

# Análisis de pronósticos de precios para el mercado integrado latinoamericano mila 2010-2019 desde los postulados de la **geometría fractal**

Alejandro Acevedo Amorocho  
Luis Hernando Restrepo Sierra  
Duwámng Alexis Prada Marín  
Helga Lucero Barrera Arciniegas



**Atena**  
Editora  
Año 2024

# Análisis de pronósticos de precios para el mercado integrado latinoamericano mila 2010-2019 desde los postulados de la geometría fractal

Alejandro Acevedo Amorocho  
Luis Hernando Restrepo Sierra  
Duwámng Alexis Prada Marín  
Helga Lucero Barrera Arciniegas



**Atena**  
Editora  
Año 2024

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Camila Alves de Cremo

Ellen Andressa Kubisty

Luiza Alves Batista

Nataly Evilin Gayde

Thamires Camili Gayde

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2024 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2024 Os autores

Copyright da edição © 2024 Atena

Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo do texto e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Adilson Tadeu Basquerote Silva – Universidade para o Desenvolvimento do Alto Vale do Itajaí

Prof. Dr. Alexandre de Freitas Carneiro – Universidade Federal de Rondônia

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Paraná

Prof. Dr. Américo Junior Nunes da Silva – Universidade do Estado da Bahia

Profª Drª Ana Maria Aguiar Frias – Universidade de Évora  
 Profª Drª Andréa Cristina Marques de Araújo – Universidade Fernando Pessoa  
 Prof. Dr. Antonio Carlos da Silva – Universidade de Coimbra  
 Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
 Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais  
 Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
 Prof. Dr. Arnaldo Oliveira Souza Júnior – Universidade Federal do Piauí  
 Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense  
 Profª Drª Caroline Mari de Oliveira Galina – Universidade do Estado de Mato Grosso  
 Prof. Dr. Crisóstomo Lima do Nascimento – Universidade Federal Fluminense  
 Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
 Prof. Dr. Daniel Richard Sant’Ana – Universidade de Brasília  
 Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
 Profª Drª Dilma Antunes Silva – Universidade Federal de São Paulo  
 Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá  
 Prof. Dr. Elson Ferreira Costa – Universidade do Estado do Pará  
 Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima  
 Profª Drª Geuciane Felipe Guerim Fernandes – Universidade Estadual de Londrina  
 Prof. Dr. Gustavo Henrique Cepolini Ferreira – Universidade Estadual de Montes  
 Claros  
 Prof. Dr. Humberto Costa – Universidade Federal do Paraná  
 Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
 Prof. Dr. Jadilson Marinho da Silva – Secretaria de Educação de Pernambuco  
 Prof. Dr. Jadson Correia de Oliveira – Universidade Católica do Salvador  
 Prof. Dr. Jodeyson Islony de Lima Sobrinho – Universidade Estadual do Oeste do  
 Paraná  
 Prof. Dr. José Luis Montesillo-Cedillo – Universidad Autónoma del Estado de México  
 Profª Drª Juliana Abonizio – Universidade Federal de Mato Grosso  
 Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
 Prof. Dr. Kárpio Márcio de Siqueira – Universidade do Estado da Bahia  
 Profª Drª Kátia Farias Antero – Faculdade Maurício de Nassau  
 Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal do Paraná  
 Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
 Profª Drª Lucicleia Barreto Queiroz – Universidade Federal do Acre  
 Prof. Dr. Luis Ricardo Fernandes da Costa – Universidade Estadual de Montes Claros  
 Prof. Dr. Lucio Marques Vieira Souza – Universidade do Estado de Minas Gerais  
 Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
 Profª Drª Marianne Sousa Barbosa – Universidade Federal de Campina Grande  
 Profª Drª Marcela Mary José da Silva – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
 Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Pontifícia Universidade Católica de Campinas  
 Profª Drª Maria Luzia da Silva Santana – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
 Prof. Dr. Miguel Rodrigues Netto – Universidade do Estado de Mato Grosso  
 Prof. Dr. Pedro Henrique Máximo Pereira – Universidade Estadual de Goiás  
 Prof. Dr. Pablo Ricardo de Lima Falcão – Universidade de Pernambuco  
 Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador  
 Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-  
 Oeste

Prof. Dr. Saulo Cerqueira de Aguiar Soares – Universidade Federal do Piauí

Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Profª Drª Vanessa Ribeiro Simon Cavalcanti – Universidade Federal da Bahia /  
Universidade de Coimbra

Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de  
Janeiro

Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

# Análisis de pronósticos de precios para el Mercado Integrado Latinoamericano MILA 2010-2019 desde los postulados de la geometría fractal

**Diagramação:** Ellen Andressa Kubisty  
**Correção:** Andria Norman  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Autores:** Alejandro Acevedo Amorocho  
 Luis Hernando Restrepo Sierra  
 Duwámng Alexis Prada Marín  
 Helga Lucero Barrera Arciniegas

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)</b>	
A532	<p>Análisis de pronósticos de precios para el Mercado Integrado Latinoamericano MILA 2010-2019 desde los postulados de la geometría fractal / Alejandro Acevedo Amorocho, Luis Hernando Restrepo Sierra, Duwámng Alexis Prada Marín, et al. - Ponta Grossa - PR: Atena, 2024.</p> <p>Otro autor                      Helga Lucero Barrera Arciniegas</p> <p>Formato: PDF                      Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader                      Modo de acceso: World Wide Web                      Incluye bibliografía                      ISBN 978-65-258-2234-1                      DOI: <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.341240802">https://doi.org/10.22533/at.ed.341240802</a></p> <p>1. Mercado financiero - América Latina. I. Amorocho, Alejandro Acevedo. II. Sierra, Luis Hernando Restrepo. III. Marín, Duwámng Alexis Prada. IV. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD 332.642</p>
<b>Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos - CRB-8/9166</b>	

**Atena Editora**  
 Ponta Grossa - Paraná - Brasil  
 Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao conteúdo publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que o texto publicado está completamente isento de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

El fin buscado en la presente investigación está orientado en una primera fase en determinar si las series de tiempo de los mercados que integran el MILA, como lo es el índice COLCAP de Colombia, el IPSA de Chile, el IPC de MÉXICO y el IGBVL de Perú, poseen persistencia (es decir memoria histórica), o atienden a los postulados de las estructuras caóticas, revisión que se dio mediante el establecimiento del exponente de Hurst, para una ventana de observación comprendida entre enero de 2010 a Junio de 2020, y en especial las semanas posteriores al confinamiento orientado por la OMS en virtud de la pandemia desatada por el Sars-Covid 19, de tal forma poder aplicar instrumentos econométricos que permitan hacer modelamientos y pronósticos de futuros precios para periodos posteriores a la línea de tiempo objeto de análisis.

Para lograr cubrir el propósito de estudio, se desarrollan test de no-linealidad de las series temporales mediante por medio de la prueba QQ-plot, por su parte para poder determinar si las series poseen memoria histórica se utiliza el método del exponente de Hurst, al igual que el contraste de auto similitud mediante el cálculo de la dimensión fractal, la cual permitió determinar que las series temporales de los mercados poseen un índice de Hurst superior a 0.5, con lo cual se dio garantía que los instrumentos econométricos se podía aplicar atendiendo a los supuestos que los sustentan; dicho ejercicio preciso que este tipo de instrumentos no son tan precisos en momentos tan coyunturales como lo fue el periodo pandémico, puesto que los resultados obtenidos con respecto a los datos generados por el mercado difieren en gran medida.

**PALABRAS-CLAVE:** Índice de Hurst, memoria histórica, persistencia, pronósticos, Volatilidad.

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I - PROTOCOLO DE INVESTIGACIÓN .....</b>	<b>3</b>
1.1 Planteamiento del problema .....	3
1.2 Justificación .....	4
1.3 Profundidad del estudio .....	6
1.4 Pregunta de investigación .....	6
1.5 Hipótesis .....	6
1.6 Hipótesis estadística.....	7
1.7 Objetivo general .....	7
1.8 Objetivos específicos .....	7
1.9 Alcances y limitaciones .....	8
<b>CAPÍTULO II - FUNDAMENTO TEÓRICO.....</b>	<b>9</b>
2.1 Estado del arte .....	9
2.1.1 Integración económica .....	9
2.1.2 Integración Financiera .....	11
2.1.3 Teoría de integración bursátil .....	12
2.1.4 Introducción a los Mercados Financieros .....	15
2.1.5 Análisis fundamental de los mercados financieros.....	16
2.1.6 Las crisis financieras y la dinámica del mercado financiero.....	17
2.1.6.1 El Crack de 1929 .....	18
2.1.6.2 La turbulencia de los mercados en los ochenta .....	19
2.1.6.3 La crisis de las PuntoCom .....	21
2.1.6.4 La crisis Subprime .....	22
2.1.7 Caracterización de los mercados objeto de estudio .....	23
2.1.7.1 Análisis del comportamiento histórico de los Mercados y de los índices en cuanto a liquidez, concentración y tamaño.....	24
2.2 Referente teórico de los mercados financieros.....	38
2.3 Bases teóricas - científicas.....	41

2.3.1 Teoría financiera clásica .....	42
2.3.2 Hipótesis de mercados eficientes .....	43
2.3.3 Fallos en los modelos tradicionales .....	44
2.3.4 Teoría del caos.....	46
2.3.5 Los fractales y sus propiedades .....	47
2.3.6 La Dimensión fractal .....	49
2.3.7 Definición matemática de la Dimensión fractal .....	50
2.3.7.1 El Coeficiente de Hurst .....	50
2.3.8 Tipos de fractales .....	51
2.3.9 Análisis estadístico para series temporales con memoria larga.....	52
2.3.9.1 Prueba de normalidad .....	52
2.3.9.2 Prueba Pareto -Lévy para determinar colas pesadas.....	54
2.3.9.3 Análisis Fractal .....	55
2.3.9.4 Análisis Estadístico .....	55
2.3.10 Aplicaciones de los fractales .....	56
2.3.10.1 Fractales en los mercados financieros.....	56
2.3.11 Hipótesis del mercado fractal .....	58
2.3.12 Análisis fractal para series temporales .....	60
2.3.13 Modelos y herramientas de pronósticos utilizados en las series de tiempo de los mercados financieros.....	61
2.3.13.1 Herramientas econométricas .....	62
2.4 Marco de aproximación conceptual .....	63
2.4.1 La teoría de las series temporales .....	64
2.4.2 Modelo de series temporales .....	65
2.4.3 Modelos univariados .....	66
2.4.4 Modelos de caja negra .....	66
2.4.3 Metodología Box – Jenkins .....	67
2.5 Marco legal.....	69
2.5.1 Marco regulatorio del mercado colombiano .....	69

2.5.2 Marco regulatorio del mercado Mexicano .....	69
2.5.3 Marco regulatorio del mercado chileno .....	70
2.5.4 Marco regulatorio del mercado peruano .....	70
2.6 Operacionalización de las variables .....	70
<b>CAPÍTULO 3 - MARCO METODOLÓGICO .....</b>	<b>72</b>
3.1 Matriz de congruencia .....	72
3.2 Profundidad.....	73
3.3 Diseño metodológico.....	73
<b>RESULTADOS .....</b>	<b>79</b>
4.1 Análisis de las series temporales y la evidencia de memoria temporal.....	79
4.1.1 Verificación de memoria histórica en los mercados que integran el MILA mediante el cálculo del coeficiente de Hurst .....	79
4.2 Aplicación de métodos y generación de modelos econométricos.....	83
4.2.1 Análisis para la serie del COLCAP - Colombia .....	83
4.2.2 Análisis para la serie de la bolsa chilena.....	89
4.2.3 Análisis para la serie de la bolsa mexicana .....	94
4.2.3.1 Identificación del modelo GARCH .....	100
4.2.3.2 Diagnóstico.....	102
4.2.3.3 Pronóstico.....	103
4.2.4 Análisis para La Serie de la Bolsa peruana .....	105
4.2.4.1 Identificación del modelo GARCH .....	111
4.2.4.2 Diagnóstico.....	113
4.2.4.3 Pronóstico.....	114
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>117</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>119</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>120</b>

# INTRODUCCIÓN

La evidencia empírica aportada por teóricos y académicos dejan ver que sus postulados referentes a las decisiones financieras reposan sobre dos pilares, el primero de ellos es que los precios que se generan en los mercados acopian la gran mayoría de la información con la cual los inversionistas pueden tomar sus decisiones, y la segunda orientación es que dichas inversiones se toman desde una perspectiva racional, estos supuestos hacen que la labor de la academia se torne en una cuestión llana y sin robustez, que no permite vislumbrar con la suficiente profundidad los aspectos y variables que se conjugan para formar el fenómeno de volatilidad y cambios dramáticos de mercado, dicha labor ha sido abordada con mayor detalle por expertos en el denominado tema del Behavioral Finance como Daniel Kahneman (decisiones Bajo Incertidumbre), Robert Shiller, Eugene Fama y Lars Peter Hansen (Mercados ineficientes y Burbujas) y Richard Thaler (Integración Psicología & Economía), premios Nobel del 2002, 2013 y 2017 respectivamente, los cuales proponen una explicación con mayor ahínco, indicando que debido al comportamiento a veces irracional del ser humano termina afectando las mismas decisiones en tema de inversión, y de paso el cambio de precios y rentabilidades en los mercados de capitales.

Para los expertos en el argot financiero expresan que existen principalmente tres errores que cometen los inversores, la primera de ellas es el dejarse dominar por las emociones como el desasosiego, la inmodestia y la apetencia, una segunda arista es no apropiarse del entendimiento de las razones de mercado y la tercera es no dejar la debida distancia con el capital; estos aspectos al aparecer en las inversiones terminan castigando los márgenes de rentabilidad de los inversionistas.

Estos impulsos pueden en gran medida modelarse y tratar de revisar potenciales predicciones que coadyuven a la mejorar toma de decisiones, y que el riesgo se disminuye, más no la incertidumbre.

De igual manera es importante precisar que existe un significativo número de estudios y publicaciones que han evidenciado el progreso de las operaciones de mercado bajo los postulados y teoremas de la Teoría Financiera Clásica, y este es una tendencia que ha mostrado un incremento en las últimas décadas como por ejemplo los aportes de Mandelbrot (1997, 1999, 2006).

Estas aportaciones empíricas de naturaleza crítica son capitaneadas por el desarrollo del Análisis Técnico (herramienta para la toma de decisiones en los agentes de trading), así como por el área del Behavioral Finance (y/o finanzas del comportamiento). La primera herramienta busca identificar las ineficiencias del mercado de tal forma de tomar una ventaja con respecto a los demás agentes financieros, mientras que la segunda correlaciona la conducta del ser humano y la generación de los precios.

Aunado a lo anterior, a lo indicado anteriormente, teóricos y académicos han elaborado propuestas desde los axiomas de la teoría del caos, que permiten observar el fenómeno y comportamiento del mercado desde la óptica de las ciencias físicas.

Ahora bien, y a pesar del gran volumen de trabajos existentes sobre el tema de pronósticos, al parecer del autor quedan muchas líneas prometedoras por explorar. Entre ellas, este trabajo el cual pretende centrarse en dotar de robustez a las soluciones proporcionadas por las técnicas fractales, entendiéndose por robustez la fiabilidad del modelo en escenarios con incertidumbre; Dentro del marco de los trabajos aportados por diferentes teóricos, la mayor fuente de incertidumbre tiene que ver con la calidad de las estimaciones de los precios de los activos que hacen que el comportamiento previsto de las soluciones obtenidas por los algoritmos quede lejos del real.

Con el escenario planteado anteriormente, y al respecto de formalizar una propuesta de modelar mediante la verificación de memoria mediante la utilización de fractales, sinergizando el modelo mediante la utilización de técnicas econométricas, para poder en gran medida establecer a priori los potenciales precios de los mercados que integran el MILA (Mercado Integrado Latinoamericano), labor que podría conllevar a potenciales inversionistas tanto corporativos como personales, a utilizar este tipo de instrumento que les permita mejorar los rendimientos de sus portafolios, y disminuir el riesgo dada las volatilidades de los activos que los componen.

Dicho esto, se considera que la línea de investigación que encuadra con el presente trabajo es la de “Finanzas” pues lo que se pretende es la estructuración de un modelo para pronosticar los mercados que componen el MILA.

## PROTOCOLO DE INVESTIGACIÓN

El presente apartado posee los acápites necesarios para dar estructura y soporte para el desarrollo del ejercicio investigativo, son varios los componentes que posee el presente cuerpo entre ellos está el encuadre del ejercicio a la línea de investigación, el planteamiento del problema, su justificación, los objetivos a los que apunta y la hipótesis que se requiere precisar, lo anteriormente indicado se podrá apreciar en cada uno de los componentes del presente capítulo.

### 1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Se hace evidente que los paradigmas estructurados para el análisis de las series de tiempo univariadas se estudian bajo la óptica de la estacionariedad cuyo comportamiento se ajusta a un modelo lineal, la realidad muestra que en la gran mayoría de los casos las series de tiempo (especialmente las financieras) no son estacionarias y tampoco presentan una dependencia lineal. Bajo estos paradigmas se ajustan modelos econométricos simplificando los análisis al asumir que la condición de linealidad no perturba la bondad de predicción de estos, aun sabiendo que las series de tiempo no atienden a los principios de normalidad y linealidad.

Numerosos teóricos de la ciencia financiera han estructurado modelos que ayudan tanto a académicos como inversionistas a entender, explorar y pronosticar (en cierta forma) los comportamientos de los activos que son revisados para potenciales inversiones, actividad que ha desarrollado una significativa evolución de los mercados financieros. Los avances teóricos son sustentados con los desarrollados de modelos matemáticos robustos, siendo su materia prima los precios y subsecuentemente los rendimientos suavizados de las series temporales, actividad que se enfoca a maximizar los rendimientos de los inversionistas mediante la puesta a punto de dichas herramientas de pronóstico.

Fama & French (1993) precisan que el fácil acceso a la información financiera acceso a la información financiera, de la mano con la sustancial mejora de los instrumentos estadísticos utilizados para la estructuración de portafolios hace que estos evolucionen en estructuras más complejas, con el fin de lograr resultados comparativos de Trade Off adecuados entre el riesgo y el retorno en las inversiones de capital.

Estas dinámicas y planteamientos de modelos han anclado sus observaciones en el comportamiento de los desvíos estándar entre valores observados y los planteados por el elemento teórico, actividad que ha impulsado la génesis de novedosos enfoques, que han evolucionado de la observación de series aleatorias a modelamientos de series caóticas.

Las volatilidades de los activos financieros y no financieros han conllevado a la estructuración de modelos más universales orientados a la revisión de los mercados financieros, tal es el caso la estructuración de axiomas revolucionarios como lo es la Teoría

del Caos, aplicado a las tendencias de los precios y rentabilidades de los activos, o la misma puesta en escena de la Geometría fractal mediante la revisión gráfica de la performance de los precios de los activos.

La identificación de la evolución de los modelos conlleva a que Levine & Zervos (1996) propusieran que los modelos que utilizaban potenciales correlaciones entre numerosos datos como lo son las rentabilidades de los activos, las variables contables de las organizaciones, y progresiones a nivel macroeconómico, las cuales se orientan a buscar señales o pautas orientadas a la optimización y el reparto de activos.

Por lo planteado anteriormente, se puede indicar que el problema radica principalmente en que la mayoría de los pronósticos se están desarrollando sin tener en cuenta si las series temporales poseen memoria histórica, que es también denominada como persistencia, la cual se mide mediante la elaboración y comprobación del Índice de Hurst y el cálculo de la Dimensión Fractal, con lo cual se puede precisar si  $H > 0.5$ , con lo cual se puede ejecutar con una mayor seguridad a la hora de desarrollar y pronosticar mediante instrumentos econométricos.

## 1.2 JUSTIFICACIÓN

En este apartado se precisará por qué la línea base de investigación para el trabajo objeto de estudio será la Geometría Fractal, la Estadística y la Econometría; lo anterior debido a que todo su planteamiento se dinamiza en el mercado de capitales, por ende, se requiere de instrumentos que ayuden a académicos e inversionistas a visualizar el mercado con una mejor precisión de pronóstico, que es en últimas la esencia de dicha labor.

Ahora bien, como el tema abordado se orienta a desarrollar herramientas de pronóstico, se hace necesario explorar como es concebido los actuales postulados sobre la materia, pues según Prieto (2016), precisa que en contraste de la disciplina financiera con otras áreas académicas como lo son las ciencias exactas, los postulados financieros y en especial la teoría de mercados eficientes no se han materializado propuestas adicionales que den cuenta de la realidad de dicho mercado, pues de eficiente dista mucho para ser realidad, y que hoy por hoy aún siguen dando denominaciones y premios, como lo es el caso en 2013 el conferido a Eugene Fama, Lars Peter Hansen, y Robert J. Shiller, por su trabajo denominado Análisis empírico sobre la evolución de precios, teóricos premiados por el Nobel, los cuales ensayan exponer la metamorfosis de los mercados financieros, a la luz de diversos enfoques y conclusiones disidentes, que en nada ayudan a revisar nuevos axiomas que sean más ajustados a las realidades del mercado actual.

De igual forma Prieto (2016), señala que el tejido académico había sido eclipsado por propuestas orientadas a aceptar la presencia de un mercado eficiente, la cual predominó en dicho contexto hasta la década de los años ochenta.

Cabe indicar que los postulados sobre los que se cimienta la teoría de mercados

eficientes tienen su génesis en el trabajo aportado por el matemático Louis Bachelier, labor que lleva por nombre de la teoría de la especulación, orientado a revisar el desempeño y dinámica de los valores de los activos en la Bolsa de París (Bachelier 1900).

En palabras de Dimson & Mussavian (1998), indican que este importante aporte desarrollado por el teorista en un principio no logró tener la atención en la inmediatez, ni el reconocimiento por parte de teóricos del siglo XX, pues no fue sino más de medio siglo después que basándose en sus propuestas, economistas como Markowitz (1952), lo utilizara como el sustento donde reposa y se desarrolla sus propios modelos, uno de ellos denominado “Teoría de portafolios eficientes”.

Con la dinámica imprimida por Markowitz, los postulados de Bachelier tomaron la fuerza y reconocimiento de dicho aporte, logrando que numerosos teóricos basen sus propuestas en función de los postulados de 1900, que entre los más apreciables se encuentran aquellos enfocados a la revisión de los mercados, y como estos mediante la autorregulación generada por las leyes de oferta y demanda se dinamizan (Fama 1998, o Fama y French 1988), de igual forma, y en la misma línea se encuentran las aportaciones de estudios experimentales que están basados en los postulados de la evolución aleatoria del precio de los activos financieros en espacial el performance de las acciones (Samuelson 1965).

Con estos trabajos pioneros, se ha podido evidenciar un crecimiento sustancioso en la cantidad de publicaciones orientadas a definir el comportamiento de los activos, labor desarrollada mediante la aplicación de diferentes herramientas que permiten hacer dicha revisión uno de los teóricos reconocido que ha aportado a dicha revisión es el profesor polaco Benoît Mandelbrot, autor que en diferentes momentos (1997, 1999, 2001a, 2005), el cual ha hecho una serie de aportes desde los axiomas de la geometría fractal que han aperturado y ampliado el espectro de pensamiento y aplicación a este campo cada vez más revisado por corporativos y académicos.

De igual forma es importante precisar que todos y cada uno de los aportes basan sus sustentos desde los métodos y desarrollos del Análisis Técnico, y desde las aristas y direccionamiento del Behavioral Finance. En donde la primera perspectiva revisa las imperfecciones del mercado, mientras que la segunda vincula variables de la conducta humana y su correlación con la dinámica de precios. Aunado a lo anterior, y según Prieto (2016) es plausible y evidente, que se han generado un sinnúmero de propuestas disyuntivas, pues el mercado financiero actual posee la apropiación de una mayor cantidad de estudios y herramientas cuantitativas, las cuales se basan en discernimientos apropiados de la Teoría del Caos, las cuales poseen su robustez y fundamentación en la norma de las ciencias físicas.

Por lo esbozado anteriormente, y en virtud de la multipluridad de enfoques y herramientas, la presente investigación pretende desarrollar un modelo de pronóstico, utilizando herramientas de econometría, no sin antes hacer una revisión sistémica de las series de tiempo de los mercados que integran el MILA, labor que se desarrolló mediante

la revisión de la geometría fractal, método que permite revisar si los datos poseen memoria histórica, con lo cual poseer mayor grado de exactitud a la hora del desarrollo de los modelos de pronósticos.

### **1.3 PROFUNDIDAD DEL ESTUDIO**

Cada vez se aprecia de forma concurrente la aparición de evidencia empírica en la revisión de los sistemas financieros, la dinámica y sus herramientas a nivel mundial, pues el tema es de gran relevancia en materia económica y financiera, pues la orientación está dada en buscar nuevas metodologías, con la cual obtener una visión más precisa, que coadyuve a la toma de decisiones por parte de los agentes de mercado. Por lo anterior, la presente propuesta tiene como propósito el correlacionar dos herramientas para este propósito, la primera es la aplicación de la metodología de rango reescalado y exponente de Hurst, el cual permite determinar si las series estudiadas poseen persistencia, y si hay evidencia de estructuras con fenómenos irregulares (autocorrelación) dentro de los mercados objeto de estudio, y una segunda es la utilización de modelos econométricos con los cuales se pueda pronosticar los precios de los mismos; para ello, se tomaron como muestra los cuatro mercados que hacen parte del MILA, es decir el IPC, COLCAP, IPSA y el IBVL, así como sus rentabilidades, de acuerdo con sus volatilidades durante una ventana de tiempo comprendido entre 2010 y 2019.

Luego de dinamizar y mecanizar el método de Rango Reescalado, se identificó que los índices analizados presentan fenómenos de persistencia en las series temporales, indicando que ninguno de los mercados cumple con el supuesto de normalidad, dicho evento permite aplicar herramientas econométricas, que apoye de forma más eficiente a los inversionistas en la toma de decisiones.

### **1.4 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

¿Los índices del Mercado Integrado MILA en períodos de eventos extremos como el surgido en la pandemia COVID 19 de 2020 se pueden predecir con modelos econométricos ajustados por los criterios de la Geometría Fractal que ayuden a inversionistas a mejorar los resultados del ejercicio de inversión?

### **1.5 HIPÓTESIS**

La aplicación de la metodología de análisis de series univariadas bajo los criterios de la Geometría Fractal permite mejorar la predicción de los mercados objeto de estudio al reducir la incertidumbre de los pronósticos sin importar las coyunturas por la cual pueden los mercados atravesar en un momento dado.

## 1.6 HIPÓTESIS ESTADÍSTICA

Para el planteamiento de esta hipótesis se parte del supuesto que la evolución de los precios de los activos financieros posee memoria histórica y se pueden repetir en la línea del tiempo, de lo contrario atendería a comportamientos caóticos que no pueden ser modelados por la geometría fractal, por lo cual la hipótesis que se plantea es:

- ¿La identificación de persistencia y/o memoria histórica obtenida mediante técnicas de geometría fractal ayudan a mejorar los pronósticos en las herramientas econométricas en dinámicas de mercados atípicos?

Ho = La presencia de memoria histórica en una serie de tiempo univariada (caso MILA) garantiza que sus valores futuros reales estén dentro de un intervalo de confianza del 80% producto de los pronósticos generados a partir de los modelos ARIMA y GARCH.

H1 = La presencia de memoria histórica en una serie de tiempo univariada (caso MILA) no garantiza que sus valores futuros reales estén dentro de un intervalo de confianza del 80% producto de los pronósticos generados a partir de los modelos ARIMA y GARCH.

## 1.7 OBJETIVO GENERAL

Diseñar modelos econométricos para el análisis del comportamiento de los índices que integran el MILA con periodicidad diaria, mediante el análisis de las series temporales para el periodo 2010-2019 aplicando los postulados de la Geometría Fractal.

## 1.8 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir las series temporales del mercado MILA, mediante el levantamiento de las series de tiempo de los ETF de cada mercado y la consecución de los rendimientos continuos, mediante la aplicación de logaritmo natural.
- Determinar la existencia de memoria histórica para las series temporales, desde los postulados de la geometría fractal, identificando que los datos cumplan con el supuesto de no linealidad y de memoria histórica.
- Analizar los comportamientos de las series temporales que integran el índice MILA, que conlleven al desarrollo de procesos de modelamiento y pronóstico de precios mediante la utilización de modelos econométricos que mejor ajusten los resultados.
- Elaborar los modelos econométricos estructurado para el desarrollo de los pronósticos se mejoren los pronósticos y resultados ajustados a las realidades y dinámicas de los mercados que integran el MILA en periodos de alta volatilidad como fue el caso de la pandemia por Covid 19 de 2020.

## 1.9 ALCANCES Y LIMITACIONES

A continuación, se presentan las que al juicio del investigador se convirtieron en los alcances y limitaciones de la labor investigativa.

El estudio reposa en el análisis del Mercado Integrado Latinoamericano MILA, que por su propia naturaleza establece una razón entre cuatro variables, es decir la dinámica de los mercados mexicano, colombiano, chileno y peruano. Aun cuando el modelo pudiera utilizar o vincular más mercados, es debido indicar que no fue del alcance de la presente investigación el correlacionar más variables.

De igual forma es necesario precisar que el presente estudio no hace referencia ni analiza en profundidad la asignación de los pesos de los activos dispuestos por los entes que controlan los mercados en cada una de las naciones que hacen parte del MILA; por lo cual se considera que este factor puede llegar a convertirse en un tema de relativo interés para otra tesis posgradual si a bien lo considera un potencial investigador. Los resultados entregados por las instituciones que gobiernan los mercados accionarios de las naciones presente en la integración para determinar el valor de los índices IPC, COLCAP, IPSA y IBVL son utilizados únicamente como una observación matemática de hechos predecibles por parte de las bolsas de valores a partir de ene cantidad de variables.

El presente estudio basó sus desarrollos mediante la utilización de la base de datos oficiales históricos entregados y publicados por cada una de las bolsas de valores medidos desde el año 2010 hasta el año 2019. Dicho rango contempla data de 10 años, y ha sido arbitrariamente determinado como punto de inflexión, debido a que reúne los datos estadísticos para crear necesarios mediante un modelo predictivo de gran precisión. Por ende, la presente labor investigativa busca estructurar un modelo predictivo desde los postulados de la geometría fractal y los modelos econométricos que son complementarios para el desarrollo de la presente labor.

## FUNDAMENTO TEÓRICO

El presente apartado aborda los criterios teóricos más sobresalientes sobre la dinámica de las integraciones como lo es la económica, la financiera y por supuesto la integración de los mercados de valores, cimientos sobre los cuales se fundamenta el desarrollo de esta investigación, actividad que permite precisar las matrices generadas de las sinergias de los mercados y las potenciales generaciones de crecimiento económico que genera la iteración de estos.

### 2.1 ESTADO DEL ARTE

Según la Real Academia Española (RAE), integración proviene del latín *integrāre*, y hace referencia a la acción y efecto de integrar o integrarse, o también se refiere a hacer que alguien o que algo pase a formar parte de un todo. El uso de este ejercicio, se remonta a los inicios del siglo XVII cuando los mercantilistas afinaron sus técnicas para aumentar las riquezas de sus naciones, vieron como el comercio internacional era uno de los medios que según ellos generaba riqueza, dicha actividad le ha permitido a la sociedad salir adelante, constituyéndose en una medida para alcanzar las metas y objetivos (Conesa, 1982), ahora bien, al discernir sobre la integración económica, Prieto y Fajardo (2015), indican que esta posee su génesis en 1939, pues es a partir de dicho año que se han venido construyendo una serie de teorías y postulados que vislumbran las potencialidades que conlleva el desarrollo de este tipo de dinámica en las economías.

#### 2.1.1 Integración económica

Aguirre, Cevallos, Medina, y Sancho (2015) sugieren que la teoría referente a la integración económica es bien diversa, y esta se deconstruye con aportes desde la ciencia económica, específicamente en lo que tienen que ver con el libre comercio, y también con los aspectos del contexto social, con lo que tienen que ver con el componente de cooperación; esta simbiosis ha permitido que la integración económica sea hoy por hoy un campo continuo de estudio, y cuyo foco se concentra en el desarrollo armónico de las relaciones comerciales y la estructuración de políticas que están enfiladas al desarrollo de la cooperación internacional, orientadas a disipar ciertos inconvenientes de índole económico al interior de las naciones.

Krugman (1995), indica que los postulados del comercio internacional entrega varios aspectos del cómo se ha venido gestando la arquitectura de los acuerdos y tratados comerciales en el mundo, y cómo estos han desarrollado eventos positivos y también negativos en la dinámica económica al momento que las naciones deciden participar abiertamente y participar de los intercambios de mercaderías y de capitales.

Seguendo a Balassa (1964), el cual expone que una integración económica genera la eliminación de manera sistemática las fronteras económicas entre naciones, con lo cual traerá como consecuencia la integración de sus economías, con un beneficio de por medio debido a la eliminación de las barreras de comercio, labor que aumenta la eficiencia en la economía, el aprovechamiento de economías de escala, aumento de la competencia y la mejora de los precios y el aumento en la variedad de bienes y servicios en la economía. De igual forma precisa de unos niveles de integración como lo es 1) Zona de libre comercio, 2) Unión aduanera, 3) Mercado común, 4) Unión económica, y 5) Comunidad económica, los cuales se pueden apreciar en mayor detalle en la figura 1.

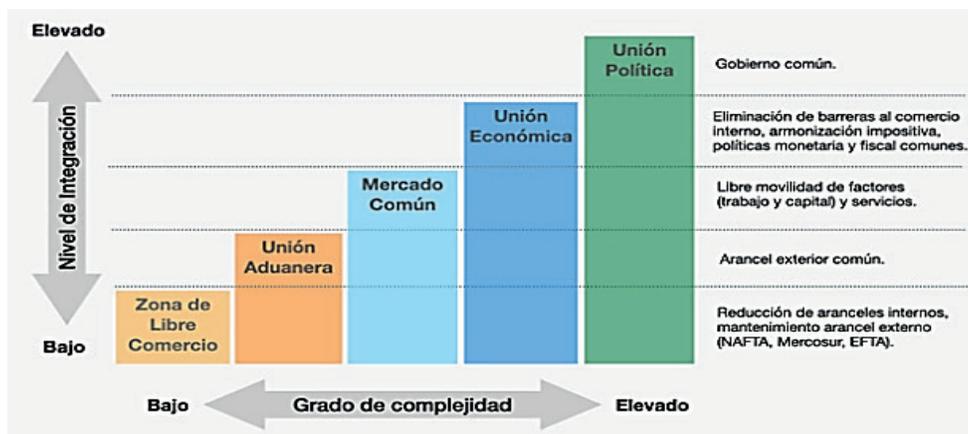


Figura 1. Niveles de integración económica

Fuente: Balassa 1963

Es preciso indicar que hoy por hoy, no hay evidencia empírica que demuestre una integración económica completa y/o que contenga todas y cada una de las diferentes fases teóricas de integración, pues si se revisa el caso de la Unión Económica y Monetaria de la Unión Europea (UEM), se puede precisar que dicha unión es un componente híbrido entre un mercado común inconcluso y una unión monetaria fragmentaria, lo anterior se hace evidente en su conformación, pues los países miembros participan del mercado común, pero cada estado se encarga de administrar las decisiones sobre la política monetaria atendiendo a los direccionamientos de la UEM.

Seguendo a Aguirre Et al (2015), la integración económica produce dos efectos, el primero enfocado a la creación y el otro a la desviación de comercio. El primero se da cuando una economía cesa la producción de un bien o servicio debido al alto nivel de sus costos, por lo cual se toma la decisión de sustituirlo mediante la importación desde un país en donde sus eficiencias hacen que el costo sea relativamente más bajo. El segundo efecto de desviación de comercio se produce cuando al estructurar acuerdos multilaterales, la

nación se ve obligada a dejar de importar bienes y servicios de bajo costo desde naciones no miembros, para ser adquiridos con un mayor costo procedentes de un país miembro con menores eficiencias en sus procesos.

Para el caso de América Latina, cuatro son las integraciones más sobresalientes como lo es: la Comunidad Andina (CAN), el Mercado Común del Sur (MERCOSUR), la Unión de Naciones Suramericanas (UNASUR) y la Comunidad de Estados Latinoamericanos y Caribeños (CELAC) (Aguirre 2015).

Según Vásquez (2011), la integración en América Latina mantiene su estructura paradigmática contenida en los direccionamientos de la Comisión Económica para América Latina (CEPAL), la cual mantiene una gran influencia en los modelos de desarrollo que se implementan en la región, y que según Aguirre (2015), dichas integraciones regionales como extra regionales, evidencian la no existencia de un método específico que consolide en su totalidad y complejidad una zona económica, puesto que los motivos que se evidencian para la conformación, como el caso del CAN, MERCOSUR y la UE, atienden a aspectos comerciales, y de igual manera para el caso de los tratados UNASUR, CELAC y ASEAN, el interés es netamente político, ejercicio que propone un trabajo articulado en las áreas económicas, sociales y políticas, con lo cual se pueda robustecer un integración concluyente y holística que apunte al verdadero desarrollo económico de la región.

### **2.1.2 Integración Financiera**

Lara (2013), esboza que la integración financiera es el resultado de los acrecentados flujos de capital a nivel internacional, actividad que ha logrado la inclusión de economías privativas a la inserción y encuadre al sistema financiero internacional; de igual manera se puede considerar como un instrumento que permite el fomento del crecimiento, pues al brindar los recursos para fondear proyectos de inversión que requieren los países para salir adelante y aminorar los índices de desempleo y de pobreza (prieto y Fajardo 2015).

En esta misma línea Ruiz (2014) indica que la génesis de la globalización de los mercados financieros nace como consecuencia de la desregulación de las finanzas y el libre albedrío del movimiento de los capitales, dinámica potencializada por el elemento tecnológico que conecta armónica y diligentemente a los distintos mercados en la esfera global, sinergia que mejora las condiciones y manejo del Trade Off riesgo-retorno. Este nuevo ecosistema ha traído como consecuencia el surgimiento de nuevos productos financieros que coadyuvan a la gestión de los riesgos generados por las volatilidades que se presentan en los mercados.

Para que la armonía que se profesa detrás de este tipo de integración, se requiere necesariamente que los capitales fluyan sin la acuciosa revisión de entes diferentes que el mismo mercado, lo cual puede traer como consecuencia mejoras significativas en economías de escala, de la mano con una profundización y dinamismo de los mercados y

una ampliación en la diversificación de activos y reducción de costos de transacción; ahora bien, no todos estarían de acuerdo con la anterior propuesta, y de hecho existen varias posiciones que solicitan la estructuración de una nueva arquitectura financiera internacional (NAFI), con la cual den garantía y estabilidad en el accionar de las instituciones financieras internacionales, pues hay evidencia que el actual sistema financiero internacional el cual contiene una serie de debilidades las cuales vulneran las estructuras económicas causando inestabilidades y crisis mundiales. (Titelman, Pérez, & Minzer, 2008).

Cabe resaltar que los primeros atisbos de integraciones financieras internacionales tienen sus orígenes en el mundo de posguerra, nacidas desde los postulados y direccionamientos de Bretton Woods, orientadas desde el supuesto de ayudar a un mundo ávido de recursos (entre ellos el capital), de tal forma pudieran competir en este nuevo orden mundial. Este nuevo ecosistema dio lugar y nacimiento a una serie de entidades crediticias de orden mundial, regionales y subregionales, y organizaciones y grupos especializados a nivel económico y financiero (ver Figura 2).



Figura 2. Instituciones financieras según su ámbito de actuación o especialidad

Fuente: Rey, tomado de EOM. <https://elordenmundial.com/breve-historia-instituciones-financieras-internacionales/>

### 2.1.3 Teoría de integración bursátil

Cabello, López & Ortiz (2007), disciernen sobre el devenir de la dinámica de la globalización económica de las últimas décadas, la cual según los autores se caracteriza por la interacción de la internacionalización de los capitales de índole financiero, de la mano con la desregulación y la política del Laissez faire en procura del crecimiento de los mercados de valores.

Este tipo de integraciones ha tenido lugar en diferentes partes del mundo, un ejemplo de ello es la integración de los mercados en Europa, motivado tal vez, por el aumento de oportunidades de inversión en diferentes tipos de activos financieros, en consonancia con un incremento en el acceso a recursos de capital, ejercicio que le permite a las instituciones bursátiles la ampliación en su espectro de ofertas y demandas que supera a mercados locales por ambientes internacionales, amplia información de emisores, y una mejor conformación en la conformación de precios.

Schamann (2010), indica que se han estructurado diversas modalidades de integración bursátil, y estas se dan a escala nacional y transfronteriza, tanto a nivel de integración de Bolsas, como la constitución de Holdings que operan en los diferentes segmentos de la cadena de valor del ecosistema de los mercados bursátiles, por lo cual se hace necesario hacer dos actividades pormenorizadas, la primera es la revisión sistemática de las normativas y su regulación, teniendo en cuenta los direccionamientos de la Organización Internacional de Comisiones de Valores (IOSCO), junto con las guías de la Federación mundial de Bolsas (WFE), y un segundo estadio es la estructuración y arquitectura de las plataformas tecnológicas que las sustentan, debido a que estas deberán ser operadas por personal altamente calificado.

Como ejemplos de integración nacional se puede citar el caso del Mercado Español, el cual nace de la integración de las bolsas de Bilbao, Barcelona, Valencia y Madrid, constituyendo la sociedad de bolsas, la cual se encarga de maniobrar el Sistema de Interconexión Bursátil (SIBE), evolucionando a la constitución de la Bolsa de Mercado Español (BME), de tal forma ser más visible en los mercados internacional.

A nivel local se tiene como evidencia la integración en Junio de 2001 de las tres bolsas existentes en el territorio nacional, es decir la de occidente, la Medellín y la de Bogotá, cuya fusión trajo como nacimiento la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), estructura que le dio una vigorizante funcionalidad en términos de profundidad de mercado; el ejercicio trajo consigo el nacimiento de unas instituciones periféricas que le dan soporte a la estructura de mercado como es el caso de Mercado Electrónico Colombiano (MEC), herramienta que le dio soporte a la negociación de títulos de renta fija. Finalmente, en 2008 la BVC vio la necesidad de estructurar una herramienta que le de soporte a las operaciones de Derivados financieros, por lo cual nace Derivex, mercado que le permitió lanzar ofertas de futuros en diferentes activos financieros.

Una evidencia de integración también se presentó en Brasil, surgido en 1997, mediante el lanzamiento del denominado sistema electrónico mega bolsa, ejercicio que conllevó en el año 2000 a que las bolsas nacionales operan de forma mancomunada operado por la Bolsa de Valores de Sao Pablo (BOVESPA).

Para el caso europeo, como evento de éxito de integración bursátil es la creación de los mercados nórdicos y bálticos (OMX) en 2003, quien oficia como el operador de dicho mercado en el cual están los gestores de las bolsas de Copenhague, Estocolmo, Helsinki,

Reykjavik, Riga, Tallinn y Vilnius. Cabe destacar que, en mayo de 2017, el operador bursátil estadounidense Nasdaq se fusiona con OMX, dando origen al mayor operador bursátil tecnológico conocido hoy en día como Nasdaq OMX.

Otros de los casos de integración bursátil en Europa fue el Euronext en septiembre del año 2000, el cual integra las bolsas de París, Bruselas, Ámsterdam, Lisboa y el mercado de derivados de Londres (LIFEE).

De igual forma el mercado norteamericano gestionó en 2007 la integración de las bolsas tanto de la costa este como la oeste junto con Euronext dando el nacimiento al mayor mercado del mundo.

Por último, a nivel regional se tiene el caso del Mercado Integrado Latinoamericano MILA, constituido inicialmente por las Bolsas de Colombia (COLCAP), Chile (IPSA) y Perú (BVL), luego se integra MÉXICO (IPC), el norte de dicha integración era el de crear un mercado único de renta variable que fuera diversificado, profundo atractivo para los agentes de mercado tanto nacionales como internacionales, esta dinámica trajo consigo el aumento la gama de productos y activos financieros de inversión para la región, actividad que sería multiplicada por el acceso a capital fresco para el tejido empresarial con un constante flujo de capital y liquidez para los mercados que lo integran. A continuación, se puede apreciar las diferentes integraciones y alianzas que se han suscitado en torno de los mercados bursátiles.

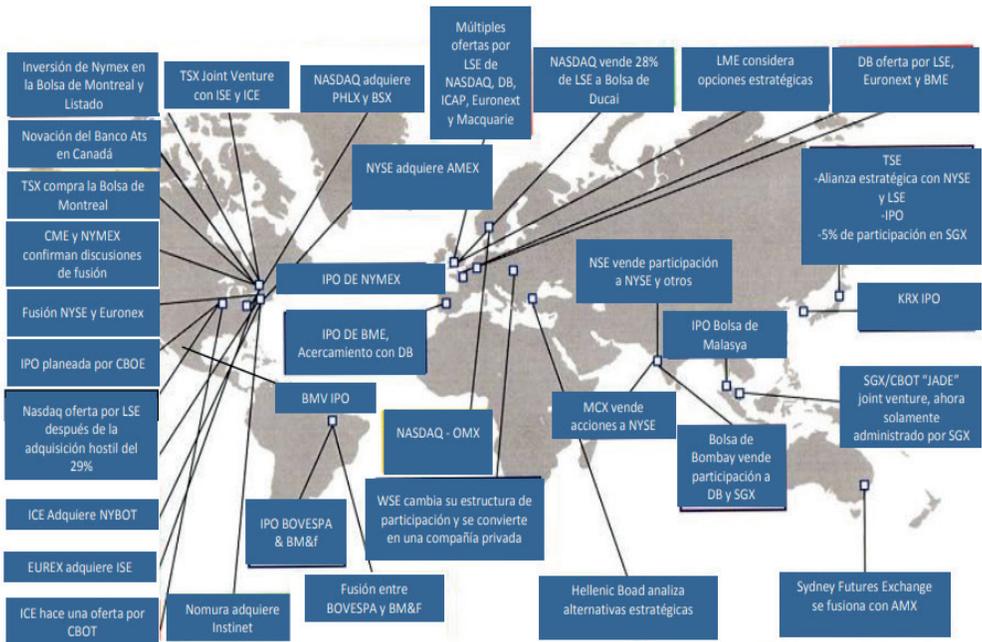


Figura 3. Integraciones y alianzas en el mundo

Fuente: BMV 2018

Siguiendo a Vaquero (2007), los cambios y la concentración de los mercados

bursátiles en aspectos como plataformas de negociación y las centrales de liquidación, y que han traspasado fronteras y continentes, cuyo objetivo es ampliar la oferta de activos financieros con lo cual poder atraer a nuevos inversionistas y fuentes de financiamiento, y por otra parte generar una eficiente valorización de mercado ante potenciales ejecuciones de operaciones de concentración futuras. Estas operaciones de acuerdos entre bolsas se pueden apreciar en el siguiente cuadro.

AÑO	NOMBRE DE LA INTEGRACIÓN	Mercados Participantes
2000	Euroclear Group	París, Bruselas, Ámsterdam, Lisboa y Reino Unido e Irlanda
2001	EURONEXT	París, Ámsterdam y Bruselas
2001	MEFF AIAF SENAF Holding de Mercados	Mercado español de futuros, Mercado español de deuda corporativa y la Plataforma electrónica de negociación de deuda pública
2002	Bolsas y Mercados Españoles (BME)	Las bolsas de Barcelona, Bilbao, Madrid, Valencia, MF Mercados financieros y AIAF IBERCLEAR
2002	Clearstream - Deutsche Börse Group	Alemania
2003	OMX	Suecia, Dinamarca, Finlandia, Letonia, Estonia, Noruega e Islandia
2007	NASDAQ OMX Group	Bolsas nórdicas (Copenhague, Helsinki, Reikiavik y Estocolmo) y estados unidos
2007	NYSE Euronext	Bolsa paneuropea y estados unidos
2007	CBOT - CME Group	Estados Unidos
2008	BM&FBOVESPA	La Bolsa de Valores de Sao Paulo (BOVESPA) y la Bolsa Mercaderías & Futuros (BM&F)
2011	MILA	Chile, Perú, Colombia y MÉXICO

Cuadro 1. Principales operaciones de acuerdos entre bolsas de valores

Fuente: Prieto y Fajardo. La integración de los mercados de valores como mecanismo de crecimiento económico: caso mercado integrado latinoamericano MILA.

## 2.1.4 Introducción a los Mercados Financieros

Para poder abordar el tema de los pronósticos en los mercados financieros, primeramente, se hace necesario el aclarar algunos detalles, y principalmente o relacionado con:

- La dinámica de los mercados financieros
- Tipos de mercados financieros y sus particularidades
- La dinámica de sus operaciones
- El porqué del comportamiento de estos
- Las crisis provocadas en los mismos

De igual forma, se ha tenido en cuenta el describir con detalle la dinámica y mecánica de las herramientas de análisis fundamental y las de análisis técnico, las cuales son utilizadas para ayudar a los operadores de mercado a mejorar el Trade Off de sus operaciones.

Lo anteriormente descrito será el propósito principal del presente apartado, el cual permitirá al lector introducirse en la secuencia de contenidos abordados, hilando de tal manera que se logre comprender la operacionalización de la información recolectada, y la dinamización de esta, para el desarrollo apropiado de la presente propuesta investigativa.

### **2.1.5 Análisis fundamental de los mercados financieros**

Con lo planteado anteriormente, se ha decidido iniciar con la revisión del análisis fundamental, el cual aporta evidencia empírica de sucesos que han ocurrido en los mercados y que han traído como consecuencias eventos adversos, inimaginables que han perjudicado a los inversionistas con sus apariciones, y por supuesto la destrucción de capital.

Pero antes de comenzar es preciso indicar que los mercados financieros deben ser entendidos como plazas que pueden ser físicas o virtuales, en los cuales se tranzan activos de naturaleza financiera y no financiera como los Commodities.

Heredia (2016), indica que existe una evidencia que la conformación de los mercados se da en la bolsa de Amberes Bélgica para el año de 1460, pero que fue sino hasta el siglo XVII, que la dinámica de mercados financieros logra un avance significativo, siendo creada la Bolsa de Ámsterdam en 1602, atribuyéndole a dicha bolsa en ser la primera en negociar activos financieros en formalidad, y que hoy por hoy hacen parte activa de la denominada economía de mercado, y que al revisar su esencia, virtud y dinámica desarrollada por esta en términos de comparación, no difiere de forma significativa a lo que actualmente se desarrolla, y que lo más diferenciador con su antecesora es el involucramiento del elemento tecnológico en las tracciones que se desarrollan en el día a día.

Ahora bien, en el entendido que la dinámica de mercado consiste en la dosificación de los capitales mediante las fuerzas de oferta y demanda, estableciendo los precios de los activos y la cantidad adecuada de los mismos. Dichas dinámicas hacen que aparezcan las oscilaciones en los precios de los activos generando la estructura de precios de estos.

A continuación, se pueden apreciar los objetivos que de cierta manera buscan todos y cada uno de los mercados (aunque existen diferencias significativas entre ellos), estas son:

1. Este espacio permite a oferentes y demandantes de activos financieros logran establecer un acercamiento para poder desarrollar las transacciones, las cuales se puedan desarrollar de forma dinámica y eficiente.
2. Optimizar recurso como el tiempo y el esfuerzo, con lo cual los agentes del mercado logren de forma eficiente sus objetivos de inversión.

3. La dinámica transparente, permitirá el establecimiento de precios justos en los activos financieros, lo anterior se logra debido al volumen de agentes que intervienen en los mercados.
4. Gestionar los excedentes de liquidez entre mercados, en concordancia con los objetivos y ventanas de tiempo de inversión
5. Es un medio especial en el cual tanto agentes, como corporativos y personas naturales pueden conseguir el fondeo para adelantar sus propios proyectos.

De igual manera, los mercados poseen una serie de características que se deben evidenciar de forma explícita para poder desarrollar las actividades pertinentes y atinentes de los mercados financieros, las cuales reposan sobre el lecho de la confianza, siendo esta el motor de la dinámica de los mercados; dicho esto se pueden esbozar las particularidades que estos deben poseer como lo es: 1) amplitud, haciendo referencia al volumen de títulos que se negocian, 2) profundidad, es decir la existencia marcada de bienes financieros, que al momento de dinamizar las leyes de oferta y de demanda fluctúen tanto por encima como por debajo de los precios de equilibrio que coexisten en un momento del tiempo determinado, 3) Libertad, dada al momento de la no existencia de barreras que permitan la libre entrada o salida del mercado, es decir que los agentes de mercado poseen la libertad en entrar o salir de este en el momento que se ha convenido para sus propios intereses. 4) flexibilidad, referida a la velocidad y dinámica de las operaciones que ejecutan tanto compradores como vendedores, y 5) transparencia, que no exista asimetrías en términos de la información que se dé sobre un activos o grupos de activos en particular.

De igual manera hay que indicar que no todo lo desarrollado en los mercados ha sido complaciente y efectivo en términos de resultados para los agentes del mercado, pues han ocurrido una serie de eventos que han conllevado a una serie de crisis de las cuales los mercados han convulsionado a inversionistas tanto independientes como corporativos, lastrando una serie de capitales, de los cuales se hablará en el siguiente acápite.

### **2.1.6 Las crisis financieras y la dinámica del mercado financiero**

Los procesos de desregulación y liberalización financiera otorgado a entidades y agentes económicos han manifestado en los mercados tanto en los nacionales como en los internacionales una integración única antes vista, la cual va sinergizado por las innovaciones tecnológicas, que les ha permite operaciones totalizantes en la esfera global con presencia las 24 horas del día, los 7 días a la semana y los 365 días del año, evidencia que lo financiero ha tomado una ventaja en términos de crecimiento en referencia a la dinámica empresarial y la economía real, efecto que trae una mayor complejidad debido a los efectos especulativos, que necesariamente ha conllevado efectos colaterales de crisis y fraudes que desestabilizan los mercados.

Para Reinhart & Rogoff (2011), precisan que existen cuatro elementos que marcan el fenómeno de crisis financiera, el primero se debe al sostenimiento o crecimiento de la deuda, tanto la pública como la privada, un segundo factor es el déficit en la cuenta corriente, como tercera medida está el desaceleramiento de la actividad económica, y finalmente el incremento de los precios de los activos, mezclados estos factores conlleva al deterioro de los soportes económicos de una nación, causando crisis internacionales o domésticas.

De igual manera se debe indicar que el advenimiento de las crisis financieras, estas pueden tener sus raíces en eventos de crisis monetarias, de endeudamiento extremo externo de una nación, las crisis de bolsas y las generadas por la banca (Bordo, et al, 2001, p. 55), es decir que existen varios frentes que necesariamente pueden conllevar a crisis financieras, por las cuales las economías han tenido que lidiar, y de sobremanera en las últimas tres décadas que han llevado a recesiones económicas, y que según Girón (2002), los crecimientos inusitados en los mercados, y particular en el de valores, se debe en gran medida a la burbujas especulativas, que ya se ha vuelto cotidiano en la dinámica del ejercicio, desdibujando los precios, efecto nacido en los cambios estructurales debido a la innovación financiera y cambios originados en los mercados de valores segmentado a una red unitaria, pues hoy los mercados financieros se conciben como mercados segmentados y nacionales, a ser mercados internacionales y globalizados.

A continuación, se revisarán algunas de ellas que han tenido unos impactos profundos en los mercados y en las economías a nivel mundial.

#### *2.1.6.1 El Crack de 1929*

La crisis denominada como el crack del 29, o quiebra bursátil inicialmente se constituyó como un problema financiero, luego se extendió paulatinamente por los demás sectores de la economía mundial, afectando gravemente la dinámica del mercado, luego de ello la crisis pasó de las finanzas a la industria, y desde Estados Unidos al resto del mundo, logrando así un efecto de carácter globalizado (López, 2009, p. 6).

Este evento posee una marcada característica, pues la economía Norteamericana tenía su sustento en el desarrollo industrial, debido al impulso que se generó desde la primera guerra mundial, convirtiendo a la nación en el proveedor mundial de materias primas; este escenario cambio dramáticamente, pues el mercado norteamericano paso a depender de la especulación generada en los mercados de valores, lo anterior se podía evidenciar en factores como el ingreso de la población no era simétrico con el aumento de la producción, había un generalizado estancamiento de las materias primas, lo cual conllevó al despido masivo de los trabajadores, efecto que no se evidenciaba en la escalada de precios de los activos que cotizaban en la bolsa por ese entonces.

Otro de los elementos detonantes de este evento, se debió a que Reserva Federal (Fed) decidió recortar la tasa de redescuentos yendo más allá de la frontera norteamericana, efecto que contrajo los flujos de créditos hacia el exterior, y en reciprocidad el atraer capitales especulativos hacia la economía de Estados Unidos, este tipo de movimiento de política monetaria ejecutada entre 1928-1929 fue en primera instancia lo que generó consecuencias adversas en la economía mundial. Otro evento multiplicador se suma la reducción de las importaciones bajo una cortina proteccionista y su consecuente impacto sobre la red mundial de comercio. (Perossa & Díaz, 2011, p.6).

Finalmente se puede precisar que para poder salir de dicha crisis económica se debió a la toma de medidas que revirtieron en gran medida dicho efecto, entre ellas se pueden resaltar un incremento simétrico de liquidez a la banca desarrollado por la banca central, de la mano con un control mejorado en dicha dinámica, la intervención del estado mediante el aumento del gasto público, la disminución de la tasa de interés que reactivó el tejido empresarial, el abandono del patrón oro, el aumento en los salarios, la transición de una economía de paz a una economía de rearme, y otros eventos que mejoraron la estela del fenómeno de la crisis (Hernández, Moraleda, & Sánchez, 2011, p. 17).

#### *2.1.6.2 La turbulencia de los mercados en los ochenta*

La década perdida como es conocida los años ochenta, este evento se desarrolló debido a que esta crisis se propagó por el globo terráqueo acaecida en agosto del año 1982 en MÉXICO mediante su declaración de insolvencia, evento que surgió debido a la composición de la demanda interna y la demanda externa neta en el saldo de la balanza en la cuenta corriente, componentes básicos de las economías debido a que estas no se dinamizaron de forma equilibrada al interior de las naciones durante todo el decenio, y donde su génesis se puede datar a mediados de los años setenta debido a que el sistema bancario internacional al poseer unos fuertes excedentes de liquidez (recursos generados por la burbuja energética) los canalizó a países en vía de desarrollo, y que según Pérez (1991), estos excedentes se debieron a la cantidad de petrodólares que los países ricos tenían en sus depósitos debido al aumento del precio del crudo, lo cual trajo una reducción en la demanda de crédito en los países industrializados afectando las tasas de interés a la baja, efecto que hizo disminuir las rentabilidades de los bancos en los mercados tradicionales, lo cual conllevó a que el sistema bancario decidiera aumentar los préstamos a países en vía de desarrollo pasando de 140 billones de endeudamiento en 1974, hasta los 560 billones en 1982.

Este evento de desembolsos a estas economías se desarrolló paulatinamente con un efecto negativo en los precios de los commodities que dichos países exportaban a los mercados internacionales, dinámica que afectó directamente la balanza en cuenta corriente de la mano con una subida de tipos de interés en los países industrializados como medida

antiinflacionaria, conllevando a un aumento de los costos reales de la deuda generando nuevos endeudamientos y refinanciamiento del crédito debido a la cesación de pagos por parte del estado mexicano, este efecto socavo la confianza financiera del sistema bancario, el default generado en MÉXICO en 1982 condujo a que la Banca multilateral endureciera las condiciones de renegociación, aumentando el dramatismo en la evolución de la economía de dichos países (Pérez 1991, p.4).

Debido a la contracción de flujos provenientes de los préstamos internacionales fenómeno surgido en la banca comercial norteamericana, pues al ser reestructurada y forzada a aumentar sus reservas de efectivo con lo cual poder atender los pasivos contraídos, los países en vía de desarrollo debieron recurrir a recursos vía financiamiento externo, pero mediante los mercados bursátiles, ejercicio mediado por instrumentos financieros que traían intrínsecamente un mayor riesgo.

El cambio mencionado anteriormente se evidencia de forma sustancial debido a que el crédito internacional que normalmente era conferido por la banca de primer piso gradualmente fue cedido a los intermediarios financieros vía los mercados bursátiles; estos cambios poseen su cimiento en la legislación interna de los Estados Unidos, y más específicamente en la ley de bancos conocida como MacFadden Act y la Glass Steagall Act; el incremento de flujos de capital intermediado por los mercados de capitales causó una asimetría entre la tasa de crecimiento económico y el aumento de recursos disponibles agudizando la crisis económicas internas de los países en vía de desarrollo, pues distorsiona los factores productivos internos en la fase donde los sistemas económicos inician su integración al proceso global (Girón, 1994).

Otro de los eventos que se produjeron en este decenio de forma negativa fue la denominada crisis bursátil de octubre de 1987, suceso que redujo el índice Dow Jones en 508 puntos básicos, es decir un 22.6%, y que al ser comparado con la caída del 28 de octubre de 1929 el descenso fue de 128%, es decir que esta caída fue más severa que la producida 60 años antes, la cual causó una venta de más de 605 millones de acciones en un solo día, efecto que lastró a los demás mercados en el planeta. Según Argandoña (1988), el evento sucedió debido a la fuerte caída de los precios de los activos, de la mano con una gran oscilación de cambios efectuados en la compensación y transmisión entre los mercados mundiales, el incorrecto funcionamiento de las instituciones y agentes de mercado y un riesgo generalizado del colapso financiero.

De igual forma Argandoña (1989), manifiesta que otros sucesos que contribuyeron al evento manifiesto fue el cambio de los modelos de valoración en el precio de los activos en los mercados, este conllevó a que se desarrollaran fallos en los mecanismos y herramientas de mercado lo cual convirtió los ajustes normales en una caída de gran magnitud, y finalmente el cambio en la percepción de los agentes de mercado, que conllevó a la conformación de una burbuja especulativa.

Por su parte French (1988), propone tres componentes que se presentaron en la ocurrencia de la crisis de 1987, el primero de ellos fue que los mecanismos del mercado fallaron debido al único que se presentó evento que hizo que el comportamiento que es normal desde la teoría convencional se desajustase, un segundo fenómeno se evidenció que el mercado se comportó tal como se espera de un mercado eficiente durante y después del crash, y un tercer evento que al estar la bolsa sobrevalorada este tipo de evento reflejó un equilibrio llevándola seguidamente a la normalidad.

### *2.1.6.3 La crisis de las PuntoCom*

La burbuja de las denominadas empresas Puntocom, también denominada la crisis de las empresas tecnológicas llamadas así por el dominio que poseen las empresas de internet Punto COM, se genera a principios del nuevo siglo debido a la alta especulación en los precios de dichos activos y/o empresas de internet.

Los efectos de la crisis de 1987 trajeron consigo una normal especulación y con ello el alza en los precios de los activos, pero esta vez esta dinámica se desarrolló entorno con empresas del mundo tecnológico cotizadas en el NASDAQ, mercado en el cual tranzas las corporaciones tecnológicas.

La aparición de compañías del ramo tecnológico trajo consigo gestores de capital y Venture capital, debido al alto nivel de riesgo que se asume, pero con un alto potencial de retorno, lo que conllevó a altos grados de especulación debido a la incertidumbre que se cernía sobre estos startups. Este nacimiento de emprendimientos tecnológicos se maximizó con el nacimiento de la internet, evento con el cual apertura la creación de nuevos negocios con base tecnológica.

La dinámica del mercado conllevó a que muchas de las empresas nacidas en esta nueva era tecnológica llegaran a cotizar en el NASDAQ y los hechos especulativos generó un incremento en el índice accionario pasándolo de 600 puntos básicos en 1995 a más de 5000 puntos básicos para el año 2000, en contraste con el índice Dow Jones que perdió un 13% en el mismo periodo de tiempo, pero al finalizar el año 2000 el NASDAQ perdía un 39%. Para Srnicek (2018), indica que este tipo de eventualidad en el mercado era algo que se podía predecir, debido a que era muy evidente el estancamiento por el que pasaba el sector de la manufactura en Estados Unidos, dinámica que se potencializó con la aparición de opciones especulativas de índole financiero cimentados en la base de sectores que mostraban potencialidades de rentabilidad, es decir que debido a que el sector manufacturero tenía evidentes caídas de rentabilidad en las economías más avanzadas, género en estas un frenesí de inversión en este tipo de emprendimientos debido a la necesidad de edificar la estructura de base para la naciente economía digital.

Petrella & Tessore (2019), indican que el fenómeno nace por el efecto de capitalizar los emprendimientos innovadores, mediante la consecución de capital otorgado mediante líneas de crédito, pero que tenía un problema estructural desde su nacimiento, puesto

que dichas Startups no contaban con un modelo de negocios sustentable, evento que generaba contrariedades y baja credibilidad y confianza, y que desafortunadamente para muchos inversionistas evidenciaron que los modelos de negocios con base tecnología no son exentos de los principios económicos básicos, los cuales establecen las condiciones de estabilidad de dichos emprendimientos.

#### *2.1.6.4 La crisis Subprime*

Se ha evidenciado que en la historia de la economía mundial esta ha experimentado etapas de variación en los mercados financieros internacionales, a este tipo de dinámicas son conocidos como ciclos económicos, en los cuales se generan eventos de auge, depresión y en varios momentos grandes recesiones (Candia et al, 2019. p.187).

Para el año 2007 el ciclo por el que pasó la economía fue un momento coyuntural y al cual se le conoció como la burbuja inmobiliaria, evento que se materializó debido a una serie de desajustes y asimetrías en la economía norteamericana.

Esta economía tomó un impulso desde el 2001, y en donde el sistema financiero generó un crecimiento, y debido a ello conllevó a que el sector otorgara de forma masiva créditos de línea hipotecaria con tasa de interés bajas, y como condición intrínseca de los mismos albergaran elevadas condiciones de riesgo, específicamente el de impago, evento que efectivamente ocurrió debido al deterioro de la economía Norteamericana debido al incremento de las tasas de interés en 2005, con eventos de desempleo para el año 2007, desencadenando la crisis de burbuja inmobiliaria (Quitral, 2012, p.12).

Según Candia et al (2019), precisan que para poder comprender la crisis Subprime se debe primeramente revisar los ajustes desarrollados en el marco que regula la dinámica del crédito en Norteamérica en el decenio de los ochenta, pues fue en dicho periodo permitió la desregulación y flexibilización del tejido empresarial impulsadas por la anterior crisis que enfrentó el sistema financiero de Estados Unidos. Uno de los arreglos permitió el advenimiento de una nueva estructura Hipotecaria, con características más flexibles de la mano con nuevos instrumentos de inversión asociados a este tipo de línea crediticia, y que según Kolb (2011), dichos ajustes permitieron modificar los tipos de interés, el mismo sistema de pagos y las exigencias en las solicitudes de crédito, actividad que antes no se daba, debido a que las instituciones encargadas del manejo de las hipotecas se inclinaban por créditos hipotecarios que cumplieran el mayor número de exigencias.

De igual manera este evento se ocasionó por obra u omisión de otro agente del mercado, el cual hace parte del sistema financiero, los denominados agentes calificadores de riesgo, pues según Hubbard & Navarro (2011), estas instituciones calificaron con grado de inversión a títulos estructurados a las hipotecas, las cuales habían sido concedidas a personas con poca o nula capacidad de pago, y que al no cubrir los pagos por parte de los acreedores, el precio de estos activos bajo el precio y con ello los instrumentos de deuda asociados a las hipotecas.

### 2.1.7 Caracterización de los mercados objeto de estudio

Los versados en los temas de los mercados de valores indican que se hace necesario el poder establecer el potencial de crecimiento de un mercado, esto se puede precisar en gran medida mediante la estructuración de índices como lo son el de liquidez, el de concentración y el de tamaño del mercado.

De igual forma es evidente que los volúmenes que manejan los mercados entre mayor sean estos permitirán un mayor potencial de posibilidades de hacer procesos de diversificación; de igual manera encontrar un mercado líquido y/o profundo permite a los inversionistas el desarrollo de un mayor número de posiciones en el mercado; por último, un mercado que posea una menor concentración se perfila con un mejor potencial debido a que el conflicto de poderes e intereses entre accionistas tanto grandes como pequeños se minimizan.

Para lograr precisar con mayor detalle los índices anteriormente expuestos, a continuación, se ahondará con mayor detalle las características de cada indicador.

- a. **Tamaño del Mercado:** Siguiendo a Uribe (2007), el cual indica que el tamaño de un mercado se puede ponderar gracias a dos indicadores; el primero orientado a determinar el MarketCap referente al mercado, valor que es obtenido de la cantidad total de acciones en circulación multiplicado por el precio de cierre, y este a su vez se divide entre el PIB nominal del mismo período; el segundo indicador es la cantidad de empresas inscritas en el mercado accionario. El complemento de capitalización y el número de empresas listadas, permite cotejar la dinámica y evolución de los mercados en la línea del tiempo (p. 5).
- b. **Liquidez del mercado:** Este indicador hace referencia a la posibilidad que tienen los inversionistas de poder salir o entrar en posiciones de compra y venta de forma dinámica y veloz. Según González (2018), indica que una baja liquidez está correlacionada con un incremento en costos de transacción, debido en gran medida a la escasa presencia de herramientas e instrumentos eficientes, que permitan la mejora en la dinámica del movimiento de capital, y de igual forma poder revertir posiciones de inversiones desarrolladas.
- c. **Concentración del mercado:** Este indicador es clave para medir la competencia perfecta, y es construido mediante la interacción del porcentaje de capitalización de las diez empresas domésticas más representativas de dicho mercado, y fluctúa de cero a uno, y entre más cercano este a uno indicará que existe una mayor concentración.

### *2.1.7.1 Análisis del comportamiento histórico de los Mercados y de los índices en cuanto a liquidez, concentración y tamaño*

Hoy por hoy la dinámica de los mercados es cada vez más versátil debido a la conjugación de la tecnología en los procesos transaccionales, por lo que se convierte en un evento importante el poder regular con eficacia para los diferentes actores de mercado y sus respectivos intereses, a lo que Cardano (1953) denominó la igualdad de condiciones.

En referencia a la igualdad de condiciones, los agentes, inversionistas y demás actores del mercado requieren de monitorear los resultados y variaciones que se presentan en los mercados que tienden a hacer cada día más especulativos debido a la velocidad y frecuencia con la que se intervienen en los mercados, en donde el ejercicio del trading cada vez está más operativizado por algoritmos automatizados que hacen que los mercados posean más profundidad, conllevando a mayores niveles de volatilidad.

Por lo anteriormente precisado se requiere del desarrollo de un análisis comparativo de las bolsas de valores pertenecientes al MILA, y para ello se toma una ventana de tiempo entre 2015 al 2020, ejercicio que busca contrastar las dinámicas de dichos mercados tomando como base los indicadores de tamaño, liquidez y concentración de mercado, tal como se había precisado en el apartado anterior.

Con respecto al tamaño del mercado y tomando como base los datos aportados por la Federación Iberoamericana de Bolsas (FIAB), la cual posee una variedad de información cualicuantitativa, pertinente al objeto de estudio, permite precisar la data para cada uno de los mercados, los cuales se pueden apreciar en la Tabla 1.

		TAMAÑO																		
PAIS AÑOS	PIB EN USD										FIRMAS REGISTRADAS EN BOLSA									
	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2015	2016	2017	2018	2019	2020								
MÉXICO	1.267.315	1.169.522	1.231.486	1.241.557	1.360.141	1.145.898	143	144	148	145	144	143								
COLOMBIA	317.396	306.583	331.421	339.359	346.255	284.328	109	108	69	68	68	66								
CHILE	262.260	270.244	293.477	299.768	298.336	265.328	310	298	293	285	281	294								
PERÚ	207.665	211.961	229.187	230.348	249.030	216.409	278	264	258	223	210	211								

Tabla 1. Índices y tamaños de los mercados entre 2015-2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

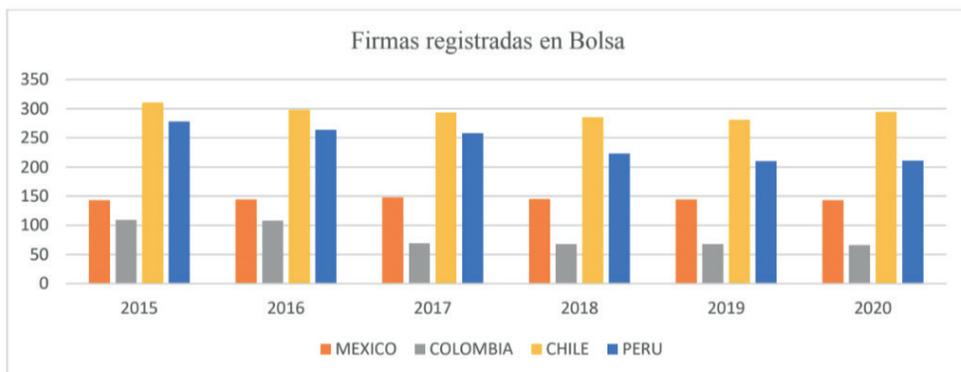
Los datos permiten evidenciar que el mercado mexicano en términos de tamaño del PIB es en promedio el 60% del total del MILA, seguido por el mercado colombiano con un 15.55% promedio, un tercer lugar para el mercado chileno con un 13.66% en promedio y finalmente el mercado peruano con un 10.87% de participación de promedio (ver Gráfica 1).



Gráfica 1. Participación porcentual con respecto al PIB, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

Por otra parte en cuanto a firmas cotizadas en cada uno de los índices es el mercado chileno el que posee más firmas registradas y que en promedio es del 38.72%, seguido del mercado peruano con un 31.58% promedio, seguidamente el mercado mexicano con un 19.10% y finalmente el mercado colombiano con un 10.60% de participación en promedio, tal como se puede apreciar en la Gráfica 2; cabe destacar que en promedio el MILA tiene cotizadas en su mercado 760 empresas, es decir que la oferta de este mercado es bien diversificada y potencialmente atractiva para los inversionistas y demás actores de mercado.



Gráfica 2. Índice de tamaño según la cantidad de firmas registradas en bolsa, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

Otros de los componentes a precisar es el nivel de capitalización bursátil de los mercados que integran al MILA, medida económica que sale de multiplicar los precios diarios de cierre por la cantidad de acciones en circulación que cotizan en un mercado en particular, la dinámica indicada se puede visual en la Tabla 2.

PAIS AÑOS	TAMAÑO											
	CAPITALIZACIÓN BURSÁTIL EN USD					CAPITALIZACIÓN DEL MERCADO/PIB						
	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2015	2016	2017	2018	2019	2020
MÉXICO	903.040	844.091	1.025.897	711.960	679.940	625.649	71,26%	72,17%	83,31%	57,34%	49,99%	54,60%
COLOMBIA	85.872	103.726	121.945	104.509	133.409	106.976	27,06%	33,83%	36,79%	30,80%	38,53%	37,62%
CHILE	193.445	212.207	297.898	253.889	211.428	188.587	73,76%	78,52%	101,51%	84,70%	70,87%	71,08%
PERÚ	90.577	124.122	162.812	142.490	164.945	167.466	43,62%	58,56%	71,04%	61,86%	66,23%	77,38%
TOTALES	1.272.934	1.284.145	1.608.552	1.212.848	1.189.722	1.088.677						

Tabla 2. Índices y tamaños de los mercados entre 2015-2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

En la Tabla anterior se puede verificar que el mercado mexicano es el más robusto del grupo MILA, y tiene una participación promedio del 62.30%, esto se puede evidenciar en la Gráfica 3.

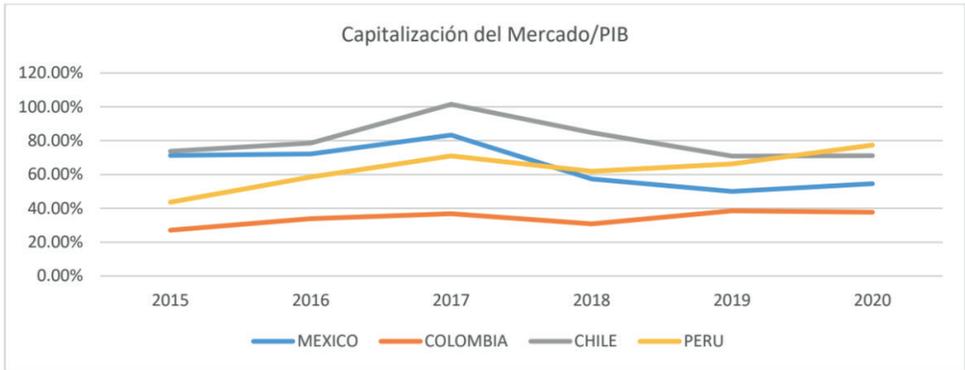


Gráfica 3. Participación porcentual de los mercados en capitalización bursátil, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

El segundo mercado con mayor capitalización es el chileno, que en promedio participa con un 17.71%, seguido del mercado peruano con un 11.32% y finalmente el mercado colombiano con un 8.68% de participación promedio en los años analizados, lo anterior deja evidencia que la confianza y cultura financiera en la economía colombiana falta por madurar y optimizar de manera adecuada este potencial sistema de inversión.

Siguiendo con el análisis de los mercados, y en ocasión de la revisión de la capitalización con respecto a los PIB de las economías pertenecientes al MILA se puede apreciar que la economía chilena y la capitalización de su mercado tienen una particularidad muy marcada, la cual permite evidenciar que la empresas cotizadas en el índice IPSA para el año 2017 superó al PIB del país, y en promedio para los años de observación es del 80.07%, lo cual permite ver que las empresas que constituyen el indicador poseen una fuerte capitalización, que permite a los inversionistas tener seguridad a la hora de invertir en dicho mercado, lo anteriormente indicado se puede apreciar en la Gráfica 4.



Gráfica 4. Capitalización del mercado con respecto al PIB, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

En contraste del mercado chileno, la capitalización bursátil del mercado colombiano es en promedio el 34.11% con respecto al PIB de la franja de tiempo analizada, siendo el año 2019 del 38.53% con respecto al PIB generado para el mismo año.

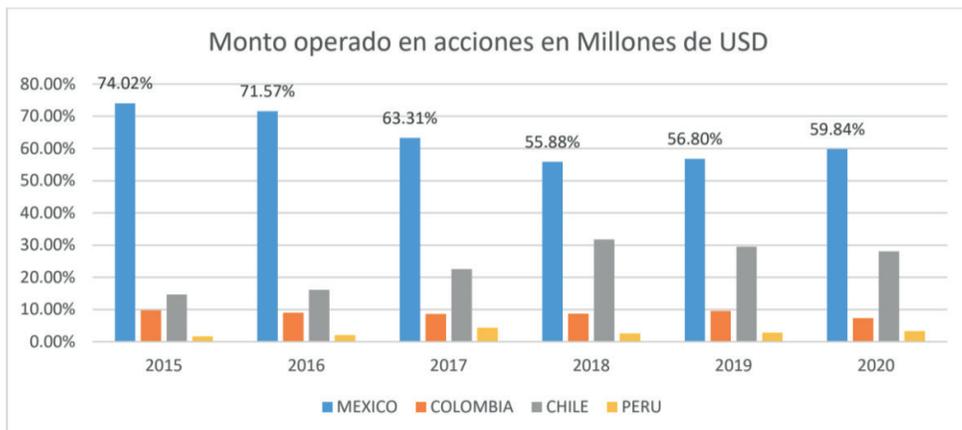
Otro de los factores para tener en cuenta es el índice de liquidez, el cual muestra la dinámica de la bursatilidad que tienen los activos en cada uno de los mercados que integran el MILA, esta información se puede observar en la Tabla 3.

LIQUIDEZ						
PAÍS AÑOS	MONTO TOTAL OPERADO EN ACCIONES EN MILLONES USD					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020
MÉXICO	110.518	110.365	102.511	96.412	83.225	76.402
COLOMBIA	14.540	13.866	13.932	14.965	13.982	9.359
CHILE	21.857	24.895	36.493	54.710	43.232	35.790
PERU	2.402	3.068	6.970	4.422	4.071	4.116

Tabla 3. Monto operado en acciones en Millones de USD entre 2015-2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

La información que se aprecia en la anterior Tabla permite evidenciar que el mercado mexicano es en sí el que desarrolla más transacciones con respecto a sus homólogos cofrades del MILA, siendo el mercado mexicano el que marca una singularidad de participación, tal como se puede apreciar en la Gráfica 5.



Gráfica 5. Monto operado en acciones en Millones de USD, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

De igual manera la anterior figura permite ver que a pesar de que los montos operados de cierta forma poseen una tendencia al alza, el mercado mexicano pierde participación, dando espacio para que los demás miembros mejoren e incrementen el accionar operado, siendo el más notorio el mercado IPSA de Chile, que se evidencia un crecimiento constante en los años analizados; de igual forma los mercados de Perú y Colombia permanecen constantes con la dinámica de sus operaciones.

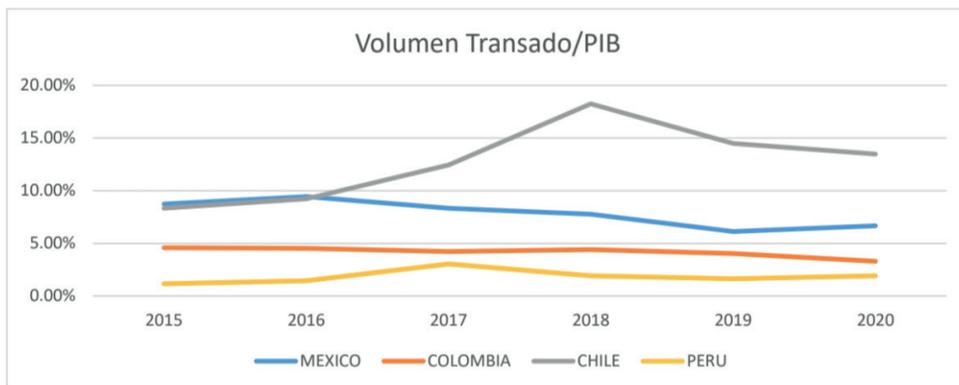
Ahora bien, al cruzar la liquidez con respecto al PIB de cada economía se evidencia que el mercado de Chile posee una dinámica más vigorosa con respecto a sus homólogos, con una clara tendencia alcista, pues pasa para el año 2015 del 8.33% al 13.49% en 2020, siendo su pico más alto para el año 2018 con un 18.25% (ver Tabla 4).

PAÍS AÑOS	LIQUIDEZ					
	VOLUMEN TRANSADO/PIB					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020
MÉXICO	8,72%	9,44%	8,32%	7,77%	6,12%	6,67%
COLOMBIA	4,58%	4,52%	4,20%	4,41%	4,04%	3,29%
CHILE	8,33%	9,21%	12,43%	18,25%	14,49%	13,49%
PERÚ	1,16%	1,45%	3,04%	1,92%	1,63%	1,90%

Tabla 4. Volumen transado con respecto al PIB entre 2015-2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

De igual forma la table permite evidenciar que los mercados de Colombia y Perú poseen una relativa estabilidad, pero para el caso del mercado mexicano la tendencia es bajista, mejorando levemente en 2019 a 2020 (ver Gráfica 6).



Gráfica 6. Volumen transado/PIB, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

Al revisar los datos del comportamiento del mercado en cuanto al volumen transado y la capitalización del mercado y/o Market Cap., se aprecia que entre el año 2015 y 2018 el mercado colombiano posee el mejor desempeño, puesto que en promedio del volumen transado con respecto a la capitalización es del 14.01% (ver Gráfica 7).



Gráfica 7. Volumen transado/Market Cap., entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

Por otra parte, la anterior figura, permite mostrar que el mercado chileno desde 2017 hasta 2020, posee un buen desempeño en materia bursátil, pues en promedio del 100% de la capitalización del mercado el 18.31% del mismo se ha transado en movimientos financieros.

El otro componente a tener en cuenta es la concentración, para ello se revisaron las 10 empresas domésticas de cada mercado, con la mayor capitalización, y se compararon con las variables capitalización del mercado y el volumen transado, información que se puede apreciar en la Tabla 5.

		CONCENTRACIÓN									
PAIS AÑOS	10 SOCIEDADES DOMÉSTICAS DE MAYOR CAPITALIZACIÓN/CAP DEL MERCADO					10 SOCIEDADES DOMÉSTICAS MÁS NEGOCIADAS/ VOLUMEN TRANSADO					
	2015	2016	2017	2018	2019	2015	2016	2017	2018	2019	
MÉXICO	55,50%	54,10%	64,60%	52,80%	55,30%	61,90%	58,70%	58,00%	60,90%	60,70%	
COLOMBIA	71,00%	71,50%	75,90%	77,90%	77,70%	86,10%	68,80%	83,10%	85,30%	85,00%	
CHILE	45,90%	44,30%	44,40%	43,20%	44,60%	55,30%	48,40%	50,90%	65,10%	57,90%	
PERÚ	57,47%	56,63%	61,63%	57,97%	59,20%	67,77%	58,63%	64,00%	70,43%	67,87%	

Tabla 5. Índice de concentración de las 10 sociedades domésticas con mayor capitalización entre 2015-2020.

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

La información contenida en la Tabla anterior evidencia que el caso más representativo de concentración de las 10 primeras empresas de mayor capitalización con respecto a la capitalización total del mercado anual, lo posee el mercado colombiano, pues en promedio para los años analizados es del 74.80%, y el menos concentrado en promedio es el mercado chileno, pues en promedio maneja un 44.48% de concentración con sus 10 principales empresas cotizadas, en cambio los mercados de MÉXICO y Perú son homogéneos y en promedio están entre 56.46% y 58.58% respectivamente, tal como se puede apreciar en la Gráfica 8.



Gráfica 8. Diez sociedades domésticas de mayor capitalización/Cap. del mercado, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

En esta misma línea y tomando como referencia las 10 acciones de mayor capitalización para cada mercado sobre el total de las transacciones, nuevamente el mercado colombiano es el que muestra el mayor grado de concentración, que en promedio para los años analizados es del 81.66%, tal como se puede apreciar en la Gráfica 9.



Gráfica 9. Diez sociedades domésticas de mayor capitalización/Volumen transado, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

De igual forma la Gráfica anterior permite precisar que el segundo mercado más concentrado en referencia a la correlación de las variables 10 empresas de mayor capitalización con respecto al volumen transado es el peruano con un 65.74%, seguido del mercado mexicano con un 60.04% de grado de concentración y finalmente el mercado chileno con un 55.52% de concentración en promedio para los años analizados.

Para poder dar continuidad a la revisión sistémica de las economías y mercados que constituyen al MILA y poder finiquitar el análisis de desempeño de las economías que componen al mercado MILA se revisan dos variables del nivel macroeconómico como lo es la inflación y la devaluación, las cuales se abordarán a continuación con los respectivos análisis a que dio lugar.

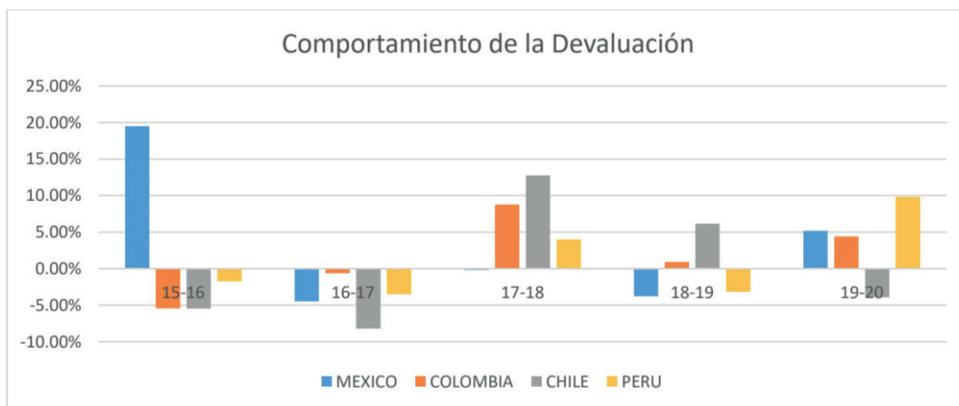
En cuanto a la devaluación generada en la ventana de tiempo 2015-2020 para las economías de MÉXICO, Colombia, Chile y Perú, primeramente, se debe advertir que la economía colombiana es la que mayor desequilibrio tienen de su moneda en términos de tipo de cambios, pues es la moneda que debe entregar más dinero por dólar norteamericano, y la moneda peruana es la que posee el menor monto por tipo de cambio con respecto al USD debido al ajuste que se desarrolló en los años noventa por su cambio de moneda. (ver Tabla 6).

PAIS AÑOS	TIPO DE CAMBIO										DEVALUACIÓN				
	2015	2016	2017	2018	2019	2020	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20				
MÉXICO	17,24	20,60	19,68	19,65	18,91	19,88	19,49%	-4,48%	-0,17%	-3,76%	5,17%				
COLOMBIA	3.174,50	3.002,00	2.983,68	3.245,01	3.274,03	3.418,12	-5,43%	-0,61%	8,76%	0,89%	4,40%				
CHILE	708,60	669,79	614,74	693,09	735,84	707,21	-5,48%	-8,22%	12,75%	6,17%	-3,89%				
PERÚ	3,41	3,35	3,24	3,36	3,26	3,58	-1,72%	-3,51%	3,97%	-3,16%	9,81%				

Tabla 6. Los tipos de cambio y la devaluación entre 2015-2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

La información presentada en la anterior Tabla permite evidenciar que en el trayecto del 2015 al 2020, la moneda que ha tenido una mayor devaluación es el peso mexicano pues pasa de un tipo de cambio de 17.24 UDS/MEX a 18.91 USD/MEX, es decir posee una devaluación porcentual del 15.32%, la segunda economía con una mayor devaluación es la colombiana con una devaluación porcentual del 7.67%, seguida de la economía peruana con una devaluación del 4.85% y finalmente la economía chilena que muestra una apreciación del -0.20% para el mismo periodo de tiempo, siendo esta la de mejor estabilidad, estos efectos se pueden apreciar con mayor detalle en la gráfica 10.



Gráfica 10. Comportamiento de la devaluación, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

Según la Gráfica anterior la economía mexicana para el año 2015-2016 presenta una devaluación de alrededor del 19.49%, algo parecido le sucedió a la economía chilena en el periodo 2017-2018 con una devaluación del 12.75%, pero que en definitiva estas economías excepto la chilena su comportamiento es de devaluación.

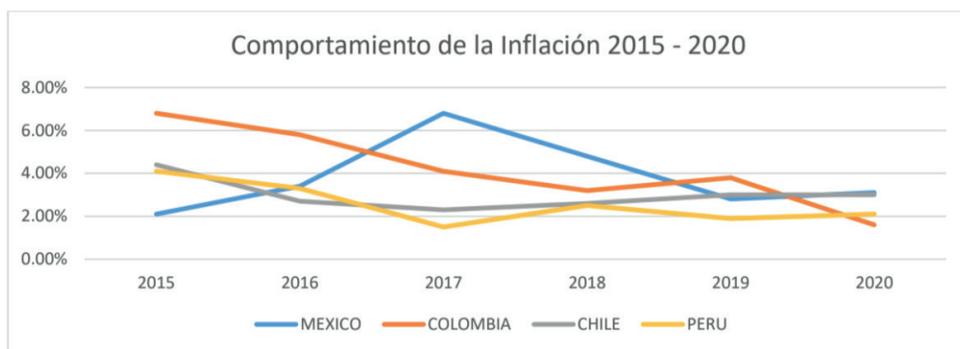
Finalmente se analiza la variable macroeconómica de inflación, pues dicho factor afecta en términos reales los resultados de las rentabilidades que se pueden generar en inversiones de acciones de esos mercados, las cifras se pueden apreciar en la Tabla 7.

PAÍS AÑOS	TASA DE INFLACIÓN					
	2015	2016	2017	2018	2019	2020
MÉXICO	2,10%	3,40%	6,80%	4,80%	2,80%	3,10%
COLOMBIA	6,80%	5,80%	4,10%	3,20%	3,80%	1,60%
CHILE	4,40%	2,70%	2,30%	2,60%	3,00%	3,00%
PERU	4,10%	3,30%	1,50%	2,50%	1,90%	2,10%

Tabla 7. Comportamiento de la inflación entre 2015-2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

Los datos mostrados en la Tabla anterior dejan en evidencia que la economía colombiana es la que presenta un mayor nivel de inflación siendo el año 2015 el pico más alto de esta eventualidad con un 6.8%, y aunque la tendencia a medida que transcurre los años es de por si la economía más afectada por este fenómeno exceptuando los años 2017 y 2018 pues fue en MÉXICO donde el fenómeno tomo una mayor incidencia en los resultados macroeconómicos, a diferencia del caso de Perú, que fue la economía con menor nivel de inflación en el mismo periodo de tiempo, por otra parte la economía chilena ha mantenido en cierta forma una estabilidad en su gestión de control inflacionario manteniendo en promedio un 3% en la ventana de tiempo de observación, lo anteriormente indicado se puede ver con mayor detalle en la Gráfica 11.



Gráfica 11. Comportamiento de la devaluación, entre los años 2015 a 2020

Fuente: Desarrollo del autor con base en la data FIAB

En general las economías y mercados pertenecientes al MILA muestran una serie de componentes que pueden resultar atractivos para los diferentes agentes de mercado, aunque se deben considerar los aspectos antes estudiados y poder estructurar portafolios que conlleven a la maximización de rentabilidad con una adecuada gestión del riesgo.

## 2.2 REFERENTE TEÓRICO DE LOS MERCADOS FINANCIEROS

Luego de revisar la evidencia empírica aportada por los mercados y sus funestos resultados, llega el momento de revisar los pensamientos, posturas, postulados y demás proposiciones que han aportado los teóricos al fundamento financiero desde la óptica de las herramientas del análisis técnico, lo cual permite explorar de una forma más holística el tema objeto de estudio, y precisar tanto aciertos, como imprecisiones albergadas intrínsecamente en los modelos.

Dicha contrariedad podría encontrar su génesis en el planteamiento que Fama (1970) esboza en la frase de eficiencia de mercados, expresión que hace referencia a

los procesos de aleatoriedad y que se comportan como juegos justos, y que por ende los resultados no se pueden predecir de forma sistemática; la propuesta planteada ha traído consigo un sinnúmero de contrariedades tanto en lo teórico como en lo político, y que según Uribe y Ulloa (2011), hoy por hoy las perspectivas académicas en referencia al tema de la eficiencia de mercado se maneja desde el continuo contraste y se ha transformado en un constructo más de controversia per se, la cual se permea en todo el espectro del pensamiento económico coetáneo, y que ha conllevado a que economistas de corriente nekeynesianas y neoclásicos, discrepan en el rol que debe asumir el estado y su gobierno en la economía de mercado.

Lo anteriormente planteado ha traído consigo teoristas a favor y en contra del postulado de mercados eficientes, encontrando por ejemplo a Fama y French (2010), y Malkiel (1999), autores que están alineados con dicho pensamiento, y que están a favor del *laissez faire*; y por su parte Grossman & Stiglitz (1980), no se alinean con estos supuestos, y proponen abiertamente que la intervención del estado no solo es importante, sino que es absoluta en el mejoramiento de las condiciones del mercado.

En esta misma línea Zambrano (2016), indica que los modelos tradicionales de mercados financieros exponen un enfoque sintético de su dinámica y mecánica, y que su esencia se basa en supuestos que carecen de cimiento práctico, con lo cual dichas herramientas no logran dar cuenta de los movimientos de los mercados financieros, y mucho menos son capaces de proveer evidencia y herramientas capaces de coadyuvar en los momentos de turbulencia, por ende se requiere de constructos más robustos que permitan a la labor de inversión ser más eficiente y que permita mejorar el Trade Off.

De igual forma Cootner (1964), indica que los modelos utilizados para el desarrollo de pronósticos hechos hasta la fecha, quedan obsoletos, pues según lo expuesto por Mandelbrot deja obsoletas las obras econométricas, careciendo de sentido, y por ende se requiere de herramientas que robustecen dichos pronósticos y que ayuden a las personas que los utilicen a desarrollar mejor toma de decisiones, pues hoy por hoy dichos modelos sólo son algo eficientes en periodos cortos de análisis y predicción.

Por su parte Prieto (2016), abiertamente expresa que la actual teoría de mercados eficientes no evidencia que existan propuestas de cambio de paradigma, apropiadas para que sean reemplazadas, y que apunten a la realidad de mercado, tan solo se ha podido observar que la aplicación de la geometría fractal podría llegar a ser disruptiva, pues ha mostrado unos atisbos pertinentes y más ajustados a las constantes fluctuaciones del ecosistema financiero.

En esta misma línea Ramírez (2018), encuentra en sus estudios que la aplicación de la dimensión fractal permite el desarrollo de análisis de la volatilidad de los precios históricos de una forma más eficiente, efecto que va de la mano con la observación del crecimiento dinámico y cinético, en donde los estudios aportan evidencia de memoria histórica de largo plazo en las series temporales.

Dicha observación es ratificada por Mandelbrot (1997), el cual indica que efectivamente es intrínseca a las series temporales la memoria histórica, pero que se hace necesario el entendimiento del efecto de la linealidad y no linealidad de la conducta de los índices de mercados financieros, los cuales demandan de observaciones desde los postulados de geometría fractal.

Ahora bien, la no linealidad se refiere a aquellas entidades que son alteradas en su forma al ser observados con diferentes dimensiones; debido al argumento anterior, el modelamiento fractal ayuda a los investigadores que observan los comportamientos de los mercados, a estudiarlos desde los axiomas de los fenómenos no lineales, siendo los modelos fractales el instrumento que mejor ajusta para este tipo de estudios, precisamente a la volatilidad y cambios constantes de estos, que los tornan impredecibles, desvirtuando el desempeño intrínseco de las compañías en relación con el valor de mercado.

Debido a lo esbozado anteriormente, los modelos de geometría fractal han convertido en una opción, que además de ser estudiada por académicos y corporativos del mundo financiero, ha tomado una fuerza relativa en dicho ecosistema, lo anterior se obtiene en virtud de su capacidad de estudiar el comportamiento a nivel univariante, y su evolución en la línea del tiempo.

En este punto se hace necesario indicar que existen modelos para estudiar escenarios determinísticos y escenarios estocásticos, debido a ello Lara, Stoico, Machado, & Castagnino (2003), indican que, para el caso de desarrollos de modelos matemáticos deterministas, cabe la posibilidad de la aplicación de ecuaciones diferenciales ordinarias; ahora bien, al aumentar la complejidad del modelo en referencia a la representación del sistema, en la misma medida el sistema de ecuaciones se acrecientan entrando al campo de las observaciones no lineales.

Siguiendo a Lara et al (2003), los cuales indican que

*“Debido a la pérdida de linealidad, pueden existir determinadas condiciones donde el comportamiento de la solución a tiempos grandes es estocástico. Estas soluciones asintóticas acotadas que no convergen a ningún conjunto límite se las conoce como caóticas” (p.1442).*

Ahora bien, como poder determinar si las series estudiadas son o no son caóticas y/o no lineales, es una respuesta que Alexander Lyapunov (1892), en su trabajo denominado “El problema general de la estabilidad del movimiento”, deja planteados los axiomas que dan la convalidación para determinar si las propiedades de estabilidad del sistema dinámico atienden a comportamientos de largo plazo estables o comportamientos explosivos.

Conscientes de la importancia de determinar si el fenómeno estudiado atiende a comportamientos estables o inestables, Olmedo, Gimeno, Escot, & Mateos (2007), indican que, si el sistema analizado no posee estructuras lineales, entonces es posible que sus estructuras se logren describir por medio de la determinación del máximo exponente de Lyapunov, es decir, si el resultado arrojado del exponente de Lyapunov es positivo, se

encontraría en presencia de un sistema inestable y si el resultado es negativo, se estaría en presencia de un sistema estable, lo anterior indica que un sistema es caótico si el exponente de Lyapunov da un resultado positivo.

En este mismo sentido, y siguiendo a Olmedo et al (2007), indican que:

*“Los sistemas caóticos se caracterizan por las diferentes dinámicas que presentan condiciones iniciales infinitesimalmente próximas, de manera que un sistema dinámico determinista pero caótico aparentemente funciona igual que uno aleatorio, sin serlo. Por este motivo el caos ha supuesto una nueva vía de estudio en la dinámica económica de sistemas, ya que no es necesaria la introducción de perturbaciones aleatorias para conseguir un comportamiento tan irregular y complejo como el observado en la realidad”. (p. 92).*

Para Parisi, Espinosa, & Parisi (2007) plantean que al revisar aportes y/o aplicaciones referentes al comportamiento caótico en las series temporales tanto del orden económico y financiero, este fue un ejercicio que tienen su génesis en los años ochenta, y las primeras series a las cuales se les desarrolló dicha labor fueron del orden macroeconómico como el PIB y variables y agregados económicos, las cuales fueron sometidas a este escrutinio, y que según Le Baron (1994), las primeras pruebas analizadas arrojaron escasas evidencias de caos, pero que dicha labor expuso la coexistencia de estructuras no lineales.

Con dichos hallazgos la comunidad científica que estudia dichos fenómenos han tomado herramientas como lo son la geometría fractal, la demostración del exponente de Hurst y el máximo exponente de Lyapunov y el espectro de correlación para desarrollar y evidenciar el comportamiento caótico en las series temporales que estudian, y más específicamente hablando, una utilización marcada del coeficiente de Hurst en los estudios recientes, los cuales exponen la evidencia de memoria de largo plazo en las series de tiempo (Parisi, Espinosa & Parisi 2007, p. 3).

## **2.3 BASES TEÓRICAS - CIENTÍFICAS**

Con lo precisado con anterioridad a este apartado, en lo cual se evidencia el devenir y complejidad de la teoría financiera en relación con el estudio de las series temporales; de igual forma se precisan las propuestas génesis planteadas y los nuevos enfoques que pueden mejorar los pronósticos ayudando en la mejora de la toma de decisiones, llega el momento de plantear las bases teóricas - científicas con las cuales permitirá ver los postulados y aportaciones del enfoque de fractalidad de los mercados financieros, y las herramientas de econometría que fueron utilizadas para desarrollar los pronósticos de los mercados que integran el MILA.

### 2.3.1 Teoría financiera clásica

Antes de empezar el desarrollo de este apartado hay que dejar claro las dos grandes divisiones referentes al estudio de las finanzas, una de ellas gira en torno a los mercados financieros, también denominada teoría financiera (Financial Theory), y la segunda vertiente orientada a las finanzas de la empresa, también conocida como la teoría de las finanzas de empresas (Theory of Corporate Finance), que para el caso de estudio el norte será la profundización de la primera es decir la teoría financiera aplicada en los mercados financieros, y en especial al estudio de las series temporales de los mercados del MILA.

Según Prieto (2016), durante el siglo XX, la Teoría Financiera Clásica ha sido la referencia predominante en relación con el análisis de la evolución de los mercados financieros, y cuyo desarrollo teórico descansa sobre la estructuración de herramientas de acervo matemático que, mediante la utilización de relación de precios de distintos activos, ejercicio que se orientaba a maximizar los rendimientos en las inversiones, objetivo general de cualquier agente de mercado.

Lo anteriormente indicado posee su acervo desde la propuesta desarrollada por Louis Bachelier (1900), autor que estudió el comportamiento de los mercados, en especial la conducta y volatilidad de los activos en el mercado parisino, actividad que quedó plasmada en su tesis doctoral defendida y publicada en 1900, y que según Prieto (2016), los estudios de este autor fueron las primeras aproximaciones desde el componente matemático utilizado precisamente para observar los comportamientos, en el cual involucro análisis del movimiento Browniano, es decir considero por primera vez el componente de aleatoriedad, y postulando que los precios de los activos en el futuro no están influenciadas por memoria historia de las series de tiempo de dichos activos.

Los aportes de Bachelier desafortunadamente no tuvieron relevancia, ni reconocimiento, sino hasta que Markowitz (1952), utilizó los postulados como base para el estudio del comportamiento del mercado, aportado por el matemático, con la cual propuso su famosa teoría de portafolios eficientes, proposiciones que fueron acogidos por economistas contemporáneos, con obras como las propuestas por Fama (1965), propuesta en la cual propone que los mercados se autogestiona por leyes de oferta y demanda, alineados a los principios propuestos por Samuelson (1965), economista el cual indico que las series temporales se deben establecer y estudiar desde la premisa de aleatoriedad.

Ahora bien, es preciso indicar que Keynes (1923), ya había declarado a este respecto, la existencia de aleatoriedad en los precios, con lo cual ponía de manifiesto que las rentabilidades obtenidas por los inversionistas no provenían de sus pronósticos, sino que estas se fundamentaban en la gestión de los riesgos per se de las inversiones; de igual forma Keynes (1936) argumento que, ante la dinámica de aleatoriedad de los activos financieros, la base de las decisiones de los inversionistas reposaban en las perspectivas de los inversores sobre la tendencia y posición de los demás inversionistas.

Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, Fama & French (1993), indican que, debido a la relativa facilidad al acceso a los datos financieros, de la mano con la calidad de los instrumentos estadísticos se robustece, en la misma medida los modelos para estructurar carteras incrementan su complejidad en busca de mejorar el Trade Off en términos de rentabilidad y riesgo.

Siguiendo a Prieto (2016), el cual indica que aportes desarrollados como los postulados del Behavioral Finance (Finanzas del comportamiento), de la mano con los aportes e iteración de las herramientas de la física aplicado al terreno de los mercados financieros, tareas enfocadas a la mejorar la revisión del comportamiento de la información financiera, y en especial a evidenciar la presencia de caos, y a su vez la aplicación de geometría fractal, han hecho posible lograr mayores precisiones en los pronósticos por parte de los agentes de mercado.

Articulando con lo indicado anteriormente, se hace pertinente el poder considerar que el objetivo último de las teorías en torno al mundo de las finanzas no solo trata de ajustarse al contexto, sino evolucionar a par y paso de la dinámica de los mercados.

Hoy por hoy, debido a la gran volatilidad en los precios de los activos financieros y los mercados, instituciones, banca tradicional y banca multilateral han desarrollado estructuras y modelos para pronosticar las tendencias, de tal forma poder estructurar mecanismos que minimicen la exposición al riesgo y una apropiada asignación de recursos en la construcción de portafolios.

Dicha dinámica ha propiciado la aparición de metodologías y herramientas de corte cuantitativo, que, a diferencia de los modelos lineales desarrollados en la década de los sesenta y setenta, fueron reemplazados en los ochenta por modelos denominados Arima, que posteriormente fueron robustecidos por los Modelos Arch y Garch, los cuales su enfoque radica en la revisión sistemática de la volatilidad. (Alonso & Garcia, 2009).

Con lo planteado anteriormente y como medida de abordaje a la fenomenología que se genera en torno a la revisión del componente teórico que congrega el desarrollo de la presente investigación, a continuación, y en apartados particulares, se desplegarán las consideraciones y alcances desarrollados por los teóricos y sus trabajos enmarcadas en cada una de las tres áreas teóricas principales objeto de estudio, las cuales versan desde los postulados del desarrollo teórico, matemático y conceptual.

### **2.3.2 Hipótesis de mercados eficientes**

Para el año 1970 Eugene Fama indica que un mercado es informacionalmente eficiente, puesto que este es capaz de entregar de forma totalitaria la información que se circunscribe en él, por lo cual se puede declarar eficiente.

El anterior supuesto contiene las siguientes implicancias:

- a. La dinámica de mercado no deberá guardar memoria, por lo cual no se puede esperar que los precios de hoy estén a desventajas de los precios de ayer.
- b. Al ser eficiente el mercado, los inversionistas deberán poseer la misma cantidad de información, y el hecho que algunos inversionistas logren un mayor rendimiento esto se deberá meramente al azar.
- c. En el mercado existe una continua competencia entre los activos, debido a ello la información sui generis de los valores se verá de forma inmediata en la conformación de precios.
- d. De igual forma es requerido que todos y cada uno de los títulos estén afinadamente estimados, de esta manera los inversionistas podrán obtener un rendimiento en la medida del riesgo que se tome en las inversiones.

### 2.3.3 Fallos en los modelos tradicionales

Con lo observado en la dinámica y mecánica de mercado, se puede establecer que los modelos actuales que dan soporte a la teoría de los mercados financieros se han quedado cortos para dar respuesta y soporte al mercado actual, pues su base radica en supuestos que no poseen fundamentos prácticos, pues su génesis nace desde los supuestos y los contrastan con la experticia desarrollada en el mercado, y esta actividad no ha logrado explicar, y en especial el pronosticar los movimientos que se generan en momentos caóticos y de incertidumbre

Para poder precisar con mayor detalle la debilidad de los modelos tradicionales se requiere de revisar las principales asunciones en las cuales reposan sus teorías, las cuales se muestran a continuación.

- a. La primera de ellas se basa en la racionalidad de las personas, indicando que el principal objetivo es la riqueza, es decir que al momento de estructurar la cartera esta acción se realizará mediante la elección racional, la cual permitirá obtener una maximización de la riqueza. Esta actividad hará que la dinámica del mercado se gestione de forma más eficiente, y que dicho accionar llevarán con diligencia y objetividad a los precios a un nivel adecuado, lo anterior no es un evento absoluto, pues en varias ocasiones los inversionistas no siempre basan sus decisiones de forma racional, lo anterior se basa en que no siempre el ser humano se basa en tomar decisiones racionales, sino que muchas veces se ve influenciado por las emociones que hacen parte de las decisiones.
- b. Otro de los supuestos que poseen los modelos clásicos es que todos los inversionistas poseen los mismos targets y la misma ventana de tiempo, y por ende se posee el mismo nivel de información con lo cual conlleva a tomar las decisiones similares, es decir que según esto los Traders poseen expectativas de forma homogéneas, y realidades como es el simple hecho de tener diferencias

en los capitales y/o el patrimonio, sería muy obvio que los inversionistas no pueden ser iguales. Hay quienes compran acciones a largo plazo, y hay otros que el objetivo es hacer trading especulativo, por lo cual no todos poseen el mismo horizonte de tiempo ni tampoco los mismos objetivos.

- c. Otro de los aspectos que asumen los modelos clásicos es que el cambio de precios es prácticamente continuo. Es decir, se precisa que los activos tanto financieros como no financieros no cambian de forma dramática en los mercados, sino que los cambios se dan de forma paulatina, pero la realidad es otra, puesto que los precios de los activos varían de forma significativa, y los Brokers suelen redondear los precios eliminando valores intermedios, de tal forma que al existir un evento de extremo hace que los precios cambien significativamente.
- d. Una cuarta precisión de los modelos clásicos se basa en que los cambios de precios siguen un movimiento browniano, aleatorio, es decir que se debe tener muy en cuenta tres conceptos para poder definirlos i) Que exista inconexión estadística de los valores, es decir que no exista correlación con el precio inmediatamente anterior, de tal forma que no se genere afectación en el comportamiento del precio de hoy. ii) Determinar la existencia de estacionariedad en la serie de tiempo. iii) Evidencia de Normalidad en las series temporales, es decir que identificar que se comporten como una norma estándar.

Lo expuesto anteriormente va a contracorriente con la realidad, puesto que las series temporales no poseen independencia, y poseen memoria, es decir lo que acontece el día de hoy en los mercados muy probablemente afectará la dinámica del siguiente día. De igual forma trabajos desarrollados por investigadores y académicos han podido evidenciar la dependencia de precios mediante el denominado exponente de Hurst (el cual se revisará con mayor detalle más adelante en el trabajo).

Con las precisiones indicadas anteriormente se puede inferir que el desarrollo de estudios estadísticos pertinentes y que aporten a los inversionistas, primeramente, se debe identificar si los datos poseen independencia y su comportamiento es normal, pero se debe tener la consideración que es muy raro encontrar distribuciones normales en los activos y mercados financieros.

De igual forma no es debido asegurar que los precios son independientes debido a que la información con la que se dispone no se introyecta en los precios de los activos, por lo cual se puede establecer que se cuenta con información asimétrica, y que dicho efecto tendrá consecuencias futuras, tal como se basan los supuestos de los modelos tradicionales basados en el movimiento browniano puro, por lo cual la presente investigación mostrará que los mercados que integran el MILA no cumplen con los supuestos del movimiento browniano aleatorio, es decir ostentan movimientos brownianos fraccionado, con el cual se podrá desarrollar los debidos pronósticos mediante la utilización de herramientas de econometría.

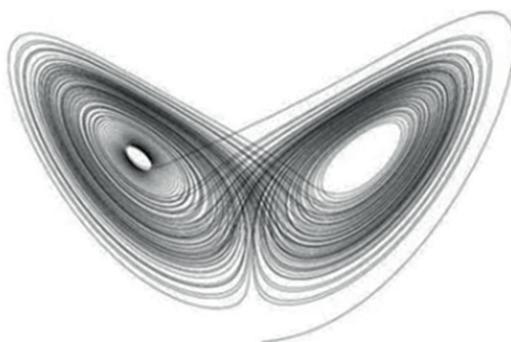
### 2.3.4 Teoría del caos

Para Battle & Grèbol (2009) los sistemas de configuración lineal simbolizan el orden, y de igual manera son previsibles y fácil en su manejo, y es por ello en gran razón la desmesurada utilización para poder dar explicación al a fenomenología de la cotidianidad, dando aproximaciones en ocasiones, y en otras totalmente desdibujadas de la realidad y su acontecer.

De igual forma, se debe entender que existen sistemas en los cuales no funciona dicha dinámica de predicción, pues existen ocasiones en donde mínimas conmutaciones o escenarios de incertidumbre en el origen de los datos, propician y/o generan resultados impredecibles y/o inesperados, a estos se les conoce como sistemas caóticos, de tal forma para poder estudiarlos se revisan desde los axiomas de la teoría del caos, una analogía resultante de este tipo de estudio es el denominado efecto mariposa, siendo aquel que precisa de las dependencias casi imperceptibles de las condiciones iniciales, cambia de forma dramática el accionar en el largo plazo.

El precursor de este tipo de estudios fue científico de datos Lorentz (1917-2008) quien planteó los primeros postulados de la teoría del caos, el cual mediante observación y estructuración de un sistema funcional de ecuaciones se percató que alteraciones ínfimas de las condiciones iniciales se presentaban resultados divergentes. Ahora bien, este tipo de fenómenos para poder ser estudiados requieren de herramientas matemáticas para comprender su complejidad y tratamiento, por lo cual la Geometría Fractal es la que más encuadra para esta labor.

Tomando como referencia la observación de Lorentz, se evidencio que en ciertas igualdades existía la presencia de cierto orden, y estas seguían una especie de espiral (ver figura 4), de dicha abstracción se puede extrapolar que los sistemas caóticos relacionan el orden de forma dicotómica, es decir no puede coexistir sistemas al cien por ciento ordenados, ni tampoco al cien por ciento de forma caótica, es decir que siempre existirán en sistemas ordenados caos, y en reciprocidad en sistemas ordenados el caos estará implícito en él.



**Figura 4.** Geometría fractal de un helecho y su propiedad de reescalamiento

**Fuente:** Gonzáles y Guerrero 2001

Siguiendo a Battle & Grèbol (2009), las cuales manifiestan que unos de los conceptos fundamentales en los supuestos del caos son los atractores, los cuales son utilizados para referenciar la evolución en los sistemas dinámicos en una ventana de tiempo extendida. De igual forma, al tratarse de sistemas estables, los atractores pueden ser un punto o una curvilínea, por otra parte, si se habla de sistemas en caos los atractores serán estructuras fractales denominadas como atractores extraños.

Cabe mencionar que en la actualidad concurren diferentes tipologías de atractores, todo dependerá de su ecosistema; por una parte, están los atractores clásicos, son definidos pues todas las trayectorias convergen en un solo punto, y los tractores extraños, los cuales poseen en sus estructuras fractalidad, es decir poseen una rugosidad de los espacios sobre sí mismo.

Con lo planteado anteriormente se puede inferir que los mercados, en especial los financieros, por ser ecosistemas ininteligibles, su devenir y dinámica oscila entre el orden y el caos, y se evidencia que pequeños cambios en dicho ambiente provoca inequívocamente grandes alteraciones en los resultados finales, labor que se entrara a precisar en apartados posteriores.

### **2.3.5 Los fractales y sus propiedades**

En este acápite se describe lo concerniente al tema de los fractales, y sus aplicaciones en los diferentes ámbitos, y en especial el mundo de los mercados financieros.

Como primera medida es preciso definir el término fractal que según la Real Academia Española (RAE) esta proviene del latín fractus que significa quebrado, y que de igual forma es un vocablo acuñado por el matemático francés Benoît Mandelbrot en 1975.

González y Guerrero (2001) definen a los fractales como un conjunto de formas geométricas generadas normalmente por procesos matemáticos itinerantes; aunado a lo anterior, indican que estos poseen características que los identifica claramente como lo es i) poseer la misma apariencia a cualquier nivel de observancia, ii) poseer una extensión infinita, iii) no ser diferenciables y iv) tener dimensión fraccional. (ver figura 5)

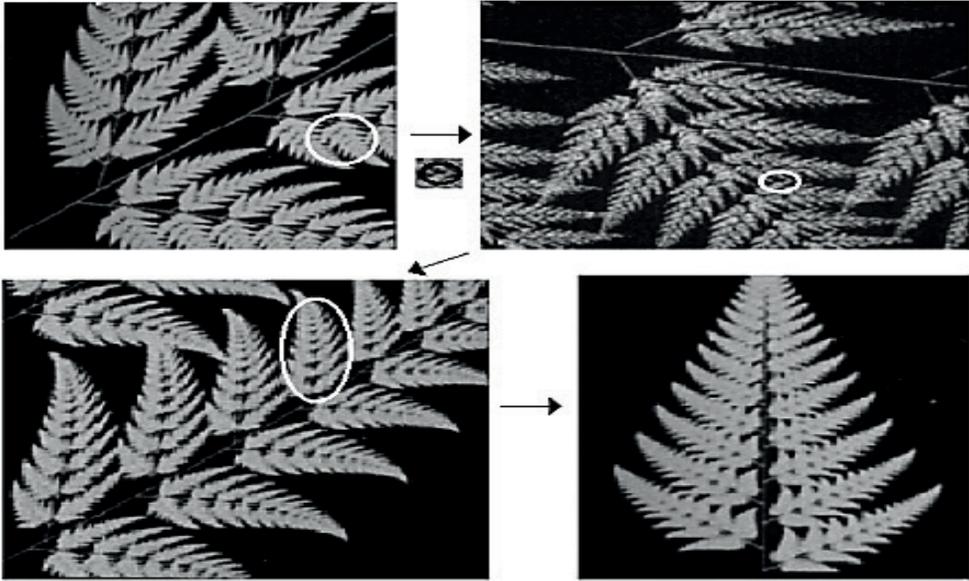


Figura 5. Geometría fractal de un helecho y su propiedad de reescalamiento

Fuente: Gonzáles y Guerrero 2001

Una de las propiedades que posee el fractal es la Autosimilitud, la transformación de similitud o escalamiento, es decir posee la propiedad de generar copias a diferentes escalas pero que guardan un génesis. Un conjunto compacto  $X$  es autosimilar si existe un conjunto sobreyectivo  $\{F_1, F_2, F_3, \dots, F_n\}$

$$\text{Para el cual } X = \bigcup_{k=1}^n F_k(X)$$

Si  $X \subset Y$  Entonces  $X$  es autosimilar, visto de otra forma.

Para poderlo conseguir se utiliza el factor de escalamiento (proporcionalidad). De este modo dos objetos son similares si poseen la misma geometría, aunque tengan diferente tamaño. Los fractales autosimilares son estructuras que permanecen invariantes a cambios en la escala, son isotrópicos (tiene las mismas propiedades en todas las direcciones), permanecen invariantes cuando cambia la escala uniformemente en todas las direcciones (Vergara, 2019, p. 23).

Una segunda propiedad es la Autoafinidad, pues para cumplir con la característica un objeto será fractal si este es Auto afín, es decir que permanece invariante bajo escala de transformación anisotrópica (diferentes escalas en todas las direcciones). A pesar de sus diferencias, en una escala de transformación, las direcciones no son completamente independientes (Batlle & Grèbol, 2009, p. 14).

Siguiendo Batlle & Grèbol (2009) en referencia a los modelos de fractalidad, estos se caracterizan por poseer autosimilitud a nivel micro y a nivel macro, lo anterior se basa en los procesos matemáticos que al interactuar crean dichas estructuras que a su vez son estructuras simples de los objetos originarios, con lo cual las variaciones a nivel micro crean iteraciones regulares a nivel macro (ver figura 6).

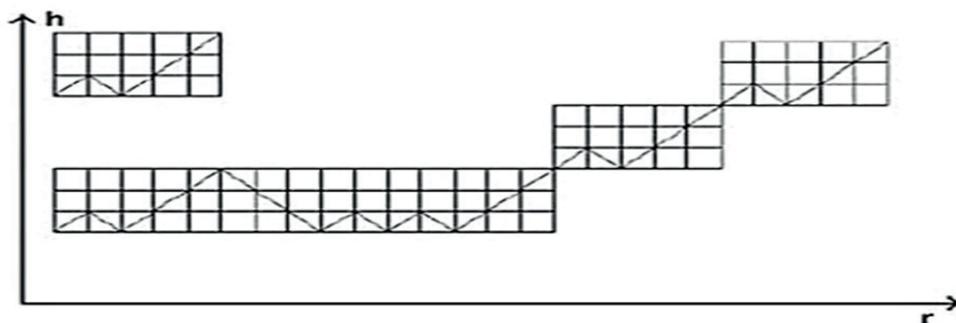


Figura 6. Ejes de coordenadas reescalados

Fuente: Batlle & Grèbol, 2009

Un tercer componente de los fractales es la Dimensión fractal, la cual se Expondrá a continuación en un acápite independiente debido a su relevancia para el estudio.

### 2.3.6 La Dimensión fractal

El entendimiento de la dimensión fraccional se da en la forma de cuantificar que tan estriada resulta ser una curvilínea, pues genéricamente es considerado que los puntos poseen una dimensión 0, las líneas 1, las superficies 2 y los volúmenes 3. A esta idea de dimensión se le llama dimensión topológica o euclidiana. Sin embargo, una curva rugosa que recorre una superficie puede ser tan rugosa que casi llene la superficie en la que se encuentra (Batlle & Grèbol, 2009, p. 24).

Generalmente se puede observar en el universo este tipo de fenomenología se presenta en caso todo alrededor, como por ejemplo los órganos de nuestro cuerpo son elementos tridimensionales, y con ello se puede pensar en el efecto de los repliegues, y al pensar en ello una curva con presencia de rugosidad posee una dimensión que va entre 1 y 2, al igual que una superficie con pliegues posee una dimensión que esta entre 2 y 3, y con ello poder establecer mediante algún método y/o proceso la proporción del área física que es saturado por ellos.

En palabras de González y Guerrero (2001): La Dimensión Fractal ( $D_f$ ), es una propiedad del objeto, la cual indica que tanto ocupa el espacio que lo contiene, y que puede adquirir valores continuos en el espacio de los números reales, entre 0 y 3.

### 2.3.7 Definición matemática de la Dimensión fractal

Una de las definiciones matemáticas más simplificadas de la ( $D$ ), es la de Hausdorff – Besicovitch, investigadores que fueron los pioneros en proponer un modelo y el cual recibe su nombre en su honor, el cual su planteamiento se basa en lo siguiente:

$$S = LD$$

Donde:

S es la cantidad de fragmentos o su extensión

L es el grado de comprobación

D es la Dimensión

$$\text{Log} S = \text{Log} LD$$

Por característica de los logaritmos se puede precisar que:

$$\text{Log} S = D * \text{Log} L$$

Al dividir ambos componentes por Log L se obtiene:

$$D = \frac{\text{Log} S}{\text{Log} L}$$

Cabe indicar que en la actualidad coexisten diversas metodologías para desarrollar el cálculo de la dimensión fractal, uno de ello es el exponente de Hurst, el será utilizado y analizado con más detalle.

#### 2.3.7.1 El Coeficiente de Hurst

Es el nombre con el cual es honrado al científico Harold Edwin Hurst, nacido en Gran Bretaña, el cual refiere a una medida de autonomía entre las series temporales, y es per se una manera de identificar a las series fractales. Debe entenderse que los movimientos brownianos estandarizados pueden lograrse desde la comprensión del movimiento browniano fraccional, pues según Aguilar (2014), sí  $H = \frac{1}{2}$ , ya que en el caso en particular se posee igual función de covarianza.

$$2^H = 2 + 2p \quad \left( -\frac{1}{2} < p < 1 \right)$$

Donde:

- $\Delta y(t)$  estará en correlación con  $p$ .
- Los cambios escalantes son invariantes en el tiempo ( $t$ )
- De igual manera,  $\sigma$  es constante en variadas escalas de 1 tiempo ( $t$ )

Al revisar los resultados que posee la fórmula, y si  $H = \frac{1}{2}$ , esto significa que la data objeto de estudio posee comportamiento de ruido blanco, indicando que la forma de modelar se acoplará de mejor manera a modelos estacionarios, ya que su comportamiento atiende a movimientos aleatorios, estando en la misma línea de los supuestos de los mercados eficientes proclamados en su momento por Fama (1965).

De igual manera si el resultado  $H < \frac{1}{2}$ , la variable presenta el denominado ruido rosa, indicando que atiende a movimientos de antipersistencia y/o modelos autoafines, y que posee memoria de largo plazo, y pueden ser estudiados y/o revisados bajo los postulados de la dimensión fractal.

Por último, si  $H > \frac{1}{2}$ , la serie temporal presenta el denominado ruido negro, es decir que dichas series está simbolizada por una tendencia de persistencia y/o autosimilitud, generando replicas diferentes a diferentes escalas, es decir que son modelos fractales con trayectorias persistentes de memoria larga.

### 2.3.8 Tipos de fractales

La revisión del tema llevó a percibir que existen dos grandes grupos de fractales uno definidos como lineales y el otro como no lineal.

Los fractales lineales, se puede percibir que su estructura está dispuesta por componentes lineales, como pueden ser las rectas y los triángulos, de tal forma que se arquitectura quede definida por trazados simplificados, un ejemplo a citar es el conjunto de cantor, el cual su génesis es una línea que al ser dividida en tres componentes y quitar el de la mitad, e puede repetir de forma indefinida, siendo este el más antiguo de todas las clasificaciones (ver figura 7).

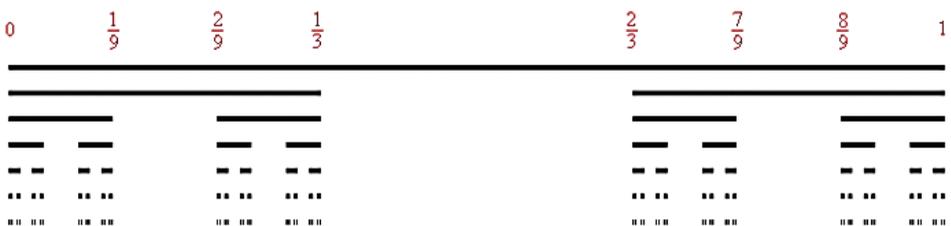


Figura 7. Fractal lineal – Conjunto de cantor

Fuente: Economipedia

La anterior figura puede indicar que este tipo de fractal serán idénticos, indistintamente de su escala hasta el infinito, sin distorsionar su esencia.

Por otra parte, existen los fractales no lineales, los cuales su génesis radica en las matemáticas del caos, creado precisamente por distorsiones no lineales, y esto son los más comunes que se encuentran en la naturaleza, se generan mediante algoritmos, como ejemplo se puede citar al conjunto de Mandelbrot, también se encuentran las órbitas caóticas, los plasmas, y los autómatas celulares (ver figura 8).

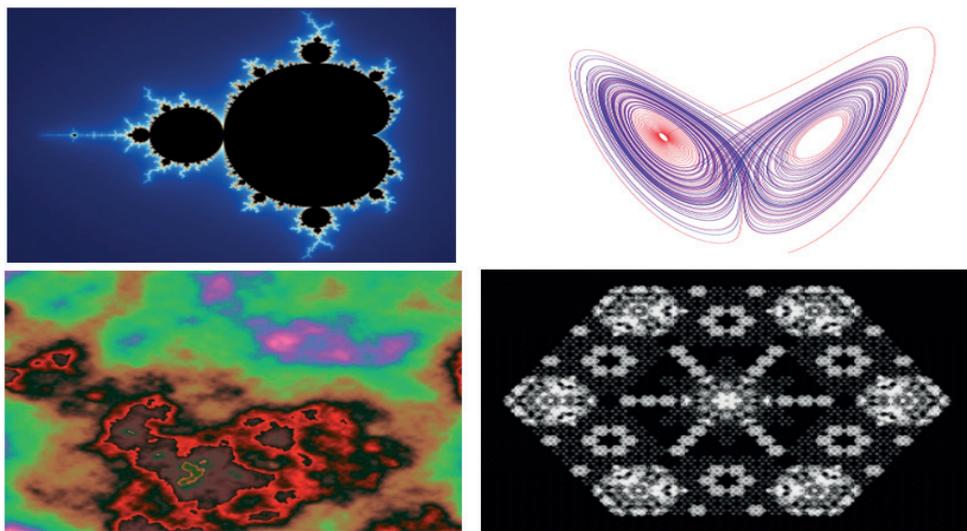


Figura 8. Fractales no lineales – Complejos – órbitas caóticas – plasmas – Autómatas celulares

Fuente: Economipedia

### 2.3.9 Análisis estadístico para series temporales con memoria larga.

En este acápite se revisará la estructuración matemática del análisis estadístico y el procedimiento fractal, por lo cual se tendrá que justificar las pruebas de normalidad, la distribución de colas gordas y la prueba de invarianza a escala, con lo cual dar el sustento teórico al trabajo que más adelante se profundizará al momento de revisar la existencia de memoria larga en los mercados que integran el MILA.

#### 2.3.9.1 Prueba de normalidad

Atendiendo a los postulados del teorema del límite central, los cuales advierten que en la medida que el tamaño muestral  $N$ , posee un tamaño importante, se puede considerar que la distribución de la muestra se distribuye como una normal estándar es decir con Media ( $\mu$ ) cero y Desvío Estándar ( $\sigma$ ) uno, es decir la data se distribuye cercanamente a la media.

Ahora bien, para determinar los rendimientos de los activos se toma la media como dicho retorno promedio, y la desviación típica será el riesgo estandarizado y/o volatilidad del activo. De igual forma unas métricas de medidas de tendencia central que ayudan a determinar la fusión de distribución de probabilidad normal son el sesgo (asimetría) y la Curtosis.

Con respecto al tercer momento conocido como sesgo, el cual es un indicador que establece el nivel de simetría que muestra la distribución en términos de probabilidad de una variable aleatoria. Para el caso de una distribución normal, la simetría debe ser cero (0), si el resultado es negativo la distribución esta sesgada a la izquierda y viceversa (Ver figura 9).

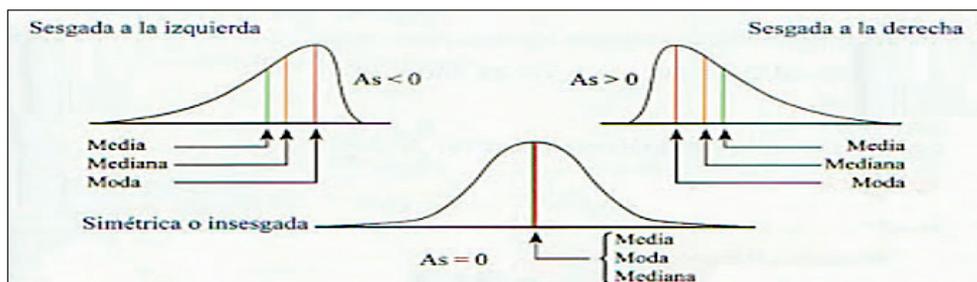


Figura 9. Condiciones de Series financieras - Asimetría

Fuente: Matemática Fácil - <https://epamatematicas.blogspot.com/2019/08/relacion-entre-la-media-la-mediana-y-la.html>

La siguiente es la fórmula con la cual poder determinar la existencia de simetría en la distribución.

$$Sesgo = \frac{\sum (X_i - \mu)^3}{(n - 1)\sigma^{3/2}}$$

Donde:

$X_i$ : es el nivel del valor obtenido en cada periodo de tiempo expresado en días.

$\mu$ : es la media en el periodo

$\sigma$ : desvío estándar.

El momento cuarto también conocido como determinación de Curtosis, el cual es un indicador que establece el grado de apuntamiento de la curva sobre el área de distribución, este tipo de anomalía se hace presente cuando los retornos arrojados por los activos financieros objeto de estudio se alejan de la media, dicho evento también es conocido como colas pesadas, y cuyo valor de normalidad es de tres (3) (ver figura 10).

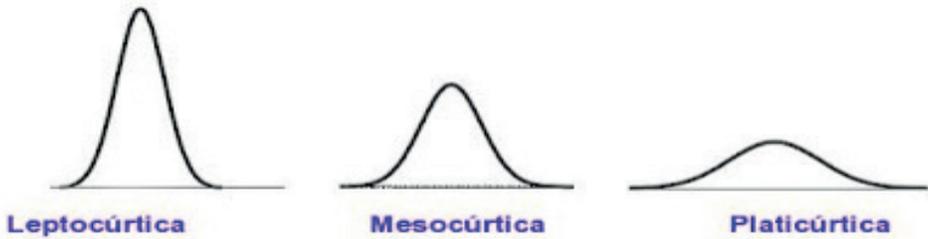


Figura 10. Condiciones de Series financieras - Curtosis

Fuente: Ayundatía Ingeniería - <http://ayudantiasingenieria.blogspot.com/2013/02/medida-de-apuntamiento-o-curtosis.html>

La siguiente es la fórmula con la cual poder determinar la existencia de simetría en la distribución.

$$Kurtosis = \frac{\sum (X_i - \mu)^4}{(n - 1)\sigma^4}$$

### 2.3.9.2 Prueba Pareto - Lévy para determinar colas pesadas

Dado que en las series financieras hay presencia de colas pesadas, es decir distribuciones con exceso de Curtosis, implicación que trae consigo riesgos adicionales para los inversionistas, y aunque este tipo de eventos poseen una muy poca probabilidad de ocurrencia, hay que considerarlos pues al momento de presentarse este tipo de evento extremos, los riesgos y las pérdidas de capital son cuantiosas. (Mora, 2010, p. 3).

Con el contexto entregado con anterioridad, este tipo de evento es muy estudiado de cerca por académicos y sector financiero, tanto así que se han gestado propuestas de revisión de las distribuciones mediante instrumentos de modelos multifractales, la distribución de dobles exponencial de Laplace, las distribuciones de colas de Pareto, la distribución de Burr y las distribuciones de Lévy, entre otros.

Con la aplicación de estas pruebas, se logra evidenciar si las series temporales financieras se distribuyen atendiendo a la propuesta de Lévy y/o distribuciones de colas gordas (fat tails), las cuales al referenciarse contra las normales se puede precisar si su factor dado es mayor que tres, lo cual indica que tendrá un tipo de apuntamiento Leptocúrtico.

Siguiendo a Martínez, Alvear, & Tovar (2020), los cuales exponen la arquitectura de la notación matemática de la distribución de Lévy, la cual posee una función de densidad de probabilidad (f.d.p.), se tiene que:

$$f(x; \mu; \sigma) = \left(\frac{\sigma}{2\pi}\right)^{1/2} (x - \mu)^{-3/2} \exp\left(-\frac{\sigma}{2(x - \mu)}\right)$$

Donde:

$$x \geq \mu$$

Además,  $\mu$  y  $\sigma$  son parámetros de localización y escala, satisfaciendo que:

$$-\infty < \mu < \infty \text{ y } \sigma > 0$$

Y f.d.p. de la variable aleatoria  $X$ , con una distribución Lévy con f.d.p. está dada por:

$$F(x; \mu, \sigma) = \operatorname{erfc} \left[ \left( \frac{\sigma}{2(x - \mu)} \right)^{1/2} \right]$$

Donde  $\operatorname{erfc}$  es el complemento de la función error, es decir,  $\operatorname{erfc} = 1 - \operatorname{erf}(t)$ , y la función error  $\operatorname{erf}(t)$  está dada por:

$$\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \exp(-k^2) dk$$

Por lo tanto:

$$F(x; \mu, \sigma) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_t^\infty \exp\left(-\frac{\sigma}{2(x - \mu)}\right) dx$$

Al final se puede establecer que la función de distribución de Lévy está dada por:

$$\phi_{\mu, \sigma}(k) = \int_0^\infty \exp(ikx) \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi}} (x - \mu)^{-3/2} \exp\left(-\frac{\sigma}{2(x - \mu)}\right) dx = \exp(i\mu k - \sqrt{-2i\sigma k})$$

### 2.3.9.3 Análisis Fractal

El estudio de fractalidad consiente en identificar la existencia de dimensión fraccionaria, y revelar las propiedades de Autosimilitud y Autoafinidad en las series objeto de análisis que poseen una marcada complejidad en sus características

Según Batlle & Grèbol (2009), indican que los métodos basados en el estudio de fractalidad apuntan a que las series temporales de los mercados contiene correlación temporal, y a su vez presentan distribuciones de probabilidad de cola gruesa, por lo anterior los modelos clásicos lineales no reflejan de forma acertada la volatilidad de las series.

De igual forma se requiere de toda la modelación de la técnica para el desarrollo del cálculo del índice de Hurst, con el cual se podrá establecer si los precios poseen correlación, con lo cual poder establecer la dimensión fractal.

### 2.3.9.4 Análisis Estadístico

Siguiendo a Briones (2018), y tomando como sustento la parametrización matemática, al considerar  $N$  variables aleatorias  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_N$ , independientes e idénticamente de modo que las distribuciones de probabilidad de estas variables coincidan.

Por lo tanto se cumple que:

$$M\xi_1 = M\xi_2 = M\xi_3 = \dots = M\xi_N = m$$

$$D\xi_1 = D\xi_2 = D\xi_3 = \dots = D\xi_N = b^2$$

como la suma de todas estas variables:

$$\rho_N = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \dots + \xi_N$$

Entonces se deduce que:

$$M_{\rho N} = M[\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \dots + \xi_N] = Nm$$

$$D_{\rho N} = D[\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \dots + \xi_N] = Nb^2$$

Por lo tanto al considerar la variable aleatoria normal  $\zeta_N$  con parámetros

$a = Nm$  y  $\sigma^2 = Nb^2$ . El teorema del límite central afirma que para cualquier intervalo  $(a', b')$  para valores grandes de  $N$ .

$$P[a' < \rho N < b'] \approx \int_{a'}^{b'} p_{\zeta_N}(x) dx$$

Por lo cual, se asiente que la suma  $\rho N$  con  $N$  adecuadamente constituida por variables aleatorias idénticas se aproxima a una normal  $p_{\rho N}(x) \approx p_{\zeta_N}(x)$ . Siendo esta proposición válida para escenarios más generales: puesto que si los valores  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_N$  llegan a no ser semejantes e independientes, entonces se puede llegar a considerar a estos como un sistema constante con igual peso cada término.

### 2.3.10 Aplicaciones de los fractales

En acápites anteriores se dio precisión a las particularidades conceptuales de los fractales y el caos, y su mundo y arquitecturas matemáticas, ahora bien, se requiere verificar la correlación que existe entre estas herramientas con el caos y las aplicaciones que esta tiene en diferentes campos disciplinares y ciencias fácticas.

Esta evolución se origina en tratar de comprender como estructuras sin ningún orden y/o caóticas, se configuran mediante la conformación de procesos aleatorios, y termina convirtiéndose en procesos de fractalidad, estos procesos fractales se han logrado evidenciar de sobremanera en los mercados financieros, por ende, se revisará su implicancia en dichos mercados objeto de estudio.

#### 2.3.10.1 Fractales en los mercados financieros

Para Zambrano (2016), los fractales pertinentes al mundo de las finanzas pueden llegar a ser reproducidos por los modelos definidos y acotados por la naturaleza, de hecho para la arquitectura de un fractal del mercado financiero, se puede iniciar con la esquematización de una línea transversal de un rectángulo, con pendiente positiva, lo cual

indicaría una zona de ganancias, lograda de forma autónoma a la variación y/o conformación de precios, y viceversa, si lo que se quiere emular con una pendiente negativa.

Lo anteriormente descrito, advierte que para el campo de las finanzas su aplicación se ha popularizado, obteniendo su génesis, al momento de los estudios chartistas, es decir el análisis de los gráficos de los movimientos de los precios en los mercados (ver figura 11).

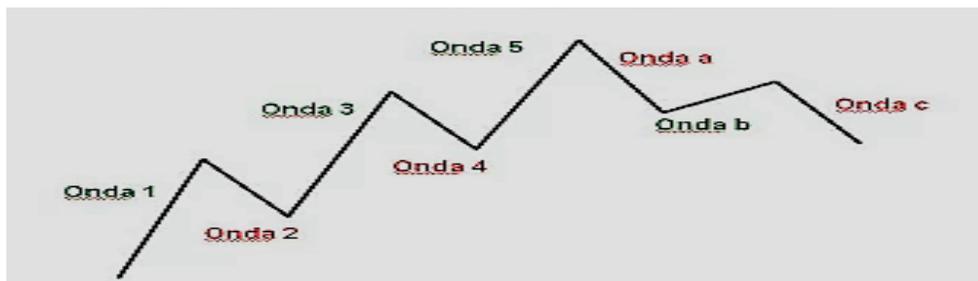


Figura 11. Gráfico de movimiento de precios en los mercados

Fuente: Técnicas de trading

Con la Gráfica anterior se puede indicar que fue Ralph Nelson Elliot, en los años treinta, quien mediante el estudio del comportamiento y volatilidades de precios desarrolló su teoría, que hoy lleva por nombre como las ondas de Elliot, teoría que busca entender los patrones dados en la formación de precios, desarrollo dado por el análisis de tendencias alcistas y bajista.

Los análisis de Elliot lo conllevo a determinar que una formación completa suele comportarse de acuerdo con un modelo denominado 5-3, pero que definitivamente los movimientos pueden comportarse de forma diferente a adoptar configuraciones como 6-3 o 7-3, inclusive adoptar más variaciones.

Siguiendo a Battle & Grèbol (2009), las cuales indican que los patrones de estas figuras estructuradas por los movimientos del mercado poseen una distribución de fractalidad, debido a que dichas distribuciones poseen propiedades sui generis como lo son la autosimilaridad; de igual forma las conformaciones muestran una elevada sensibilidad de condiciones inaugurales, y que también poseen dimensión fractal, debido a que su dimensión es no entera, es decir se encuentra entre un rango superior a 1 e inferior a 2.

Debido a la presencia de características de fractalidad en los precios de activos financieros, evento que va en contra posición de comportamientos normales y de independencia de los retornos bursátiles escudados en los supuestos de mercados eficientes, da el chance de utilizar el índice de Hurst como medida con la cual determinar la correspondencia de precios continuos, estando este tipo de eventos con la dimensión fractal (ver figura 12).

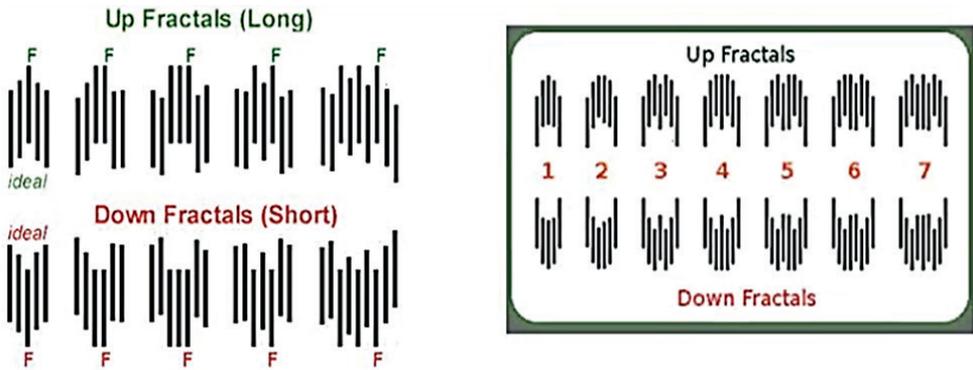


Figura 12. Patrones de movimiento de precios

Fuente: <https://forexsb.com/wiki/indicators/fractal>

### 2.3.11 Hipótesis del mercado fractal

Es sabido por académicos y sector financiero, que la fenomenología economía y financiera ha venido siendo revisada en su gran mayoría bajo supuestos de linealidad, pero al observar con un mayor grado de profundidad se evidencia que este tipo de relaciones no atienden a dichos postulados, y que se hace necesarios hacer las respectivas observaciones bajo la hipótesis de no linealidad.

Por los motivos citados anteriormente catedráticos e investigadores han simplificado los estudios bajo los supuestos de linealidad, aduciendo a que dichas condiciones no perturban las predicciones desarrolladas por los modelos, aun a sabiendas que las evidencias dan claras muestras de la no linealidad.

Debido a que el manejo de los modelos lineales es más fácil de trabajar, es natural que sean mayormente utilizados para ejercitar a los aprendices en la academia, debido a los seudobeneficios que exteriorizan, y bajo el supuesto que compensan las falencias desde la asunción de hipótesis de linealidad y normalidad.

Ahora bien, mediante la utilización de los modelos fractales los cuales ofrecen una visión intermedia, es decir las técnicas pueden evidenciar que los mercados no son totalmente aleatorios pues poseen trazabilidades del denominado efecto memoria, el cual es precisado mediante conceptos como lo son la autosimilitud, dimensión fractal entre otros.

Por otra parte, es preciso indicar que los modelos creados para explicar los fenómenos económicos basan sus predicciones desde los criterios e hipótesis fundamentadas en bases empíricas, y los resultados obtenidos pueden lograr obtener un nivel acertado de ajuste con respecto a las complejidades que se estudian, al contexto y su realidad, pero resultan no ser tan fiables en sus aplicaciones. Las previsiones realizadas con modelos tradicionales han logrado acercarse a los hechos siendo relevantes únicamente para ventanas de corto de tiempo, pero que al presentarse pequeños cambios en alguna de las variables objeto de estudio, trae como resultado impactos superiores a los que había pronosticado la evidencia teórica.

De igual forma es palpable que en la dinámica de los mercados financieros, no hay una evidencia tácita que estos atienden a paseo aleatorio, debido a que el contexto presenta un sinnúmero de eventos extremos también denominados como Outliers (por su nombre en inglés), con una presencia extendida en el tiempo, trayendo como evidencia que los eventos extremos se presentan con mayor regularidad, que lo estimado por las herramientas convencionales, y como ejemplo se tiene la crisis Subprime de 2008 en los cuales los modelos tradicionales trabajaron sobre supuestos de normalidad y no lograron percibir la debacle que se avecinaba.

Peters (1995), propone en sus postulados que la Hipótesis de Mercado Fractal (HMF), el cual es la presencia de un conflicto entre lo aleatorio y lo determinista, es decir que coexisten agentes de mercado con creencias en un mercado totalmente aleatorio, pero hay quienes piensan que es todo lo contrario, es decir que el mercado es determinista, pero que en definitiva existe la probabilidad que ambos conjuntos tengan la razón, pero de forma limitada.

Como complemento a lo planteado por Peters, Kristoufek (2012), indica que el componente principal de la Hipótesis de Mercados Fractales (HMF) radica en la heterogeneidad de los inversionistas, y principalmente en el horizonte de inversión de cada uno de los actores del mercado; dado a la dinámica heterogénea del mercado, Weron & Weron (2020), en su trabajo investigativo, rechazaron el imaginario de homogeneidad de inversión, proponiendo el supuesto de mercados con heterogeneidad, analizando el mercado con diferentes horizontes de tiempo, es decir la labor consistió en la utilización de enfoque de mercados fractales, reconociendo independencia exponencial y de no linealidad entre los horizontes temporales de inversión y la información gestada en los mercados.

Siguiendo a Kristoufek (2012), el cual expone que la hipótesis del mercado fractal, en momentos de estabilidad, el horizonte temporal de inversión está balanceado de tal manera que las fuerzas de oferta y de demanda puedan ser neutralizadas sin problemas, de igual forma si el mercado presenta períodos de alta volatilidad ocurrirá un efecto totalmente contrario; en definitiva el mercado se mantendrá estable si existe la participación y/o intervención de múltiples de ellos, con diferentes horizontes temporales, tanto así, que si existe un desajuste en el corto plazo en lo relacionado a los precios, los agentes de mercado con horizontes temporales largo plazo pueden participar de dicha actividad estabilizando los mercados y aprovechar las oportunidades, la anterior noción está altamente correlacionada al concepto de multifractalidad y de dependencia de largo plazo.

La teoría señala que cuando se presentan los desajustes en el mercado es la evidencia que la estructura de fractalidad se ha roto, lo anterior se puede presentar al momento que los inversionistas con horizontes temporales de largo plazo cambian su temporalidad a corto plazo, o simplemente dejan de participar en la dinámica de mercado, lo cual trae un efecto de iliquidez, que como consecuencia genera pánico generalizado en los mercados.

Otro de los fenómenos que se puede presentar en el mercado, es cuando los horizontes temporales de inversión son uniformes, es decir los rendimientos de los mercados van en caída libre (tal como fue el caso de la declaración de pandemia), evento que presentó discontinuidades en la formación de precios, apareciendo eventos de colas pesadas, y dichos eventos se dan por la no liquidez de los mercados.

De igual forma hay que considerar la información que se genera en el mercado, pues si esta es relevante en la misma magnitud para inversionistas de horizontes temporales de corto plazo y de largo plazo, este evento hará necesariamente que se presenten irregularidades en el mercado causando efecto de iliquidez, pues es de resaltar que los horizontes de tiempo cortoplacistas la liquidez es fundamental para el buen desarrollo de actividades de especulación.

Para Batlle & Grèbol (2009), la HMF ostenta su acervo sobre cinco pilares:

1. Se establece estabilidad en el mercado en el momento que los agentes de mercado poseen diferentes horizontes de inversión, con lo cual se logra el aseguramiento de la liquidez para inversores y especuladores.
2. La información que se genera en el mercado de comportamiento continuo es de gran importancia para inversionistas cortoplacistas, en horizontes temporales de largo plazo se hace más relevante la información fundamental.
3. Al presentarse eventos que pongan en contradicho el valor de la data fundamental, los agentes de mercado con horizontes temporales largoplacista cambian su horizonte de inversiones a corto plazo, o simplemente dejan de interactuar en el mercado, es decir los horizontes temporales se unifican volviendo inestable la dinámica de mercado.
4. La formación de precios manifiesta una composición de información de horizonte temporal cortoplacista y largoplacista, poseyendo los precios a corto plazo una mayor volatilidad que los valores negociados en el largo plazo.
5. Finalmente, si los ciclos económicos y la dinámica de los activos financieros no son afines, no podrá existir horizontes temporales largoplacistas, dominando la especulación y la liquidez.

### **2.3.12 Análisis fractal para series temporales**

Lento (2013), indica que los fenómenos que se presentan en la naturaleza, normalmente son modelados con herramientas trigonométricas, de cálculo y de geometría euclidiana, pero advierte que hay diferentes fenómenos naturales que se ajustan mejor si son observados y/o estudiados desde dimensiones cuyos valores no son términos discretos, sino continuos, correspondiendo este tipo de estudio a dimensiones fractales. Es por ello que desde hace ya algún tiempo se ha venido desarrollando los análisis de dependencia de las series temporales financieras mediante la utilización de modelos fractales, para ello es necesario el poder estimar el denominado coeficiente de Hurst, el cual permite discernir

si es viable desarrollar el estudio del modelamiento de las series financieras mediante los postulados del movimiento geométrico browniano, o de lo contrario, utilizar el modelamiento del movimiento browniano fraccional (Rodríguez, 2014).

Según Quintero & Ruiz (2011), el exponente y/o coeficiente de Hurst, se refiere a una métrica de independencia de las series temporales estructurada por el profesor Harold Hurst que en 1951 desarrolló unos estudios en el río Nilo identificando una anomalía que luego utilizará como medida para diferenciar las series fractales; dicha labor fue sinergizada por Mandelbrot, a la cual denomino Rango Reescalado (R/S), con el cual se puede determinar la ocurrencia de eventos atípicos, hecho con lo cual se convirtió en la génesis y estructuración de la herramienta que encuadra con el análisis de las series temporales, y por supuesto las financieras. De igual manera es significativo precisar que R/S atiende a un modelo estadístico con media cero, expuesto en términos de desvío típico, y que pertenece a los estadísticos no paramétricos.

Para desarrollar el estudio de Rango Reescalado (R/S), es requerido estipular el rango ajustado, el cual es equivalente al espacio recorrido por el sistema en un tiempo determinado n.

Lo anteriormente descrito se puede resumir con la siguiente expresión:

$$(R/S)n = a * n^H$$

En donde:

(R/S): Notación del estadístico de rango reescalado

a: es una constante de proporcionalidad

n: es el número de observaciones por intervalo

H: es el exponente o coeficiente de Hurst

Ahora bien, la principal utilidad del exponente de Hurst, en la notación matemática es la de divisar la existencia de memoria de largo plazo, al interior de las series de tiempo, y que, al ser detectado dicho atributo, se podría indicar con bastante precisión comportamientos no lineales en dichas series. A continuación, se puede evidenciar la notación matemática que describe su funcionalidad.

$$\log R / S = a + H . \log N$$

### **2.3.13 Modelos y herramientas de pronósticos utilizados en las series de tiempo de los mercados financieros**

Maté & Oliva (2003), indican que el mercado en la actualidad exige el empleo de modelos robustos, que logren el desarrollo de pronósticos ajustados a las realidades, de la mano del desarrollo acucioso de las características que deberán ser revisadas en las series temporales, como es el caso del análisis de la correlación, con lo cual se puede

determinar la arquitectura que posee una magnitud, con referencia a la data contenida per se en diferentes momentos de la línea del tiempo, lo anterior conlleva a incluir en la herramienta la revisión de las relaciones en función de los datos acopiados dado un nivel de significancia.

### *2.3.13.1 Herramientas econométricas*

Botero y Cano (2008), indican que las predicciones, se desarrollan con el propósito de robustecer la toma de decisiones, y este tipo de ejercicio se desarrolla en diferentes sectores de la economía; de igual forma el hecho de querer hacer pronósticos sobre variables se requiere de diseñar un modelo, que mediante la revisión de sus parámetros, y, a través de los datos históricos, se logra hacer una caracterización a nivel estadístico, que permita a inversionistas testear el pasado para actuar más acompasadamente en el futuro, es decir, se requiere de involucrar el análisis correlacional en función de los datos, para un nivel de significación que permita hacer dichos pronósticos mediante la operativización de herramientas de pronósticos.

De igual forma cabe recordar que existen dos métodos para el desarrollo de pronósticos, como lo son los modelos cuantitativos y los cualitativos. En referencia a los modelos cuantitativos, estos son utilizados cuando se posee información del pasado sobre la variable objeto de estudio y sobre la cual se hará la predicción; de igual manera dicha información se puede ponderar, por lo cual, y basados en los supuestos, que dicha data posee un patrón el cual posee niveles de probabilidad de ocurrencia, condiciones que permitirán elaborar las predicciones mediante métodos de series de tiempo o un modelo causa efecto.

Con referencia a los modelos cualitativos, y siguiendo a Moreno (2008), el cual indica que estos son los que evalúan la usanza, y que, mediante la utilización de la opinión, logran establecer las debidas predicciones, labor que nace desde la subjetividad para tener contexto de futuro, y que de igual manera son utilizados cuando los datos disponibles son escasos.

Teniendo como referencia lo anteriormente planteado, y con la evidencia empírica existente, se han logrado diseñar herramientas econométricas, las cuales han sido creadas para predecir de cierta manera el futuro económico, y que, al ser utilizadas, de cierta forma da una mayor claridad y soporte para la toma de decisiones; Battle & Grèbol (2009) indican que estos modelos están basados en los siguientes supuestos y poseen una serie de limitaciones, las cuales se plantean a continuación:

- c. El equilibrio, cuyo sustento se basa en el equilibrio de los mercados, como consecuencia que los inversionistas al poseer diferentes líneas de tiempo en sus interacciones, aseguran de cierta manera la liquidez, y que todos los inversionistas tuvieran el mismo horizonte temporal el mercado se desajustan causan-

do iliquidez, lo anterior da sustento a las herramientas econométricas, pues uno de sus supuestos es que los agentes de mercado poseen el mismo modelo de línea temporo espacial de inversiones.

- c. La gestión del tiempo, para lo modelos econométricos el tiempo es tratado como una variable más, pero no se le da la importancia relativa que este posee; de igual manera un supuesto de estos modelos es que las series históricas no poseen memoria y que también no se estima de buena manera los cambios en las dinámicas de las variables, pues dichos cambios afectan los pronósticos como tal.
- d. Toma de decisiones de los inversionistas. El tema, aunque cualitativo no es considerado por los modelos de econometría. Para los Traders las perspectivas de futuro están enmarcadas por las prácticas del presente, por lo cual es evidente que las acciones del pasado afectan la dinámica del presente, y este aspecto es ignorado por la gran mayoría.

## 2.4 MARCO DE APROXIMACIÓN CONCEPTUAL

El mercado bursátil y sus métricas denominados índices de mercado, son herramientas que desempeñan un papel muy importante en la dinámica del trading, pues dichos instrumentos orientan las decisiones de Brokers, Traders e inversionistas individuales y corporativos, que permite una asignación de capitales de una manera económicamente óptima. Para que esta dinámica suceda en términos de la eficiencia, es preponderante que se pueda conocer con antelación información que coadyuve a la toma decisiones.

Hoy por hoy el desarrollo de pronósticos son la fuente de la planificación corporativa tanto en el corto como en el largo plazo. Estas herramientas de pronóstico se dinamizan en diferentes áreas como producción, operaciones, logística y ventas, esta dinámica permite una mejora significativa en la selección de las operaciones, la planeación de la estructura productiva, la sistematización de actividades logísticas y un acertado manejo de los inventarios. Otro de los campos donde se puede evidenciar la articulación de este tipo de herramientas es el sector público, pues la operacionalización de estas herramientas mejora de forma significativa la asignación de recursos y la mejora en las herramientas de política económica como la fiscal, la tributaria e internacional.

Para poder desarrollar cualquier tipo de instrumento de pronóstico se requiere de la utilización de las series históricas denominados como métodos cuantitativos, cuya meta es lograr apropiar la información que intrínsecamente poseen las series de tiempo, hecho que permite de cierta forma el desarrollo de pronósticos sobre la dinámica futura, lo anterior se da debido a que este tipo de instrumentos permite la identificación de factores de estacionalidad, de tendencia, fluctuaciones y ciclicidad. Este tipo de procedimientos posee dos enfoques, uno de ellos es el análisis univariante y el otro el análisis causal.

De igual forma, se debe precisar los elementos de las series temporales, de los cuales los tres primeros son las variaciones estacionales, la tendencia y ciclicidad; dichos elementos se les puede extrapolar para preparar pronósticos más ajustados a las realidades de la dinámica de mercado. Según Ráez (2012), la aleatoriedad no puede predecirse, pero al momento de aislarla, la dimensión obtenida se puede modelar, determinando con ello los potenciales pronósticos y revisarlos contra los resultados reales.

Dichos aislamientos permiten el desarrollo de modelos, los cuales se convierten en dimensiones para experimentar sin la interacción con la realidad de los sucesos de mercado para este caso en particular.

Ahora bien, en virtud de que los modelos son herramientas que simplifican la realidad, y forman parte del método científico, y que es utilizado para analizar la data, para con ello desarrollar una mejora en la toma de decisiones, se convierten a desventajas de los investigadores en una herramienta útil para la estructuración de imaginarios que ayudan a entender la complejidad de las dinámicas suscitadas en entornos cambiantes y volátiles como los que se viven al interior de los mercados bursátiles.

#### **2.4.1 La teoría de las series temporales**

Según Ráez (2012), se ha podido evidenciar que en las últimas tres décadas se ha vuelto muy popular el estudio y la utilización de estas series para el desarrollo de ejercicios de modelamiento y predicción de diferentes fenómenos y variables en las diferentes disciplinas, no siendo ajenas las ciencias económicas y financieras. Dicho esto, resulta preponderante precisar qué tipo de técnicas estadísticas se han propuesto y cuáles de ellas son las más apropiadas para los desarrollos de modelización y pronóstico de las distintas variables, y en especial las que provienen de los mercados financieros para el desarrollo de las predicciones de precios.

Las series temporales también son conocidas como series históricas o cronológicas, definida esta como conformación sucesiva de datos referidos a una variable en diferentes momentos de la línea del tiempo. Ahora bien, lo que se busca con el estudio de las series temporales es la desagregación de la variable en componentes revisados estos en el tiempo, y partiendo de su revisión establecer en términos de probabilidad predicciones que mejoren la toma de decisiones de inversión. Para ello los modelos deben estructurarse a la luz de estabilidad temporal espacial, en concordancia de la variable dependiente objeto de estudio, pues sobre dicha variable se medirán los respectivos resultados en términos de los pronósticos.

De igual manera, es debido indicar que, para los modelos de causalidad, multivariados o econométricos, es necesario tener en cuenta elementos extrínsecos que afectan la variable analizada, en cambio los estudios de una variable no es requerido conocer las relaciones casuísticas explicativas de la conducta de la variable.

Teniendo acopiadas las series temporales se recurre a la utilización de los modelos de pronósticos, y que según Bowerman & O'connell (2007), estos pueden clasificarse dos grandes categorías: métodos cuantitativos y cualitativos (ver figura 13). Los cualitativos se usan en contextos donde el pasado no aporta data directa sobre el fenómeno objeto de estudio.

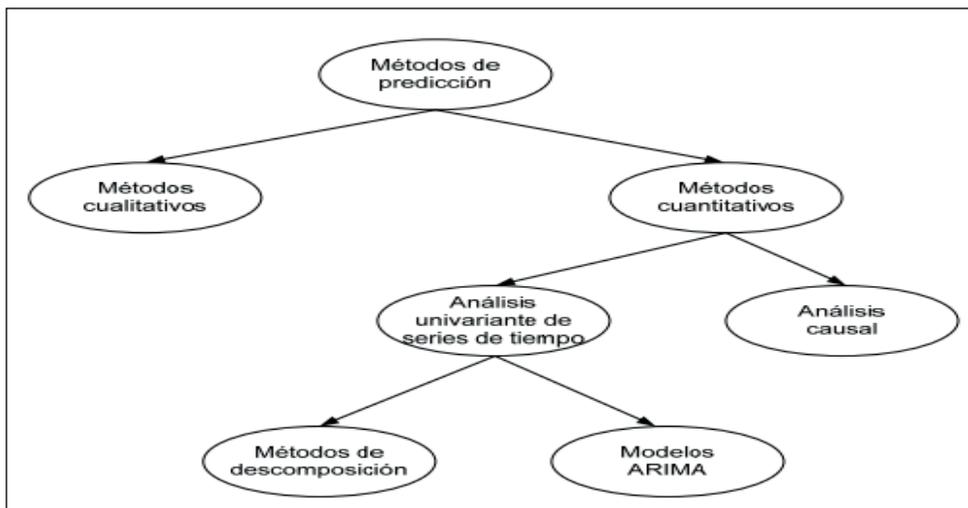


Figura 13. Clasificación de los modelos predictivos.

Fuente: Ráez 2012

## 2.4.2 Modelo de series temporales

Para contemplar la utilización de un modelo de serie temporal, se debe considerar la existencia de dos componentes: el primero de ellos es la serie de datos per se a predecir, y una segunda es el periodo temporal a estudiar. Ahora bien, en el entendido que el desarrollo de una herramienta de modelamiento de series temporales se cimenta en el supuesto que la conducta es periódica en la línea de tiempo.

La esperanza de encontrar en las series temporales un patrón con el cual se logre estructurar pronósticos, se hace previamente necesario prever que las series de tiempo poseen una serie de componentes que se deben tener presentes antes de empezar sus modelamientos y arquitecturas como lo es la tendencia, el ciclo, las variaciones estacionales y las fluctuaciones irregulares. Partiendo de esto se procede al aprovechamiento de dichos patrones, desarrollando las pertinentes predicciones para los subsiguientes periodos a estudiar.

Aunado a lo anterior este tipo de modelos posee dos perspectivas alternativas, una de ellas son los estudios univariados de las series de tiempo y el otro es el análisis de causalidad o modelos econométricos, los cuales contemplan factores extrínsecos que se pueden correlacionar con las variables analizadas.

### 2.4.3 Modelos univariados

Las herramientas de predicción univariadas no requieren del reconocimiento de relaciones de causalidad expedita de los comportamientos de la variable dependiente. De igual forma se puede indicar que para el desarrollo de este tipo de técnicas existen aplicaciones sin tanta complejidad como es el caso de los modelos autorregresivos de primer orden y los instrumentos de tendencia lineal o exponencial, pero de igual manera los modelos univariados poseen una serie de técnicas más robustas como los desarrollados por Box, Jenkins & Reinsel (2015), o las estructuras de función de transferencia.

Con lo expuesto anteriormente se puede precisar que han sido grandes los esfuerzos de teóricos al formular postulados y axiomas que desde el enfoque de diferentes disciplinas aportan evidencia empírica e instrumentos que facilitan la observación de las tendencias y pronósticos de los activos objeto de estudio.

### 2.4.4 Modelos de caja negra

Cardona, Leal, & Ustariz (2020), indican que se trata de unas técnicas con las cuales se estructuran una serie de modelos matemáticos con el objetivo de pronosticar la dinámica de un sistema real, y según el tipo de modelo que se estructure, se necesitarán diferentes tipos de análisis. Para este tipo de modelo se necesita precisar el funcionamiento de forma exacta del sistema.

Ahora bien, y específicamente hablando de modelos financieros de caja negra, son aquellas herramientas diseñadas en programas de cómputo que transforman y/o modelan una serie cantidad de datos, que luego serán convertidos en estrategias de inversión para los agentes del mercado. La figura 14 permite vislumbrar que la estructura del sistema es solo un simple proceso generador desconocido con unas entradas un procesamiento interno y unas salidas.

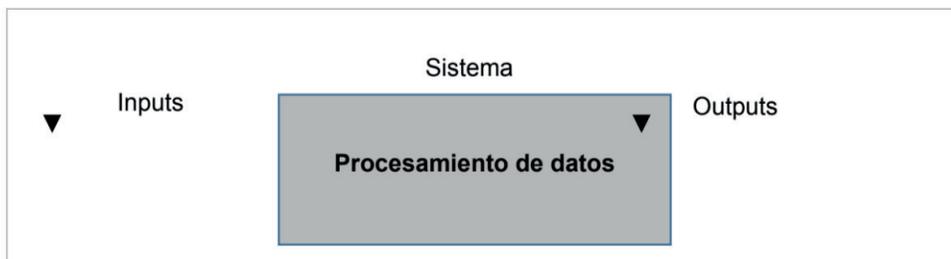


Figura 14. Estructura modelo caja negra

Fuente: Desarrollo del autor

Es evidente el crecimiento exponencial de la creación de modelos caja negra al interior de los mercados financieros, que están generando algunos tipos de inconformidad principalmente en lo relacionado con la gestión del riesgo, pues la evidencia sugiere que dicha interacción con estas herramientas generan un aumento en el riesgo tanto sistemático, como no sistemático, es por ello que los inversionistas que utilizan este tipo de mecanismos tratan en lo posible de hacer las respectivas coberturas desde las ventajas de tecnologías patentadas creadas a la luz por científicos de datos, labor que deja a los entes reguladores e inversionistas si la arquitectura precisa de la operativa con la cual se pueda evaluar con un alto nivel de precisión la exposición al riesgo.

De igual manera se puede evidenciar que dependiendo de las tendencias de los mercados, es decir alcistas o bajistas, pues todo dependerá de los momentos de alta volatilidad y baja volatilidad de estos, es por ello que las nuevas creaciones llegadas para robustecer los procesos y metodologías de los pronósticos han sido bien acogidas y dinamizadas en la práctica de las inversiones, tal es el caso de las aplicaciones de big data, el crecimiento de la inteligencia artificial, el machine learning, el Deep learning, la analítica se suman a las herramientas caja negra, los cuales utilizan métodos de cálculos robustos y sofisticados, y esto es plausible en Hedge Funds, banca de inversión y casas de brokeraje que acuden a dichas herramientas para aumentar su nivel de probabilidad en términos de mejora de los márgenes.

### **2.4.3 Metodología Box – Jenkins**

Esta herramienta fue propuesta en 1976 por George Box y Gwilym Jenkins, son aplicadas a modelos autoregresivos de media móvil mejor conocidos como modelos ARMA y/o modelos autorregresivos integrados de media móvil comúnmente denominados por sus siglas en inglés como ARIMA, los cuales se utilizan para encontrar el modelo con mayor bondad de ajuste para una serie de tiempo de valores, con el objetivo de mejorar los pronósticos. La figura 15, permite apreciar las etapas por las cuales debe transitar el modelo de tal forma ser operacional.

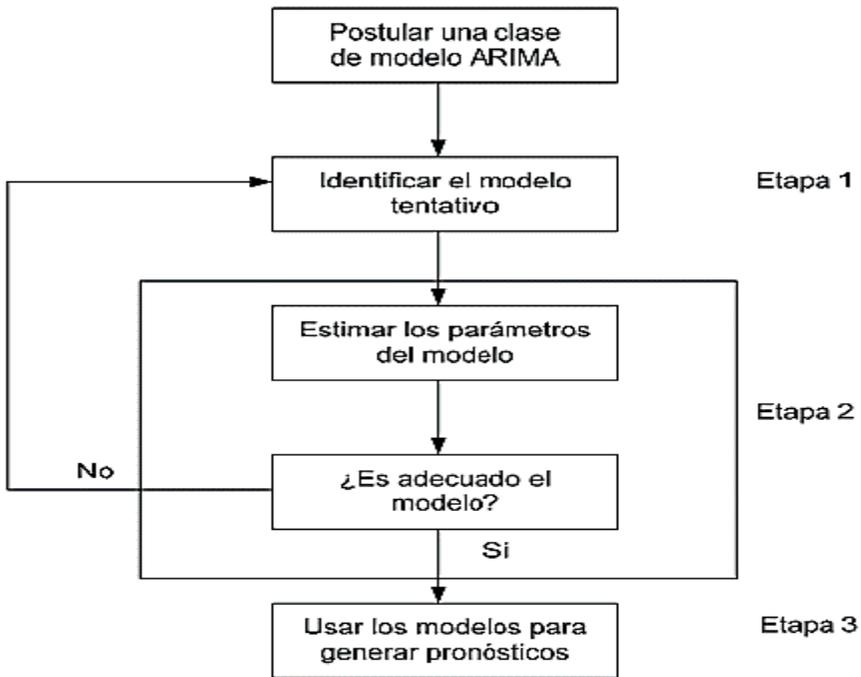


Figura 15. Estructura del modelo Box – Jenkins para predicción

Fuente: Box – Jenkins 2012.

Según Ráez (2012), la arquitectura de la metodología permite al investigador liberarse de la labor de especificar los modelos, acción que se desarrolla al momento de que los mismos datos de la serie temporal de la variable objeto de estudio proporcione las características y sus componentes subyacentes.

Siguiendo a Ráez (2012), el cual indica que para que un proceso estocástico pueda admitir formulación, se debe cumplir con dos condiciones:

- El procedimiento no puede anticiparse, conocido también como la hipótesis de recursividad temporal; lo cual precisa que los valores de una variable en el momento  $t$  no es dependiente de los que esta misma variable tome en  $t+k$ , siendo  $k$  cualquier valor superior a cero.
- El procedimiento deberá ser invertible; es decir, que se parte del supuesto que la correspondencia de la variable y su data pasada se reduce en la medida que se distancia en el tiempo entre el instante que se considera dicha correlación (evento que se conoce como proceso ergódico).

## 2.5 MARCO LEGAL

Para lograr dar un soporte desde la jurisprudencia en pro de la activación del ecosistema del MILA, fue necesario que cada uno de los países que integran dicho mercado estructuraran una serie de reglas decretadas por los órganos de gobierno de cada país, con lo cual dinamizar el mercado de renta variable, gestionada por cada una de las bolsas de valores, y sus correspondientes órganos periféricos de operación como lo son los depósitos centrales de valores y los sistemas de compensación y liquidación. A continuación, se revisan las particularidades de cada país en materia de la reglamentación establecida para el ejercicio de mercado integrado.

### 2.5.1 Marco regulatorio del mercado colombiano

En el contexto colombiano, en materia de mercados de valores, este se encuentra reglado bajo los direccionamientos de la ley 964 de 2005 y el decreto 2555 de 2010, los cuales normalizan los siguientes aspectos:

- Protección de los derechos de los inversionistas
- Promover el desarrollo y la eficiencia de los mercados de valores
- Manejo del riesgo sistemático del mercado de valores
- Preservar el funcionamiento e integridad del mercado de valores.
- Gestión de los sistemas locales de cotización de títulos valores extranjeros
- Compra o venta en el mercado secundario de títulos valores que se encuentren listados en el Sistema Local de Cotización de Valores Extranjeros.
- Posibilidad de los depósitos centralizados de valores de recibir en custodia y administración y títulos valores que se negocien en el mercado bursátil internacional.

### 2.5.2 Marco regulatorio del mercado Mexicano

Para el mercado mexicano se han expedido una serie de normatividades que coadyuvan al funcionamiento del mercado de valores tales como la ley de mercados de valores de 2005, y el artículo 198, que son operativizadas y custodiadas por la secretaría de hacienda y crédito público, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, entre otros, los cuales consideran los siguientes alcances:

- Contingencia de instaurar convenios con otras bolsas extranjeras para la incorporación a sus plataformas de negociación.
- Normatización de la dinámica de la negociación de los títulos valores extranjeros resultado de acuerdos internacionales.

- Exigencias de los emisores extranjeros para listarse en el sistema internacional de cotizaciones.

### 2.5.3 Marco regulatorio del mercado chileno

El mercado chileno ha desarrollado una serie de normativas que le permiten la integración al MILA, para ello ha dispuesto las siguientes regulaciones amparados bajo la siguiente jerarquización de las normas.

- LEY N.º 18.045 la cual establece por la cual se establecen las prácticas del mercado de valores, las cuales serán sometidas a las dinámicas de oferta pública de valores y sus respectivos mercados e intermediarios.
- LEY N.º 20.190, la cual dispone sobre las acciones tributarias e institucionales para el fomento de la industria del capital de riesgo y para el proceso de modernización del mercado de capitales.
- Norma N.º 240 ilustra sobre la dinámica de la oferta pública de valores extranjeros en bolsas de valores y fuera de ellas.
- Resolución N.º 13 de 1986 direccionada por la Superintendencia de Valores y Seguros, en el cual queda explicitado la reglamentación de la bolsa de comercio de Santiago

### 2.5.4 Marco regulatorio del mercado peruano

Por último, y al igual que los mercados homólogos, el peruano ha considerado una serie de normativas que le ayudan a desarrollar la actividad de integración ajustadas a la jurisprudencia nacional y de los demás mercados como lo es la ley de mercado de valores, junto con los decretos normativos 1061 y 861, los cuales puntualizan los siguientes procesos:

- La vinculación con otras bolsas de valores nacionales o internacionales para la gestión de mercados integrados.
- La reglamentación del mercado integrado mediante la resolución CONASEV 107 de 2010, la cual fue aprobado el enrutamiento, acción con la cual se permite la participación de intermediarios extranjeros al interior de la dinámica de la Bolsa de Valores de lima, y a su vez, la intermediación de agentes locales a los sistemas de negociación extranjera.

## 2.6 OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

En este apartado se describe con precisión las variables que se abordarán para el desarrollo de los modelos econométricos y fractales con el propósito de establecer un pronóstico para el mercado que integran el MILA, la cual se puede apreciar las particularidades en el cuadro 2.

CATEGORIZACIÓN Y OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES					
<b>Objetivo general</b>	Pronosticar el comportamiento de los índices que integran el MILA con periodicidad diaria, mediante el análisis de las series temporales para el periodo 2010-2020 aplicando los postulados de la Geometría Fractal que coadyuvan a mejorar los pronósticos en los modelos econométricos determinando el de mejor ajuste, ayudando a la toma de decisiones de los inversionistas.				
<b>Objetivos Específicos</b>	a) Decantar las series temporales del mercado MILA, mediante el levantamiento de los ETF del mismo, y la consecución de los rendimientos continuos, mediante la aplicación de logaritmo natural a los datos históricos.				
	b) Determinar la existencia de memoria histórica para las series temporales, desde los postulados de la geometría fractal, identificando que los datos cumplan con el supuesto de no linealidad.				
	c) Establecer los comportamientos de las series temporales que integran el índice MILA, que conlleven al desarrollo de procesos de modelamiento y pronóstico de precios.				
	d) Verificar si los modelos econométricos estructurados para el desarrollo de los pronósticos ajustan sus pronósticos a las realidades y dinámicas de los mercados que integran el MILA en periodos de alta volatilidad como fue el caso de la pandemia por Covid 19.				
<b>VARIABLES ESTUDIADAS</b>	<b>TIPO DE VARIABLE</b>	<b>OPERACIONALIZACIÓN</b>	<b>NIVEL DE MEDICIÓN</b>	<b>INDICADORES</b>	<b>UNIDAD DE MEDIDA</b>
Series temporales del mercado mexicano, chileno, peruano y colombiano de sus ETF.	Cuantitativa	Los datos de las series financieras que determinan el comportamiento de los mercados Latinoamericanos integrados.	De Intervalo	* Descarga y tratamiento de las series temporales de los 4 mercados objeto de estudio.	* # de días en la serie temporal
Rentabilidad Continua	Cuantitativa	Ajuste de las series de tiempo de cada mercado convertidas en rentabilidades continuas mediante la utilización de Logaritmo Natural.	De Intervalo	* Ajuste de los precios a rentabilidades continuas	* % de las rentabilidades
Coefficiente R cuadrado.	Cuantitativa	Muestra el ajuste y correlación que tiene los modelos con los pronósticos a desarrollar.	De Razón	* Verificar los supuestos de los modelos. * R cuadrado con mayor coeficiente indicará el modelo de mejor pronóstico.	* Entre 0 y 1
Distribución Normal	Cuantitativa	Determinación si las rentabilidades encontradas atienden a una distribución normal.	De Razón	* Evidenciar Índices de Curtosis (3) y Asimetría (0), $\mu = (0)$ y $\sigma = (1)$	* $\mu = 0$ * $\sigma = (1)$
Coefficiente de Hurst.	Cuantitativa	Detectar comportamientos fractales, que evidencien memoria de largo plazo.	De Razón	* $H=0.5$ implica que cada cambio de precios es independiente del anterior. * $H>0.5$ sugiere que los datos son persistentes, que tienden a ir en un mismo sentido, lo que hace que el precio se aparte mucho del valor inicial, caracterizado por memoria de largo plazo. * $H<0.5$ implica antipersistencia, el precio se moverá poco, cada movimiento tenderá a ser contrarrestado por el movimiento siguiente.	* # Decimal

Cuadro 2. Operacionalización de las variables.

Fuente: Desarrollo del autor

## MARCO METODOLÓGICO

Con el propósito de alinear los objetivos de la investigación con el presente apartado, se hace necesario establecer el método aplicado en la labor de investigación, el cual versó sobre los postulados y principios de la investigación empírica, pues el resultado de este se pueden extraer estrictamente pruebas concretas y verificables; este tipo de investigación, y que para el caso objeto de estudio desarrollado, se requirió de un enfoque Ecléptico, lo anterior se debe a que se recopiló información mediante la consecución de las series históricas de los mercados que integran el MILA (Enfoque Cuantitativo), y de igual forma se demandó la recopilación de datos no numéricos con el objeto de encontrar significados que den soporte a la estructura de la presente investigación (Enfoque Cualitativo).

### 3.1 MATRIZ DE CONGRUENCIA

A continuación, se expone la matriz de congruencia que permite explicitar la estrategia metodológica aplicada para alcanzar el debido conocimiento que coadyuve a solucionar el problema que dio la génesis al tema objeto de estudio. En ella se puede apreciar la estructura teórica del proceso investigativo, las etapas y variables que fueron operacionalizadas para alcanzar el objetivo de la presente investigación (ver cuadro 3).

Pregunta de investigación	Hipótesis	Objetivo general	Objetivos específicos	Variables estudiadas
¿La estructuración de modelos Econométricos y Fractales permitirá a inversionistas corporativos e individuales mejorar los resultados en términos de riesgo retorno?	<ul style="list-style-type: none"> <li>Existe memoria histórica en la evolución de las cotizaciones de los índices que componen el MILA</li> <li>Ho = La rentabilidad diaria de los índices que componen el MILA no permite establecer un comportamiento fractal (no aleatorio).</li> <li>H1 = La rentabilidad diaria de los índices que componen el MILA permite establecer un comportamiento fractal (no aleatorio).</li> </ul>	Pronosticar cierres de los índices del MILA con periodicidad diaria, mediante el análisis de las series temporales para el periodo 2010-2019 aplicando los modelos Econométricos y Geometría Fractal que determine el de mejor ajuste.	a) Describir las series de tiempo del estudio a través del enfoque de descomposición clásica determinando sus componentes.	Series temporales del mercado mexicano, chileno, peruano y colombiano.
	<ul style="list-style-type: none"> <li>La sensibilidad a los casos atípicos de cada índice que componen el MILA podría estar relacionada con su estructura fractal.</li> <li>Ho = Las series históricas de los índices que componen el MILA no se ven afectadas por valores outliers.</li> <li>H1 = Las series históricas de los índices que componen el MILA se ven afectadas por valores outliers.</li> </ul>		b) Aplicar las pruebas a los retornos mediante modelos ARIMA-GARCH, con el fin de eliminar la linealidad en las series financieras.	Series de retorno normalizadas mediante Logaritmos naturales
			c) Determinar la existencia de memoria estadística en la evolución histórica de las cotizaciones de los índices que componen al MILA.	Máximo exponente de Lyapunov, Coeficiente de Hurst.
			d) Comparar los distintos modelos obtenidos bajo el criterio AIC y los estadísticos de error de pronóstico con el fin de escoger los modelos de mejor ajuste para pronóstico.	R cuadrado, y drivers de bondad de ajuste.

Cuadro 3. Matriz de congruencia

Fuente: Desarrollo del autor

### 3.2 PROFUNDIDAD

Para el desarrollo de la presente labor investigativa, se precisó de todos y cada uno de los alcances de los métodos de investigación, pues se requiere Explorar el tema, pues no hay evidencia de una extensa literatura y/o estado del arte sobre el problema estudiado, indagando desde una perspectiva innovadora, por lo cual se prepara el terreno para nuevos estudios en esta misma línea; de igual forma es Descriptivo, porque mide conceptos y definen variables; por otra parte, es Correlacional, porque ofrece predicciones, explica la relación entre las variables que se analizaron, y por último posee un alcance Explicativo, puesto que con el desarrollo del mismo se puede determinar las causas de los fenómenos, lo cual genera un sentido de entendimiento, al ser lo suficientemente estructurado.

### 3.3 DISEÑO METODOLÓGICO

La labor investigativa desarrollada es aplicada con una connotación inferencial por lo tanto lejos de brindar predicciones precisas acerca del comportamiento bursátil de los índices que componen el MILA, es decir el MSCI COLCAP, IPC, IPSA y el IGBVL, lo que se procuró fue ser un insumo básico para aquellos individuos u organizaciones que deseen desarrollar sus inversiones en un estadio de mayor seguridad, dado el previo estudio del comportamiento de la volatilidad.

La metodología incluyó 4 etapas consecutivas que se describirán a continuación, y en las que se utilizó como herramienta de procesamiento y análisis estadístico de datos mediante Excel Versión 2205, y el software estadístico R versión 3.6.1. con sus respectivas librerías.

La primera etapa tuvo como objetivo entrar en contacto con los datos, clasificarlos, organizarlos para poder establecer condiciones de normalidad y aleatoriedad, en este momento se define la variable fundamental que se manejará en el apartado de los resultados, evento que se convertirá en la base con la cual se contrastará las hipótesis planteadas para el desarrollo del presente trabajo. El cuadro 4 permite ver los detalles de la data utilizada en el ejercicio investigativo.

Variable	Rentabilidad en porcentaje de las series de datos de los mercados del MILA mediante Logaritmos Natural como cálculo de tasa continua.
Fuente	Serie de datos obtenidas de la base de datos Bloomberg, Economica e Investing.
Medición	$\text{Rentabilidad Diária} = \frac{\text{Precio día } t + 1 - \text{Precio día } t}{\text{Precio día } t}$

Cuadro 4. Enfoque de recolección de datos

Fuente: Desarrollo del autor.

Las series de tiempo generadas en la bolsa de valores de Colombia (COLCAP), MÉXICO (IPC), Chile (IPSA) y Perú (IGBVL), son revisadas en la ventana de tiempo comprendida entre diciembre de 2010 a febrero de 2020 (ver anexo). De igual forma, para poder ser analizados en términos de semejanza, es decir, que los índices no se revisen en moneda original, se decidió descargar las series temporales de los ETF's, con lo cual todos quedan en medida de dólares, permitiendo mayor precisión en los pronósticos.

Aunado a lo anterior, se hace un análisis a nivel de estadística descriptiva para cada una de las series temporales de los mercados. Con dicho ejercicio se comprueba la normalidad, mediante la instrumentalización de la hipótesis nula considerando que las rentabilidades de los índices se distribuyen de forma normal, para ello se recurre a la utilización de herramientas como lo es el análisis de Curtosis, la distribución de frecuencias y el estimador Shapiro-Wilk (SW), la cual contrasta las siguientes hipótesis:

Ho: Los datos se distribuyen de forma normal

H1: Los datos no se distribuyen de forma normal

De igual forma la prueba SW se denota de la siguiente forma:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \underline{x})^2} \quad (1)$$

Donde:

$x_{(i)}$  es la cifra que ocupa la i-ésima posición en la data

$\underline{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$  es la media de la muestra

El desarrollo de este ejercicio se considera debido a que las muestras analizadas poseen un significativo volumen de registros, y esto puede provocar que pequeñas fluctuaciones entre valores teóricos y observados sean declaradas como significativas (Prieto 2016).

En un segundo momento se orienta a solucionar búsqueda de patrones en cada serie de índices de mercado labor desarrollada desde los postulados de la geometría fractal y en especial al análisis del índice de Hurst, lo anterior se hace debido a que las series temporales de activos financieros usualmente no mantienen una distribución normal (Peters, 1991), por lo cual, es posible utilizar métodos alternativos que brinden una visión más realista del riesgo que solo la varianza del activo, y uno de dichos métodos está relacionado con el cálculo de la dimensión fractal (DF) (Casparri & Moreno, 2008). Siguiendo a Casparri y Moreno (2008), los cuales indican que utilizar los procesos fractales permite un análisis de mercados con menos supuestos teóricos y por tanto sus resultados se pueden considerar robustos.

Ahora bien, mediante la precisión del exponente de Hurst, labor que coadyuva a determinar si los rendimientos poseen persistencia y dependencia estadística a largo plazo,

esto se logra determinando la autosimilaridad (reducción de la escala temporal la cual representa la trayectoria del proceso), y el cálculo del valor no entero de la dimensión fractal, relacionada con las variaciones que se experimentan entre puntos próximos, por lo que cuanto mayor es el valor de la dimensión mayor será la variación. (Rodríguez, 2014, p.153).

Después de haber determinado que los datos tanto de precios como de retornos no se distribuyen de forma normal, se procedió al desarrollo de la dimensión fractal. Para poder desarrollar la técnica es indicado decir que existen varios métodos con los cuales es posible hallar dicha dimensión. Uno de los métodos es a través del cálculo del coeficiente de Hurst (H), el cuál es útil para datos estadísticamente autosimilares (Mandelbrot, 1987, p.62). Con el desarrollo de la Dimensión Fractal (DF) se calcula el parámetro de volatilidad respecto al valor promedio de la serie temporal total. Esta volatilidad, según este método, es entendida como los valores máximos y mínimos de una serie temporal para el análisis del riesgo (Mandelbrot, 1987).

Para poder aplicar esta técnica, es necesario que la serie temporal no presente una distribución lineal ni normal, y tal como se había indicado previamente, la cual utilizó la prueba de linealidad y normalidad de SHAPIRO – WILK.

Paso seguido es establecer el coeficiente de Hurst, el cual se calcula mediante el método del rango reescalado. Este método se basa en el análisis de particiones de la serie de datos, acopiada inicialmente, en subgrupos por acumulación, es decir, a partir de la cantidad inicial N de datos, se crean cuatro subgrupos, el primero que contiene el 25% de los datos iniciales, el segundo grupo contiene la mitad de los datos, el tercer grupo reúne el 75% de los datos totales y finalmente, el cuarto grupo con el 100% de los datos.

Una vez se hayan creado los cuatro subgrupos en orden ascendente, con un tamaño de M datos, en cada uno de ellos se calcula el valor promedio mediante la siguiente expresión:

$$\underline{Y}_j = \frac{1}{M} \sum_k x_k \tag{2}$$

donde  $x_j$  son los datos de la serie inicial y  $Y_j$  son los datos de cada subserie, con  $j=1, 2, \dots, s$  y  $s=N/M$ .

Seguidamente se calcula la suma acumulada  $Z_j: \{z_n\}$ , con  $n=1,2\dots M$ , de las desviaciones en cada subgrupo mediante la siguiente formula:

$$z_n = \sum_k^n \{x_k - \underline{y}_j\} \tag{3}$$

Luego el rango reescalado  $R_j$  se define como la diferencia entre el valor máximo y mínimos de dicha lista de la suma acumulada

$$R_j = \text{máx}\{Z_j\} - \text{mín}\{Z_j\}$$

Aunado a lo anterior, se calcula la desviación estándar  $\sigma_j$  en cada subgrupo mediante la ecuación

$$\sigma_j = \sqrt{\left[ \frac{1}{M} \sum_k (x_k - y_j)^2 \right]} \quad (5)$$

Dado que el método del rango reescalado está alineado a la ley de potencias mediante la ecuación  $(R_j/\sigma_j)M = aM^H$ , es posible hallar el valor del coeficiente H utilizando una regresión lineal logarítmica de la cantidad de datos M respecto al cociente entre el rango reescalado y la desviación estándar  $R_j/\sigma_j$  en cada uno de los subgrupos (Luengas, Ardila y Moreno, 2010).

El valor de la pendiente de la recta de regresión determina el valor del coeficiente H. Si  $0 < H < 0.5$  la serie de tiempo no presenta persistencia y el exponente de Hurst tiene una dimensión fractal alta lo que implica una volatilidad y por tanto un riesgo alto. Un mayor exponente de H,  $0.5 < H < 1$  implica que la serie de tiempo tiene persistencia y una dimensión fractal más baja (Mandelbrot, 1987. p.67) (Peters E., 1994) (Mandelbrot, 1997. p.55) lo que implica una volatilidad baja y por tanto un riesgo bajo. Debido a que existe una relación entre la dimensión fractal y el coeficiente de Hurst bajo la ecuación  $2 = DF + H$ , es posible calcular la dimensión fractal asociada a la serie temporal. Además, el porcentaje de la volatilidad es calculado a través de la ecuación  $Vol = DF/2$ .

La tercera etapa se analizó históricamente cada una de las series de tiempo que integran el índice MILA detallando específicamente su comportamiento durante la declaratoria de pandemia de COVID 19 por parte de la Organización Mundial de la Salud (OMS) el día 11 de marzo del 2.020, precisamente esta fecha sirvió como punto de inflexión para estimar el modelo predictivo y a su vez como punto de inicio de las predicciones que se contrastaron con los datos reales. En esta etapa además se estudió la estacionariedad de las series de tiempo del índice MILA, realizando los ajustes necesarios para convertir las en retornos y poder aplicar la metodología Box – Jenkins en cada una de ellas.

Finalmente, la cuarta etapa es la estructuración de modelos predictivos, para ello las herramientas utilizadas para revisar la varianza de las series temporales de los índices del MILA fueron los modelos econométricos Modelo Autoregresivo Condicionalmente Heterocedástico (ARCH) (Engle, 1982), y el modelos de Heteroscedasticidad Condicional Generalizada GARCH de Bollerslev (1986), estos modelo permite que la varianza condicional dependa de los hechos pasados, es decir que un cambio fortuito en el rendimiento, ya sea creciente o decreciente en la línea del tiempo t, creara un aumento en la varianza esperada del periodo subsiguiente.

Para el caso de la arquitectura de los modelos ARCH, Engle (1982), plantea que en un proceso  $\{y_t\}$  t/ obedece al modelo de autoregresión condicional heterocedástico de orden p, ARCH(P), lo anterior se cumple si:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\mu_t, h_t) \quad (6)$$

$$\mu_t = x_t \beta \quad (7)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 \quad (8)$$

$$\epsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (9)$$

Con  $\alpha_0 > \alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$

Con los anteriores supuestos se puede deducir que  $\epsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$ , y si el procedimiento  $y_t | \psi_{t-1}$  tiene media  $\mu_t = 0$ .  $e_t = y_t$ , el modelo puede enunciarse como:

$$\epsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (10)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 \quad (11)$$

siendo esta notación la originalmente propuesta por Engle denominada como ARCH(p).

Según Tsay (2002), indica que para poder determinar la presencia de una serie de tiempo que se ajuste a los modelos ARCH, se pueden utilizar desde estadísticos típicos como Ljung-Box en los correlogramas de los residuos, y una segunda manera es la expuesta por Engle (1982) y Bollerslev (1986), mediante la prueba de multiplicadores de Lagrange, y que luego de enunciar la ecuación de la varianza condicional  $h_t = z_{t1} w$  como  $h_t = z_{t1} w_1 + z_{t2} w_2$  se prueba la hipótesis nula  $H_0 : w_2 = 0$  determinando así, que el efecto ARCH es como tal la dimensión  $w_1$ .

Otro de los modelos dinamizados en el presente trabajo es el desarrollado por Bollerslev (1986) Bollerslev (1994), denominado Modelos Generalizados autoregresivos condicionalmente heterosedásticos GARCH, en los cuales la varianza condicional es dependiente y el cuadrado de los errores retazados q periodos.

Los postulados del modelo reposan sobre los siguientes supuestos:

Sea  $\{y_t\}_{t \in I}$  un proceso estocástico y en donde T es el conjunto discreto de índices.

De igual forma sean los siguientes vectores para modelar la media y la varianza:

$$\beta' = (\beta_0, \beta_1; \dots; \beta_k) \text{ y } w' = (\alpha_0, \alpha_1; \dots; \alpha_q; \gamma_1; \dots; \gamma_p) \quad (12)$$

En donde:

$Z_t = 1, e_{t-1}^2, \dots, e_{t-q}^2, h_{t-1}, \dots, h_{t-p}$  es el vector de variables para la varianza

$x_t = (1, x_{t1}, \dots, x_{tk})$  es el vector de variables explicativas observadas en el tiempo t.

Ahora bien, el modelo GARCH de Bollerslev (1991) está dado por:

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(\mu_t, h_t) \quad (13)$$

$$\mu_t = x_t \beta \quad (14)$$

$$h_t = z_t w = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i h_{t-i} \quad (15)$$

Con la anterior ecuación se puede indicar que la varianza condicional depende de cuadrado de los errores y de las varianzas condicionales retrasadas  $p$  periodos.

# RESULTADOS

El presente apartado mostrará los resultados obtenidos de los mercados que integran el MILA, mediante la operativización de las series temporales recabadas para sus análisis y estructuración de los modelos predictivos de dichos mercados; de igual forma es preciso indicar que para poder hacer el ejercicio de pronóstico previamente se analizó las series temporales a la luz de la geometría fractal, con la cual se estableció a todas y cada una de las series temporales poseían memoria histórica, con lo cual poder proceder a procesos econométricos de pronóstico a cada uno de los mercados objeto de estudio.

## 4.1 ANÁLISIS DE LAS SERIES TEMPORALES Y LA EVIDENCIA DE MEMORIA TEMPORAL

El hecho que los modelos econométricos, como lo son ARIMA, ARCH, GARCH, basan su sustento metodológico en supuestos de linealidad y normalidad, y que intrínsecamente no contemplan la hipótesis de fractalidad la cual se basa en memoria larga de mercados, se hace primeramente necesario el establecer si las series temporales de los mercados que constituyen al MILA poseen dicha memoria, es por ello que se requiere que antes de la demostración práctica de los modelos econométricos se definan unos fundamentos que resultan ser básicos para el normal desarrollo, y no caer en carencias estructurales de pronósticos debido a la no contemplación de fenómenos de la teoría del caos.

Para verificar la existencia de memoria histórica se aplican los supuestos metodológicos propuestos por Mandelbrot & Goldenfeld (1998), proceso con el cual se pueda determinar si las series temporales poseen propiedades de autosimilitud y autoafinidad, seguido se calcula el exponente de Hurst, con el cual identificar el valor estadístico que prueba si las series temporales son persistentes, autopersistentes o son de orden aleatorio.

### 4.1.1 Verificación de memoria histórica en los mercados que integran el MILA mediante el cálculo del coeficiente de Hurst

Como se había precisado en el apartado metodológico, las series temporales provienen de la información de ETF cotizados en Norteamérica, debido a que generaban la misma base para el análisis de las series temporales de los mercados objeto de estudio.

Luego de comprobar que la serie temporal de los mercados financieros no presentan normalidad ni linealidad, a los 1638 datos acopiados, se desagregan en 4 subgrupos, el primer subgrupo contiene 410 datos que corresponde al a ventana de tiempo comprendida entre 2 de diciembre de 2014 al 19 de julio de 2016. El segundo subgrupo contiene los 819 primeros datos comprendido en la ventana de tiempo del 2 de diciembre de 2014 al 5 de marzo de 2018. El tercer subgrupo contiene los primeros 1229 registros para una ventana temporal comprendida entre el 2 de diciembre de 2014 al 18 de octubre de 2019. Finalmente, el subgrupo 4 contiene los 1638 registros en la ventana de tiempo de diciembre 2 de 2014 al 4 de junio de 2021 (Ver Tabla 8).

País	Subgrupo	Núm. de datos	Rango Reescalado	Máximo	Mínimo	Desvío Estándar
MÉXICO	1	410	576,33	576,33	0,00	3,42
	2	819	1.066,71	721,96	-344,75	3,64
	3	1.229	1.160,34	1.160,34	0,00	3,98
	4	1.638	3.043,79	2.934,93	-108,85	5,70
COLOMBIA	1	410	365,25	365,25	0,00	2,11
	2	819	529,35	318,28	-211,07	1,64
	3	1.229	590,73	295,47	-295,26	1,47
	4	1.638	825,40	825,40	0,00	1,90
CHILE	1	410	451,20	431,27	-19,92	2,79
	2	819	1.853,96	0,00	-1.853,96	5,87
	3	1.229	3.004,68	150,35	-2.854,33	5,93
	4	1.638	4.543,15	3.093,70	-1.449,45	7,04
PERÚ	1	410	668,18	437,02	-231,17	3,63
	2	819	1.894,65	5,13	-1.889,52	5,85
	3	1.229	3.034,67	0,00	-3.034,67	6,12
	4	1.638	3.210,98	72,89	-3.138,08	5,67

Tabla 8. Datos de rango reescalado, máximos, mínimos y desvíos estándar.

Fuente: Desarrollo del autor con base en la información de ETF Economatica.

Debido a que en las series temporales se encuentran puntos de no diferenciabilidad, se procede a obtener los retornos continuos mediante la utilización del logaritmo natural para cada uno de los subgrupos generados y la aplicación de logaritmo natural para el cálculo de los rangos reescalado; con la data decantada se procedió al desarrollo de la técnica fractal la cual arrojó una serie de resultados que se analizarán para cada uno de los mercados involucrados (ver Tabla 9).

COMPONENTES	MÉXICO		COLOMBIA		CHILE		PERÚ	
	Ln(num)	Ln(R/S)	Ln(num)	Ln(R/S)	Ln(num)	Ln(R/S)	Ln(num)	Ln(R/S)
410	6,02	5,13	6,02	5,16	6,02	5,09	6,02	5,21
819	6,71	5,68	6,71	5,78	6,71	5,76	6,71	5,78
1229	7,11	5,67	7,11	5,99	7,11	6,23	7,11	6,21
1638	7,40	6,28	7,40	6,08	7,40	6,47	7,40	6,34

Tabla 9. Análisis de los subgrupos y cálculo de resultados por logaritmo natural.

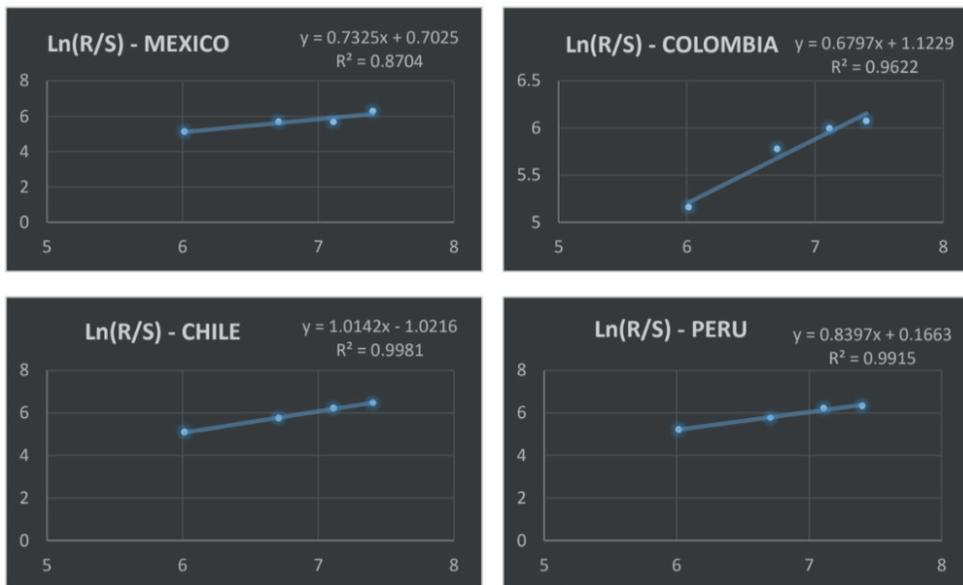
Fuente: Desarrollo del autor

Con los datos consignados en la Tabla 9, se construye el gráfico de regresión lineal, el cual permite determinar mediante la ecuación resultante el índice de Hurst para cada uno de los diferentes mercados, los cuales se pueden apreciar en la Tabla 10 y Gráfica 11.

MÉXICO				COLOMBIA				CHILE				PERÚ			
Ln(num)	Ln(R/S)	H	Ln(num)	Ln(R/S)	H	Ln(num)	Ln(R/S)	H	Ln(num)	Ln(R/S)	H				
6,02	5,13	0,870	6,02	5,16	0,962	6,02	5,09	0,998	6,02	5,21	0,992				
6,71	5,68		6,71	5,78		6,71	5,76		6,71	5,78					
7,11	5,67		7,11	5,99		7,11	6,23		7,11	6,21					
7,40	6,28		7,40	6,08		7,40	6,47		7,40	6,34					

Tabla 10. Resultados del índice de Hurst.

Fuente: Desarrollo del Autor



Gráfica 12. Ecuación del Índice de Hurst

Fuente: Desarrollo del autor

Con los datos alojados en la Tabla 10 e ilustrados en la Gráfica 11, se puede evidenciar que los 4 mercados poseen resultados mayores a 0.5, es decir  $H > 0.5$ , evidencia que demuestra que las series temporales analizadas poseen persistencia y/o memoria a largo plazo.

Para poder hallar la dimensión fractal  $D$ , se tiene en cuenta la siguiente ecuación:  $D + H = 2$ , donde  $D$  será la dimensión fractal, y  $H$  es el coeficiente de Hurst, con lo cual se puede identificar lo siguiente para cada mercado, datos que se pueden observar en la Tabla 11.

País	H	Resultado	Intervalo		D
			Mínimo	Máximo	
MÉXICO	0,7325	Persistencia	43,98	44,62	1,2675
Colombia	0,6797	Persistencia	11,41	12,07	1,3203
Chile	1,0142	Persistencia	35,86	36,35	0,9858
Perú	0,8397	Persistencia	30,82	31,40	1,1603

Tabla 11. Cálculo de la Dimensión fractal para los mercados del MILA.

Fuente: Desarrollo del autor

Dados los resultados planteados en la Tabla 11 se puede indicar que en el caso de MÉXICO el índice  $H$  fue de 0,7325 con una volatilidad media lo cual permite establecer que a futuro se pueden tener valores mínimos cercanos a 43.98 USD y valores máximos

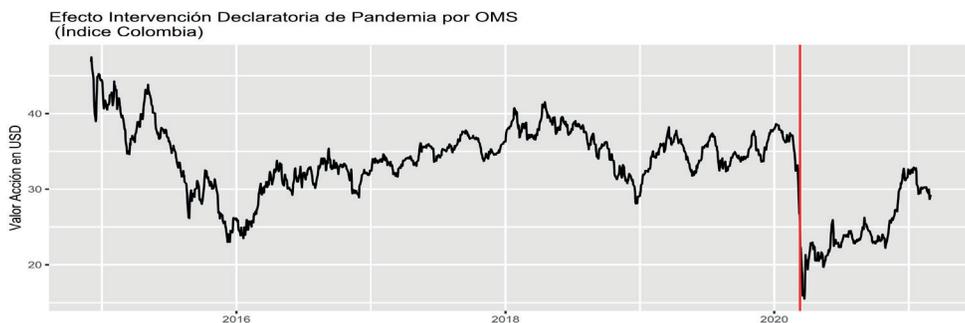
cercanos a 44,62 USD; de igual forma para el mercado colombiano el cual posee un índice H de 0.6797, lo que indicaría que los valores en un futuro oscilarían entre 11,41 USD y 12,07 USD; para el caso del mercado chileno los resultados sugieren que al obtener un índice H de 1,0142 los precios en el futuro fluctuarían entre los 35,86 USD y 36,35 USD, finalmente para el mercado peruano, con un índice H de 0,8397 con una volatilidad media lo cual permite establecer que a futuro se pueden tener valores mínimos cercanos a 30,82USD y valores máximos cercanos a 31,40 USD.

## 4.2 APLICACIÓN DE MÉTODOS Y GENERACIÓN DE MODELOS ECONÓMÉTRICOS

Para poder establecer el comportamiento del MILA, es necesario desagregar cada uno de los mercados que lo integran, tal como se ha venido mencionando con anterioridad; los siguientes acápite darán cuenta del comportamiento de los índices de los mercados y procederá a desarrollar los modelos econométricos que mejor ajustaron a dichos comportamientos, y los pronósticos obtenidos de estos.

### 4.2.1 Análisis para la serie del COLCAP - Colombia

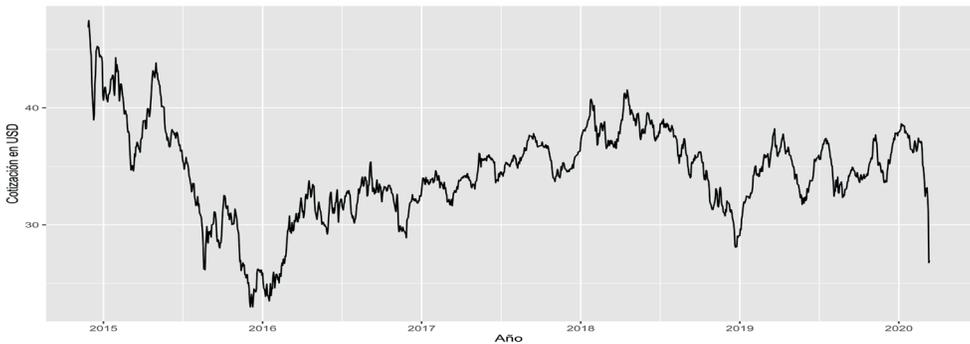
El índice de la bolsa de Colombia sufrió un impacto después de reportar el primer caso oficial de contagio por COVID 19 el viernes 6 de marzo del 2020. Ese día el índice cerró en \$31,18 dólares, posteriormente el lunes 9 de marzo cerró en \$26,76 dólares representando una caída del 14,17%. En los días sucesivos alcanzó un mínimo de \$15,49 dólares, esta situación sin duda se agravó al declararse pandemia el día 11 de marzo del 2020 por parte de la OMS. La Gráfica 12 muestra el comportamiento del índice de la bolsa de valores de Colombia, la línea roja vertical corresponde a la fecha 11 de marzo del 2020.



Gráfica 13. Efecto en el índice de la bolsa de valores de Colombia por la declaración de pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020 por el virus del COVID 19.

Fuente: Desarrollo por el autor

Para efectos del ejercicio, se usaron inicialmente los datos hasta el día 10 de marzo del 2020 (un día antes de la declaración de pandemia COVID 19) por parte de la OMS (ver Gráfica 13).



Gráfica 14. Cotización de la bolsa colombiana hasta el 10 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

Con esta serie se estimó un modelo que se usó para predecir la cotización de la bolsa colombiana posterior a la declaración de la pandemia con el fin de establecer sus errores de pronóstico ante eventos fortuitos e inesperados como la pandemia del COVID 19.

Empleando la metodología Box - Jenkins se estimó un modelo ARIMA no sin antes evaluar la estacionariedad de la serie, esta se evaluó aplicando la prueba Dickey-Fuller planteando las siguientes hipótesis:

*H0: La serie de tiempo COLCAP NO es estacionaria.*

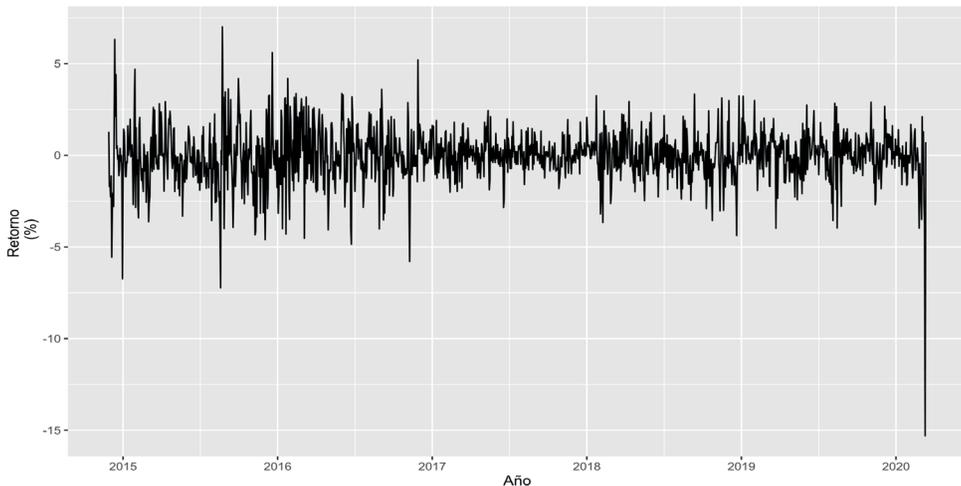
*H1: La serie de tiempo COLCAP ES estacionaria.*

Siendo el resultado:

```
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: colentrel
## Dickey-Fuller = -2.8638, Lag order = 11, p-value = 0.2127
## alternative hypothesis: stationary
```

Con un nivel de significancia del 5% el valor "P" obtenido fue de 0,2127, en ese sentido se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie no es estacionaria. Por lo tanto, fue necesario aplicar logaritmo neperiano y una diferencia a la serie para no solamente transformarla en estacionaria, sino que esta termine evidenciando los retornos del índice. A esta serie de retornos se le aplicó la prueba Dickey-Fuller arrojando los siguientes resultados:

```
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: retcolentre1
## Dickey-Fuller = -10.105, Lag order = 11, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

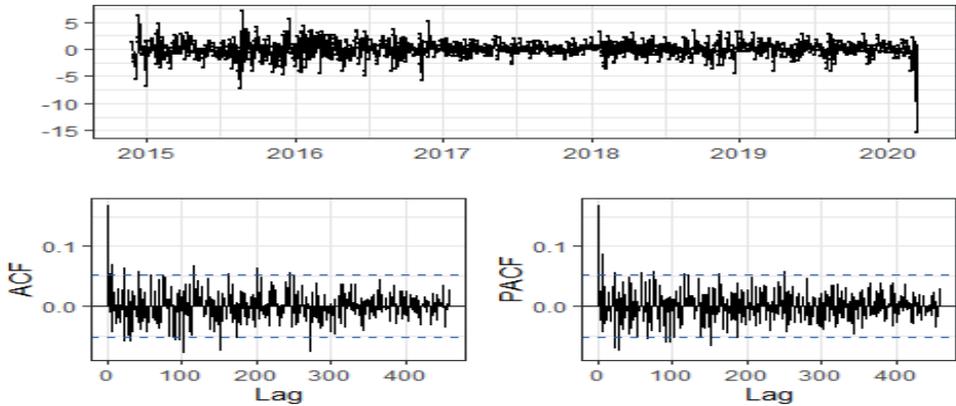


Gráfica 15. Serie estacionaria que representa los retornos del índice colombiano.

Fuente: Desarrollo del autor

Bajo las mismas hipótesis se obtiene que el valor “P”, es menor a la significancia del 5%, en consecuencia, no se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de los retornos es estacionaria. Por su parte, la Gráfica 14 muestra que la serie presenta estacionariedad en media, además de cierta homogeneidad en la varianza y se visualiza una caída de más del 15% en el retorno del índice como consecuencia del posible efecto causado por la declaratoria de la pandemia por parte de la OMS el 11 de marzo del 2020.

Una vez obtenida la estacionariedad de la serie se inició la etapa de “Identificación” del posible modelo ARIMA, para ello se analizaron los diagramas de autocorrelación simple y autocorrelación parcial (ver Gráfica 15).



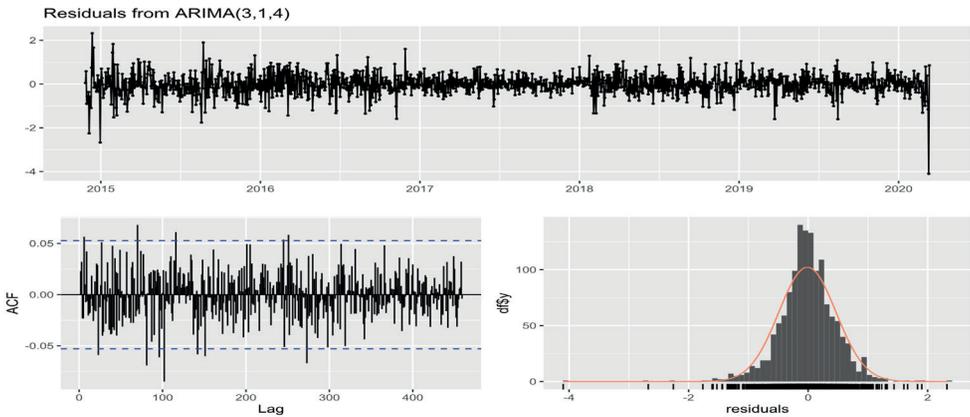
Gráfica 16. Serie de retornos y correlogramas de autocorrelación simple y parcial para los retornos del índice colombiano.

Fuente: desarrollo del autor

La Gráfica 15 evidencia la existencia de dependencias hasta el sexto rezago en la correlación simple y hasta el quinto rezago en la correlación parcial. Después de proponer hasta 10 modelos se escogió un modelo ARIMA (3,1,4) ya que todos sus coeficientes fueron significativos, pasó las pruebas de diagnóstico y finalmente presentó el menor valor AIC frente a otros modelos propuestos. En ese sentido, se mostrará a continuación su estimación, diagnóstico y predicción empleando el software R versión 4.0.0 arrojando los siguientes resultados:

```
##
## z test of coefficients:
##
##      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ar1  1.0306709  0.0362719  28.4151 < 2.2e-16 ***
## ar2   0.6618155  0.0690198   9.5888 < 2.2e-16 ***
## ar3  -0.8678637  0.0366742 -23.6642 < 2.2e-16 ***
## ma1  -0.8575777  0.0222826 -38.4865 < 2.2e-16 ***
## ma2  -0.8093191  0.0557995 -14.5041 < 2.2e-16 ***
## ma3   0.6735412  0.0393328  17.1241 < 2.2e-16 ***
## ma4   0.1978234  0.0087412  22.6311 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Series: colentre1
## ARIMA(3,1,4)
##
## Coefficients:
##      ar1      ar2      ar3      ma1      ma2      ma3      ma4
##      1.0307  0.6618 -0.8679 -0.8576 -0.8093  0.6735  0.1978
## s.e.  0.0363  0.0690  0.0367  0.0223  0.0558  0.0393  0.0087
##
## sigma^2 estimated as 0.2311: log likelihood=-942.72
## AIC=1901.45  AICc=1901.55  BIC=1943.26
```

Por su parte, al realizar el diagnóstico del chequeo de residuales el cual se puede apreciar en la Gráfica 16, encontrándose lo siguiente:



Gráfica 17. Chequeo de Residuales del modelo estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(3,1,4)
## Q* = 270.62, df = 268, p-value = 0.4437
##
## Model df: 7. Total lags used: 275
```

La Gráfica 16. muestra en la parte superior la distribución de los residuales, se puede apreciar en términos generales homogeneidad en varianza y un comportamiento de ruido blanco. En la parte inferior izquierda se muestran algunos rezagos que sobresalen de las bandas de significancia esto no quiere decir que exista correlación pues la significancia del 5% admite que cierta cantidad de rezagos sobrepasen dichas bandas. En la parte inferior derecha se muestra una distribución de errores semejante a la normal, pero con cierto sesgo negativo y exceso de curtosis.

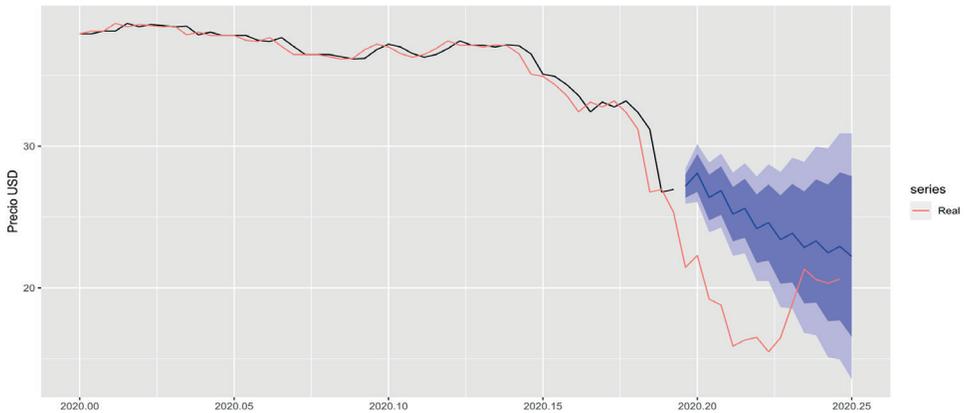
La prueba Ljung-Box corroboró la independencia de los residuos o un comportamiento de ruido blanco. Esta prueba plantea las siguientes hipótesis:

H0: Los residuos del modelo son independientes.

H1: Los residuos del modelo no son independientes.

Con una significancia del 5% se obtuvo un valor “P” mayor a dicho nivel (0,4437) por lo tanto se acepta la hipótesis nula de que los residuos son independientes.

Una vez obtenido el modelo ARIMA (3,1,4) se procede a realizar sus pronósticos hasta el día 30 de marzo del 2020, es decir, se pretende poner a prueba el modelo sobre datos no incluidos en su estimación con el fin de evaluar su error ante eventos adversos como la declaración de la pandemia del COVID 19.



Gráfica 18. Predicción del modelo obtenido frente a los datos reales hasta el 30 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

La Gráfica 17 muestra descriptivamente el error de pronóstico del modelo frente a los datos reales, la línea de color rojo representa precisamente los datos reales, la línea negra corresponde a los datos ajustados del modelo (gráficamente se muestra un ajuste aceptable), mientras que la línea azul corresponde a la predicción del modelo ajustado con los intervalos de confianza del 80% y 95%. Es importante resaltar que los datos reales estuvieron incluso fuera de estos intervalos de confianza lo que demuestra la incapacidad del modelo estimado de predecir estos efectos producto de una intervención de esta naturaleza.

Otro aspecto importante es que el cálculo del error absoluto medio porcentual (MAPE) que mide el error absoluto en términos porcentuales arrojó un valor de 1,0272. Sin embargo, al tratar de predecir los valores futuros al 11 de marzo del 2020 sobre los valores reales hasta el 30 de marzo del 2020 el MAPE alcanzó un valor de 45,42, es decir, si bien el modelo estimado tiene validez y un ajuste apropiado NO es capaz de predecir con márgenes de error aceptables ante efectos de intervención dramáticos como los que produjo la declaratoria de la pandemia del COVID 19 el día 11 de marzo del 2020. Finalmente, se analizó si la serie de retornos del índice COLCAP presenta efectos de volatilidad con el ánimo de mejorar las predicciones del modelo ARIMA (3,1,4) estimado previamente, en ese sentido, al tomar sus residuales hasta el 11 de marzo del 2020 y al aplicar el test de multiplicadores de Lagrange bajo las siguientes hipótesis:

$H_0$ : La serie no presenta heterocedasticidad.

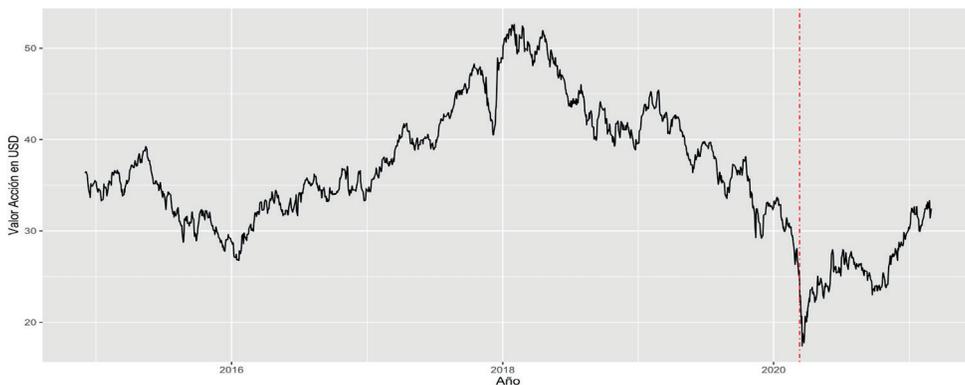
$H_1$ : La serie presenta heterocedasticidad.

```
##  
## ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects  
##  
## data: residuales1  
## Chi-squared = 0.059507, df = 1, p-value = 0.8073
```

Se encontró que el Valor P es mayor que el nivel de significancia del 5% propuesto en la prueba, por lo tanto, se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de retornos de las cotizaciones de la bolsa de Colombia es homocedástica, es decir, no presenta efectos ARCH.

#### 4.2.2 Análisis para la serie de la bolsa chilena

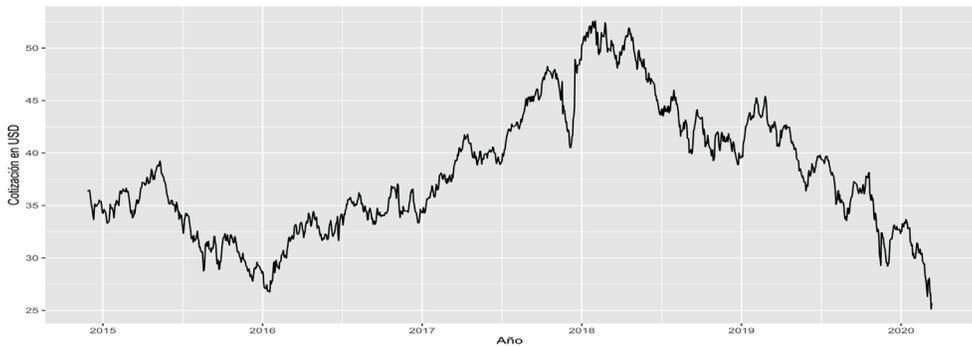
El índice de la bolsa de Chile no sufrió inicialmente un impacto negativo después de reportar el primer caso oficial de contagio por COVID 19 el martes 3 de marzo del 2020. Ese día el índice cerró en \$27,53 dólares, sin embargo, al siguiente día la bolsa cerró al alza, aunque a partir de allí empezó a caer levemente alcanzando el 11 de marzo del 2020 (día en que la OMS declara la pandemia del COVID 19) el índice cerró en \$24,44 dólares, es decir que desde el primer caso registrado hasta la declaración de la pandemia el índice obtuvo una caída del 11,2%. En los días sucesivos el índice alcanzó su nivel más bajo con una cotización de \$17,41 dólares. La Gráfica 18 muestra el comportamiento del índice de la bolsa de valores de Chile, la línea roja vertical corresponde a la fecha 11 de marzo del 2020.



Gráfica 19. Efecto en el índice de la bolsa de valores de Chile por la declaración de pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020 por el virus del COVID 19.

Fuente: Desarrollo del autor

Para efectos del ejercicio, se usaron inicialmente los datos hasta el día 10 de marzo del 2020 (un día antes de la declaración de pandemia COVID 19) por parte de la OMS (ver Gráfica 19).



Gráfica 20. Cotización de la bolsa chilena hasta el 10 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

Con esta serie se estimó un modelo que se usó para predecir la cotización de la bolsa chilena posterior a la declaración de la pandemia con el fin de establecer sus errores de pronóstico ante eventos fortuitos e inesperados como la pandemia del COVID 19.

Empleando la metodología Box - Jenkins se estimó un modelo ARIMA no sin antes evaluar la estacionariedad de la serie, esta se evaluó aplicando la prueba Dickey-Fuller planteando las siguientes hipótesis:

$H_0$ : La serie NO es estacionaria.

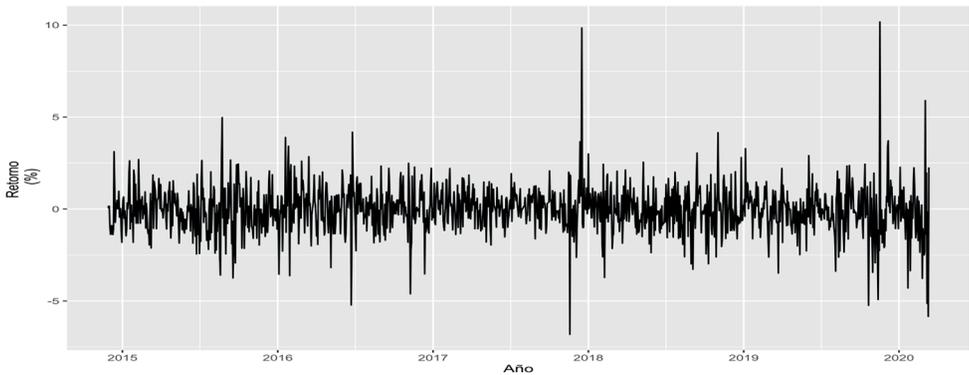
$H_1$ : La serie ES estacionaria.

Siendo el resultado:

```
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: chileentre1
## Dickey-Fuller = -0.50148, Lag order = 11, p-value = 0.9818
## alternative hypothesis: stationary
```

Con un nivel de significancia del 5% el valor “P” obtenido fue de 0.9818, en ese sentido no se rechaza la hipótesis nula y se asume que la serie no es estacionaria. Por lo tanto, fue necesario aplicar logaritmo neperiano y una diferencia a la serie para no solamente transformarla en estacionaria, sino que esta termine evidenciando los retornos del índice. A esta serie de retornos se le aplicó la prueba Dickey-Fuller arrojando los siguientes resultados:

```
##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data: retchileentre1
## Dickey-Fuller = -10.836, Lag order = 11, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

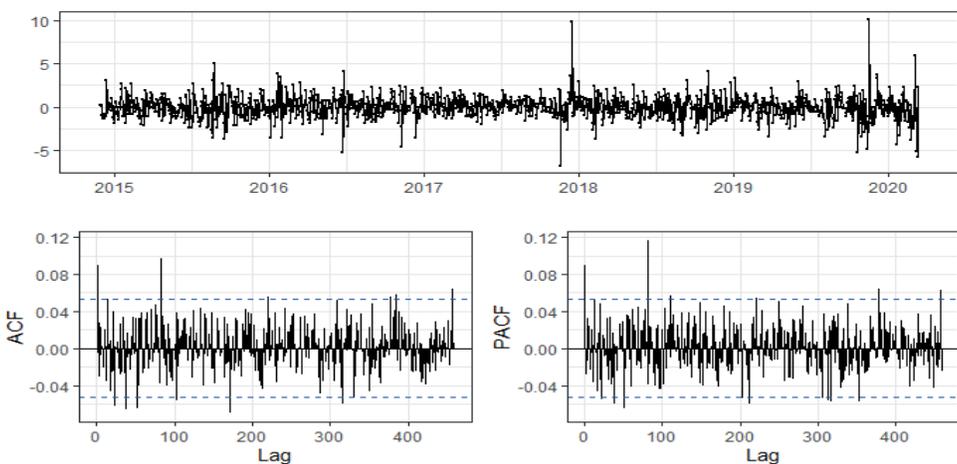


Gráfica 21. Serie estacionaria que representa los retornos del índice chileno.

Fuente: Desarrollo del autor

Bajo las mismas hipótesis se obtiene que el valor “P”, es menor a la significancia del 5%, en consecuencia, no se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de los retornos es estacionaria. Por su parte, la Gráfica 20 muestra que la serie presenta estacionariedad en media, además de cierta homogeneidad en la varianza, se visualiza una caída en el retorno del índice como consecuencia del posible efecto causado por la declaratoria de la pandemia por parte de la OMS el 11 de marzo del 2020 y finalmente se evidencian numerosos valores atípicos que no se relacionan con errores sino con comportamientos propios de la dinámica de la bolsa.

Una vez obtenida la estacionariedad de la serie se inició la etapa de “Identificación” del posible modelo ARIMA, para ello se analizaron los diagramas de autocorrelación simple y autocorrelación parcial.



Gráfica 22. Serie de retornos y correlogramas de autocorrelación simple y parcial para los retornos del índice chileno.

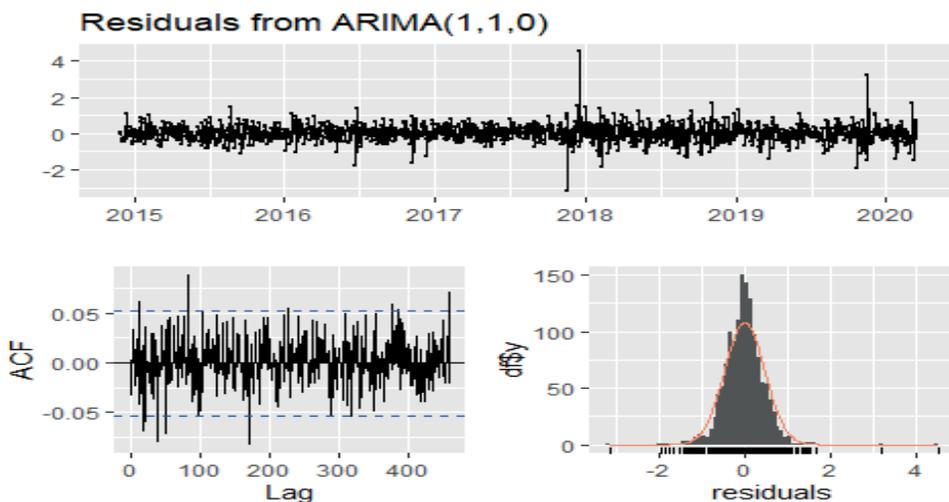
Fuente: Desarrollo del autor

La Gráfica 21 evidencia la existencia de dependencias hasta el primer rezago tanto en la correlación simple como en la correlación parcial. Después de proponer varios modelos tentativos se escogió un modelo ARIMA (1,1,0) ya que todos sus coeficientes fueron significativos, pasó las pruebas de diagnóstico y finalmente presentó el menor valor AIC frente a otros modelos propuestos. En ese sentido, se mostrará a continuación su estimación, diagnóstico y predicción empleando el software R versión 4.0.0 arrojando los siguientes resultados:

```
## z test of coefficients:
## Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ar1 0.088219 0.026865 3.2837 0.001024 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

## Series: chileentre
## ARIMA(1,1,0)
## Coefficients:
##      ar1
##    0.0882
## s.e. 0.0269
## sigma^2 estimated as 0.2215:  log likelihood=-914.2
## AIC=1832.41  AICc=1832.42  BIC=1842.86
```

Por su parte, al realizar el diagnóstico se encontró lo siguiente:



Gráfica 23. Chequeo de Residuales del modelo estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(1,1,0)
## Q* = 267.82, df = 274, p-value = 0.5939
##
## Model df: 1. Total lags used: 275
```

La Gráfica 22 muestra en la parte superior la distribución de los residuales se puede apreciar en términos generales homogeneidad en varianza y un comportamiento de ruido blanco. En la parte inferior izquierda se muestran muy pocos rezagos que sobresalen de las bandas de significancia, esta característica es importante ya que se puede decir que no se quedó información por modelar. En la parte inferior derecha se muestra una distribución de errores semejante a la normal, con un leve exceso de curtosis.

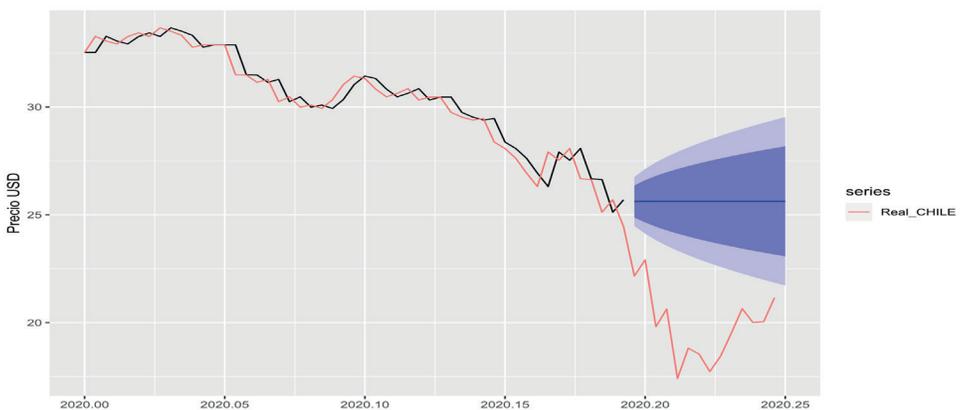
La prueba Ljung-Box corrobora la independencia de los residuos o un comportamiento de ruido blanco. Esta prueba plantea las siguientes hipótesis:

H0: Los residuos del modelo son independientes.

H1: Los residuos del modelo no son independientes.

Con una significancia del 5% se obtuvo un valor “P” mayor a dicho nivel (0,5939) por lo tanto se acepta la hipótesis nula de que los residuos son independientes.

Una vez obtenido el modelo ARIMA (1,1,0) se procede a realizar sus pronósticos hasta el día 30 de marzo del 2020, es decir, se pretende poner a prueba el modelo sobre datos no incluidos en su estimación con el fin de evaluar su error ante eventos adversos como la declaración de la pandemia del COVID 19.



Gráfica 24. Predicción del modelo obtenido frente a los datos reales hasta el 30 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

La Gráfica 23 muestra detalladamente el error de pronóstico del modelo frente a los datos reales, la línea de color rojo representa precisamente los datos reales, la línea negra corresponde a los datos ajustados del modelo (gráficamente se muestra un ajuste aceptable), mientras que la línea azul corresponde a la predicción del modelo ajustado con los intervalos de confianza del 80% y 95%. Es importante resaltar que los datos reales estuvieron incluso fuera de estos intervalos de confianza lo que demuestra la incapacidad del modelo estimado de predecir estos efectos producto de una intervención de esta naturaleza.

Otro aspecto importante es que el cálculo del error absoluto medio porcentual (MAPE) que mide el error absoluto en términos porcentuales arrojó un valor de 0.9, Sin embargo, al tratar de predecir los valores futuros al 11 de marzo del 2020 sobre los valores reales hasta el 30 de marzo del 2020 el MAPE alcanzó un valor de 30,52, es decir, si bien el modelo estimado tiene validez y un ajuste apropiado NO es capaz de predecir con márgenes de error aceptables ante efectos de intervención dramáticos como los que produjo la declaratoria de la pandemia del COVID 19 el día 11 de marzo del 2020.

Finalmente, se analizó si la serie de retornos del índice chileno presenta efectos de volatilidad con el ánimo de mejorar las predicciones del modelo ARIMA (1,1,0) estimado previamente, en ese sentido, al tomar sus residuales hasta el 11 de marzo del 2020 y al aplicar el test de multiplicadores de Lagrange bajo las siguientes hipótesis:

$H_0$ : La serie no presenta heterocedasticidad.

$H_1$ : La serie presenta heterocedasticidad.

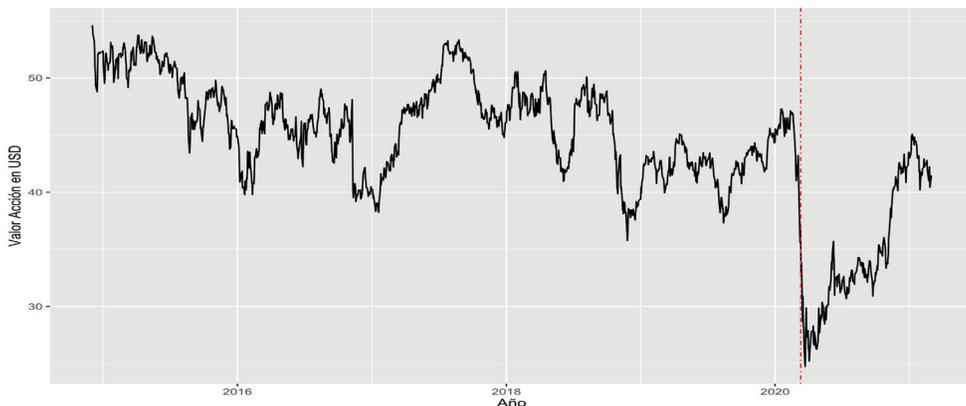
```
##  
## ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects  
##  
## data: residuales1  
## Chi-squared = 9.68*10-6, df = 1, p-value = 1.959*10-7
```

Se encontró que el Valor P es menor que el nivel de significancia del 5% propuesto en la prueba, por lo tanto, se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de retornos de las cotizaciones de la bolsa de Colombia es homocedástica, es decir, no presenta efectos ARCH.

#### 4.2.3 Análisis para la serie de la bolsa mexicana

El índice de la bolsa de MÉXICO no sufrió inicialmente un impacto negativo después de reportar el primer caso oficial de contagio por COVID 19 el viernes 28 de febrero del 2020. Ese día el índice cerró en \$40,98 dólares, posteriormente (la siguiente semana) el índice cerró al alza por tres días consecutivos, pero a partir de allí empezó a caer levemente alcanzando el 11 de marzo del 2020 (día en que la OMS declara la pandemia del COVID 19) el índice cerró en \$35,27 dólares, es decir que desde el primer caso registrado hasta la

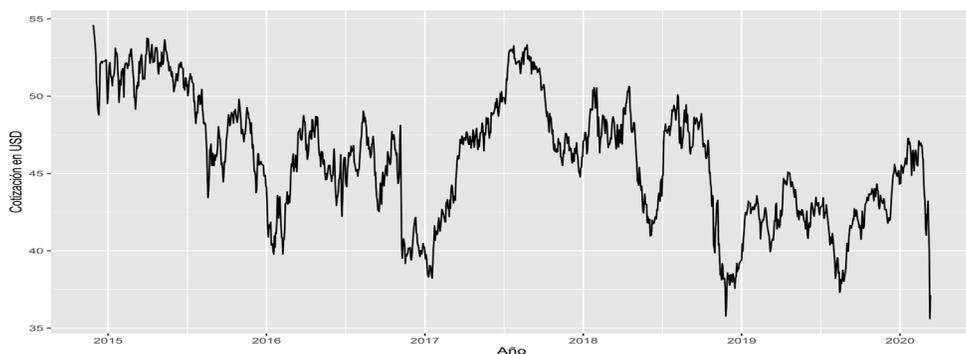
declaración de la pandemia el índice obtuvo una caída del 13,93%. En los días sucesivos el índice alcanzó su nivel más bajo con una cotización de \$24,73 dólares. La Gráfica 24 muestra el comportamiento del índice de la bolsa de valores de MÉXICO, la línea roja vertical corresponde a la fecha 11 de marzo del 2020.



Gráfica 25. Efecto en el índice de la bolsa de valores de MÉXICO por la declaración de pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020 por el virus del COVID 19.

Fuente: Desarrollo del autor

Para efectos del ejercicio, se usaron inicialmente los datos hasta el día 10 de marzo del 2020 (un día antes de la declaración de pandemia COVID 19) por parte de la OMS (ver Gráfica 25).



Gráfica 26. Cotización de la bolsa mexicana hasta el 10 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

Con esta serie se estimó un modelo que se usó para predecir la cotización de la bolsa mexicana posterior a la declaración de la pandemia con el fin de establecer sus errores de pronóstico ante eventos fortuitos e inesperados como la pandemia del COVID 19. Empleando la metodología Box - Jenkins se estimó un modelo ARIMA no sin antes

evaluar la estacionariedad de la serie, esta se evaluó aplicando la prueba Dickey-Fuller planteando las siguientes hipótesis:

$H_0$ : La serie NO es estacionaria.

$H_1$ : La serie ES estacionaria.

Siendo el resultado:

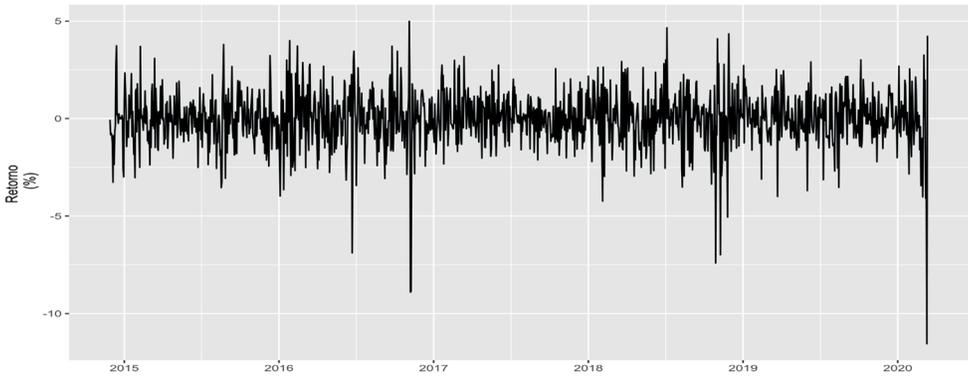
```
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: mexentre  
## Dickey-Fuller = -3.1863, Lag order = 11, p-value = 0.09029  
## alternative hypothesis: stationary
```

Con un nivel de significancia del 5% el valor “P” obtenido fue de 0.09029, en ese sentido se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie no es estacionaria. Por lo tanto, fue necesario aplicar logaritmo neperiano y una diferencia a la serie para no solamente transformarla en estacionaria, sino que esta termine evidenciando los retornos del índice. A esta serie de retornos se le aplicó la prueba Dickey-Fuller arrojando los siguientes resultados:

```
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: retmexentre  
## Dickey-Fuller = -10.265, Lag order = 11, p-value = 0.01  
## alternative hypothesis: stationary
```

Bajo las mismas hipótesis se obtiene que el valor “P”, es menor a la significancia del 5%, en consecuencia, no se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de los retornos es estacionaria.

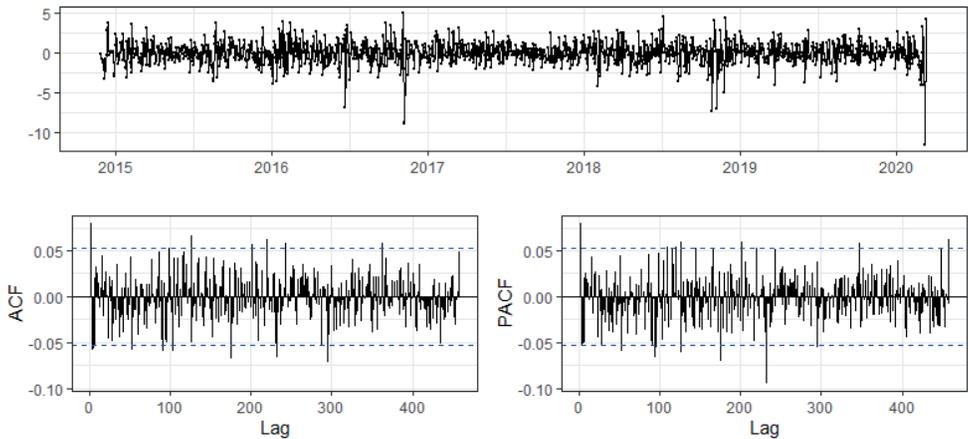
Por su parte, la Gráfica 26 muestra que la serie presenta estacionariedad en media, además de cierta heterogeneidad en la varianza, se visualiza una caída en el retorno del índice como consecuencia del posible efecto causado por la declaratoria de la pandemia por parte de la OMS el 11 de marzo del 2020 y finalmente se evidencian numerosos valores atípicos que no se relacionan con errores sino con comportamientos propios de la dinámica de la bolsa.



Gráfica 27. Serie estacionaria que representa los retornos del índice mexicano.

Fuente: Desarrollo del autor

Una vez se obtiene la serie estacionaria se inicia la etapa de “Identificación” del posible modelo ARIMA, para ello se analizan los diagramas de autocorrelación simple y autocorrelación parcial.



Gráfica 28. Serie de retornos y correlogramas de autocorrelación simple y parcial para los retornos del índice mexicano.

Fuente: Desarrollo del autor

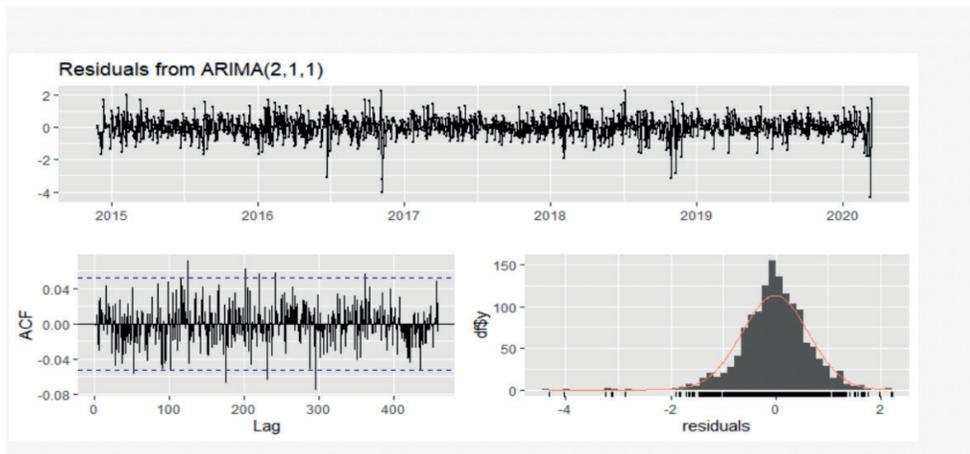
La Gráfica 27 evidencia la existencia de dependencias hasta el segundo rezago en la correlación simple y un rezago en la correlación parcial. Después de proponer varios modelos tentativos se escogió un modelo ARIMA (2,1,1) ya que todos sus coeficientes fueron significativos, pasó las pruebas de diagnóstico y finalmente presentó el menor valor

AIC frente a otros modelos propuestos. En ese sentido, se mostrará a continuación su estimación, diagnóstico y predicción. Su estimación se realizó empleando el software R versión 4.0.0 arrojando los siguientes resultados:

```
##
## z test of coefficients:
##
##      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## ar1  0.746678   0.119719  6.2369 4.462e-10 ***
## ar2 -0.123022   0.027344 -4.4990 6.827e-06 ***
## ma1 -0.663562   0.118511 -5.5991 2.154e-08 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

## Series: mexentre
## ARIMA(2,1,1)
##
## Coefficients:
##      ar1      ar2      ma1
##      0.7467 -0.1230 -0.6636
## s.e.  0.1197  0.0273  0.1185
##
## sigma^2 estimated as 0.3993:  log likelihood=-1318.37
## AIC=2644.73  AICc=2644.76  BIC=2665.64
```

Por su parte, al realizar el diagnóstico se encontró lo siguiente:



Gráfica 29. Chequeo de Residuales del modelo estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

```
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(2,1,1)
## Q* = 238.81, df = 272, p-value = 0.9274
##
## Model df: 3. Total lags used: 275
```

La Gráfica 28 muestra en la parte superior la distribución de los residuales se puede apreciar en términos generales homogeneidad en varianza y un comportamiento de ruido blanco. En la parte inferior izquierda se muestran muy pocos rezagos que sobresalen de las bandas de significancia, esta característica es importante ya que se puede decir que no se quedó información por modelar. En la parte inferior derecha se muestra una distribución de errores semejante a la normal, pero es importante evidenciar que tiene una alta asimetría negativa.

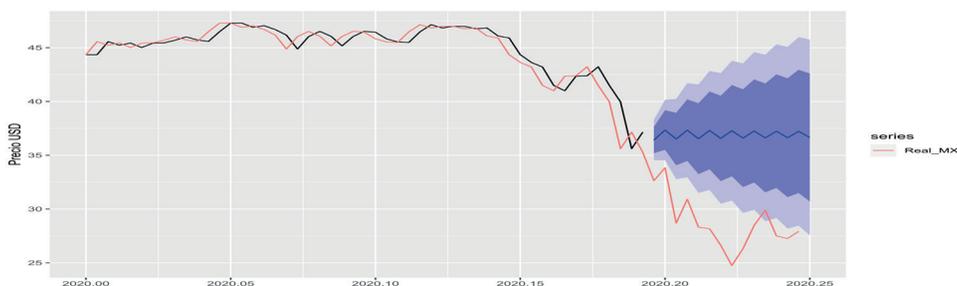
La prueba Ljung-Box corrobora la independencia de los residuos o un comportamiento de ruido blanco. Esta prueba plantea las siguientes hipótesis:

H0: Los residuos del modelo son independientes.

H1: Los residuos del modelo no son independientes.

Con una significancia del 5% se obtuvo un valor “P” mayor a dicho nivel (0,9274) por lo tanto se acepta la hipótesis nula de que los residuos son independientes.

Una vez obtenido el modelo ARIMA (2,1,1) se procede a realizar sus pronósticos hasta el día 30 de marzo del 2020, es decir, se pretende poner a prueba el modelo sobre datos no incluidos en su estimación con el fin de evaluar su error ante eventos adversos como la declaración de la pandemia del COVID 19.



Gráfica 30. Predicción del modelo obtenido frente a los datos reales hasta el 30 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

La Gráfica 29 muestra detalladamente el error de pronóstico del modelo frente a los datos reales, la línea de color rojo representa precisamente los datos reales, la línea negra corresponde a los datos ajustados del modelo (gráficamente se muestra un ajuste aceptable), mientras que la línea azul corresponde a la predicción del modelo ajustado con los intervalos de confianza del 80% y 95%. Es importante resaltar que los datos reales estuvieron incluso fuera de estos intervalos de confianza lo que demuestra la incapacidad del modelo estimado de predecir estos efectos producto de una intervención de esta naturaleza.

Otro aspecto importante es que el cálculo del error absoluto medio porcentual (MAPE) que mide el error absoluto en términos porcentuales arrojó un valor de 1.02, Sin

embargo, al tratar de predecir los valores futuros al 11 de marzo del 2020 sobre los valores reales hasta el 30 de marzo del 2020 el MAPE alcanzó un valor de 33.47, es decir, si bien el modelo estimado tiene validez y un ajuste apropiado NO es capaz de predecir con márgenes de error aceptables ante efectos de intervención dramáticos como los que produjo la declaratoria de la pandemia del COVID 19 el día 11 de marzo del 2020. Finalmente, otro aspecto importante es revisar la volatilidad del índice mexicano y analizarla, en ese sentido, al tomar los residuales del modelo ARIMA (2,1,1) estimado hasta el 11 de marzo del 2020 y al aplicar el test de multiplicadores de Lagrange bajo las siguientes hipótesis:

$H_0$ : La serie no presenta heterocedasticidad.

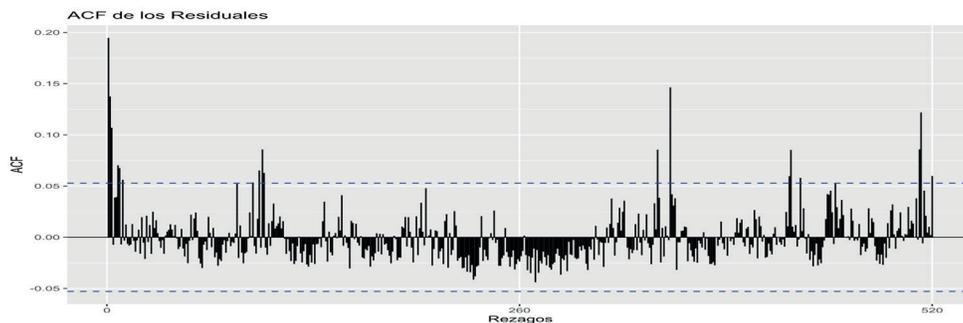
$H_1$ : La serie presenta heterocedasticidad.

```
##
## ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects
##
## data: residuales1
## Chi-squared = 9.68*10-6, df = 1, p-value = 1.959*10-7
```

Se encontró que el Valor P es menor que el nivel de significancia del 5% propuesto en la prueba, por lo tanto, no se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de retornos de las cotizaciones de la bolsa de MÉXICO es heterocedástica, es decir, presenta efectos ARCH.

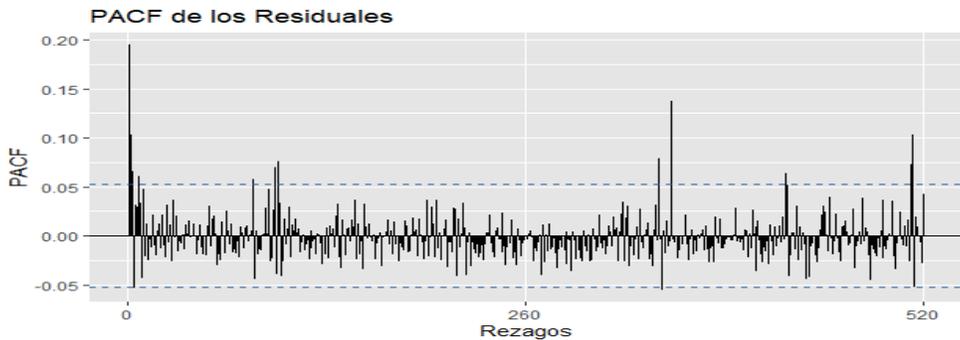
#### 4.2.3.1 Identificación del modelo GARCH

Una vez establecido que la serie de los retornos de la bolsa mexicana tiene heterocedasticidad condicional se analizaron los posibles modelos GARCH mediante el análisis de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo ARIMA (2,1,1) al cuadrado (Ver Gráfica 30 y 31).



Gráfica 31. Función de autocorrelación ACF

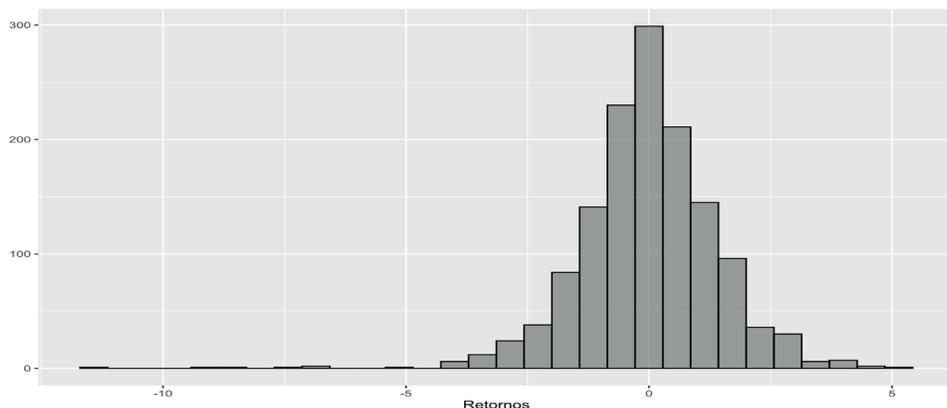
Fuente: Desarrollo del autor



Gráfica 32. Autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo ARIMA estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

Los correlogramas muestran un rezago altamente significativo, seguido por otros con una menor significancia, este comportamiento se presenta tanto en el análisis de autocorrelación como en el de autocorrelación parcial. Para este caso se escogió un modelo GARCH (1,1) (con un componente dependiente del cuadrado de las innovaciones y otro componente dependiente de la varianza condicional de los periodos anteriores), por otro lado, la distribución de los retornos muestra la presencia de colas gruesas (Ver gráfico 32), en ese sentido se recomienda especificar un modelo sesgado.



Gráfica 33. Distribución de los retornos de la bolsa mexicana.

Fuente: Desarrollo del autor

De igual manera el histograma es explícito frente al sesgo de su distribución, se evidencia un sesgo negativo donde la probabilidad de encontrar caídas en los retornos es significativa, esta característica se tuvo en cuenta para la especificación del modelo GARCH, en ese sentido, la bolsa mexicana presenta mayor volatilidad ante eventos adversos.

La estimación del modelo GARCH se realizó empleando el software R versión 4.1.1 donde los coeficientes del modelo resultaron significativos, Ver Tabla 12.

PARÁMETROS	ESTIMACIÓN	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	VALOR t	Pr(> t )
omega	0.25685	0,084739	3,03	0,0024
alpha1	0,142	0.032571	4,36	0.00001
beta1	0.72798	0,063	11,55	0.000000

Tabla 12. Parámetros del modelo GARCH (1,1) estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

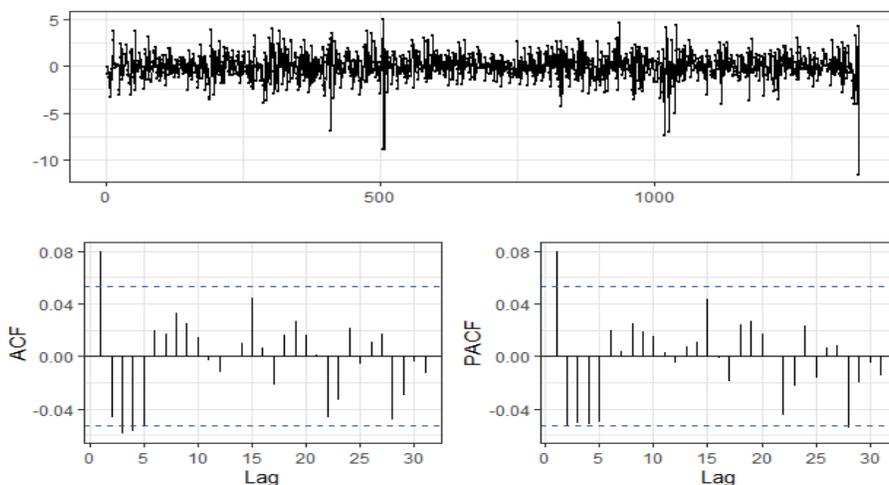
En ese sentido, el modelo de volatilidad quedó representado por la siguiente ecuación:

$$h_t = 0,25685 + 0,142\varepsilon_{t-1}^2 + 0,72798h_{t-1}$$

La anterior ecuación indica que la volatilidad depende de la innovación pasada (un rezago) elevada al cuadrado y de un rezago de la varianza condicional.

#### 4.2.3.2 Diagnóstico

El diagnóstico permitió evidenciar que el modelo estimado cumple con los supuestos, en ese sentido, se evidencian algunas correlaciones entre los residuos únicamente en el diagrama de autocorrelación simple, aunque están muy cercanas al nivel de significancia, por lo tanto, se concluye que los errores no están correlacionados, además estos se distribuyen de forma homogénea con la excepción de algunos valores atípicos (ver Gráfica 33).



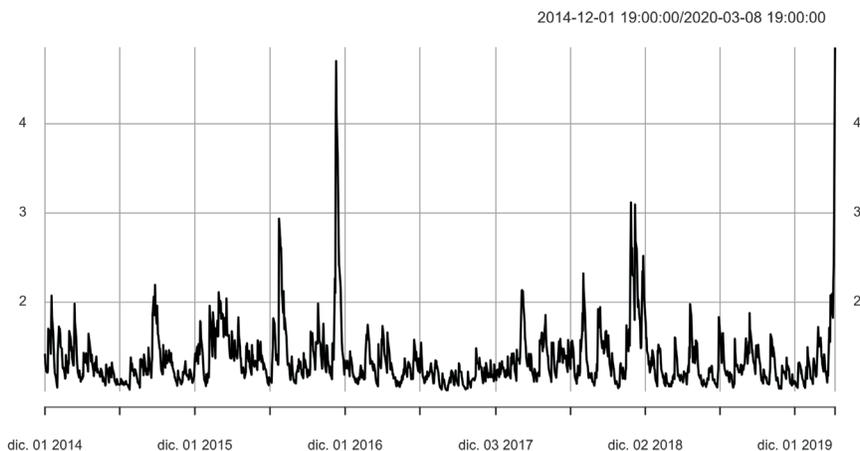
Gráfica 34. Diagnóstico del modelo GARCH estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

Como resultado, la estimación de los componentes del modelo fue significativa y cumplió la etapa diagnóstica satisfactoriamente, en ese sentido el modelo estimado es válido con un ajuste adecuado.

#### 4.2.3.3 Pronóstico

Antes de realizar el pronóstico es importante revisar las volatilidades estimadas por el modelo con el fin de identificar su comportamiento en los días previos a la declaración de la pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020.



Gráfica 35. Volatilidad de la cotización de la bolsa de MÉXICO.

Fuente: Desarrollo del autor

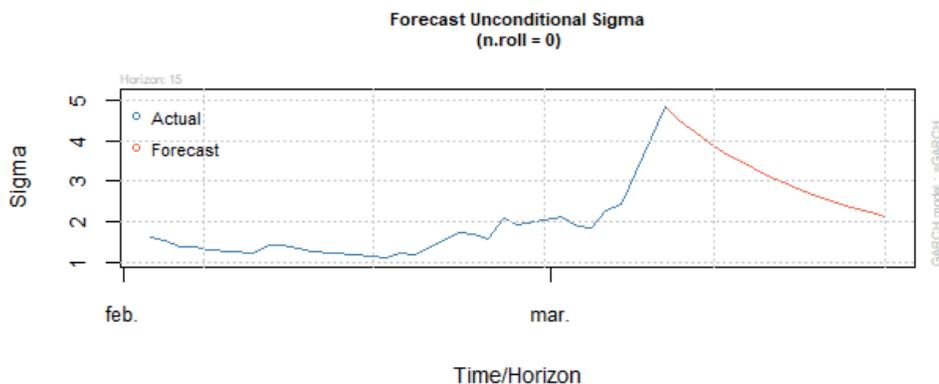
La Gráfica 34 muestra múltiples periodos de volatilidad, esta particularidad obedece a posibles eventos coyunturales que afectaron el desempeño de la bolsa mexicana, por lo tanto, antes de entrar en el 2020 la bolsa mexicana venía presentado una volatilidad poco significativa, sin embargo, a finales del 2019 aumentó drásticamente. La Tabla 3 muestra también que la volatilidad continuó en aumento después de la declaratoria de pandemia de COVID 19, en ese sentido, es importante declarar que la volatilidad de la bolsa mexicana no solo se debió al factor pandemia, sino que también jugaron un papel importante otros factores.

Teniendo en cuenta las valoraciones anteriores, al realizar el pronóstico de la volatilidad desde el 11 hasta el 31 de marzo del 2020 se aprecia claramente que esta tiende a descender (ver Tabla 13 y Gráfica 35).

PERIODO	T+1	T+2	T+3	T+4	T+5	T+6	T+7	T+8	T+9	T+10	T+11	T+12	T+13	T+14	T+15
SIGMA	4.469	4.199	3.949	3.719	3.505	3.309	3.127	2.961	2.808	2.667	2.539	2.422	2.315	2.218	2.130

Tabla 13. Pronóstico de la volatilidad hasta fin de mes después de la declaración de pandemia por parte de la OMS.

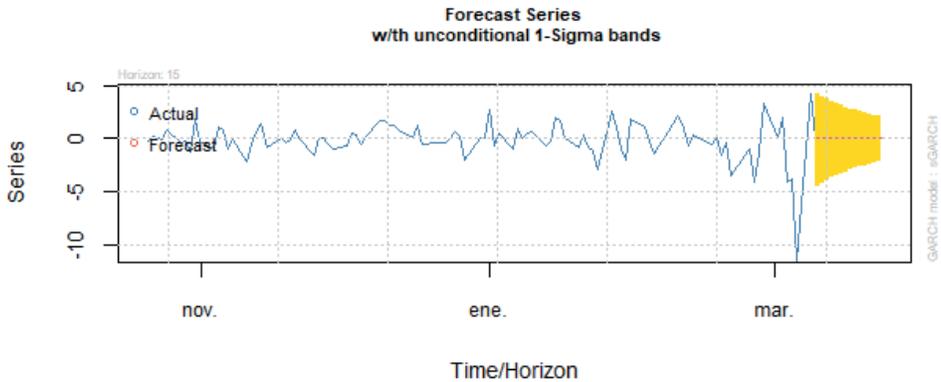
Fuente: Desarrollo del autor.



Gráfica 36. Pronóstico de la volatilidad de la bolsa mexicana hasta el 31 de marzo del 2020 después de la declaración de pandemia de COVID 19.

Fuente: Desarrollo del autor

Es decir, el modelo pronostica que la volatilidad va a disminuir en los próximos días después de la declaratoria de pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020, de igual manera la Gráfica 36 muestra que el pronóstico de los retornos tendrá un valor esperado de 0%, en consecuencia lo que se esperaría según el modelo estimado es que después del 11 de marzo las cotizaciones de la bolsa mexicana entrarían en un periodo de calma después de un periodo de turbulencia que se agudizó a principios del mes de marzo, algo que evidentemente no pasó, tal como se puede apreciar en la Tabla 14.



Gráfica 37. Pronóstico de los retornos de la bolsa mexicana hasta el 31 de marzo del 2020 después de la declaración de pandemia de COVID 19.

Fuente: Desarrollo del autor

PERIODO	VOLATILIDAD
Del 1 al 31 de marzo	6,7
Del 1 al 10 de marzo	5,61
Del 11 al 31 de marzo	7,26

Tabla 14. Volatilidades para distintos periodos de marzo del 2020.

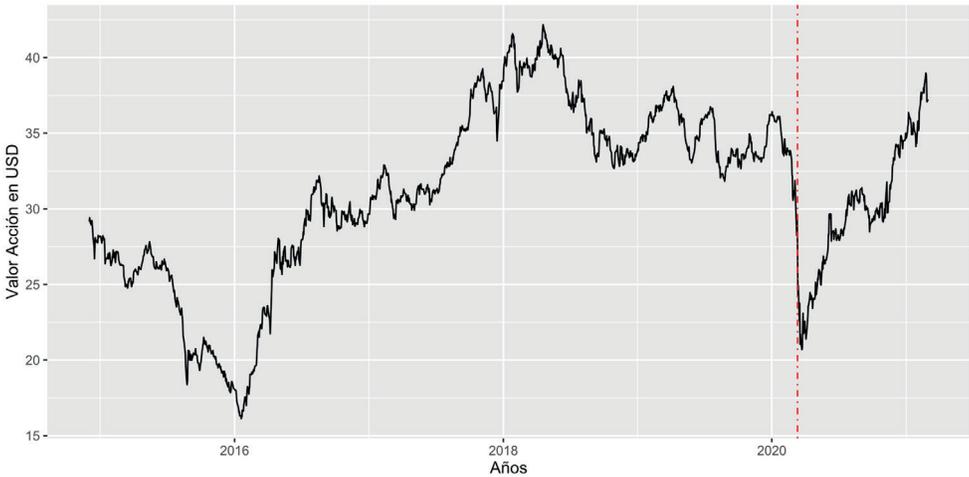
Fuente: Desarrollo del autor.

Como se puede apreciar en la Tabla 3, la volatilidad para todo el mes de marzo del 2020 es mayor que cualquier valor pronosticado por el modelo obtenido (ver Tabla2), de igual manera, al analizar la volatilidad de los distintos periodos comprendidos entre el 1 al 10 de marzo y el 11 al 31 de marzo es indiscutible que la declaratoria de pandemia aumentó la volatilidad, algo que el modelo no pudo ajustar de forma adecuada ya que pronosticó erróneamente que la bolsa mexicana se estabilizaría los siguientes días después de la declaratoria de pandemia de COVID 19 por parte de la OMS, pese a ello, en el mes de abril del 2020 la volatilidad real cayó al 3,14% esto quiere decir que el modelo estimado es válido para periodos donde no se presentan coyunturas especiales o sucesos inéditos.

#### 4.2.4 Análisis para La Serie de la Bolsa peruana

El índice de la bolsa de Perú sufrió un impacto después de reportar el primer caso oficial de contagio por COVID 19 el viernes 6 de marzo del 2020. Ese día el índice cerró en \$30,26 dólares, posteriormente el lunes 9 de marzo cerró en \$28,21 dólares representando una caída del 6,55%. En los días sucesivos alcanzó un mínimo de \$20,68 dólares, esta

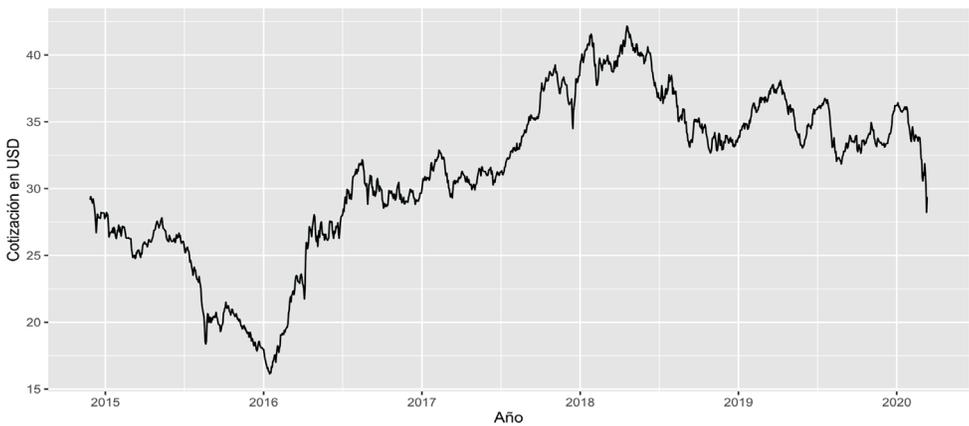
situación sin duda se agravó al declararse pandemia el día 11 de marzo del 2020 por parte de la OMS. La Gráfica 37 muestra el comportamiento del índice de la bolsa de valores de Perú, la línea roja vertical corresponde a la fecha 11 de marzo del 2020.



Gráfica 38. Efecto en el índice de la bolsa de valores de Perú por la declaración de pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020 por el virus del COVID 19.

Fuente: Desarrollo del autor

Para efectos del ejercicio, se usaron inicialmente los datos hasta el día 10 de marzo del 2020 (un día antes de la declaración de pandemia COVID 19) por parte de la OMS (ver Gráfica 38).



Gráfica 39. Cotización de la bolsa peruana hasta el 10 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

Con esta serie se estimó un modelo que se usó para predecir la cotización de la bolsa peruana posterior a la declaración de la pandemia con el fin de establecer sus errores de pronóstico ante eventos fortuitos e inesperados como la pandemia del COVID 19. Empleando la metodología Box - Jenkins se estimó un modelo ARIMA no sin antes evaluar la estacionariedad de la serie, esta se evaluó aplicando la prueba Dickey-Fuller planteando las siguientes hipótesis:

$H_0$ : La serie NO es estacionaria.

$H_1$ : La serie ES estacionaria.

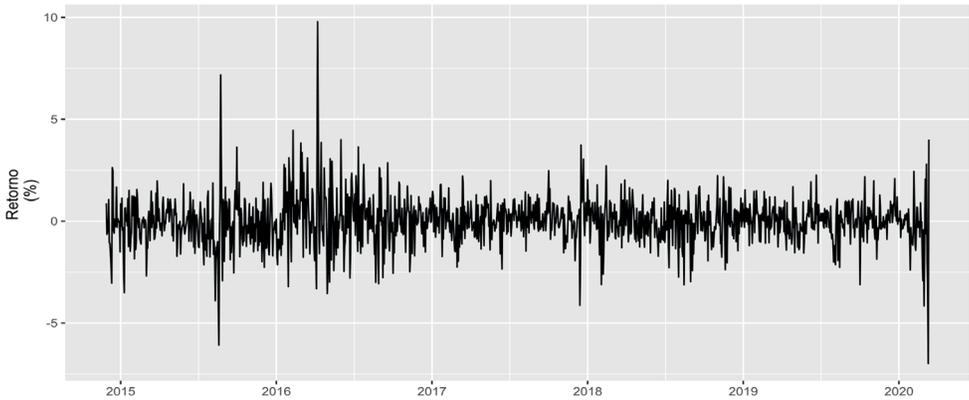
Siendo el resultado:

```
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: peruentre1  
## Dickey-Fuller = -1.3032, Lag order = 11, p-value = 0.8733  
## alternative hypothesis: stationary
```

Con un nivel de significancia del 5% el valor “P” obtenido fue de 0.8733, en ese sentido se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie no es estacionaria. Por lo tanto, fue necesario aplicar logaritmo neperiano y una diferencia a la serie para no solamente transformarla en estacionaria, sino que esta termine evidenciando los retornos del índice. A esta serie de retornos se le aplicó la prueba Dickey-Fuller arrojando los siguientes resultados:

```
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: retperuentre1  
## Dickey-Fuller = -9.7691, Lag order = 11, p-value = 0.01  
## alternative hypothesis: stationary
```

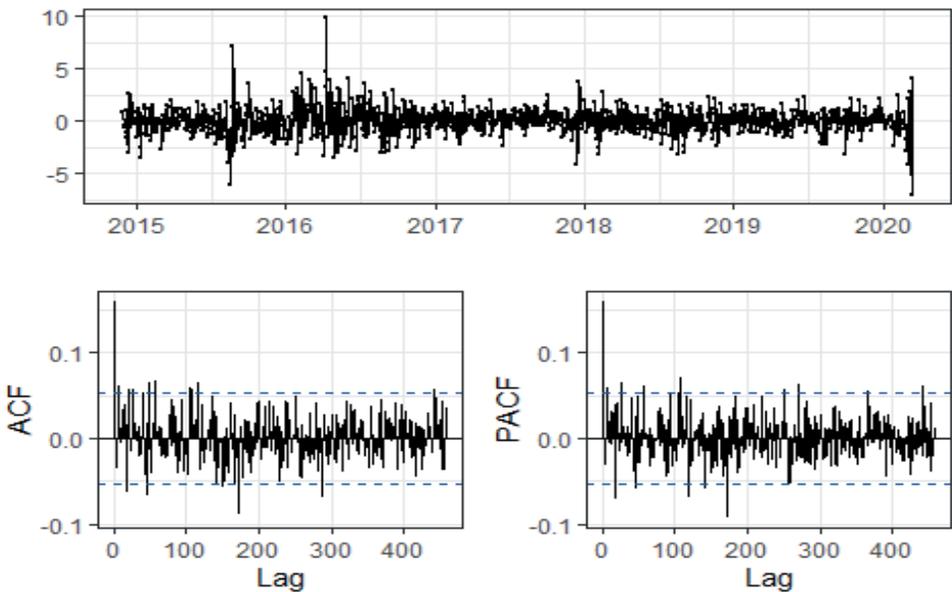
Bajo las mismas hipótesis se obtiene que el valor “P”, es menor a la significancia del 5%, en consecuencia, no se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de los retornos es estacionaria. Por su parte, la Gráfica 39 muestra que la serie presenta estacionariedad en media, además de cierta homogeneidad en la varianza y se visualiza una caída de más del 11% en el retorno del índice como consecuencia del posible efecto causado por la declaratoria de la pandemia por parte de la OMS el 11 de marzo del 2020.



Gráfica 40. Serie estacionaria que representa los retornos del índice peruano.

Fuente: Desarrollo del autor

Una vez obtenida la estacionariedad de la serie se inició la etapa de “Identificación” del posible modelo ARIMA, para ello se analizaron los diagramas de autocorrelación simple y autocorrelación parcial.



Gráfica 41. Serie de retornos y correlogramas de autocorrelación simple y parcial para los retornos del índice peruano.

Fuente: Desarrollo del autor

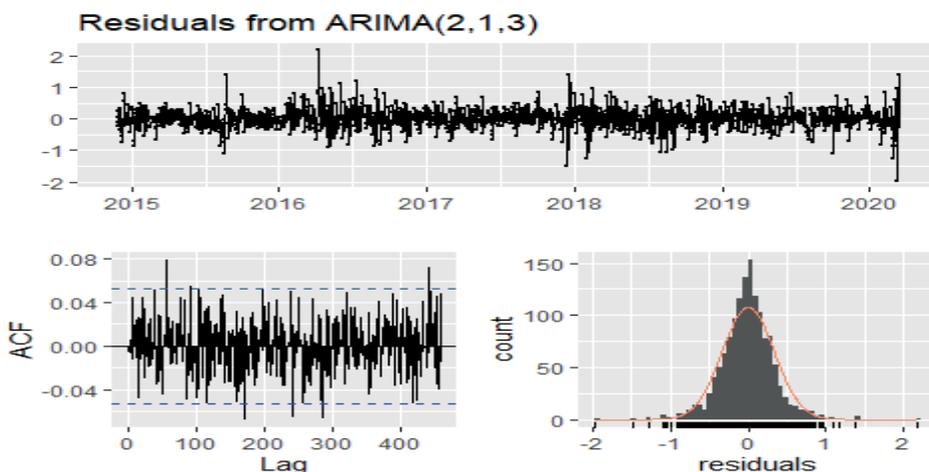
La Gráfica 40 evidencia la existencia de dependencias hasta el sexto rezago tanto en la correlación simple como en la correlación parcial. Después de proponer hasta 4 modelos se escogió un modelo ARIMA (2,1,3) ya que todos sus coeficientes fueron significativos, pasó las pruebas de diagnóstico y finalmente presentó el menor valor AIC frente a otros modelos propuestos. En ese sentido, se mostrará a continuación su estimación, diagnóstico y predicción empleando el software R versión 4.0.0 arrojando los siguientes resultados:

```
##
## z test of coefficients:
##
##      Estimate Std. Error  z value Pr(>|z|)
## ar1  0.9101473  0.0055853  162.9533 < 2.2e-16 ***
## ar2 -0.9893367  0.0053764 -184.0155 < 2.2e-16 ***
## ma1 -0.7774524  0.0170112 -45.7025 < 2.2e-16 ***
## ma2  0.8827235  0.0206184  42.8125 < 2.2e-16 ***
## ma3  0.1289220  0.0147568   8.7365 < 2.2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

m2peru

## Series: peruentre1
## ARIMA(2,1,3)
##
## Coefficients:
##      ar1      ar2      ma1      ma2      ma3
##      0.9101 -0.9893 -0.7775  0.8827  0.1289
## s.e.  0.0056  0.0054  0.0170  0.0206  0.0148
##
## sigma^2 estimated as 0.1116: log likelihood=-442.89
## AIC=897.78  AICc=897.85  BIC=929.14
```

Por su parte, al realizar el diagnóstico se encontró lo siguiente:



Gráfica 42. Chequeo de Residuales del modelo estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

```
##
## Ljung-Box test
##
## data: Residuals from ARIMA(2,1,3)
## Q* = 239.28, df = 270, p-value = 0.9109
##
## Model df: 5. Total lags used: 275
```

La Gráfica 41 muestra en la parte superior la distribución de los residuales se puede apreciar en términos generales homogeneidad en varianza y un comportamiento de ruido blanco. En la parte inferior izquierda se muestran muy pocos rezagos que sobresalen de las bandas de significancia, esta característica es importante ya que se puede decir que no se quedó información por modelar. En la parte inferior derecha se muestra una distribución de errores semejante a la normal, pero con colas pesadas y un leve exceso de curtosis.

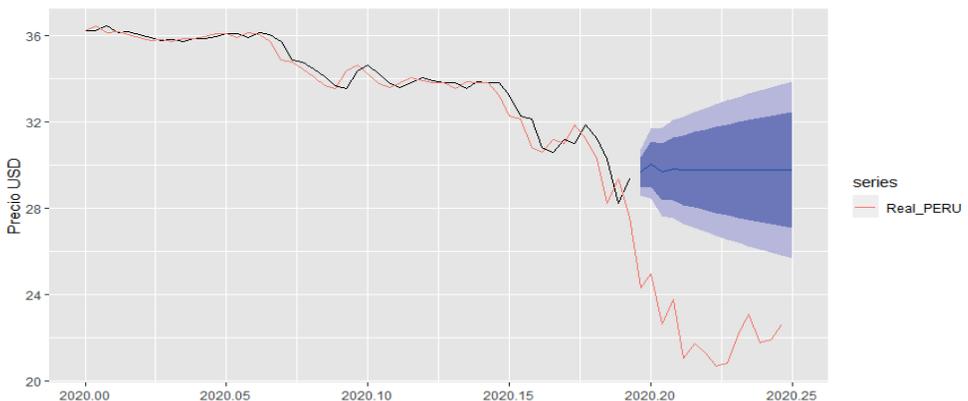
La prueba Ljung-Box corrobora la independencia de los residuos o un comportamiento de ruido blanco. Esta prueba plantea las siguientes hipótesis:

H0: Los residuos del modelo son independientes.

H1: Los residuos del modelo no son independientes.

Con una significancia del 5% se obtuvo un valor “P” mayor a dicho nivel (0,9109) por lo tanto se acepta la hipótesis nula de que los residuos son independientes.

Una vez obtenido el modelo ARIMA (2,1,3) se procede a realizar sus pronósticos hasta el día 30 de marzo del 2020, es decir, se pretende poner a prueba el modelo sobre datos no incluidos en su estimación con el fin de evaluar su error ante eventos adversos como la declaración de la pandemia del COVID 19.



Gráfica 43. Predicción del modelo obtenido frente a los datos reales hasta el 30 de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor

La Gráfica 42 muestra claramente el error de pronóstico del modelo frente a los datos reales, la línea de color rojo representa precisamente los datos reales, la línea negra corresponde a los datos ajustados del modelo (gráficamente se muestra un ajuste aceptable), mientras que la línea azul corresponde a la predicción del modelo ajustado con los intervalos de confianza del 80% y 95%. Es importante resaltar que los datos reales estuvieron incluso fuera de estos intervalos de confianza lo que demuestra la incapacidad del modelo estimado de predecir estos efectos producto de una intervención de esta naturaleza.

Otro aspecto importante es que el cálculo del error absoluto medio porcentual (MAPE) que mide el error absoluto en términos porcentuales arrojó un valor de 0.8117. Sin embargo, al tratar de predecir los valores futuros al 11 de marzo del 2020 sobre los valores reales hasta el 30 de marzo del 2020 el MAPE alcanzó un valor de 32,67, es decir, si bien el modelo estimado tiene validez y un ajuste apropiado NO es capaz de predecir con márgenes de error aceptables ante efectos de intervención dramáticos como los que produjo la declaratoria de la pandemia del COVID 19 el día 11 de marzo del 2020.

Finalmente, otro aspecto importante es revisar la volatilidad del índice peruano y analizarla, en ese sentido, al tomar los residuales del modelo ARIMA (2,1,3) estimado hasta el 11 de marzo del 2020 y al aplicar el test de multiplicadores de Lagrange bajo las siguientes hipótesis:

$H_0$ : La serie no presenta heterocedasticidad.

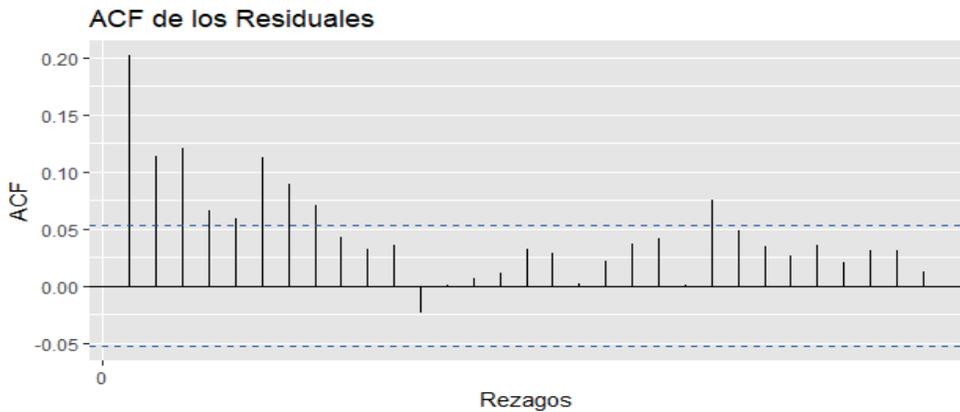
$H_1$ : La serie presenta heterocedasticidad.

```
##  
## ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects  
##  
## data: residuales1  
## Chi-squared = 13.826, df = 1, p-value = 0.0002005
```

Se encontró que el Valor P es menor que el nivel de significancia del 5% propuesto en la prueba, por lo tanto, no se acepta la hipótesis nula y se asume que la serie de retornos de las cotizaciones de la bolsa de Perú es heterocedástica, es decir, presenta efectos ARCH o simplemente existe correlación entre las innovaciones pasadas (diferencia entre los rendimientos reales frente a los rendimientos esperados) y que por supuesto la varianza actual también esté correlacionada con las varianzas del pasado.

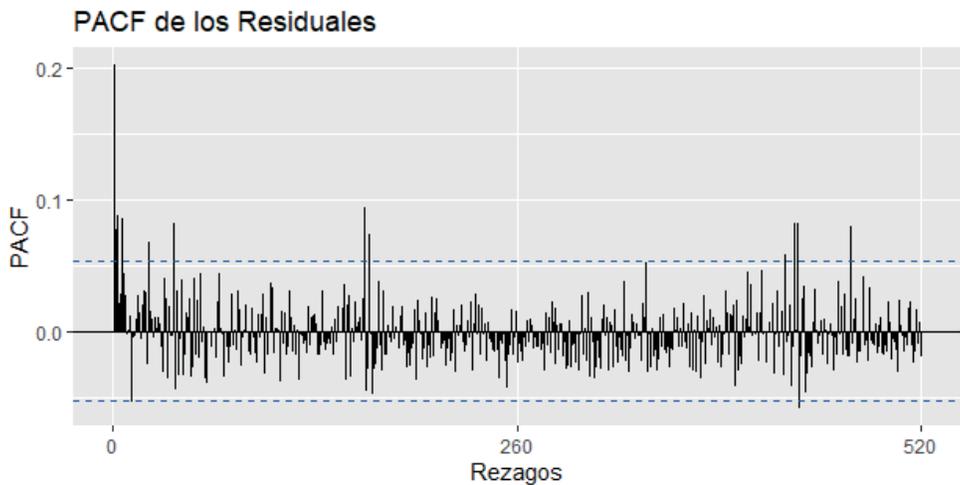
#### 4.2.4.1 Identificación del modelo GARCH

Una vez establecido que la serie de los retornos de la bolsa peruana tiene heterocedasticidad condicional se analizaron los posibles modelos GARCH mediante el análisis de autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo ARIMA (3,1,4) al cuadrado (ver Gráfica 43 y 44).



Gráfica 44. Función de autocorrelación ACF

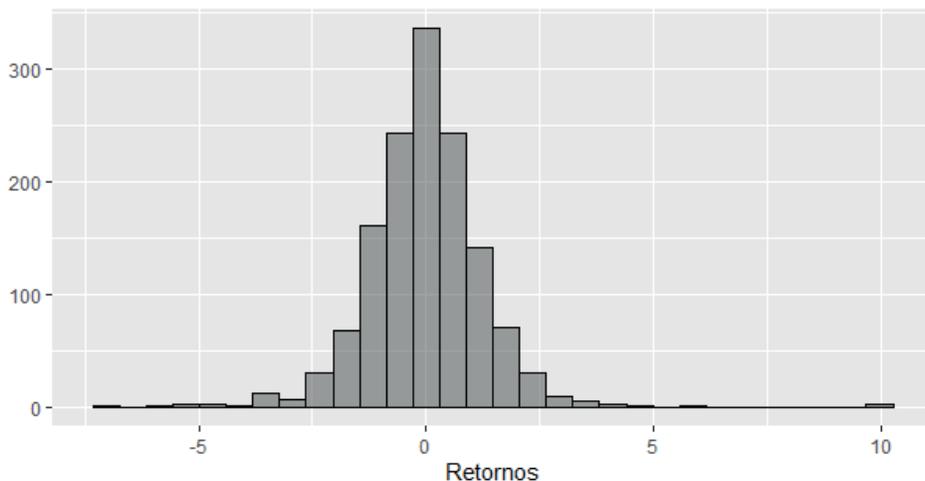
Fuente: Desarrollo del autor.



Gráfica 45. Autocorrelación simple y parcial de los residuos del modelo ARIMA estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

Los correlogramas muestran un rezago altamente significativo, seguido por otros con una menor significancia, este comportamiento se presenta tanto en el análisis de autocorrelación como en el de autocorrelación parcial. Para este caso se escogió un modelo GARCH (1,1) (con un componente dependiente del cuadrado de las innovaciones y otro componente dependiente de la varianza condicional de los periodos anteriores), por otro lado, la distribución de los retornos muestra la presencia de colas gruesas (Ver Gráfica 45), en ese sentido se recomienda especificar un modelo sesgado.



Gráfica 46. Distribución de los retornos de la bolsa peruana.

Fuente: Desarrollo del autor

La estimación del modelo GARCH se realizó empleando el software R versión 4.1.1 donde los coeficientes del modelo resultaron significativos (ver Tabla 15).

PARÁMETROS	ESTIMACIÓN	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	VALOR t	Pr(> t )
omega	0.066908	0.027105	24.685	0.013570
alpha1	0.128064	0.032042	39.967	0.000064
beta1	0.825410	0.044919	183.755	0.000000

Tabla 15. Parámetros del modelo GARCH (1,1) estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

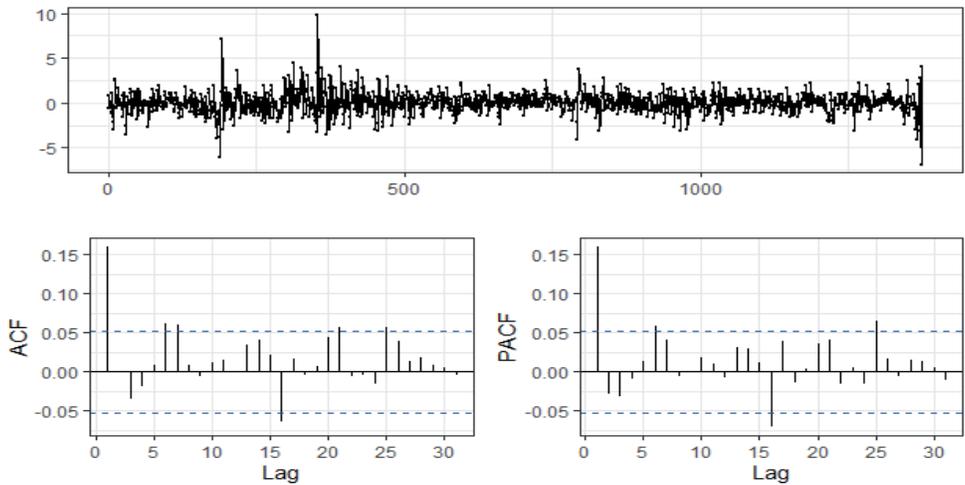
En ese sentido, el modelo de volatilidad quedó representado por la siguiente ecuación:

$$h_t = 0,066908 + 0,128064\varepsilon_{t-1}^2 + 0,82541h_{t-1}$$

La anterior ecuación indica que la volatilidad depende de la innovación pasada (un rezago) elevada al cuadrado y de un rezago de la varianza condicional.

#### 4.2.4.2 Diagnóstico

El diagnóstico permitió evidenciar que el modelo estimado cumple con los supuestos, en ese sentido, se evidencian algunas correlaciones entre los residuos algo alejadas entre sí, esto es de esperarse dado el nivel de significancia del 5%, sin embargo, esta particularidad no permite deducir que los errores están correlacionados como para violar los supuestos del modelo estimado. Asimismo, se evidencia una distribución uniforme de los residuos excepto en los valores atípicos, en síntesis, los residuos tienen un comportamiento que se asemeja al ruido blanco (ver Gráfica 46).



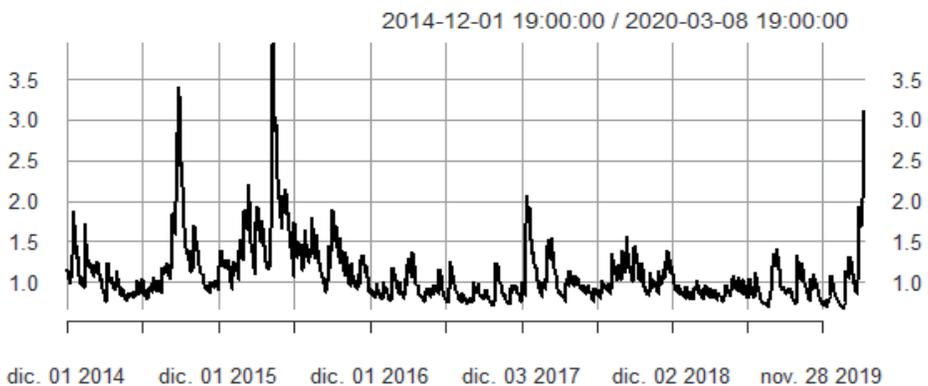
Gráfica 47. Diagnóstico del modelo GARCH estimado.

Fuente: Desarrollo del autor

Como resultado, la estimación de los componentes del modelo fue significativa y cumplió la etapa diagnóstica satisfactoriamente, en ese sentido el modelo estimado es válido con un ajuste adecuado.

#### 4.2.4.3 Pronóstico

Antes de realizar el pronóstico es importante revisar las volatilidades estimadas por el modelo con el fin de identificar su comportamiento en los días previos a la declaración de la pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020, el cual se puede apreciar en la Gráfica 47.



Gráfica 48. Volatilidad de la cotización de la bolsa de Perú.

Fuente: Desarrollo del autor

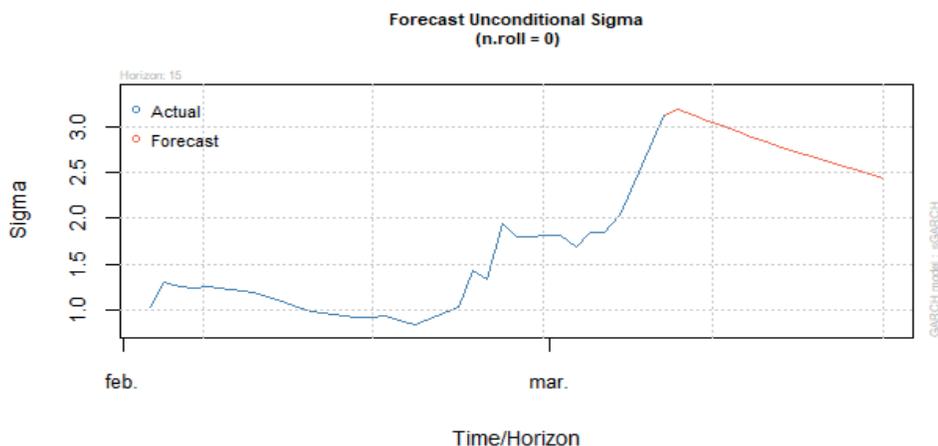
Como se aprecia en la Gráfica 47, existen periodos de alta volatilidad desde el segundo semestre del año 2015 hasta finales del año 2016, posteriormente las cotizaciones entraron en un periodo de relativa calma hasta el inicio del año 2020 en donde la volatilidad aumentó de forma significativa, en ese sentido, es importante aclarar que si bien los resultados de la Tabla 16 muestran que la volatilidad siguió en aumento después del 11 de marzo del 2020, previamente ya se estaba presentando dicho comportamiento, es decir, la volatilidad del periodo no necesariamente está relacionada exclusivamente con la pandemia aunque es evidente la influencia que ésta ha tenido en la economía global.

Teniendo en cuenta las valoraciones anteriores, al realizar el pronóstico de la volatilidad desde el 11 hasta el 31 de marzo del 2020 se aprecia claramente que esta tiende a descender (ver Tabla 16 y Gráfica 48).

PERIODO	T+1	T+2	T+3	T+4	T+5	T+6	T+7	T+8	T+9	T+10	T+11	T+12	T+13	T+14	T+15
SIGMA	3.191	3.126	3.064	3.003	2.943	2.886	2.830	2.775	2.722	2.671	2.621	2.572	2.525	2.479	2.434

Tabla 16. Pronóstico de la volatilidad hasta fin de mes después de la declaración de pandemia por parte de la OMS.

Fuente: Desarrollo del autor



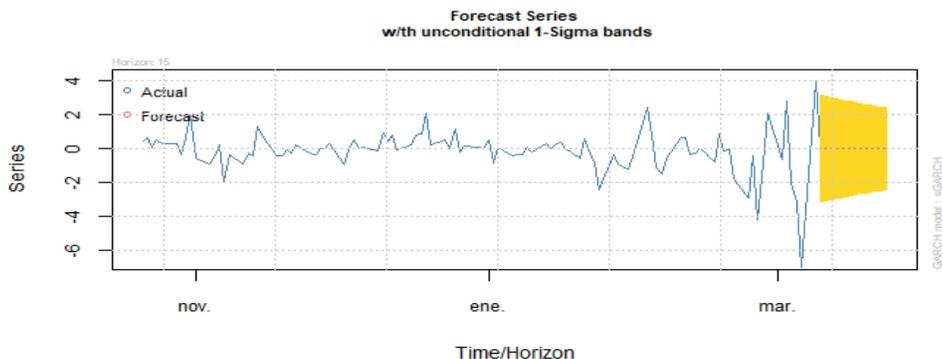
Gráfica 49. Pronóstico de la volatilidad de la bolsa peruana hasta el 31 de marzo del 2020 después de la declaración de pandemia de COVID 19.

Fuente: Desarrollo del autor

Es decir, el modelo pronostica que la volatilidad va a disminuir en los próximos días después de la declaratoria de pandemia por parte de la OMS el día 11 de marzo del 2020.

De igual manera la Gráfica 49 muestra que el pronóstico de los retornos tendrá un valor esperado de 0%, en consecuencia, lo que se esperarías según el modelo estimado es

que después del 11 de marzo las cotizaciones de la bolsa peruana entrarían en un periodo de calma después de un periodo de turbulencia que se agudizó a principios del mes de marzo, algo que evidentemente no pasó, evidencia que se puede apreciar en la Tabla 17.



Gráfica 50. Pronóstico de los retornos de la bolsa peruana hasta el 31 de marzo del 2020 después de la declaración de pandemia de COVID 19.

Fuente: Desarrollo del autor

PERIODO	VOLATILIDAD
Del 1 al 31 de marzo	5,64
Del 1 al 10 de marzo	4,03
Del 11 al 31 de marzo	6,28

Tabla 17. Volatilidades para distintos periodos de marzo del 2020.

Fuente: Desarrollo del autor.

Como se puede apreciar en la Tabla 17, la volatilidad para todo el mes de marzo del 2020 es mayor que cualquier valor pronosticado por el modelo obtenido (ver Tabla 16), de igual manera, al analizar la volatilidad de los distintos periodos comprendidos entre el 1 al 10 de marzo y el 11 al 31 de marzo es indiscutible que la declaratoria de pandemia aumentó la volatilidad, algo que el modelo no pudo ajustar de forma adecuada ya que pronosticó erróneamente que la bolsa peruana se estabilizaría los siguientes días después de la declaratoria de pandemia de COVID 19 por parte de la OMS, pese a ello, en el mes de abril del 2020 la volatilidad real cayó al 1,85% esto quiere decir que el modelo estimado es válido para periodos donde no se presentan coyunturas especiales o sucesos inéditos.

# CONCLUSIONES

Partiendo de un punto muy importante se debe indicar que en definitiva los mercados financieros son ecosistemas de alta complejidad, y su dinámica atiende en gran medida a comportamientos caóticos, en donde pequeños movimientos llegan a producir eventos y resultados inesperados, es por ellos que se intenta aportar herramientas y metodologías que permitan de cierta forma predecir los cambios que los identifican con el propósito de mejorar la toma de decisiones.

Ahora bien, para las conclusiones del presente trabajo estas se deben estructurar en tres momentos, el primero de ellos es que al revisar los mercados pertenecientes al MILA es mejor contar con una base de datos homogénea que permita determinar los rendimientos reales de estos, por lo cual se trabajó con las series temporales de los ETF de cada uno de dichos mercados.

Es importante acotar que en la dinámica de los mercados financieros es normal el surgimiento de eventos inesperados, y es precisamente por esta complejidad que los modelos fractales surgen como una herramienta científica que puede llegar a ser funcional para los agentes de mercado, pues poseen un valor agregado en su mecánica de análisis en una sola variable, pues ayuda a definir un orden dentro del caos que identifica este tipo de mercados.

Por otra parte, y a la luz de la evidencia de los resultados otorgados con el coeficiente de Hurst, y de los intervalos de pronóstico se observa que estos fueron alcanzados en etapas tempranas lo cual indica que es una evidencia que existe algún tipo de variable no controlada que para el caso particular del estudio fue la aparición de un evento adverso como lo fue el fenómeno del Covid 19, con lo cual se puede precisar que dicho evento no permite a este tipo de herramienta un pronóstico de forma apropiada. De igual forma el coeficiente  $H$  observado es mayor que 0.5 con lo cual satisface la condición del supuesto del modelo, es decir las series de los ETF poseen memoria histórica.

La memoria histórica presente en cada una de las series de tiempo que integran el índice MILA no garantizó que los modelos ARIMA estimados presentaran bajos errores absolutos medios porcentuales entre los valores predichos y reales, de hecho, los valores reales de estos índices no estuvieron dentro de los intervalos de confianza del 80% de las predicciones, es decir, pese a que los modelos presentaron ajustes adecuados no tuvieron el suficiente poder predictivo ante eventos con alta carga de incertidumbre como la declaratoria de la pandemia del COVID 19. Esta característica no discriminó entre las series homocedásticas (series de retornos del índice colombiano y chileno) y las series heterocedásticas (series de retorno del índice mexicano y peruano); precisamente en estas últimas se estimaron modelos GARCH con el ánimo de predecir la volatilidad, la cual presentaba altos niveles en los momentos previos a la declaratoria de pandemia, es decir, los índices mexicanos y peruanos venían de un momento de “turbulencia” que se agudizó

(no se mitigó como lo establecieron los modelos GARCH estimados) a partir del 11 de marzo del 2.020. De igual manera, a pesar de que se les incorporaron a los modelos GARCH estimados las sensibilidades producto de las noticias “positivas” o “negativas”, estos no lograron predecir de forma aceptable la volatilidad de los dos índices que presentaron heterocedasticidad.

## RECOMENDACIONES

Aunque para el caso de análisis las herramientas fractales no aportaron al aumento de la precisión de los pronósticos de los mercados objeto de estudio, no se deben prescindir de la interacción de dicha herramienta, pues se hace necesario primeramente establecer si las series temporales poseen de forma intrínseca persistencia, con lo cual poder desarrollar los pronósticos con una mayor confianza pues robustece los supuestos de las herramientas econométricas que resultan ser complementarias para labor de prospectiva de mercados.

De igual forma los resultados logrados en el ejercicio investigativo conlleva a plantear una idea estructural en virtud de los hallazgos, orientada esta a que se requiere que antes de iniciar un análisis de índole financiero se puede iniciar por acoger las virtudes de las herramientas fractales y desde el carácter del caos, iniciando por evidenciar los pool de volatilidad en el activo que se pretenda estudiar.

De igual forma es debido indicar que la metodología orquestada para este ejercicio investigativo se puede generalizar a diferentes situaciones y análisis en donde se precise tomar decisiones que vinculen información de series temporales referentes no solo a las finanzas sino a otros campos donde se pueda acopiar información para ser analizada.

## REFERENCIAS

- Aguilar, R. (2014). *El coeficiente de Hurst y el parámetro alfa-estable para el análisis de series financieras*. MÉXICO: Escuela Superior de Economía, Instituto Politécnico Nacional.
- Aguirre, I., Cevallos, N., Medina, D., & Sancho, S. (2015). *Breve análisis de los principales procesos de integración económica*. Quito: Banco Central del Ecuador.
- Alonso, J., & García, J. (2009). ¿Qué tan buenos son los patrones del IGBC para predecir su comportamiento? *ICESI*, 13-36.
- Argandoña, A. (1988). *Crisis y reforma del mercado de valores en España*. Madrid: S.I.
- Argandoña, A. (1989). Sobre las causas de la crisis bursátil de octubre de 1987. *IESE Business School*, 1-26.
- Bachelier, L. (1900). *Théorie de la spéculation*. *Annales Scientifiques de Ecole Normale Supérieure - tesis para obtención del título de doctor en matemáticas (defendida 29 de marzo de 1900)*. Francia: Ecole Normale Supérieure.
- Balassa, B. (1964). *Teoría de la integración económica* (Vol. 56). MÉXICO: Uteha.
- Battle, A., & Grèbol, S. (2009). *Fractales en los mercados Financieros.Tesina*. Madrid: Master en mercados financieros.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive Conditional Heterocedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- Bollerslev, T., & Melvin, M. (1994). Bid-Ask Spreads and the Volatility in the Foreign Exchange Market: An Empirical Analysis. *Journal of International Economics*, 36, 355-372.
- Bordo, M., Eichengreen, B., Klingebiel, D., Martínez-Pería, M., & Rose, A. (2001). Is the Crisis Problem Growing More Severe? *Economic Policy*, 16(32), 53-82. doi:<https://doi.org/10.1111/1468-0327.00070>
- Botero, S., & Cano, J. (2008). Análisis de serie de tiempo para la predicción de los precios de la energía en la bolsa de valores de Colombia. *Cuadernos de economía*, 27(48), 173-208.
- Bowerman, B., & O'Connell, R. (2007). *Pronósticos, Series de Tiempo Y Regresión: Un Enfoque Aplicado*. MÉXICO: Cengage Learning Latin America; 4th Revised edition (2 Enero 2007).
- Box, G., Jenkins, G., & Reinsel, G. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. New Orleans: Wiley.
- Briones, J. (2018). *Modelo autorregresivo con heterocedasticidad condicionada generalizada fraccionalmente integrado. Caso: Estimación de la volatilidad del tipo de cambio nominal en Perú*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Cabello, A., López, F., & Ortíz, E. (2007). Mercados de capital emergentes y desarrollo e integración. En D. S. internacional, *Del Sur hacia el Norte: Economía política del orden económico internacional* (págs. 127-129). Buenos Aires: CLACSO, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales.

- Candia, C., Aguirre, M., Orellana, V., & Gaete, M. (2019). La crisis subprime y sus efectos en la eficiencia del sector bancario chileno. *Revista de Economía Institucional*, 21(41), 187-211. doi:DOI: 10.18601/01245996.v21n41.08
- Cardano, G. (1953). *The Book on Games of Chance*. Nueva York: Holt, Rinehart and Winston.
- Cardona, J., Leal, J., & Ustariz, J. (2020). Modelado matemático de caja blanca y negra en educación en ingeniería. *Formación Universitaria*, 13(6), 105-118. doi:http://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062020000600105
- Casparri, M., & Moreno, A. (2008). *Geometría Fractal y Mercados Financieros*. Buenos Aires: Univeridad de Buenos Aires.
- Conesa, E. (1982). Conceptos fundamentales de la integración económica. *Integración latinoamericana*, 7, 2-27.
- Cootner, P. (1964). *The random character of stock market prices*. Cambridge: MIT Press.
- Dimson, E., & Mussavian, M. (1998). A brief history of market efficiency. *European Financial Management*, 4(1), 91-103.
- Engle, F. (1982). Autoregressive Conditional Heterocedasticity whit Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1008.
- Fama, E. (1965). The behavior of stock-market prices. *Journal of Business*, 38(1), 34-105.
- Fama, E. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Fama, E. (1998). Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. *Journal of Financial Economics*, 49(3), 283-306.
- Fama, E., & French, K. (1988). Permanent and temporary components of stock prices. *Journal of Political Economy*, 96(2), 246-273.
- Fama, E., & French, K. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33(1), 3-56.
- Fama, E., & French, K. (2010). Luck versus Skill in the Cross Section of Mutual Fund Returns. *The Journal of Finance*, 65(5), 1914-1947.
- French, K. (1988). Crash-Testing the Efficient Market Hypothesis. *NBER Macroeconomics Annual*, 3, 277-286.
- Girón, A. (2002). *Crisis Financieras*. MÉXICO D.F.: Universidad Nacional Autónoma de MÉXICO.
- González, J. (2018). *Optimización Multiobjetivo para la Selección de Carteras a la Luz de la Teoría de la Credibilidad: Una Aplicación en el Mercado Integrado Latinoamericano*. Valencia: Universidad de valencia.

- González, V., & Guerrero, C. (2001). Fractales: fundamentos y aplicaciones. Parte I: Concepción geométrica en la ciencia e ingeniería. *Revista Ingenierías*, IV(10), 53-59.
- Grossman, S., & Stiglitz, J. (1980). On the Impossibility of Informationally Efficient Markets. *The American Economic Review*, 70(3), 393-408.
- Heredia, N. (2016). *Predicción del precio de acciones mediante técnicas de minería de datos*. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.
- Hernández, A., Moraleta, V., & Sánchez, M. (2011). Crisis económicas a lo largo de la historia. *Cuadernos de Formación*, 12, 1-18.
- Hubbard, G., & Navarro, P. (2011). *Seeds of destruction*. Saddle River: Pearson Education.
- Keynes, J. (1923). *Some aspects of commodity markets*. Manchester: Manchester Guardian Commercial: European Reconstruction.
- Keynes, J. (1936). *The general theory of interest, employment and money*. Londres: Macmillan.
- Kolb, R. (2011). *The financial crisis of our time*. New York: Oxford University Press.
- Kristoufek, L. (2012). Fractal markets hypothesis and the global financial crisis: Scaling, investment horizons and liquidity. *Advances in Complex Systems*, 15(6), 1-13. doi:doi:10.1142/S0219525912500658
- Krugman, P. (1995). *Acuerdos Comerciales e integración regional*. Bogotá: Imprendes-presencia.
- Lara, C. (2013). La integración financiera global: Una mirada desde el Sur y desde abajo. *Economía Política*, 15-48.
- Lara, L., Stoico, C., Machado, R., & Castagnino, M. (2003). Estimación de los exponentes de Lyapunov. *XIII congreso sobre métodos numéricos y sus aplicaciones* (págs. 1441-1452). Bahía Blanca - Argentina: Bambil Editores.
- Le Baron, B. (1994). Chaos and Nonlinear Forecastability in Economics and Finance. *Philosophical Transactions of Royal Society of London*, 348, 397-404.
- Lento, C. (2013). A synthesis of technical analysis and fractal geometry: Evidence from the components of the dow jones industrial average. *Journal of Technical Analysis*, 67, 25-45.
- Levine, R., & Zervos, S. (1996). Stock market development and long-run growth. *World Bank Economic Review*, 323-339.
- López, E. (2009). Crack de 1929: Causas, desarrollo y consecuencias. *Revista Internacional del Mundo Económico y del Derecho*, 1, 1-16.
- Mandelbrot, B. (1987). *Los objetos fractales. Forma, Azar y Dimensión*. Barcelona: Tusquets Editores.
- Malkiel, B. (1999). *A Random Walk Down Wall Street: The Best Investment Advice for the New Century Completely Revised and Updated*. New York: W.W. Norton & Company.

- Mandelbrot, B., & Goldenfeld, N. (1998). *Fractals and scaling in finance: discontinuity and concentration*. Selecta.
- Mandelbrot, B., & Hudson, R. (2006). *Fractales y finanzas: Una aproximación matemática a los mercados: arriesgar, perder y ganar*. Tusquets Editores.
- Mandelbrot, B., Fisher, A., & Calvet, L. (1997). *A multifractal model of asset returns*. New York: Cowles foundation discussion papers.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The journal of Finance*, 77-91. doi:<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Martínez, J., Alvear, C., & Tovar, J. (2020). Uso de la distribución Lévy para ajustar datos con marcada asimetría y valores extremos. *Revista de investigación operacional*, 41(1), 93-107.
- Maté, C., & Oliva, A. (2003). La predicción en los mercados de derivados financieros. Una introducción al MEFF y los modelos ARCH. *Anales de Mecánica y Electricidad*, 80(1), 56-64.
- Mora, A. (2010). Estimadores del índice de cola y el valor en riesgo. *Cuadernos de administración*(44), 71-88.
- Moreno, E. (2008). Predicción con series de tiempo y regresión. *Panorama*, 2(4), 36-58.
- Olmedo, E., Gimeno, R., Escot, L., & Mateos, R. (2007). Convergencia y estabilidad de los tipos de cambio europeos: una aplicación de exponentes de Lyapunov. *Cuadernos de economía*, 44, 91-108.
- Parisi, F., Espinosa, C., & Parisi, A. (2007). Pruebas de comportamiento caótico en índices bursátiles americanos. *El trimestre económico*, 74(4), 901-927.
- Pérez, J. (1991). La economía mundial en los años ochenta y la política económica de los noventa. *Ekonomiaz*(20), 200-217.
- Perossa, M., & Díaz, D. (2011). La crisis del 29, la gran depresión y la regulación de los mercados. *Contribuciones a las economías*, 1-14.
- Peters, E. (1995). *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics* (1 ed.). Wiley.
- Petrella, C., & Tessore, C. (2019). *El caso de burbujas de las punto com*. Montevideo: Incertidumbre, riesgo y ética.
- Prieto, D., & Fajardo, W. (2015). *La integración de los mercados de valores como mecanismo de crecimiento económico: caso mercado integrado latinoamericano MILA*. Bogotá: Ciencia Unisalle.
- Prieto, I. (2016). *Fractales en finanzas: Una triple aplicación. Contraste de la aleatoriedad, la gestión de cisnes negros, y el Behavioral Finance*. Madrid: Universidad Pontificia ICAI Colimmas.
- Quintero, O., & Ruiz, J. (2011). Estimación del exponente de Hurst y la dimensión fractal de una superficie topográfica a través de la extracción de perfiles. *Geomática*, 5, 84-91.

- Quitral, M. (2012). La crisis subprime y los Objetivos del Milenio en América Latina. *Política y cultura*(37), 11-33.
- Ráez, L. (2012). *Metodología para la medición de la atención en una central telefónica usando Box-Jenkins*. Lima: UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS.
- Ramírez, F. (2018). *Comparación entre el modelo Browniano, a través de la metodología Box-Jenkins y el análisis multifractal: Aplicación al sector financiero*. Atizapán: Universidad Autónoma del estado de MÉXICO.
- Reinhart, C., & Rogoff, K. (2011). *sta vez es distinto: ocho siglos de necedad financiera*. Madrid: Fondo de Cultura Económica.
- Rodríguez, N. (2018). La bolsa de valores de Colombia, su naturaleza y su posición sobre las sociedades comisionistas de bolsa: el planteamiento del Service Level Agreement (SLA) como posible forma de mitigación. *Derecho PUCP*, 81, 265-302.
- Rodríguez, R. (2014). El coeficiente de Hurst y el parámetro  $\alpha$ -estable para el análisis de series financieras. Aplicación al mercado cambiario mexicano. *Contaduría y Administración*, 59(1), 149-173.
- Ruiz, E. (2014). La nueva era de los mercados financieros y su globalización. *OIKONOMICS : Revista de economía, empresa y sociedad*(2), 25-31.
- Samuelson, P. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, 6(2), 41-49.
- Schamann, E. (2010). La integración de los mercados bursátiles. Experiencias y reflexiones. *Revista de la Bolsa de Comercio de Rosario*, 26-32.
- Srnicek, N. (2018). *Boom y Caída de las punto-com en Capitalismo de plataforma*. Buenos Aires: Caja Negra Editores.
- Titelman, D., Pérez, E., & Minzer, R. (2008). *Comparación de la dinámica e impactos de los choques financieros y de términos del intercambio en América Latina en el período 1980-2006*. Santiago de Chile: CEPAL.
- Tsay, R. (2002). *Analisis of Financial Time Series*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Uribe, J. (2007). Caracterización del mercado accionario colombiano, 2001-2006: un análisis comparativo. *Borradores de Economía*(456), 1-36.
- Uribe, J., & Ulloa, I. (2011). Revisando la Hipótesis de los mercados Eficientes: Nuevos datos, Nuevas crisis y nuevas estimaciones. *Cuadernos de economía*, 30(55), 127-154.
- Vaquero, V. (2007). *El proceso de integración de los mercados de valores*. Madrid: Banco de España.
- Vásquez, R. (2011). Integración económica en América Latina: la visión teórica de la CEPAL confrontada con la evolución del proyecto en la región. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 16(31), 107-118.

Vergara, J. (2019). *Uso de la geometría fractal en la dinámica del crecimiento de tumores en pulmón*. Bogotá: Universidad pontificia Javeriana.

Weron, A., & Weron, R. (2020). Fractal market hypothesis and two power-laws. *Chaos, Solitons & Fractals*, 11, 289-296.

Zambrano, E. (2016). *Modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales, para mejorar la toma de decisiones*. Lima: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

# Análisis de pronósticos de precios para el mercado integrado latinoamericano mila 2010-2019 desde los postulados de la geometría fractal

🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

📷 @atenaeditora

📘 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](http://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)



**Atena**  
Editora  
Año 2024

# Análisis de pronósticos de precios para el mercado integrado latinoamericano mila 2010-2019 desde los postulados de la **geometría fractal**

🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

📷 @atenaeditora

📘 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)