001):

$$F^p(u) = F^p\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} K_p(u, x) f(x) dx, \quad (1)$$

$$K_p(u, x) = C_p \exp\{i\pi(u^2 + x^2) \cot \alpha - 2ux \csc \alpha\}, \quad \alpha = \pi p / 2, \quad -\pi < \alpha \leq \pi, \quad (2)$$

donde C_p es una constante que depende de p , K_p es el kernel fraccionario de Fourier. Para $p = 0$, la FrFT es la transformada de identidad. Para $p = 1$, la FrFT se reduce a la transformada de Fourier directa. Para $p = 2$, se obtiene la transformada inversa. Para $p = -1$, la FRFT se corresponde a la transformada de Fourier inversa. La FrFT inversa corresponde a la FrFT con un orden fraccionario de $-p$. El operador FrFT es aditivo con respecto al orden fraccionario, $F^{p1}F^{p2} = F^{p1+p2}$. La FrFT tiene una periodicidad de 4 con respecto al orden fraccionario p .

La FrHT con un orden fraccionario p de una función $f(x)$ se define como (Pei & Ding, 2002):

$$f_p(u) = H^p\{f(x)\} = \frac{1+\exp(i\pi p/2)}{2} F^p(u) + \frac{1-\exp(i\pi p/2)}{2} F^p(-u), \quad (3)$$

donde H^p es el operador de Hartley fraccionario, $f_p(u)$ es la FrHT con un orden fraccionario p de $f(x)$, $F^p(u)$ es la FrFT con orden fraccionario p de $f(x)$. Debido a que la FrHT puede definirse en términos de la FrFT, la FrHT retiene todas las propiedades de la FrFT (Pei & Ding, 2002). Cuando $p = 1$, la FrHT se reduce a la transformada Hartley convencional. La FrHT tiene una periodicidad de 2 con respecto al orden fraccionario p . El cálculo de la FrHT mediante la ecuación (3) utiliza el cálculo de dos FrFTs. Se propone la siguiente simplificación de la FrHT con el fin de calcular esta transformada de manera eficiente y rápida:

$$f_p(u) = H^p\{f(x)\} = \frac{1+\exp(i\pi p/2)}{2} F^p\{f(x)\} + \frac{1-\exp(i\pi p/2)}{2} F^p\{f(-x)\}$$

$$f_p(u) = H^p\{f(x)\} = F^p\left\{\frac{1+\exp(i\pi p/2)}{2} f(x) + \frac{1-\exp(i\pi p/2)}{2} f(-x)\right\}. \quad (4)$$

Por lo tanto, el cálculo de la FrHT mediante la ecuación (4) utiliza el cálculo de una sola FrFT. De esta manera, el cálculo de la FrHT es más eficiente y más rápido en comparación con el cálculo de la FrHT utilizado en las referencias (Vilardy *et al.*, 2013a; Zhao *et al.*, 2008).

OPERACIONES DE TRUNCAMIENTO EN AMPLITUD Y FASE

Las operaciones de truncamiento son herramientas matemáticas no lineales que pueden aplicarse a una imagen de valor complejo (Qin & Pen, 2010). Sea $f(x) = a(x) \exp(i2\pi\phi(x))$ una función de valor complejo, donde $a(x)$ y $\phi(x)$ representan la amplitud y la fase de la función $f(x)$, respectivamente. La amplitud $a(x)$ es una función de valor real positivo y la fase $\phi(x)$ es una función de valor real con valores positivos y/o negativos.

El truncamiento en amplitud (amplitude truncation, AT) permite seleccionar la función de fase $\phi(x)$ a partir de la función de valor complejo $f(x)$. Por lo tanto, el resultado del AT cuando se aplica a la función de valor complejo $f(x)$ es:

$$AT\{f(x)\} = AT\{a(x)\exp(i2\pi\phi(x))\} = \phi(x). \quad (5)$$

El truncamiento en fase (phase truncation, PT) permite seleccionar la función de amplitud $a(x)$ a partir de la función de valor complejo $f(x)$. Cuando se aplica el PT a la función de valor complejo $f(x)$, se obtiene:

$$PT\{f(x)\} = PT\{a(x)\exp(i2\pi\phi(x))\} = a(x). \quad (6)$$

La función de valor complejo $f(x)$ puede expresarse en términos de las operaciones AT y PT como:

$$f(x) = PT\{f(x)\}exp\{i2\pi AT\{f(x)\}\}. \quad (7)$$

SISTEMAS DE ENCRIPCIÓN Y DESENCRIPTACIÓN DE IMÁGENES

Sea $f(x)$ la imagen real a encriptar (imagen original) con valores en el intervalo de $[0, 1]$, y sean $r(x)$ y $t(u)$ dos RPMs dadas por

$$r(x) = exp\{i2\pi s(x)\}, \quad t(u) = exp\{i2\pi n(u)\}, \quad (8)$$

donde x y u representan las coordenadas para el dominio espacial y el dominio de Hartley fraccionario (fractional Hartley domain, FrHD), respectivamente, $s(x)$ y $n(u)$ son funciones positivas normalizadas generadas aleatoriamente, estadísticamente independientes y uniformemente distribuidas en el intervalo de $[0, 1]$.

La imagen a encriptar $f(x)$ se codifica en fase $f_{ph}(x) = exp\{i2\pi f(x)\}$ (Millán & Pérez-Cabré, 2011; Vilardy *et al.*, 2013a; Vilardy *et al.*, 2017). A continuación, la imagen $f_{ph}(x)$ multiplicada a la RPM $r(x)$ se transforma utilizando la FrHT de orden $p1$

$$h_{p1}(u) = H^{p1}\{f_{ph}(x)r(x)\} = q_{p1}(u)exp\{i2\pi\phi_{p1}(u)\}. \quad (9)$$

Las distribuciones de datos $q_{p1}(u)$ y $\phi_{p1}(u)$ denotan la amplitud y la fase de la imagen de valor complejo $h_{p1}(u)$, respectivamente. Cuando se aplican las operaciones de truncamiento en amplitud y fase a la imagen $h_{p1}(u)$, se obtienen las siguientes funciones:

$$q_{p1}(u) = PT\{h_{p1}(u)\}, \quad \phi_{p1}(u) = AT\{h_{p1}(u)\}. \quad (10)$$

La imagen $q_{p1}(u)$ se multiplica a la RPM $t(u)$ y este producto se transforma mediante la FrHT de orden $p2$

$$s_{p2}(v) = H^{p2}\{q_{p1}(u)t(u)\} = e(v)exp\{i2\pi\theta_{p2}(v)\}, \quad (11)$$

donde las funciones $e(v)$ y $\theta_{p2}(v)$ representan la amplitud y la fase de la imagen de valor complejo $s_{p2}(v)$, respectivamente. Por último, se aplican las operaciones de truncamiento en amplitud y fase a $s_{p2}(v)$:

$$e(v) = PT\{s_{p2}(v)\}, \quad \theta_{p2}(v) = AT\{s_{p2}(v)\}. \quad (12)$$

La distribución de datos de valor real $e(v)$ es la imagen encriptada. Las seis claves del sistema de encriptación vienen dadas por los dos órdenes fraccionarios ($p1$ y $p2$) de las FrHTs, las dos imágenes pseudoaleatorias $\phi_{p1}(u)$ y $\theta_{p2}(v)$ y las dos RPMs $r(x)$ y $t(u)$. Las RPMs $r(x)$ y $t(u)$ se utilizan para distribuir el contenido de información de la imagen original $f(x)$ sobre la distribución encriptada $e(v)$. Las claves dadas por las distribución de datos $\phi_{p1}(u)$ y $\theta_{p2}(v)$ se generan mediante las operaciones de truncamiento en amplitud aplicadas

en el sistema de encriptación. Las claves $\phi_{p1}(u)$ y $\theta_{p2}(v)$ no son verdaderamente aleatorias porque dependen de los valores de la imagen $f_{ph}(x)$, los dos órdenes fraccionarios ($p1$ y $p2$) de las FrHT y de las RPMs $r(x)$ y $t(u)$, utilizados en las ecuaciones (8)-(12).

La recuperación de la imagen original $f(x)$ es posible en la salida del sistema de desencriptación a partir de la imagen encriptada $e(v)$ cuando se utilizan los valores correctos de todas las claves. La imagen desencriptada $d(x)$ puede obtenerse mediante las siguientes ecuaciones:

$$q_{p1}(u) = t^*(u)H^{-p2}\{e(v)\exp\{i2\pi\theta_{p2}(v)\}\}, \quad (13)$$

$$f_{ph}(x) = r^*(x)H^{-p1}\{q_{p1}(u)\exp\{i2\pi\phi_{p1}(v)\}\}, \quad (14)$$

$$d(x) = AT\{f_{ph}(x)\} = f(x). \quad (15)$$

La imagen original $f(x)$ puede recuperarse correctamente en la salida del sistema de desencriptación siempre que los valores de las claves utilizados en los sistemas de encriptación y desencriptación sean los mismos.

La Figura 1 muestra un ejemplo para ilustrar los resultados de simulación obtenidos al evaluar los sistemas de encriptación y desencriptación de imágenes propuestos que se presentan en esta sección. Todas las imágenes utilizadas en las simulaciones numéricas tienen una resolución de 512 por 512 píxeles en escala de grises. La imagen original $f(x)$ y el código de distribución aleatoria $n(u)$ de la RPM $t(u)$ se representan en las Figuras 1(a) y 1(b), respectivamente. La imagen encriptada de valor real $e(v)$ para los órdenes fraccionarios $p1 = 1,77$ y $p2 = 0,43$ de las FrHTs se muestra en la Figura 1(c). Esta imagen encriptada es una distribución de datos ruidosa que no revela ninguna información de la imagen original $f(x)$. Las dos imágenes pseudoaleatorias obtenidas $\phi_{p1}(u)$ y $\theta_{p2}(v)$ en el proceso de encriptación, se presentan en las Figuras 1(d) y 1(e), respectivamente. Estas imágenes tienen un aspecto ruidoso muy similar al código aleatorio $n(u)$ de la Figura 1(b), pero las dos imágenes $\phi_{p1}(u)$ y $\theta_{p2}(v)$ son distribuciones de datos pseudoaleatorias. La imagen desencriptada $d(x)$ obtenida a partir de la imagen encriptada $e(v)$ y utilizando las claves de seguridad correctas se muestra en la Figura 1(f).

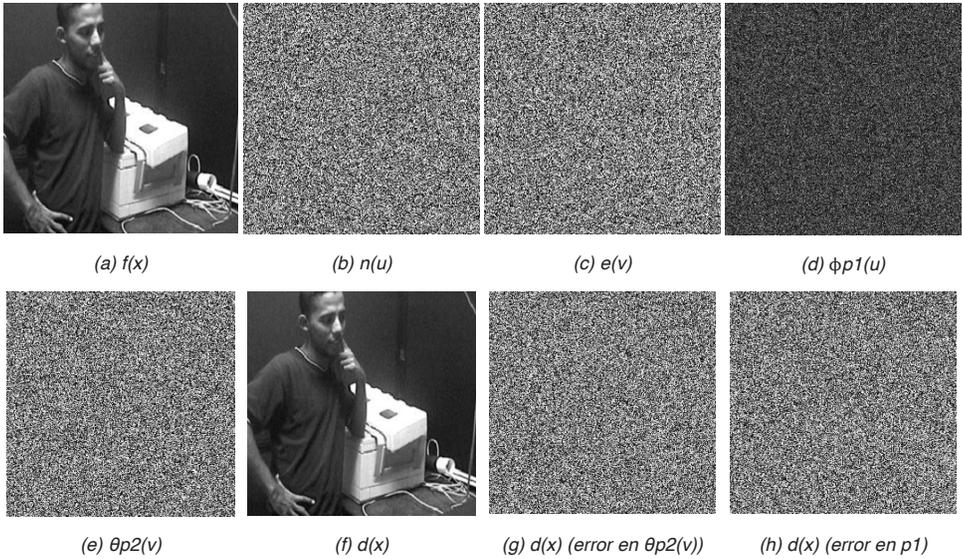


Figura 1. (a). Imagen a encriptar $f(x)$. (b). Código de distribución aleatoria $n(u)$ de la RPM $t(u)$. (c). Imagen encriptada $e(v)$ para los órdenes fraccionarios $p1 = 1,77$ y $p2 = 0,43$ de las FrHTs. Imágenes pseudoaleatorias: (d) $\phi_{p1}(u)$, y (e) $\theta_{p2}(v)$. (f) Imagen desencriptada $d(x)$ cuando se utilizan las seis claves de seguridad correctas ($p1$, $p2$, $r(x)$, $t(u)$, $\phi_{p1}(u)$ y $\theta_{p2}(v)$). Imágenes desencriptadas para las siguientes claves incorrectas: (g) la imagen pseudoaleatoria $\theta_{p2}(v)$, y (h) el orden fraccionario $p1 = 1,775$.

Para evaluar la calidad de las imágenes desencriptadas, utilizamos la raíz del error cuadrático medio (root mean square error, RMSE) entre las imágenes desencriptadas $d(x)$ y la imagen original $f(x)$ (Vilardy *et al.*, 2013b):

$$RMSE = \left\{ \frac{\sum_{x=1}^M [f(x) - d(x)]^2}{\sum_{x=1}^M [f(x)]^2} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

Los valores de la métrica RMSE para evaluar la calidad de la imagen están comprendidos entre 0 y 1; cuando el valor del RMSE es próximo o igual a 0, esta métrica indica una imagen de excelente calidad para la recuperación de la imagen desencriptada en la salida del sistema de desencriptación, mientras que los valores del RMSE próximos o iguales a 1 representan una imagen de peor calidad. El RMSE entre la imagen original de la Figura 1(a) y la imagen desencriptada de la Figura 1(f) es de 7×10^{-14} .

Las imágenes desencriptadas ruidosas que se muestran en las Figuras 1(g) y 1(h), corresponden a las imágenes recuperadas en el sistema de desencriptación cuando la clave de la imagen pseudoaleatoria $\theta_{p2}(v)$ o el valor del orden fraccionario $p1$ son erróneos, respectivamente. Los RMSE entre la imagen original de la Figura 1(a) y las imágenes desencriptadas de las Figuras 1(g) y 1(h) son 0,88 y 0,87, respectivamente. Si los valores del orden fraccionario $p2$ de la FrHT, las RPMs $r(x)$ y $t(u)$ o la imagen pseudoaleatoria $\phi_{p1}(u)$ utilizados en el sistema de desencriptación no son iguales a los valores utilizados en el sistema de encriptación, la imagen desencriptada es un patrón ruidoso muy similar al de la

Figura 1(g). Por lo tanto, el resultado proporcionado demuestra que todas las claves (los dos órdenes fraccionarios p_1 y p_2 de las FrHTs, las dos imágenes pseudoaleatorias $\phi_{p_1}(u)$ y $\theta_{p_2}(v)$ y las dos RPMs $r(x)$ y $t(u)$) son necesarias en el sistema de descryptación para recuperar correctamente la imagen original.

De varios experimentos computacionales se obtiene que los órdenes fraccionarios de las FrHTs son sensibles a una variación de 1×10^{-4} . Utilizando la sensibilidad obtenida de los órdenes fraccionarios p_1 y p_2 , el espacio clave para los órdenes fraccionarios de las FrHTs es de 4×10^8 . Las dos RPMs $r(x)$ y $t(u)$, y las dos imágenes pseudoaleatorias $\phi_{p_1}(u)$ y $\theta_{p_2}(v)$ tienen un tamaño o resolución de 512×512 píxeles y cada píxel tiene 256 valores posibles. El número de intentos necesarios para recuperar tanto las RPMs como las imágenes pseudoaleatorias es del orden de $256^{(4)(512)(512)}$. El espacio de claves total del proceso de cifrado propuesto es de $(4 \times 10^8)(256^{1048576})$, este valor para el espacio de claves es muy grande y mayor que los resultados obtenidos en las referencias (Millán & Pérez-Cabré, 2011; Vilardy *et al.*, 2012; Situ & Zhang, 2004; Unnikrishnan *et al.*, 2000; Chen & Zhao, 2006; Rodrigo *et al.*, 2007; Zhao *et al.*, 2008).

A partir de la simulación numérica desarrollada para esta investigación, el tiempo de cálculo para la FrHT digital implementando la ecuación (4) se reduce a la mitad en comparación con el tiempo de cálculo de la ecuación (3). Por lo tanto, el cálculo propuesto para la FrHT es más rápido y eficiente en comparación con el cálculo presentado en las referencias (Vilardy *et al.*, 2013a; Zhao *et al.*, 2008).

CONCLUSIONES

Se ha presentado un sistema de encriptación de imágenes basado en la codificación de fase, la FrHT, las RPMs y las operaciones de truncamiento en amplitud y fase. Se ha introducido una simplificación en el cálculo de la FrHT, que permite calcularla de forma más rápida y eficiente. La imagen encriptada es una distribución aleatoria de valor real que está muy bien protegida frente a ataques de seguridad debido a que el espacio de claves del sistema de encriptación-descryptación propuesto es muy grande. La seguridad de la imagen encriptada se debe a las operaciones no lineales aplicadas en el sistema de encriptación-descryptación, estas operaciones no lineales son la codificación de fase y las operaciones de truncamiento en amplitud y fase. Los resultados de las simulaciones numéricas han demostrado que la recuperación de la imagen original en el sistema de descryptación es muy sensible a los cambios en las seis claves del sistema de seguridad propuesto en esta investigación. Las dos claves de las imágenes pseudoaleatorias cambian cuando se modifican: la imagen a encriptar, las dos RPMs o los dos órdenes fraccionarios de las FrHTs. Por último, para recuperar la imagen original con una alta calidad y libre de ruido en la salida del sistema de descryptación, los valores de las seis claves utilizadas en los sistemas de encriptación y descryptación tienen que ser los mismos.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Popular del Cesar y a la Universidad de La Guajira por su apoyo en esta investigación.

REFERENCIAS

Chen, L., & Zhao, D. (2006). **Optical image encryption with Hartley transforms.** *Optics letters*, 31(23), 3438-3440.

Millán, M. S., & Pérez-Cabré, E. (2011). **Optical and Digital Image Processing: Fundamentals and Applications**, Eds G Cristóbal, P Schelkens and H Thienpont, (Weinheim: Wiley) chapter 33 pp 739–67

Morales, Y., Díaz, L., & Torres, C. (2015). **Radial Hilbert transform in terms of the Fourier transform applied to image encryption.** *Journal of physics: Conference series*, Vol. 582, No. 1, p. 012063.

Ozaktas H. M., Zalevsky, Z., & Kutay, M. A. (2001). **The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing.** J. Wiley & Sons.

Pei, S. C., & Ding, J. J. (2002). **Fractional cosine, sine, and Hartley transforms.** *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(7), 1661-1680.

Qin, W., & Peng, X. (2010). **Asymmetric cryptosystem based on phase-truncated Fourier transforms.** *Optics Letters*, 35(2), 118-120.

Refregier, P., & Javidi, B. (1995). **Optical image encryption based on input plane and Fourier plane random encoding.** *Optics letters*, 20(7), 767-769.

Rodrigo, J. A., Alieva, T., & Calvo, M. L. (2007). **Applications of gyrator transform for image processing.** *Optics Communications*, 278(2), 279-284.

Situ, G., & Zhang, J. (2004). **Double random-phase encoding in the Fresnel domain.** *Optics Letters*, 29(14), 1584-1586.

Towghi, N., Javidi, B., & Luo, Z. (1999). **Fully phase encrypted image processor.** *JOSAA*, 16(8), 1915-1927.

Unnikrishnan, G., Joseph, J., & Singh, K. (2000). **Optical encryption by double-random phase encoding in the fractional Fourier domain.** *Optics letters*, 25(12), 887-889.

Vilardy Ortiz, J. M., Torres Moreno, C. O., Mattos Vasquez, L., & Useche, J. (2011). **Cifrado De Imágenes Utilizando La Transformada Wavelet Fraccional.** *Revista Colombiana de Física*, 43(1), 170.

Vilardy, J. M., Millán, M. S., & Pérez-Cabré, E. (2012). **Improved decryption quality and security of a joint transform correlator-based encryption system.** *Journal of Optics*, 15(2), 025401.

Vilardy, J. M., Torres, C. O., & Jimenez, C. J. (2013). **Double image encryption method using the Arnold transform in the fractional Hartley domain.** *Proc. of SPIE*, 8785, 87851R.

Vilardy, J. M., Torres, C. O., & Mattos, L. (2013). **Image encryption-decryption system based on gyrator transform and jigsaw transform.** *Proc. of SPIE*, 8785 -7851Q.

Vilardy, J. M., Millán, M. S., & Pérez-Cabré, E. (2014). **Nonlinear optical security system based on a joint transform correlator in the Fresnel domain.** *Applied Optics*, 53(8), 1674-1682.

Vilardy, J. M., Torres, Y., Millán, M. S., & Pérez-Cabré, E. (2014). **Generalized formulation of an encryption system based on a joint transform correlator and fractional Fourier transform.** *Journal of Optics*, 16(12), 125405.

Vilardy, J. M., Millán, M. S., & Pérez-Cabré, E. (2017). **Nonlinear image encryption using a fully phase nonzero-order joint transform correlator in the Gyrator domain.** *Optics and Lasers in Engineering*, 89, 88-94.

Zhao, D., Li, X., & Chen, L. (2008). **Optical image encryption with redefined fractional Hartley transform.** *Optics Communications*, 281(21), 5326-5329.

CAPÍTULO 4

IDENTIFICACIÓN DEL CALENTAMIENTO GLOBAL MEDIANTE LA RELACIÓN ENTRE LA RADIACIÓN SOLAR NETA ESPECTRAL DE ONDA CORTA Y LA TEMPERATURA APARENTE (ATMÓSFERA TROPICAL DESPEJADA), UTILIZANDO IMÁGENES DE SATÉLITE (2001–2014)

Data de aceite: 02/05/2024

Andrés Peñate Ramírez

Grupo de Materiales y Física aplicada.
Departamento de Física y Electrónica
Universidad de Córdoba

Leonardo Gónima Gónima

Grupo de Materiales y Física aplicada.
Departamento de Física y Electrónica
Universidad de Córdoba

INTRODUCCIÓN

La radiación solar neta espectral de onda corta ($0.3\mu\text{m} - 2.5\mu\text{m}$) está relacionada con la energía disponible para generar los procesos físicos, químicos y biológicos a nivel de la superficie terrestre. Esta disponibilidad de energía se modifica de acuerdo con las características de la superficie terrestre, ya que estas determinan la cantidad de radiación solar absorbida y reflejada por la superficie terrestre. Parte de la radiación solar reflejada por la superficie terrestre es absorbida por la atmósfera y reemitida hacia ella en forma de calor. Al mismo tiempo, parte de la radiación solar absorbida calienta la superficie terrestre

emitiendo posteriormente calor hacia la atmósfera. Estas transformaciones de calor al distribuirse en el sistema superficie terrestre–atmósfera, determinan la temperatura de este sistema, la cual se denomina temperatura aparente. La cuantificación de la radiación solar neta espectral de onda corta y de la temperatura aparente son útiles para la planificación agropecuaria y el análisis de las alteraciones ambientales producidos por el calentamiento global.

Diferentes autores han desarrollado modelos para determinar la radiación solar neta espectral de onda corta y la temperatura aparente mediante imágenes de satélite, con el fin analizar su comportamiento temporal y espacial. Por ejemplo, Tang et al. (2006) propusieron una parametrización para estimar la ración solar neta espectral de onda corta a partir de albedos, determinados con datos del espectrorradiómetro de imágenes de resolución moderada (MODIS). Posteriormente, Carmona et al. (2015) desarrollaron un modelo general para

estimar la radiación solar neta total, por medios de datos meteorológicos e imágenes de satélite. Seguidamente, Barbosa et al. (2015) calcularon la radiación solar neta instantánea y diaria usando imágenes de satélite, para determinar estas a escala regional y en áreas heterogéneas. Continuando con el estudio de la radiación solar neta, Moreno et al. (2021), evaluaron las alteraciones de la radiación neta en la cuenca hidrográfica de Sorocaba, partiendo de las variables meteorológicas y radiativas, por medio del modelo SEBAL, utilizando imágenes OLI/TIRS–Landsat y ASTER (GDEM).

Por otra parte, la temperatura aparente o de brillo permite estudiar las características de la superficie terrestre y las condiciones del clima. Diferentes investigaciones como, Keck et al. (2017) proporcionaron un método que determina las características de la nieve y del hielo con sensores remotos al convertir la temperatura de brillo en emisividad superficial. A nivel local, Buelvas, E. (2019) determinó la temperatura aparente sobre la ciudad de Montería–Córdoba, a partir de imágenes térmicas de los satélites Landsat para estudiar su distribución espacial y temporal.

De acuerdo con lo anterior, poco se sabe acerca de cómo influye la temperatura aparente sobre la radiación solar neta espectral de onda corta y viceversa. En este trabajo se encontró la relación física y estadísticamente entre ambas variables. Además, se realizó un análisis temporal de $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a identificando el calentamiento global en la zona de estudio. Se utilizó para esto imágenes de los satélites Landsat que incluye el municipio de Cereté y parte de Montería en el departamento de Córdoba. Esta clase de estudios son de mucha utilidad en la agricultura y ganadería, al ser $K_{\Delta\lambda}^*$ una variable directamente relacionada con la disponibilidad de energía para el desarrollo de cultivos.

ZONA DE ESTUDIO

La zona de estudio seleccionada (Figura 2.1) incluye el municipio de Cereté y parte del municipio de Montería en el departamento de Córdoba. El régimen climático, representado por la estación meteorológica Turipaná está caracterizado por una temperatura media anual de 28°C y una precipitación media anual de 1200mm. La vegetación de la zona de estudio está representada por pastos, cultivos (arroz, maíz y algodón) y algunas áreas con bosques, y vegetación ribereña al río Sinú. Además, el suelo es utilizado para la actividad agrícola y la ganadería extensiva (CVS, on-line).

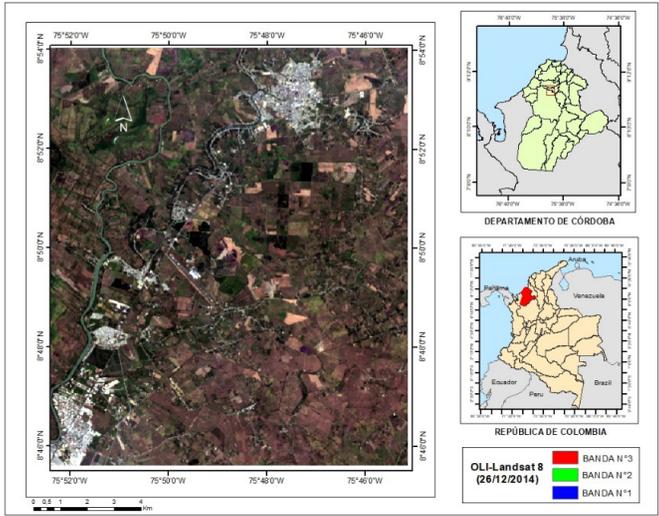


Figura 2.1: Ubicación geográfica de la zona de estudio (rectángulo rojo), imagen satelital del 26/12/2014.

MARCO TEÓRICO

La radiación solar neta espectral de onda corta $K_{\Delta\lambda}^*$ es la diferencia entre los flujos incidentes y reflejados a nivel de la superficie terrestre. Para su determinación se utilizó la teoría de transferencia de radiación solar de onda corta entre la atmósfera y la superficie terrestre (Gónima, 1993).

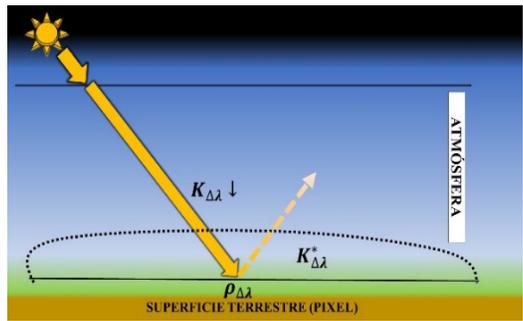


Figura 3.1: Flujos radiativos para la determinación de $K_{\Delta\lambda}^*$.

La ecuación que representa la radiación solar neta espectral de onda corta:

$$K_{\Delta\lambda}^* = (1 - \rho_{\Delta\lambda}) K_{\Delta\lambda} \downarrow \quad (1)$$

donde, $\rho_{\Delta\lambda}$ representa la reflectancia espectral en la superficie terrestre. El modelo teórico desarrollado para el cálculo de $\rho_{\Delta\lambda}$ se tuvo en cuenta los flujos de radiación solar espectral captados por el sensor satelital que son representados por $L_{\Delta\lambda} \uparrow$ (Figura 3.2: flujos $K_{\Delta\lambda}^d \uparrow$, $R_{\Delta\lambda} \uparrow$, $K_{\Delta\lambda}^{d*} \uparrow$ y $R_{\Delta\lambda}^* \uparrow$) siguiendo el formalismo teórico expuesto en Gónima y Alados, 2003.

$$\rho_{\Delta\lambda} = \frac{2(L_{\Delta\lambda} \uparrow - K_{\Delta\lambda}^d \uparrow)}{(K_{\Delta\lambda}^D \downarrow + K_{\Delta\lambda}^d \downarrow) t_{\Delta\lambda}^{a*} t_{\Delta\lambda}^{s*} \left\{ \sqrt{(1 + (1 - t_{\Delta\lambda}^s) d'_{\Delta\lambda} t_{\Delta\lambda}^{a*})^2 + 4(1 - t_{\Delta\lambda}^s) u'_{\Delta\lambda} t_{\Delta\lambda}^{a*} \left(\frac{L_{\Delta\lambda} \uparrow - K_{\Delta\lambda}^d \uparrow}{K_{\Delta\lambda}^D \downarrow + K_{\Delta\lambda}^d \downarrow} \right) + (1 + (1 - t_{\Delta\lambda}^s) d'_{\Delta\lambda} t_{\Delta\lambda}^{a*})} \right\}} \quad (2)$$

donde $T_{\Delta\lambda}^*$ y $T_{\Delta\lambda}^{a*}$ son las transmitancias espectrales de la atmósfera debidas a la dispersión y absorción, respectivamente, que están relacionadas con la radiación solar espectral reflejada por la superficie terrestre, mientras que $d'_{\Delta\lambda}$ es la fracción espectral de la radiación solar espectral dispersada por la atmósfera, en dirección a la radiación solar espectral reflejada por la superficie terrestre y $u'_{\Delta\lambda}$ la fracción espectral de la radiación solar espectral dispersada por la atmósfera, en dirección contraria a la radiación solar espectral reflejada por la superficie terrestre.

En la ec. (1), $K_{\Delta\lambda} \downarrow$ representa la radiación solar global espectral (Figura 3.2: flujos $K_{\Delta\lambda}^d \downarrow$, $K_{\Delta\lambda}^D \downarrow$, y $K_{\Delta\lambda}^{d*} \downarrow$), se exprese como:

$$K_{\Delta\lambda} \downarrow = K_{\Delta\lambda}^D \downarrow + K_{\Delta\lambda}^d \downarrow + K_{\Delta\lambda}^{d*} \downarrow \quad (3)$$

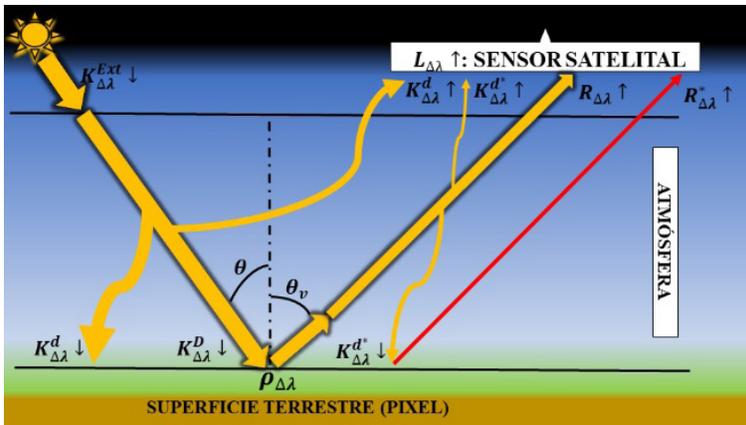


Figura 3.2: Flujos radiativos de onda corta entre la atmósfera y la superficie terrestre (píxel).

Por otra parte, la temperatura aparente T_a es la temperatura a la cual un cuerpo gris emite radiación infrarroja térmica, como si este actuara como cuerpo negro (Babaeian y Tuller, 2023). En teledetección, al captar el sensor satelital radiación térmica emitida por el Planeta (sistema superficie terrestre–atmósfera), es posible determinar T_a (Figura 3.3).

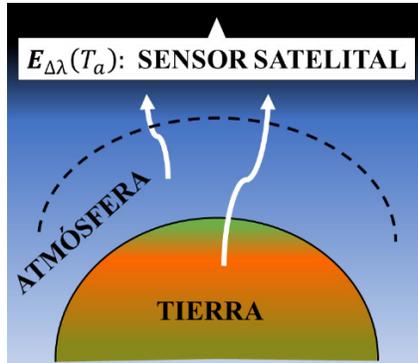


Figura 3.3: Esquema del sistema superficie terrestre-atmósfera.

La expresión para el cálculo de T_a se obtiene a partir de la ecuación de Planck:

$$T_a = \frac{hc}{k\lambda \ln\left(\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 E_{\Delta\lambda}(T_a)} + 1\right)} \quad (4)$$

donde, $E_{\Delta\lambda}(T_a)$ es la radiación de cuerpo negro espectral, h es la constante de Planck, c la velocidad de la luz, λ la longitud de onda y k es la constante de Boltzmann.

METODOLOGÍA

Adquisición y puesta a punto de las imágenes de satélite

Se seleccionaron cuatro imágenes de satélite correspondiente a las fechas 12/01/2001, 03/02/2003, 29/01/2010 y 26/12/2014, descargadas del Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS on-line). Luego se procedió a la importación de las imágenes de satélite al software especializado (ERDAS IMAGINE) y se convirtieron los valores digitales de cada imagen a valores de radiancia espectral $L_{\Delta\lambda} \uparrow (W / m^2 sr \mu m)$. Finalmente, fueron organizadas por bandas secuenciales y la extracción de la zona de estudio. Para el análisis se tuvo en cuenta seis bandas espectrales de onda corta y una térmica, las especificaciones de cada banda se encuentran en la Tabla 1.

Bandas	Tipo de radiación	$\Delta\lambda (\mu m)$
N°1	Azul	0.452 - 0.514
N°2	Verde	0.519 - 0.601
N°3	Rojo	0.631 - 0.692
N°4	IR-C 1	0.772 - 0.898
N°5	IR-C2	1.547 - 1.748
N°6	Infrarrojo térmico	10.31 - 12.36
N°7	IR-C 3	2.065 - 2.346

Tabla 1: Bandas espectrales $\Delta\lambda$ del satélite Landsat 7.

Cálculo de las variables $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a

Para el cálculo $K_{\Delta\lambda}^*$, ec. (1), se determinó previamente las variables $P_{\Delta\lambda}$ y $K_{\Delta\lambda}\downarrow$ por medio de las ecs. (2) y (3) respectivamente, aplicada sobre los valores de radiancia espectral de cada banda espectral de onda corta. Seguidamente se calculó T_a de acuerdo con la ec. (4), aplicada sobre los valores de radiancia espectral de la banda térmica.

Selección de muestras representativas

Inicialmente se definieron cuatro muestras representativas de las superficies que representan la zona de estudio (superficie de agua, vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana) para establecer la relación entre $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a . Posteriormente, para la identificación del calentamiento global en la zona de estudio, se seleccionó un píxel representativo de cada una de las muestras definidas. A partir de los datos obtenido se analizó el comportamiento temporal de T_a y $K_{\Delta\lambda}^*$.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para el análisis se seleccionó la imagen correspondiente al 12/01/2001. Ya que el resto de las imágenes seleccionadas muestran resultados similares, lo que se puede corroborar en Peñate, A. (2023). El objetivo de este trabajo es relacionar $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a , por lo tanto, se analizó inicialmente el comportamiento de $P_{\Delta\lambda}$ y $K_{\Delta\lambda}\downarrow$, variables que intervienen en el cálculo de $K_{\Delta\lambda}^*$ según el Marco Teórico.

Descripción de las variables $\rho_{\Delta\lambda}$ y $K_{\Delta\lambda}\downarrow$

En la Figura 5.1 se muestra la imagen calculada de $\rho_{\Delta\lambda_1}$ (banda N°1), cuyo rango varía entre 7.17% y 30.12%, que de acuerdo con las curvas espectrales (Figura 5.2(b)) y la Corporación autónoma regional de los valles del Sinú y del San Jorge (CVS on-line). El área de estudio está representada por superficies de agua, vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana. En Peñate, A. (2023), se encuentran las imágenes de $\rho_{\Delta\lambda}$ para las 5 bandas restantes, de igual forma se presentan las imágenes de cada una de las fechas restantes.

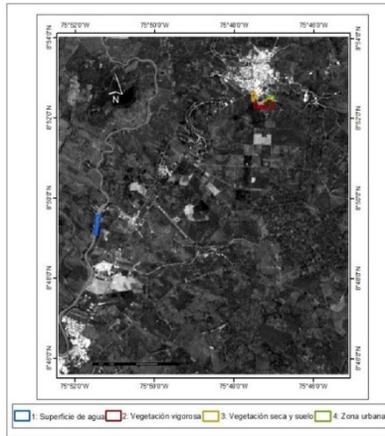


Figura 5.1: Imagen calculada de $\rho_{\Delta\lambda_1}$ y localización de las muestras representativas para el análisis (1: superficie de agua, 2: vegetación vigorosa, 3: vegetación seca y suelo, 4: zona urbana), correspondiente al 12/01/2001.

Para analizar el comportamiento espectral de las superficies existentes en la zona de estudio, se definieron muestras representativas (Figura 5.1) de superficie de agua, vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana: construcciones mezcladas con vegetación, cuyas respuestas espectrales se muestran en la Figura 5.2(a).

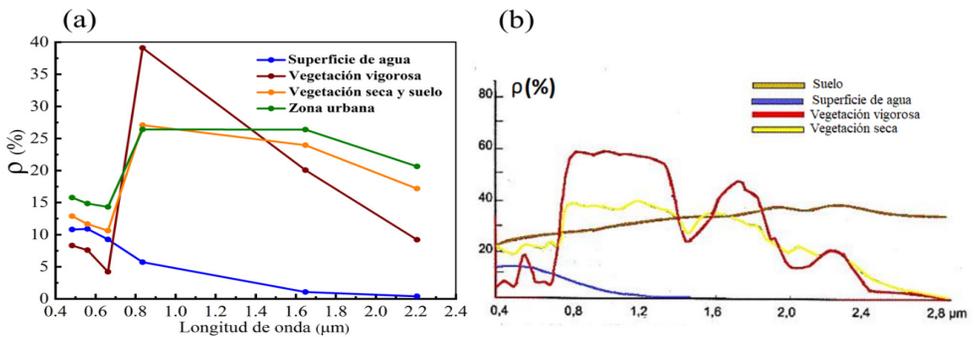


Figura 5.2: (a) Comportamiento de $\rho_{\Delta\lambda_1}$ calculada para cada muestra representativa y (b) curvas espectrales existentes en la literatura especializada (Gónima, 2021).

De acuerdo con la Figura 5.2(a), las curvas espectrales calculadas para la superficie de agua y la vegetación vigorosa muestran el mismo comportamiento que las de la Figura 5.2(b). Las curvas espectrales de la vegetación seca y suelo, y la zona urbana (Figura 5.2(a)) se comportan como una mezcla de vegetación vigorosa y suelo, lo cual también concuerda con la teoría. En Peñate, A. (2023), se encuentran las gráficas para cada una de las fechas restantes de las curvas espectrales de cada muestra representativa.

La otra variable que interviene en el cálculo de $K_{\Delta\lambda}^*$ es $K_{\Delta\lambda}\downarrow$ (ec. (1)). La Figura 5.3 muestra la imagen calculada de $K_{\Delta\lambda_1}\downarrow$ (banda N°1), por ejemplo, cuyos valores varían entre

1014.32 $W/m^2 \mu m$ y 1019.04 $W/m^2 \mu m$ correspondiente a las superficies existentes en el área de estudio. En Peñate, A. (2023), se encuentran las imágenes de $K_{\Delta\lambda} \downarrow$ para las 5 bandas restantes, del mismo modo se presentan las imágenes de cada una de las fechas restantes.

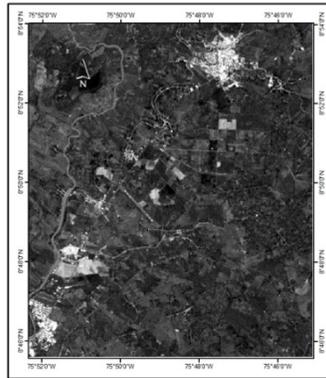


Figura 5.3: Imagen calculada de $K_{\Delta\lambda_1} \downarrow$ (banda N°1), correspondiente al 12/01/2001.

Teniendo en cuenta las muestras representativas se analizó el comportamiento espectral de $K_{\Delta\lambda} \downarrow$ para cada una de ellas. En la Figura 5.4(a) se muestra la respuesta espectral de $K_{\Delta\lambda} \downarrow$ correspondiente a la superficie de agua, vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana.

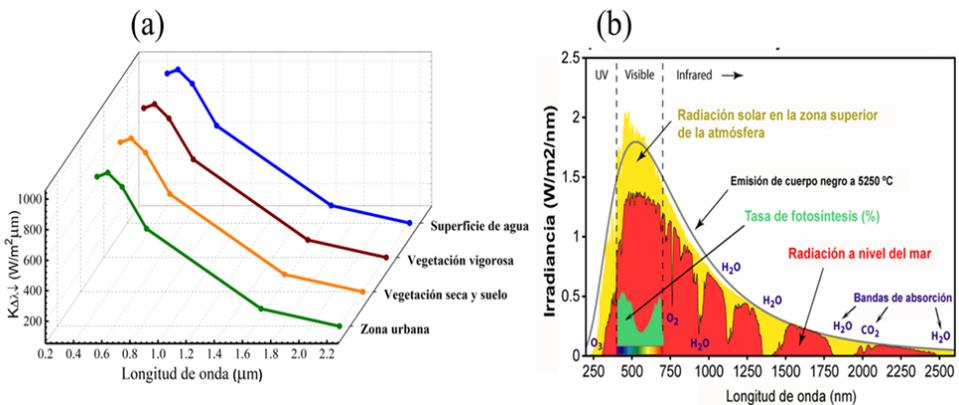


Figura 5.4: (a) Comportamiento de $K_{\Delta\lambda} \downarrow$ para la superficie de agua, vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana, (b) distribución espectral de la radiación solar (IDEAM, on-line).

Tal como se observa en la Figura 5.4(a), $K_{\Delta\lambda} \downarrow$ calculada para las cuatro muestras tiene el mismo comportamiento a la distribución espectral de la radiación solar (Figura 5.4(b)). En Peñate, A. (2023), se encuentran las gráficas para cada una de las fechas restantes de la distribución espectral de $K_{\Delta\lambda} \downarrow$, para cada muestra representativa.

Descripción de las variables $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a

En la Figura 5.5 se muestra la imagen calculada de $K_{\Delta\lambda}^*$ (banda N°1) cuyos valores varían entre $706.82 \text{ W/m}^2 \mu\text{m}$ y $974.68 \text{ W/m}^2 \mu\text{m}$. En Peñate, A. (2023), se encuentran las imágenes de $K_{\Delta\lambda}^*$ para las 5 bandas restantes, así mismo se presentan las imágenes de cada una de las fechas restantes.

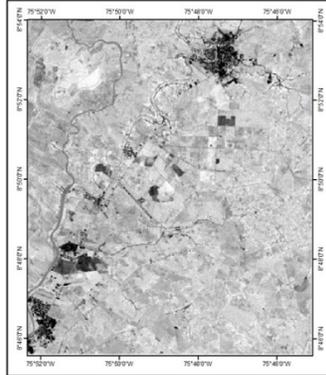


Figura 5.5: Imagen calculada de $K_{\Delta\lambda_1}^*$ (banda N°1), correspondiente al 12/01/2001.

La siguiente figura muestra el comportamiento de $K_{\Delta\lambda}^*$ para cada una de las muestras seleccionadas (superficie de agua, vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana), correspondiente al 12/01/2001.

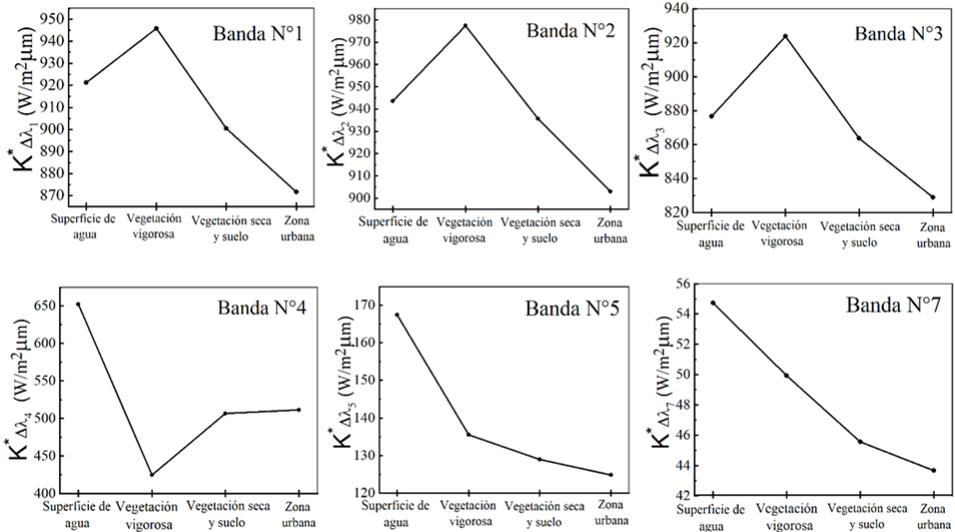


Figura 5.6: Comportamiento de $K_{\Delta\lambda}^*$ en función de las muestras seleccionadas, para las diferentes bandas espectrales.

En la Figura 5.6 se observa que el comportamiento de $K_{\Delta\lambda}^*$ en función de las muestras seleccionadas coincide en las bandas N°1, N°2 y N°3, en las cuales $K_{\Delta\lambda}^*$ alcanza su valor máximo en la vegetación vigorosa y es menor para la superficie de agua, vegetación seca y suelo, y zona urbana, respectivamente. Esto se debe a que la vegetación vigorosa absorbe mayor cantidad de estas tres clases de radiación solar espectral, reflejando menos en comparación con la superficie de agua, vegetación seca y suelo, y zona urbana. La superficie de agua refleja más que la vegetación vigorosa, pero absorbe más radiación solar espectral (bandas N°1, N°2 y N°3) que las otras dos muestras seleccionadas. La vegetación seca y suelo, y la zona urbana son las que reflejan la mayor cantidad de radiación en las tres bandas espectrales, es decir, absorben poca radiación solar incidente debido a sus características como, por ejemplo, a que tienen una estructura molecular más compacta que la superficie de agua y la vegetación vigorosa. La argumentación anterior se puede corroborar con las curvas espectrales de $\rho_{\Delta\lambda}$ calculadas para las bandas N°1, N°2 y N°3 (Figura 5.2).

Un caso particular es el de la banda N°4 en la Figura 5.6, cuyo comportamiento es diferente al de las otras cinco bandas. En este caso especial, $K_{\Delta\lambda}^*$ adquiere su valor mínimo en la vegetación vigorosa y el máximo en la superficie de agua. Esto significa que la vegetación vigorosa refleja mayor cantidad de radiación solar en esta banda, es decir, absorbe poca radiación solar, mientras que la superficie de agua es la que absorbe la mayor cantidad. Esta situación se puede comprobar por medio de las curvas espectrales de la Figura 5.2. Así mismo, la vegetación seca y suelo, y zona urbana tienen valores intermedios de $\rho_{\Delta\lambda}$ y $K_{\Delta\lambda}^*$ por lo tanto muestra valores intermedios.

Por último, en la Figura 5.6 se observa que para las bandas N°5 y N°7 el comportamiento de $K_{\Delta\lambda}^*$ es diferente a las anteriores. En este caso, es la superficie de agua la que muestra el valor máximo de $K_{\Delta\lambda}^*$, mientras que la vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana tienen valores menores, lo que indica que la superficie de agua está absorbiendo prácticamente toda la radiación solar espectral incidente en comparación con la vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana las que respectivamente reflejan más cantidad de radiación en estas dos bandas espectrales. En Peñate, A. (2023), se encuentran las gráficas para cada una de las fechas restantes del comportamiento de $K_{\Delta\lambda}^*$ en función de las muestras seleccionadas.

Por otra parte, la Figura 5.7 muestra la imagen calculada de T_a cuyos valores varían entre 22.23°C y 32.17°C.

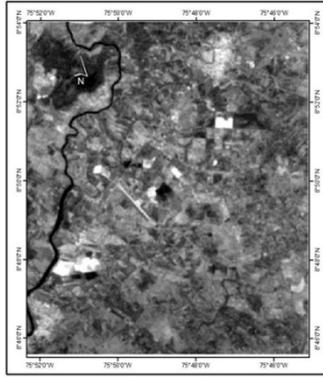


Figura 5.7: Imagen calculada de T_a , correspondiente al 12/01/2001.

En Peñate, A. (2023), se encuentran las imágenes de T_a para las tres fechas restantes.

A continuación, se muestra el comportamiento de T_a calculada para cada una de las muestras seleccionadas, para la fecha mencionada. En Peñate, A. (2023), se encuentran las gráficas para cada una de las fechas restantes del comportamiento de T_a en función de las muestras seleccionadas.

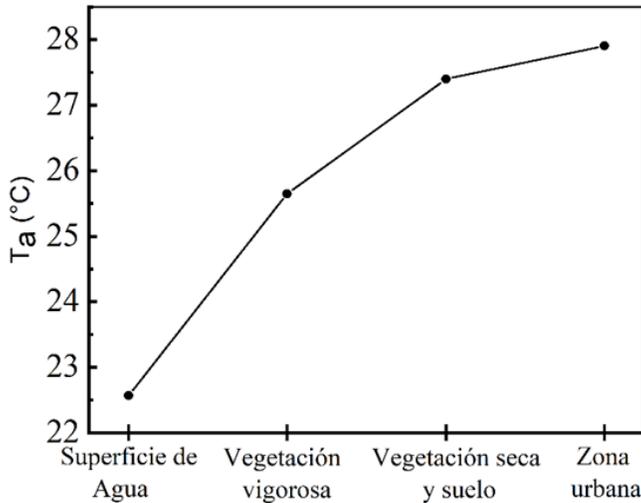


Figura 5.8: Comportamiento de T_a (banda N°6) en función de las muestras seleccionadas.

De acuerdo con la Figura 5.8, se puede verificar que la superficie de agua y la zona urbana poseen la mínima y máxima temperatura aparente, respectivamente. En términos generales, la superficie de agua absorbe mayor cantidad de radiación solar incidente que las demás superficies, enfriándose más la columna atmosférica sobre ella. A continuación, en la Figura 5.9, se hace un análisis físico detallado del comportamiento de las cuatro superficies mostrado en la Figura 5.8.

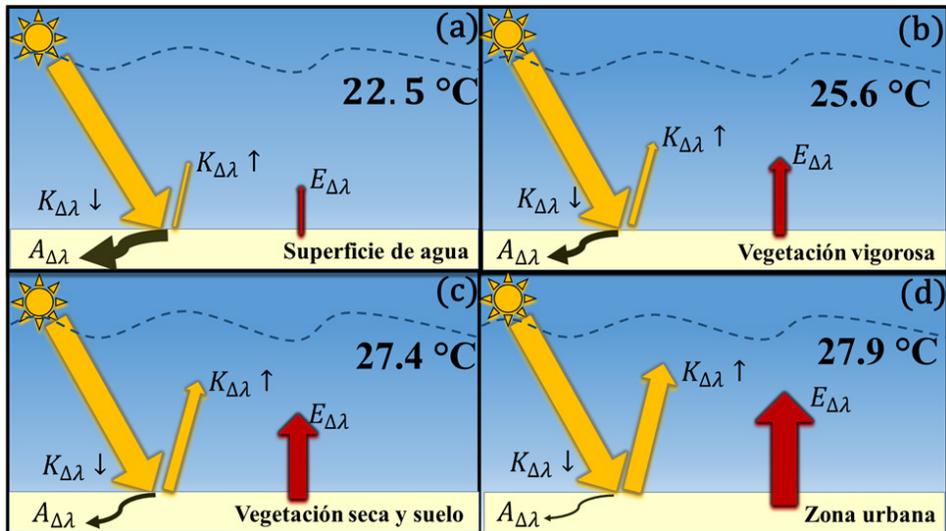


Figura 5.9: Representación gráfica para la explicación de las diferencias de T_a entre las muestras seleccionadas (superficie de agua, vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana).

En la Figura 5.9(a), al incidir radiación solar global ($K_{\Delta\lambda} \downarrow$) sobre la superficie de agua gran parte de esta se absorbe ($A_{\Delta\lambda}$) reflejándose una pequeña proporción hacia la atmósfera ($K_{\Delta\lambda} \uparrow$), al mismo tiempo parte de la radiación absorbida calienta la superficie de agua y se transmite dentro de ella (almacenamiento interno de calor), emitiendo posteriormente una pequeña cantidad de radiación térmica (calor) hacia la atmósfera ($E_{\Delta\lambda}$). Entonces, al interaccionar $K_{\Delta\lambda} \uparrow$ con la atmósfera, al llegar a esta, parte se transforma en calor y junto con $E_{\Delta\lambda}$ producen que T_a sea de 22.5°C. El otro caso extremo se refiere a la zona urbana (Figura 5.9(d)), la cual muestra claramente que $A_{\Delta\lambda}$ es menor y $K_{\Delta\lambda} \uparrow$ es mayor, en comparación con la superficie de agua. En este caso, la mayor parte de la radiación absorbida calienta la capa superior de la superficie correspondiente a la zona urbana, transmitiendo una pequeña cantidad dentro de ella. Al calentarse de esa manera la superficie, la radiación térmica que esta emite hacia la atmósfera es mayor. Simultáneamente, al interaccionar una mayor cantidad de $K_{\Delta\lambda} \uparrow$ con la atmósfera, implica una mayor transformación de calor y junto con $E_{\Delta\lambda}$ generan que T_a sea de 27.9°C. Las otras dos superficies de vegetación vigorosa y vegetación seca y suelo (Figuras 5.9(b) y 5.9(c)) representan situaciones intermedias de los dos casos analizados anteriormente.

Relación entre las variables $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a

La Figura 5.10 muestra la relación entre $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a para cada banda espectral de onda corta, de acuerdo con las cuatro superficies (muestras seleccionadas) analizadas previamente.

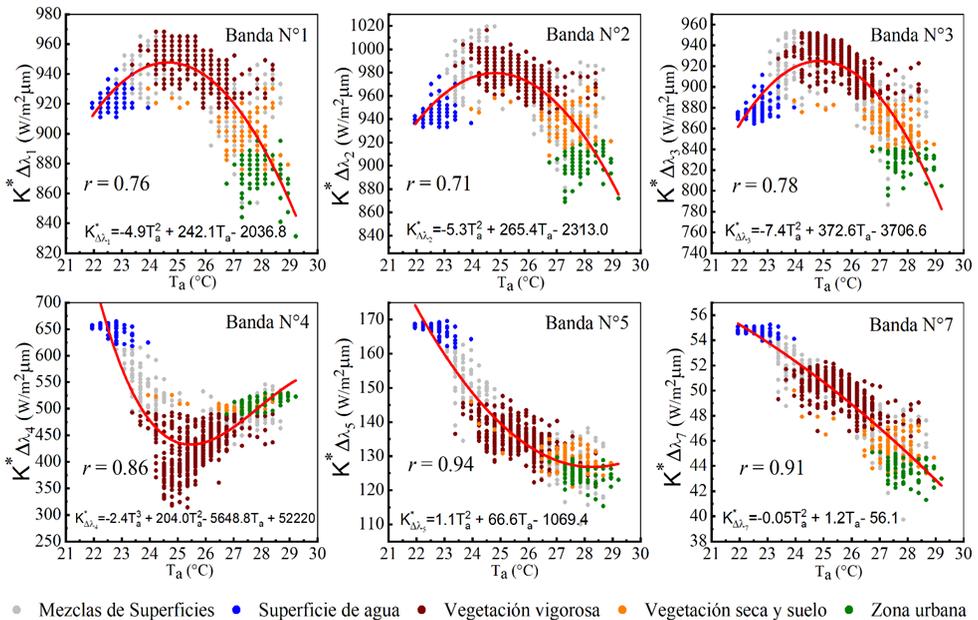


Figura 5.10: $K^*_{\Delta\lambda}$ en función de la temperatura aparente T_a , para las diferentes bandas espectrales.

De acuerdo con los fundamentos físicos que intervienen en la descripción de $K^*_{\Delta\lambda}$ y T_a (sección 5.2), la Figura 5.10 muestra el comportamiento combinado de las Figuras 5.6 y 5.8. La correlación para cada banda espectral es altamente significativa, ya que todos los coeficientes de correlación r están muy por encima del coeficiente de correlación crítico r_c , para una muestra de 1051 datos. Por lo tanto, estos resultados demuestran que $K^*_{\Delta\lambda}$ y T_a están relacionadas estadísticamente. Por consiguiente, las regresiones empíricas de la Figura 5.10 permiten clasificar las diferentes superficies de acuerdo con los valores calculados de $K^*_{\Delta\lambda}$, disponiendo previamente de T_a calculada. En Peñate, A. (2023), se encuentran las gráficas para cada una de las fechas restantes de la relación entre $K^*_{\Delta\lambda}$ y T_a para cada banda espectral de onda corta.

Identificación del calentamiento global por medio de la relación $K^*_{\Delta\lambda}$ y T_a

Los resultados expuestos a continuación acerca de la influencia que tiene el calentamiento global sobre la relación entre $K^*_{\Delta\lambda}$ y T_a están validados en los estudios de Pérez y Gónima (2014) y Sandoval (2019), en el que reportan un incremento temporal de la temperatura del aire, debido a la degradación de los suelos como consecuencia de una fuerte intervención antrópica, con el fin de obtener suelos aptos para la agricultura, ganadería y la expansión urbana.

Se seleccionó un píxel representativo de la vegetación vigorosa, vegetación seca y suelo, y zona urbana, para analizar el comportamiento temporal de T_a en cada una de estas, demostrando que la tendencia (lineal) es al aumento, tal como se muestra en la Figura 5.11.

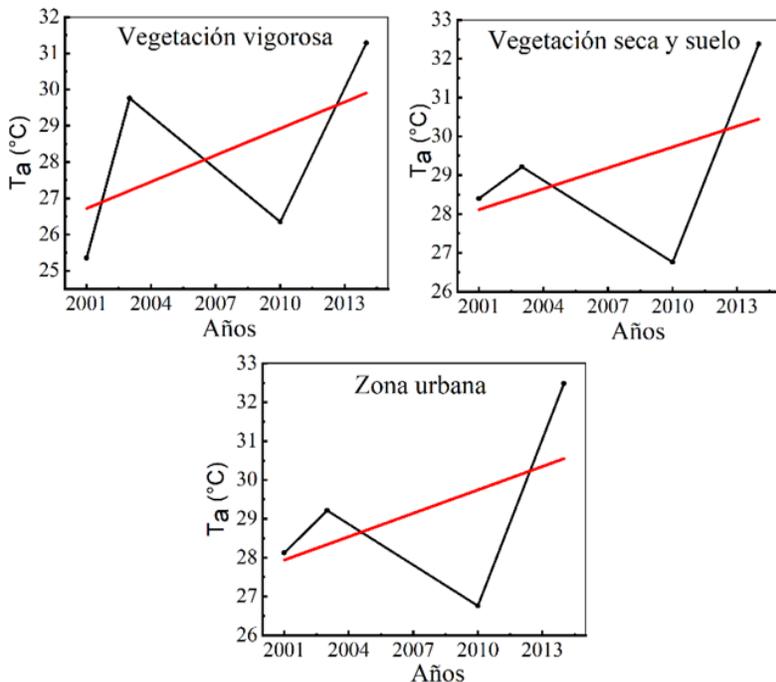


Figura 5.11: Variación de T_a entre 2001 y 2014, para el pixel representativo de las superficies seleccionadas.

De acuerdo con la sección 5.3, el incremento de la temperatura (Figura 5.11) también afecta el comportamiento de $K_{\Delta\lambda}^*$, lo cual se analizará por medio de bandas espectrales específicas en las cuales se identifica claramente este fenómeno.

Por ejemplo, para la vegetación vigorosa se seleccionaron las bandas espectrales N°3 y N°4 ($K_{\Delta\lambda_3}^*$ y $K_{\Delta\lambda_4}^*$) que muestran teóricamente (Figura 5.2) la mínima y máxima reflexión (máxima y mínima absorción de radiación solar), respectivamente. Cuando la temperatura aumenta excediendo el límite de tolerancia en la vegetación causa daños paulatinamente en la estructura interna de esta, lo cual se manifiesta en una tendencia a la disminución de $K_{\Delta\lambda_3}^*$ (Figura 5.12(a)), debido a que el deterioro a través de los años de la vegetación vigorosa, como consecuencia del calentamiento global, hace que esta refleje cada vez mayor cantidad de radiación solar (calentándose la atmósfera) disminuyendo $K_{\Delta\lambda_3}^*$ a través de los años. Por otra parte, $K_{\Delta\lambda_4}^*$ muestra una tendencia al aumento entre 2001 y 2014 (Figura 5.12(b)), la cual es consecuencia de que el deterioro de la vegetación (calentamiento global) en esta banda espectral se manifiesta en una disminución de la reflexión, comportándose como vegetación seca (Figura 5.2), lo que genera un aumento paulatino de $K_{\Delta\lambda_4}^*$.

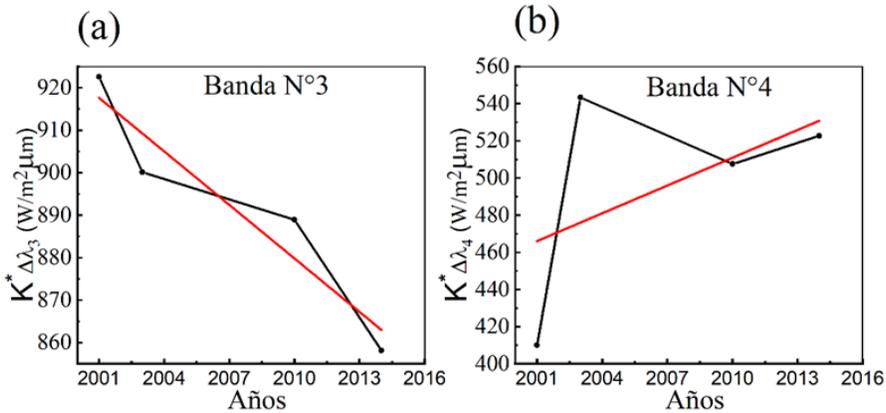


Figura 5.12: Comportamiento temporal entre 2001 y 2014 de $K^*_{\Delta\lambda_3}$ ((a)) y $K^*_{\Delta\lambda_4}$ ((b)).

Así mismo, el incremento de T_a influye en la degradación de la vegetación seca y suelo, la cual se manifiesta en una tendencia al aumento de $K^*_{\Delta\lambda_4}$ (banda N°4) (Figura 5.13(a)). Este comportamiento está directamente relacionado con que esta clase de superficie refleja cada vez menos radiación solar, incrementando $K^*_{\Delta\lambda_4}$ y pareciendo cada vez más a suelo expuesto (Figura 5.2). La tendencia a la disminución de $K^*_{\Delta\lambda_7}$ (Figura 5.13(b)), se explica con una mayor reflexión de la radiación solar en dicha banda espectral, como consecuencia de que el aumento de la temperatura, a través de los años, incrementa la evapotranspiración del suelo y la vegetación seca, secándose ambas superficies y por lo tanto disminuyendo $K^*_{\Delta\lambda_7}$.

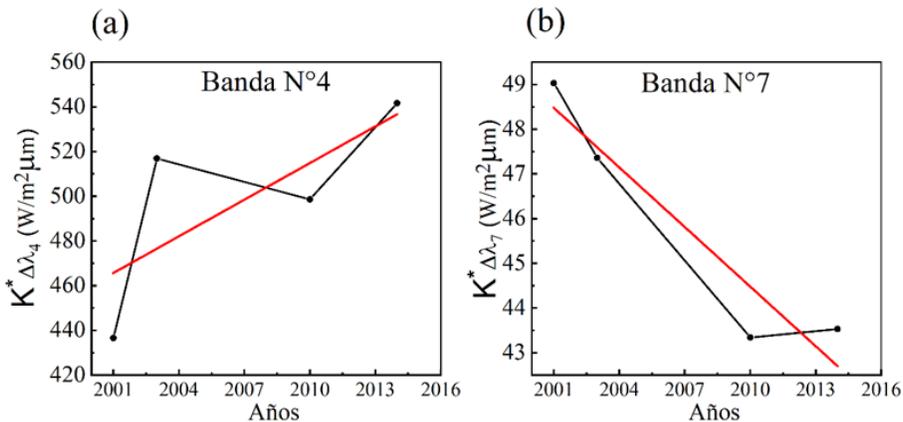


Figura 5.13: Comportamiento temporal entre 2001 y 2014 de $K^*_{\Delta\lambda_4}$ ((a)) y $K^*_{\Delta\lambda_7}$ ((b)).

Para la zona urbana, el comportamiento de esta clase de superficie (construcciones y vegetación) es el mismo que el de la vegetación seca y suelo, en las bandas espectrales N°4 y N°7, como se observa en la Figura 5.14.

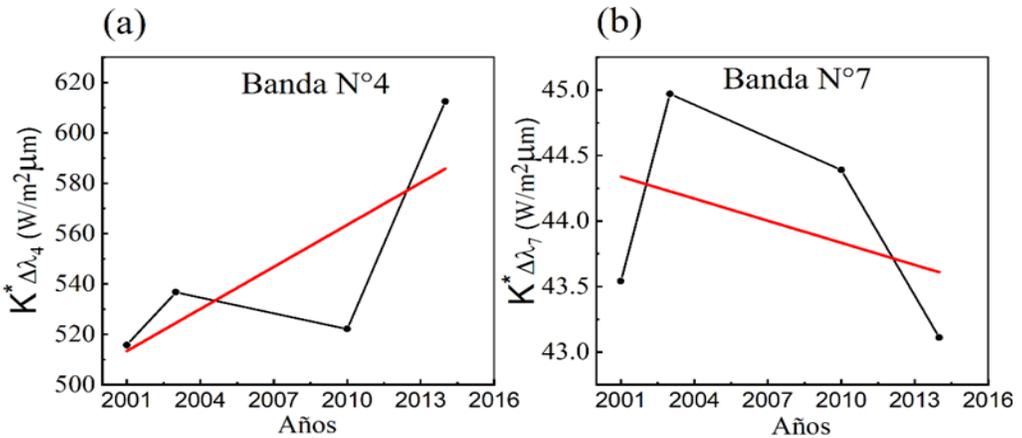


Figura 5.14: Comportamiento temporal entre el 2001 y 2014 de $K^*_{\Delta\lambda_4}$ ((a)) y $K^*_{\Delta\lambda_7}$ ((b)).

Respecto a la superficie de agua (rio Sinú y ciénagas), no se identifica efecto del calentamiento global sobre $K^*_{\Delta\lambda}$, ya que este está estrechamente relacionado con una mayor evaporación del agua y no con una variación de la reflexión de la radiación solar incidente.

CONCLUSIONES

El análisis cualitativo de T_a permitió identificar que cada superficie seleccionada se encuentra bajo la influencia del calentamiento global. Este fenómeno de calentar paulatinamente la atmósfera entre 2001 y 2014, influye en la modificación (degradación) de las superficies seleccionadas generando efectos sobre $K^*_{\Delta\lambda}$, como lo es la disminución y el aumento de $K^*_{\Delta\lambda_3}$ y $K^*_{\Delta\lambda_4}$, respectivamente en la vegetación vigorosa. Para la vegetación seca y suelo, y zona urbana se presenta un aumento de $K^*_{\Delta\lambda_4}$ y una disminución de $K^*_{\Delta\lambda_7}$. Estos resultados confirman que cada vez se está reflejando e irradiando una mayor cantidad de radiación solar y térmica, respectivamente hacia la atmósfera, lo que favorece aún más al efecto invernadero.

Otro aspecto importante en el análisis es el contenido físico que interviene en la descripción de $K^*_{\Delta\lambda}$ y T_a , en la cual se presentan las causas que producen el comportamiento de $K^*_{\Delta\lambda}$ y simultáneamente determinan la cantidad de calor emitido por el sistema superficie terrestre– atmósfera de acuerdo con la superficie seleccionada. Los resultados obtenidos demuestran que la superficie de agua y la vegetación vigorosa reflejan una pequeña proporción de la radiación solar global hacia la atmósfera, absorbiendo gran parte de esta. Parte de la radiación solar absorbida calienta estas superficies emitiendo una pequeña cantidad de radiación térmica hacia la atmósfera, por lo tanto, la pequeña proporción de radiación reflejada y emitida hacia la atmósfera produce que T_a sea mínima. Mientras que, para la vegetación seca y suelo, y zona urbana la tendencia de reflexión y emisión es positiva (aumento), lo cual calienta aún más la columna atmosférica sobre estas, es decir, T_a incrementa.

En relación con el análisis estadístico, los resultados obtenidos muestran una estrecha relación entre $K_{\Delta\lambda}^*$ y T_a , ya que todos los coeficientes de correlación están muy por encima del coeficiente de correlación crítico $r_c < 0.06$. De acuerdo con las regresiones empíricas se requiere medidas de T_a para estimar los valores de $K_{\Delta\lambda}^*$, en función a estos definir el tipo de superficie. Pero, este resultado cobra importancia en la agricultura, ya que me permite evaluar las características físicas de la superficie y con base a estas ofrecer recomendaciones apuntando a reducir los costos de producción e incrementar la producción de un cultivo. Cabe resaltar que la relación es netamente empírica, por lo tanto, es válida solo para la zona de estudio. Debido a que cada región del mundo tiene características particulares de la superficie, condiciones meteorológicas y radiativas diferentes, que influyen en dicha relación.

Por último, los cálculos realizados de $\rho_{\Delta\lambda}$ y $K_{\Delta\lambda}\downarrow$ para cada superficie seleccionada muestra que efectivamente concuerda con las curvas espectrales existentes en la literatura especializada y la distribución espectral de la radiación solar, respectivamente.

REFERENCIAS

- Babaeian, E. y Tuller, M. (2023). Proximal sensing of land surface temperature. *Encyclopedia of soils in the Environment*, 4, 600-609. <https://ezproxyucor.unicordoba.edu.co:2129/10.1016/B978-0-12-822974-3.00129-4>
- Barbosa, B., Gico, S., Rodríguez, V., Ribeiro, H., Domiciano, J. y Maciel, L. (2015). Determination of instantaneous and daily net radiation from TM – Landsat 5 data in a subtropical watershed. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 135, 42-49. <https://ezproxyucor.unicordoba.edu.co:2054/science/article/pii/S1364682615300614>
- Buelvas, E. (2019). Determinación de la temperatura aparente del sistema superficie terrestre - atmósfera por medio de imágenes satelitales (atmósfera despejada) y su representación espacial y temporal (Tesis de pregrado). Universidad de Córdoba, Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Física y Electrónica. Montería, Colombia.
- Carmona, F., Rivas, R. y Caselles, V. (2015). Development of a general model to estimate the instantaneous, daily, and daytime net radiation with satellite data on clear-sky days. *Remote Sensing of Environment*, 171, 1-13. <https://ezproxyucor.unicordoba.edu.co:2054/science/article/pii/S0034425715301541>
- Corporación autónoma regional de los valles del Sinú y del san Jorge (CVS). Cobertura Geográfica. <http://cvs.gov.co/cobertura-geografica/#1618430401496-be8715c0-308b>
- Gónima, L. (1993). Simple algorithm for the atmospheric correction of reflectance images. *International Journal of Remote Sensing*, 14, 1179-1187. <https://doi.org/10.1080/01431169308904403>
- Gónima, L. y Alados, L. (2003). Cálculo de la reflectancia a partir de datos de satélite, Versión alternativa. Proceedings III Asamblea-Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica, Tomo III. Ed. UPV, Valencia (España).

Gónima, L. (2021). Notas de clase del curso de Teledetección. Universidad de Córdoba, Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Física y Electrónica. Montería, Colombia.

Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM). *Características de la radiación solar*. CARACTERÍSTICAS DE LA RADIACIÓN SOLAR - IDEAM

Keck, T., Preusker, R. y Fischer, J. (2017). Retrieving snow and ice characteristics by remotely sensed emissivity using the multi-view brightness temperature within 8 μm to 14 μm , *Remote Sensing of Environment*, 201, 181-195. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2017.09.006>

Moreno, A., Neto, M. y Vidal, G. (2021). Análisis de componentes biofísicos del balance de radiación neta, usando teledetección, en la cuenca hidrográfica de Sorocaba con bosque atlántico intervenido, Brasil. *Investigaciones Geográficas*, (104). <http://dx.doi.org/10.14350/ig.60235>

Peñate, A. (2023). Identificación del calentamiento global mediante la relación entre la radiación solar neta espectral de onda corta y la temperatura aparente (atmósfera tropical despejada), utilizando imágenes de satélite (2001–2014). *Repositorio Universidad de Córdoba/ Trabajo de grado*. <https://repositorio.unicordoba.edu.co/handle/ucordoba/7729>

Pérez, M. y Gónima, L. (2014). Atmospheric water vapor content as indicator of global warming in a Caribbean zone of Colombia. *Cuadernos de investigación geográfica*, 40 (2), 477-496. <https://doi.org/10.18172/cig.2517>

Sandoval, J. (2019). Relación entre la radiación global espectral y el contenido de vapor de agua para una atmósfera tropical despejada, utilizando imágenes de satélite (1996-2017) (tesis de pregrado). Universidad de Córdoba, Facultad de Ciencias Básica, Departamento de Física y Electronica. Montería, Colombia.

Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS). *EarthExplorer*. EarthExplorer (usgs.gov)

Tang, B., Li, Z. y Zhang, R. (2006). A direct method for estimating net surface shortwave radiation from MODIS data. *Remote Sensing of Environment*, 103(1), 115-126. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2006.04.008>

PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES DE SPECKLE DINÁMICO PARA LA ESTIMACIÓN DEL PORCENTAJE DE GERMINACIÓN DE SEMILLAS DE CAFÉ

Fecha de envío: 08/04/2024

Data de aceite: 02/05/2024

Lenin Alberto Nuñez Reales

Universidad Popular del Cesar, Grupo de Óptica e Informática, Departamento de Física, Valledupar - Colombia

Eberto Luis Benjumea Mendoza

Universidad Popular del Cesar, Grupo de Optoelectrónica y Procesamiento de Señales (OPSE), Departamento de Electrónica, Valledupar - Colombia

Juan Manuel Vilardy Ortiz

Universidad Popular del Cesar, Grupo de Optoelectrónica y Procesamiento de Señales (OPSE), Departamento de Electrónica, Valledupar - Colombia

Fabio Vega Nieto

Universidad Popular del Cesar, Grupo de Optoelectrónica y Procesamiento de Señales (OPSE), Departamento de Electrónica, Valledupar - Colombia

germinación de semillas de café, con la inversión de largos intervalos de tiempo, de uno a dos meses, en la aplicación de estos métodos. Otros aspectos que pueden afectar la la capacidad germinadora de las semillas de café son las condiciones de transporte y almacenamiento, junto con la alta sensibilidad de las semillas a la humedad y a la temperatura. En este trabajo de investigación se realiza el análisis de las imágenes captadas del speckle dinámico producido por granos de café con el objetivo principal de verificar la presencia de embriones vivos en semillas en cortos intervalos de tiempo dados en minutos. La implementación del sistema optoelectrónico para la captura de las imágenes de speckle dinámico producidas por los granos de café y el procesamiento digital de dichas imágenes, se basa en una cámara CMOS de un teléfono celular para la adquisición y transmisión de las imágenes con un de tamaño 720x480 píxeles, un computador para la gestión, recepción y procesado de las mismas, una red inalámbrica de área local, un láser He-Ne de 633 nm con 10 mW de potencia como fuente de luz coherente, un difusor óptico y una superficie de aluminio para la colocación de las semillas. Esta investigación presenta buenos resultados

RESUMEN: Uno de los problemas que más preocupa a los caficultores colombianos es la capacidad germinadora de sus semillas de café. Generalmente, los métodos tradicionales de estimación de germinación de semillas (siembra de muestras de una población) son lentos, al igual que la

al determinar cuántas y cuales semillas germinan de un total dado. La implementación del sistema optoelectrónico propuesto junto con el procesamiento digital de imágenes de speckle dinámico reduce el tiempo de estimación del porcentaje de germinación de meses a minutos. Finalmente, los resultados de la presente investigación son prometedores para nuevos proyectos de investigación relacionados con la clasificación de semillas de café por sistemas mecánicos y a proyectos de investigación de predicción de productividad de cosechas.

PALABRAS-CLAVE: Procesamiento digital de imágenes, Speckle dinámico, Semillas de café, Germinación de semillas de café.

DIGITAL IMAGE PROCESSING OF DYNAMIC SPECKLE FOR ESTIMATING THE GERMINATION PERCENTAGE OF COFFEE SEEDS

ABSTRACT: One of the problems that most concerns Colombian coffee growers is the germination capacity of their coffee seeds. Generally, traditional methods of seed germination estimation (sowing samples of a population) are slow, as is the germination of coffee seeds, with the investment of long time intervals, from one to two months, in the application of these methods. Other aspects that can affect the germination capacity of coffee seeds are transport and storage conditions, along with the high sensitivity of seeds to humidity and temperature. In this research work, the analysis of images captured from the dynamic speckle produced by coffee beans is carried out with the main objective of verifying the presence of live embryos in seeds in short time intervals given in minutes. The implementation of the optoelectronic system for the capture of the dynamic speckle images produced by the coffee beans and the digital processing of these images is based on a cell phone CMOS camera for the acquisition and transmission of the images with a size of 720x480 pixels, a computer for the management, reception and processing of the images, a wireless local area network, a 633 nm He-Ne laser with 10 mW of power as a source of coherent light, an optical diffuser and an aluminum surface for the placement of the seeds. This research presents good results in determining how many and which seeds germinate out of a given total. The implementation of the proposed optoelectronic system together with the digital processing of dynamic speckle images reduces the estimation time of the germination percentage from months to minutes. Finally, the results of the present research are promising for new research projects related to coffee seed sorting by mechanical systems and for crop productivity prediction research projects.

KEYWORDS: Digital image processing, Dynamic Speckle, Coffee seeds, Coffee seed germination.

INTRODUCCIÓN

Colombia, tras el fin del conflicto armado con las Fuerzas Armadas Revolucionarias de Colombia – ejército del Pueblo (FARC-EP), enfrenta problemáticas de degradación ambiental, pobreza rural, baja capacidad institucional y rezagos en el desarrollo de los territorios más afectados por el conflicto armado (Consejo Nacional de Política Económica y social 3850 de Colombia, 2015). Por tal motivo, Colombia busca realizar, entre muchos otros objetivos, la transformación de zonas rurales y/o afectadas por el conflicto armado. En ese sentido, se propuso aportar al eje estratégico *Innovación para el desarrollo rural* del CONPES 3850 mediante la estimación del porcentaje de germinación de semillas de café (Consejo Nacional de Política Económica y social 3850 de Colombia, 2015).

El almacenamiento de las semillas café, tras su adquisición, así como las condiciones climatológicas de distribución, afectan el porcentaje de germinación de estas (Barboza & Herrera, 1990; Arizaleta *et al.*, 2005; Zonta *et al.*, 2009; Clemente *et al.*, 2012). Las condiciones en zonas rurales las expone a diversos factores, como temperatura y humedad no deseadas, que van en detrimento de la vitalidad de la semilla (Barboza & Herrera, 1990; Rabal & Braga, 2009). Asimismo, la germinación de un grupo de semillas de café es lenta y poco uniforme, pudiendo tomar de uno a tres meses para completarse (Zonta *et al.*, 2009; Clemente *et al.*, 2012). Los métodos actuales para determinar la capacidad de germinación de las semillas de café suelen ser la lenta siembra de muestras de un lote, y el uso de la prueba de tetrazolio, con resultados en 48 horas. Esta última afecta la capacidad de germinación de semillas con porcentajes de humedad inferiores al 23% al combinarla con hipoclorito de sodio para la eliminación del pergamino (Clemente *et al.*, 2012).

El patrón de speckle surge cuando una superficie ópticamente rugosa se ilumina con luz que tiene un alto grado de coherencia, como la que proviene de un láser, la luz dispersada presenta una distribución de intensidad particular, haciendo que la superficie parezca estar cubierta con una estructura granular fina (Rabal & Braga, 2009). Cuando el patrón de speckle incide en objetos que muestran algún tipo de actividad (frutas, pinturas en proceso de secado o algún tipo de muestras biológicas), la apariencia visual del patrón es similar a la de un líquido en ebullición (Rabal & Braga, 2009). Este efecto se denomina speckle dinámico y está causado por variaciones en la fase de la luz producida por los movimientos de los centros de dispersión, cambios en el índice de refracción, potencia de rotación, etc. (Rabal & Braga, 2009). Las imágenes de este fenómeno pueden usarse para medir la actividad dinámica de las semillas, golpes en frutas, actividad parasitaria, etc. (Rabal & Braga, 2009).

Esta investigación pretende estimar el porcentaje de germinación de semillas de café como grupo, y determinar individualmente si una semilla germinaría o no, mediante el análisis de la evolución temporal del diagrama de speckle. Asimismo, pretende plantear un nuevo método que requiera obtenga resultados en un intervalo de tiempo corto (minutos).

El sistema consta de una cámara CMOS de un teléfono celular para la adquisición y transmisión de imágenes con un de tamaño 720x480 píxeles, un computador para la gestión, recepción y procesado de las mismas, una red inalámbrica de área local, un láser He-Ne 633 nm de 10 mW de potencia como fuente de luz coherente, un difusor óptico y una superficie de aluminio para la colocación de las semillas. El estudio mostró resultados satisfactorios para determinar cuántas y cuales semillas germinan de un total dado. Esta investigación abre las puertas a futuros proyectos para clasificación de semillas de café por sistemas mecánicos y proyectos de predicción de productividad de cosechas.

MATERIALES Y MÉTODOS

El presente trabajo consta de un montaje óptico, una red inalámbrica de área local y un equipo de cómputo. El sistema optoelectrónico fue implementado en una mesa óptica con un laser He-Ne JDS Uniphase Model 1125P con longitud de onda 633 nm y potencia máxima de 10 mW. El haz de este laser incide en un objetivo de microscopio 40X con el fin de expandirlo. Luego atraviesa un difusor produciendo el patrón de speckle. Este patrón incide sobre un conjunto de semillas de café. Las imágenes o fotografías de las semillas bajo la incidencia del patrón de speckle son adquiridas mediante la cámara de un teléfono celular Moto G5s Plus model XT1801. Estas son transmitidas a un computador a través de una red inalámbrica de área local, gracias a la implementación de la aplicación móvil Droidcam bajo el sistema operativo Android y del desarrollo e implementación de un código en el software MATLAB. El montaje desarrollado e implementado es mostrado en la figura 1. Para sujetar el móvil de manera estable en el montaje, se diseñó e imprimió en 3D una carcasa para tal fin, la cual es mostrada en la figura 2.

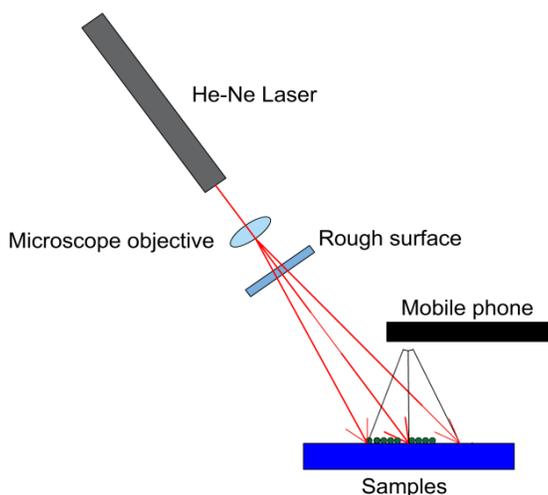


Figura 1. Esquema de montaje optoelectrónico.

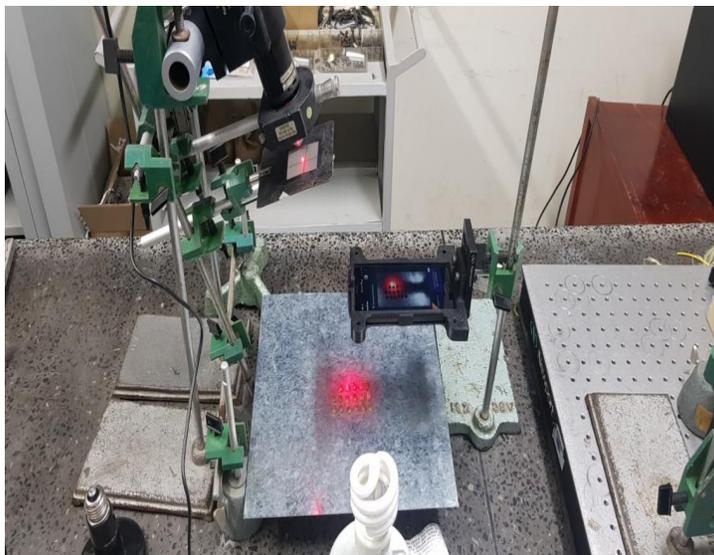


Figura 2. Montaje optoelectrónico.

Las semillas utilizadas en este estudio se escogieron de manera que presentaran la misma morfología: sin deformaciones y tamaño regular. El pergamino y el mucílago se les retiró manualmente a cada una de ellas. La disposición de las semillas ante la cámara se realizó en una distribución cuadrada, y de manera que ninguna semilla tuviese contacto con otra, guardando una distancia prudencial. Las imágenes se adquirieron de manera que todas las semillas exhibieran la cara posterior o anterior a la cámara.

El software en Matlab controla la conexión a la aplicación Droidcam y adquiere una imagen a color con las muestras iluminadas y 500 imágenes de patrón de speckle en las mismas. La imagen de las semillas iluminadas se segmenta bajo el color de las semillas. El script obtiene como resultado una máscara de segmentación. Luego, etiqueta cada agrupación de píxeles, los identifica como semilla y calcula la cantidad total de semillas bajo observación. Este proceso genera una cantidad de máscaras igual a la cantidad de semillas. Cada máscara contiene una única agrupación de píxeles correspondiente a semillas. Finalmente, se segmenta una vez más cada máscara obteniendo una pequeña máscara con el objetivo de optimizar el manejo de memoria RAM por el sistema. En el ejemplo que se mostrará en la presente investigación se utilizaron 30 semillas.

Las 500 imágenes de patrón de speckle son convertidas a escala de grises. Las pequeñas máscaras correspondientes a cada semilla, segmentan las 500 imágenes y la ejecución del código calcula los coeficientes de auto correlación para cada semilla. La figura 3 muestra el diagrama del proceso de estimación del porcentaje de germinación de las semillas de café.

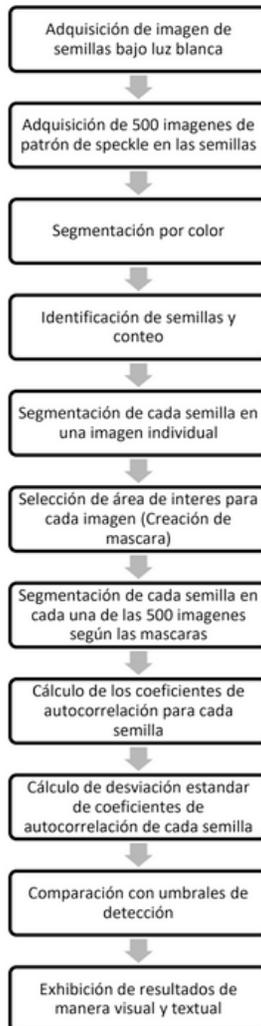


Figura 3. Diagrama del proceso de estimación del porcentaje de germinación de las semillas de café.

RESULTADOS

La aplicación Droidcam crea un servidor en la red de área local al cual se accede con la dirección privada del teléfono y un número de puerto. El programa enlaza a Matlab con dicho servidor, solicita el número de imágenes de speckle a tomar, y el tiempo entre ellas. Luego, espera la orden del usuario para la toma de una imagen a color bajo luz blanca de las semillas (Ver Figura 4), y la adquisición de imágenes de speckle dinámico (Ver Figura 5). Luego, se detectan las semillas mediante una segmentación por el color amarillo en la imagen bajo luz blanca. El resultado de este proceso se ilustra en la Figura 6. Posteriormente, el algoritmo extrae cada semilla a una imagen propia, tal como puede observarse en la figura 7 que mostramos como ejemplo. Cada imagen extraída (Una por semilla) es procesada para seleccionar el área de interés de cada una (Ver Figura 8).



Figura 4. Imagen a color bajo luz blanca de las semillas.



Figura 5. Una de las 500 imágenes de speckle dinámico de las semillas.

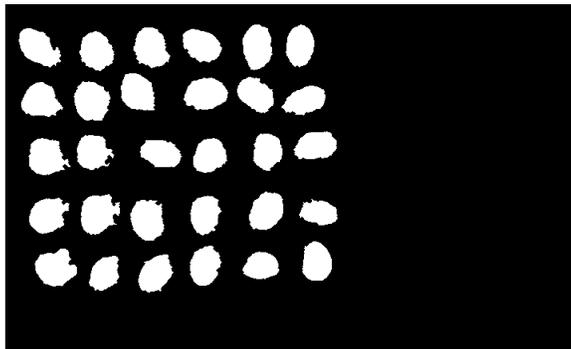


Figura 6. Identificación de semillas por segmentación de color.

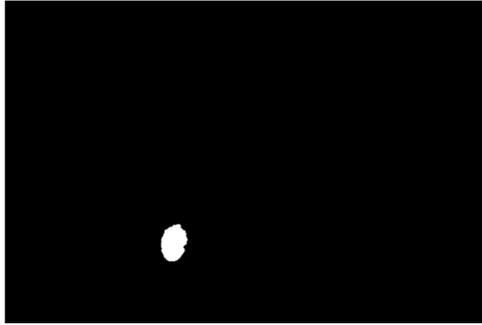


Figura 7. Extracción de cada semilla.

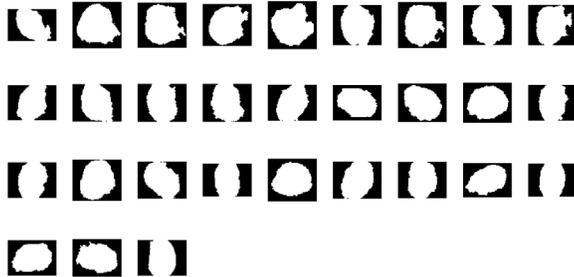


Figura 8. Máscaras de segmentación.

Las máscaras obtenidas para cada semilla son aplicadas a cada una de las 500 imágenes y se calculan los coeficientes de correlación para las nuevas 500 imágenes de cada semilla. En el ejemplo, utilizado en la presente investigación, significa que se crearon el producto de la cantidad de semillas por la cantidad de imágenes (30x500 imágenes), 15000 imágenes en total para analizar el total de semillas de manera independiente cada una.

La gráfica de los coeficientes de correlación demostró que las semillas que mostraban curvas pronunciadas o por lo menos rectas con pendientes negativas con actividad biológica (Ver Figura 9). Condición para declararlas vivas y con capacidad de germinar. En caso contrario, puede afirmarse que la semilla no demuestra actividad biológica (Ver figura 10).

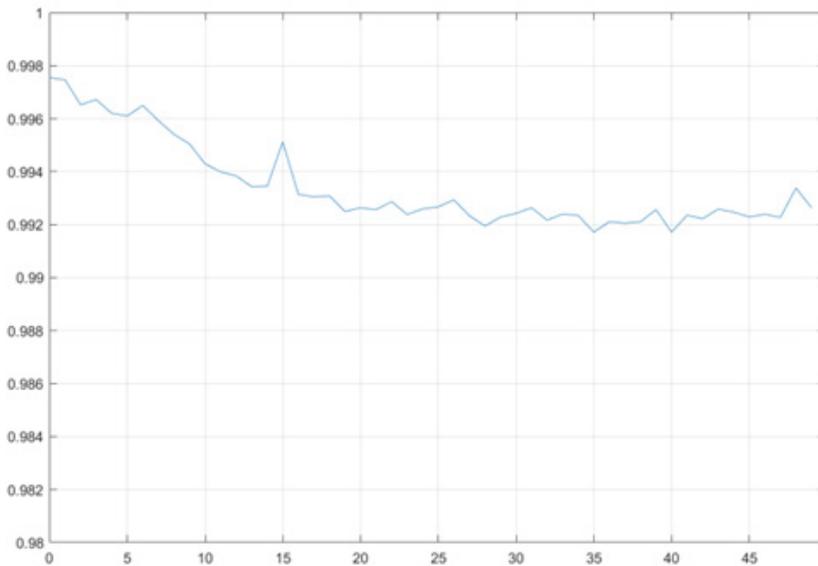


Figura 9. Curva de correlación de semilla con capacidad de germinación.

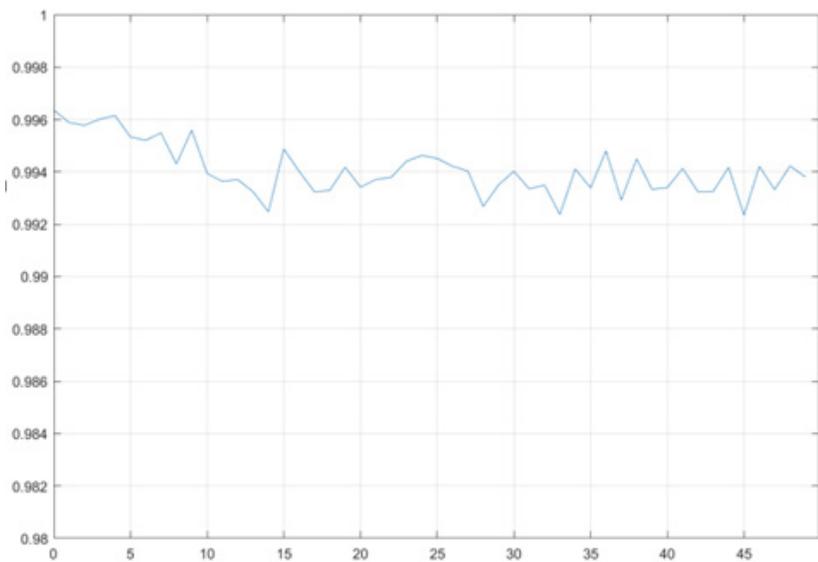


Figura 10. Curva de correlación de semilla sin capacidad de germinación.

Para cada semilla se calculó la desviación estándar de los coeficientes de autocorrelación de cada semilla, y se discriminan las mismas según un umbral de comparación de 0,0007. Las semillas cuya desviación estándar es inferior a este valor son categorizadas como semillas sin capacidad de germinación. Por otra parte, las semillas que exhiben una desviación estándar superior a 0,0007 son consideradas con capacidad de germinación.

El algoritmo toma la imagen de cada una de las máscaras individuales, como la mostrada en la figura 7, y las suma pixel a pixel teniendo en cuenta el umbral de comparación. Todas las máscaras correspondientes a semillas con desviaciones estándar de sus coeficientes de autocorrelación inferiores a 0,0007 son sumadas pixel a pixel formando una máscara que muestra las semillas sin capacidad de germinación. Este proceso origina una imagen como la mostrada en la figura 11. El mismo procedimiento se realiza con las máscaras individuales de semillas con desviaciones estándar de sus coeficientes de autocorrelación superiores a 0,0007, formando una imagen como la mostrada en la figura 12.



Figura 11. Máscara de semillas estimadas sin capacidad de germinación.

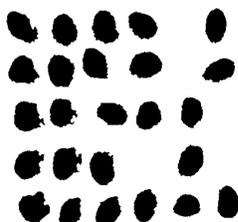


Figura 12. Máscara de semillas estimadas con capacidad de germinación.

Finalmente los colores de las semillas en la imagen a color, como la mostrada en la figura 4, son sustituidas en función de sus desviaciones estándar a través de las máscaras generadas según el umbral de discriminación. El resultado de este proceso puede observarse en la figura 13. El algoritmo además de mostrar gráficamente cuales semillas germinarán y cuáles no, también arroja textualmente cuantas semillas germinarán y el porcentaje de germinación con base al total de semillas detectadas.

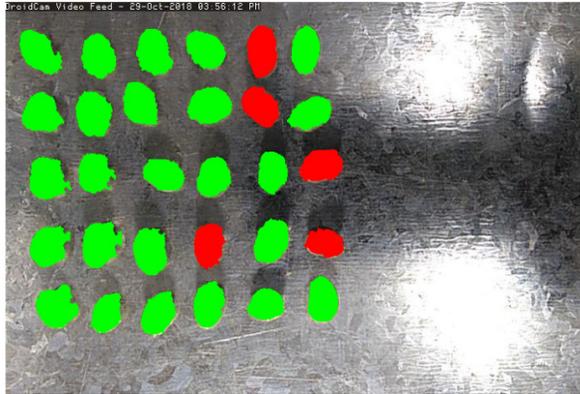


Figura 13. Resultados gráficos del algoritmo.

Cada semilla es numerada de la siguiente manera: en la figura 4, parte superior, primera fila de semillas, desde la izquierda hacia la derecha se encuentran respectivamente las semillas numeradas del 1 al 6; segunda fila, desde la izquierda hacia la derecha se encuentran respectivamente las semillas numeradas del 7 al 12, y así sucesivamente para cada fila. El método planteado determinó que 25 semillas germinarían y que solamente 5 no lo harían: las semillas 5, 11, 18, 22 y 24. Quiere decir esto que se estimó un porcentaje de germinación del 83,3%.

PROCESO DE SIEMBRA DE SEMILLAS DEL ESTUDIO

Con el objetivo de verificar los resultados del sistema propuesto fue necesario sembrar las semillas. Las germinaciones son mostradas en la figura 14. Los resultados de la germinación están consignados en la tabla 1. Germinó el 90% de ellas correspondiente a 27 semillas de un total de 30. Al contrastar el contenido de la tabla 1 con las estimaciones del sistema propuesto se puede observar que se estimó el porcentaje de germinación con un 7,4% de error. Asimismo no se logró determinar correctamente cuales semillas no germinarían: el sistema realizó cinco falsas detecciones de semillas con esta característica. Sin embargo, estimó correctamente sobre el 73,3% de los casos de las semillas analizadas que estas sí poseían capacidad de germinación.



Figura 14. Resultados gráficos del algoritmo.

Semilla	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Germinación	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Semilla	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Germinación	X		X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X

Tabla 1. Germinaciones.

CONCLUSIONES

El estudio demostró que es posible determinar, de manera individual, si una semilla de café germinará. Se hace necesario refinar el procesamiento digital de las imágenes para evitar falsas detecciones mediante el análisis de variables no tenidas en cuenta en este trabajo. En especial, debe estudiarse las características de intensidad del patrón de speckle dinámico obtenido y los posibles efectos en el método planteado con el fin de optimizar el sistema. Se espera a mediano plazo diseñar e implementar una interfaz gráfica que permita automatizar el sistema. Todo esto con el objetivo de simplificar los procesos para los habitantes de las zonas rurales en aras de lograrla transformación de zonas rurales y/o afectadas por el conflicto armado según lo expresado por el CONPES 3850.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Popular del Cesar por su apoyo en esta investigación.

REFERENCIAS

1. Arizaleta M, Montilla J, & Pares J. 2005. Efecto del almacenamiento de las semillas de cafeto (*Coffea arabica* L. var. Catuai amarillo) sobre la emergencia. *Revista de la Facultad de Agronomía*, 22(3), 205-213.
2. Barboza R, & Herrera J. 1990. El vigor en la semilla de café y su relación con la temperatura de secado, el contenido de humedad y las condiciones de almacenamiento. *Agronomía Costarricense*, 14(1): 1-8.
3. Clemente A, Carvalho M, & Guimarães R. 2012. Suitability of the tetrazolium test methodology for recently harvested and stored coffee seeds. *Ciência e Agrotecnologia*, 36(4), 415-423.
4. Departamento Nacional de Planeación. 2015. Consejo Nacional de Política Económica y social 3850 de Colombia. Gobierno de Colombia.
5. Rabal J, & Braga R. 2009. *Dynamic Laser Speckle and Applications*. Taylor and Francis Group. Estados Unidos de América.
6. Zonta J, Araújo E, Araújo R, Reis M, & Da Silva Lima J. 2009. LERCAFÉ test for the assessment of coffee seed quality during storage. *Seed Science and Technology*, 37. 140-146.

PREDICCIÓN DE RENDIMIENTO DE COSECHAS UTILIZANDO APRENDIZAJE PROFUNDO MULTIMODAL

Data de aceite: 02/05/2024

Luis Roberto Jácome Galarza

CiDiS - Centro de Investigación,
Desarrollo e Innovación de Sistemas
Computacionales. Escuela Superior
Politécnica del Litoral, ESPOL
Guayaquil, Ecuador
Facultad de Ciencias Técnicas,
Universidad Internacional Del Ecuador
UIDE, Quito, Ecuador

CROP YIELD PREDICTION UTILIZING MULTIMODAL DEEP LEARNING

ABSTRACT: Precision agriculture is a vital practice for improving the production of crops. The present work is aimed to develop a multimodal deep learning model that is able to produce a prediction map of the health of crops. The model takes multispectral images and field sensor data (humidity, temperature, soil status, etc.) as an input and creates a yield map of a crop. The utilization of multimodal data is aimed to extract hidden patterns in the status of crops and in this way obtain better results than the use of vegetation indices.

KEYWORDS: Precision agriculture; remote sensing; convolutional neural networks; recurrent neural networks; multimodal deep learning; IoT; intelligent agents; applied computation.

RESUMEN: La agricultura de precisión es una práctica vital para mejorar la producción de cosechas. El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar un modelo multimodal de aprendizaje profundo que es capaz de producir un mapa de salud de cosechas. El modelo recibe como entradas imágenes multi-espectrales y datos de sensores de campo (humedad, temperatura, estado del suelo, etc.) y crea un mapa de rendimiento de la cosecha. La utilización de datos multimodales tiene como finalidad extraer patrones ocultos del estado de salud de las cosechas y de esta manera obtener mejores resultados que los obtenidos mediante los índices de vegetación.

PALABRAS-CLAVE: Agricultura de precisión; sensores remotos; aprendizaje profundo multimodal; IoT; agentes inteligentes; computación aplicada.

EL PROBLEMA Y LA RAZÓN DE SU IMPORTANCIA O RELEVANCIA

La predicción de rendimiento de cosechas es extremadamente complicada debido a su dependencia de múltiples factores como el genotipo de las cosechas, factores ambientales, prácticas de manejo de cultivos, variedades de plantas, etc. [1].

En el proceso de crecimiento de las plantas, los nutrientes minerales juegan un papel importante. Los macronutrientes incluyen calcio, potasio, nitrógeno, magnesio, azufre y fósforo; mientras que los micronutrientes incluyen boro, hierro, manganeso, cloruro, zinc y molibdeno. La deficiencia de estos nutrientes afectan el crecimiento, rendimiento y calidad de las plantas y cosechas [2].

La estimación precisa del rendimiento de las cosechas y el manejo optimizado de nitrógeno (fertilizantes) es esencial en la agricultura [3], estos dos aspectos pueden ayudar a asegurar la producción de alimentos y la optimización del uso de fertilizantes lo que es a su vez beneficios para el ambiente.

El presente trabajo propone el diseño e implementación de un modelo de aprendizaje profundo multimodal que permita la predicción de rendimiento de cosechas utilizando datos espacio-temporales de sensores de campo e imágenes multi-espectrales, de esta forma, se quiere mejorar la productividad a través del conocimiento del estado de salud de cultivos que en muchos casos es difícil de predecir mediante la observación humana.

Un modelo más preciso de predicción de cultivos conlleva implicaciones muy significativas en la agricultura de precisión, puesto que los agricultores tendrían la posibilidad de detectar falencias de los cultivos en etapas tempranas de la cosecha, lo que permite tomar acciones correctivas; también es relevante la optimización de recursos como agua, fertilizantes, pesticidas, etc.; finalmente permite optimizar la gestión de los inventarios de cosechas en actividades como planificación, uso de bodegas, estimación de precios, etc.

LOS OBJETIVOS Y TÓPICOS DE INVESTIGACIÓN ASOCIADOS

Objetivo general

Diseñar e implementar un modelo de aprendizaje profundo multimodal para predicción de rendimiento de cosechas utilizando imágenes multi-espectrales y datos de sensores de campo.

Objetivos específicos

- Evaluar arquitecturas de aprendizaje profundo para predicción de series de tiempo y procesamiento de imágenes.
- Diseñar e implementar un modelo de aprendizaje profundo multimodal con imágenes multi-espectrales y datos de sensores de campo.
- Validar el modelo de aprendizaje profundo multimodal y compararlo con otros enfoques que constituyen el estado del arte.

ESTADO DEL ARTE

En lo referente al estado del arte, se tiene los siguientes trabajos relacionados a predicción de rendimiento de cultivos:

En el trabajo en [1], se presenta un enfoque de aprendizaje profundo para predicción de cultivos de maíz y soya a través del cinturón de maíz en los Estados Unidos, basado en datos ambientales y prácticas de manejo agrícola.

Un nuevo marco de trabajo basado en aprendizaje profundo y vehículos aéreos no tripulados es utilizado para inferir en la calidad de los campos de arroz [5].

En el trabajo en [6], utilizan una arquitectura de aprendizaje profundo para reconocer y clasificar las etapas fenológicas de varios tipos de plantas basado solamente en datos visuales.

El trabajo en [22], presenta un listado de conjuntos de datos relacionados a agricultura (TABLE I). Si bien estos conjuntos de datos son usados para predecir el rendimiento de cosechas, no contienen información de sensores de campo.

Por otro lado, el trabajo en [34] presenta una revisión literaria en el cual se destacan conjuntos de datos de aprendizaje multimodal y sus respectivas aplicaciones (TABLE II), y diversas aplicaciones de aprendizaje profundo multimodal (TABLE III).

#	Conjunto de datos relacionados con agricultura	
	Conjunto de datos (Dataset)	Descripción
1	Image-Net Dataset	Images of various plants (trees, vegetables, flowers)
2	ImageNet Large Scale Visual Recognition Challenge (ILSVRC)	Images that allow object localization and detection
3	University of Arkansas, Plants Dataset	Herbicide injury image database
4	EPFL, Plant Village Dataset	Images of various crops and their diseases
5	Leafsnap Dataset	Leaves from 185 tree species from the Northeastern United States
6	LifeCLEF Dataset	Identity, geographic distribution and uses of plants
7	PASCAL Visual Object Classes Dataset	Images of various animals (birds, cats, cows, dogs, horses, sheep etc.)
8	Africa Soil Information Service (AFSIS) dataset	Continent-wide digital soil maps for sub-Saharan Africa
9	UC Merced Land Use Dataset	A 21 class land use image dataset
10	MalayaKew Dataset	Scan-like images of leaves from 44 species classes
11	Crop/Weed Field Image Dataset	Field images, vegetation segmentation masks and crop/weed plant type annotations.
12	University of Bonn Photogrammetry, IGG	Sugar beets dataset for plant classification as well as localization and mapping
13	Flavia leaf dataset	Leaf images of 32 plants.
14	Syngenta Crop Challenge 2017	2,267 of corn hybrids in 2,122 of locations between 2008 and 2016, together with weather and soil conditions

TABLE I. Conjuntos de datos relacionados con agricultura

#	Conjuntos de datos de aprendizaje multimodal		
	Conjunto de datos (Dataset)	Descripción	Aplicación
1	UTD-MHAD	Depth and inertial sensor data	Human action recognition
2	ChaLearn looking at people	RGB-D, audio, skeletal pose	Human action recognition
3	Berkeley MHAD	Multiviewpoint RGB-D and skeletal pose data	Human action recognition
4	MHRI data set	Chest, top RGB-D, face, video, and audio	Human–robot interaction
5	H-MOG	Nine smartphone sensors and interaction data	Continuous authentication in smartphones
6	RECOLA	Audio, visual, and physiological	Emotion recognition
7	MHEALTH	Accelerometer, electrocardiogram, magnetometer, and gyroscopes	Health monitoring
8	Pinterest Multimodal	Images and text (40M)	Multimodal word embeddings
9	MM-IMDb	Video, images, and text metadata	Movie genre prediction
10	FCVID	Video and audio	Action recognition
11	KITTI	Stereo gray- and color video, 3-D-LIDAR, inertial and GPS navigation data	Autonomous driving
12	KinectFaceDB	RGB-D and facial landmarks	Face recognition
13	Oxford RobotCar	Six cameras, LIDAR, GPS, and inertial navigation data	Autonomous driving
14	Multimodal BRATS	T2-, FLAIR-, post-Gadolinium T1-MRI, perfusion, and diffusion MRI and MRSI	Brain tumor segmentation

TABLE II. Conjuntos de datos de aprendizaje multimodal y sus aplicaciones

Los modelos y conjuntos de datos mencionados en TABLE II y TABLE III no son relacionados a la agricultura. En contraste, el conjunto de datos llamado Ladybird Cobbity 2017 Brassica [35] sí está relacionado a la agricultura (plantas de coliflor y brócoli) y contiene imágenes RGB, imágenes hiper-espectrales, datos manuales (valores SPAD y longitud de plantas) y datos de sensores de campo (temperatura, humedad, condiciones del suelo, etc.).

Modalidades	Aplicaciones de aprendizaje profundo multimodal		
	<i>Problema</i>	<i>Método de fusión</i>	<i>Arquitectura</i>
Audio, video	Clasificación de voz	Intermedia	Sparse RBM
Imagen, texto	Anotación de imágenes	Intermedia	DBN
Imágenes médicas, descripción textual	Recuperación de imágenes médicas basado en contenido	Intermedia	DBM
Expresión de genes, información de ADN y respuesta a fármacos	Agrupación de subtipos de cáncer	Intermedia	DBM
Imágenes multi-espectrales	Segmentación semántica	Temprana	FCNN
Imágenes y flujo óptico (optical flow)	Reconocimiento de acciones	Tardía	CNN
Video, audio	Reconocimiento de emociones	Tardía	CNN, RNN, SVM, AE
MRI, PET	Diagnóstico médico	Intermedia	Stacked AE, SVM
Video, audio, texto	Análisis de sentimientos	Intermedia, tardía	CNN, SVM
Intensidad, profundidad de video	Robotic grasping	Intermedia	Stacked AE, MLP
Características de video, CoordenadasGPS, dinámica de vehículo	Anticipación de actividades de conductores	Intermedia	LSTM

TABLE III. Aplicaciones de aprendizaje profundo multimodal

METODOLOGÍA PROPUESTA PARA LA RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

El presente proyecto se trata de un modelo de aprendizaje de máquinas que integra datos de sensores de campo e imágenes multi-espectrales. Para ello, es necesario diseñar e implementar una arquitectura multimodal de aprendizaje profundo. Por una parte, el modelo está formado por una red neuronal convolucional para procesar las imágenes multi-espectrales. Por otra parte, el modelo está conformado por una red neuronal profunda para analizar los datos de los sensores de campo; esta parte del modelo extrae los patrones temporales y no temporales de los datos de los sensores de campo. Los datos de sensores a considerar son humedad, temperatura, humedad de suelo, etc., los mismos que son usados comúnmente en agricultura de precisión.

Para realizar la experimentación se ha considerado el conjunto de datos Ladybird Cobbity 2017 Brassica [35], que contiene información de cultivos de coliflor y brócoli. De forma manual se ha obtenido el peso, altura, diámetro y el contenido relativo de agua de los cultivos; así mismo el conjunto de datos tiene las mediciones de SPAD (Soil-Plant Analysis Development) que constituye una métrica de la cantidad de nitrógeno de las plantas y que en el presente proyecto se utiliza como “ground truth” del experimento. El conjunto de datos Ladybird Cobbity 2017 Brassica contiene además datos de sensores de campo como sensores del suelo que miden conductividad eléctrica, temperatura, contenido de agua, etc.; datos temporales de una estación meteorológica con información sobre la temperatura

ambiente, velocidad y dirección del viento, humedad, presión barométrica, cantidad de lluvia, etc. Por último, el conjunto de datos mencionado presenta información de imágenes multi-espectrales de alta resolución. Se indica que las imágenes fueron adquiridas mediante el vehículo terrestre no tripulado denominado “Ladybird” que es una plataforma robótica para agricultura. Las imágenes multi-espectrales fueron capturas mediante una cámara Resonon Pika XC2. El conjunto de datos, además contiene imágenes estereoscópicas tomadas con 2 cámaras Grasshopper3 12MP GS3 - U3 - 120S6C – C, e imágenes térmicas obtenidas con una cámara Xenics Gobi – 640. Las imágenes estereoscópicas y térmicas no son consideradas en el experimento puesto que resultan redundantes con la información de las imágenes multi-espectrales.

Por su parte, el modelo propuesto de aprendizaje profundo está conformado por 2 modelos de redes neuronales profundas. Por una parte, el primer modelo contiene información de sensores ubicados en ciertas locaciones de un campo agrícola. La información de los sensores y su ubicación aportan conocimiento a los mapas de rendimiento de los cultivos generados por el segundo modelo que es alimentado con imágenes multi-espectrales.

Los datos de sensores de campo son tratados con un modelo basado en la arquitectura GeThR/Net [36]. Este modelo, primeramente, extrae los patrones temporales de cada modalidad de sensor utilizando redes neuronales recurrentes de tipo LSTM (Long Short-Term Memory). El modelo también extrae patrones no temporales de cada una de las modalidades de sensores de campo, para ello utiliza la arquitectura de MLP (Multi Layer Perceptron). Finalmente, este primer modelo combina los patrones temporales y no temporales para dar una métrica final de predicción (Fig. 1).

Por su parte, las imágenes multi-espectrales son tratadas por un modelo basado en la arquitectura U-GAN [37]. Este modelo de tipo GAN (Generative Adversarial Network) está conformado por un generador y un discriminador (Fig. 2). El generador es entrenado con imágenes multi-espectrales de la cosecha con los canales RGB (Red, Green Blue) y NIR (Near Infra Red) y las correspondientes imágenes del rendimiento de esa cosecha. El objetivo del generador es aprender la distribución de rendimiento de la cosecha y luego poder generar esos mapas de rendimiento. Por su parte, el discriminador tiene el objetivo de identificar imágenes reales y falsas (generadas) del rendimiento de cosechas.

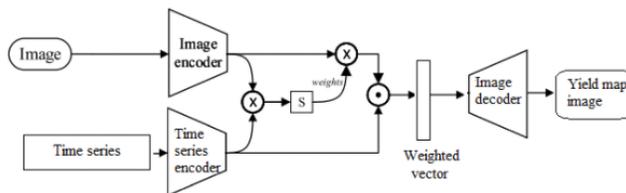


Figure 1. Parte del modelo de aprendizaje profundo propuesto que obtiene patrones temporales y no temporales de los sensores de campo por medio de una arquitectura basada en GeThR/Net [36].

El generador utiliza la arquitectura U-NET con un bloque denso (dense block) el cual está formado por un codificador (encoder) y un decodificador (decoder) con una compuerta de atención (attention gate). El discriminador utiliza un bloque denso (dense block).

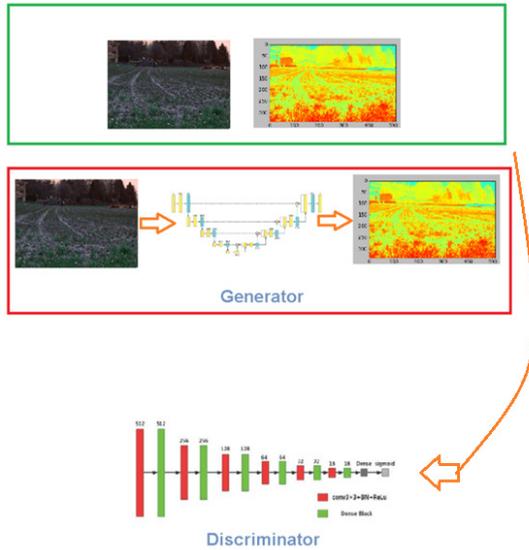


Figure 2. Parte del modelo de aprendizaje profundo propuesto que genera imágenes de rendimiento de cosechas utilizando una arquitectura basada en U-NET [37].

Finalmente, se combina los resultados de predicción de los 2 modelos mencionados anteriormente para obtener el mapa final de rendimiento de la cosecha. En la Fig. 3 se ilustra el modelo multimodal de aprendizaje profundo completo.

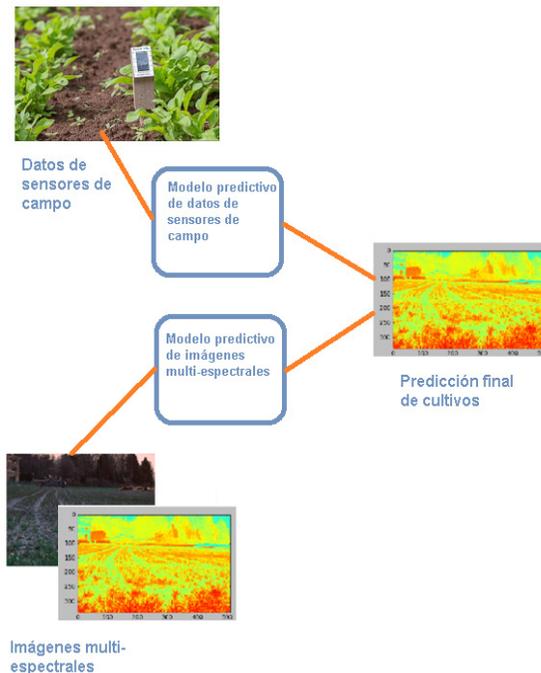


Figure 3. Modelo de aprendizaje profundo completo. Incluye el modelo de patrones temporales y no temporales de los datos de sensores de campo y el modelo generativo de imágenes multi-espectrales

RESULTADOS ESPERADOS

La expectativa del presente proyecto es que el modelo de aprendizaje profundo sea capaz de predecir el rendimiento de cosechas considerando diferentes fuentes de datos, por una parte datos de sensores de campo de una cosecha (se quiere extraer información relevante de variables obtenidas de las condiciones del ambiente que influyen directamente en el estado de salud de las cosechas) y por otro lado imágenes multi-espectrales de la misma cosecha. Se espera que el modelo de aprendizaje profundo sea capaz de superar enfoques de agricultura de precisión (por ejemplo los índices de vegetación como es el NDVI – Normalized Difference Vegetation Index) que constituyen el estado del arte en lo referente a la predicción de rendimiento de cosechas.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Khaki, L. Wang, L., and S. Archontoulis, S., "A CNN-RNN framework for crop yield prediction," arXiv preprint arXiv:1911.09045, 2019.
- [2] T. Tran, J. Choi, T. Le, and J. Kim, "A comparative study of deep CNN in forecasting and classifying the macronutrient deficiencies on development of tomato plant," *Applied Sciences*, 9(8), 1601, 2019.
- [3] A. Chlingaryan, S. Sukkariéh, and B. Whelan, "Machine learning approaches for crop yield prediction and nitrogen status estimation in precision agriculture: A review," *Computers and electronics in agriculture*, 151, 2018, pp. 61-69.
- [4] B. Basso, D. Cammarano, and E. Carfagna, "Review of crop yield forecasting methods and early warning systems," in *Proceedings of the first meeting of the scientific advisory committee of the global strategy to improve agricultural and rural statistics*, FAO Headquarters, Rome, Italy, 2013, pp. 18-19.
- [5] N. Tri, T. Van Hoai, H. Duong, "A novel framework based on deep learning and unmanned aerial vehicles to assess the quality of rice fields," in : *International Conference on Advances in Information and Communication Technology*. Springer, Cham, 2016, pp. 84-93.
- [6] H. Yalcin, "Plant phenology recognition using deep learning: Deep-Pheno," in : *2017 6th International Conference on Agro-Geoinformatics*. IEEE, 2017, pp. 1-5.
- [7] X. Zhang, Y. QIAO, Yue, "Identification of maize leaf diseases using improved deep convolutional neural networks," *IEEE Access*, vol. 6, 2018, pp. 30370-30377.
- [8] A. Córdova, M. Barreno, J. Jácome "Precise weed and maize classification through convolutional neuronal networks," in : *2017 IEEE Second Ecuador Technical Chapters Meeting (ETCM)*, 2017, pp. 1-6.
- [9] P. Lin, X. Li, Y. Chen, "A deep convolutional neural network architecture for boosting image discrimination accuracy of rice species," *Food and bioprocess technology*, vol. 11, no 4, 2018, pp. 765-773.
- [10] P. Lin, Y. Chen, H. Jianqiang, "Determination of the varieties of rice kernels based on machine vision and deep learning technology," in : *2017 10th International Symposium on Computational Intelligence and Design (ISCID)*. IEEE, 2017, pp. 169-172.

- [11] Y. Li, M. Qian, P. Liu, "The recognition of rice images by UAV based on capsule network," *Cluster Computing*, 2018, pp. 1-10.
- [12] R. Atole, D. Park, "A multiclass deep convolutional neural network classifier for detection of common rice plant anomalies," *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 9, no 1, 2018, pp. 67-70.
- [13] A. Singh, B. Ganapathysubramanian A. Singh, "Machine learning for high-throughput stress phenotyping in plants," *Trends in plant science*, vol. 21, no 2, 2016, pp. 110-124.
- [14] N. Kussul, M. Lavreniuk, S. Skakun, "Deep learning classification of land cover and crop types using remote sensing data," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 14, no 5, 2017, pp. 778-782.
- [15] D. Hughes, M. Salathé, M., "An open access repository of images on plant health to enable the development of mobile disease diagnostics," *arXiv preprint arXiv:1511.08060*, 2015.
- [16] Y. Zheng, J. Kong, X. Jin, X. Wang, T. Su, and M. Zuo, "CropDeep: the crop vision dataset for deep-learning-based classification and detection in precision agriculture. *Sensors*, 19(5), 1058, 2019.
- [17] M. Nilsback, A. Zisserman, "A visual vocabulary for flower classification," *Computer Vision and Pattern Recognition*. In *Proceedings of the 2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'06)*, New York, NY, USA, June 2006, pp. 1447–1454.
- [18] N. Kumar, P. Belhumeur, A. Biswas, A. D. Jacobs, W. Kress, I. Lopez, J. Soares, "Leafsnap: A computer vision system for automatic plant species identification," in *Proceedings of the European Conference on Computer Vision*, Florence, Italy, October 2012, pp. 502–516.
- [19] J. Wegner, S. Branson, D. Hall, D. K. Schindler, P. Perona, "Cataloging public objects using aerial and street-level images-urban trees," in *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Las Vegas Valley, NV, USA, 26 June–1 July 2016, pp. 6014–6023
- [20] The University of Georgia-WSFNR; The University of Georgia-CAES; USDA, "Identification Technology Program 'IPM Images,'" [Online]. Available: <https://www.ipmimages.org/>, 2017.
- [21] D. Moshou, C. Bravo, S. Wahlen, J. West, A. McCartney, J. De Baerdemaeker, H. Ramon, "Simultaneous identification of plant stresses and diseases in arable crops using proximal optical sensing and self-organising maps," *Precis. Agric.*7, 2006, pp. 149–164.
- [22] A. Kamilaris, and F. Prenafeta-Boldú, "Deep learning in agriculture: A survey," *Computers and Electronics in Agriculture*, 147, 2018, pp 70-90.
- [23] J. Shanahan, J. Schepers, D. Francis, G. Varvel, W. Wilhelm, J. Tringe, and D. Major, "Use of remote-sensing imagery to estimate corn grain yield," *Agronomy Journal*, 93(3), 2001, pp. 583-589.
- [24] A. Vina, A. Gitelson, D. Rundquist, G. Keydan, B. Leavitt, and J. Schepers, "Monitoring maize (*Zea mays* L.) phenology with remote sensing," *Agronomy Journal*, 96(4), 2004, pp. 1139-1147.
- [25] B. Peng, K. Guan, M. Pan, and Y. Li, "Benefits of seasonal climate prediction and satellite data for forecasting US maize yield," *Geophysical Research Letters*, 45(18), 2018, pp. 9662-9671.

- [26] W. Chivasa, O. Mutanga, and C. Biradar, "Application of remote sensing in estimating maize grain yield in heterogeneous African agricultural landscapes: a review," *International journal of remote sensing*, 38(23), 2017, pp. 6816-6845.
- [27] B. Basso, D. Cammarano, and E. Carfagna, "Review of crop yield forecasting methods and early warning systems," in *Proceedings of the first meeting of the scientific advisory committee of the global strategy to improve agricultural and rural statistics*, FAO Headquarters, Rome, Italy, July 2013, pp. 18-19.
- [28] C. Teoh, D. Hassan, M. Radzali, and J. Jafni, "Prediction of SPAD chlorophyll meter readings using remote sensing technique," *J. Trop. Agric. Food Sci*, 40(1), 2012, pp. 127-136.
- [29] <http://www.iniap.gob.ec/pruebav3/wp-content/uploads/2018/03/281-iniap-OK-baja.pdf>
- [30] <http://sipa.agricultura.gob.ec/>
- [31] <http://sipa.agricultura.gob.ec/index.php/maiz>
- [32] J. Ngiam, A. Khosla, M. Kim, J. Nam, H. Lee, and A. Ng, "Multimodal deep learning," in *ICML*, January 2011.
- [33] N. Srivastava, and R. Salakhutdinov, R. "Multimodal learning with deep boltzmann machines," *The Journal of Machine Learning Research*, 15(1), 2014, pp. 2949-2980.
- [34] D. Ramachandram, and G. Taylor, "Deep multimodal learning: A survey on recent advances and trends," *IEEE Signal Processing Magazine*, 34(6), 2017, pp. 96-108.
- [35] A. Bender, B. Whelan, and S. Sukkarieh, *Ladybird Cobbitty 2017 Brassica dataset*, 2019.
- [36] Gandhi, Ankit, "Gethr-net: A generalized temporally hybrid recurrent neural network for multimodal information fusion," *European conference on computer vision*. Springer, Cham, 2016.
- [37] C. Wu, Y. Zou, and Z. Yang, "U-GAN: Generative Adversarial Networks with U-Net for Retinal Vessel Segmentation," in *2019 14th International Conference on Computer Science & Education (ICCSE) IEEE*, August 2019, pp. 642-646.

SEMIGRUPOS DE CLASE C_0 EN $L^2([-\pi, \pi])$

Data de aceite: 02/05/2024

Yolanda Silvia Santiago Ayala

Universidad Nacional Mayor de San
Marcos, Fac. de Ciencias Matemáticas,
Venezuela
<https://orcid.org/0000-0003-2516-0871>

RESUMEN: En este trabajo, iniciamos estudiando operadores diferenciales de orden par, en el espacio $L^2([-\pi, \pi])$. Rápidamente probamos que estos operadores son no acotados, densamente definidos, simétricos y por lo tanto no admiten extensión lineal simétrico a todo el espacio. Introducimos familias de operadores en el espacio $L^2([-\pi, \pi])$ y demostramos que estas forman semigrupos de contracción de clase C_0 , teniendo al operador diferencial de orden par como su generador infinitesimal. Probamos también que si restringimos los dominios de esas familias de operadores estas aún conservan ser semigrupos de contracción. Finalmente, damos resultados de existencia de solución del problema de Cauchy abstracto asociado y propiedades de dependencia continua de la solución en conexión a otras normas.

PALABRAS-CLAVE: Espacio $L^2([-\pi, \pi])$, Operadores diferenciales de orden par, Teorema de Hellinger-Toeplitz, Semigrupo de contracción, norma del gráfico.

SEMIGROUPS OF CLASS C_0 ON $L^2([-\pi, \pi])$

ABSTRACT: In this work, we begin studying even order differential operators on $L^2([-\pi, \pi])$ space. We quickly prove that these operators are unbounded, densely defined, symmetric and therefore do not admit symmetric linear extension to the entire space. We introduce a families of operators on $L^2([-\pi, \pi])$ space and demonstrate that they form contraction semigroups of class C_0 , having the differential operator of even order as their infinitesimal generator. We also prove that if we restrict the domains of these families of operators, they still remain contraction semigroups. Finally, we give results of solution existence of the associated abstract Cauchy problem and properties of continuous dependence of the solution in connection to other norms.

KEYWORDS: $L^2([-\pi, \pi])$ space, Hellinger-Toeplitz theorem, even order differential operator, Semigroup of contraction, graph norm.

INTRODUCCIÓN

En este artículo estudiaremos algunos operadores en el espacio $L^2([-\pi, \pi])$. Esto es, introduciremos operadores diferenciales de orden par que no son acotados y probaremos que si son acotados con la norma del gráfico. Por otro lado, introduciremos una familia de operadores en $L^2([-\pi, \pi])$ y mostraremos que son acotadas y que forman un semigrupo de contracción de clase C_0 , teniendo como generador infinitesimal al operador diferencial de orden par. Ahora, restringiendo el dominio de esta familia de operadores, probaremos que esta continúa formando un semigrupo de contracción de clase C_0 . Así, mejoraremos los resultados de existencia de solución para los problemas de Cauchy abstracto asociados.

Podemos citar algunas referencias para el tratamiento de existencia de solución vía semigrupos, por ejemplo [1], [3], [4], [5] y [6].

Nuestro artículo está organizado del siguiente modo. En la sección 2, indicamos la metodología usada y citamos las referencias usadas. En la sección 3, colocamos los resultados obtenidos de nuestro estudio. Esta sección la dividimos en siete subsecciones. Así, en la subsección 3.1 estudiamos rápidamente al operador Diferencial de orden par en $L^2([-\pi, \pi])$. En la subsección 3.2, probamos que la familia de operadores introducida forma un semigrupo de contracción de clase C_0 en $L^2([-\pi, \pi])$. En la subsección 3.3, calculamos el generador infinitesimal del C_0 -semigrupo de contracción y obtenemos el primer resultado de existencia de solución para el problema de Cauchy abstracto asociado y además la dependencia continua de la solución respecto al dato inicial. En la subsección 3.4, introducimos la norma del gráfico en el dominio de H_0^p , para $p \in \mathbb{N}$, que lo hace un espacio de Hilbert y probamos que H_0^p es acotado con esta norma. En la subsección 3.5, introducimos otras normas equivalentes a la norma del gráfico. En la subsección 3.6, probamos que la familia de operadores con dominio restringido continúa siendo un semigrupo de contracción. En la subsección 3.7, obtenemos resultados de existencia de solución en conexión con otras normas.

Finalmente, en la sección 4 damos las conclusiones y observaciones de este estudio.

METODOLOGÍA

Rápidamente introduciremos algunas definiciones que serán usadas en este artículo.

Definición 2.1 Sea P el espacio de las funciones $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{C}$ infinitamente diferenciables y periódicas con periodo 2π . Este espacio también es denotado por $C_{per}^\infty([-\pi, \pi])$.

Así, se prueba que P es un espacio métrico completo. También,

$$\begin{aligned} P' &:= \left\{ T : P \longrightarrow \mathcal{C} \text{ lineal tal que } \exists \psi_n \in P \text{ y} \right. \\ &\quad \left. \langle T, \varphi \rangle = \lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \psi_n(x) \varphi(x) dx, \forall \varphi \in P \right\} \\ &= (P)'. \end{aligned}$$

Esto es, P' es el dual topológico de P . Así, P' es llamado el espacio de las Distribuciones Periódicas.

Definición 2.2 Definimos el espacio

$$L^2([-π, π]) := \left\{ f \in P', \exists(\varphi_n) \right.$$

sucesión de Cauchy en

$$P \text{ con } \|\cdot\|_2 \text{ y } \varphi_n \xrightarrow{P'} f \left. \right\} \subset P'$$

Se prueba que $L^2([-π, π])$ es un \mathcal{H} - espacio de Hilbert.

Para ver propiedades de P, P' y $L^2([-π, π])$ citamos [1], [7] y [8]; y para la teoría de semigrupos, citamos [3] y [4].

Ahora, enunciaremos un importante resultado que será usado posteriormente.

Teorema 2.1 (Hellinger-Toeplitz) Si T es un operador lineal no acotado, simétrico y densamente definido (i.e. $\overline{Dom(T)} = H$) en un espacio H de Hilbert, entonces no admite extensión lineal simétrica a H .

Prueba.- Citamos Kreyszig [2].

PRINCIPALES RESULTADOS

El operador Diferencial H_o^p en $L^2([-π, π])$

Introduciremos la siguiente aplicación

Definición 3.1 (Operador Diferencial H_o^p) Sea $p \in \mathbb{N}$, definamos la aplicación

$$\begin{aligned} H_o^p : Dom(H_o^p) \subset L^2([-π, π]) &\longrightarrow L^2([-π, π]) \\ f &\longrightarrow H_o^p f := (-1)^p f^{(2p)} \text{ derivada distribucional} \end{aligned}$$

donde $Dom(H_o^p) := \{f \in L^2([-π, π]) \text{ tal que } (-1)^p f^{(2p)} \in L^2([-π, π])\}$.

H_o^p es conocido como Operador Diferencial de orden $2p$. Rápidamente daremos sus propiedades que lo concentramos en la siguiente proposición.

Previamente, observemos que

Observación 3.1 Debido a la Transformada de Fourier, se tiene que $H_o^p f = (k^{2p} \widehat{f}(k))^\vee$ para todo $f \in Dom(H_o^p) = \{f \in L^2([-π, π]) \text{ tal que } (k^{2p} \widehat{f}(k)) \in \mathcal{P}(\mathbb{Z})\}$.

Proposición 3.1 Sea $p \in \mathbb{N}$, el operador Diferencial H_o^p es \mathcal{H} - lineal, densamente definido, simétrico y no acotado. Además, H_o^p no admite extensión lineal simétrica a $L^2([-π, π])$.

Prueba.- La prueba para el caso $p = 1$ puede ser vista en [9], donde se usa el Teorema 2.1 de Hellinger-Toeplitz. Para el caso general: $p \in \mathbb{N}$, su prueba es análoga al caso $p = 1$; así, basta observar que $P \subset Dom(H_o^p)$ y que P es denso en $L^2([-π, π])$ para ver que $Dom(H_o^p)$ es denso en $L^2([-π, π])$. Para probar la no acotación de H_o^p consideramos la sucesión $\varphi_k(x) = \frac{e^{ikx}}{k^{2p}}$ y para probar que sea simétrico usamos la Identidad de Parseval y $\{(-1)^p f^{(2p)}\}^\wedge(k) = k^{2p} \widehat{f}(k), \forall k \in \mathbb{Z} \text{ con } f \in Dom(H_o^p)$. El además es consecuencia del Teorema 2.1 de Hellinger-Toeplitz.

Semigrupo de Clase C_o en $L^2([-\pi, \pi])$

Proposición 3.2 (Semigrupo de Clase C_o) Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$, definimos las aplicaciones $e^{-tH_o^p} f = (e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k))^\vee$, $\forall f \in L^2([-\pi, \pi])$ entonces $\{e^{-tH_o^p}\}_{t \geq 0} \subset B(L^2([-\pi, \pi]))$ y además forma un semigrupo de contracción de clase C_o en $L^2([-\pi, \pi])$.

Prueba.- En $t = 0$, sea $f \in L^2([-\pi, \pi])$ tenemos: $e^{-0H_o^p} f = (e^{-0k^{2p}} \widehat{f}(k))^\vee = (\widehat{f}(k))^\vee = f$, luego

$$e^{-0H_o^p} = I, \quad (3.1)$$

donde I es el operador identidad en $L^2([-\pi, \pi])$.

Ahora probaremos que $\{e^{-tH_o^p}\}_{t \geq 0}$ es una familia de operadores lineales acotados y de contracción, i.e. $\|e^{-tH_o^p}\| \leq 1$, $\forall t \geq 0$.

En efecto, sea $t > 0$ y $f \in L^2([-\pi, \pi])$,

$$\begin{aligned} \|e^{-tH_o^p} f\|_2^2 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k)|^2 \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |e^{-tk^{2p}}|^2 |\widehat{f}(k)|^2 \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{e^{-2tk^{2p}}}_{\leq 1} |\widehat{f}(k)|^2 \\ &\leq 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\widehat{f}(k)|^2 \\ &= \|f\|_2^2 < \infty. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Luego, de (3.2) tenemos que $e^{-tH_o^p} f \in L^2([-\pi, \pi])$, esto es, $e^{-tH_o^p}$ está bien definida para $t \geq 0$. Por otro lado, es evidente que $e^{-tH_o^p}$ es \mathcal{L}' -lineal:

$$\begin{aligned} e^{-tH_o^p} (f + cg) &= \left(e^{-tk^{2p}} \widehat{f + cg}(k) \right)^\vee \\ &= \left(e^{-tk^{2p}} \{ \widehat{f}(k) + c\widehat{g}(k) \} \right)^\vee \\ &= \left(e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) + ce^{-tk^{2p}} \widehat{g}(k) \right)^\vee \\ &= \left(e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) \right)^\vee + c \left(e^{-tk^{2p}} \widehat{g}(k) \right)^\vee \\ &= e^{-tH_o^p} f + ce^{-tH_o^p} g, \end{aligned}$$

para todo $f, g \in L^2([-\pi, \pi])$ y $c \in \mathcal{L}'$.

Así, de (3.2) también obtenemos que $\|e^{-tH_o^p} f\|_2 \leq \|f\|_2$, $\forall f \in L^2([-\pi, \pi])$. Esto es, el operador $e^{-tH_o^p}$ es acotado y

$$\|e^{-tH_o^p}\| \leq 1, \quad \forall t \geq 0. \quad (3.3)$$

Sea $t > 0$, $r > 0$ y $f \in L^2([-\pi, \pi])$, tenemos

$$\begin{aligned}
 e^{-(t+r)H_0^p} f &= \left(e^{-(t+r)k^{2p}} \widehat{f}(k) \right)^\vee \\
 &= \left(e^{-tk^{2p}} e^{-rk^{2p}} \widehat{f}(k) \right)^\vee \\
 &= \left(e^{-tk^{2p}} \{e^{-rH_0^p} f\}^\wedge(k) \right)^\vee \\
 &= e^{-tH_0^p} \{e^{-rH_0^p} f\} \\
 &= e^{-tH_0^p} \circ e^{-rH_0^p} f
 \end{aligned}$$

esto es, $e^{-(t+r)H_0^p} = e^{-tH_0^p} \circ e^{-rH_0^p}$ para $t > 0$ y $r > 0$. El caso $t = 0$ o $r = 0$ es evidente; luego

$$e^{-(t+r)H_0^p} = e^{-tH_0^p} \circ e^{-rH_0^p}, \quad \forall t, r \geq 0. \quad (3.4)$$

Sea $f \in L^2([-\pi, \pi])$, probaremos que $\|e^{-tH_0^p} f - f\|_2 \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow 0^+$. En efecto,

$$\begin{aligned}
 \|e^{-tH_0^p} f - f\|_2^2 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) - \widehat{f}(k)|^2 \\
 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |(e^{-tk^{2p}} - 1) \widehat{f}(k)|^2 \\
 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{|e^{-tk^{2p}} - 1|^2}_{M(k,t)} |\widehat{f}(k)|^2
 \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde $\lim_{t \rightarrow 0^+} M(k,t) = 0$.

Además, el k -ésimo término de la serie (3.5) está mayorado:

$$M(k,t) |\widehat{f}(k)|^2 \leq 4 |\widehat{f}(k)|^2$$

y como la serie $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |\widehat{f}(k)|^2$ es convergente, entonces usando el M-Test de Weierstrass

tenemos que la serie converge absoluta y uniformemente. Luego,

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \|e^{-tH_0^p} f - f\|_2^2 = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\lim_{t \rightarrow 0^+} |e^{-tk^{2p}} - 1|^2}_{=0} |\widehat{f}(k)|^2 = 0$$

Así, hemos probado que

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \|e^{-tH_0^p} f - f\|_2 = 0, \quad \forall f \in L^2([-\pi, \pi]). \quad (3.6)$$

De (3.1), (3.4), (3.3) y (3.6)

concluimos que $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$ es un semigrupo de contracción de clase C_0 en $L^2([-\pi, \pi])$.

Proposición 3.3 Sea $p \in \mathbb{N}$, $\forall f \in L^2([-\pi, \pi])$, la aplicación: $t \rightarrow e^{-tH_0^p} f$ es continua de $[0, \infty)$ a $L^2([-\pi, \pi])$.

Prueba.- De (3.6) tenemos la continuidad en 0 a la derecha. Así, nos enfocamos en probar la continuidad en $t > 0$.

Sea $h > 0$, usando la propiedad de semigrupo, la desigualdad (3.3) y el límite (3.6), obtenemos

$$\begin{aligned} \| \|e^{-(t+h)H_0^p} f - e^{-tH_0^p} f\| \|_2 &= \| \|e^{-tH_0^p} e^{-hH_0^p} f - e^{-tH_0^p} f\| \|_2 \\ &= \| \|e^{-tH_0^p} \{e^{-hH_0^p} f - f\}\| \|_2 \\ &\leq \| \|e^{-hH_0^p} f - f\| \|_2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

cuando $h \rightarrow 0^+$.

Ahora, considerando $h > 0$ tal que $t - h > 0$ y procediendo análogamente como en (3.7), obtenemos

$$\begin{aligned} \| \|e^{-(t-h)H_0^p} f - e^{-tH_0^p} f\| \|_2 &= \| \|e^{-(t-h)H_0^p} f - e^{-(t-h)H_0^p} e^{-hH_0^p} f\| \|_2 \\ &= \| \|e^{-(t-h)H_0^p} \{f - e^{-hH_0^p} f\}\| \|_2 \\ &\leq \| \|e^{-hH_0^p} f - f\| \|_2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

cuando $h \rightarrow 0^+$.

De (3.7) y (3.8) tenemos que la aplicación es continua en $t \in \mathbb{R}^+$.

Proposición 3.4 Sea $p \in \mathbb{N}$, si $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_2} f$ entonces $\| \|e^{-tH_0^p} f_n - e^{-tH_0^p} f\| \|_2 \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow +\infty$.

Prueba.- Es inmediato desde que de (3.2) se tiene

$$\| \|e^{-tH_0^p} f_n - e^{-tH_0^p} f\| \|_2 = \| \|e^{-tH_0^p} (f_n - f)\| \|_2 \leq \| \|f_n - f\| \|_2.$$

Cálculo del G.I. de $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$ en $L^2([-\pi, \pi])$

Proposición 3.5 Sea $p \in \mathbb{N}$, el operador $-H_0^p$ es el Generador infinitesimal (G.I.) del semigrupo de contracción $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$ en $L^2([-\pi, \pi])$.

Prueba.- Si A es el G.I. del semigrupo de contracción $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$ en $L^2([-\pi, \pi])$ entonces todo se reduce a probar que $Dom(A) = Dom(H_0^p)$ y $A = -H_0^p$.

1. $Dom(H_0^p) \subset Dom(A)$.- En efecto, sea $f \in Dom(H_0^p)$ entonces $H_0^p f := (k^{2p} \hat{f}(k))^\vee$, donde $f \in L^2([-\pi, \pi])$ y $(k^{2p} \hat{f}(k)) \in l^2(\mathbb{Z})$, i.e.

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |k^{2p} \hat{f}(k)|^2 < \infty \quad (3.9)$$

Sea $t > 0$, tenemos

$$\begin{aligned} \left\| \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} + H_o^p f \right\|_2^2 &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left| \frac{e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) - \widehat{f}(k)}{t} + k^{2p} \widehat{f}(k) \right|^2 \\ &= 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left| \underbrace{\left\{ \frac{e^{-tk^{2p}} - 1}{t} + k^{2p} \right\}}_{H(k,t):=} \widehat{f}(k) \right|^2 \end{aligned}$$

donde $\lim H(k,t) = 0$. También, tenemos $t \rightarrow 0$

$$|H(k,t)|^2 |\widehat{f}(k)|^2 \leq 4k^4 |\widehat{f}(k)|^2$$

y como vale (3.9), usando el M -test de Weierstrass tenemos que la serie

$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} |H(k,t)|^2 |\widehat{f}(k)|^2$ converge absoluta y uniformemente, luego

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \left\| \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} + H_o^p f \right\|_2^2 = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \underbrace{\lim_{t \rightarrow 0^+} |H(k,t)|^2}_{=0} |\widehat{f}(k)|^2 = 0$$

Así, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \left\| \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} + H_o^p f \right\|_2 = 0$. Esto es, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} \right\} = -H_o^p f$ existe

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} \right\} = -H_o^p f.$$

Luego, $f \in D(A)$ y $Af = -H_o^p f$.

2. $Dom(A) \subset Dom(H_o^p)$.- En efecto, sea $f \in Dom(A)$ entonces $f \in L^2([-\pi, \pi])$ y

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} \right\} = Af \text{ en } L^2([-\pi, \pi]). \text{ Esto es,}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \left\| \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} - Af \right\|_2 = 0$$

Así, dado $\epsilon > 0$

$$\begin{aligned} \epsilon > \frac{1}{2\pi} \left\| \frac{e^{-tH_o^p} f - f}{t} - Af \right\|_2^2 &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left| \frac{e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) - \widehat{f}(k)}{t} - \{Af\}^\wedge(k) \right|^2 \\ &> \left| \frac{e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) - \widehat{f}(k)}{t} - \{Af\}^\wedge(k) \right|^2, \forall k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Luego, para cada $k \in \mathbb{Z}$,

$$\frac{e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) - \widehat{f}(k)}{t} \rightarrow \{Af\}^\wedge(k) \text{ cuando } t \rightarrow 0^+,$$

pero sabemos que

$$\frac{e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k) - \widehat{f}(k)}{t} \rightarrow -k^{2p} \widehat{f}(k) \text{ cuando } t \rightarrow 0^+$$

para cada $k \in \mathbb{Z}$.

Luego, para cada $k \in \mathbb{Z}$ se tiene $\{Af\}^\wedge(k) = -k^{2p} \widehat{f}(k)$. Entonces

$$l^2(\mathbb{Z}) \ni \{Af\}^\wedge = (-k^{2p} \widehat{f}(k)). \quad (3.10)$$

De (3.10) tenemos que $(-k^{2p} \widehat{f}(k)) \in l^2(\mathbb{Z})$, esto es $f \in Dom(H_o^p)$ y $Af = -H_o^p f$.

De los dos items se concluye que $Dom(A) = Dom(H_o^p)$ y $A = -H_o^p$.

Proposición 3.6 Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$, si $f \in \text{Dom}(H_0^p)$ entonces $e^{-tH_0^p} f \in \text{Dom}(H_0^p)$.

Además, se cumple: $H_0^p e^{-tH_0^p} f = e^{-tH_0^p} H_0^p f$, $\forall f \in \text{Dom}(H_0^p)$.

Prueba.- En efecto, sea $f \in \text{Dom}(H_0^p)$, $t > 0$, $r > 0$ y $-H_0^p$ el G. I. de $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$ en $L^2([-\pi, \pi])$, luego

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-rH_0^p}(e^{-tH_0^p} f) - e^{-tH_0^p} f}{r} \right\} &= \lim_{r \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-tH_0^p}(e^{-rH_0^p} f) - e^{-tH_0^p} f}{r} \right\} \\ &= \lim_{r \rightarrow 0^+} e^{-tH_0^p} \left\{ \frac{e^{-rH_0^p} f - f}{r} \right\} \\ &= e^{-tH_0^p} \left[\lim_{r \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-rH_0^p} f - f}{r} \right\} \right] \\ &= e^{-tH_0^p} [-H_0^p f] \in L^2([-\pi, \pi]). \end{aligned}$$

Así, existe el límite en $L^2([-\pi, \pi])$. Esto es, $e^{-tH_0^p} f \in \text{Dom}(H_0^p)$ y

$$-H_0^p(e^{-tH_0^p} f) = e^{-tH_0^p} [-H_0^p f] = -e^{-tH_0^p} [H_0^p f]$$

i.e.

$$\left[H_0^p \circ e^{-tH_0^p} \right] f = \left[e^{-tH_0^p} \circ H_0^p \right] f, \quad \forall f \in \text{Dom}(H_0^p). \quad (3.11)$$

Proposición 3.7 Sea $p \in \mathbb{N}$, si $f \in \text{Dom}(H_0^p)$ entonces la aplicación $t \rightarrow e^{-tH_0^p} f$, de $(0, \infty)$ a $L^2([-\pi, \pi])$, es diferenciable en $(0, \infty)$ y su derivada es $-e^{-tH_0^p} H_0^p f$.

Además, $\frac{\partial}{\partial t} \{e^{-tH_0^p} f\} = -H_0^p e^{-tH_0^p} f$.

Prueba.- Sea $t > 0$, $h > 0$ tal que $0 < t - h$, tenemos

$$\begin{aligned} &\frac{e^{-tH_0^p} f - e^{-(t-h)H_0^p} f}{h} + e^{-tH_0^p} H_0^p f \\ &= e^{-(t-h)H_0^p} \left\{ \frac{e^{-hH_0^p} f - f}{h} \right\} + e^{-tH_0^p} H_0^p f \\ &= e^{-(t-h)H_0^p} \left\{ \frac{e^{-hH_0^p} f - f}{h} \right\} \pm e^{-(t-h)H_0^p} H_0^p f + e^{-tH_0^p} H_0^p f \\ &= e^{-(t-h)H_0^p} \left\{ \frac{e^{-hH_0^p} f - f}{h} + H_0^p f \right\} - e^{-(t-h)H_0^p} H_0^p f + e^{-tH_0^p} H_0^p f. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Como $\|e^{-(t-h)H_0^p}\| \leq 1$, $\frac{e^{-hH_0^p} f - f}{h} \rightarrow -H_0^p f$ cuando $h \rightarrow 0^+$ y $e^{-(t-h)H_0^p} H_0^p f \rightarrow e^{-tH_0^p} H_0^p f$ cuando $h \rightarrow 0^+$, tomando límite a (3.12) cuando $h \rightarrow 0^+$ tenemos

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-tH_0^p} f - e^{-(t-h)H_0^p} f}{h} + e^{-tH_0^p} H_0^p f \right\} = 0,$$

esto es

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-tH_0^p} f - e^{-(t-h)H_0^p} f}{h} \right\} = -e^{-tH_0^p} H_0^p f. \quad (3.13)$$

Análogamente procedemos cuando $h > 0$, esto es,

$$\frac{e^{-(t+h)H_0^p} f - e^{-tH_0^p} f}{h} = e^{-tH_0^p} \left\{ \frac{e^{-hH_0^p} f - f}{h} \right\}. \quad (3.14)$$

Como $e^{-tH_o^p} \in B(L^2([-\pi, \pi]))$ y $f \in \text{Dom}(-H_o^p)$, tomando límite a (3.14) cuando $h \rightarrow 0^+$, tenemos

$$\begin{aligned} & \lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-(t+h)H_o^p} f - e^{-tH_o^p} f}{h} \right\} \\ &= e^{-tH_o^p} \left\{ \lim_{h \rightarrow 0^+} \left\{ \frac{e^{-hH_o^p} f - f}{h} \right\} \right\} \\ &= e^{-tH_o^p} \{-H_o^p f\} \\ &= -e^{-tH_o^p} H_o^p f. \end{aligned} \tag{3.15}$$

De (3.13 y (3.15) tenemos que

$$\exists \underbrace{\lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{e^{-(t+h)H_o^p} f - e^{-tH_o^p} f}{h} \right\}}_{= \frac{\partial}{\partial t} \{e^{-tH_o^p} f\}} = -e^{-tH_o^p} H_o^p f.$$

Usando la Proposición 3.6 tenemos que $-e^{-tH_o^p} H_o^p f = -H_o^p e^{-tH_o^p} f$, con lo que se concluye.

Proposición 3.8 Sea $p \in \mathbb{N}$, si $f \in \text{Dom}(H_o^p)$ entonces la aplicación $t \mapsto \frac{\partial}{\partial t} \{e^{-tH_o^p} f\} = -e^{-tH_o^p} H_o^p f$, de $(0, \infty)$ a $L^2([-\pi, \pi])$, es continua.

Prueba.- Como $f \in \text{Dom}(H_o^p)$ entonces $H_o^p f \in L^2([-\pi, \pi])$; luego usando la Proposición 3.3, la aplicación es continua.

Proposición 3.9 Sea $p \in \mathbb{N}$, si $f \in \text{Dom}(H_o^p)$ entonces

$$e^{-(\cdot)H_o^p} f \in C^1((0, \infty), L^2([-\pi, \pi])).$$

Prueba.- Es consecuencia de las dos Proposiciones previas.

Otra consecuencia es el siguiente resultado.

Proposición 3.10 Sea $p \in \mathbb{N}$, el operador $H_o^p: \text{Dom}(H_o^p) \subset L^2([-\pi, \pi]) \rightarrow L^2([-\pi, \pi])$ es cerrado.

Prueba.- Desde que $-H_o^p$ es el G.I. del semigrupo de contracción $\{e^{-tH_o^p}\}_{t \geq 0}$ en $L^2([-\pi, \pi])$ tenemos que $-H_o^p$ es cerrado. En efecto, sea $f_k \in \text{Dom}(-H_o^p)$ tal que

$$f_k \rightarrow f \text{ en } L^2([-\pi, \pi]) \text{ cuando } k \rightarrow +\infty \tag{3.16}$$

$$-H_o^p f_k \rightarrow g \text{ en } L^2([-\pi, \pi]) \text{ cuando } k \rightarrow +\infty. \tag{3.17}$$

Probaremos que $f \in \text{Dom}(-H_o^p)$ y que $-H_o^p f = g$.

De las Proposiciones 3.7 y 3.8 tenemos que

$$e^{-tH_o^p} f_k - f_k = \int_0^t e^{-rH_o^p} (-H_o^p) f_k dr. \tag{3.18}$$

Usando la continuidad de $e^{-tH_o^p}$ y las convergencias (3.16) y (3.17) tenemos

$$e^{-tH_o^p} f - f = \int_0^t e^{-rH_o^p} g dr.$$

Así,

$$\frac{e^{-tH_0^p} f - f}{t} = \frac{1}{t} \int_0^t e^{-rH_0^p} g \, dr \rightarrow e^{-0H_0^p} g = g,$$

cuando $t \rightarrow 0^+$.

Luego, $f \in \text{Dom}(-H_0^p)$ y $-H_0^p f = g$.

Finalmente, obtenemos un importante resultado de existencia de solución de un problema de valor inicial.

Proposición 3.11 *Sea $p \in \mathbb{N}$, el Problema de Cauchy Abstracto*

$$(Q_p) \begin{cases} u_t = -H_0^p u \\ u(0) = f \in \text{Dom}(H_0^p) \subset L^2([-\pi, \pi]) \end{cases}$$

posee una única solución: $u(t) = e^{-tH_0^p} f$, $\forall t \geq 0$, donde $u \in C((0, \infty), L^2([-\pi, \pi])) \cap C^1((0, \infty), L^2([-\pi, \pi]))$.

Observación 3.2 *De la Proposición 3.4 tenemos que la solución del problema (Q_p) depende continuamente del dato inicial.*

Norma del Gráfico en $\text{Dom}(H_0^p) \subset L^2([-\pi, \pi])$

Con la finalidad de resaltar y evitar confusión con otras normas que se introducirán, usaremos la notación: $\|\cdot\|_{L^2} := \|\|\cdot\|\|_2$.

Definición 3.2 *Sea $p \in \mathbb{N}$, en el subespacio $\text{Dom}(H_0^p) \subset L^2([-\pi, \pi])$ definimos la aplicación*

$$\begin{aligned} \langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta: \text{Dom}(H_0^p) \times \text{Dom}(H_0^p) &\longrightarrow \mathcal{F} \\ (f, g) &\longrightarrow \langle f, g \rangle_\Delta \end{aligned}$$

donde

$$\langle f, g \rangle_\Delta := \langle f, g \rangle_{L^2} + \langle H_0^p f, H_0^p g \rangle_{L^2}, \quad \forall f, g \in \text{Dom}(H_0^p).$$

Se observa que $\langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta$ está bien definida.

Proposición 3.12 *La aplicación $\langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta$ es un producto interno en $\text{Dom}(H_0^p) \subset L^2([-\pi, \pi])$.*

Prueba.- Es inmediato desde que $\langle \cdot, \cdot \rangle_{L^2}$ es un producto interno.

Así, el producto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta$ induce una norma $\|\cdot\|_{\langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta}$ en $\text{Dom}(H_0^p)$:

$$\|f\|_{\langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta} = \sqrt{\|f\|_{L^2}^2 + \|H_0^p f\|_{L^2}^2}, \quad \forall f \in \text{Dom}(H_0^p). \quad (3.19)$$

Denotaremos a $\|\cdot\|_{\langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta}$ por $\|\cdot\|_\Delta$.

Así, obtenemos

Proposición 3.13 *El espacio normado $(\text{Dom}(H_0^p), \|\cdot\|_\Delta)$ satisface*

$$\|f\|_\Delta \geq \|f\|_{L^2}, \quad \forall f \in \text{Dom}(H_0^p), \quad (3.20)$$

$$\|f\|_\Delta \geq \|H_0^p f\|_{L^2}, \quad \forall f \in \text{Dom}(H_0^p). \quad (3.21)$$

Prueba.- Es inmediato de (3.19). tu

Proposición 3.14 Sea $p \in \mathbb{N}$, el espacio $(Dom(H_o^p), \|\cdot\|_\Delta)$ es completo.

Prueba.- Sea (f_n) una sucesión de Cauchy en $Dom(H_o^p)$ con $\|\cdot\|_\Delta$. Probaremos que $\exists f \in Dom(H_o^p)$ tal que $\|f_n - f\|_\Delta \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow +\infty$.

Dado $\epsilon > 0$, $\exists N_o \in \mathbb{N}$ tal que

$$\epsilon > \|f_n - f_m\|_\Delta \text{ siempre que } n, m > N_o. \quad (3.22)$$

De (3.20) tenemos

$$\epsilon > \|f_n - f_m\|_\Delta \geq \|f_n - f_m\|_{L^2} \text{ siempre que } n, m > N_o. \quad (3.23)$$

De (3.21) tenemos

$$\epsilon > \|f_n - f_m\|_\Delta \geq \|H_o^p(f_n - f_m)\|_{L^2} = \|H_o^p f_n - H_o^p f_m\|_{L^2} \text{ siempre que } n, m > N_o. \quad (3.24)$$

De (3.23) tenemos que (f_n) es una sucesión de Cauchy en $L^2([- \pi, \pi])$, y como $L^2([- \pi, \pi])$ es completo, entonces $\exists f \in L^2([- \pi, \pi])$ tal que

$$f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_{L^2}} f. \quad (3.25)$$

De (3.24) tenemos que $(H_o^p f_n)$ es una sucesión de Cauchy en $L^2([- \pi, \pi])$, y como $L^2([- \pi, \pi])$ es completo, entonces $\exists g \in L^2([- \pi, \pi])$ tal que

$$H_o^p f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_{L^2}} g. \quad (3.26)$$

De (3.25), (3.26) y como H_o^p es un operador cerrado, entonces

$$f \in Dom(H_o^p) \text{ y } H_o^p f = g. \quad (3.27)$$

De (3.25), (3.26) y (3.27) tenemos

$$\begin{aligned} \|f_n - f\|_\Delta^2 &= \|f_n - f\|_{L^2}^2 + \|H_o^p(f_n - f)\|_{L^2}^2 \\ &= \|f_n - f\|_{L^2}^2 + \|H_o^p f_n - H_o^p f\|_{L^2}^2 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Entonces $\|f_n - f\|_\Delta \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow +\infty$. Esto es, $\exists f \in Dom(H_o^p)$ tal que $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_\Delta} f$.

Observación 3.3 El espacio $(Dom(H_o^p), \|\cdot\|_\Delta)$ es un espacio de Banach o también $(Dom(H_o^p), \langle \cdot, \cdot \rangle_\Delta)$ es un espacio de Hilbert.

Proposición 3.15 Sea $p \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} H_o^p : (Dom(H_o^p), \|\cdot\|_\Delta) &\rightarrow L^2([- \pi, \pi]) \\ f &\rightarrow H_o^p f = (k^{2p} \widehat{f}(k))^\vee \end{aligned}$$

entonces H_o^p es un operador acotado y $\|H_o^p\| \leq 1$.

Prueba.- Es inmediato de (3.21).

Tenemos la siguiente propiedad que conecta $\|\cdot\|_\Delta$ con el semigrupo $\{e^{-tH_o^p}\}_{t \geq 0}$

Proposición 3.16 Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$, si $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_\Delta} f$ entonces $\|e^{-tH_o^p} f_n - e^{-tH_o^p} f\|_{L^2} \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow +\infty$.

Prueba.- Es inmediato desde que usando (3.20) tenemos que $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_{\Delta}} f$ implica $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_{L^2}} f$, luego usando la Identidad de Parseval tenemos que $\widehat{f}_n \xrightarrow{\|\cdot\|_{L^2}} \widehat{f}$ y como $\|e^{-tH_0^p} f_n - e^{-tH_0^p} f\|_{L^2} = \|e^{-tH_0^p} (f_n - f)\|_{L^2} \leq \sqrt{2\pi} \|\widehat{f}_n - \widehat{f}\|_{l^2}$, concluimos.

OTRAS NORMAS EN $DOM(H_0^p)$

Ahora, introduciremos otras normas en $Dom(H_0^p) \subset L^2([-\pi, \pi])$, para $p \in \mathbb{N}$.

Observación 3.4 (q-normas en $Dom(H_0^p)$) Sea $p \in \mathbb{N}$, en el subespacio $Dom(H_0^p)$ podemos definir otras normas, por ejemplo: $\|\cdot\|_q$, para $1 \leq q \leq \infty$,

$$1 \leq q < \infty, \|f\|_q := (\|f\|_{L^2}^q + \|H_0^p f\|_{L^2}^q)^{\frac{1}{q}}$$

$$\|f\|_{\infty} := \max\{\|f\|_{L^2}, \|H_0^p f\|_{L^2}\}$$

para $f \in Dom(H_0^p)$. Y se observa que todas estas normas son equivalentes.

Note: $\|f\|_2 = \|f\|_{\Delta}$.

Además, se cumplen las siguientes desigualdades:

$$\|f\|_q \geq \|f\|_{L^2}, \forall f \in Dom(H_0^p), \quad (3.28)$$

$$\|f\|_q \geq \|H_0^p f\|_{L^2}, \forall f \in Dom(H_0^p) \quad (3.29)$$

Proposición 3.17 Sea $p \in \mathbb{N}$, el espacio $(Dom(H_0^p), \|\cdot\|_q)$ es completo, para $q \in [1, \infty]$.

Prueba.- Esto sigue desde que $\|\cdot\|_q$ es equivalente a $\|\cdot\|_{\Delta}$ y $(Dom(H_0^p), \|\cdot\|_{\Delta})$ es completo.

Proposición 3.18 Sea $p \in \mathbb{N}$, $q \in [1, \infty]$,

$$H_0^p : (Dom(H_0^p), \|\cdot\|_q) \longrightarrow L^2([-\pi, \pi]) \quad f \longmapsto H_0^p f = (k^{2p} \widehat{f}(k))^{\vee}$$

entonces H_0^p es acotado y $\|H_0^p\| \leq 1$.

Prueba.- Es inmediato de (3.29). tu

También, tenemos la siguiente propiedad que conecta $\|\cdot\|_q$ con el semigrupo $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$

Proposición 3.19 Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$ y $q \in [1, \infty]$, $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_q} f$ entonces $\|e^{-tH_0^p} f_n - e^{-tH_0^p} f\|_{L^2} \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow +\infty$.

Prueba.- De (3.28) tenemos que $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_q} f$ implica $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_{L^2}} f$. Luego, usando la Identidad de Parseval tenemos que $\widehat{f}_n \xrightarrow{\|\cdot\|_{l^2}} \widehat{f}$. Así,

$$\|e^{-tH_0^p} f_n - e^{-tH_0^p} f\|_{L^2} = \|e^{-tH_0^p} (f_n - f)\|_{L^2} \leq \sqrt{2\pi} \|\widehat{f}_n - \widehat{f}\|_{l^2} \rightarrow 0$$

cuando $n \rightarrow +\infty$.

Semigrupo de clase C_0 en $Dom(H_0^p) \subset L^2([-\pi, \pi])$ con $\|\cdot\|_{\Delta}$

Proposición 3.20 (Semigrupo de Clase C_0 en $Dom(H_0^p)$) Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$, definimos las aplicaciones $e^{-tH_0^p} f := (e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k))^{\vee}$, $\forall f \in Dom(H_0^p) \subset L^2([-\pi, \pi])$ entonces

$\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0} \subset B(Dom(H_0^p))$ y además forma un semigrupo de contracción de clase C_0 en el espacio $(Dom(H_0^p), \|\cdot\|_\Delta)$ de Hilbert.

Prueba.- Sea $t > 0$ y $f \in Dom(H_0^p)$, usando (3.11) y que $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$ es un semigrupo de contracción en $L^2([-\pi, \pi])$, tenemos

$$\begin{aligned} \|e^{-tH_0^p} f\|_\Delta^2 &= \|e^{-tH_0^p} f\|_{L^2}^2 + \|H_0^p(e^{-tH_0^p} f)\|_{L^2}^2 \\ &\leq \|f\|_{L^2}^2 + \|e^{-tH_0^p} H_0^p f\|_{L^2}^2 \\ &\leq \|f\|_{L^2}^2 + \|H_0^p f\|_{L^2}^2 \\ &= \|f\|_\Delta^2. \end{aligned} \tag{3.30}$$

Esto es,

$$\|e^{-tH_0^p} f\|_\Delta \leq \|f\|_\Delta, \quad \forall f \in Dom(H_0^p), \tag{3.31}$$

de donde se deduce que $e^{-tH_0^p} \in B(Dom(H_0^p))$ y $\|e^{-tH_0^p}\| \leq 1$. Sea $f \in Dom(H_0^p)$ y $t > 0$, usando (3.11) y (3.6) tenemos

$$\begin{aligned} \|e^{-tH_0^p} f - f\|_\Delta^2 &= \|e^{-tH_0^p} f - f\|_{L^2}^2 + \|H_0^p(e^{-tH_0^p} f - f)\|_{L^2}^2 \\ &= \|e^{-tH_0^p} f - f\|_{L^2}^2 + \|e^{-tH_0^p} H_0^p f - H_0^p f\|_{L^2}^2 \rightarrow 0 \end{aligned} \tag{3.32}$$

cuando $t \rightarrow 0^+$.

Como también se satisface (3.1) y (3.4), entonces concluimos que $\{e^{-tH_0^p}\}_{t \geq 0}$ es un semigrupo de contracción de clase C_0 en $Dom(H_0^p)$.

Proposición 3.21 Sea $p \in \mathbb{N}$, para todo $f \in Dom(H_0^p)$, la aplicación $t \rightarrow e^{-tH_0^p} f$ es continua de $[0, \infty)$ a $Dom(H_0^p)$; donde consideramos a $Dom(H_0^p)$ con la norma del gráfico $\|\cdot\|_\Delta$.

Prueba.- Sea $f \in Dom(H_0^p)$ y $t > 0$, usando (3.11) y la proposición 3.3, tenemos

$$\begin{aligned} \|e^{-(t+h)H_0^p} f - e^{-tH_0^p} f\|_\Delta^2 &= \|e^{-(t+h)H_0^p} f - e^{-tH_0^p} f\|_{L^2}^2 + \|H_0^p(e^{-(t+h)H_0^p} f - e^{-tH_0^p} f)\|_{L^2}^2 \\ &= \|e^{-(t+h)H_0^p} f - e^{-tH_0^p} f\|_{L^2}^2 + \|e^{-(t+h)H_0^p} H_0^p f - e^{-tH_0^p} H_0^p f\|_{L^2}^2 \rightarrow 0 \end{aligned}$$

cuando $h \rightarrow 0$.

Proposición 3.22 Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$, si $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_\Delta} f$ entonces $e^{-tH_0^p} f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_\Delta} e^{-tH_0^p} f$.

Prueba.- Usando (3.31) con $f_n - f \in Dom(H_0^p)$, tenemos

$$\|e^{-tH_0^p} f_n - e^{-tH_0^p} f\|_\Delta = \|e^{-tH_0^p} (f_n - f)\|_\Delta \leq \|f_n - f\|_\Delta \rightarrow 0$$

cuando $n \rightarrow +\infty$.

Proposición 3.23 Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$ y $q \in [1, \infty)$, si $f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_q} f$ entonces $e^{-tH_0^p} f_n \xrightarrow{\|\cdot\|_q} e^{-tH_0^p} f$.

Prueba.- Es inmediato desde que $\|\cdot\|_q$ es equivalente a $\|\cdot\|_\Delta$.

Existencia de solución

Así, de las Proposiciones 3.11 y 3.21, obtenemos el siguiente resultado de existencia de solución.

Proposición 3.24 Sea $p \in \mathbb{N}$, $t \geq 0$, $e^{-tH_o^p} f = (e^{-tk^{2p}} \widehat{f}(k))^\vee$, $\forall f \in L^2([-\pi, \pi])$. Entonces el Problema de Cauchy Abstracto

$$(Q_p) \quad \begin{cases} u_t = -H_o^p u \\ u(0) = f \in \text{Dom}(H_o^p) \subset L^2([-\pi, \pi]) \end{cases}$$

posee una única solución: $u(t) = u(t) = e^{-tH_o^p} f$, $\forall t \geq 0$, con $u \in C([0, \infty), \text{Dom}(H_o^p)) \cap C^1((0, \infty), L^2([-\pi, \pi]))$, donde consideramos a $\text{Dom}(H_o^p)$ con la norma del gráfico $\|\cdot\|_\Delta$.

Observación 3.5 En la proposición 3.24, podemos considerar $\|\cdot\|_q$ con $q \in [1, \infty]$ en vez de solo considerar la norma del gráfico, desde que son equivalentes.

Observación 3.6 Se obtiene la dependencia continua de la solución respecto al dato inicial, en las versiones: Proposiciones 3.4, 3.16, 3.19, 3.22 y 3.23.

CONCLUSIONES

En nuestro estudio hemos realizado lo siguiente:

1. Estudiamos al operador diferencial de orden par: H_o^p en $L^2([-\pi, \pi])$, con $p \in \mathbb{N}$, que es densamente definido, no acotado, simétrico y que no admite extensión lineal simétrica a $L^2([-\pi, \pi])$.
2. Para cada $p \in \mathbb{N}$, introducimos una familia de operadores y probamos que esta forma un semigrupo de contracción de clase C_o sobre $L^2([-\pi, \pi])$.
3. Demostramos que $-H_o^p$ es el generador infinitesimal de dicho semigrupo de contracción sobre $L^2([-\pi, \pi])$. Y además se obtiene que el Problema de Cauchy Abstracto (PCA) asociado está bien colocado.
4. Introducimos una norma en el dominio de H_o^p : $\text{Dom}(H_o^p) \subset L^2([-\pi, \pi])$, que hace que H_o^p sea acotado, e introducimos otras normas equivalentes a esta.
5. Probamos que las restricciones al $\text{Dom}(H_o^p)$ de los operadores del semigrupo C_o sobre el espacio $L^2([-\pi, \pi])$, forman también un semigrupo C_o sobre el espacio $\text{Dom}(H_o^p)$ de Hilbert.
6. Para cada $p \in \mathbb{N}$, obtenemos un mejor resultado de existencia de solución del PCA asociado y evidenciamos resultados de dependencia continua de la solución respecto al dato inicial, según la norma considerada.
7. Las propiedades obtenidas se pueden generalizar para los espacios de Sobolev periódico y por lo tanto aplicarlo en el estudio de la existencia de solución de ecuaciones de evolución.

REFERENCIAS

- [1] Iorio, R. and Iorio V. Fourier Analysis and partial Differential Equations. Cambridge University. 2001.
- [2] Kreyszig E. Introductory functional analysis with applications. John Wiley and Sons. 1978.
- [3] Muñoz Rivera, J.E. Semigrupos e equações Diferenciais Parciais. PetropolisLNCC. 2007.
- [4] Pazy A. Semigroups of linear operator and applications to partial differential equations. Applied Mathematical Sciences. 44 Springer Verlag. Berlín. 1983.
- [5] Santiago Ayala, Y. and Rojas, S. Regularity and wellposedness of a problem to one parameter and its behavior at the limit. Bulletin of the Allahabad Mathematical Society. 2017; 32(02): 207-230.
- [6] Santiago Ayala, Y. Semigroup of weakly continuous operators associated to a generalized Schrödinger equation. Journal of Applied Mathematics and Physics. 2023; 11(04): 1061-1076.
- [7] Santiago Ayala, Y. Inmersiones y propiedades de los espacios de Sobolev periódico. Matemática: O sujeito e o conhecimento matemático 2. 2023; 66-87.
- [8] Santiago Ayala, Y. El espacio Distribucional periódico $L^2([-\pi, \pi])$ como completamiento del espacio P . Construção e difusão do conhecimento matemático. 2023; 34-60.
- [9] Santiago Ayala, Y. Resolvente del Operador Diferencial en el espacio $L^2([-\pi, \pi])$. Construção e difusão do conhecimento matemático 2. 2023; 1-13.

CAPÍTULO 8

EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO BÁSICO DEL NIVEL MEDIO SUPERIOR EN LOS ALUMNOS DE NUEVO INGRESO, A TRAVÉS DEL USO DE LA PLATAFORMA DE APRENDIZAJE KHAN ACADEMY, EN EL CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS DEL MAR NO. 19, FRONTERA, TABASCO

Data de aceite: 02/05/2024

Daniel Méndez De La Cruz

Ing. S.C.; M.A.I.E, Jefe Dpto. Servicios Escolares, Centro de Estudios Tecnológicos del Mar Tabasco México
<https://orcid.org/0009-0006-5681-5411>

Patricia Del Carmen Gerónimo Ramos

L.I., M.C.E., Candidata a Doctor, Jefa Dpto. Sistemas de Producción e Investigación, Centro de Estudios Tecnológicos del Mar Tabasco México
<https://orcid.org/0000-0002-5629-0751>

Josué Ojeda Montejo

Ing. S.C.; M.A.I.E, Director del C Centro de Estudios Tecnológicos del Mar Tabasco Méxic
<https://orcid.org/0009-0007-5457-1887>

Cristo Ernesto Yáñez León

L.T., M.A.E., Candidato a doctor., Director of Research, College of Science and Liberal Arts. New Jersey Institute of Technology. NJ, USA
<https://orcid.org/0000-0002-0930-0179>

Partiendo de datos del PLANEA Media Superior 2022, donde solo el 1.68% de los estudiantes evaluados en Tabasco demostraron un nivel sobresaliente en matemáticas, se plantea el uso de la plataforma Khan Academy como intervención. El objetivo principal es mejorar el aprovechamiento en la Unidad de Aprendizaje Curricular de Pensamiento Matemático en estudiantes de primer semestre. Los objetivos particulares incluyen el análisis de rendimiento en ciclos anteriores y actuales, la selección de temas específicos de estudio y el uso de evaluaciones para medir el impacto. La investigación aspira a diseñar un plan de acción basado en tecnologías de la información para abordar esta problemática educativa de relevancia local y nacional.

PALABRAS-CLAVE: Pensamiento Matemático, Khan Academy, CETMar No. 19, Rendimiento académico, PLANEAMedia Superior, Tecnologías de la información, Intervención educativa, Evaluación de impacto, Aprovechamiento académico, Educación Media Superior.

RESUMEN: El artículo académico se enfoca en abordar el bajo rendimiento en Pensamiento Matemático observado entre los estudiantes de nuevo ingreso en el CETMar No. 19 en Frontera, Tabasco.

INTRODUCCIÓN

Pensamiento matemático es uno de los recursos sociocognitivos que más presencia tiene en el contenido curricular actual del bachillerato tecnológico y que se ofrece en el Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 19 en Frontera, Tabasco, sin embargo, representa un reto para las autoridades educativas locales, estatales e inclusive nacionales mantener un nivel adecuado de conocimientos en esta Unidad de Aprendizaje Curricular.

Según los resultados PLANEA Media Superior 2022 publicados por la Subsecretaría de Planeación y Evaluación y la Dirección de Seguimiento y Evaluación en el Estado de Tabasco participaron 10 subsistemas de Educación Media Superior con un total de 361 escuelas y 16 930 alumnos programados para evaluación de los cuales participaron el 81% en promedio, en matemáticas ese porcentaje se traduce a 13 579 alumnos participantes, de los cuales solo el 1.68% obtuvo un nivel de logro IV, es decir, un conocimiento sobresaliente de los aprendizajes incluidos en los referentes curriculares. El 79.39% obtuvo un nivel de logro I, que se traduce en un conocimiento insuficiente de los aprendizajes claves en dicha asignatura. Así mismo, el subsistema DGETAyCM al que pertenece nuestro plantel, los resultados revelan que el 84.3% de los alumnos que participaron, obtuvieron un nivel de logro I y solo el 3.4% se ubicó en el nivel de logro IV. (SETAB, 2023)

Lo anterior representa un tema de interés para todas las autoridades en los distintos niveles, pero sobre todo para el Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 19, por esta razón, el objetivo principal de esta investigación es realizar una propuesta y diseñar un plan para mejorar el aprovechamiento en la UAC¹ de Pensamiento Matemático y Cultura digital en los estudiantes de este centro, a través del uso de las tecnologías de la información.

OBJETIVOS

Objetivo General

Mejorar el aprovechamiento de Pensamiento Matemático usando la plataforma de aprendizaje Khan Academy en alumnos de primer semestre (nuevo ingreso) del CETMar No. 19, Frontera, Tabasco.

Objetivos Particulares

- Analizar el nivel de aprovechamiento de Pensamiento Matemático en los alumnos de primer semestre del CETMar No. 19 en ciclos anteriores. Y en los alumnos de nuevo ingreso del CETMar No. 19 en el ciclo actual.
- Utilizar la plataforma Khan Academy como medio de estudio para el reforzamiento del Pensamiento Matemático en los alumnos de primer semestre del CETMar No. 19.

1. Unidad de Aprendizaje Curricular

- Analizar los resultados de las evaluaciones académicas al final de cada período para determinar el nivel de aprovechamiento de los alumnos de primer semestre del CETMar No. 19.

JUSTIFICACIÓN

El Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 19 es una institución de Educación Media Superior que ofrece bachillerato tecnológico en la localidad de Frontera, Tabasco y sus alrededores. Tiene 42 años de haberse fundado y es una de las mejores opciones para estudiar el bachillerato en el municipio. Su matrícula es de 703 alumnos, de los cuales 243 corresponden a estudiantes de primer semestre (nuevo ingreso), en edades de entre 15 y 18 años.

Según los resultados de PLANEA en el Estado, en matemáticas son bajos los niveles de logro; la mayoría de los participantes están en el nivel I de logro y solo una minoría (1.68%) se encuentra en nivel IV, debido a que los alumnos que ingresan a nivel medio superior tienen dificultades para desarrollar este pensamiento matemático, ya que, no cuentan con los elementos básicos para avanzar.

Por lo anterior, con base en información proporcionada por Control Escolar; en el CETMar 19, existe un porcentaje alto de alumnos que reprueban asignaturas de matemáticas. Se observó que el nivel de aprovechamiento de la asignatura de Pensamiento Matemático I apenas alcanza el 60%, ya que, aunque los alumnos aprueban, lo hacen con la calificación mínima.

El recurso sociocognitivo de Pensamiento Matemático es uno de las UAC que conforman la estructura curricular actual del bachillerato tecnológico según el acuerdo secretarial 17/08/22 publicado en el Diario Oficial de la Federación el 02 de septiembre de 22.

De acuerdo con los resultados de las evaluaciones diagnósticas aplicadas a los alumnos de primer semestre en la UAC de Pensamiento Matemático, el 80% de los alumnos presenta problemas con temas básicos de matemáticas, es decir, operaciones elementales con números reales. Confirmando que las deficiencias se producen desde la educación básica. Por lo anterior, nos corresponde como institución implementar las estrategias adecuadas para dar solución a la problemática usando las herramientas actuales y al alcance tanto de la institución como de los alumnos.

Las TIC hoy en día juegan un papel importante dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje, tanto así, que el nuevo modelo educativo contempla el desarrollo de competencias tecnológicas para los docentes y alumnos al establecer la UAC de cultura digital. (SEP, Nuevo Modelo Educativo, resumen ejecutivo., 2017)

Según Pedro (2011) citado en Rodríguez, Light y Pierson (2014), “El mundo de hoy vive lleno de experiencias virtuales que hacen que la vida cotidiana conviva con la cultura digital”. (Rodríguez, Light, & Pierson, 2014)

Usar la tecnología para la enseñanza – aprendizaje es poder evadir las limitantes de espacio y tiempo, pues permiten que las personas puedan estudiar a cualquier hora y desde cualquier lugar.

La plataforma Khan Academy es una plataforma de aprendizaje en línea que tiene por objetivo “proporcionar una educación de clase mundial, libre para cualquier persona, en cualquier lugar.” (Rodríguez, Light, & Pierson, 2014)

Khan Academy ofrece un amplio catálogo de ejercicios de práctica, videos instructivos y un panel de aprendizaje personalizado que permite a los alumnos aprender a su propio ritmo, dentro y fuera del salón de clases. Dentro de los temas que se abordan en la plataforma se encuentran, las matemáticas, la ciencia, la programación de computadoras, la historia, la historia del arte, la economía y más. (Khan Academy, 2018)

HIPÓTESIS

El uso de la plataforma Khan Academy para el desarrollo del Pensamiento matemático mejora el aprovechamiento en las aulas de esta Unidad de Aprendizaje Curricular.

VARIABLES

Uso de la plataforma: Es el tiempo que se dedica en la plataforma Khan Academy al estudio de un tema de matemáticas en particular, expresado en horas.

Aprovechamiento: Es el logro de aprendizaje obtenido por los estudiantes de un grado y ciclo escolar, expresada en porcentaje. (SEP, Evaluación del factor aprovechamiento escolar, 2018)

Avance: El progreso que ha tenido el estudiante con las actividades asignadas por el tutor en la plataforma Khan Academy, expresado en porcentaje.

Tutor: Docente a cargo de una asignatura de matemáticas, quien a través de las evaluaciones agina contenido específico a cada alumno, expresado en números enteros.

Estudiante: Alumno que realiza las actividades en la plataforma asignadas por un Tutor, expresado en números enteros.

MARCO HISTÓRICO

La TIC en la educación

La integración de las TIC en la enseñanza data del año 1960, al incorporarse a la enseñanza del idioma inglés por el Psicólogo B.F. Skinner quien vio las posibilidades que ofrecían los primeros ordenadores.

La incorporación de las TIC's a la educación exige pensar previamente cuáles son los objetivos y los retos de la educación y como la presencia de las TIC's contribuye en las escuelas. (Carneiro, Toscano, & Díaz, 2015)

La Web 1.0

Empezó en los 60's, con navegadores de sólo texto, como ELISA, posteriormente surgió el HTML que hizo las páginas más agradables a la vista y a los primeros navegadores visuales como NETSCAPE e INTERNET EXPLORER. Esta web era de solo lectura, el usuario no podía interactuar con el contenido de la página y era limitada a lo que el web máster subía al sitio web. (Delgado, 2019)

La Web 2.0

Término acuñado por Tom O' Reily en el año 2004, hace referencia a la segunda generación de modelos de páginas web. Algunos mencionan que fue una nueva filosofía de navegar, una nueva forma de participar activamente en la red. (Delgado, 2019)

El nuevo formato hace énfasis en la participación, donde el usuario ya no se limita a acceder, sino que puede crear contenido; la web 2.0 eran todos los servicios de Internet cuya base de datos podría ser modificada en contenido, en formato o en ambos.

Freire (2007) citado en (Esteve, 2009) se refiere a la web 2.0 como la web social o la web de personas, ya que, esta web permitió la interacción y la participación del usuario con los contenidos de manera colectiva.

Las características de la web 2.0 son las que permiten que sean aplicadas a través de diversas herramientas a la educación, ya que dentro de sus bondades esta la colaboración a distancia entre diferentes personas. Eduardo Arcos (2005) citado en (Hernández, 2007) menciona que la web 2.0 trata de unificar esfuerzos y conocimientos recolectados de todas partes del mundo.

La web 3.0 adquiere la descripción de una web semántica, en donde es importante no solo buscar un significado sino todo aquello que tenga relación con él. (Clareno, 2011) citado en (López, 2017) menciona que la web 3.0 es un neologismo que se utiliza para describir la evolución del uso y la interacción en la red a través de diferentes caminos. Ello incluye, la transformación en una base de datos, un movimiento hacia contenidos accesibles por múltiples aplicaciones non-browser, el empuje de las tecnologías de inteligencia artificial, la web semántica, la web geoespacial, o la web 3D.

Por otra parte, la web 4.0 se centra en ofrecer un comportamiento más inteligente y predictivo, de modo, que podamos, con solo realizar una afirmación o una llamada, poner en marcha un conjunto de acciones que tendrá como resultado aquello que pedimos, deseamos o decimos. (Ariño, 2018)

Con respecto a la web 5.0, es una idea que aún está en desarrollo, sin embargo, se considera una web descentralizada en la que los usuarios tienen el control de sus datos y su identidad. Esta web permitirá a los usuarios “poseer una identidad” o avatar en internet alojada en servidores virtuales conectados a través de dispositivos inteligentes, con la posibilidad de usar la memoria y los recursos de los servidores a los que se conecte. (Patel, 2013)

Finalmente, la web 6.0 se piensa como una mejora hecha para los Administradores de Servicios de Información (ISM por sus siglas en inglés), también se pueden llamar extensiones de servicios web, los cuales son programas enfocados a mejorar la funcionalidad de los Servicios de Información de Internet (IIS por sus siglas en inglés) para ofrecer contenido estático, en otras palabras, servicios de alojamiento web que se ajustan a diferentes arquitecturas con el fin de adquirir eficiencia y estabilidad en la administración de los recursos de los servidores. (Khazode, 2016)

KHAN ACADEMY

Es una plataforma creada sin fines de lucro y por el docente estadounidense Salma Khan en 2006, quien es egresado del Tecnológico de Massachusetts y de la universidad de Harvard. Su principal objetivo es proporcionar una educación gratuita de nivel mundial para cualquier persona, en cualquier lugar.

Esta plataforma funciona bajo el esquema de educación en línea o a distancia; ofrece cursos en línea en diferentes áreas o disciplinas, entre ellas, las matemáticas en todos sus niveles. Ofrece un panel personalizado para el tutor, en el que se puede dar seguimiento a las actividades que se han asignado a los estudiantes. (Khan Academy, 2018)

Una de sus características más importantes, es la gratuidad, pues solo se necesita un ordenador con acceso a internet para poder utilizarla. Los alumnos se registran con un correo electrónico o Facebook y posteriormente utilizan el código que su tutor les asigne para unirse a un grupo. (Khan Academy, 2018)

La institución (CETMar19) podría incluir en el horario de los alumnos una hora de asesorías académicas de matemáticas en la plataforma Khan Academy, Esto permitiría al estudiante trabajar solo con los temas que necesita reforzar. Por lo tanto, se trabajaría una hora efectiva de asesoría académica.

Los recursos con los que se llevaría a cabo el estudio están disponibles dentro del plantel, es decir, se cuenta con computadoras y acceso a internet, además de la autorización para revisar las estadísticas de ciclos anteriores y actual para ser usados con fines estadísticos.

Experiencias de instituciones que han implementado el uso de la plataforma:

Rodríguez, J., Light, D., Pierson, E., en su documento de trabajo titulado “Khan Academy en aulas chilenas: Innovar en la enseñanza e incrementar la participación de los estudiantes en matemática”, nos dan a conocer la forma en que los docentes que están utilizando Khan Academy en Chile han incorporado este recurso en sus prácticas pedagógicas y cómo los estudiantes lo emplean para mejorar sus aprendizajes en matemática. (Rodríguez, Light, & Pierson, 2014)

Las TIC en general y Khan Academy en particular, representan un binomio de herramientas, que se pueden conjugar con las estrategias que se utilizan en el aula.

Los autores comentan que: “el acceso a herramientas y recursos educativos en el aula es un factor importante que influye en las posibilidades de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos, desafiantes, interesantes y de real ayuda para los estudiantes”. (Rodríguez, Light, & Pierson, 2014)

Este estudio se llevó a cabo en tres etapas, en la primera se implementó un proceso formativo para el docente acerca de la plataforma Khan Academy, la segunda etapa consistió en la implementación de las lecciones por parte del docente en su práctica educativa con el involucramiento y compromiso de los estudiantes con el contenido de estudio de matemática. Una tercera etapa consistió en develar los resultados del estudio.

ALCANCE DE LA INVESTIGACIÓN

Derivado de la problemática que presentan los alumnos de primer semestre, se propone implementar horas de estudio a través de la plataforma Khan Academy con el objetivo de fortalecer los temas básicos de matemáticas y que coadyuvar a la mejora del aprovechamiento en un principio en la UAC de Pensamiento Matemático I y posteriormente las demás áreas de conocimientos y recursos sociocognitivos de la malla curricular.

Las horas de estudios en la plataforma sustituyen las asesorías académicas presenciales, es a través de esta que el tutor o docente podrá monitorear el avance de los estudiantes. Cabe mencionar que previamente, el docente y los estudiantes deben registrarse en la plataforma con cuentas de tutor y estudiante respectivamente. Una vez registrados los alumnos deben matricularse a una clase creada por el tutor, usando el código que se le proporcionó.

De esta forma, el docente puede diseñar una ruta de contenidos a abordar y asignarlos a los estudiantes como actividad de reforzamiento.

El alcance correlacional consiste en determinar la relación positiva o negativa entre dos o más conceptos; con base a un mismo patrón para el mismo grupo de estudio. La investigación correlacional no solamente describe, sino también analiza y relaciona. (Investigación Científica, 2019)

Por lo tanto, en nuestra investigación podremos determinar la viabilidad de la plataforma de aprendizaje en línea Khan Academy, como apoyo en el desarrollo de la UAC de Pensamiento Matemático en el nivel Medio Superior.

Se determinará a través del análisis; la relación entre el aprovechamiento y el tiempo de uso de la plataforma.

MÉTODO

La investigación acerca del desarrollo del Pensamiento Matemático básico del nivel medio superior en los alumnos de nuevo ingreso, a través del uso de la plataforma de aprendizaje Khan Academy, en el Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 19, Frontera, Tabasco se llevará a cabo bajo un diseño de tipo No Experimental, ya que, tanto la variable independiente como dependiente no se pueden manipular de forma deliberada, sino que dependen de los resultados que se obtengan de las pruebas diagnósticas aplicadas a los alumnos.

Se analizarán los fenómenos que se vayan suscitando en cuanto al progreso de los alumnos de nuevo ingreso con relación al número de pruebas que se apliquen en éstos.

POBLACIÓN

Muestra y muestreo

Alumnos de nuevo ingreso de la institución (CETMar No. 19), los cuales en términos cuantitativos representan 243 estudiantes.

La muestra para la presente investigación estará representada por el 50% de alumnos de nuevo ingreso, los cuales serán elegidos a través de un muestreo probabilístico. Cabe mencionar que la mayoría de los alumnos que ingresan a la institución traen problemas con las matemáticas básicas por lo que podemos asegurar que la muestra estará conformada en su mayoría por alumnos de bajo rendimiento.

En el muestreo aleatorio simple todas las unidades que componen el universo son conocidas y tienen igual probabilidad de ser seleccionadas en la muestra. Para este proceso se utilizará la siguiente fórmula: $P = n/N$

Donde n es el tamaño de la muestra, que en este caso es del 50%, es decir, 122 estudiantes. Y N que representa el tamaño de la población, 243 alumnos. La probabilidad de que un alumno sea elegido es la misma para todos.

INSTRUMENTOS Y RECURSOS

Una muestra aproximada de 122 alumnos de nuevo ingreso (primer semestre) con quienes se trabajará en dicha plataforma y a quienes se le dará seguimiento para obtener los primeros resultados.

Un grupo de 4 docentes que tendrán a su cargo un grupo de entre 25 a 30 alumnos para dar acompañamiento durante el proceso.

El director del plantel quien autorizará el uso de las instalaciones y equipos necesarios para ejecutar el proyecto.

Un docente del área de TIC actualmente Cultura Digital; para dar instrucciones técnicas a los alumnos sobre el funcionamiento de la plataforma en general, así como

para habilitar los equipos de cómputo necesarios para que los alumnos desarrollen las actividades asignadas en la plataforma, así como para resolver algunos problemas técnicos que se pudieran presentar durante el proceso.

Equipos de cómputo con los que cuente la institución, conexión a internet y correos institucionales para los alumnos que participarán en el proyecto, los cuales el docente de Cultura Digital haya creado y proporcionado a la comunidad estudiantil; con el dominio: cetmar19.edu.mx.

RESULTADOS

La pre y post evaluación diagnóstica, permitirá obtener el aprovechamiento preliminar de los estudiantes antes y después de utilizar de utilizar la plataforma Khan Academy. Se espera que los resultados post evaluación indiquen que el aprovechamiento ha mejorado con la implementación de la plataforma y corregir las brechas de conocimientos en matemáticas que los estudiantes de nuevo ingreso traen desde nivel básico al medio superior.

Los reactivos de la evaluación se diseñarán de acuerdo con los programas de matemáticas del nivel básico (secundaria) que son los que se esperan que el alumno debe dominar.

Las variables objeto de este estudio son el Aprovechamiento del estudiante, el aprovechamiento en general de la muestra, en contraste con el avance que se tenga en la plataforma, la cual también se mide en porcentaje.

La fórmula siguiente nos ayudará a conocer el aprovechamiento de la muestra antes y después de las pruebas:

$$\text{aprovechamiento}_{\text{muestra}} = \frac{\sum \text{resultados de la prueba}}{\text{tamaño de la muestra}} * 10$$

ANÁLISIS

Productos

Producto Esperado	Descripción
PRE-EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA	Reporte de los resultados individuales y grupales de las pruebas aplicadas al inicio de la investigación.
POST-EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA	Reporte de los resultados individuales y grupales de las pruebas aplicadas al final de la investigación.
ACTIVIDADES EN PLATAFORMA	Temas y actividades seleccionados del catálogo de la plataforma de Khan Academy.
REPORTE SEMANAL DE AVANCES	Reporte del avance individual y grupal en porcentaje y por actividades de cada uno de los alumnos participantes.
REPORTE FINAL DE LOS RESULTADOS	Reporte de los resultados individuales y grupales de acuerdo con los porcentajes de aprovechamiento de los alumnos que participaron en la investigación.

CONCLUSIONES

La educación virtual marcó un hito en la utilización de las nuevas tecnologías, hacia el desarrollo de metodologías alternativas de aprendizaje para alumnos en poblaciones limitadas por su ubicación geográfica, la calidad de la docencia y el tiempo disponible. (Hernández, 2007)

El uso de la plataforma Khan Academy como una alternativa para la enseñanza de las matemáticas en las aulas del Centro de Estudios Tecnológicos del Mar No. 19; es pertinente para mejorar la experiencia tanto de los docentes como de los estudiantes en el proceso de enseñanza – aprendizaje de distintas disciplinas y en este caso matemáticas.

Las nuevas tecnologías han reinventado el esquema tradicional de enseñanza – aprendizaje en las aulas. Antequera (2013), en su artículo Khan Academy, una experiencia de Aula en secundaria, publicada en la revista de Didáctica de las matemáticas, hace referencia al uso de este tipo de tecnologías, sin embargo, sugiere que es necesario cuidar la estructuración de las actividades que van a desarrollar los alumnos con el objetivo de mejorar la eficacia y aprovechar mejor las posibilidades que ofrece esta plataforma. (Antequera, 2013)

Cuando se estructuran correctamente las experiencias y las actividades que se deseen realizar, se podrá alcanzar resultados mejores que los que se pudieran obtener en el desarrollo habitual de las clases, ya que, se trata de una herramienta motivadora y que involucra de manera efectiva al alumnado en la gestión y evaluación de su aprendizaje.

Finalmente, es importante mencionar el abanico de posibilidades que ofrecen las TIC, siempre y cuando sean utilizadas de manera eficiente y para los propósitos que fueron diseñadas. Esto puede resultar en cambios pedagógicos profundos, como el dominio del aprendizaje o la enseñanza personalizada. (Rodríguez, Light, & Pierson, 2014)

Limitaciones

Las limitaciones que se presentaron durante el desarrollo de esta investigación fueron la falta de conocimientos de algunos docentes del área de matemáticas en el manejo de la plataforma Khan Academy, por lo que los tiempos para su capacitación se dieron sobre la marcha y se presentaron algunos detalles en el manejo de la asignación de actividades de acuerdo al nivel de comprensión de los estudiantes. Sin embargo, considero que no fueron problema para llevar a cabo el trabajo. En cuanto a la cobertura del internet si fue un poco problemático, ya que el plantel se encuentra a dos kilómetros de la periferia de la ciudad, por lo que la cobertura es un poco limitada, el acceso a internet se pierde por momentos lo que impide en algunos casos dar continuidad a ejercicios que deben realizarse en línea.

Estas limitaciones, son temporales, ya que existe vinculación con empresas proveedoras de los servicios digitales, las cuales actualmente están ampliando la cobertura de banda ancha en la zona lo que permitirá mejorar los servicios y la enseñanza con el apoyo de la plataforma educativa.

REFERENCIAS

- Antequera, A. (2013). Khan Academy: Una experiencia de aula en secundaria. *Revista de Didáctica de las Matemáticas.*, 199-209.
- Cabañas Etxeberria, J. (2013). La plataforma Khan Academy para la enseñanza de las matemáticas en 1º de la ESO. San Sebastián: UNIR.
- Carneiro, R., Toscano, J. C., & Díaz, T. (2015). Los desafíos de las TIC para el cambio educativo. España: Fundación Santillana.
- Delgado, H. (04 de 06 de 2019). Diseño Web Akus. Obtenido de Evolución de la Web 1.0, 2.0 y 3.0. Diferencias y atributos.: <https://disenowebakus.net/>
- Espinoza, Y. (2018). Tabasco es segundo peor en matemáticas. *Tabasco Hoy*.
- Esteve, F. (2009). Bolonia y las TIC: de la docencia 1.0 al aprendizaje 2.0. *La cuestión universitaria*, 58-67.
- Gallardo de Parada, Y., & Moreno Garzón, A. (1999). Aprende a investigar. En *Recolección de la información* (págs. 103-112). Bogotá: ARFO EDITORES.
- Hernández, P. (2007). Tendencias de web 2.0 aplicadas a la educación en línea. No solo usabilidad. Obtenido de <http://www.nosolousabilidad.com/articulos/web20.htm>
- Investigación Científica. (12 de 04 de 2019). Investigación Científica. Obtenido de Alcance de la investigación científica: <https://investigacioncientifica.org/>
- Khan Academy. (30 de 11 de 2018). Khan Academy. Obtenido de <https://es.khanacademy.org/>
- Reyes Rodríguez, J. E. (2015). *Probabilidad y Estadística. Enfoque por competencias*. Mexico: Santillana.
- Rodríguez, J., Light, D., & Pierson, E. (2014). Khan Academy en aulas chilenas: Innovar en la enseñanza e incrementar la participación de los estudiantes en matemáticas. *Congreso Iberoamericano en Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.*, 17.
- Ruiz Bolívar, C. (2015). El MOOC: ¿Un modelo educativo para la educación universitaria? *Revista Apertura*, 1-14.
- Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista Universidad y Sociedad del Conocimiento*, 1-16.
- SEP. (2017). *Nuevo Modelo Educativo, resumen ejecutivo*. Mexico: Secretaria de Educación Pública.
- SEP. (08 de 12 de 2018). Evaluación del factor aprovechamiento escolar. Obtenido de <http://dgece.sev.gob.mx/>
- SETAB. (30 de septiembre de 2023). Resultados PLANEA Media Superior 2022 (Escuelas). Centro, Tabasco, México. Obtenido de <https://tabasco.gob.mx/sites/default/files/users/setabasco/Resultados%20PLANEA%20EMS%202022.pdf>
- Simons, M. (2010). Perspectiva didáctica sobre el uso de las TIC en clase de ELE. *Revista de Didáctica Español Lengua Extranjera*, 1-21.
- Thompson, C. (2011). How Khan Academy is Changing the Rules of Education. *Wired Digital*.
- Zúñiga Topete, J. A., Zúñiga Topete, E., & Zúñiga Topete, H. I. (2012). *Geometría y Trigonometría. Formación basada en competencias, valores y desarrollo de secuencias didácticas*. México: IURE.

EMERGENCIA DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN UNA COMUNIDAD DE ADULTOS MAYORES

Data de aceite: 02/05/2024

German Eduardo Rodriguez Orellana

Liceo Politenico de Aysen A-1
Chile

Martin Ignacio Borquez Concha

Academia de Humanismo Cristiano
Chile

RESUMEN: Esta investigación busca describir las prácticas matemáticas que posee una comunidad de Adultos Mayores a través de sus estrategias de ahorro y compra, identificando y emergiendo así su pensamiento matemático soportado por el programa Etnomatemática (D'Ambrosio, 2012). Lo anterior se adscribe a una perspectiva émica que descubre cómo los actores categorizan, ordenan y organizan los fenómenos socioculturales y económicos en su mente, del cual emerge el Etnomodelo -que es un valioso dato primario de la experiencia sociocultural que genera transformaciones y variantes-. Así se logra que los actores ratifiquen sus contextos socioculturales.

PALABRAS-CLAVE: Comunidad de Adultos Mayores, Etnomatemática, Etnomodelo, Pensamiento Matemático,

EMERGENCY OF MATHEMATICAL THINKING IN A ELDERLY COMMUNITY

ABSTRACT: This research seeks to describe the mathematical practices that an elderly community has through its savings and purchase strategies, thus identifying and emerging its mathematical thinking supported by the Ethnomathematics Program (D'Ambrosio, 2012). This is ascribed to an economic perspective that discovers how actors categorize, order and organize sociocultural and economic phenomena in their minds, from which emerges the Ethnomodel which is a valuable primary of the sociocultural experience that generates transformations and variants which is a valuable data from the socio-cultural experience that generates transformations and variants. This brings actors to ratify their socio-cultural contexts.

KEYWORDS: elderly community, ethnomathematics, ethnomodel, mathematical thinking.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Hoy en un mundo globalizado, capitalista y multicultural se observan y manifiestan distintas realidades: sociales, culturales y económicas; todas estas difieren rotundamente entre los países Sub-desarrollados o Sub-alternos y los países del Centro o Sub-desarrollantes, estos últimos siempre han estado en un constante desequilibrio de oportunidades en cuanto a la distribución y circulación de mercancías; pues los primeros *entregan* y los segundos *extraen*. Esta dicotomía de andamiaje claramente colonialista, se puede ver reflejada en una gran disparidad etno-cultural, que afecta de manera directa tantos aspectos etno-culturales, sociales y ontológicos de nuestra atomizada realidad privado-política.

En Chile esta situación no deja de ser diferente, el mordaz colonialismo impuesto desde hace décadas en Latinoamérica, ha conllevado a cambios abruptos de gobiernos, utilizando la fuerza militar como emblema absolutista de dominio y control civil. Un caso a destacar es el derrocamiento del legítimo gobierno del Presidente Salvador Allende en 1973. Dicho incidente estableció un nuevo sistema político, social y económico, logrando así profundizar y fortalecer el neoliberalismo en múltiples áreas lógicas de la sociedad. En tal sentido, el país experimentó modificaciones macro-estructurales y micro estructurales, fomentando el capitalismo-extractivista; pasando de ser un país en vías de industrialización a ser un país exportador de materias primas. Esta nueva reorganización política, la cual por cierto será la rúbrica que permeará el futuro del país, la podemos observar en el *fallido* modelo socioeconómico implantado por el autoritario régimen impuesto *de facto* por la dictadura militar. Una de las repercusiones inmediatas de este nuevo régimen de Estrada, fue el cambio en el Sistema de seguridad social, el cual se modificó, con la excusa de mejorar la cobertura, el servicio y las pensiones de vejez de la población. En Palabras de Quiroga:

“En 1981, la dictadura implementó una reforma radical al sistema de pensiones de Chile basada en la construcción de un esquema privado de capitalización individual [...]El sistema que tantos elogios cosechó en el mundo (...) no parece haberse beneficiado del alto crecimiento económico del país, lo que genera desigualdades cada vez mayores”¹

En este sentido, la Dictadura Militar modifico en el año 1981 a través de una reforma el sistema de seguridad social, transpasando las responsabilidades de este derecho universal a empresas privadas encargadas de administrar los fondos de cada trabajador por el resto de su vida. En general, desde que el sistema se implementó son las comunidades quienes han sufrido el debacle de sus ahorros mes tras mes disminuyendo así la calidad de vida de los adultos mayores y provocando incertidumbre en diversos factores sociales. Por tanto, hoy es una realidad que las comunidades de adultos mayores en Chile carecen de los recursos necesarios para costear distintos aspectos sociales tales como: salud, educación y alimentación. En efecto, como afirma Thumala:

1. Quiroga, Y. (5 de septiembre de 2008). *El sistema de pensiones en Chile*. Obtenido de El nuso : <http://nuso.org/articulo/el-sistema-de-pensiones-en-chile/>

Cuando los equilibrios poblacionales se alteran, las incertidumbres estructurales y cotidianas se multiplican. Los déficits no alcanzan a cubrirse con las posibilidades domésticas [...] Esto advierte sobre nuevos desafíos y amenazas que deben sortearse, especialmente cuando las nuevas posibilidades de vida generan necesidades y expectativas que “objetivamente” no podrían ser cubiertas con las actuales instalaciones institucionales ni afrontarse con los recursos tradicionales²

Como se puede apreciar en la citar anterior, es importante reconocer y evidenciar que no solo los equilibrios poblaciones se ven afectados por las incertidumbres de un sistema ineficiente, sino que también, los adultos mayores, perjudicados en tanto grupo social desplazado y en constante *anómia*, viven una realidad dispar al resto de la población, esto es provocado por los escasos recursos económicos recibidos del sistema de seguridad social que se implementa en la actualidad. Es por ello que profundizaremos en el estudio de los comportamientos y estrategias de ahorro y compras que poseen los adultos mayores en diversas situaciones matemáticas cotidianas, lo cual nos ayudara a identificar, comprender y revalorar los conocimientos matemáticos implícitos que involucra toda práctica que se realiza en contextos de ahorro y compras.

A través de esta problemática abordaremos la cuestión socio-epistemológica y Etnomatemática sobre el conocimiento emanado de los integrantes de estas comunidades de adultos mayores, buscando identificar las prácticas matemáticas que poseen los adultos mayores al enfrentarse a múltiples situaciones de la vida diaria y a su vez; resurgir y revalorar el pensamiento matemático de estos grupos etarios.

MARCO TEÓRICO

PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

Esta investigación está adscrita al PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA, el cual se caracteriza por tener una mirada democratizadora del saber, reconociendo y valorando las múltiples formas y condiciones de crear conocimientos matemáticos; Es una corriente sociocultural en Educación Matemática que problematiza la urgencia de considerar a las comunidades como entes generadores de saberes, prácticas y pensamiento matemático. Cabe destacar la importancia de las implicaciones pedagógicas que posee el Programa Etnomatemática fomentando desde dentro y fuera del curriculum otras formas de hacer y/o pensar las matemáticas en los diversos contextos. Una definición concisa sobre el Programa Etnomatemática fue planteada por D’Ambrosio,

2. Thumala, D., Arnold, M., Massad, C., Herrera, F. (2015). Inclusión y Exclusión social de las personas mayores en Chile. Santiago: SENAMA – FACSO U. de Chile. Ediciones Servicio Nacional del Adulto Mayor, P. 12.

El programa etnomatemático lleva implícita una crítica a la enseñanza de la matemática en las escuelas por estar al servicio de una sociedad, tecnificada y mercantilizada, que excluye a las minorías carentes de poder. Otro mundo, menos excluyente, es posible y deseable; un motor para el cambio está en la educación, en la escuela, en el currículo, en las matemáticas que se enseñan y aprenden.³

Es por ello que la Etnomatemática juegan un rol predominante en la descentralización y democratización del conocimiento, es a través del estudio los *etnos* donde radican las diversas maneras y concepciones de entender el mundo siendo estas prácticas matemáticas las que nos ayudan a concebir el pensamiento matemático de las comunidades, es por ello que se plantea que *las etnomatemáticas* no son únicas sino infinitas, cada *etno* posee diversas maneras de generar conocimiento matemático dependiendo de su entorno y necesidades que estas tengan. Es así que, desde un pensamiento situado podemos ver cómo las comunidades no logran generar una cognición clara sobre el conocimiento institucional, siendo este quien a lo largo de la historia ha sido implantado de forma hegemónica sobre las comunidades, sin considerar los distintos contextos y concepciones existentes entre los más invisibilizados en tanto sub-alternizados de la sociedad. Esto ha reducido y sigue produciendo un incremento de la marginación e invisibilidad de las otras matemáticas, negando ese valor cultural simbólico a muchas culturas y micro-culturas.

ETNOMODELO

Esta investigación tuvo como motivación general establecer los etnomodelos emergentes de una comunidad de adultos mayores, sistematizando los datos recopilados en este estudio, cabe señalar la importancia del análisis en que emerge el pensamiento matemático demostrado a través de prácticas matemáticas que describen y manifiestan las decisiones que se toman en torno a una situación matemática en este caso los desafíos de ahorros y compras. Así mismo, debemos no solo prestar atención en las prácticas que se ejecutan si no a las estrategias que se utilizan para solucionar diversas situaciones matemáticas; es a través de estas estrategias que podemos identificar y comprender el pensamiento matemático como emergencia de los integrantes de las comunidades. Por consiguiente, las prácticas matemáticas y el pensamiento matemático nos facilitan el estudio de los etnomodelos, que permiten acceder y comprender, desde el punto de vista del actor, los significados que éste asigna a determinados fenómenos. En suma, los etnomodelos son expresiones individuales de representaciones colectivas pertenecientes a un sistema sociocultural, que revelan cómo el actor percibe, conceptualiza y simboliza su realidad.

Los aspectos abordados en esta investigación son los siguientes:

3. D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), pp. 100-107.

- i) Categorías de códigos generales: estrategias de ahorro de los participantes de la comunidad.
- ii) Expansión de datos: visión global de técnicas de ahorro por la comunidad para conseguir recursos.
- iii) Análisis interpretativo: categorías de frases y concepciones específicas.

METODOLOGÍAS

La etnografía juega rol predominante cuando hablamos de estudios etnomatemáticos, a través de esta es posible recopilar, sistematizar y generalizar los datos recopilados. En general los estudios etnomatemáticos sin la ciencia de la etnografía no lograrían los objetivos propuestos.

Para abordar este trabajo se decide considerar la estrategia etnográfica planteada por Goetz & LeCompte incluyendo las siguientes fases:

- 1.- Exploración inicial.
- 2.- Ubicación de la población de estudio.
- 3.- Obtención de instrumentos para recolectar información.
- 4.- La inmersión en la comunidad.

En aspectos metodológicos, esta investigación centra su atención en el problema relacionado a los bajos recursos económicos que hoy en Chile, reciben los adultos mayores a través del arbitrario sistema de seguridad social dominante. En consecuencia, debido a las dificultades que vive el grupo etario en cuestión, problematizaremos las formas de organizar y estructurar el conocimiento, relacionando la falta de recursos económicos y las soluciones que ellos brindan para costear las necesidades básicas que implica la vida cotidiana. Mediante la técnica de focus-group y el estudio de campo, se recopilaron los datos necesarios, en los cuales fueron surgiendo preguntas que ahondaron en situación cotidianas de ahorros y compras. En consecuencia, familiarizaremos el lenguaje técnico-específico del entorno para así brindar los significados que estos adquieren en las prácticas de ahorros y compras. Por lo tanto, los análisis de los datos recogidos en el estudio de campo nos permiten organizar, manipular y recuperar los segmentos significativos que nos proporcionan los signos necesarios para representar los etnomodelos.

Resultados principales de investigación de campo

- A. Etnomodelo 1 “Ser precavida”.
- B. Etnomodelo 2 “Comprar lo necesario”.
- C. Etnomodelo 3 “Ser Realista”

CONCLUSIONES

En esta investigación se ha logrado apreciar como el contexto y el entorno influyen y expresan las formas de pensar matemáticamente que las actoras tienen para llevar a cabo sus desafíos de ahorro y compra. En síntesis, podemos elucubrar, que las experiencias de las actoras poseen rasgos del lenguaje interior que se manifiestan como medio revelador del pensamiento, pues ha quedado de manifiesto en la emergencia de los etnomodelos el pensamiento matemático que posee la comunidad de adultos mayores descrita en este estudio.

REFERENCIAS

Alberti, M. (2007). *Interpretación situada de una práctica artesanal*. (Tesis doctoral).

Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales. Universidad Autónoma de Barcelona, España.

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), pp. 100-107.

Quiroga, Y. (5 de septiembre de 2008). *El sistema de pensiones en Chile*. Obtenido de El nuso : <http://nuso.org/articulo/el-sistema-de-pensiones-en-chile/>

Thumala, D., Arnold, M., Massad, C., Herrera, F. (2015). Inclusión y Exclusión social de las personas mayores en Chile. Santiago: SENAMA – FACSO U. de Chile. Ediciones Servicio Nacional del Adulto Mayor.

FABRÍCIO MORAES DE ALMEIDA: Profesor del Departamento de Ingeniería Eléctrica – UFRO (Brasil) y Profesor/Investigador del Programa de Doctorado PGDRA/UFRO (Brasil). Líder del grupo de investigación GEITEC (www.geitec.unir.br). Es Doctor en Física por la Universidad Federal de Ceará (Brasil) desde 2005 con posdoctorado - UFMT/CNPq - Brasil (2009), para más información visite: <http://lattes.cnpq.br/5959143194142131>.

Y también para otra información visite el enlace: <https://www.researchgate.net/profile/Fabricio-Almeida>

A

- Agentes inteligentes 90
- Agricultura de precisión 90, 91, 94, 97
- Aprendizaje profundo multimodal 90, 91, 92, 94
- Automatization 2

C

- Central hidroeléctrica 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 19
- Código en el software MATLAB 81
- Computación aplicada 90
- Comunidad de adultos mayores 126, 129
- Consumo mensual de energía eléctrica do brasil 44, 45, 46, 47
- Controlador lógico programable (CLP) 1, 2, 4, 17, 33

D

- Drainage and emptying system 2

E

- Educación media superior 115, 116, 117
- Etnomatemática 126, 128, 129, 131
- Etnomodelo 126, 129, 130

F

- Flujos radiativos de onda 63

G

- Germinación de semillas de café 78, 79, 80

I

- Intervención educativa 115
- IoT 90
- IR-C 3 64

K

- Khan Academy 115, 116, 118, 120, 121, 122, 123, 124, 125

L

- láser He-Ne de 633 nm 78
- Local hidroelectric plant 2
- Loess 40, 41, 42, 45, 47, 48

M

Máscaras de fase aleatorias 50, 52

Modificación (degradación) 75

Montaje optoelectrónico 81, 82

N

Norma del gráfico 100, 101, 109, 112, 113

O

Operaciones de truncamiento 50, 52, 53, 54, 57

Operadores diferenciales de orden par 100, 101

Optimización del sistema 1

P

Pensamiento matemático 115, 116, 117, 118, 121, 122, 126, 128, 129, 131

Procesamiento digital de imágenes 78, 79

Programmable logic controller 2

R

Radiación solar neta espectral 60, 61, 62, 77

Rendimiento académico 115

S

Sarima 40, 41, 42, 43, 45, 46, 47, 48

Semigrupo de contracción 101, 103, 104, 105, 108, 112, 113

Semillas de café 78, 79, 80, 81, 82, 83

Sensores remotos 61, 90

Sistema de drenaje y vaciado 1, 2, 3, 4, 10, 23, 24, 27, 33

Sistema operativo android 81

Sistemas de encriptación en fase para imágenes 50

Speckle dinámico 78, 79, 80, 83, 84, 89

Superior, tecnologías de la información 115

T

Tecnologías de la información 115, 116

Teorema de Hellinger-Toeplitz 100

Transformada de hartley fraccionaria 50

U

Ubicación geográfica 62, 124

EXPLORANDO LAS CIENCIAS EXACTAS

TEORÍA Y APLICACIONES EN
EL MUNDO DE LOS NÚMEROS



www.atenaeditora.com.br



contato@atenaeditora.com.br



[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)



www.facebook.com/atenaeditora.com.br

EXPLORANDO LAS CIENCIAS EXACTAS

TEORÍA Y APLICACIONES EN
EL MUNDO DE LOS NÚMEROS



www.atenaeditora.com.br



contato@atenaeditora.com.br



[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)



www.facebook.com/atenaeditora.com.br