

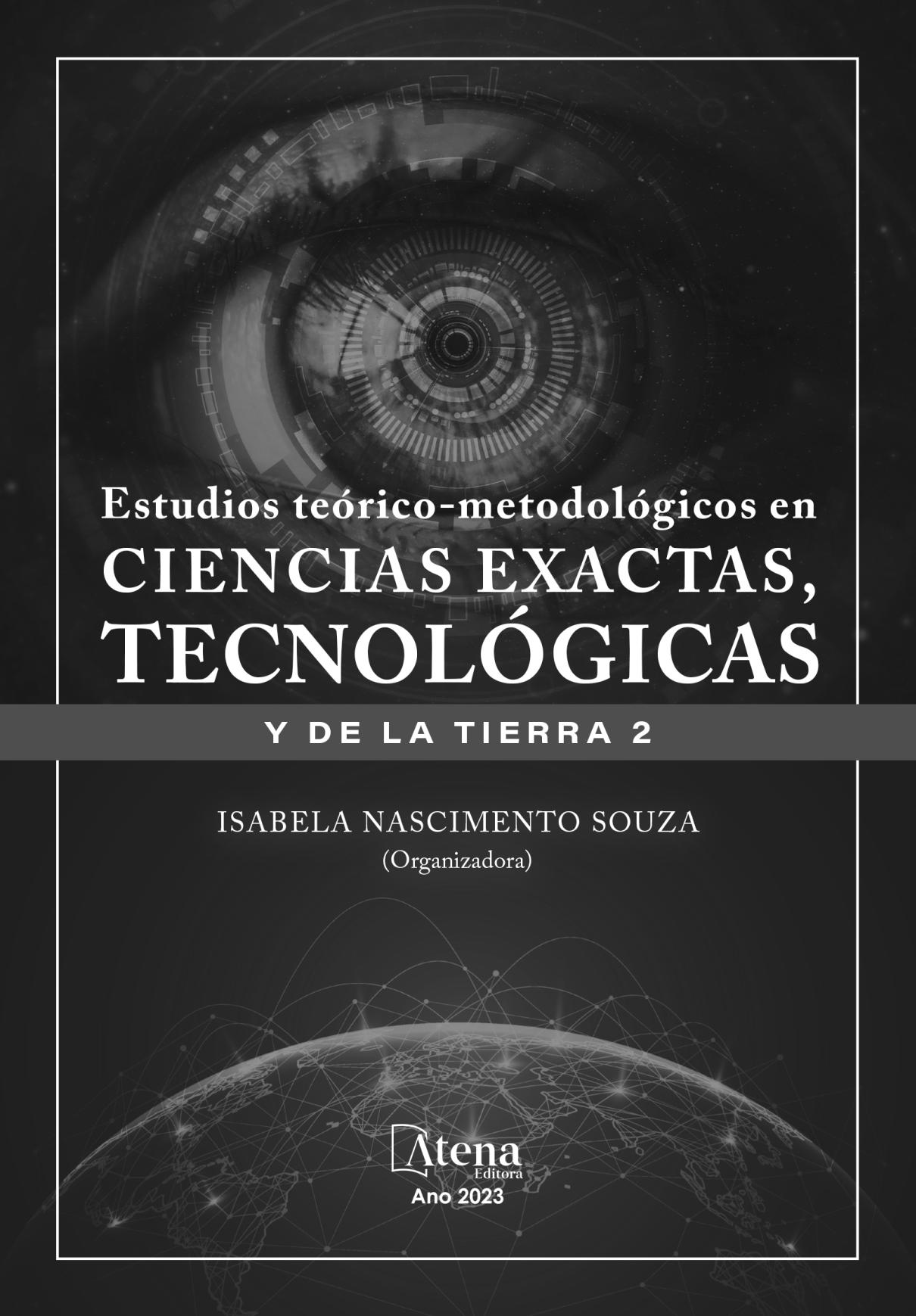
# Estudios teórico-metodológicos en CIENCIAS EXACTAS, TECNOLÓGICAS

Y DE LA TIERRA 2

ISABELA NASCIMENTO SOUZA  
(Organizadora)



Athena  
Editora  
Ano 2023



# Estudios teórico-metodológicos en CIENCIAS EXACTAS, TECNOLÓGICAS

Y DE LA TIERRA 2

ISABELA NASCIMENTO SOUZA  
(Organizadora)



Atena  
Editora  
Ano 2023

**Editora chefe**

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Camila Alves de Cremo

Ellen Andressa Kubisty

Luiza Alves Batista

Nataly Evilin Gayde

Thamires Camili Gayde

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2023 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2023 Os autores

Copyright da edição © 2023 Atena

Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena

Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

- Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Fabrício Moraes de Almeida – Universidade Federal de Rondônia  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Glécilla Colombelli de Souza Nunes – Universidade Estadual de Maringá  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Iara Margolis Ribeiro – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof<sup>a</sup> Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Prof. Dr. Milson dos Santos Barbosa – Universidade Tiradentes  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Dr. Nilzo Ivo Ladwig – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof<sup>a</sup> Dr Ramiro Picoli Nippes – Universidade Estadual de Maringá  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Regina Célia da Silva Barros Allil – Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

Estudios teórico-metodológicos en ciencias exactas,  
tecnológicas y de la tierra 2

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Soellen de Britto  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizadora:** Isabela Nascimento Souza

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

E82 Estudios teórico-metodológicos en ciencias exactas,  
tecnológicas y de la tierra 2 / Organizadora Isabela  
Nascimento Souza. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2023.

Formato: PDF  
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  
Modo de acesso: World Wide Web  
Inclui bibliografia  
ISBN 978-65-258-1899-3  
DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.993232211>

1. Ciencias exactas. 2. Ciencias de la tierra. 3.  
Tecnología. I. Souza, Isabela Nascimento (Organizador). II.  
Título.

CDD 509

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

A coletânea “Estudios teórico-metodológicos en ciencias exactas, tecnológicas y de la tierra 2” é uma obra que visa identificar e solucionar problemas de qualquer área a partir de processos inovadores, e tem como objetivo principal a discussão científica por meio das obras que compõem seus capítulos. Este livro organiza trabalhos, pesquisas, estudos de campo e/ou revisões interdisciplinares, que integram e movem-se entre os diferentes ramos das engenharias, ciências e tecnologias inovadoras.

O objetivo fundamental é classificar e apresentar com clareza as pesquisas teóricas-metodológicas realizadas em diversas instituições de ensino e pesquisa de diferentes países. A melhoria de processos organizacionais ou materiais, usando os avanços tecnológicos e modelagens matemáticas e/ou biológicas, levar-se-á a processos mais rápidos e eficazes em todos esses estudos. A necessidade da aplicação de novos conhecimentos relacionados à tecnologia em metodologias já conhecidas é importante, a fim de obter resultados práticos visíveis mais rapidamente, e esses resultados podem ser novos produtos, serviços ou processos, sempre desenvolvidos com o objetivo de alcançar algum tipo de avanço.

Dessa forma, aqui são abordados diversos temas relevantes, com a finalidade de fundamentar o conhecimento da comunidade acadêmica e todos aqueles que, de alguma forma, se interessam pelas ciências exatas, tecnológicas e da terra em suas diversas áreas de aplicação. É crucial ter um material que demonstre progresso e aprimoramento em diversos processos, sejam eles organizacionais ou materiais, com informações que são extremamente relevantes, além de abordar temas atuais e relevantes para a sociedade.

Assim, a obra *Estudios teórico-metodológicos en ciencias exactas, tecnológicas y de la tierra 2* traz uma teoria sólida baseada nos resultados teóricos alcançados pelos vários professores, acadêmicos e pesquisadores que se dedicaram intensamente a desenvolver seus trabalhos, os quais serão apresentados de forma sucinta e didática aqui. Compreendemos a relevância da divulgação científica, portanto destacamos também a capacidade da Atena Editora em fornecer uma plataforma estabelecida e confiável para que esses pesquisadores possam apresentar e disseminar os resultados de suas pesquisas.

Isabela Nascimento Souza

<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>1</b>
MODELACIÓN BIOLOGICA PARA EL DISEÑO, SIMULACIÓN Y PROCESAMIENTO DE ANDAMIOS PARA REGENERACIÓN ÓSEA POR IMPRESIÓN 3D	
Rebeca Franco	
Marco A. Morales	
José I. Rodríguez-Mora	
Ricardo Agustín-Serrano	
Ignacio Muñoz Máximo	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322111">https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322111</a>	
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>17</b>
LOS TEOREMAS DE LA FACTORIZACIÓN DE CORDERO EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS	
Ronald Cordero Méndez	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322112">https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322112</a>	
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>33</b>
OPTIMIZACIÓN DE PROCESOS PARA LA PRODUCTIVIDAD EN UNA EMPRESA DE CIUDAD JUÁREZ	
Felipe Dávila Soltero	
Beatriz Eugenia Ochoa Rivera	
Miguel Ángel Hernández Rivera	
Ezequiel Gaytán Duarte	
Blanca Ivonne Márquez Rodríguez	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322113">https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322113</a>	
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>41</b>
METODOLOGIA SIMPLIFICADA PARA AVALIAÇÃO GEOTÉCNICA DE UM DEPÓSITO CONTROLADO DE ESTÉRIL (DCE)	
Fernando Alves Cantini Cardozo	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322114">https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322114</a>	
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>56</b>
MODELADO DEL RELIEVE EN AFLORAMIENTOS DE LA FORMACIÓN EL PASO, ENTRE CAFAYATE Y LOROHUASI, SALTA, ARGENTINA	
María del Carmen Visich	
Josefina Ramírez Visich	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322115">https://doi.org/10.22533/at.ed.9932322115</a>	
<b>SOBRE A ORGANIZADORA .....</b>	<b>68</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO .....</b>	<b>69</b>

# CAPÍTULO 1

## MODELACIÓN BIOLOGICA PARA EL DISEÑO, SIMULACIÓN Y PROCESAMIENTO DE ANDAMIOS PARA REGENERACIÓN ÓSEA POR IMPRESIÓN 3D

*Data de aceite: 01/11/2023*

### **Rebeca Franco**

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Av. San Claudio y 18 sur C. U. Col. San Manuel, Puebla, Pue., México, C. P. 72570.  
<https://orcid.org/0000-0002-4000-8547>

### **Ignacio Muñoz Máximo**

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Dirección de Innovación y Transferencia de Conocimiento. Av. San Claudio y 18 sur C. U. Col. San Manuel, Puebla, Pue., México, C. P. 72570.  
<https://orcid.org/0000-0002-1252-0527>

### **Marco A. Morales**

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ingeniería Química. Av. San Claudio y 18 sur C. U. Col. San Manuel, Puebla, Pue., México, C. P. 72570.  
<https://orcid.org/0000-0002-2361-9645>

### **José I. Rodríguez-Mora**

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ingeniería. Boulevard Valsequillo, S/N, C. U. Col. San Manuel, Puebla, México, C. P. 72570.  
<https://orcid.org/0000-0003-0029-4128>

### **Ricardo Agustín-Serrano**

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Av. San Claudio y 18 sur C. U. Col. San Manuel, Puebla, Pue., México, C. P. 72570.  
<https://orcid.org/0000-0002-6468-7548>

**RESUMEN.** La ingeniería de tejidos es un campo de investigación multidisciplinario que involucra biología celular y molecular, ciencias de los materiales, bioingeniería, medicina, entre otras, que apuntan a restituir o reemplazar tejidos. Los enfoques predominantes incluyen el diseño y obtención de andamios que proporcionan el soporte estructural adecuado para el tejido óseo. En el presente trabajo, se propone una extensión del modelo matemático del tipo reacción-difusión propuesto por Svetlana V. Komarova et al. en 2003 de interacciones autocinas y paracinas entre osteoblastos y osteoclastos con términos biarmónicos que permite calcular la dinámica celular. Se realizó un estudio detallado de la dinámica y estabilidad del modelo de poblaciones estableciendo los valores de los parámetros de control del modelo propuesto, bajo inestabilidad de Turing y Hopf. El modelo es

resuelto utilizando el método de Euler mejorado y diferencia finita en dos y tres dimensiones. Los resultados numéricos de la simulación computacional describen el proceso de remodelación ósea desde el punto de vista biológico. Posteriormente, mediante la técnica de proceso de diseño matemático y fabricación asistida por impresión 3D (MDP-3DPAM), se obtuvieron andamios que muestran una similitud con el tejido óseo trabecular humano, a base de ácido poliláctico (PLA), los cuales fueron caracterizados mediante pruebas de compresión mecánicas. Encontramos que la resistencia mecánica de nuestros andamios tiene un comportamiento viscoelástico que no se presenta en otros andamios obtenidos de la solución numérica del modelo de Komarova extendido por difusión empleando el mismo método.

**PALABRAS CLAVE:** Remodelación ósea; Modelo matemático; Inestabilidad de Turing; Inestabilidad de Hopf; Andamios; Materiales biocompatibles.

## BIOLOGICAL MODELING FOR THE DESIGN, SIMULATION AND PROCESSING OF SCAFFOLDS FOR BONE REGENERATION BY 3D PRINTING

**ABSTRACT.** Tissue engineering is a multidisciplinary research field that involves cell and molecular biology, material sciences, bioengineering, medicine, among others, that aim to restore or replace tissues. Predominant approaches include the design and procurement of scaffolds that provide adequate structural support for bone tissue. In the present work, an extension of the mathematical model of the reaction-diffusion type proposed by Svetlana V. Komarova et al. in 2003 of autocrine and paracrine interactions between osteoblasts and osteoclasts with biharmonic terms that allow calculating cell dynamics. A detailed study of the dynamics and stability of the population model was carried out, establishing the values of the control parameters of the proposed model, under Turing and Hopf instability. The model is solved using the improved Euler method and finite difference in two and three dimensions. The numerical results of the computational simulation describe the process of bone remodeling from the biological point of view. Subsequently, using the mathematical design process technique and 3D printing-assisted manufacturing (MDP-3DPAM), scaffolds were obtained that show a similarity with human trabecular bone tissue, based on polylactic acid (PLA), which were characterized by mechanical compression tests. We found that the mechanical resistance of our scaffolds has a viscoelastic behavior that does not occur in other scaffolds obtained from the numerical solution of the diffusion-extended Komarova model using the same method.

**KEYWORDS:** Bone remodeling; Mathematical model; Turing instability; Hopf instability; scaffolding; Biocompatible materials.

## 1 | INTRODUCCIÓN

En diversas ocasiones, distintas enfermedades de origen infeccioso, genético, degenerativo, agresiones físicas o químicas pueden dar lugar a una pérdida o alteración de las células de un tejido u órgano. Esta pérdida o daño celular puede llevar a una alteración de la función normal del órgano y, como consecuencia, conducir al desarrollo de enfermedades o secuelas físicas que reducen la calidad de vida de una persona. Por este

motivo, uno de los principales retos de la medicina actual involucra la regeneración total y el restablecimiento de la función normal de los tejidos u órganos. Estos dos objetivos, regeneración y restablecimiento de la función normal de un tejido u órgano dañado, son los fines principales de la medicina regenerativa e ingeniería de tejidos [1-2].

Actualmente la cirugía reconstructiva es el instrumento fundamental para la atención de estos pacientes; la utilización de órganos para trasplante usualmente se ve limitada por la escasez de donantes y el riesgo de transmisión de enfermedades. Esta necesidad de órganos y tejidos condujo a los investigadores a utilizar células para la reconstrucción de estos mismos. Hoy en día científicos de diversas áreas (molecular, celular, biológica) colaboran activamente con ingenieros mecánicos para desarrollar tejidos análogos que permitan a los médicos mejorar, mantener y restaurar la función de un órgano [3].

En el campo de la cirugía reconstructiva, se han generado soluciones basadas en trasplante de tejido xenogénico (origen animal), prótesis y manipulación localizada de sitios de lesión a nivel celular y molecular, en conjunto con los enfoques convencionales de reconstrucción a partir de tejido alogénico (origen en otro paciente humano) y auto génico (origen en el mismo paciente) [4].

La ingeniería de tejidos es un campo de investigación multidisciplinario que involucra biología celular y molecular, ciencias de los materiales, bioingeniería, medicina, entre otras, que apuntan a mejorar o reemplazar funciones biológicas [5]. La ingeniería de tejidos se conecta con la práctica médica mediante terapias basada en células. Los enfoques predominantes incluyen métodos de recolección y expansión de tejidos vivos in vitro, así como el diseño de los biomateriales y andamios que proporcionan el soporte estructural adecuado para el tejido de interés.

Uno de los objetivos más importantes de este campo es el diseño de los biomateriales que soporten las células, y de las moléculas de señalización que permitan la regeneración del tejido, el cual lleve a una alternativa de trasplante de órganos y a la posterior reconstrucción de tejidos [6].

Uno de los principales problemas de los materiales utilizados para aplicaciones médicas es el déficit que presentan en cuanto a la analogía de propiedades (microestructura, composición, funcionalidad, biocompatibilidad, etc.) específicas del tejido a sustituir. En cuanto al perfeccionamiento de la estructura y propiedades de estos materiales, la biología matemática puede servir como base fundamental, en donde tomando como base principios de bioquímica, física y fisicoquímica de los sistemas fuera de equilibrio [7-9] presentes en los sistemas biológicos y expresando mediante simulación; a partir de herramientas computacionales, la formación espacio-temporal y la dinámica de estos procesos a partir de por ejemplo, el planteamiento de modelos deterministas de crecimiento [10] que permitan el observar, estudiar e incluso diseñar la formación de tejidos u órganos a partir de la microestructura de la simulación resultante es muy prometedor.

Un área interesante de estudio para la ingeniería de tejidos es el llamado proceso de

remodelación ósea. El remodelado óseo se produce en lugares espacial y temporalmente diferenciados del esqueleto e implica la reabsorción del tejido mineralizado existente por parte de los osteoclastos, seguida de la formación de hueso nuevo por parte de los osteoblastos [7, 11-13]. El modelado matemático de la remodelación ósea se ha centrado en varios aspectos de este proceso. Cada vez más, los datos experimentales sobre los mecanismos de señalización entre las células óseas indican que las interacciones son complejas, y sacar conclusiones basadas únicamente en la intuición puede ser muy difícil y posiblemente engañoso. El modelado matemático proporciona una herramienta poderosa para reducir la ambigüedad en cuanto a causas y efectos en sistemas complejos, y permite probar varias hipótesis experimentales [14].

En la actualidad, los avances tecnológicos nos han permitido tener un crecimiento exponencial en el desarrollo de nuevos métodos de diseño y síntesis de materiales con potenciales aplicaciones en el área médica [3, 15, 16]. En cuanto a la síntesis de este tipo de materiales, en años recientes con el avance de la tecnología de procesamiento de materiales, la impresión 3D resultó ser una herramienta bastante útil, la cual permite que un objeto tridimensional sea creado mediante la superposición de capas sucesivas de algún material deseado para un propósito en específico.

Teniendo en cuenta este contexto, resulta hasta cierto punto sorprendente que la cantidad de modelos matemáticos que estudien los efectos integrados de las interacciones conocidas entre el hueso y las células propuestos a la actualidad sean pocos. Sin embargo, es cierto que ha habido algunos documentos recientes. Por ejemplo, los modelos matemáticos de la dinámica de las células óseas que han sido propuestos por Komarova et al. [11] y Lemaire et al. [7].

En el presente trabajo, se propone un modelo matemático del tipo reacción-difusión (Komarova, 2003) de interacciones autocrinas y paracrinas entre osteoblastos y osteoclastos con términos biarmónicos que permite calcular la dinámica celular. Se realizó un estudio detallado de la dinámica y estabilidad del modelo de poblaciones estableciendo los valores de los parámetros de control del modelo propuesto, bajo inestabilidad de Turing y Hopf. El modelo es resuelto utilizando el método de Euler mejorado y diferencia finita en dos y tres dimensiones. Los resultados numéricos de la simulación computacional describen el proceso de remodelación ósea desde el punto de vista biológico. Posteriormente, mediante la técnica de proceso de diseño matemático y fabricación asistida por impresión 3D (MDP-3DPAM), se obtuvieron andamios que muestran una similitud con el tejido óseo trabecular humano, a base de ácido poliláctico (PLA), los cuales fueron sometidos a pruebas de compresión mecánicas de donde encontramos que la resistencia mecánica de nuestros andamios es mayor al de otros andamios obtenidos empleando el método MDP-3DPAM.

## 2 | MODELO EXTENDIDO KOMAROVA – SWIFT-HOENBERG

El modelo planteado por Svetlana V. Komarova et. al. en 2003 [11], es un modelo matemático que describe la dinámica de la población de células óseas, con el número de osteoclastos y osteoblastos en una sola unidad multicelular básica (BMU) denotado por  $C$  y  $B$ , respectivamente. Las tasas de producción global de cada población celular reflejan el efecto neto del reclutamiento de precursores y la formación de células maduras. Las tasas de eliminación de células reflejan la muerte celular, así como la diferenciación de los osteoblastos en osteocitos y células de revestimiento del hueso.

Se propuso que las células tengan la capacidad de interactuar entre sí a través de efectores, los cuales son liberados o activados por las células óseas y actúan de forma autocrina o paracrina de manera que, afectan localmente al tipo celular de origen o a otro tipo celular, respectivamente. En este modelo, tanto los osteoclastos como los osteoblastos pueden producir efectores locales capaces de activarse o inhibirse a sí mismos o a otro tipo celular. El ciclo de remodelación inicia cuando los osteoclastos se diferencian a partir de los preosteoclastos para obtener un aumento en la población, lo cual constituye una condición inicial para el sistema. Estos osteoclastos inician la reabsorción de hueso con la consecuente pérdida de masa ósea. Sin embargo, este evento a su vez provoca la diferenciación de osteoblastos a partir de los preosteoblastos, provocándose un incremento en la población de osteoblastos con la consecuente formación y restitución de masa ósea por acción de estas células.

El modelo de remodelación ósea considera la región del hueso hasta el nivel celular, con influencia de factores locales y está basado en las ecuaciones:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha_1 C^{g_{11}} B^{g_{21}} + (\lambda_C - \beta_1) C - \lambda_C (1 + \nabla^2)^2 C \quad (1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha_2 C^{g_{12}} B^{g_{22}} + (\lambda_B - \beta_2) B - \lambda_B (1 + \nabla^2)^2 B \quad (2)$$

$$\frac{dZ}{dt} = -k_1 \max(0, C(t) - \vec{C}) + k_2 \max(0, B(t) - \vec{B}) \quad (3)$$

donde  $C$  y  $B$  son el número de osteoclastos y osteoblastos;  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  son las actividades de producción y eliminación de células; los parámetros  $g_{ij}$  representan la eficacia neta de los factores autocrinos o paracrinos derivados de los osteoclastos. Es importante mencionar que, una propiedad destacable es que las células son capaces de moverse de forma independiente a través de la matriz extracelular. Este movimiento celular puede definirse por la interacción de las células con sus vecinos más cercanos. Pueden sentir y responder más allá de las condiciones inmediatas del vecindario. Sin embargo, las células mesenquimales pueden responder a la interacción espacial de largo alcance de las células vecinas (efecto no local en la dispersión difusiva). Teórica y experimentalmente, la difusión puede ser reemplazada por la combinación de los mecanismos subyacentes con interacciones espaciales de largo y corto alcance, estos comportamientos biológicos se

consideran matemáticamente en los términos  $\Lambda_C (1 + \nabla^2)^2 C$ ,  $\lambda_B (1 + \nabla^2)^2 B$ , con  $\lambda_B$ ,  $\Lambda_C$  términos constantes [22, 23].

Finalmente,  $Z$  representa la masa ósea de acuerdo con una tasa de recambio óseo, con las constantes  $k_1$  y  $k_2$  siendo la tasa de reabsorción y formación ósea respectivamente, por célula osteoprogenitora al día [11]. Sin embargo, esta suposición no es suficiente tomando en cuenta que nos encontramos en la descripción de un proceso con dinámica espacio-temporal. En cuanto a la resolución temporal del modelo descrito por Svetlana V. Komarova et. al. [11], toman en cuenta que el proceso de remodelación ósea es un fenómeno de dinámica temporal, el cual nos dará pauta para conocer las condiciones de comportamiento de evolución temporal del modelo. Los parámetros  $k_1$  y  $k_2$  tendrían un significado de tal modo que la densidad de masa ósea disminuye o avanza con dinámica de acuerdo con los efectos netos de la reabsorción ( $C(t) > \bar{C}$ ) y la formación ( $B(t) > \bar{B}$ ). Los parámetros  $k_1(t)$  y  $k_2(t)$ , como parámetros dependientes del tiempo, satisfacen  $k_1(t) = rR$ , y  $k_2(t) = r$  siendo  $R$ :

$$R = \frac{\int \max(0, C(t) - \bar{C})}{\int \max(0, B(t) - \bar{B})} \quad (4)$$

donde,  $\bar{C}$  es el período de los ciclos de  $C(t)$  y  $B(t)$ , y  $r$  es determinada por la amplitud de las oscilaciones en cuanto a la evolución temporal de la densidad de masa ósea. El valor de  $R$  está bien definido, siempre y cuando  $B(t) \neq \bar{B}$ .

### 3 I PROCESO DE DISEÑO MATEMÁTICO Y FABRICACIÓN ASISTIDA POR IMPRESIÓN 3D (MDP-3DPAM)

El estudio de las ecuaciones diferenciales se centra en la obtención de soluciones a partir de algunos métodos numéricos de ciertos tipos de ecuaciones y sistemas diferenciales, sin embargo, el obtener información cualitativa sobre los diferentes tipos de comportamientos o estados en las soluciones del sistema es vital para conocer el comportamiento del sistema de ecuaciones diferenciales. Es decir, averiguar qué tan estable o inestable es el sistema. A este análisis se le conoce como análisis de estabilidad lineal para sistemas de ecuaciones diferenciales parciales el cual es realizado en la etapa de modelado matemático y sirve como base para dar paso a la etapa del método numérico.

El método numérico empleado para resolver el modelo extendido Komarova – Swift-Hohenberg, ecuaciones 1, 2 y 3, es el método pseudoespectral implícito descrito en [22] y esto se extiende al espacio 3D. El dominio espacial (discretizado por una malla de  $N_x \times N_y \times N_z$  nodos) de esta ecuación es periódico en todas las direcciones ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ). Este método basado en tales transformadas discretas brinda una precisión óptima en el sentido de que la tasa de convergencia para soluciones adecuadamente uniformes es más rápida que cualquier potencia de la malla de  $N_x \times N_y \times N_z$  nodos [21].

La metodología para crear un archivo de diseño asistido por computadora (CAD) para

un material polimérico con una distribución de tamaño de poro controlada se muestra en la Figura 1. La infografía muestra el proceso para desarrollar materiales con microestructura controlada. Partiendo de la solución numérica del patrón 3D obtenida del algoritmo del modelo extendido dado por las ecuaciones (1-3), el cual fue implementado en lenguaje de programación Python. La solución numérica en 3D es graficada la iso-superficie de mínimo valor en formato de archivo .pkl. Posteriormente se exporta para obtener un archivo con extensión .obj. Este archivo es rediseñado y puede traducirse a la extensión de lenguaje triangular estándar (.stl). En esta etapa, el tamaño de los poros se controla tanto como se desee.

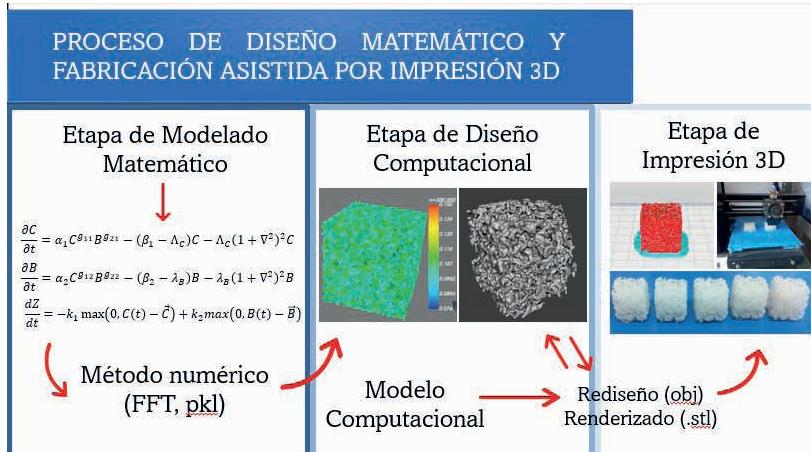


Figura 1-. Diagrama de flujo de trabajo del proceso de diseño matemático y fabricación asistida por impresión 3D (MDP-3DPAM) para generar materiales porosos impresos en 3D con microestructura controlada.

Los modelos 3D se pueden exportar a cualquier impresora generador de código de software para el paso final de procesamiento que también permite controlar el tamaño y los parámetros de impresión. La extrusión de diferentes polímeros permite la creación de estructuras sólidas que poseen propiedades mecánicas complejas y una distribución controlada del tamaño de los poros. El proceso de impresión 3D que usa modelos matemáticos para diseñar el patrón [21] es un método completamente nuevo para diseñar y crear nuevos materiales avanzados.

## 4 | RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Soluciones numéricas del modelo matemático en 2D.

Para los parámetros iniciales del modelo, se utilizó como estimación inicial lo ya propuesto por Komarova, que son datos experimentales obtenidos del análisis histomorfométrico de secciones óseas [11]. De esto se estimó que el inicio de la reabsorción

ósea en el hueso trabecular da lugar a la diferenciación de 10 a 20 osteoclastos que reabsorben hueso a un ritmo de  $10 \mu\text{m/día}$ .

En una misma localización, la erosión máxima se alcanza en un rango de 9 a 14 días. Más tarde, unos 2000 osteoblastos llegan a la base de la cavidad y construyen hueso a un ritmo de  $1 \mu\text{m/día}$ , de manera que, de tres a cinco meses después de iniciarse el ciclo, el hueso vuelve a un estado quiescente (estado estacionario).

$\beta_1 = 0.2 \text{ día}^{-1}$	Constantes de velocidad de eliminación de células
$\beta_2 = 0.02 \text{ día}^{-1}$	
$g_{21} = -0.5$	Valores iniciales de $g_{ij}$
$g_{12} = 1.0$	
$g_{22} = 0$	
$\alpha_1 = 3 \text{ celulas día}^{-1}$	Constantes de velocidad de formación de células óseas
$\alpha_2 = 4 \text{ celulas día}^{-1}$	
$k_1 = 0.24\% \text{ cell}^{-1} \text{día}^{-1}$	Tasa de reabsorción y formación ósea por célula osteoprogenitora al día
$k_2 = 0.0017\% \text{ cell}^{-1} \text{día}^{-1}$	

Tabla 1. Resumen de parámetros usados en el modelo.

Con estos parámetros y para la condición  $Z(0) = -k_1(t)\bar{C} + k_2(t)\bar{B}$  (funciones) se llevó a cabo la simulación del modelo temporal de Komarova et. al. [11] utilizando el método numérico de Euler mejorado y diferencia finita en un arreglo cuadrado compuesto por una malla de  $100 \times 100$  variando los parámetros de control  $g_{11}$  y  $\lambda$  de acuerdo con los valores obtenidos del análisis de estabilidad lineal a 1,000,000 de iteraciones en un paso de tiempo  $dt=1\times10^{-6}$ .

La solución numérica del modelo se obtuvo mediante la simulación computacional implementada en el software Phyton y sus librerías (pickle, Larray, pylab, Lgraphicarray, etc.), la programación del modelo fue elaborada en base al sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales. Los resultados obtenidos de dicha solución numérica que muestran diferentes dinámicas de remodelación ósea presentes en el modelo con respecto a los cambios en la distribución de los osteoclastos y los osteoblastos se muestran a continuación.

**Caso 1:** Donde  $g_{11} = -1.0$ ,  $\frac{\lambda_C}{\lambda_B} = 1.9$  y  $\lambda_B = 1.0$ .

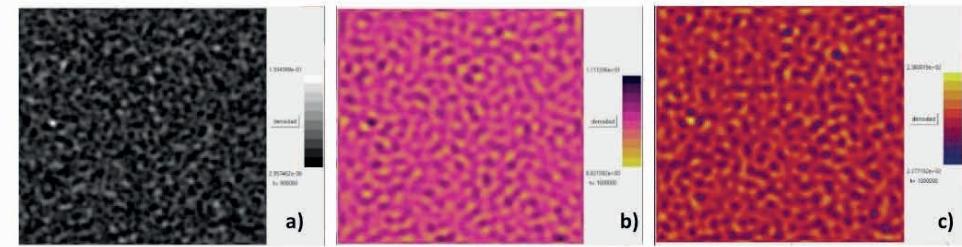


Figura 2-. **a)** Representa la densidad de biomasa ósea de la inestabilidad de tipo Turing, **b)** Representa la densidad poblacional de osteoclastos de la inestabilidad de tipo Turing, **c)** Representa la densidad poblacional de osteoblastos de la inestabilidad de tipo Turing.

**Caso 2:** Donde  $g_{11} = 0.5$ ,  $\frac{A_C}{\lambda_B} = 1.8$  y  $\lambda_B = 1.0$ .

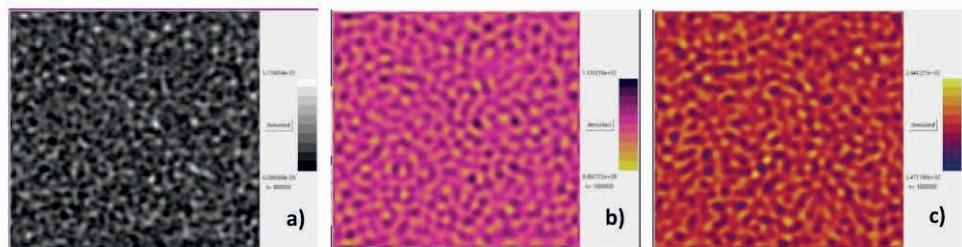


Figura 3-. **a)** Representa la densidad de biomasa ósea de la inestabilidad de tipo Hopf, **b)** Representa la densidad poblacional de osteoclastos de la inestabilidad de tipo Hopf, **c)** Representa la densidad poblacional de osteoblastos de la inestabilidad de tipo Hopf.

El requisito de estabilidad de un estado estacionario impone ciertas limitaciones de los valores que puede tomar cada parámetro. Para la regulación autocrina de los osteoblastos, existe una solución estable con el comportamiento dinámico de un solo ciclo de remodelación cuando  $g_{22}$  es inferior a 0,9. Dado que el IGF es un conocido regulador autocrino positivo de los osteoblastos, para los cálculos se asume que  $g_{22}$  debe ser positivo pero pequeño. Un solo ciclo de remodelación es una solución estable para un amplio rango de valores positivos para la regulación paracrína derivada de los osteoclastos  $g_{12}$ , reflejando el hecho de que la activación de los osteoclastos conduce a un aumento de la formación de osteoblastos. La regulación paracrína  $g_{21}$  derivada de los osteoblastos se limita a valores negativos o positivos muy pequeños, lo que indica que el efecto neto de los factores producidos por los osteoblastos debe ser inhibitorio o neutro para formación de osteoclasto. En este sentido, los osteoblastos producen dos reguladores de osteoclastos opuestos, RANKL y OPG. El modelo sugiere que los efectos del RANKL no predominan.

De los resultados obtenidos podemos ver que, sorprendentemente, los cambios en los factores locales autocrinos y paracrinos pueden determinar el tipo de remodelación ósea resultante. El factor autocrino  $g_{11}$  de los osteoclastos tiene la capacidad de cambiar el sistema entre modos de comportamiento dinámico. Una de las ventajas que tiene el haber

integrado los términos biarmonicos al modelo establecido por Komarova es que dichos parámetros corresponden a un panorama biológico, mostrando una interacción celular, entre las células cercanas a su entorno y a largo alcance.

En cuanto a los patrones que representan la densidad de biomasa ósea con la inestabilidad de tipo Turing y la inestabilidad de tipo Hopf (ver Figura 2 – 3) obtenidas tomando los parámetros de control respectivos, muestra una distribución con máximos de densidad ósea [ver Figura 2 – 3 a), zonas blancas]; los cuales pueden ser atribuidos a zonas de hueso trabecular donde se encuentra el tejido óseo, y mínimos de densidad ósea [ver Figura 2 – 3 a), zonas negras] atribuidos a las zonas porosas presentes en el hueso trabecular (ausencia de tejido óseo).

De estos resultados se pretende analizar los cambios de los patrones espacio-temporales que podrían surgir a partir de la modificación de parámetros de control claves en el proceso de remodelación ósea. Estos cambios tienen repercusiones biológicas en cuanto a la formación de diferentes tipologías e incluso patologías debidas a cuestiones bioquímicas y también dinámicas del proceso.

### Solución numérica del modelo matemático en 3D.

Respecto a la simulación 3D del modelo, nuevamente se utilizó el método numérico de discretización de laplaciano para la parte espacial y el método de Euler para la parte temporal mencionados anteriormente. Los valores de la tasa de reabsorción y formación ósea por densidad celular osteoprogenitora al día  $k_1(\vec{r}, t)$  y  $k_2(\vec{r}, t)$  respectivamente con  $\vec{r} = (x_j, y_j, z_k)$  para todo  $1 \leq j, k \leq 100$  para la solución de la densidad de biomasa ósea, son tomados como parámetros con evolución espacio-temporal para el cálculo de la microestructura tridimensional de densidad de tejido óseo.

Las soluciones numéricas del patrón en 3D fueron obtenidas haciendo uso de la metodología descrita en la sección 3.

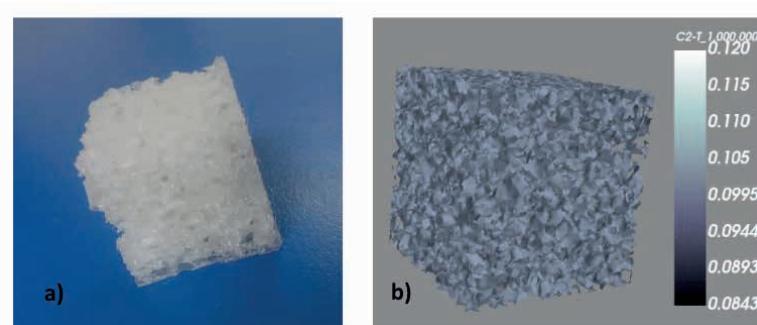


Figura 4-. a) Impresión en 3D del caso 1 a 1,000,000 de iteraciones en PLA (ácido poliláctico), bajo inestabilidad de tipo Turing, donde  $g_{11} = -1.0$ ,  $\frac{\lambda_C}{\lambda_B} = 1.9$  y  $\lambda_B = 1.0$ , b) Solución numérica visualizada en Mayavi.

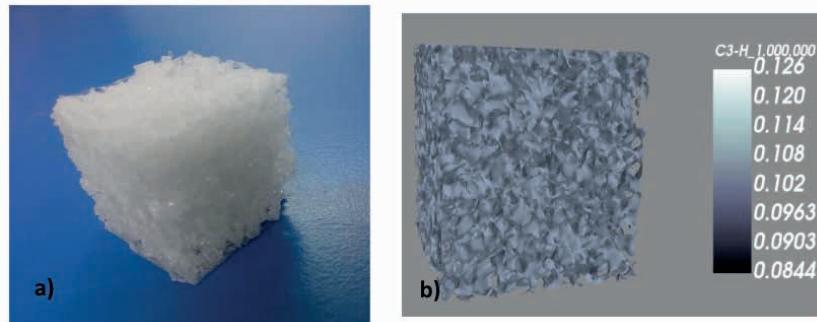


Figura 5-. a) Impresión en 3D del caso 2 a 1,000,000 de iteraciones en PLA (ácido poliláctico), bajo inestabilidad de tipo Hopf, donde  $g_{11} = 0.5$ ,  $\frac{\lambda_c}{\lambda_b} = 1.8$  y  $\lambda_B = 1.0$ . b) Solución numérica visualizada en Mayavi.

Analizando los resultados en 3D de dichos casos que representan tejido óseo sano de la inestabilidad de tipo Turing y la inestabilidad de tipo Hopf muestran una distribución con máximos normalizados de densidad ósea que van desde una zona donde existe una gran concentración de tejido óseo (100 por ciento) hasta zonas donde existe baja o nula concentración del tejido óseo.

### Procesamiento de andamios.

Se procesaron 12 probetas con dimensiones de  $25 \times 25 \times 25$  mm tomando como base estructural las soluciones numéricas mostradas en las Figuras 4 – 5. Para cada caso fueron procesados 6 andamios, 3 de ellos bajo su posición original y los tres restantes con la posición rotada 90° hacia la derecha desde su posición original, esto con el fin de observar que la dirección de impresión no afecta a la estructura. Se utilizó una impresora 3D Select Mini V2 Monoprice para la obtención de los andamios, la temperatura de extrusión fue de 210° a una velocidad de 50 mm/s.

Para la realización de las pruebas mecánicas se sometieron las 12 probetas a ensayos de resistencia a la compresión con el equipo compresivo Universal Testing Machine CMSUTM-10 las cuales fueron determinadas mediante el software Smart Test, el equipo está configurado para soportar una fuerza máxima de 10 kN, con una pendiente de la rampa con valor de 3.00 mm/min, con condiciones de temperatura con valor de 25 grados Centígrados. Los parámetros obtenidos del Módulo de Young, el límite de compresión y el límite de carga soportado por cada andamio se muestran en la Tabla 2.

Muestra	Límite de compresión (MPa)	Límite de carga (N)	Módulo de Young (MPa)
Andamio 1.1-O	16.6	10302.71	35.5472
Andamio 1.2-O	14.3	9081.51	32.18004
Andamio 1.3-O	15.1	9287.61	35.2187
Andamio 1.1-R	15.2	9328.31	29.1946
Andamio 1.2-R	7.98	4966.0	23.9159
Andamio 1.3-R	14.8	9225.51	33.1993
Andamio 2.1-O	14.9	9251.41	36.1476
Andamio 2.2-O	14.8	9251.81	39.9011
Andamio 2.3-O	14.8	9270.81	32.2069
Andamio 2.1-R	15.0	9279.11	28.6996
Andamio 2.2-R	14.9	9215.11	39.1864
Andamio 2.3-R	14.9	9266.41	36.6226

Tabla 2-. Resultados de las pruebas de resistencia a la compresión de andamios basados en PLA.

Las propiedades estructurales del hueso trabecular se determinan habitualmente mediante ensayos de compresión, tracción o flexión. Con los resultados obtenidos en estos distintos ensayos se ha observado que el hueso trabecular, de la misma manera que el cortical, presenta una mayor resistencia ante la carga de compresión que ante cualquier otro tipo [26]. La resistencia en ensayos de compresión tiende a variar entre 1,5 y 9,3 MPa en función de la región del esqueleto.

Considerando los resultados podemos observar que el promedio de la resistencia en los ensayos de compresión de los andamios se encuentra en un intervalo de 7.9 a 16.6 MPa. Por otro lado, el módulo de Young obtenido de las pruebas de resistencia a la compresión se encuentra en un rango desde 23 a 39 MPa. De acuerdo con lo reportado en la literatura, el módulo de Young para un hueso trabecular puede estar entre 10 a 500 MPa, estas relaciones varían según los distintos tipos de hueso trabecular debido a las variaciones en la región anatómica, la edad y las enfermedades que alteran la arquitectura trabecular.

Estos resultados se encuentran en un rango superior si los comparamos al establecido, sin embargo, este comportamiento puede ser atribuido a las propiedades mecánicas del PLA, lo cual es conveniente debido a que el PLA es un material que tiene propiedades de biodegradación en el cuerpo humano [29], brindándole mayor soporte durante el proceso de reabsorción y formación de hueso nuevo durante el proceso de remodelación ósea que sucede en el material.

Los materiales termoplásticos o polímeros lineales suelen presentar una dualidad

de comportamiento ya que su respuesta de deformación frente a la aplicación de un estado tensional está constituida por dos componentes; una elástica la cual está relacionada con su naturaleza de sólido elástico y una viscosa, ligada a su naturaleza de líquido viscoso. Es por ello por lo que se considera que el comportamiento de estos materiales es de tipo “viscoelástico”, término que engloba ambas componentes en la respuesta del material [27]. Esta dualidad de comportamiento conlleva un cambio importante en el comportamiento mecánico, ya que sus propiedades mecánicas varían con el tiempo.

Cuando un material plástico se somete a una tensión constante, se produce una elongación inicial inmediata, esto debido a la respuesta de sólido elástico y, además, se produce una elongación creciente relacionada con la componente de líquido viscoso del material. Cuanto mayor es el valor de la tensión aplicada, mayor es la elongación inicial elástica, y más rápido es el crecimiento de la elongación con el tiempo debido a la componente viscosa, este tipo de comportamiento se logra visualizar en las gráficas resultantes de los ensayos de compresión realizados a los andamios, comportamiento que se puede relacionar con la estructura del andamio obtenida de las soluciones numéricas del modelo matemático más que con el material, pues, realizando una comparación con los datos reportados por Fernández-Cervantes [18] (ver Figura 6), los cuales fueron reproducidos bajo las mismas condiciones que las soluciones numéricas propias, se logra observar una evidente mejora en la deformación que soportan los andamios al ser sometidos al ensayo de compresión, demostrando así que, el modelo matemático con una extensión de términos biarmónicos es eficiente en cuanto a la creación de andamios para la regeneración ósea.

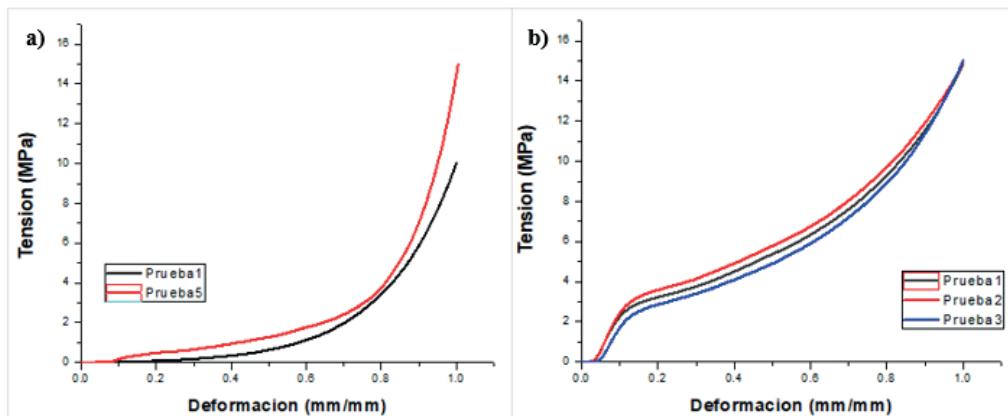


Figura 6-. a) Gráfica de prueba de tensión-deformación, en color rojo, andamio basado en PLA con morfología de tejido óseo del caso 2 con inestabilidad de tipo Hopf, en color negro, andamio basado en PLA con morfología de tejido óseo de la solución numérica reportada por Fernández-Cervantes en [18] con inestabilidad de tipo Hopf, b) Gráfica tensión-deformación de andamios basados en PLA con morfología de tejido óseo del caso 1 con inestabilidad de tipo Turing.

## 5 | CONCLUSIONES

Se presenta un modelo matemático que examina las funciones cooperativas de la regulación autocrina y paracrina en el control de la remodelación ósea. El modelo matemático se basa en la suposición de que los efectores locales producidos por los osteoclastos y los osteoblastos regulan las tasas de formación de estos mismos, encontrando así que, el modelo predice diferentes modos de comportamiento los cuales se asemejan a la dinámica de la remodelación ósea de tejido trabecular.

El sistema es más sensible a la regulación autocrina de los osteoclastos, lo que refleja el hecho de que los osteoclastos reabsorben el hueso como pequeños equipos de células muy activas, que se reclutan rápidamente y luego se eliminan. Contrario a eso, los osteoblastos son mucho menos activos y los cambios en el número de osteoblastos se producen con mayor lentitud; en consecuencia, se necesitan muchos más osteoblastos en un mismo lugar de remodelación ósea.

Del procesamiento de los andamios se comprobó que la técnica de proceso de diseño matemático y fabricación asistida por impresión 3D (MDP-3DPAM) permite la reproducción exitosa de piezas con morfología de tejido óseo. Los andamios obtenidos son comparados con el tejido óseo trabecular humano sano, en donde en ambos casos existen trabéculas interconectadas. Los resultados de las propiedades mecánicas mostraron una similitud con respecto a las propiedades mecánicas del hueso trabecular humano, así mismo, se observa que cuando los andamios están sometidos a una deformación constante con el paso del tiempo, estos dan lugar a un fenómeno ligado a viscoelasticidad.

## AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos al Laboratorio Nacional de Supercómputo del Sureste de México perteneciente a la red de laboratorios nacionales CONAHCYT, por los recursos computacionales, el apoyo y la asistencia técnica en el proyecto con número: 202201034C, al Laboratorio de impresión 3D de la FCFM por los recursos brindados en este proyecto y a la Vicerrectoría de Estudios de Posgrado de la BUAP, ID del proyecto: 00011. Modelado, diseño y simulación computacional de materiales avanzados con enfoque de sostenibilidad y formación pre universitaria, desarrollo tecnológico e innovación.

## REFERENCIAS

- [1] MORRISON, J. I. **Editing our way to regeneration.** *Cell Tissue Res.*, 7356(3): 533-537, 2014.
- [2] ROSA, V. **What and where are the stem cells for Dentistry?** *Singapore Dent J.*, 34(1): 13-18, 2013.
- [3] JOON PARK, R.S. LAKES. **Biomaterials, An introduction.** Estados Unidos: Springer. 2007.

- [4] ARTICO, M., FERRANTE, L., PASTORE, F. S., RAMUNDO, E. O., CANTARELLI, D., SCOPELLITI, D. & IANNETTI, G. **Bone autografting of the calvaria and craniofacial skeleton: historical background, surgical results in a series of 15 patients, and review of the literature.** *Surgical Neurology*, 60(1), 71–9, 2003.
- [5] UEDA, M. (2011). **Applied Tissue Engineering.** (D. Minoru, Ed.). InTech. <http://doi.org/10.5772/2630>
- [6] CHEN, Q., ZHU, C. & THOUAS, G. A. (2012). **Progress and challenges in biomaterials used for bone tissue engineering: bioactive glasses and elastomeric composites.** *Progress in Biomaterials*, 1(1), 2. <http://doi.org/10.1186/2194-0517-1-2>
- [7] VINCENT LEMAIRE, FRANK L.TOBIN, LARRY D. GRELLER, CAROLYN R. CHO, LARRY J. SUVA. **Modeling the interactions between osteoblast and osteoclast activities in bone remodeling.** *Journal of Theoretical Biology*, v. 229, p. 293 – 309, 2004.
- [8] ADAM MOROZ, MARTIN C. CRANE, GEOFF SMITH, DAVIS IAN WIMPENNY. **Phenomenological modelo f bone remodeling cycle containing osteocyte regulation loop.** *ByoSystems*, v. 84, p. 183 – 190, 2006.
- [9] MARTIN H. KROLL. **Parathyroid Hormone Temporal Effects on Bone Formation and Resorption.** *Bulletin of Mathematical Biology*, v. 62, p. 163 – 187, 2000.
- [10] KOICHI MATSUO, NAOKO IRIE. **Osteoclast – osteoblast communication.** *Archives of Biochemistry and Biophysics*, v. 473, p. 201 – 209, 2008.
- [11] SVETLANA V. KOMAROVA, ROBERT J. SMITH, S. JEFFREY DIXON, STEPHEN M. SIMS, LINDI M. WAHL. **Mathematical model predicts a critical role for osteoclast autocrine regulation in the control of bone remodeling.** *Bone* v. 33, p. 206 – 215, 2003.
- [12] BRUCE P AYATI, CLAIRE M EDWARDS, GLENN F WEBB, JOHN P WIKSWO. **A mathematical model of bone remodeling dynamics for normal bone cell populations and myeloma bone disease.** *Biology Direct*, v. 5, n. 28, 2010.
- [13] PETER PIVONKA, JAN ZIMAK, DAVID W. SMITH, BRUCE S. GARDINER, COLIN R. DUNSTAN, NATALIE A. SIMS, T. JOHN MARTIN, GREGORY R. MUNDY. **Model structure and control of bone remodeling: A theoretical study.** *Bone* v. 43, p. 249 – 263, 2008.
- [14] MURRAY, J. D. **Mathematical biology: I. An introduction.** Vol. 17. Springer Science & Business Media, 2007. ISBN: 978-0-387-22437-4.
- [15] D. EBERLY. (2011). **Tissue Engineering for tissue and organ regeneration.** Croacia: InTech.
- [16] SONG LI, NICOLAS L'H., JENNIFER E. (2011). **Stem cell and tissue engineering.** Reino Unido: World Scienti\_c.
- [17] FRANCO-REYES, R. **Modelación de patrones de vegetación mediante el modelo de Hardenberg – Lefever.** Tesis para obtener el grado de Licenciatura en Física Aplicada. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

- [18] I. FERNÁNDEZ-CERVANTES, M. A. MORALES, R. AGUSTÍN-SERRANO, M. CARDENAS-GARCÍA, P. V. PÉREZ-LUNA, B. L. ARROYO-REYES, et al. **Polylactic acid/sodium alginate/hydroxyapatite composite scaffolds with trabecular tissue morphology designed by a bone remodeling model using 3D printing**. Journal of Materials Science, v. 54, n. 13, 2019.
- [19] A.M. TURING, “**The chemical basis of morphogenesis**”, Philos. Trans. Roy. Soc., Vol. 237, pp. 37-72, (1952).
- [20] Z. WANG, S. LI Y S. RUAN. “**Travelling wave fronts in reaction-diffusion systems with spatio-temporal delays**”, J. Differential Equations, Vol. 222, pp. 185-232, (2006).
- [21] MARCO A. MORALES, SINUHÉ RUIZ-SALGADO, RICARDO AGUSTÍN-SERRANO, BENITO ZENTENO-MATEO, JOSÉ I. RODRÍGUEZ-MORA. **Design and mathematical modeling of polymeric phases to obtains controlled microporosity by materials by 3D printing**. Advanced Material Letters, v. 12, n. 11, 2021.
- [22] WALDERICH, B., SINGH, A. P., MAHALWAR, P. AND NÜSSLEIN-VOLHARD, C. **Homotypic cell competition regulates proliferation and tiling of zebrafish pigment cells during colour pattern formation**. Nature Communication, 1038/11462, 2016. DOI: 10.1038/ncomms11462.
- [23] MAHALWAR P., SINGH A.P., FADEEV A., NÜSSLEIN-VOLHARD C, IRION U. **Heterotypic interactions regulate cell shape and density during color pattern formation in zebrafish**. Biology Open, v. 5, pg. 1680-1690, 2016. DOI: 10.1242/bio.022251.
- [24] M. C. CROSS, P. C. HOHENBERG, **Pattern formation outside of equilibrium**, Rev. Mod. Phys. 65, (1993), pp. 851-1112.
- [25] F. MARTÍNEZ-AGUSTÍN, S. RUIZ-SALGADO, B. ZENTENO-MATEO, E. RUBIO, M.A. MORALES. **3D pattern formation from coupled Cahn-Hilliard and Swift-Hohenberg equations: Morphological phases transitions of polymers, block and diblock copolymers**. Computational Materials Science, v. 210, Julio 2022, 111431. DOI: 10.1016/j.commatsci.2022.111431.
- [26] GUEDE, D.; GONZÁLEZ, P. Y CAEIRO, J.R. **Biomecánica y hueso (I): Conceptos básicos y ensayos mecánicos clásicos**. Revista de Osteoporosis y Metabolismo Mineral, vol.5, n.1, pp.43-50, 2003. ISSN 2173-2345. <http://dx.doi.org/10.4321/S1889-836X2013000100008>.
- [27] BALART-GIMENO, R., QUILES-CARRILLO, L. et. al. **Viscoelasticidad. Comportamiento mecánico de materiales plásticos a largo plazo**. Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales (DIMM).
- [28] WU D., SPANOU A., DIEZ-ESCUDERO A., PERSSON C. **3D-printed PLA/HA composite structures as synthetic trabecular bone: A feasibility study using fused deposition modeling**. Journal of the mechanical behavior of biomedical materials, vol. 103, 103608, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2019.103608>.
- [29] M. S. SINGHVI; S. S. ZINJARDE, AND D. V. GOKHALE. “**Polylactic acid: Synthesis and biomedical applications**”, Journal of Applied Microbiology, vol. 127, n.º 6, pp. 1612–1626. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1111/jam.14290>

## CAPÍTULO 2

# LOS TEOREMAS DE LA FACTORIZACIÓN DE CORDERO EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

---

*Data de aceite: 01/11/2023*

**Ronald Cordero Méndez**

Universidad Internacional San Isidro  
Labrador. Costa Rica.

**RESUMEN:** Se presentan Los Teoremas de la Factorización de Cordero en el conjunto  $\mathbb{Z}$ . Ejemplos de aplicación de estos teoremas. Utilidad en el cálculo de números primos muy grandes, así como en la factorización de números enteros muy grandes. Contribución a la Teoría de Números en un problema del que no se tiene una solución eficiente como es la factorización de números enteros y material de apoyo para la construcción de software que permitan el cálculo de números primos muy grandes necesarios en la criptografía.

**PALABRAS CLAVE:** Factorización, números primos, números afortunados de Euler, Teoremas.

**ABSTRACT:** The Cordero Factorization Theorems in the set  $\mathbb{Z}$  are presented. Examples of application of these theorems. Useful in the calculation of very large prime numbers, as well as in the factorization of very large integers. Contribution to the Theory of Numbers in a problem for which

there is no efficient solution, such as the factorization of integers and support material for the construction of software that allows the calculation of very large prime numbers necessary in cryptography.

**KEYWORDS:** Factorization, prime numbers, Euler's lucky numbers, Theorems.

### 11 POLINOMIOS GENERADORES DE NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS.

Los números primos han sido tema de muchas investigaciones, muchas repetitivas que contribuyen poco al tema, lo que verifica la frase del gran matemático Leonhard Euler que dice: "Los matemáticos han intentado en vano, hasta la actualidad descubrir algún orden en la secuencia de números primos, y tenemos razones para creer que se trata de un misterio que la mente humana nunca resolverá" (Leonard Euler, 1707-1783, mencionado por Camacho y Camacho, 2020, p.85). Hasta el momento en el año 2022 este misterio no ha sido resuelto, por lo que creo que Euler puede estar en lo cierto. Leonhard Euler nació el 15 de abril de 1707 en

Basilea, Suiza y murió el 18 de septiembre de 1782 en San Petersburgo, Rusia (Aznar, 2007). Extraordinario matemático del siglo XVIII.

Otra frase que lo afirma dice:

El encanto de los números primos consiste quizás en la imposibilidad de explicar en qué orden aparecen. Cada uno se dispersa a su antojo, cumpliendo la condición de no tener más divisores que el uno y él mismo. Aunque no cabe duda de que cuanto más grandes son, más difícil resulta encontrarlos, y es imposible predecir su aparición siguiendo ninguna regla... "La fórmula preferida del profesor (Ogawa, 2003, mencionado por Frases y Pensamientos, s.f., párr. 4)

Nuestra pregunta ahora es cómo encontrar números primos, si no es posible encontrar una fórmula polinomial o de otro tipo que nos genere todos y cada uno de los números primos, o por lo menos una fórmula que genere solamente números primos aunque no sean consecutivos.

En algún momento dado aparecen los números compuestos que se mezclan con los números primos, por lo que me lleva a suponer que el cribado es una buena opción para encontrar números primos grandes.

Con ayuda de los polinomios  $P(n) = n^2 + n + p$ , donde  $p = 2, 3, 5, 11, 17, 41$  que resulta ser polinomios que generan números primos cuando  $n$  toma valores desde 0 hasta  $n = p - 2$ , y luego generan números compuestos y primos mezclados, por lo que el problema de encontrar una fórmula que genere solamente números primos no lo resuelve este tipo de polinomios. Pero encontrar una fórmula que genere los números compuestos que son generados por estos polinomios es el tema de la investigación además de buscar un procedimiento que ayude a cribar los números primos.

## 2 | POLINOMIOS DE LA FORMA $P(n) = n^2 + n + p$ , DONDE $p = 2, 3, 5, 11, 17, 41$ .

Los polinomios  $P(n) = n^2 + n + p$ , generan números primos, por ejemplo, se generan los números primos: 41, 43, 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 181, 151, 173, 197, 223, 251, 281, 313, 347, 383, 421, 461, 503, 547, 593, 641, 691, 743, 707, 853, 911, 971, 1033, 1097, 1163, 1231, 1301, 1373, 1447, 1523, 1601

cuando  $P(n) = n^2 + n + 41$  y desde  $n = 0$  hasta  $n = 41 - 2 = 39$ , en total 40 números primos, pero a partir de  $n = 40$  se generan números compuestos y números primos. A este polinomio se le llama polinomio de Euler.

Otra forma de escribir el polinomio de Euler es  $P(n) = n^2 - n + 41$ , pero éste genera los números primos anteriores cuando,  $n$  toma valores desde 1 hasta 40.

Otro polinomio de esta forma que genera números primos es  $P(n) = n^2 + n + 17$  desde  $n = 0$  hasta  $n = 17 - 2 = 15$ , el cual fue descubierto por el matemático Adrien Marie Legendre:

Legendre nació en París en el año 1752 en una familia rica. Recibió educación en el Collage Mazarin en París, y defendió su tesis en física y matemática en 1770. Murió en París en el año 1833, después de una larga y penosa enfermedad. Su viuda conservó cuidadosamente las pertenencias del matemático para preservar su memoria. El último lugar donde vivió fue en el pueblo de Auteuil en París, Francia (Fernández y Tamaro, 2004, párr.1)

### 3 I LOS NÚMEROS AFORTUNADOS DE EULER

Primero dejemos claro que Goldbach y Legendre demostraron que no es posible encontrar un polinomio que dé números primos para todo número natural, el primero lo demostró para coeficientes enteros y el segundo para funciones algebraicas racionales.

El matemático Rabinowitz demostró que  $P(n) = n^2 + n + p$  da números primos para  $n = 0, \dots, p - 2$  si y solo si  $1 - 4p$  es el negativo de un número de Heegner, que son los únicos números positivos  $k$ , que cumplen no ser cuadrados perfectos y que en el anillo de enteros del cuerpo  $\mathbb{Q}(\sqrt{-k})$  es de factorización única.

Los números de Heegner son: 1, 2, 3, 7, 11, 19, 43, 67, 163.

Además los números afortunados de Euler son los enteros positivos  $p$ , para los que  $1 - 4p = -k$ , siendo  $k$  un número de Heegner, y mediante comprobación obtenemos que los únicos posibles son 2, 3, 5, 11, 17, 41 y el número de Heegner asociado al 41 es el 163.

### 4 I PROBLEMÁTICA DE LA FACTORIZACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

No se ha encontrado un procedimiento eficiente para factorizar completamente (en sus factores primos) un número entero muy grande. Los números enteros muy grandes más difíciles de factorizar son aquellos que tienen solamente dos factores diferentes de uno y de aproximadamente el mismo tamaño.

En 1970 el límite era 20 dígitos, luego con el método de las fracciones continuas de Brillhart- Morrison se llegó a 50 dígitos en 1980. En el año 1994 se logra factorizar números de 100 dígitos por medio del método de la criba cuadrática de Carl Pomerance y luego se añaden métodos de factorización de números enteros como el de cuerpos algebraicos de Pollard y el método de Lenstra el cual utiliza curvas elípticas.

El algoritmo de criba cuadrática (QS), es un algoritmo de factorización de números enteros y en la práctica es el segundo método más rápido conocido superado en poco por la criba general del cuerpo de números. Es de propósito general, lo que significa que su tiempo de ejecución únicamente depende del tamaño del número entero y no sobre una estructura especial o de propiedades.

La factorización de curva elíptica de Lenstra o método de factorización de curva elíptica es un rápido algoritmo de tiempo de ejecución sub-exponencial para la factorización de enteros que utiliza curvas elípticas. Es el tercer método más rápido conocido de

factorización, superado por el algoritmo de la criba cuadrática (QS) y por la criba general del cuerpo de números.

El método de factorización de curva elíptica es de propósito especial y el más adecuado para encontrar factores pequeños, útil para encontrar divisores que no superen los 20 o 25 dígitos, así como su tiempo de ejecución está dominado por el tamaño del factor más pequeño, en lugar de por el tamaño del número a factorizar. Frecuentemente este método se utiliza para eliminar factores pequeños de un entero muy grande con muchos factores; si el entero resultante es todavía compuesto, entonces solo tiene factores grandes y es factorizado mediante el uso de técnicas de propósito general. El factor más grande encontrado con este método cuenta con 75 dígitos y fue descubierto el 2 de agosto del 2012 por Samuel Wagstaff. Incrementando el número de curvas probadas se mejoran las posibilidades de encontrar un factor. Hay consenso de que la factorización de números es un problema difícil, pero los avances nos dan una esperanza, quizás haya una solución muy pronto.

Hoy día la computación cuántica enfrenta el reto matemático de factorizar en números primos números enteros muy grandes. Investigadores de la Universidad Politécnica de Madrid en España han abordado el reto de factorizar números muy grandes en sus factores primos utilizando un dispositivo cuántico que simula la aritmética, en vez de calcular.

Pero la complejidad para factorizar un número muy grande se ha aprovechado para realizar algoritmos de criptografía que permiten mantener información privada segura. La criptografía es el estudio de las técnicas matemáticas relacionadas con los aspectos de seguridad informática tal como: la confidencialidad, la integridad de datos, la autenticidad y el no rechazo. Hay dos tipos de criptografía: criptografía simétrica o de clave privada y criptografía asimétrica o de clave pública. La principal aplicación de la criptografía es proteger la información para evitar que sea accesible a observadores no autorizados. Verificar que un mensaje no haya sido modificado a conveniencia por ejemplo. Es aquí donde la matemática juega un papel muy importante, y sobre todo los números primos muy grandes, puesto que los números primos muy grandes de más de 100 dígitos permiten formar semiprimos o biprimos que son el producto de dos números primos muy grandes y que sirven de códigos de seguridad, por su dificultad para ser factorizados.

La factorización de un número natural o entero necesita de más estudio, actualmente no se tiene un procedimiento 100% eficaz y eficiente, y esto no es producto de falta de investigación, puesto que en la historia de la matemática podemos considerar que valiosos genios de la humanidad trabajaron para encontrar una solución, como es el caso del francés Pierre de Fermat (1601-1665) y el Suizo Leonhard Euler (1707-1783).

El creciente desarrollo de la tecnología y la construcción de diferentes algoritmos matemáticos no han podido darle fin a la rapidez y eficiencia que debe tener un software que factorice números enteros, esto deja en evidencia el reto de los matemáticos actuales y futuros en el estudio de este tema.

## 5 | NÚMEROS COMPUESTOS Y PRIMOS GENERADOS POR POLINOMIOS.

¿Puede un polinomio no constante, de coeficientes enteros, tomar solamente valores primos?; la respuesta es no, ¿por qué?, debido al siguiente teorema.

Teorema.

Si  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$  tiene grado positivo, entonces existe una cantidad infinita

de números naturales  $n$  para los cuales  $f(n)$  es un número compuesto.

La otra pregunta que podemos hacernos es la siguiente:

¿Todo polinomio no constante  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$  (conjunto de todos los polinomios de coeficientes enteros) puede generar infinita cantidad de números primos? Intrigante pregunta. Bouniakowsky y luego Schinzel y Sierpinski (1958) conjeturaron que si  $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$  irreducible, primitivo, es decir, el máximo común divisor de sus coeficientes enteros es igual a 1 y si más aún no hay ningún primo que divida a todos los valores de  $f(n)$  para enteros arbitrarios  $n$ , entonces este tipo de polinomios siempre generan números primos. (Revista Colombiana de Matemáticas. Vol XXI (1987). pág 263).

## 6 | EL TEOREMA PRINCIPAL.

**TEOREMA.**

Sea  $p$  un número primo y hagamos  $f_p = n^2 + n + p$ . Entonces las siguientes condiciones son equivalentes:

- i.  $p=2,3,4,11,17,41$
- ii.  $f_p(n)$  es un número primo para  $n=0,1,2,3,\dots,p-2$
- iii.  $\mathbb{Q}(\sqrt{1-4p})$  tiene número de clase igual a 1.

Tenemos que i.  $\rightarrow$  ii., basta con sustituir  $p$  por 2,3,4,11,17,41 y verificar que en efecto se generan números primos desde  $n=0$  hasta  $n=p-2$ .

La equivalencia de las condiciones ii.  $\rightarrow$  iii. fue demostrada por primera vez por Rabinovitch en 1912 y en 1936 es demostrada por Lehmer. Mientras que iii.  $\rightarrow$  ii. es demostrada por Szekeres en 1974 y por Ayoub y Chowla en 1981. (Revista Colombiana de Matemáticas. Vol XXI (1987). pág 281).

## 7 | IMPORTANCIA DE FACTORIZAR NÚMEROS ENTEROS GRANDES

Los algoritmos criptográficos se basan en un problema computacionalmente difícil de resolver, la mayoría de los algoritmos empleados en criptografía de llave pública, tienen como problema a resolver la factorización prima de números grandes. El más usado en la actualidad es el algoritmo RSA, descubierto por Ron Rivest, Adi Shamir y Len Adleman, de ahí sus iniciales RSA. El RSA es el algoritmo de llave pública más usado en el planeta, tanto para cifrado y descifrado como para fines digitales.

El algoritmo RSA es seguro mientras la llave privada solo la conozca el dueño. La

llave pública y privada se encuentran matemáticamente relacionadas de tal manera que a partir de la llave pública sea imposible generar la llave privada.

La fortaleza del algoritmo radica en la dificultad para factorizar números grandes, y lo cual hasta el momento no tiene una solución satisfactoria y definitiva.

## 8 I LOS TEOREMAS DE LA FACTORIZACIÓN DE CORDERO EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

Los teoremas aquí publicados, y sus aplicaciones, aunque no resuelven el difícil problema de factorizar completamente un número entero muy grande, son muy útiles para factorizar en dos factores un número entero, sin necesidad de recurrir a software, test de primalidad, o divisiones sucesivas. La factorización de estos números de forma polinomial cuadrática se puede encontrar utilizando fórmulas matemáticas descubiertas por el autor de este artículo.

### 8.1 Primer Teorema de la factorización de Cordero en Z

Teorema que permite factorizar en dos factores números de la forma  $n^2 + n + p$  donde  $n \in \mathbb{Z}$

Sea  $r, s, x, k \in \mathbb{Z}$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ .

- 1) Si  $n = ((rs - r + 1)^2 \cdot x^2 - (rs - r + 1)(rs - r + 2s - 1) \cdot x + p \cdot (rs - r + 1)^2 + (rs + s + 1)(s - 2) + r + 2)(k - 1) + r(rs - r + 1) \cdot x^2 - (r(r + 2)(s - 2) + r^2 + 3r + 1)x + pr(rs - r + 1) + (r + 1)(s - 1)$

entonces:  $n^2 + n + p$  es compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = (rs - r + 1)^2 \cdot x^2 - (rs - r + 1)(rs - r + 2s - 1) \cdot x + p \cdot (rs - r + 1)^2 + (rs + s + 1)(s - 2) + r + 2$$

$$f_2 = \frac{n^2+n+p}{f_1} = f_1 * (k - 1)^2 + (2\beta + 1)(k - 1) + r^2x^2 - r(r + 2)x + pr^2 + r + 1$$

- 2) Si  $n = ((rs - r + 1)^2 \cdot x^2 - (rs - r + 1)(rs - r + 2s - 1) \cdot x + p \cdot (rs - r + 1)^2 + (rs + s + 1)(s - 2) + r + 2)(k + 1) - r(rs - r + 1) \cdot x^2 - (r(r + 2)(s - 2) + r^2 + 3r + 1)x + pr(rs - r + 1) + (r + 1)(s - 1) + 1$

entonces:  $n^2 + n + p$  es compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = (rs - r + 1)^2 \cdot x^2 - (rs - r + 1)(rs - r + 2s - 1) \cdot x + p \cdot (rs - r + 1)^2 + (rs + s + 1)(s - 2) + r + 2$$

$$f_2 = \frac{n^2+n+p}{f_1} = f_1 * (k + 1)^2 - (2\beta + 1)(k + 1) + r^2x^2 - r(r + 2)x + pr^2 + r + 1$$

Con  $\beta = r(rs - r + 1) \cdot x^2 - (r(r + 2)(s - 2) + r^2 + 3r + 1)x + pr(rs - r + 1) + (r + 1)(s - 1)$

Nota:  $r$  y  $s$  no pueden ser cero simultáneamente.

También es importante aclarar que el teorema es válido en el conjunto de los

números reales y en el conjunto de los números complejos, es decir que las variables pueden ser sustituidos por números complejos y el Teorema se cumple.

### 8.1.1 Aplicaciones del Primer Teorema de La Factorización de Cordero en el Conjunto $\mathbb{Z}$ .

Si damos valores enteros a las variables que conforman las fórmulas del Primer Teorema de La Factorización de Cordero en los enteros, podemos encontrar la factorización en dos factores de los números de la forma  $n^2 + n + p$  con  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ . Es importante aclarar que los cinco teoremas que aquí se publican son válidos en cualquier conjunto numérico, es decir las variables pueden ser sustituidas por números naturales, enteros, racionales, irracionales, reales o complejos y los teoremas se cumplen. Pero el objetivo de esta publicación es factorizar números naturales, por lo que nos limitaremos a dar solamente valores enteros a las variables que contienen las fórmulas.

#### Aplicación 1

Sea  $r = 239, s = 678, x = 100, k = 451$  y  $p = 41$  tenemos que:

$$rs - r + 1 = 239 * 678 - 239 + 1 = 161804$$

$$rs - r + 2s - 1 = 239 * 678 - 239 + 2 * 678 - 1 = 163158$$

$$rs + s + 1 = 239 * 678 + 678 + 1 = 162721$$

Luego:

$$f_1 = (rs - r + 1)^2 \cdot x^2 - (rs - r + 1)(rs - r + 2s - 1) \cdot x + p \cdot (rs - r + 1)^2 + (rs + s + 1)(s - 2) + r + 2$$

$$f_1 = 161804^2 * 100^2 - 161804 * 163158 * 100 + 41 * 161804^2 + 162721 * 676 + 241 = 260238894367493$$

$$\beta = r(rs - r + 1) \cdot x^2 - (r(r + 2)(s - 2) + r^2 + 3r + 1)x + pr(rs - r + 1) + (r + 1)(s - 1)$$

$$\beta = 239 * 161804 * 100^2 - (239 * 241 * 676 + 239^2 + 3 * 239 + 1) * 100 + 41 * 239 * 161804 + 240 * 677 = 384397763576$$

$$n = f_1 * (k - 1) + \beta$$

$$n = 260238894367493 * 450 + 384397763576 = 117107886863135426$$

$$f_1 = f_1 * (k - 1)^2 + (2\beta + 1)(k - 1) + r^2 x^2 - r(r + 2)x + pr^2 + r + 1$$

$$f_2 = 260238894367493 * 450^2 + (2 * 384397763576 + 1) * 450 + 239^2 * 100^2 - 239 * 241 * 100 + 41 * 239^2 + 239 + 1 = 52698722067972343651$$

Por el Primer Teorema de la Factorización de Cordero en los enteros,

$$\begin{aligned} 117107886863135426^2 + 117107886863135426 + 41 \\ = 260238894367493 * 52698722067972343651 \end{aligned}$$

Factorizado en sus factores primos es:

$$\begin{aligned} 117107886863135426^2 + 117107886863135426 + 41 \\ = 4943 * 150401 * 16419517 * 649305521 * 1730300293 \end{aligned}$$

Aunque el Teorema no logra la factorización completa, es muy útil porque logra factorizar el número en dos factores utilizando fórmulas matemáticas y sin necesidad de recurrir a test de primalidad, calculadoras factorizadoras de números, divisiones sucesivas o software.

Obsérvese que a pesar de que:

$1171078868631354262 + 117107886863135426 + 41 = 137142571655489270032$   
49522479336943 es un número grande (36 dígitos) su factorización prima tiene solamente 5 factores,

### Aplicación 2.

Sea  $r = 139$ ,  $s = 1608$ ,  $x = -15$ ,  $k = -451$  y  $p = 11$  tenemos que:

$$rs - r + 1 = 139 * 1608 - 139 + 1 = 223374$$

$$rs - r + 2s - 1 = 139 * 1608 - 139 + 2 * 1608 - 1 = 226588$$

$$rs + s + 1 = 139 * 1608 + 1608 + 1 = 225121$$

Luego:

$$f_1 = (rs - r + 1)^2 * x^2 - (rs - r + 1)(rs - r + 2s - 1) * x + p * (rs - r + 1)^2 + (rs + s + 1)(s - 2) + r + 2$$

$$f_1 = 223374^2 * (-15)^2 - 223374 * 226588 * (-15) + 11 * 223374^2 + 225121 * 1606 + 141 = 12535012317883$$

$$\beta = r(rs - r + 1) * x^2 - (r(r + 2)(s - 2) + r^2 + 3r + 1)x + pr(rs - r + 1) + (r + 1)(s - 1)$$

$$\beta = 139 * 223374 * (-15)^2 - (139 * 141 * 1606 + 139^2 + 3 * 139 + 1) * (-15) + 11 * 139 * 223374 + 140 * 1607 = 7800221671$$

$$n = f_1 * (k + 1) - (\beta + 1)$$

$$n = 12535012317883 * (-450) - 7800221672 = -5640763343269022$$

$$f_2 = f_1 * (k + 1)^2 - (2\beta + 1)(k + 1) + r^2 x^2 - r(r + 2)x + pr^2 + r + 1$$

$$f_2 = 12535012317883 * (-450)^2 - (2 * 7800221671 + 1) * (-450) + 139^2 * (-15)^2 - 139 * 141 * (-15) + 11 * 139^2 + 139 + 1 = 2538347014575665731$$

Por el Primer Teorema de la Factorización de Cordero en los enteros,

$$\begin{aligned} & (-5640763343269022)^2 + -5640763343269022 + 11 \\ & = 12535012317883 * 2538347014575665731 \end{aligned}$$

Factorizado en sus factores primos es:

$$\begin{aligned} & (-5640763343269022)^2 + -5640763343269022 + 11 \\ & = 11^2 * 797 * 129\ 981359 * 245\ 154001 * 10354\ 091731 \end{aligned}$$

Su factorización completa tiene 6 factores que son pocos, tomando en cuenta que el número a factorizar es grande. Utilizando calculadoras factorizadoras de números enteros, como la de Dario Alpern (véase, 4. Factorization using the Elliptic Curve Method) de <https://www.alpertron.com.ar/ECM.HTM>. Podemos factorizar números muy grandes con factores que sobrepasan los 100 dígitos, véase [www.REVISTAELLABRADOR.com](http://www.REVISTAELLABRADOR.com). Primer Teorema de La Factorización de Cordero en los números enteros.

## 8.2 Segundo Teorema de la factorización de Cordero en $\mathbb{Z}$

Este teorema es la culminación de un resultado matemático (El teorema de la multiplicación de Cordero en  $\mathbb{Z}$ ), publicado por Ronald Cordero Méndez en: Memorias de Fimat 2020, que lo puede encontrar en: [libro\\_memorias\\_fimat\\_concites\\_2020\\_c.pdf](http://libro_memorias_fimat_concites_2020_c.pdf), página 104.

Sea  $s, x, T \in \mathbb{Z}, s \neq 0, p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$

- 1) Si  $n = (s^2 x^2 + s(s - 2)x + ps^2 - s + 1) * T + sx^2 + (s - 1)x + ps - 1$  entonces  $n^2 + n + p$  es compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = s^2 x^2 + s(s - 2)x + ps^2 - s + 1$$

$$f_2 = \frac{n^2+n+p}{f_1} = f_1 T^2 + (2\beta + 1)T + x^2 + x + p \quad \text{con } \beta = sx^2 + (s - 1)x + sp - 1$$

- 2) Si  $n = (s^2 x^2 + s(s - 2)x + ps^2 - s + 1) * T - (sx^2 + (s - 1)x + ps)$  entonces  $n^2 + n + p$  es compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = s^2 x^2 + s(s - 2)x + ps^2 - s + 1$$

$$f_2 = \frac{n^2+n+p}{f_1} = f_1 T^2 - (2\beta + 1)T + x^2 + x + p \quad \text{con } \beta = sx^2 + (s - 1)x + sp - 1$$

Este Teorema al igual que el primer teorema, su objetivo es encontrar una factorización en dos factores de números de la forma  $n^2 + n + p$  con  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$ .

### 8.2.1 Aplicaciones del Segundo Teorema de la Factorización de Cordero en los números enteros.

#### Aplicación 1

Sea  $s = 678, x = -80, T = 12$  y  $p = 41$  tenemos que:

$$f_1 = s^2x^2 + s(s-2)x + ps^2 - s + 1$$

$$f_1 = 678^2(-80)^2 + 678 * 676 * (-80) + 41 * (678)^2 - 678 + 1$$

$$f_1 = 2924157727$$

$$\beta = sx^2 + (s-1)x + sp - 1$$

$$\beta = 678 * (-80)^2 + 677 * (-80) + 678 * 41 - 1 = 4312837$$

Calculemos los dos valores para

$$n_1 = (s^2x^2 + s(s-2)x + ps^2 - s + 1) * T + sx^2 + (s-1)x + ps - 1$$

$$n_1 = 2924157727 * 12 + 4312837 = 35094205561$$

$$n_2 = (s^2x^2 + s(s-2)x + ps^2 - s + 1) * T - (sx^2 + (s-1)x + ps)$$

$$n_2 = 2924157727 * 12 - 4312837 = 35085579886$$

Luego:

Primer caso:

$$f_2 = f_1 T^2 + (2\beta + 1)T + x^2 + x + p$$

$$\begin{aligned} f_2 &= 2924157727 * 12^2 + (2 * 4312837 + 1) * 12 + (-80)^2 - 80 + 41 \\ &= 421182227149 \end{aligned}$$

Así:

$$(n_1)^2 + n_1 + p = f_1 * f_2$$

$$(35094205561)^2 + 35094205561 + 41 = 2924157727 * 421182227149$$

Su factorización completa es:

$$(35094205561)^2 + 35094205561 + 41 = 563 * 748103423 * 2924157727$$

Segundo caso:

$$f_2 = f_1 T^2 - (2\beta + 1)T + x^2 + x + p$$

$$\begin{aligned} f_2 &= 2924157727 * 12^2 - (2 * 4312837 + 1) * 12 + (-80)^2 - 80 + 41 \\ &= 420975210949 \end{aligned}$$

Así;

$$(n_2)^2 + n_2 + p = f_1 * f_2$$

$$(35085579886)^2 + 35085579886 + 41 = 2924157727 * 420975210949$$

Y esta es su factorización completa, o sea es un biprimo.

### 8.3 Tercer Teorema de la factorización de Cordero en $\mathbb{Z}$

Este teorema se utiliza en la factorización de los números de la forma  $4n^2 + 4p - 1$  con  $p \in \{2,3,5,11,17,41\}$ . Al igual que el primer y segundo teoremas de la factorización de Cordero en el conjunto de los números enteros, su factorización es de dos factores, y estos pueden ser compuestos, uno primo y el otro compuesto o los dos factores pueden dar números primos.

Sea  $s, x, T \in \mathbb{Z}, s \neq 0, p \in \{2,3,5,11,17,41\}$

1) Si  $n = \frac{x^2 - x + p - 1}{2}$  entonces  $4n^2 + 4p - 1$  es un número compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = x^2 - 3x + p + 2 \quad y \quad f_2 = x^2 + x + p$$

2) Si  $n = [s^2x^2 + s(s-2)x + ps^2 - s + 1] * T \pm$

$\left[ \frac{s(3s-2)x^2 + (3s^2-8s+2)x + ps(3s-2)-3s+4}{2} \right]$  entonces  $4n^2 + 4p - 1$  es un número compuesto

y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = s^2x^2 + s(s-2)x + ps^2 - s + 1 \quad y$$

$$\begin{aligned} f_2 &= 4f_1T^2 \pm 8T\beta + (3s-2)^2x^2 + (3s-2)(3s-8)x \\ &+ \frac{(3s^2-8s+2)^2 + (3s-2)[3s^3(p-1) - s^2(2p-11) - 13s+2]}{s^2} \end{aligned}$$

Donde  $\beta = \left[ \frac{s(3s-2)x^2 + (3s^2-8s+2)x + ps(3s-2)-3s+4}{2} \right]$

#### 8.3.1 Aplicaciones del Tercer Teorema de la Factorización de Cordero en el Conjunto de los números enteros.

##### Aplicación 1

Sea  $x = 90, p = 17, n = \frac{x^2 - x + p - 1}{2} = \frac{90^2 - 90 + 17 - 1}{2} = 4013$

$$f_1 = x^2 - 3x + p + 2 = 90^2 - 3 * 90 + 17 + 2 = 7849$$

$$f_2 = x^2 + x + p = 90^2 + 90 + 17 = 8207$$

Luego:  $4n^2 + 67 = 4 * 4013^2 + 67 = 7849 * 8207$

## Aplicación 2

Sea  $s = 54, x = -24, p = 11, T = 13$

$$f_1 = s^2x^2 + s(s-2)x + ps^2 - s + 1 \\ = 2916 * 576 + 54 * 52 * (-24) + 11 * 2916 - 54 + 1 = 1644247$$

$$\beta = \frac{s(3s-2)x^2 + (3s^2-8s+2)x + ps(3s-2) - 3s + 4}{2} \\ = \frac{54 * 160 * 576 + 8318 * (-24) + 11 * 54 * 160 - 162 + 4}{2} \\ = 2435945$$

$$f_2 \\ = 4f_1T^2 \pm 8T\beta + (3s-2)^2x^2 + (3s-2)(3s-8)x \\ + \frac{(3s^2-8s+2)^2 + (3s-2)[3s^3(p-1) - s^2(2p-11) - 13s + 2]}{s^2} \\ = 4 * 1644247 * 169 \pm 8 * 13 * 2435945 + 160^2 * 576 + 160 * 154 * (-24) \\ + \frac{69189124 + 160 * (472392 * 10 - 2916 * 11 - 13 * 54 + 2)}{2916}$$

$$f_2 = 4 * 1644247 * 169 + 8 * 13 * 2435945 + 160^2 * 576 + 160 * 154 * (-24) \\ + 281129$$

$$f_2 = 1379284621$$

ó

$$f_2 = 4 * 1644247 * 169 - 8 * 13 * 2435945 + 160^2 * 576 + 160 * 154 * (-24) \\ + 2811 = 872608061$$

Luego:

$$n = [s^2x^2 + s(s-2)x + ps^2 - s + 1] * T \\ \pm \left[ \frac{s(3s-2)x^2 + (3s^2-8s+2)x + ps(3s-2) - 3s + 4}{2} \right]$$

$$n = 1644247 * 13 + 2435945 = 23811156$$

ó

$$n = 1644247 * 13 + 2435945 = 23811156$$

Así:

$$4n^2 + 4p - 1$$

$$4 * 23811156^2 + 43 = 1644247 * 1379284621$$

ó

$$4 * 18939266^2 + 43 = 1644247 * 872608061$$

## 8.4 Cuarto Teorema de la factorización de Cordero en Z

Factorizar números enteros en sus factores primos utilizando fórmulas matemáticas no ha sido posible hasta el momento. Las fórmulas aquí publicadas permiten factorizar en dos factores algunos números enteros que tienen forma polinomial. El Cuarto Teorema de la Factorización de Cordero al igual que los anteriores permite factorizar en dos factores que pueden ser: primos los dos factores, uno primo y el otro compuesto o los dos compuestos.

Sea  $s, x, T \in \mathbb{Z}, s \neq 0$  y  $p \in \{3, 5, 11, 29\}$

1) Si  $n = (4s^2x^2 + 4sx + 2ps^2 + 1) * T \pm (2sx^2 + x + sp)$

entonces:  $2n^2 + p$  es compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = 4s^2x^2 + 4sx + 2ps^2 + 1$$

$$f_2 = \frac{2n^2 + p}{f_1} = 2f_1T^2 \pm 4\beta T + 2x^2 + p$$

Con  $\beta = 2sx^2 + x + sp$

2) Si  $n = (2x^2 + p) * T \pm (2sx^2 + x + sp)$

entonces:  $2n^2 + p$  es compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = 2x^2 + p$$

$$f_2 = \frac{2n^2 + p}{f_1} = 2f_1T^2 \pm 4\beta T + 2f_1s^2 + 4sx + 1$$

Con  $\beta = 2sx^2 + x + sp$

### 8.4.1 Aplicaciones del Cuarto Teorema de la Factorización de Cordero en los números enteros.

#### Aplicación 1.

Sea  $s = 48, x = 23, p = 29, T = 12$

$$f_1 = 4s^2x^2 - 4sx + 2ps^2 + 1$$

$$f_1 = 4 * (48)^2(23)^2 - 4 * 48 * 23 + 2 * 29 * 48^2 + 1 = 5004481$$

$$n = (4s^2x^2 - 4sx + 2ps^2 + 1) * T \pm (2sx^2 - x + sp)$$

$$n = 5004481 * 12 + (2 * 48 * 23^2 - 23 + 48 * 29) = 60105925$$

Ó

$$n = 5004481 * 12 - (2 * 48 * 23^2 - 23 + 48 * 29) = 60001619$$

$$f_2 = \frac{2n^2+p}{f_1} = 2f_1T^2 \pm 4\beta T + 2x^2 + p$$

$$f_2 = 2 * 5004481 * 144 + 4 * 52153 * 12 + 2 * 23^2 + 29 = 1443794959$$

ó

$$f_2 = 2 * 5004481 * 144 - 4 * 52153 * 12 + 2 * 23^2 + 29 = 1438788271$$

Luego:

$$2 * 60105925^2 + 29 = 5004481 * 1443794959$$

ó

$$2 * 60001619^2 + 29 = 5004481 * 1438788271$$

### **Aplicación 2.**

Sea  $s = 8, x = 5, p = 29, T = 11$

$$f_1 = 2x^2 + p = 2 * 25 + 29 = 79$$

$$\beta = 2sx^2 + x + sp = 2 * 8 * 25 + 5 + 8 * 29 = 637$$

$$n = (2x^2 + p) * T + (2sx^2 + x + sp) = 79 * 11 + 637 = 1506$$

ó

$$n = (2x^2 + p) * T - (2sx^2 + x + sp) = 79 * 11 - 637 = 232$$

Luego:

$$f_2 = 2f_1T^2 + 4\beta T + 2f_1s^2 + 4sx + 1 =$$

$$2 * 79 * 121 + 4 * 637 * 11 + 2 * 79 * 64 + 4 * 8 * 5 + 1 = 57419$$

$$f_2 = 2f_1T^2 - 4\beta T + 2f_1s^2 + 4sx + 1 =$$

$$2 * 79 * 121 - 4 * 637 * 11 + 2 * 79 * 64 + 4 * 8 * 5 + 1 = 1363$$

Tenemos:

$$2 * 1506^2 + 29 = 79 * 57419$$

$$2 * 232^2 + 29 = 79 * 136$$

## **8.5 Quinto Teorema de la Factorización de Cordero en $\mathbb{Z}$**

Sea  $s, x, T, r \in \mathbb{Z}$ ,  $s, r \neq 0$  y  $p \in \{2, 3, 5, 11, 17, 41\}$

Si  $n = (s^2x^2 + sx + p)(r * T + 1) - r(sx + 1) + 1$  entonces  
 $n^2 + (r - 2)n + pr^2 - r + 1$  es un número compuesto y dos de sus factores tienen la forma:

$$f_1 = s^2x^2 + sx + p$$

$$f_2 = f_1(r * T + 1)^2 - r(2sx + 1)(r * T + 1) + r^2$$

### 8.5.1 Aplicaciones del Quinto Teorema de la Factorización de Cordero en el Conjunto de los números enteros.

#### Aplicación 1

Sea  $s = -8$ ,  $r = 11$ ,  $x = 6$ ,  $T = -4$ ,  $p = 41$

$$p(n) = n^2 + 9n + 4951$$

$$n = (64 * 36 - 8 * 6 + 41) * (-43) - 11 * (-8 * 6 + 1) + 1$$

$$n = 2297 * (-43) + 11 * 47 + 1$$

Donde:

$$f_1 = 2297 \quad y \quad n = -98253$$

$$f_2 = 2297 * (-43)^2 - 11 * 43 * 95 + 121 = 4202339$$

Entonces:

$$(-98253)^2 + 9 * (-98253) + 4951 = 9652772683 = 2297 * 4202339$$

Y ambos factores son números primos.

## REFERENCIAS

Aznar, E. (2007). *Leonhard Euler Matemático* (1707 Basilea. Suiza, 1783 San Petersburgo, Rusia). <https://www.ugr.es/eaznar/euler.htm>

Camacho, J. y Camacho, O. (2020). *Dos Científicos Bajo Un Fresno: Un Viaje A La Ciencia. En Doce Escritos*. Google Books.

Fernández, T. y Tamaro, E. (2004). *Adrien-Marie Legendre*. <https://www.biografiasyvidas.com/biografia/l/legendre.htm>

Frases y pensamientos. (s.f.). *Frases de números primos*. <https://www.frasesypensamientos.com.ar/frases-de-numeros-primos.html>

Ayoub, R. and Chowla, S., *On Euler's polynomial*. J. Nb. Th., 13, 1981.

Borevish, Z. I. and Shafarevich, I. R. , *Number Theory*. Academic press, New York, 1966.

Cohn, H., *Advanced Number Theory*. Dover Publ., New York, 1962.

Goldfeld, D., *Gauss' class number problem for imaginary quadratic fields*. Bull. Amer. Math. Soc., 13, 1985.

Lehmer, D.H., *On the function* . Sphinx 6, 1936.

Paulo Ribenboim. *Revista Colombiana de matemáticas*. Vol. XXI (1987). Queen University. Kingston, Ontario, Canadá.

R. Balister, B. Bollobás, R. Morris, *The sharp threshold for making squares*, Ann. Math. **188** (2018) 49-143.

C. Pomerance, *A Tale of Two Sieves*, Notices Amer. Math. Soc. **43** n° 12 (1996) 1473-1485.

Memorias de FIMAT. 2020. XII Festival Internacional de Matemáticas - XXII Congreso Nacional de Ciencias, Tecnología y Sociedad. Pàgs. 104-106

Biografias y Vidas.com

## CAPÍTULO 3

# OPTIMIZACIÓN DE PROCESOS PARA LA PRODUCTIVIDAD EN UNA EMPRESA DE CIUDAD JUÁREZ

---

*Data de aceite: 01/11/2023*

### **Felipe Dávila Soltero**

Profesor del TECNM campus Ciudad Juárez, de la carrera de Ingeniería en Gestión Empresarial

### **Beatriz Eugenia Ochoa Rivera**

Profesora del TECNM campus ciudad Juárez.

### **Miguel Ángel Hernández Rivera**

Profesor del TECNM Campus Ciudad Juárez.

### **Ezequiel Gaytán Duarte**

Profesor del TECNM Campus Ciudad Juárez.

### **Blanca Ivonne Márquez Rodríguez**

Maestra del TECNM Campus Ciudad Juárez.

**RESUMEN**—Este informe surge por la necesidad de generar mejoras en la empresa, es un cambio necesario tanto en los procesos de realización del servicio, así como en la manera de capacitar a los empleados. Basado en la experiencia y el tiempo de trabajo en el ámbito correspondiente al giro de esta, tomaremos en cuenta los factores que influyen en

su desarrollo, dadas las premisas de la organización, que tiene una dirección clara a la productividad y la efectividad en los procesos.

### **PALABRAS**

**CLAVE**—Procesos, requerimientos, productividad, capacitación y mejora continua.

## INTRODUCCIÓN

En México existe una gran diversidad de empresas, muchas de ellas carecen de algo tan simple como lo es la estructura organizacional, que es la parte modular para el crecimiento y expansión de esta.

En mi experiencia en el campo laboral me he encontrado con muchas empresas que tienen este problema, y algunas se sostienen en el mercado, así como otras desaparecen, ya que carecen de un objetivo claro por el cual se guíen con convicción de cumplir las metas, no tienen reglamentos y/o procedimientos.

Algunos empresarios no le toman importancia a este tipo de documentación que se requiere para elaborar una base

sólida como lo es la misión, visión, objetivos, reglamentos, políticas, los manuales de proceso y de bienvenida.

El tiempo invertido en los procesos que se realizan en la empresa es más de lo necesario, dado que influyen varios factores en la actividad como la falta de sincronización entre los empleados, la falta de organización con los documentos que conforman los expedientes de los clientes, formatos incompletos con los cuales se solicita la información adecuada al cliente para aplicar a los programas SENTRI o GLOBAL ENTRY dicha información tiene que estar completa para introducirla en el sistema GOES (Global Online Enrollment Sistema), pero con el procedimiento establecido actualmente en la empresa hay mucho tiempo muerto y desperdicio de recursos.

Hacer que la empresa funcione adecuadamente a través de los procesos que quedaran establecidos en el manual de optimización, aunado a esto el proceso de archivar expedientes, entre otros documentos, sea el que previamente se establece en el mismo manual. Así como también establecer el concepto de la empresa en el manual de bienvenida ante todos los empleados, son los objetivos de esta investigación.

Al ver la situación en la que se encuentra la empresa es indispensable tomar acción en cuanto a la estructura organizacional y también establecer estándares por medio de los cuales la empresa se rija y se guíen los empleados para que no exista problema con la captura de información de los clientes.

“Por lo que una organización puede estructurarse de diferentes maneras y estilos, dependiendo de sus objetivos, el entorno y los medios disponibles. La estructura de una organización determinará los modos en los que opera en el mercado y los objetivos que podrá alcanzar.”

## DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

*Los métodos para aplicar son:*

*Descriptivo, porque mediante este tipo de investigación se utiliza el método de análisis y logra caracterizar el objeto de estudio.*

*Cuantitativamente para datos numéricos, investigación empírica sistemática de los fenómenos sociales a través de técnicas estadísticas, matemáticas o informáticas.*

*Cualitativamente porque es un método de investigación empleado en algunas disciplinas académicas, tradicionalmente en las ciencias sociales, sino también en la investigación de mercados y contextos posteriores.*

*La recolección de datos se obtuvo mediante las etapas del proceso para la elaboración del manual, a través de la toma de tiempos al empleado, específicamente el tiempo que le tomaba realizar las solicitudes, dependiendo el grado de complejidad de esta, ya que en algunas fue necesario redactar un perdón, o la aclaración de alguna situación que afectó en la elegibilidad del aplicante.*

*Por otra parte, también se llevó a cabo el monitoreo de la competencia, en base a las promociones que publique, y sobre todo el tiempo que se tarda en realizar el trámite completo.*

*Por último, se midió la satisfacción del cliente, aplicando una pequeña encuesta, para que evalúe el servicio que se le brindo.*

## **MARCO TEÓRICO**

*“La definición de la misión ayuda a clarificar las posiciones y creencias de los integrantes de la dirección de la empresa y a unificar criterios básicos. No es estrictamente necesario definirla para arribar a las políticas, especialmente en el caso de un único director o dueño, pero siempre es recomendable hacerlo, sobre todo para transmitir al personal los valores que constituyen la base de la cultura de la empresa. La visión es imprescindible, sobre ella se construyen las políticas de la empresa. Ejemplos de visión son: si la empresa es mediana, ¿seguirá siendo mediana o la dirección quiere construir una gran empresa?, si la empresa es líder en su país, ¿se plantea extender su liderazgo al continente o al mundo? Quizás la empresa nunca podrá realizar su visión, pero trabajará siempre en pos de ella. Si la política es el faro, la visión es la estrella.” (Nieves Cruz Felipe 2006)*

“Los valores, son principios éticos sobre los que se asienta la cultura de nuestra empresa y nos permiten crear nuestras pautas de comportamiento.

No olvidemos que los valores son la personalidad de nuestra empresa y no pueden convertirse en una expresión de deseos de los dirigentes, sino que tienen que plasmar la realidad.” (Roberto Espinoza, 2015)<sup>2</sup>

Un manual de procedimientos es un instrumento administrativo que apoya el quehacer cotidiano de las diferentes áreas de una empresa.

En los manuales de procedimientos son consignados, metódicamente tanto las acciones como las operaciones que deben seguirse para llevar a cabo las funciones generales de la empresa. Además, con los manuales puede hacerse un seguimiento adecuado y secuencial de las actividades anteriormente programadas en orden lógico y en un tiempo definido. Los procedimientos, en cambio, son una sucesión cronológica y secuencial de un conjunto de labores concatenadas que constituyen la manera de efectuar un trabajo dentro de un ámbito predeterminado de aplicación.

Todo procedimiento implica, además de las actividades y las tareas del personal, la determinación de los tiempos de realización, el uso de recursos materiales, tecnológicos y financieros, la aplicación de métodos de trabajo y de control para lograr un eficiente y eficaz desarrollo en las diferentes operaciones de una empresa.

Las ventajas de contar con manuales de procedimientos son:

- Auxilian en el adiestramiento y capacitación del personal.

- Auxilian en la inducción al puesto.
- Describen en forma detallada las actividades de cada puesto.
- Facilitan la interacción de las distintas áreas de la empresa.
- Indican las interrelaciones con otras áreas de trabajo.
- Permiten que el personal operativo conozca los diversos pasos que se siguen para el desarrollo de las actividades de rutina.
- Permiten una adecuada coordinación de actividades a través de un flujo eficiente de la información.
- Proporcionan la descripción de cada una de sus funciones al personal.
- Proporcionan una visión integral de la empresa al personal.
- Se establecen como referencia documental para precisar las fallas, omisiones y desempeños de los empleados involucrados en un determinado procedimiento.
- Son guías del trabajo a ejecutar3

Las pequeñas y medianas empresas, Pymes, tienen particular importancia para las economías nacionales, no solo por sus aportaciones a la producción y distribución de bienes y servicios, sino también por la flexibilidad de adaptarse a los cambios tecnológicos y gran potencial de generación de empleos. Representan un excelente medio para impulsar el desarrollo económico y una mejor distribución de la riqueza. Hoy día, los gobiernos de países en desarrollo reconocen la importancia de las Pymes por su contribución al crecimiento económico, a la generación de empleo, así como al desarrollo regional y local. Las Pymes en México constituyen el 97% del total de las empresas, generadoras de empleo del 79% de la población y generan ingresos equivalentes al 23% del Producto Interno Bruto (PIB), lo anterior es una clara señal de debemos poner atención a este tipo de empresas y verlas como lo que en realidad son: la base de la economía mexicana. (INEGI, 2005).

## MARCO CONTEXTUAL

Global Express Access es una empresa dedicada al servicio en trámites migratorios, como lo son la visa, residencias y se especializa más en la línea express, tiene laborando en el mercado nueve años que respaldan a la empresa con la experiencia adecuada y necesaria para llevar a cabo un excelente servicio y atención al cliente.

Los programas Sentri y Global Entry, que se encuentran en el GOES (Global Online Enrollment System) son programas para viajeros confiables a lo largo del mundo, además de los Estados Unidos y Canadá, se han integrado al programa otros países como Holanda y Corea. Este programa permite que además de cruzar por los puentes internacionales, al internarse en los aeropuertos de alguno de estos países también se pueda evitar la inspección, evitando así retrasos y perdidas de vuelos de conexión. Muchos de estos

aeropuertos han sido previamente seleccionados por el volumen de personas que viajan fuera de Estados Unidos, en dichos aeropuertos encontraras una serie de kioscos que te permiten emitir un ticket para que pueda ser fácilmente transferido al área de recepción de maletas. Además, en algunas ocasiones hasta evitar las inspecciones antiterroristas que te pueden resultar en que pierdas tus vuelos de conexión. Estados Unidos está ofreciendo una serie de programas de viajeros confiables para ciudadanos mexicanos y canadienses.

Global Express Access ofrece asistencia personalizada y se le da atención especial a cada uno de los clientes, asesorando paso a paso al usuario, desde que comienza la inscripción o renovación hasta que la tarjeta les es entregada, de igual manera cualquier duda, aclaración o cambio se efectúa en tiempo y forma.

## **MARCO CONCEPTUAL**

SENTRI: conocido también como línea express permite a los viajeros que crucen la frontera de Estados Unidos vía terrestre desde México o Canadá por cualquiera de los puertos de entrada que cuenten con una línea dedicada para este servicio cruzar de una manera rápida y expedita con el uso de su tarjeta SENTRI. Este programa debe de ser utilizado inicialmente por los usuarios que no hayan cometido ninguna falta o delito mayor en ninguno de los países no solo en Estados Unidos

GLOBAL ENTRY: es un programa para viajeros confiables a lo largo del mundo. Este programa permite que además de cruzar por los puentes internacionales, al internarte en los aeropuertos de alguno de los países registrados también puedas evitar la inspección, evitando así retrasos y perdidas de vuelos de conexión.

CBP: la Oficina de Aduanas y Protección Fronteriza de los Estados Unidos (U.S. Customs and Border Protection, CBP) es una agencia del Gobierno de los Estados Unidos. Es la que controla la protección de los puertos internacionales de cruce en USA realiza una estricta revisión de registros personales y califica a los usuarios como viajeros confiables. La CBP protege contra narcotráfico, terrorismo, y tráfico ilegal de personas. También tiene competencia en el comercio e inmigración legítimos. Tiene más de 52.000 empleados, incluyendo más de 22.000 funcionarios y especialistas en agricultura, más de 17.000 tropas de frontera, y 1.000 agentes del aire y agentes marinos. Tiene su sede en Washington, DC.

## **RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

### **Conclusiones**

**1: Los resultados arrojados muestran que se cuenta con buen servicio considerando el tiempo de proceso con el trámite de la línea express, es regular considerando todos los factores de espera, pero lo ideal sería causar una buena impresión con un excelente servicio.**

- 2: Muchos de los factores que influyeron en el tiempo de proceso fue la falta de organización de la empresa ya que se perdía rápidamente el seguimiento de los casos.
- 3: La capacitación a los empleados era deficiente ya que se le dedicaba muy poco tiempo a ello y el empleado aprendía con la práctica, mismo detalle que conlleva mucho tiempo.
- 4: En base al análisis de los resultados los clientes consideraron que el tiempo que se invierte en la gestión de inscripción y/o renovación fue en su mayor parte “tardado” y afecta los intereses y la imagen de la empresa, ya que la publicidad que hace un cliente satisfecho es la mejor.
- 5: La inducción de los nuevos procesos se reflejó considerablemente en el flujo de aplicaciones certificadas a la semana.
- 6: La definición de los puestos y de tareas favoreció la convivencia entre los empleados ya que no hubo confusiones ni trabajos duplicados.
- 7: *Como se cuenta con un proceso ya establecido de como elaborar el servicio es benéfico ya que agiliza su elaboración, lo que reduce posibles problemas que puedan llegar a surgir.*
- 8: *Muchos de los clientes les son leales a la empresa, lo que es bueno ya que muchos de ellos recomiendan el servicio, sin embargo, ellos reciben un trato especial por ya permanecer años en la lista de clientes activos.*
- 9: *A pesar de las circunstancias hubo mejoras en la empresa en general, que con el paso del tiempo se podrán reforzar.*
- 10: *Un punto muy importante en cada empresa son los empleados, ya que son una vértebra muy importante, es indispensable que los clientes se vayan satisfechos con el servicio, pero también es necesario que los empleados se encuentren motivados en su trabajo.*

## Recomendaciones

- 1: *Se recomienda un buzón interno para atender las peticiones o los puntos de vista de los empleados ya que ellos son los que están en servicio directo con el cliente y de ante mano saben las necesidades de las personas que atienden.*
- 2: *Es importante que los puntos de vista expuestos los analicen y sean tomados en cuenta y verifiquen si se pueden hacer cambios para mejorar el servicio.*
- 3: *Tomando en cuenta que, si les afecta hasta cierto punto los nuevos procesos al elaborar las aplicaciones, podrán tomar un tiempo designado exclusivamente para realizar prácticas de prueba y error.*
- 4: *La nueva designación de tareas y actividades les ahorrará tiempo y se podrá*

*invertir en nuevos proyectos para la empresa.*

**5: En ocasiones será necesario realizar un servicio express ya que es por petición del cliente se recomienda estar muy activo para brindar el mejor servicio.**

**6: Seguir el reglamento establecido para poder impulsar el orden en cuanto a los empleados y el ambiente sea más próspero.**

**7: Es de suma importancia que estén bien establecidos los lineamientos sobre el servicio, se les recomienda seguir los estándares de los procesos ya establecidos y apoyar a los empleados con los mismos para no olvidar los puntos importantes, al momento de llevarlos a cabo con el cliente.**

**8: Para evitar contradicciones con los empleados es importante no perder de vista los objetivos y el reparto de las actividades correspondientes a cada uno.**

**9: Tomando en cuenta que se asesora al empleado para que siga los lineamientos al pie de la letra para que no le afecte las amonestaciones, ni en su sueldo ni en su récord como empleado.**

**10: Partiendo de las amonestaciones, también premiar y reconocer la labor de los empleados en la empresa, ya que, sin duda, son el alma de la misma.**

## **REFERENCIAS**

El monetario, negocios, manufactura y economía en Cd. Juárez y El Paso, <http://www.elmonetario.com.mx/anuncian-programa-de-apoyo-a-pymes/>

José Enrique Luna Correa (2012) <http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2013/jelc/problemas-pymes.html>

Enciclopedia financiera y económica <http://www.encyclopediafinanciera.com/organizaciondeempresas/estructura-organizacional.htm>

Licenciatura en RR.HH. Universidad de Champagnat. (2002, agosto 16). La estructura organizacional. <http://www.gestiopolis.com/la-estructura-organizacional/> Facultad de ingeniería <http://www.ingenieria.unam.mx/~guiainustrial/diseno/info/6/1.htm>

COEPES

<http://www.noticiascoepesgt.mx/the-news/255-pymesroque>

PYMEmpresario

<http://www.pymempresario.com/2011/10/ciudad-juarez-seguira-llevando-apoyo-a-pequeñas-empresas/>

Roberto Espinoza

<http://robertoespinosa.es/2012/10/14/como-definir-mision-vision-y-valores-en-la-empresa/>

Global Express Access <http://www.globalexpressaccess.com/>

U.S. Customs and Border Protection SENTRI <http://www.cbp.gov/travel/trusted-traveler-programs/sentri>

U.S. Customs and Border Protection GLOBAL ENTRY <http://www.cbp.gov/travel/trusted-traveler-programs/global-entry>

## CAPÍTULO 4

# METODOLOGIA SIMPLIFICADA PARA AVALIAÇÃO GEOTÉCNICA DE UM DEPÓSITO CONTROLADO DE ESTÉRIL (DCE)

---

*Data de aceite: 01/11/2023*

**Fernando Alves Cantini Cardozo**

Estabilidade

**RESUMO:** O trabalho apresenta uma metodologia simplificada para desenvolvimento de estudo geotécnico e avaliação de estabilidade de um Depósito Controlado de Estéril (DCE) de uma Mina de calcário na cidade de Dom Feliciano/RS. Com base em revisão bibliográfica são feitas considerações a respeito de propriedades geotécnicas de materiais e de geometrias adotadas. Tais parâmetros embasaram a avaliação de estabilidade feita sobre perfis realistas da DCE e sobre uma proposta de ampliação. As conclusões quanto a estabilidade são confrontadas e corroboradas por metodologia quantitativa de classificação de DCE. Os resultados obtidos corroboram pela viabilidade da adoção de uma geometria otimizada, com altura de 25 metros para o primeiro patamar e 15 metros para o segundo. Conclui-se que a metodologia e sequência de passos adotados na avaliação pode ser replicada para outras DCE e até mesmo servir de indicativo para estruturas semelhantes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Metodologia, Estéril de Mina, Avaliação Geotécnica, Análise de

## INTRODUÇÃO

Pilhas de Estéril figuram juntamente com Barragens de Rejeito entre as maiores estruturas artificialmente construídas. Tais estruturas podem facilmente atingir centenas de metros de altura a dependendo da escala de produção adoptada na mineração. Naturalmente é constituída de rejeito proveniente da lavra, sendo principalmente da decapagem e por vezes de processos de beneficiamento. Diferem-se principalmente dos rejeitos destinados a barragens pelo baixo teor de água e viabilidade pelo empilhamento. Assim como demais estruturas de uma mina, os Depósitos de Estéril, podem apresentar riscos geotécnicos e dependendo de suas características podem vir a necessitar de extensos estudos para sua adequada avaliação. Wang et al. (2020) e Ulusay et al. (1995) apresentam exemplo e outros casos onde a rupturas de DCE mobilizaram milhares de metros cúbicos de material.

Neste estudo é apresentada a

proposta de avaliação geotécnica feita para o depósito controlado de estéril (DCE) da Mina Gaspar Simões, localizada no município de Dom Feliciano/RS, teve como objetivo avaliar a estabilidade geotécnica da estrutura citada na situação atual e considerando sua proposta de ampliação de capacidade. O DCE fica localizado na área útil do empreendimento e é constituído do estéril da lavra, constituído predominantemente de rochas encaixantes ao minério marmore calcítico; sendo, granitos, gnaisses, mamores e saprolito. Nos estudos anteriormente apresentados para o licenciamento ambiental do empreendimento, foi proposta de forma empírica, uma geometria conservadora, e que considerou a época uma reconfiguração do DCE. A proposta original, previa uma configuração com taludes de 10 metros de alturas, inclinação de 45° e bermas de 4 metros. Esta proposta inicial demandaria uma extensa intervenção na configuração atual e extensos custos decorrestes deste.

Assim, este estudo visa certificar a estabilidade da DCE nas condições atuais de geometria e verificar a viabilidade de execução de sua ampliação e configuração final, considerando a necessidade de avanço de lavra.

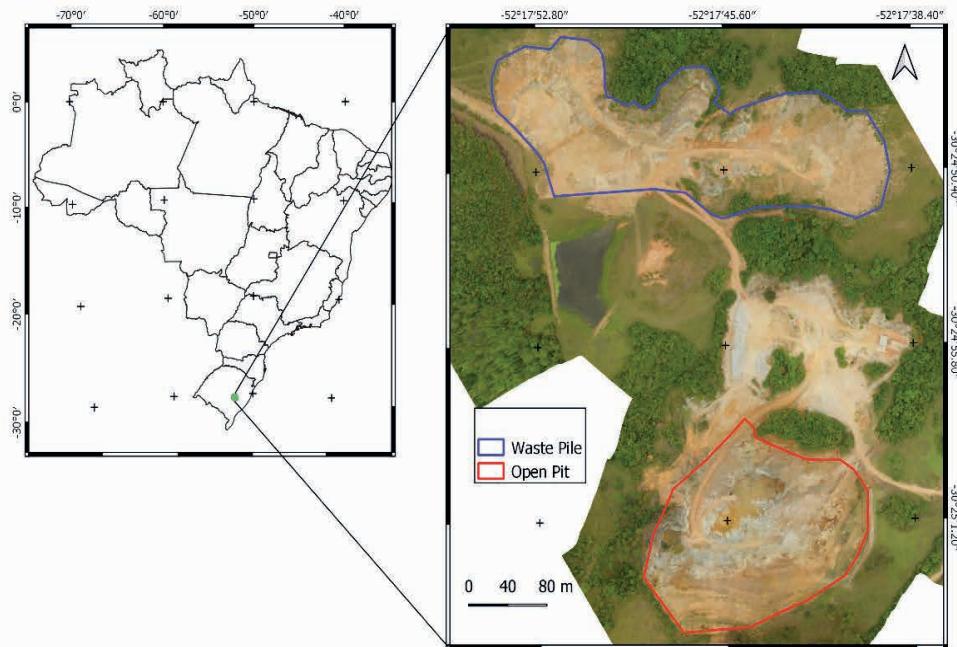


Figura 1 – Localização da Pilha de Estril da Mina Gaspar Simões

## METODOLOGIA

Para o desenvolvimento da Avaliação da situação atual do DCE e proposição de configuração final, optou-se por seguir a metodologia desenvolvida exposta no fluxograma da Figura 1. A metodologia usa em paralelo a avaliação quatitativa, com determinação

de Fator de Segurança; e Avaliação qualitativa, está com intuito de classificar o DCE e subsidiar o projeto. Para a valiação quantitativa optou-se pela analise por equilibrio limite para calculo do Fator de Segurança. Já a análise qualitativa consistiu na aplicação da metodologia adaptada por Aragão (2008).

A metodologia em parte se baseia na definição de perfis representativos e avaliação de modelos geotécnicos baseados nestes. Destacando que a utilização de Modelos digitais de Terreno permite extração de perfis com grande detalhamento, e vem sendo empregada em diversos trabalhos de geotecnica. Na metodologia em questão, o levantamento com VANT e geração de MDE também subsidia avaliação qualitativa, ao fornecer um maior detalhamento e confiabilidade a interpretação das feições da estrutura. Assim, complementando as inspeções de campo, implicitas as etapas de identificação e de mapeamento da área. Como referencia ao uso de VANT e metodologia de mapeamento com aplicação em geotecnica podemos citar os trabalhos de Zekkos et al. (2018), Fu-Hsuan et al. (2018).

Por fim, os resultados da avaliação devem ser analisados e definidos, se necessário, aprofundamentos de estudos e/ou alterações de projetos, como alteração de geometria. Destaca-se que a analise qualitativa, conjuntamente com o FS obtido, permite validar sobretudo os parametros utilizados nos modelos. Uma vez, que pode se entender pela necessidade de aprofundamentos de estudos e ou instrumentações. Na Fluxograma da metodologia aplicada, as setas tracejadas indicam fluxos opcionais.

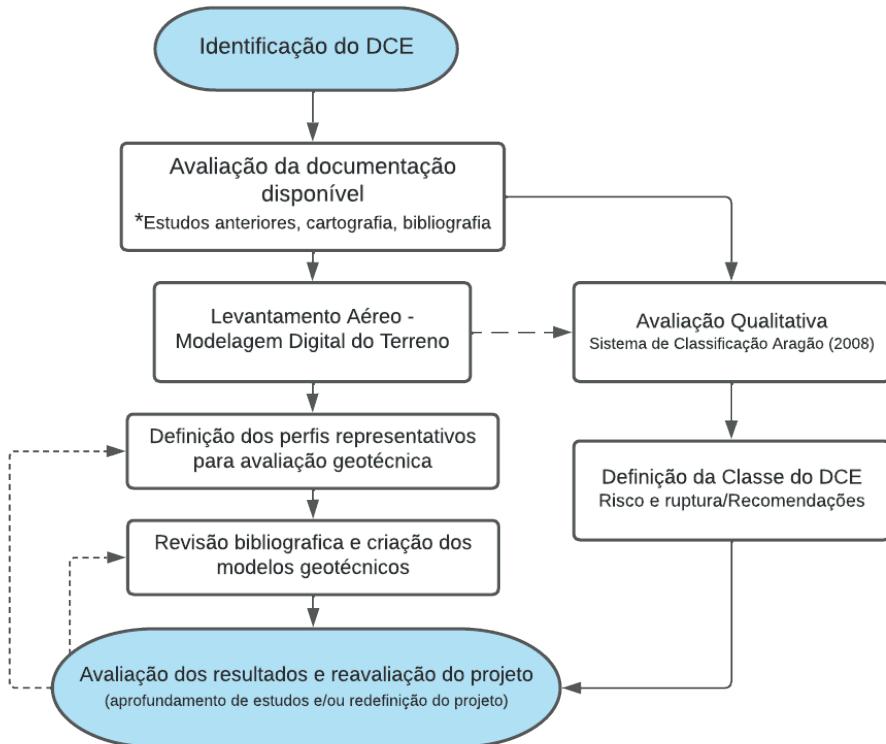


Figura 2 - Metodologia proposta para avaliação do DCE

## Situação da Pilha e Estudos Anteriores

A Pilha de Estéril da Mina Gaspar Simões encontra-se em operação, tendo sido realizados estudos para fins de licenciamento ambiental da atividade no ano de 2021. Tendo sido realizados sondagem e proposição de reconfiguração para uma geometria mais conservadora. Destaca-se que embora tenha sido realizado ensaio de campo (SPT) e utilizado para inferência de parâmetros, este atingiu a profundidade de 0,80 metros na DCE; atingindo como esperado o impenetrável – uma vez que o depósito controlado de estéril (DCE) é composto de blocos de tamanhos variados e de solo compactado. Como proposta de configuração original, o projeto apresentava taludes de 45° e altura máxima de 10 metros subdivididos por bermas de 4 metros. Assim, seria necessária uma extensa reformulação nos perfis do DCE atual com alturas entre 19 e 25 metros. Em tal proposta o FS chegaria a 3.29. Já em 2022 foi realizado nova avaliação com finalidade verificar a estabilidade da situação atual e de nova proposição de perfil final. Como base do estudo, fora feita das documentações disponíveis, caminhamento pela estrutura e mapeamento com VANT. Posteriormente as imagens foram processadas em ambiente GIS para verificação dos perfis e avaliação das geometrias. A Figura 2 apresenta o MDE da Pilha e os principais

perfis identificados.

A DCE apresenta faces com inclinação limitada a 35°, sendo no setor leste de tem altura máxima de 25 e média de 20 metros, com inclinação na ordem de 30°. No setor oeste, a DCE apresenta ângulo de face na ordem de 34° a 38°, sendo sua altura de bancada entre 12-16 metros. Considerando a face da DCE, ela apresenta patamar em formação ainda significativamente afastado da borda, não influindo na avaliação da situação atual. Destaca-se que para o setor oeste é projetada ampliação, a qual em sua configuração final pretende regularizar a inclinação máxima em até 35°.

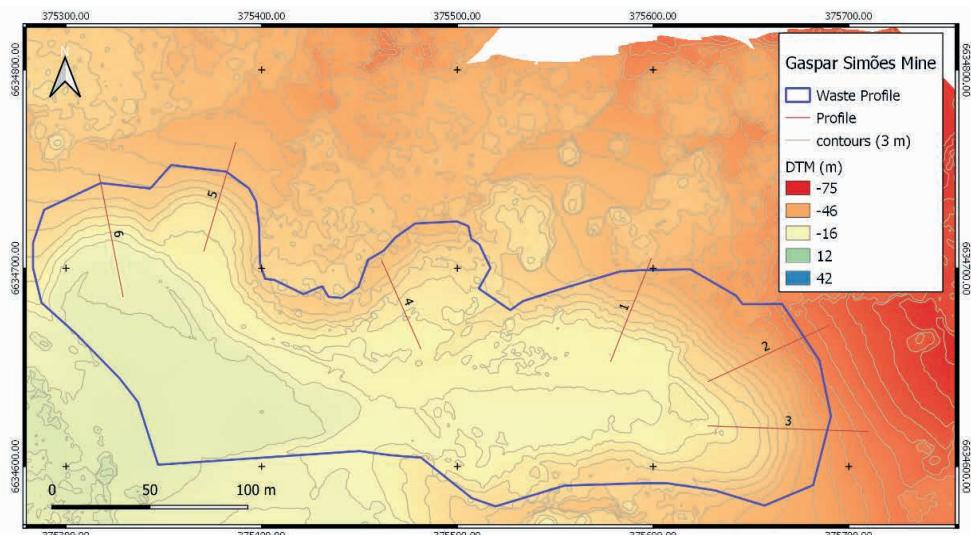


Figura 3 - Vista em planta contendo a localização dos perfis avaliados da DCE.

Com base no Modelo Digital de Elevação (MDE), pode-se estimar a declividade primitiva da área da DCE. Na área de interesse verifica-se uma declividade leve a moderada, na ordem de 10% na porção leste da DCE (área dos perfis 1,2 e 3) e da ordem de 5-7% na porção oeste (área dos perfis 4, 5 e 6). Não se observam surgências ou acúmulos de água ou umidade no entorno da DCE que permitam supor qualquer grau de saturação interna. Tais informações são relevantes para a avaliação qualitativa e quantitativa.

## AVALIAÇÃO GEOTECNICA

O estéril de mineração por natureza é constituído da decapagem do minério sendo constituído majoritariamente por fragmentos rochosos em meio a matriz de saprolito. É característica típica a alta granulometria do estéril, devido a economicidade aplicada no desmonte do material da decapagem, chegando a granulometria de pedregulho, matacos e

blocos. Dada a alta granulometria é comum a consideração para projetos o próprio ângulo de repouso dos materiais, uma vez que a deposição se dá pelo lançamento do estéril. Todavia, para avaliação geotécnica de estabilidade é pertinente a avaliação dos demais parâmetros como densidade natural, coesão e ângulo de atrito.

Diversas metodologias são apresentadas na literatura, para avaliação de estabilidade de depósitos de estéril. Normalmente esta pode ser realizada por métodos numéricos (de elementos finitos, discretos, entre outros) e principalmente por meio do método de equilíbrio limite, com o critério de falha de Mohr – Coulomb, por exemplo, considerando ruptura por cisalhamento interno do material, em uma superfície circular preferencial.

Referente aos parâmetros do modelo, depósitos de estéril, apresentam grandes limitações quanto a determinação/estimativa direta de suas propriedades de resistência, sendo limitados o acesso a dados e publicações quanto o resultado de ensaios de campo e/ou de laboratório. Portanto, são comuns estimativas de resistência baseadas no ângulo de repouso observado e ou dados teóricos por bibliografia, para materiais de granulometrias semelhantes.

Cabe salientar que ocorre divergência quanto ao valor considerado para a coesão, cuja ocorrência se relaciona com características da matriz onde se encaixam os fragmentos maiores; e/ou a escala das estruturas. A Tabela 1 abaixo apresenta levantamento de parâmetros de resistência considerados em bibliografia pelo critério de Mohr-Coulomb.

Autor	Peso específico (kN/m <sup>3</sup> )	Coesão (kPa)	Ângulo de atrito (°)
Saliba et al. (2016)	22	8	28
Gomez, Garcia e Romanel (2016)	-	0	34
Castro (2022)	19	10	32
Zou et al. (2018)	22,1	35	35
Stormont e Farfan (2005)*	16,5	4,8	37
Huang (1983) apud Stormont e Farfan (2005)	-	-	+ de 34
Das (2002) apud Stormont e Farfan (2005)	-	-	34-48
McDaniel and Blair, (1987) apud Stormont e Farfan (2005)	-	-	34
Mariani (2017)	26,29	18,7	37,4
Cruz (1996)**	-	0 - 2	33 - 55

\*Material estéril de rocha calcária. \*\*Enrocamento em geral.

Tabela 1 - Parâmetros de resistência para estéril de mina enrocamento.

Destaca-se os parâmetros médio de ângulo de atrito superior a 35° e sendo recorrente o valor de 37°. Quanto a coesão, está apresenta maior variação sendo nula nos materiais puramente granulares, mas usualmente referenciada com o valor de 10 kPa nos trabalhos que consideram variação de granulometria, com destaque para o trabalho

de Stormont e Farfan (2005); também de Mariani (2017) que avaliou material visualmente parecido com a composição da matriz do estéril.

Quanto ao peso específico ou densidade natural, se observa uma tendência a escala da ordem de 20 kN/m<sup>3</sup>, valor que é condizente com densidade de rochas (25-27 kN/m<sup>3</sup>) combinadas com espaços vazios e solo/rocha intemperizada preenchendo os espaços vazios. Vale destacar que o estudo anterior considerado, com estimativa de parâmetros a partir do valor de SPT, utilizou o valor de 75 kPa de coesão e 40,7° de ângulo de atrito interno; onde se observa que principalmente a coesão, apresenta um valor extremamente alto. Sendo assim, a reconsideração dos parâmetros geotécnicos da DCE, para a avaliação de estabilidade foi feita de forma a aproximá-los da realidade, tornando a avaliação atual mais conservadora em relação à anterior, porém mais próxima da realidade. Foi considerado Peso específico de 20 kN/m<sup>3</sup>, Coesão de 10 kPa e Ângulo de atrito: 37°

## Análise de Estabilidade

Para as análises, utilizou-se o software Slide 6, estruturando modelos geotécnicos que evitassem efeitos de borda. Para a análise de estabilidade, definiu-se a subdivisão das superfícies de ruptura em 25 lamelas. Para modelagem da linha piezométrica, considerou-se duas hipóteses conforme preconização da NBR 13029, com cenário real (seco/drenado) sem ocorrência de nível d'água na DCE e como cenário hipotético com ocorrência de nível d'água. Como critério de ruptura, utilizou-se o critério de Mohr-Coulomb.

Os fatores de segurança foram calculados pelos **Métodos de Bishop Simplificado**, considerando superfícies circulares, considerando ser o modelo de ruptura de larga utilização na bibliografia consultada. Como critério de linha freática crítica, considerou-se saturação a meia altura de aterro, destacando-se ser uma avaliação conservadora, uma vez que, sua ocorrência é improvável dada a drenagem externa da DCE e da mesma ser parcialmente alto drenante dada a variação granulométrica de sua constituição. Assim afasta-se a hipótese de saturação na DCE, embora por normativa esta deva ser considerada em caso hipotético. Nos resultados dos modelos, estão expostas a superfície de ruptura crítica e a linha piezométrica considerada para situação crítica. A seguir estão expostos os resultados, com as geometrias da PDE atual e projeção; e modelos geotécnicos considerados.

Referente a recomendações de Fator de Segurança a NBR 13029:2017, apresenta, conforme Quadro 1 abaixo, os Fatores de Segurança recomendados para pilhas de estéril de mineração. A altura é limitada a 200 metros, não especificando valores de inclinação e/ou alturas de bancadas. Todavia, destaca-se que estes devem ser observados quanto a FS da estrutura, operacionalidade e otimização; no intuito minimizar danos ambientais.

Ruptura do Talude Geral	Superfície	FS mínimo
	Freática normal	1,5
	Freática crítica	1,3
Ruptura do Talude Geral	Face	FS mínimo
	Predominantemente de solo	1,5
	Predominantemente de rocha	1,3

Quadro 1 - Fatores de segurança da ruptura do talude geral e do talude entre bermas (modificado de ABNT 13029:2017)

Cabe destacar que Peck (1969), comenta que estudos geotécnicos podem ser divididos quanto ao detalhamento da investigação em três níveis:

- 1- Baseados em investigações geotécnicas limitadas e adotando abordagens de projeto conservadoras e altos fatores de segurança;
- 2- Baseados em investigações geotécnicas limitadas e avaliando recomendações baseadas em práticas regionais;
- 3- Executando investigações detalhadas.

Compreende-se que o estudo em questão se apoia nos níveis 1 e 2, apresentando investigações limitadas e práticas regionais - dadas as investigações feitas - e sendo baseados em práticas regionais (quanto a geometria e profundidades de solo), tanto na inferência de valores, quanto na observância da estabilidade da estrutura em questão já existente e de outras em situação semelhante.

## Resultados Situação

Conforme perfis numerados na figura 2, extraídos do MDE.

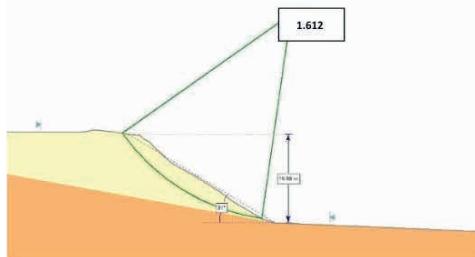


Figura 4 – Perfil 1 - situação normal

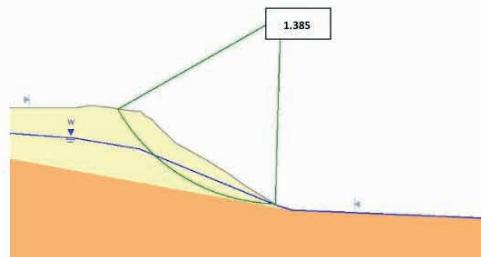


Figura 5 – Perfil 1 - situação com freática crítica

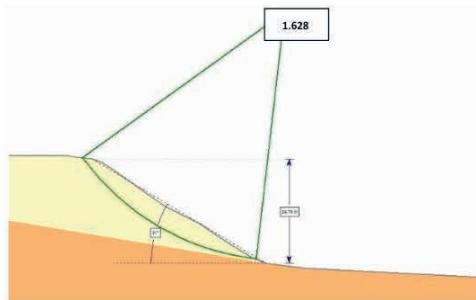


Figura 6 – Perfil 2 - situação normal

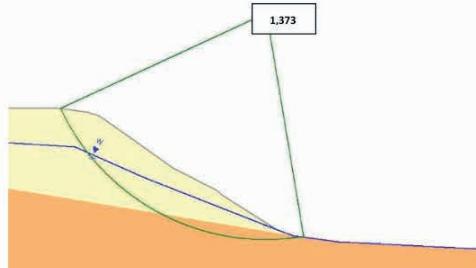


Figura 7 – Perfil 2 - situação com freática crítica

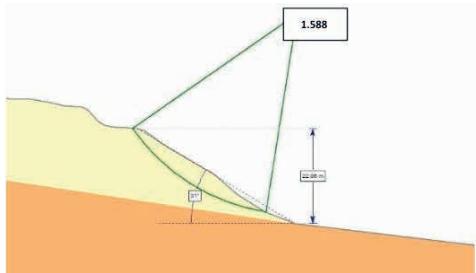


Figura 8 – Perfil 3 - situação normal

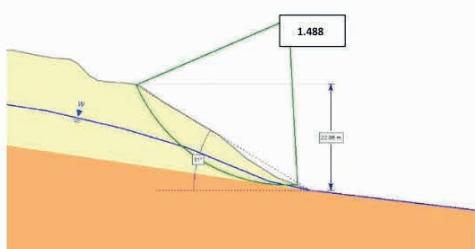


Figura 9 – Perfil 3 - situação com freática crítica

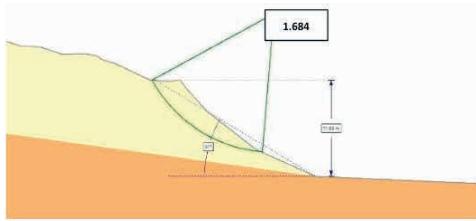


Figura 10 – Perfil 4 - situação normal

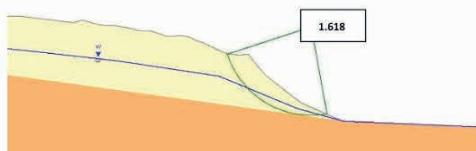


Figura 11 – Perfil 4 - situação com freática crítica

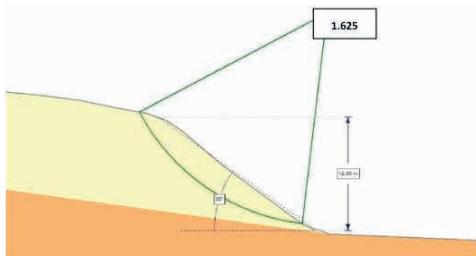


Figura 12 – Perfil 5 - situação normal

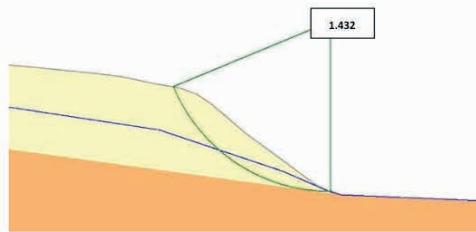


Figura 13 – Perfil 5 - situação com freática crítica

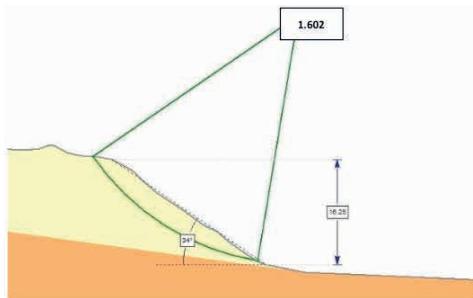


Figura 14 – Perfil 6 - situação normal

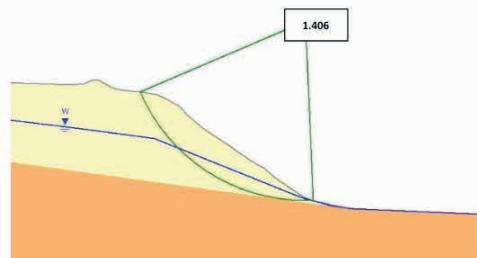


Figura 15 – Perfil 6 - situação com freática crítica

A tabela abaixo apresenta os fatores de segurança obtidos nas condições de avaliação.

F.S. \ Perfil	Perfil 1	Perfil 2	Perfil 3	Perfil 4	Perfil 5	Perfil 6
Obtido	1.612	1.628	1.588	1.684	1.625	1.602
Cenário Crítico	1.385	1.412	1.488	1.655	1.432	1.406

Tabela 2 - Resumo dos Fatores de Segurança para os Perfis Atuais

### Resultados para Ampliação e Configuração Final da PDE

Para a ampliação do setor leste do DCE atual, foi considerada execução de patamar adicional com altura de 15 metros e inclinação de 35°, com berma mínima de 5 metros (espaço para eventuais manutenções), dividindo o talude frente ao primeiro patamar. A avaliação de estabilidade apresentou FS de 1,5 para talude global na situação normal e 1,3 para situação hipotética com ocorrência de nível freático. As Figuras abaixo se referem aos perfis 1 e 2.

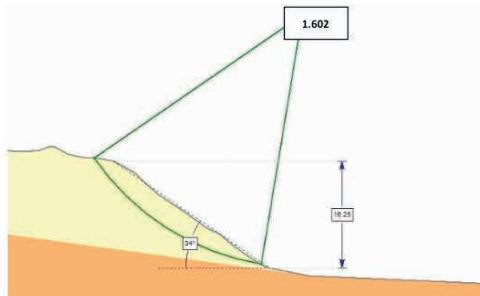


Figura 16 – Perfil 1 Ampliação - situação normal

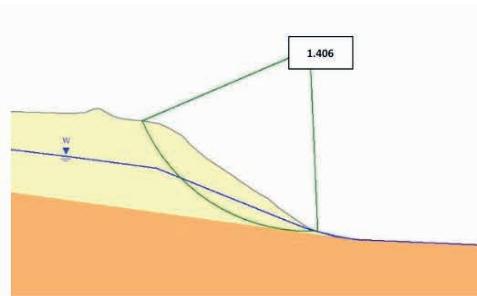


Figura 17 – Perfil 1 Ampliação - situação crítica

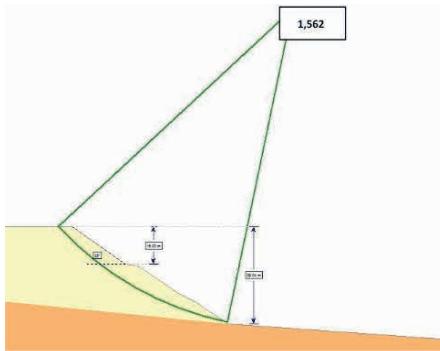


Figura 18 – Perfil 2 Ampliação - situação normal

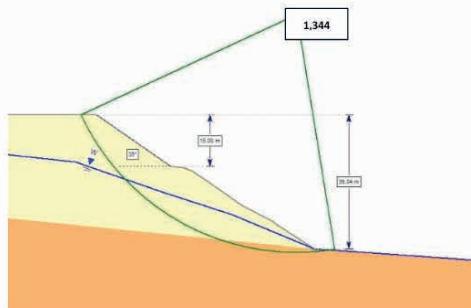


Figura 19 – Perfil 2 Ampliação - situação crítica

Para as áreas do DCE atual onde fora demarcado avanço vertical e para execução do novo DCE no setor norte foi considerado a configuração de primeiro patamar com talude de 25 metros e 35° de inclinação, e segundo patamar com talude de 15 metros e inclinação de 35°; utilizando berma de 5 metros.

## AVALIAÇÃO QUALITATIVA

Para a avaliação de estabilidade do DCE em caráter qualitativo, baseado em informações visuais, feições geomorfológicas, geometrias do DCE e terreno, drenagem, hidrologia, hidrografia local e regional. Aragão (2008) e Aragão e Oliveira Filho (2011), apresentam metodologia baseada sistema de classificação de pilhas desenvolvido para o governo canadense com base na estabilidade física de uma pilha de estéril (BC MINE WASTE ROCK PILE RESEARCH COMMITTEE, 1991). Tal metodologia é recomendada para a avaliação da estabilidade do DCE, por ser útil e de fácil aplicação permitindo a classificação e enquadramento do DCE. Adicionalmente o sistema também apresenta conforme a classificação sugestão de medidas de monitoramento. As tabelas completas podem ser encontradas em Aragão (2008).

As Tabelas a seguir apresentam a aplicação da metodologia para o DCE da Mina Gaspar Simões, considerando a situação atual, ampliação projetada e execução da nova pilha projetadas para a área norte.

Critério	Condição/Descrição	Pontuação Mina GS
Altura	< 50 m	0
Volume da Pilha	< 1*10^6 m³/banco	0
Inclinação do Talude	26°-35°	50
Inclinação Fundação	10°	0
Confinamento	- Bancos ou terraços naturais nos taludes; - Taludes com inclinação uniforme, limitados por topografia natural diversificada; - Empilhamento de estéreis em encostas, em vales abertos, ou transversais a vales.	50
Fundação	- Materiais de Fundação tão ou mais resistentes que os da pilha; - Não sujeita a efeitos adversos da poropressão; - Sem estruturas geológicas desfavoráveis.	0
Qualidade do material da pilha	- Moderadamente resistente, durabilidade variável; - 10 a 25% de finos	100
Método construtivo	- Bancos ou camadas não muito espessos (<25m de espessura), plataformas largas; - Disposição ao longo das curvas de nível - Construção ascendente - Wrap-arounds ou terraços	0
Taxa de disposição	- < 25m³ /banco por metro linear de crista por dia; - Taxa de avanço da crista <0.1 m por dia	0
Sismicidade	Baixa	0
Condições piezométricas e climáticas	- Baixas pressões piezométricas, nenhuma surgência na fundação; - Improvável desenvolvimento de superfície freática no interior da pilha; - Precipitação limitada; - Infiltração mínima dentro da pilha; - Nenhuma camada de neve ou gelo na pilha ou fundação	0
Somatório		200

Tabela 3 - Pontuação para DCE Mina Gaspar Simões

Classificação da estabilidade	Potencial de Ruptura	Nível de Esforço Recomendado para Investigação, Projeto e Construção	Faixa de pontuação	Classificação da PDE
I	Desprezível	- Reconhecimento básico do local, documentação de referência; - Programa mínimo de ensaios de laboratório; - Rotina de checagem de estabilidade, possivelmente usando ábacos; - Restrições mínimas na construção; - Monitoramento apenas visual.	< 300	<b>Mina Gaspar Simões</b> <b>200</b>

Tabela 4 - Classificação da PDE

Classe da Pilha	Monitoramento Instrumental	Descrição	Frequência	Relatório
I	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Inspeção visual;</li> <li>- Piezômetros onde é aplicável.</li> </ul>	Encarregado de turno faz a inspeção	4 horas	Relatório Diário
		Inspeção periódica detalhada feita pelo Engenheiro	Anual	Relatório Anual

Tabela 5 - Recomendações monitoramento PDE

Verifica-se que o DCE atual se enquadra como Classe I e risco de ruptura desprezível segundo a metodologia. Mesmo considerando as ampliações e configuração final do DCE, o mesmo mantém-se na Classe I, destacando que até Classe II, o risco atribuído a potencial de ruptura é baixo. Sendo recomendável nestas Classes o monitoramento visual, avaliações quantificadas por ábacos e instrumentações quando cabível. Mesmo na situação de ampliação e configuração final o DCE tende a manter seu enquadramento, considerando a geometria.

## Configuração geométrica

A tabela abaixo, apresenta a configuração geométrica proposta com base na avaliação realizada. Tal configuração considerou as verificações qualitativas e quantitativas, as quais indicam viabilidade pela execução nas configurações propostas. Destaca-se que a proposição da geometria além da viabilidade geotécnica, se sustenta na otimização de espaço e minimização de impactos, reduzindo movimentações de terra e impactos em área planificada; uma vez que se entende que na configuração proposta atualizada a estabilidade é garantida (se enquadrando em norma).

DCE atual + ampliação	Altura bancada	Inclinação banca
Primeira bancada	Até 25 metros	Até 35°
Segunda bancada	Até 15 metros	Até 35°

Tabela 6 - Configuração dos DCEs.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A metodologia adotada se mostrou adequada para o caso em questão. Os resultados das avaliações realizadas corroboraram pelo entendimento de estabilidade do DCE na situação atual e de sua ampliação proposta. A avaliação de equilíbrio limite, feita sobre os perfis, apresentou FS condizentes com o sugerido na NBR 13029:2017. Tal entendimento é reforçado pela avaliação qualitativa, que em função de características da Pilha/Depósito apontou para sua estabilidade – classificando de baixo risco. Sendo sugerida inspeções

visuais rotineiras e inspeções de maior detalhamento anualmente.

Considerando que avaliação geotécnica aponta para estabilidade e baixo risco da situação atual e da ampliação proposta, podemos concluir que a adoção de geometria mais conservador do projeto original se configuraria em um custo financeiro e ambiental desnecessário. Sendo que a configuração atual já cumpre as necessidades de estabilidade e operacionais.

Referente a metodologia adotada, identifica-se potencial para aplicações na estabilidade de outros depósitos ou mesmo outras situações, como em taludes escavados e barragens. Desde que observadas as necessárias adaptações quanto a avaliação qualitativa. Ao exemplo deste estudo, a avaliações geotécnica de estabilidade pode validar ou apontar para configurações que sejam mais econômicas ao empreendimento e menos impactantes ao meio ambiente, ao se evitar estruturas superdimensionadas.

## REFERENCIAS

ARAGÃO, G. A. S. **Classificação de pilhas de estéril na mineração de ferro**. Mestrado em Engenharia Mineral—[s.l.] Universidade Federal de Ouro Preto, 2008.

ARAGÃO, G. A. S.; OLIVEIRA FILHO, W. L. DE. Classificação de pilhas de estéril na mineração de ferro. **Rem: Revista Escola de Minas**, v. 64, p. 193–198, 2011.

BC MINE WASTE ROCK PILE RESEARCH COMMITTEE. **Mined Rock and Overburden Piles: Investigation & Design Manual**. , 1991.

CASTRO, J. N. **Dimensionamento e Classificação de Pilha de Estéril: Estudo de Caso em uma Mina de Fosfato – Tapira (MG)**. Monografia—Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2022.

DA CRUZ, P. T. **100 barragens brasileiras: casos históricos, materiais de construção, projeto**. [s.l.] Oficina de Textos, 1996.

FERNANDO PORTUGAL MAIA SALIBA et al. **Determinação de densidade natural em pilhas de estéril em operação**. Em: XVIII CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA. Belo Horizonte, MG, Brasil: 2016. Disponível em: <<http://www.swge.inf.br/proceedings/paper/?P=CB-06-0039>>. Acesso em: 12 ago. 2022

FU-HSUAN, Y. et al. Modeling Slope Topography Using Unmanned Aerial Vehicle Image Technique. **MATEC Web of Conferences**, p. 6, 2018.

GÓMEZ, J.; GARCIA, D. M.; ROMANEL, C. **Análise numérica 3D da estabilidade de taludes de grande altura em minas a céu aberto**. Proceedings. **Anais...** Em: XXXVII IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING. Brasília: 2016.

MARIANI, G. F. **Estudo de Características Geomecânicas de Estéreis de Mineração do Projeto de Mina de Caçapava do Sul**. Monografia—Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017.

PECK, R. B. Advantages and limitations of the observational method in applied soil mechanics. **Geotechnique**, v. 19, n. 2, p. 171–187, 1969.

STORMONT, J. C. Stability Evaluation of a Mine Waste Pile. **Environmental and Engineering Geoscience**, v. 11, n. 1, p. 43–52, 1 fev. 2005.

ULUSAY, R.; ARLKAN, F.; YOLERI, M. F. Engineering geological characterization of coal mine waste material and an evaluation in the context of back-analysis of spoil pile instabilities in a strip mine, SW Turkey. p. 25, 1995.

WANG, H. et al. Evolution mechanism study of flow slide catastrophes in large waste dumps at the Nanfen iron mine. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, v. 79, n. 9, p. 4733–4747, nov. 2020.

ZEKKOS, D. et al. Lessons Learned from The Application of UAV-Enabled Structure-From-Motion Photogrammetry in Geotechnical Engineering. v. 4, p. 254, 14 nov. 2018.

ZOU, P. et al. Sample Rocks Tests and Slope Stability Analysis of a Mine Waste Dump. **Advances in Civil Engineering**, v. 2018, p. 1–17, 27 dez. 2018.

## CAPÍTULO 5

# MODELADO DEL RELIEVE EN AFLORAMIENTOS DE LA FORMACIÓN EL PASO, ENTRE CAFAYATE Y LOROHUASI, SALTA, ARGENTINA

---

*Data de aceite: 01/11/2023*

### **María del Carmen Visich**

Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Naturales, Argentina  
<https://orcid.org/0000-0002-5107-9199>

### **Josefina Ramírez Visich**

Alpha Lithium S.A., Argentina  
<https://orcid.org/0000-0002-0244-7725>

**RESUMEN:** La zona de estudio corresponde a los relieves de lomadas constituidos por series alternantes de limolitas y areniscas finas, de la Formación El Paso (Pleistoceno), ubicados al sudoeste de la provincia de Salta, Argentina, entre la localidad de Cafayate y el paraje Lorohuasi. Los estudios geomorfológicos realizados permitieron determinar que la continuidad del primitivo depósito lacustre fue afectada por ciclos de humectación-desecación resultantes de las precipitaciones estacionales, propias del clima seco-árido que caracteriza a la zona desde el Holoceno al presente y, a la intensa amplitud térmica diaria, entre 12°C y 36°C. Las precipitaciones estacionales favorecen el desarrollo de una intensa erosión e incisión pluvial, en los depósitos lacustres, generando típicos surcos de erosión conocidos como piping.

Los surcos de escurrimiento se originan cuando el agua erosiona y elimina el material que se encuentra en la parte superior del depósito. Estos sedimentos son transportados hacia los laterales y la parte baja formando pequeños abanicos. El material retransportado hacia los laterales forma sobre el depósito original una nueva cobertura de material pelítico. Las pelitas del depósito original se diferencian de las del depósito secundario, porque las primeras presentan laminación, mientras que las segundas tienen una estructura maciza.

**PALABRAS CLAVE:** Sedimentos lacustres, Hidroclástismo, Surcos de erosión.

### **RELIEF MODELING IN OUTCROPS OF THE EL PASO FORMATION, BETWEEN CAFAYATE AND LOROHUASI, SALTA, ARGENTINA**

**ABSTRACT:** The study area corresponds to the reliefs of hills assembled by alternating series of siltstones and fine sandstones, of the El Paso Formation (Pleistocene), located to the southwest of the province of Salta, Argentina, between the town of Cafayate and the Lorohuasi area. The geomorphological study carried out made it possible to determine that the continuity of the primitive lacustrine deposit was affected

by cycles of humidification-desiccation resulting from seasonal rainfall, typical of the dry-arid climate that characterizes the area from the Holocene to the present and, to the intense daily thermal amplitude, between 12°C and 36°C. Seasonal rainfall favors the development of intense erosion and pluvial incision, in the lacustrine deposits, typical erosion grooves known as piping will result. Runoff grooves are created when water erodes and removes material on top of the reservoir. These sediments are transported to the small sides and the bottom forming fans. The material retransported to the sides forms a new cover of pelitic material over the original deposit. The pellets from the original deposit differ from those from the secondary deposit, because the former present lamination, while the latter have a solid structure.

**KEYWORDS:** Lacustrine sediments, Hydroclasticism, Erosion furrows.

## MODELAGEM DE RELEVO EM AFLORAMENTOS DA FORMAÇÃO EL PASO, ENTRE CAFAYATE E LOROHUASI, SALTA, ARGENTINA

**RESUMO:** A área de estudo corresponde aos relevos de colinas constituídos por séries alternadas de siltitos e arenitos finos, da Formação El Paso (Pleistoceno), localizados ao sudoeste da província de Salta, Argentina, entre a cidade de Cafayate e a área de Lorohuasi. Os estudos geomorfológicos realizados permitiram constatar que a continuidade do depósito lacustre primitivo foi afectada pelos ciclos de humidificação-dessecação resultantes das precipitações sazonais, típicas do clima árido-seco que caracteriza a zona desde o Holocénico até ao presente, e pela intensa amplitude térmica diariamente, entre 12°C e 36°C. As chuvas sazonais favorecem o desenvolvimento de intensa erosão e incisão pluvial nos depósitos lacustres, gerando sulcos de erosão típicos conhecidos como piping. Ranhuras de escoamento são criadas quando a água sofre erosão e remove material do topo do reservatório. Esses sedimentos são transportados para as laterais e para a parte inferior, formando pequenos leques. O material retransportado para as laterais forma uma nova cobertura de material pelítico sobre o depósito original. As pelotas do depósito original diferem daquelas do depósito secundário, pois as primeiras apresentam laminação, enquanto as últimas possuem estrutura sólida.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sedimentos lacustres, Hidroclasticismo, Sulcos de erosão.

## 1 | INTRODUCCIÓN

La zona de estudio corresponde a los depósitos lacustres de la Formación El Paso (Pleistoceno) ubicados en el piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes, entre la localidad de Cafayate y el paraje Lorohuasi.

Cafayate se ubica al sudeste de la provincia de Salta, a 1.683 m s.n.m., en las coordenadas geográficas 26° 04' Latitud Sur y 65° 58' Longitud Oeste. Lorohuasi se encuentra a 3 kilómetros al sur de la ciudad de Cafayate. Posee una cota de 1.618 m s. n. m., y se sitúa en las coordenadas geográficas 26° 05' Latitud Sur y 65° 58' Longitud Oeste. Los depósitos lacustres se encuentran entre los siguientes valores de coordenadas: 26° 04' Latitud Sur; 65° 52' Longitud Oeste y 26° 06' Latitud Sur; 65° 52' Longitud Oeste.

Uno de los caminos más rápidos para acceder a la zona de interés, desde la ciudad

de Salta, consiste en dirigirse hacia el oeste por la Avenida Juan Domingo Perón/ Ruta Provincial N°28, luego continuar hacia el sur por la Avenida Circunvalación Oeste hasta tomar la Ruta Provincial N°24 en dirección a la localidad de Cerrillos. Desde Cerrillos se deben recorrer aproximadamente 150 kilómetros hacia el sur por la Ruta Nacional N°68. Antes de llegar al puente del río Santa María se debe girar hacia el sur y tomar el “Camino del Norte”. Este camino, con rumbo norte - sur, es empleado para recorrer los viñedos ubicados en el piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes entre las localidades de Cafayate y Tolombón. Por el “Camino del Norte” se deben recorrer 3 kilómetros hacia el sur hasta llegar a los depósitos lacustres (Fig. 1).

En este trabajo se efectuará un análisis geomorfológico para determinar el comportamiento de estos sedimentos lacustres y, de las demás unidades geomorfológicas identificadas en la zona, frente al accionar de los procesos de meteorización y los agentes geológicos.

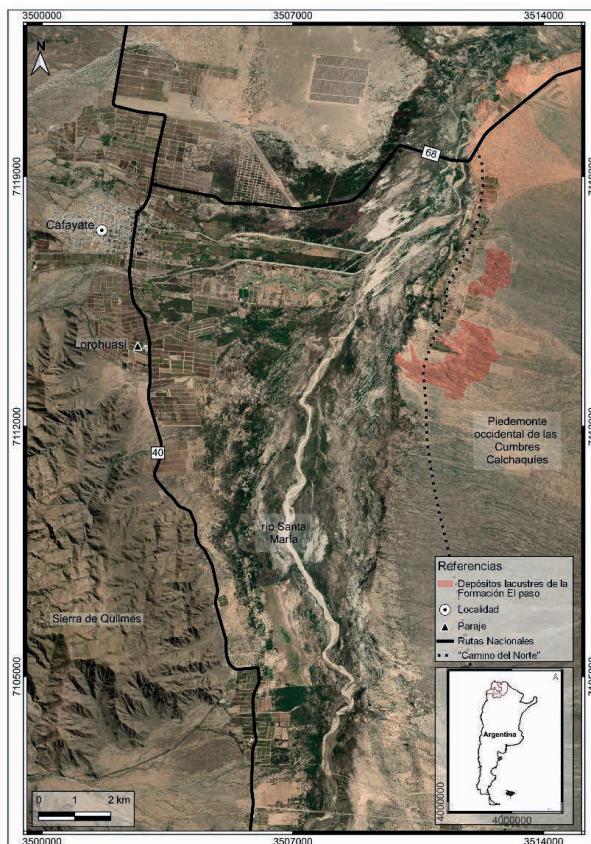


Figura 1. Mapa de ubicación.

## 2 | GEOLOGÍA

Sobre la base de observaciones de campo, el análisis de imágenes satelitales, la recopilación bibliográfica y los datos obtenidos de la Hoja Geológica 10e-Cafayate (Galván 1981), se determinó que en la zona de estudio afloran las siguientes unidades litoestratigráficas: Granito Cerro Amarillo (Carbonífero), Formación Lumbreña (Paleógeno-Eoceno), Formación El Paso (Pleistoceno) y depósitos cuaternarios (Fig. 2).

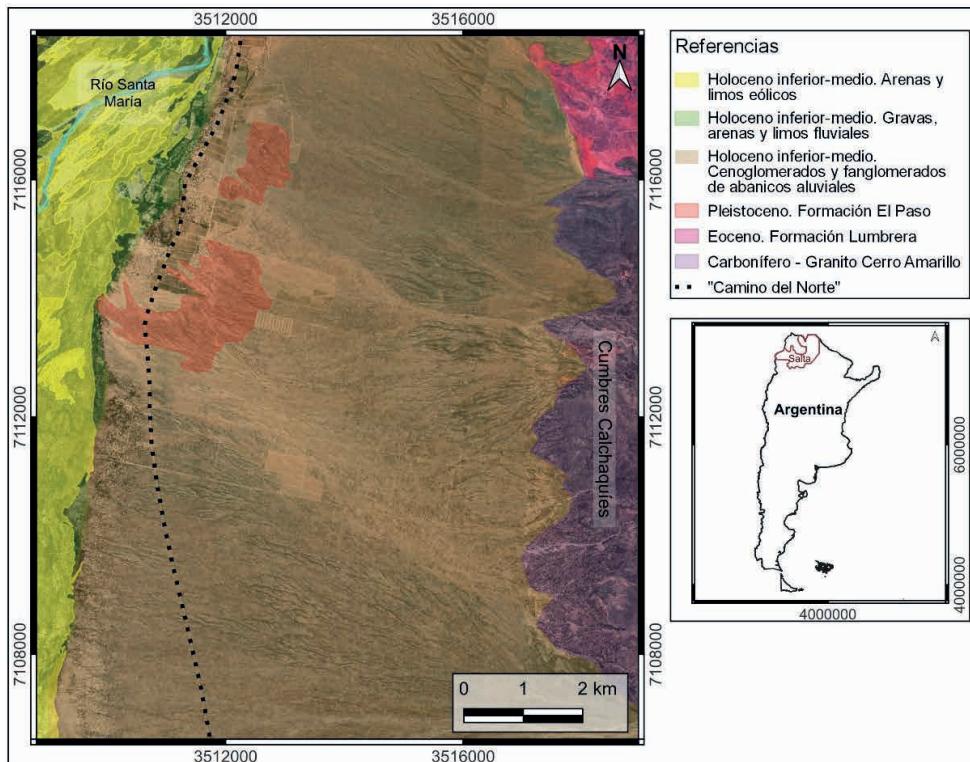


Figura 2. Mapa Geológico del área de estudio.

### Carbonífero - Granito Cerro Amarillo (Rapela 1976)

La roca aflorante corresponde a un granito biotítico-hornbléndico de grano grueso, color rosado claro a rosado violáceo en fractura fresca. La característica distintiva es el color ocre-amarillento que le otorga la pátina de alteración. En la zona de estudio aflora en las laderas occidentales de las Cumbres Calchaquíes (Fig. 2).

### Eoceno. Formación Lumbreña (Moreno 1970)

Es la unidad superior del Subgrupo Santa Bárbara, Grupo Salta (Cretácico-Paleógeno). Está formada por arcilitas y limolitas rojizas, generalmente macizas o con bioturbaciones y desarrollo de paleosuelos. Con intercalaciones de arcilitas verdes y grises,

calizas amarillentas y areniscas finas. Las arcilitas grises suelen contener altos porcentajes de materia orgánica. En el área de trabajo aflora al noreste de las Cumbres Calchaquíes y los depósitos corresponden a limolitas y areniscas finas de color rojo y castaño rojizo.

**Pleistoceno. Formación El Paso (Vilela y García 1978)**

Esta unidad está constituida por limolitas y arcilitas pardo claro a pardo amarillento, con estratificación fina a muy fina (Fig. 3), intercaladas con areniscas de grano fino. En la base son frecuentes las intercalaciones lentiformes de areniscas de grano mediano y conglomerados de grano fino. Las pelitas laminadas corresponden a sedimentos lacustres que resultan de endicamientos locales relacionados con procesos de remoción en masa que, en el Pleistoceno, provocaron interrupciones en los depósitos de abanicos aluviales del flanco occidental de las Cumbres Calchaquíes. Las concreciones carbonáticas, rosetas, venas y láminas de yeso fibroso implican condiciones temporales de mayor evaporación en el cuerpo de agua.

En la zona de estudio aflora en el piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes (Fig. 4), formando 7 cordones de relieves de lomadas que varían entre 1,5 a 3 metros de altura y 1,5 a 2 metros de ancho.



Figura 3. Pelitas estratificadas de la Formación El Paso.



Figura 4. Relieves de lomadas de la Formación El Paso.

### Holoceno inferior-medio. Cenoglomerados y fanglomerados de abanicos aluviales

Se denominan cenoglomerados a los materiales depositados por procesos de remoción en masa. Sus principales características son: ausencia de estratificación, clastos angulares a subangulares, sin selección y matriz fina portante. Los fanglomerados corresponden a sedimentos de diversos tamaños, clastos redondeados a subredondeados, depositados en un abanico aluvial, por corrientes de alta fluidez y competencia o capacidad de transporte (Fig. 5).

Los fanglomerados y cenoglomerados afloran en el piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes. Somonte y Collantes (2007) a partir del estudio del barniz de las rocas, afirman que en el periodo Holoceno existieron ocho eventos húmedos datados entre 7.300 AP y 300 AP. Estos eventos permitieron la sedimentación de los cenoglomerados y fanglomerados.



Figura 5. Fanglomerados intercalados con sedimentos más finos.

### Holoceno inferior-medio. Gravas, arenas y limos fluviales

Los depósitos fluviales en la zona corresponden a limos, arenas y gravas que forman parte de las terrazas fluviales, la llanura de inundación y el cauce actual del río Santa María (Fig. 2).

Las terrazas fluviales son discontinuas a lo largo del río Santa María y en algunos sectores presentan una capa de arena rica en materia orgánica datada en  $2.190 \pm 530$  AP por Strecker (1987, citado por Collantes y Busnelli, 2014).

### Holoceno inferior-medio. Arenas y limos eólicos

Desde Cafayate hasta Lorohuasi, se extienden extensos campos dunarios, actuales y pasados, sobre parte de la llanura de inundación y terrazas fluviales del río Santa María (Fig. 6) y, sobre los extremos medios-distales de los abanicos aluviales ubicados en el

piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes (Fig. 2).

Estas dunas están constituidas por arenas de color gris pardo, con muy pobre selección eólica, granos muy finos a medianos, en su mayoría, subredondeados a subangulosos. La matriz es limosa y de color castaño claro. La mineralogía corresponde a cuarzo, feldespato potásico y plagioclasa, con pequeñas cantidades de biotita, clorita y cristales volcánicos. Además, las arenas contienen una gran variedad de minerales pesados, con augita como principal componente, junto con zircón, turmalina y horblenda (Peña Monné et al., 2016).

De acuerdo al estudio realizado por Peña Monné et al. (2016), durante el último milenio, las fases húmedas y secas alternantes favorecieron la movilización y estabilización de las dunas. Estas fases se establecieron mediante dataciones OSL (dataciones por Luminiscencia Ópticamente Estimulada), restos arqueológicos y datos históricos. Los intervalos secos ocurrieron entre ca. 1.000-1.100 AP, 1.300-1.420 AP, 1.550-1.680 AP, 1.740-1.850 AP y el período cálido actual.



Figura 6. Terraza parcialmente cubierta por depósitos eólicos actuales, margen oeste del río Santa María.

### 3 | GEOMORFOLOGÍA

Una Unidad Geomorfológica es una forma característica del relieve, definida por una génesis particular, además de ser cartografiable en un intervalo de escala establecido (Sayago, 1982). Siguiendo los criterios establecidos por Van Zuidam y Van Zuidam Cancelado (1979), Verstappen y Van Zuidam (1991) y Collantes (2001), en la zona de estudio se reconocieron desde el punto de vista morfogenético: 1) Unidades de Origen Estructural-Denudativo, 2) Unidades de Origen Fluvial-Aluvial, 3) Unidades de Origen Fluvial y, 4) Unidades de Origen Eólico (Fig. 7).

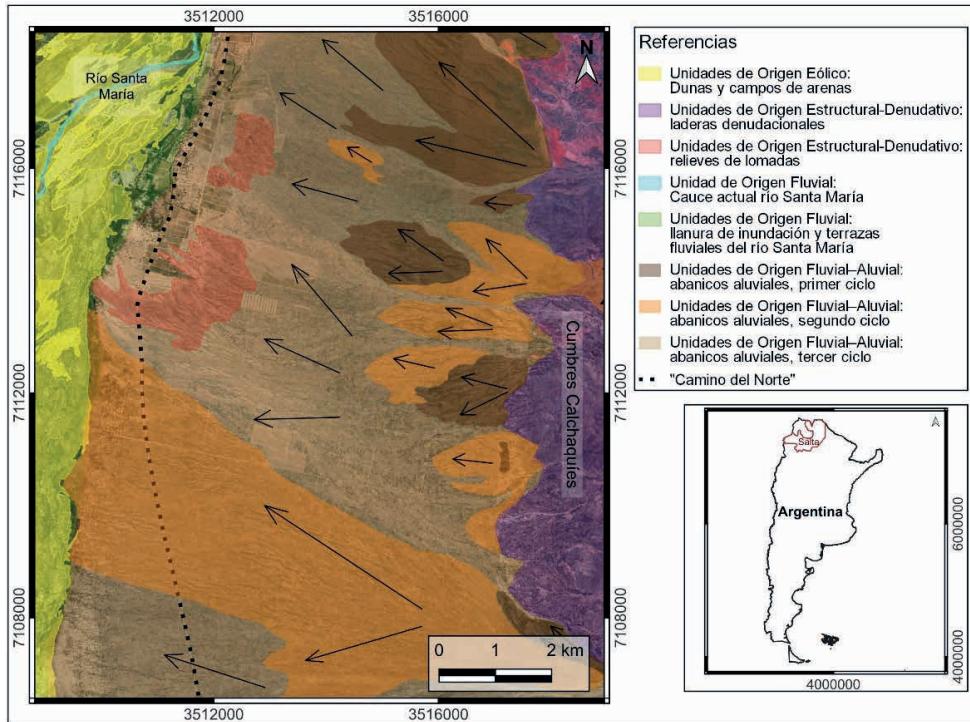


Figura 7. Mapa Geomorfológico.

#### Unidades de Origen Estructural-Denudativo

Se agrupan en esta clase las formas desarrolladas bajo la influencia de factores geológicos endógenos (litología y estructuras) y de procesos exógenos (erosión, meteorización, remoción en masa, entre otros). En el área de estudio, corresponden a esta categoría, las laderas occidentales de las Cumbres Calchaquíes y los relieves de lomadas de la Formación El Paso.

Las laderas constituyen una importante Unidad Geomorfológica desde el punto de vista espacial, caracterizadas en general por un relieve abrupto, con pendientes mayores a los 20°, con desarrollo de valles profundos y empinados, escarpas estructurales y cicatrices de deslizamientos actuales y fósiles. Están afectadas por: 1) alta densidad del drenaje, 2) meteorización física y, 3) procesos de remoción en masa actuales y pasados, que en la zona adquieren magnitud debido a la pendiente, las precipitaciones pluviales torrenciales y la escasa vegetación.

Los principales procesos de meteorización física que actúan sobre las laderas están determinados por las variaciones térmicas propias del clima árido de la zona y, corresponden al termoclastismo y crioclástismo.

Las laderas están expuestas a la insolación diaria, llegando a alcanzar una temperatura media de 30°C, esto combinado con el enfriamiento nocturno, hace que la

variación de temperatura diaria varie entre 6° y 30°C, por lo que las rocas experimentan dilatación y contracción, favoreciendo el termoclastismo. El crioclastismo actúa, en la cima de los relieves positivos, durante la estación invernal. Se desarrolla a partir del congelamiento y descongelamiento del agua en las diaclasas y fracturas de las rocas. Como consecuencia de ambos procesos se origina una importante cantidad de material detrítico.

Por otro lado, en el piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes, se reconocieron relieves de lomadas correspondientes a afloramientos de los depósitos lacustres de la Formación El Paso. Estos relieves son el resultado de la intensa erosión e incisión fluvial, que afectó la continuidad del primitivo depósito lacustre, del cual se pueden ver afloramientos remanentes, entre los abanicos aluviales.

En los depósitos lacustres el escurrimiento concentrado genera piping (Fig. 9). Estas morfologías son exclusivas de las regiones secas. Los surcos de escurrimiento se originan cuando el agua erosiona y elimina el material que se encuentra en la parte superior del depósito. Este material es transportado hacia los laterales. De esta manera se forma sobre el depósito original una nueva cobertura de material pélico. Las pelitas del depósito original se diferencian de las del depósito secundario, porque las primeras presentan laminación, mientras que las segundas tienen una estructura maciza.



Figura 9. Piping en depósitos de la Formación El Paso.

#### Unidades de Origen Fluvial–Aluvial

De acuerdo a Verstappen (1983), en este grupo se incluyen todas aquellas formas en cuya génesis intervienen la dinámica fluvial y los procesos de remoción en masa.

En el área de trabajo estas Unidades se encuentran en el piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes y están representadas por abanicos aluviales (Fig. 7).

Desde el punto de vista de su desarrollo morfogenético, se identificaron tres ciclos principales de aluvionamiento, dos que constituyen la porción inactiva y uno correspondiente al área activa (Fig. 7). El primer ciclo, ubicado en el extremo septentrional, es el más antiguo, corresponde a remanentes de la deposición que habría dado nacimiento a los

abanicos, presenta como rasgo sobresaliente la presencia de paleocauces que recorren toda su superficie. El segundo ciclo está caracterizado morfológicamente por abanicos más bien restringidos, afectados intensamente por la erosión hídrica (formación de surcos y cárcavas), desarrollados sobre parte de la superficie correspondiente a los abanicos del primer ciclo. El tercer ciclo está constituido por los abanicos actualmente activos, dichos abanicos se caracterizan por ser de gran extensión, unirse unos con otros en sus extremos distales y ser, de los tres ciclos mencionados, los menos afectados por los procesos de erosión hídrica y los más afectados por la actividad eólica.

#### Unidades de Origen Fluvial

Se consideran Unidades de Origen Fluvial aquellas geoformas en cuya génesis la dinámica fluvial es dominante. En el área de estudio esta clase está representada por el valle fluvial del río Santa María: cauce actual- llanura de inundación y terrazas fluviales.

En la zona de estudio el río Santa María constituye el nivel de base local. El cauce actual presenta un diseño de tipo fluvial entrelazado. Este diseño se origina debido a que el curso fluvial no puede transportar toda la carga que recibe y en consecuencia la abandona en su lecho, formando barras e islas. Estas barras van dividiendo la corriente en cauces secundarios y en el verano, en períodos de crecidas, pueden quedar sumergidas por el agua. El exceso de carga que recibe el río Santa María proviene: 1) de ríos tributarios, los cuales durante el verano se ven afectados por crecidas al ocasionarse lluvias torrenciales y 2) de los procesos de remoción en masa, principalmente flujos densos, el material detrítico transportado por los procesos gravitacionales proviene, fundamentalmente, del accionar de la meteorización física sobre las rocas de las laderas de las Cumbres Calchaquíes.

#### Unidades de Origen Eólico

En el área de estudio el clima árido favorece el accionar del viento como un agente geomorfológico que erosiona, transporta y deposita. Se reconocieron, en base a las observaciones realizadas en el campo, el análisis de imágenes satelitales y la recopilación bibliográfica: dunas linguoides-barjanoides, nebkas y dunas longitudinales-lineales.

Las dunas linguoides–barjanoides son dunas complejas, con una forma intermedia entre barjanes aislados (dunas individuales con formas de media luna, con sus extremos apuntando en la dirección del viento) y dunas transversales (dunas compuestas, constituidas por cordones fundamentalmente perpendiculares separados por depresiones orientados con ángulos rectos respecto al viento que posee dirección e intensidad constantes).

Las nebkas son dunas simples, obstaculizadas por la vegetación. No superan el metro de altura y se forman a la sombra de un obstáculo, como una mata vegetal o una roca.

Las dunas longitudinales o lineales son dunas complejas, representadas por crestas rectilíneas, paralelas, con un espaciado regular y una sección transversal más simétrica

que las dunas transversales. Se forman y se desplazan paralelas a la dirección del viento predominante a la que se superponen vientos oblicuos que arrojan arena lateralmente. Requieren de un limitado abastecimiento de arena y de un terreno duro y rocoso.

## 4 | CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta el clima árido del tipo BWk - según la clasificación de Köppen-Geiger (1918 y 1936) en Kottek et al. (2006) - y el análisis geomorfológico efectuado, en la zona de estudio, el principal agente geomorfológico es el agua y está relacionado con las precipitaciones medias anuales; para la zona se estima un valor medio de 204 mm/ anuales, de acuerdo a los datos proporcionados por la Bodega La Rosa, para el período 2000-2010. Además, las precipitaciones se caracterizan por su torrencialidad, lo que da lugar a una intensa erosión hídrica pluvial y fluvial. El otro agente es el viento.

El accionar de la erosión hídrica se manifiesta en el desarrollo de surcos y cárcavas sobre los abanicos aluviales del piedemonte occidental de las Cumbres Calchaquíes y en el desarrollo de piping en los depósitos lacustres de la Formación El Paso.

El viento actúa erosionando los arbustos de la zona, viñedos, algarrobos, entre otros, dejando expuestas sus raíces y, transportando y depositando arena, desarrollando extensos campos dunarios.

## REFERENCIAS

Collantes, M. M. y Busnelli, J. 2014. Geomorfología de la Provincia de Tucumán. En: Geología de Tucumán. Moyano, S., Puchulu, M. E., Fernández, D., Vides, M. E., Nieva, S., Aceñolaza, G. (Eds.). Colegio de Graduados en Ciencias Geológicas de Tucumán: 228-239. San Miguel de Tucumán.

Galván, A.F. 1981. Descripción Geológica de la Hoja 10 e, Cafayate. Provincias de Tucumán, Salta y Catamarca. Carta Geológico-Económica de la República Argentina. Escala 1:200.000. Boletín 177, 49 p. Buenos Aires, Servicio Geológico Nacional.

Kottek, M. J. Grieser, C. Beck, B. and Rubel, F. 2006. World Map of the Köppen-Geiger climate classification updated. Meteorol. Z., 15, pp. 259-263. DOI: 10.1127/0941-2948/2006/0130.

Moreno J. 1970. Estratigrafía y paleogeografía del Cretácico superior en la cuenca del noroeste argentino con especial mención de los Subgrupos Balbuena y Santa Bárbara. Revista de la Asociación Geológica Argentina, 25: 9-44, Buenos Aires.

Peña Monné, J. L., Sancho Marcén, C., Sampietro Vattuone, M. M., Rivelli, F., Rhodes, E. J., Osácar Soriano, M. C., Rubio Fernández, V., García Giménez, R. 2016. Geomorfología y cambios ambientales en la depresión de Cafayate (Provincia de Salta, noroeste argentino). Geoarqueología de los Valles Calchaquíes, Ocupaciones Humanas y Reconstrucciones Paleoambientales del Holoceno. Primer Curso Internacional de Geoarqueología de Campo del Noroeste Argentino. ISBN 978-987-42-0568-1. Tucumán.

Rapela, C. 1976. El basamento metamórfico de la región de Cafayate, provincia de Salta- Aspectos petrológicos y geoquímicos: Revista de la Asociación Geológica Argentina, 31: 203-222. Buenos Aires.

Sayago, J. M. 1982. Las unidades geomorfológicas como base para la evaluación integrada del paisaje natural. *Acta Geológica Lilloana*, XVI-1: 169-180.

Somonte, C. y Collantes, M.M. 2007. Barniz de las rocas y espacios persistentes: su abordaje desde los procesos de reclamación artefactual lítica en Amaicha del Valle (Tucumán). *Mundo de Antes N° 5* :119-137, Instituto de Arqueología y Museo, Universidad Nacional de Tucumán (UNT).

Van Zuidman, R. A. y Van Zuidman Cancelado, F. I. 1979. Terrain analysis and classification using aerial photographs. A geomorphological approach. ITC, Textbook of Photo-Interpretation VII-6, Enschede, Países Bajos.

Verstappen, H. y Van Zuidam, R.A. 1991. The ITC system of geomorphologic survey: a basis for the evaluation of natural resources and hazards. ITC Publication, 10.

Vilela, C. y García, J. 1978. Descripción geológica de la hoja 9e, Amblayo, Salta: Servicio Geológico Nacional. Boletín 150: 1-64. Buenos Aires.

**ISABELA NASCIMENTO SOUZA** - Possui graduação em Engenharia de Petróleo pela Universidade Tiradentes (2015, bolsista ProUni), e durante a graduação desenvolveu atividades de iniciação científica na área de extração de biomoléculas por sistemas aquosos bifásicos (2012-2013, PIBIC/FAPITEC), aplicação de sistemas aquosos bifásicos formados por biopolímeros e acetonitrila para a partição de vanilina (2013-2014, PIBIC/FAPITEC) e produção de biodiesel utilizando Lipase imobilizada com suporte oriundo de material lignocelulósico (2014-2015, PIBIT/CNPq), atuando no Laboratório de Pesquisa em Alimentos (LPA) e Laboratório de Engenharia de Bioprocessos (LEB) no Instituto de Tecnologia e Pesquisa (ITP). Com especialização em Automação e Controle de Processos Industriais na Faculdade Piodécimo - PIO X (2018) e especialização em Docência e Gestão na Educação a Distância pela Faculdade Futura (2022). Obteve seu mestrado em Engenharia de Processos pela UNIT (2018, bolsista CAPES) e o Doutorado em Engenharia de Processos pela Universidade Tiradentes, UNIT (2022, bolsista CAPES), com período de Doutorado Sanduíche na Universidade de Aveiro-Portugal (2021-2022, bolsista CNPq) pelo período de 12 meses. Possui experiências como pesquisadora na área de desenvolvimento e otimização de bioprocessos sustentáveis, síntese e caracterização de líquidos iônicos e solventes eutéticos profundos, separação e misturas, bioassorvente e biotecnologia, com ênfase em processos industriais, atuando principalmente no desenvolvimento de técnicas eficientes de separação e purificação de bioativos. Atualmente, cursando MBA em Gestão de Projetos pela Estratego Sistema Educacional - LTDA e Formação Pedagógica - R2 em Química pelo Centro Universitário ETEP.

**A**

- Algoritmos 20, 21  
Análise de estabilidade 41, 47  
Andamios 1, 2, 3, 4, 11, 12, 13, 14  
Aplicaciones 3, 4, 22, 23, 26, 27, 29, 31, 38  
Avaliação Geotécnica 41, 42, 46, 54  
Avaliação qualitativa 43, 45, 51, 53, 54

**B**

- Biología celular 1, 3  
Biomateriales 3

**C**

- Capacitación 33, 35, 38  
Cirugía reconstructiva 3  
Criptografía 17, 20, 21  
Curva elíptica 19, 20

**D**

- Depósito controlado de estéril 41, 42, 44  
Desarrollo 2, 4, 14, 20, 33, 35, 36, 56, 59, 63, 64, 66

**E**

- Empresas 33, 36, 39  
Estéril de Mina 41, 46  
Estructura 3, 11, 13, 19, 33, 34, 39, 56, 64

**F**

- Factorización 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 29, 30, 31  
Fator de segurança 43, 47

**G**

- Geometria 41, 42, 43, 44, 48, 53, 54

**I**

- Impresión 3D 1, 2, 4, 6, 7, 14  
Inestabilidad de Hopf 2  
Inestabilidad de Turing 2

## M

- Manuales de procedimientos 35
- Materiales biocompatibles 2
- Mejora continua 33
- Metodología 41, 42, 43, 44, 51, 53, 54
- Modelo matemático 1, 2, 4, 5, 7, 10, 13, 14

## N

- Números compuestos 18, 21
- Números primos 17, 18, 19, 20, 21, 27, 31

## O

- Optimización 33, 34

## P

- Polinomios 17, 18, 21
- Procesos 3, 33, 34, 38, 39, 58, 60, 61, 63, 64, 65, 67
- Productividad 33

## R

- Remodelación ósea 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 14
- Requerimientos 33
- Ruptura 46, 47, 48, 52, 53

## S

- Software 7, 8, 11, 17, 20, 22, 24, 47

## T

- Tejido óseo 1, 2, 4, 10, 11, 13, 14
- Teoremas 17, 22, 23, 27



# Estudios teórico-metodológicos en CIENCIAS EXACTAS, TECNOLÓGICAS

Y DE LA TIERRA 2

- 🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)
- ✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)
- 📷 [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
- FACEBOOK [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)



# Estudios teórico-metodológicos en CIENCIAS EXACTAS, TECNOLÓGICAS

Y DE LA TIERRA 2

- 🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)
- ✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)
- 📷 [@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora)
- FACEBOOK [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)