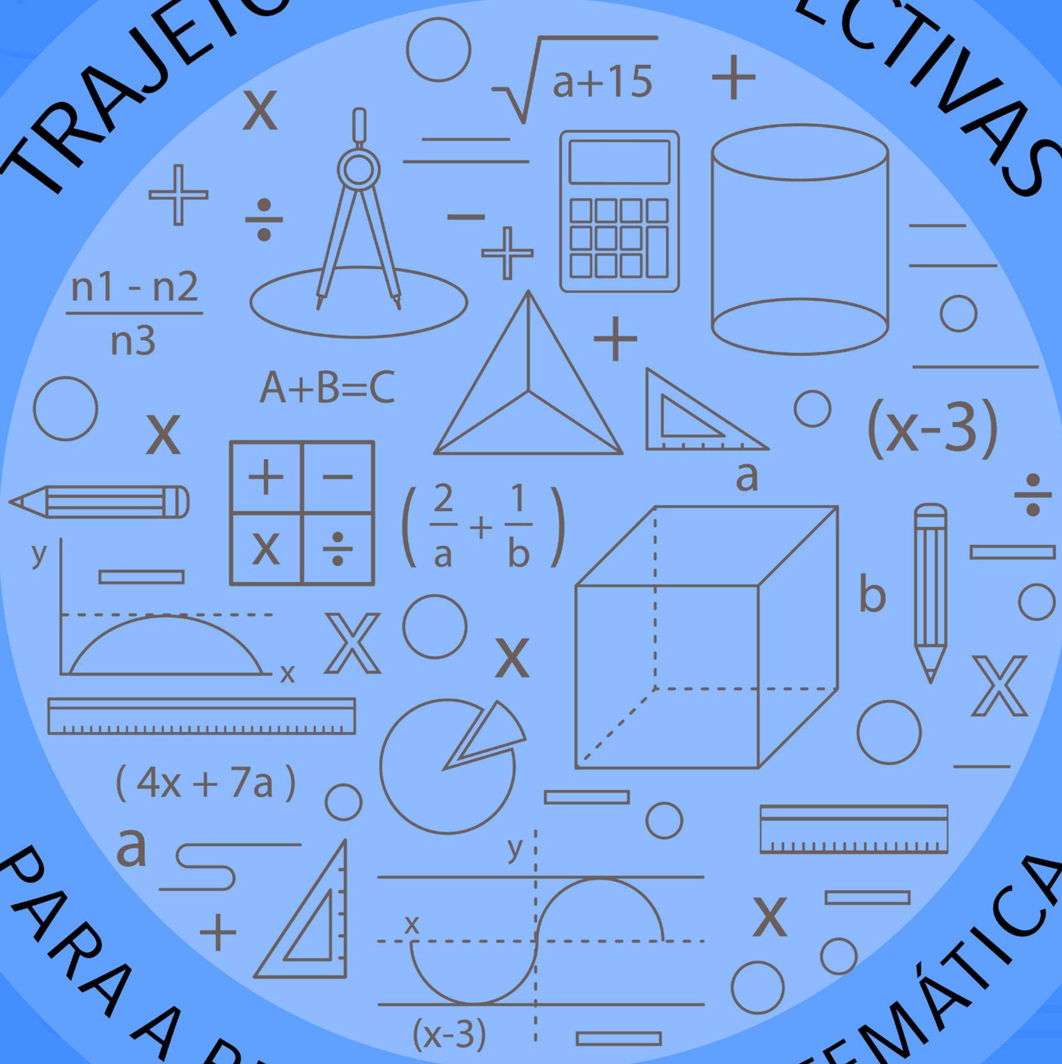
ANIELE DOMINGAS PIMENTEL SILVA
(Organizadora)

TRAJETÓRIAS E PERSPECTIVAS PARA A PESQUISA EM MATEMÁTICA

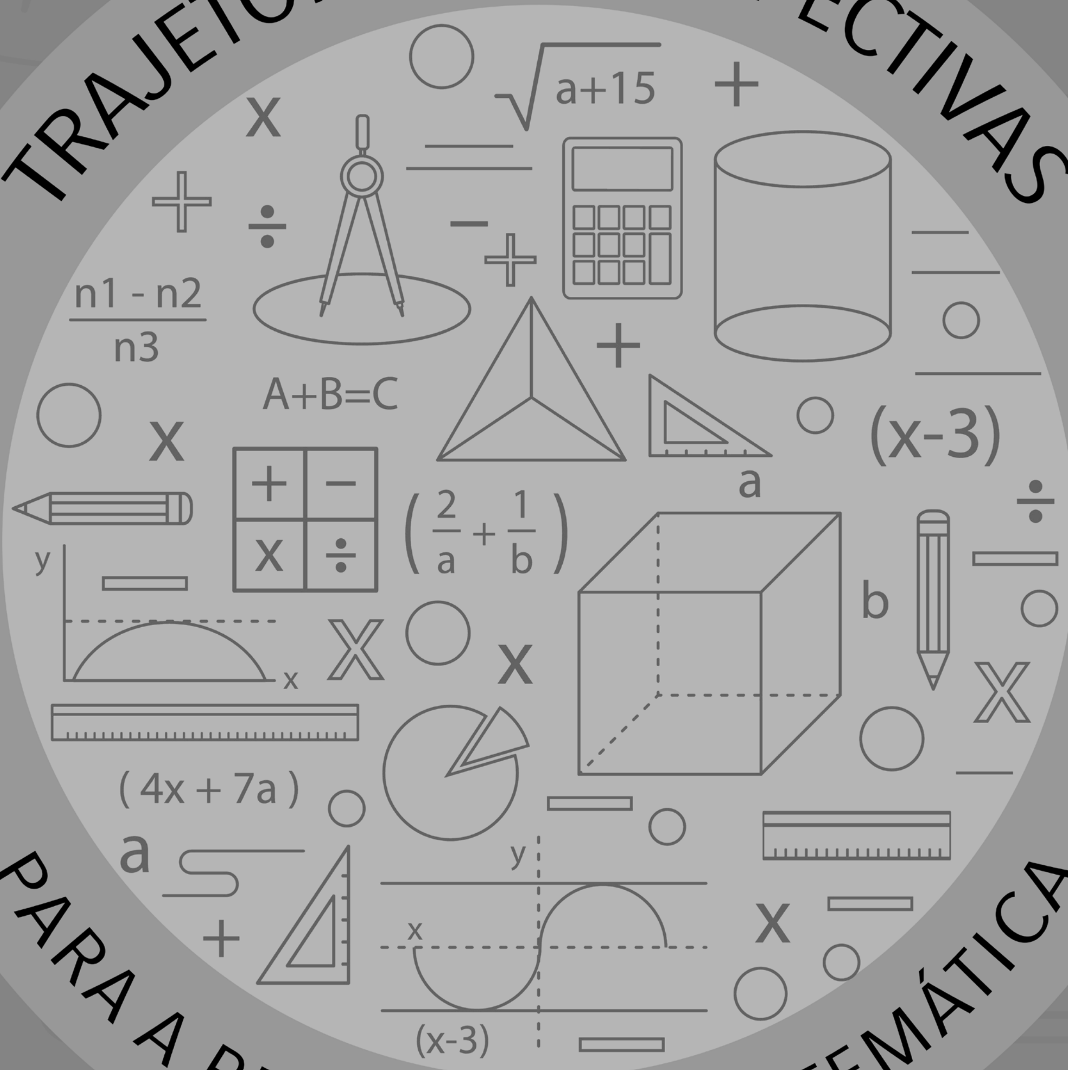


2

Atena
Editora
Ano 2023

ANIELE DOMINGAS PIMENTEL SILVA
(Organizadora)

TRAJETÓRIAS E PERSPECTIVAS PARA A PESQUISA EM MATEMÁTICA



2

Atena
Editora
Ano 2023

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Bruno Oliveira
Camila Alves de Cremo
Luiza Alves Batista
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Yaiddy Paola Martinez
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizadora: Aniele Domingas Pimentel Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

T768 Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2 / Organizadora Aniele Domingas Pimentel Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 202

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-1050-8
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.508231502

1. Matemática. I. Silva, Aniele Domingas Pimentel (Organizadora). II. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

APRESENTAÇÃO

A coleção “Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2” tem como foco criar espaços de discussão científica através dos diversificados trabalhos que a compõem. A coletânea abordará trabalhos, pesquisas com relatos de experiências e a matemática no campo interdisciplinar.

O objetivo principal é divulgar algumas pesquisas desenvolvidas por várias instituições de ensino superior do país, cujo eixo central dos trabalhos estão relacionados a metodologias de ensino, tendências em educação matemática e formação de professores. Nesse sentido, observa-se o avanço de pesquisas no campo da educação matemática, visando buscar maneiras que possam tornar a matemática mais atrativa e significativa aos alunos.

Os diversos temas discutidos nesse volume mostram que o conhecimento acadêmico é fundamental, propõe dialogo e reflexão para todos aqueles que tem interesse em conhecer e/ou melhorar sua prática pedagógica e ter um material disponível que permita o contato com essas pesquisas é extremamente relevante.

Deste modo a obra “Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2” apresenta resultados de pesquisas que foram satisfatórias e que podem aguçar a curiosidade e inspirar os leitores, por isso a importância de espaços como este de divulgação científica.

Aniele Domingas Pimentel Silva

SUMÁRIO

AS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO BATALHA CARTESIANA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE LOCALIZAÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE PONTOS NO PLANO CARTESIANO

Data de aceite: 01/02/2023

Phablo da Silva Medrado
Escola Municipal Professora Eliete Araújo de Souza.
Petrolina – Pernambuco
https://lattes.cnpq.br/1885656927529119

Mateus de Souza Galvão
EREM ANTONIO PADILHA
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/5513226030503227

Lucília Batista Dantas Pereira
UPE- Universidade de Pernambuco
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/7751208084431086

RESUMO: A utilização de jogos no ensino da Matemática vem se destacando como uma tendência e ganhando cada vez mais espaço na Educação Matemática, pois com a abordagem dos jogos matemáticos, as aulas tornam-se mais dinâmicas e interessantes para os alunos. Nesse sentido, este trabalho teve como objetivo geral investigar as contribuições provindas do uso do jogo Batalha Cartesiana como ferramenta no ensino e aprendizagem de localização e identificação de pontos no plano cartesiano. A pesquisa possui uma abordagem de caráter qualitativo, que contemplou duas turmas do 1º ano do ensino médio de uma Escola Pública Estadual de Petrolina-PE, num total de 70 estudantes. Assim, o presente estudo constatou que o jogo Batalha Cartesiana contribuiu para a promoção do aprendizado dos alunos de maneira significativa, como também tornou visíveis as dificuldades apresentadas por eles, auxiliando o professor no processo de amenizá-las. Assim, foi possível constatar que a vivência do jogo Batalha Cartesiana, quando utilizado com o devido planejamento e cuidados metodológicos, proporciona o ensino e a aprendizagem de modo lúdico e dinâmico, tornando as aulas de Matemática mais atrativas.

PALAVRAS-CHAVE: Plano cartesiano; jogo Batalha Cartesiana; Ensino/aprendizagem.

THE CONTRIBUTIONS OF THE CARTESIAN BATTLE GAME IN THE TEACHING AND LEARNING OF LOCATION AND IDENTIFICATION OF POINTS IN THE CARTESIAN PLAN

ABSTRACT: The use of games in Mathematics teaching has been highlighted as a trend and gaining more space in Mathematics Education, because with the approach of mathematical games, classes

become more dynamic and interesting for students. In this sense, this work aimed to investigate the contributions arising from the use of the Cartesian Battle game as a tool in teaching and learning the location and identification of points in the Cartesian plane. The research has a qualitative approach, which included two classes of the 1st year of high school at a State Public School in Petrolina-PE, with a total of 70 students. Thus, the present study verified that the Cartesian Battle game contributed to the promotion of student learning in a significant way, as well as made visible the difficulties presented by them, helping the teacher in the process of alleviating them. Thus, it was possible to verify that the experience of the Cartesian Battle game, when used with due planning and methodological care, provides teaching and learning in a playful and dynamic way, making Mathematics classes more attractive.
KEYWORDS: Cartesian plan; Cartesian Battle game; Teaching/learning.

1 I INTRODUÇÃO

No ensino de Matemática, é comum o professor enfrentar dificuldades ao tentar despertar o interesse dos alunos. Na tentativa de tornar a sala de aula mais atraente e dinâmica, o docente deve buscar alternativas de ensino que sejam capazes de atrair os estudantes para o processo didático. Nessa direção, Flemming, Luz e Mello (2005) destacam a Modelagem Matemática, Etnomatemática, Literatura e Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Jogos Matemáticos e Informática e Educação Matemática, como tendências em Educação Matemática. Essas práticas inovadoras tornam-se tendências a partir do momento que geram resultados positivos na sala de aula.

Por isso, ao considerar o desinteresse dos alunos em aprender Matemática, conforme mencionado acima, desenvolveu-se este estudo, no qual se abordou a tendência Jogos Matemáticos, mais especificamente o jogo “Batalha Cartesiana”. O referido jogo é uma proposta que visa a tornar o ensino do conteúdo “localização de pontos no plano cartesiano” mais dinâmico e atrativo para os alunos, além de auxiliar o professor na identificação das dificuldades apresentadas por eles. Com isso, pretende-se desmistificar a ideia de que a Matemática é “difícil e complicada”, assim como afirma Lara (2004, p. 3):

> Nessa perspectiva, utilizaremos jogos no ensino da Matemática com a pretensão de resgatar a vontade de aprender e conhecer mais sobre essa disciplina, eliminando sua áurea de “bicho-papão”. Mudaremos com isso, até mesmo o ambiente da sala e a rotina de todos os dias levando o aluno a envolver-se, cada vez mais, nas atividades propostas.

O uso de Jogos Matemáticos torna a sala de aula mais atrativa para os alunos, ganhando, assim, a atenção e despertando o interesse deles pelas aulas, pois assim como Sampaio e Oliveira (2020, p. 27), “entendemos que o ensino centrado apenas no professor e em livros didáticos já não é suficiente para a formação dos alunos se considerarmos as transformações que a sociedade enfrenta, o que exige, a cada dia, novos modos de agir, pensar e resolver problemas”. Nessa perspectiva, Lara (2004, p.1) ainda acrescenta que as atividades lúdicas podem ser consideradas como uma estratégia que estimula o raciocínio, levando o aluno a enfrentar situações conflitantes relacionadas com o seu cotidiano, além de fazer com que eles tenham autonomia para tomar decisões durante a partida, e aprendam a seguir as regras do Jogo.

Ante ao exposto, o presente estudo busca responder ao seguinte questionamento: Quais as contribuições advindas da aplicação do jogo “Batalha cartesiana” em turmas do 1º ano do Ensino Médio? Diante disso, o objetivo geral deste estudo é investigar as possíveis contribuições provindas do jogo Batalha Cartesiana para o ensino e aprendizagem de localização, e identificação de pontos no plano cartesiano em turmas do 1º ano do Ensino Médio, tendo como objetivos específicos avaliar as possibilidades para o jogo, discutindo seus resultados positivos e negativos; verificar as dificuldades existentes acerca dos conceitos relacionados à localização de pontos no plano cartesiano; amenizar as dificuldades dos alunos na localização de pontos no plano cartesiano com o uso do jogo.

2 | JOGOS MATEMÁTICOS

O jogo no ensino da Matemática é considerado uma ferramenta no processo de ensino e de aprendizagem capaz de levar o lúdico para a sala de aula, proporcionando diferentes situações ao aluno, além de auxiliar no desenvolvimento cognitivo, o que segundo Moura (1992, p. 47), “saber a este respeito nos conduz a uma visão de ensino como processo, que pressupõe o desenvolvimento das estruturas cognitivas como fator que permite ao aluno o acesso a conhecimentos cada vez mais elevados”.

Ademais, os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012, p. 37) asseguram que “o caráter recreativo da experiência com jogos tem sido apontado como um dos méritos dela no sentido de tornar mais atraente a Matemática para aqueles alunos que desenvolveram reações negativas ao trabalho nesse campo”.

Nesse mesmo sentido, Ribeiro (2009) ressalta a importância do uso dos Jogos nas escolas, fazendo uma comparação com aquelas que priorizam o ensino tradicional, com atividades rotineiras e repetitivas com uma escola que aborda Jogos Matemáticos. A esse respeito, a autora diz que “um trabalho com jogos matemáticos pode representar a mudança para uma nova configuração escolar, voltada ao desenvolvimento de sujeitos críticos, criativos, reflexivos, inventivos, entusiastas, num exercício permanente de promoção da autonomia”. (RIBEIRO, 2009, p.24).

No entanto, deve-se ter certo cuidado ao utilizar o jogo como instrumento de ensino, pois, muitas vezes, o próprio professor pode enxergar o jogo apenas como um entretenimento, e não como uma forma diferente de aula que auxilia o aluno a aprender de uma maneira lúdica, distinto do habitual, assim como aponta Moura (1992, p. 47,48):

> Ao utilizar o jogo como objeto pedagógico, o professor já tem eleita (ou deveria ter) uma concepção de como se dá o conhecimento. Esta concepção tem como elementos principais o papel reservado à interação como fator de desenvolvimento e as idéias de que o conhecimento evolui, de que o ensino

deve ser lúdico e de que o objetivo final é o conceito científico.

Assim, os jogos devem servir como objetos pedagógicos e serem capazes de levar conhecimentos aos alunos, desenvolvendo, portanto, o ensino e a aprendizagem de modo lúdico. Dessa forma, ainda que tenham dificuldades em Matemática, os jogos irão tornar o aprendizado mais atraente para os estudantes, além de fazer com que eles desenvolvam estratégias, raciocínio lógico, autonomia e confiança durante o processo. Já para Ribeiro (2009, p.18),

> O jogo apresenta-se como uma atividade dinâmica que vem satisfazer uma necessidade da criança, dentre outras, de 'movimento', ação. (...) O jogo propicia um ambiente favorável ao interesse da criança, não apenas pelos objetivos que o constituem, mas também pelo desafio das regras impostas por sua situação imaginária que, por sua vez, pode ser considerada como um meio ao desenvolvimento do pensamento abstrato.

Dessa forma, em conformidade com as ideias da referida autora ao afirmar que aprender brincando gera o interesse e o prazer dos alunos, além de contribuir para o desenvolvimento cognitivo, afetivo e social da turma. É válido ressaltar que os jogos irão contribuir de forma significativa nos processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes.

2.1 Vantagens e desvantagens do uso do jogo

O uso do Jogo como instrumento de ensino tem algumas vantagens apontadas por Grando (2000), tais como: o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos); fixação de conceitos (já aprendidos em sala); ajudar os alunos na introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão (facilitando, assim, a aprendizagem); o desenvolvimento de estratégia de resolução de problema; aprender a tomar decisões (e saber avaliá-las durante o jogo). O jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento (tornando assim autônomo nas suas decisões) e também favorece a socialização entre os alunos e a conscientização do trabalho em equipe (tornando-os mais sociáveis com os colegas de sala). Grando (2000, p.35) também afirma que

> A utilização dos jogos é um fator de motivação para os alunos; dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, de senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis.

Por outro lado, o jogo como instrumento de ensino, se não for bem planejado, apresenta também algumas desvantagens caso venha a ser mal utilizado, tornando-se meramente um passatempo para os alunos e perdendo todo o seu caráter educativo. O professor terá que ter cuidado na escolha do jogo, pois é uma atividade que requer tempo para sua aplicação, e caso venha a ser mal elaborada pelo professor, terá sido uma perda de tempo que não ocasionou nenhum aprendizado. A esse respeito, Grando (2000, p.35) afirma que

> [...] quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam; - o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo.

Nesse aspecto, o professor deve ter o objetivo em seu plano de aula bem organizado para que o jogo não se torne um empecilho, mas sim uma ferramenta de promoção ao ensino. Também vale ressaltar que a interferência do professor no jogo dos alunos deve ser de forma discreta ao mediar os alunos sem impor sua opinião, deixando que eles tomem suas próprias decisões, seguindo as regras do jogo. À vista disso, Grando (2000, p.35) ressalta que "a perda da "ludicidade" do jogo pela interferência constante do professor, destrói a essência do jogo;". Tendo esses cuidados, assegura-se que os alunos tenham autonomia durante o jogo, propiciando assim a ludicidade do uso desse recurso.

2.2 O papel do erro no decorrer do jogo

Durante a aplicação de uma atividade lúdica, o professor deve saber avaliar os erros que os alunos cometem, usando, assim, o jogo como um instrumento de observação para verificar os equívocos cometidos por eles, facilitando o processo de identificação de dificuldades e contribuindo para amenizar as dúvidas deles, aproveitando o momento para explicar o erro que foi cometido, avaliando se foi causado por um equívoco de estratégia do aluno ou por falta de conhecimento prévio do conteúdo abordado pelo jogo. Acerca disso, Grando (2000, p. 35) acrescenta que "as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos".

O erro durante o jogo se torna muito relevante, mas o que seria errar num jogo? Seria errar uma jogada a qual não lhe trouxe a vitória? Ou seria um erro de falta de conhecimento de certo conteúdo? Essas perguntas serão respondidas pelo professor, enquanto mediador-observador da atividade lúdica, já que cabe a ele analisar esse erro, utilizando-o como meio de averiguar as dificuldades que os alunos apresentam, além de que o aluno irá fazer sua autocorreção, avaliando o próprio equívoco e buscando melhorar sua habilidade no jogo. Segundo Macedo, Petty e Passos (1997, p. 39),

> [...] analisar erros, numa perspectiva construtivista, consiste em tomar consciência daquilo que deve ser corrigido ou mantido, na tentativa de melhorar os procedimentos. Isso promove a regulação, ou seja, a modificação da ação de acordo com o resultado. É na tentativa de garantir melhores resultados e de adquirir novas estratégias que a criança vai construindo uma postura de observação do que produz e dos erros que comete.

Nesse sentido, tanto o aluno quanto o professor irão avaliar os erros cometidos. O aluno buscará novas habilidades para chegar à vitória e o professor, por sua vez, avaliará os erros dos estudantes de modo que possa amenizar as dificuldades encontradas. Posto isto, assim como afirma Cury (2007), os erros se constituem de um conhecimento que os alunos possuem e que devem ser usados pelo professor para buscar formas didáticas que amenizem as dificuldades apresentadas por eles.

2.3 Classificação dos jogos

Numa atividade com jogos, o professor deve ter em mente qual o jogo se aplica melhor ao conteúdo que pretende abordar em sala de aula, haja vista que existem alguns tipos de jogos, cada um com uma finalidade em sua aplicação. Acerca disso, Lara (2004) apresenta uma classificação com os Jogos de Construção, Jogos de Treinamento, Jogos de Aprofundamento e Jogos de Estratégias.

O Jogo de Construção será aquele que levará ao aluno um novo conteúdo, no qual eles precisarão construir um diferente conhecimento no decorrer do jogo, assim afirma Lara (2004, p.4)

> Denomino como jogos de construção, aqueles que trazem ao aluno um assunto desconhecido fazendo com que, através da manipulação de materiais ou de perguntas e respostas, ele sinta a necessidade de uma nova ferramenta, ou se preferirmos, de um novo conhecimento, para resolver determina situação-problema proposta pelo jogo. E, na procura desse novo conhecimento ele tenha a oportunidade de buscar por si mesmo uma nova alternativa para sua resolução.

Jogos desse tipo permitem que o aluno consiga desenvolver conteúdos abstratos, mas requerem uma maior atenção do professor durante sua elaboração e aplicação, dado que ele terá uma boa participação na execução do jogo ao tirar as possíveis dúvidas que poderão surgir. Nesse viés, assim afirma Lara (2004, p.5), “não poderia ser ingênua afirmando que tudo possa ser construído facilmente pelo aluno e que, uma vez que esse aluno tenha construído determinado conceito ou propriedade tudo esteja feito.”.

Os Jogos de Treinamento, por outro lado, têm um caráter mais de revisão de conteúdo cujos alunos poderão aplicar os conhecimentos adquiridos em sala. Com o uso do Jogo de Treinamento, o professor irá tornar a aula que seria de resolução de exercícios em um momento mais dinâmico e atraente para os alunos. Além disso, o jogo de treinamento pode ser utilizado para verificar se o aluno compreendeu o conteúdo abordado em sala de aula, e amenizar dúvidas sobre esse mesmo conceito. Grando (1995, p.52) classifica os jogos de treinamento como jogos de fixação de conceitos, que

> [...] são aqueles cujo objetivo está expresso em seu próprio nome: “fixar conceitos”. São os mais comuns, muito utilizados nas escolas que propõem o uso de jogos no ensino ou “aplicar conceitos”. Apresentam o seu valor pedagógico na medida em que substituem, muitas vezes, as listas e mais listas de exercícios aplicadas pelos professores para que os alunos assimilem os conceitos trabalhados.

Outro jogo é o de Aprofundamento, também classificado por Lara (2004), que exigirá mais conhecimento dos alunos, pois o nível de dificuldade do jogo aumentará de acordo com o seu desenrolar, tornando-se mais desafiador para os participantes, principalmente, para os que têm mais afinidades com a Matemática, mas, também, sem dificultar para aqueles que não sejam "bons" em Matemática. O jogo de aprofundamento possibilita a inserção de outras matérias, sendo, desta forma, um instrumento fundamental de ligação entre as demais disciplinas. Nessa perspectiva, Lara (2004, p.6-7) acrescenta que "assuntos que são tratados em Geografia, Ciências, Química ou Física, na 8ª série, podem muito bem ser contemplados numa aula de Matemática através de um desafio. Não necessariamente precisamos utilizar um jogo para isso, mas com certeza ele seria um grande aliado".

Por último, mas não menos importante, têm-se os Jogos de Estratégia, que já são conhecidos pelos alunos, dentre eles: jogos como o xadrez, dama, campo minado, jogo de cartas, entre outros. São todos de estratégias e baseados em resoluções de problemas propostos, tais como: resolver um problema, prever os movimentos do adversário e vencer o jogo. Essas características promovem o desenvolvimento lógico e estratégico dos alunos à medida que joga, sendo que

> O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito através da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada, pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. (GRANDO, 2000, p.32).

Assim, o jogo matemático do presente estudo (Batalha Cartesiana) é classificado como de Estratégia, por propiciar ao aluno formas de criar estratégia e tentar descobrir os movimentos do adversário, no entanto, ele também pode ser aplicado como de Treinamento e de Construção.

3 | METODOLOGIA

O estudo em questão trata-se de uma pesquisa qualitativa, sendo que esta, de acordo com D' Ambrósio (2012, p. 21), "é o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciadas". Nele, busca-se as contribuições provindas do uso do jogo "Batalha Cartesiana" no ensino e na aprendizagem de localização e identificação de pontos no plano cartesiano.

A presente pesquisa foi aplicada em duas turmas do 1° ano do Ensino Médio, em uma escola pública estadual de Petrolina-PE, e teve a participação de 70 alunos, com duração de três aulas por turma. As etapas da pesquisa foram as seguintes:

1ª etapa: Inicialmente, foi realizada uma breve sondagem com os alunos por meio de um diálogo com o intuito de investigar o conhecimento prévio dos estudantes sobre o plano cartesiano e pares ordenados, como também a localização de pares ordenados no plano cartesiano, que são conteúdos do 6º ano do Ensino Fundamental. Segundo os Parâmetros Curriculares de Pernambuco, esse conteúdo apresenta a seguinte habilidade: "(EF06MA16PE) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante em situações como a localização dos vértices de um polígono" (PERNAMBUCO, 2012, p. 121).

Logo, supõe-se que os alunos já tenham tido contato com a maioria dos conceitos abordados pelo jogo. Mesmo assim, buscou-se lembrá-los apenas o que são pares ordenados e no que consiste o plano cartesiano, sendo que, no decorrer do jogo, esperava-se que os alunos observassem o posicionamento dos pontos no plano cartesiano.

2ª etapa: Explicação das regras e aplicação do jogo. Devido à grande quantidade de alunos, o jogo foi aplicado para duplas, sendo que cada dupla jogaria contra a outra. A escolha de quem iniciaria a partida ficou a critério dos participantes. Após essa organização, fez-se a distribuição dos exemplares do jogo para que os grupos realizassem o posicionamento das suas embarcações e iniciassem a partida.

3ª etapa: Para avaliar a contundência do jogo, foi aplicado um questionário, com questões abertas voltadas para as duplas que vivenciaram o jogo. É importante salientar que o referido questionário foi aplicado duas semanas depois da vivência do jogo, pois se fosse aplicado no mesmo dia, poderia inviabilizar os resultados, já que suas respostas seriam tendenciosas. Ressalta-se, também, que o questionário foi respondido por 48 alunos que estavam presentes no dia da sua aplicação.

O questionário teve como principal objetivo avaliar se os alunos aprenderam a localizar e a identificar os pares ordenados no plano cartesiano, além de verificar a opinião deles a respeito do jogo vivenciado. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 117), "os questionários podem servir como uma fonte complementar de informações, sobretudo na fase inicial e exploratória da pesquisa. Além disso, eles podem ajudar a caracterizar e a descrever os sujeitos do estudo". Sendo assim, o questionário serviu de fonte de dados para analisar o ensino e a aprendizagem dos alunos após a vivência do jogo, averiguando, assim, as contribuições provindas do uso desse recurso como ferramenta de promoção de aprendizagem.

4 | JOGO BATALHA CARTESIANA

O jogo "Batalha Cartesiana" foi desenvolvido pelo autor deste trabalho e teve como fonte de inspiração o jogo *batalha naval*[1]. Com tal ferramenta didática, buscou-se uma maneira lúdica de ensinar a localização e a identificação de pontos no plano cartesiano.

Regras do Jogo Batalha Cartesiana

Inicialmente, os alunos foram organizados em duplas ou grupos de quatro alunos,

1 Para mais informações sobre o jogo, pode-se acessar: https://pt.toluna.com/opinions/3612139/Sabem-como-surgiu--o-jogo-Batalha-Naval

para que eles colocassem suas embarcações na folha contendo o jogo (ver figura 1), no seu respectivo lugar (de modo que seu adversário não veja);

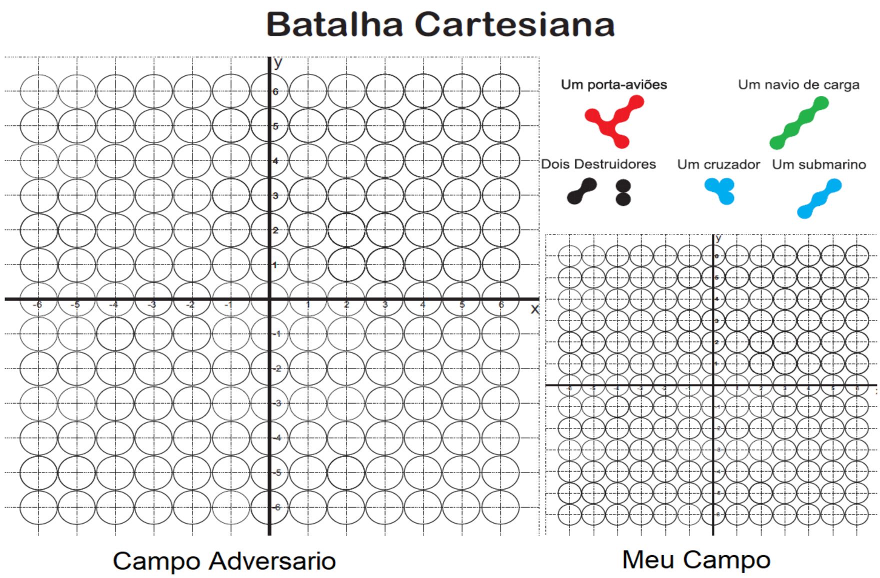


Figura 1: Jogo Batalha Cartesiana.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Cada jogador terá um total de 6 embarcações, quais sejam: um porta-aviões, um navio de guerra, um cruzador, um submarino e dois destruidores. Lembrando que as embarcações não podem ficar sobrepostas ou adjacentes, deixando sempre uma distância mínima de um par ordenado. Em seguida, a batalha começa; cada jogador terá 6 disparos por turno.

A partir dos disparos que cada jogador realizar, o adversário irá registrar na sua folha, no local “Meu campo”. O jogador, ao fazer os disparos, irá marcar as coordenadas ditas no “Campo Adversário”; os disparos serão pronunciados em forma de coordenadas, por exemplo: “primeiro disparo, coordenadas/par ordenado (2, 3)”; caso o jogador repita um disparo ou diga uma coordenada inexistente, ele perderá um dos disparos.

Durante os disparos, os jogadores irão se comunicar apenas pelas coordenadas dos seus disparos. Quando o jogador da vez estiver dando os disparos, o seu adversário irá dizer se foi “Fogo”, caso tenha acertado uma embarcação, ou dirá “Água” caso tenha errado, e irá marcar com um “X” os acertos e com “O” os erros. Quando uma embarcação for completamente atingida, o jogador dirá que a embarcação afundou sem precisar identificá-la.

O Jogo tem uma duração de 40 minutos, ou até que um jogador ou dupla afunde todas as embarcações do(s) adversário(s). Caso o tempo acabe, serão adotadas as seguintes pontuações por embarcações afundadas, sendo o vencedor aquele que obtiver mais pontos.

- Porta-aviões: 10 pontos
- Navio de guerra: 10 pontos
- Cruzador: 15 pontos
- Submarino: 15 pontos
- Destruidores: 20 pontos

Durante a aplicação do Jogo, o professor poderá tirar as dúvidas dos alunos. Porém, sem interferir nas suas jogadas, já que se trata de um jogo de estratégia e a maneira que os estudantes marcarão suas jogadas será usada para averiguar os erros cometidos. Para isso, foi desenvolvida uma folha de rascunho (ver figura 2) para que os alunos marcassem as coordenadas escolhidas por eles durante a partida.

Jogador 1: Jogador 2:

1 (,)	1(,)	1(,)	1(,)	1(,)	1(,)
2 (,)	2(,)	2 (,)	2(,)	2 (,)	2(,)
3 (,)	3(,)	3 (,)	3(,)	3 (,)	3(,)
4 (,)	4(,)	4 (,)	4(,)	4 (,)	4(,)
5 (,)	5(,)	5 (,)	5(,)	5 (,)	5(,)
6 (,)	6(,)	6 (,)	6(,)	6 (,)	6(,)

Figura 2: Folha de rascunho para os disparos

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

5 I VIVÊNCIA DO JOGO BATALHA CARTESIANA

Durante a primeira etapa da pesquisa, foi notável o desconhecimento do conteúdo pela maioria dos alunos, em ambas as turmas. Na turma A, um aluno fez o seguinte comentário: “Professor, não lembro mais desse conteúdo, recordo que vi ano passado, mas não lembro bem”.

Em seguida, foi apresentado o jogo Batalha Cartesiana e suas respectivas regras. Os alunos demonstraram grande interesse pelo mesmo e, de imediato, perguntaram quando iriam começar a vivenciá-lo. Durante a apresentação das regras, alguns alunos ficaram um pouco impressionados com a quantidade delas, mas no decorrer da vivência do jogo, notaram que as regras eram simples.

Durante a aplicação do jogo, foram observadas algumas dificuldades de localização de pontos no plano cartesiano. Na turma A, uma dupla não conseguiu organizar as embarcações como destacado na figura 3.

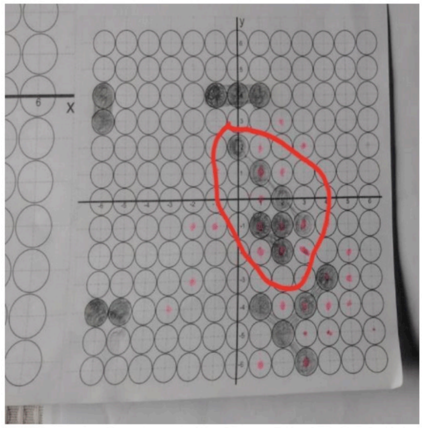
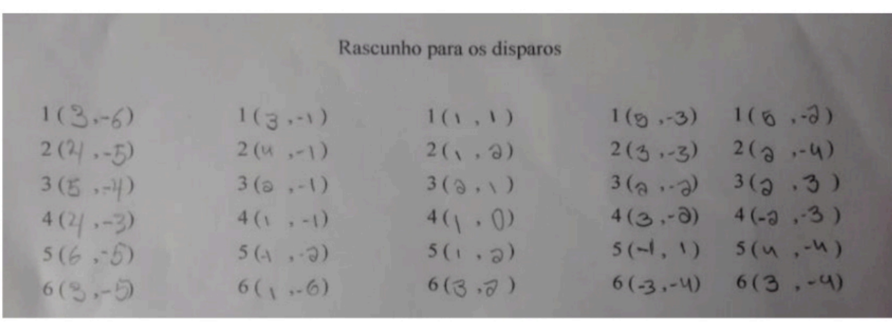


Figura 3: Embarcações de uma dupla de jogadores da turma A

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Na figura 3, foi destacado em vermelho, o erro de organização das embarcações que a dupla cometeu, pois colocou duas embarcações adjacentes e, como estava descrito nas regras, esse posicionamento não poderia ocorrer. Porém, foi um erro simples de organização que poderia não afetar o desenvolvimento da partida, mas dificultaria a identificação da embarcação pelo próprio colega. De fato, esse erro não afetou o desenvolvimento do jogo, já que as alunas mostraram conhecimento do conteúdo no andamento da partida, e com facilidade identificaram os pares ordenados dos disparos de seus adversários no jogo, como mostra a figura 4.



Rascunho para os disparos

1(3,-6)	1(3,-1)	1(1,1)	1(0,-3)	1(0,-2)
2(4,-5)	2(4,-1)	2(1,2)	2(3,-3)	2(2,-4)
3(5,-4)	3(2,-1)	3(2,1)	3(2,-2)	3(2,3)
4(4,-3)	4(1,-1)	4(1,0)	4(3,-2)	4(-2,-3)
5(6,-5)	5(1,-2)	5(1,2)	5(-1,1)	5(4,-4)
6(3,-5)	6(1,-6)	6(3,2)	6(-3,-4)	6(3,-4)

Figura 4: Rascunho dos disparos feitos pela dupla adversária de uma dupla da turma A.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Os pontos destacados na figura 3 mostram as coordenadas que foram ditas/ disparadas pelos colegas (adversários) na partida. Nota-se que eles conseguiram distinguir todas as coordenadas que foram disparadas (ditas pela dupla adversária) contra eles, mostrando domínio sobre conteúdo abordado.

Durante a vivência do jogo, foi possível a análise de alguns erros cometidos pelos alunos. Um deles foi a recorrente troca da abscissa (valor de x) pela ordenada (valor de y) nos pares ordenados. Foi possível observar que cerca de 63 dos 70 alunos apresentaram essa dificuldade em distinguir a ordem dos valores supracitados. Tal dificuldade está associada à troca do valor da abscissa pelo da ordenada, como mostra a figura 5. Os alunos trocaram a coordenada (-4,6) pela coordenada (6, -4), e durante o jogo muitos alunos pediam ajuda ao professor, pois sempre tinham essa dúvida. Nesse sentido, Grando (2000) afirma que o erro durante o jogo pode ser útil para evidenciar as principais dificuldades apresentadas pelos alunos, como também para auxiliar o professor a identificá-las, e assim posteriormente ajudá-los a amenizar tais dificuldades.

Por diversas vezes, os alunos mostraram falta de conhecimento prévio do conteúdo abordado pelo jogo, e durante a sua aplicação, evidenciaram desenvolvimento cognitivo ao longo da partida. Uma vez que, após a primeira rodada, grande parte dos alunos já tinham aprendido a identificar e localizar os pontos no plano cartesiano corretamente, ressaltando, assim, as ideias de Grando (2000) e Moura (2006) ao apontarem que o jogo possibilita para os alunos a aprendizagem do conteúdo de maneira simples, sem a necessidade de decorar.

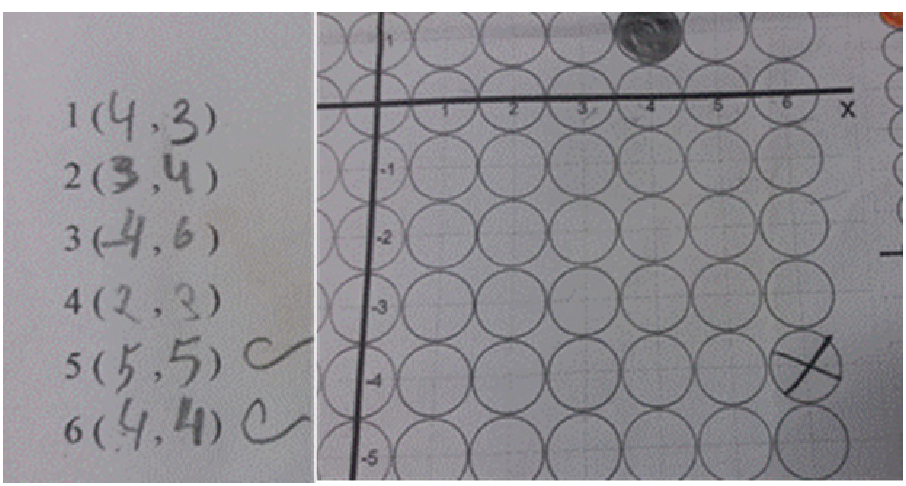


Figura 5: Troca das coordenadas do eixo X pelo Y.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Outra dificuldade apresentada por todos os alunos foi na localização de pontos dados sobre os eixos cartesianos. Os alunos não conseguiam interpretar onde ficavam, no plano, os pontos do tipo (x, 0) ou (0, y) e sempre solicitavam a ajuda do professor nessa identificação. Do total de alunos que participaram da vivência do jogo, 56 deles se equivocaram na marcação de alguma coordenada, principalmente em pontos sobre algum dos eixos, pois com frequência trocavam (x, 0) por (0, x), como ilustrado na figura 6.

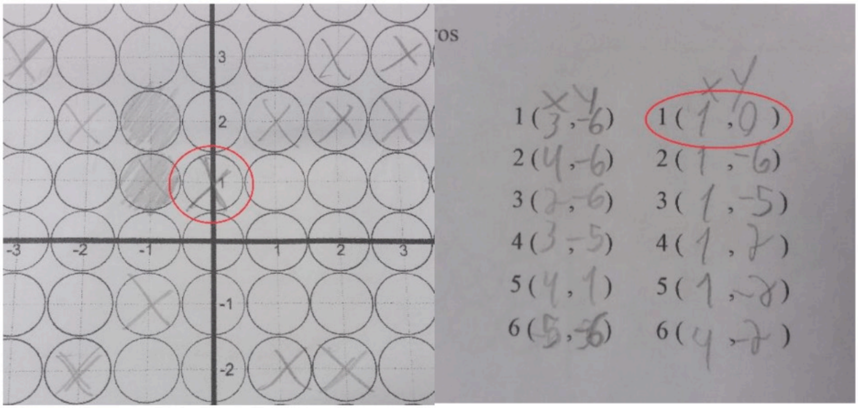


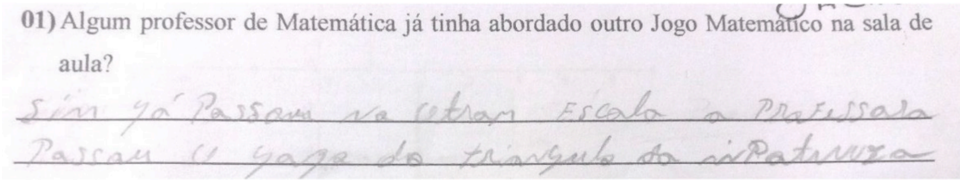
Figura 6: Erro de localização do ponto sobre o eixo.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Devido à frequência de equívocos cometidos pelos alunos, conforme relatado anteriormente, houve a necessidade de intervir para um melhor desenvolvimento das partidas. Assim, como muitos alunos apresentavam dificuldades relacionadas com a localização e identificação de pontos sobre os eixos, realizou-se, com a utilização do quadro branco, a explicação de como localizar e identificar os tipos de pontos mencionados. Dessa maneira, os estudantes aprenderam rapidamente e não cometeram mais esse equívoco durante o jogo.

6 I ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO APLICADO COM OS ALUNOS

Quinze dias após a vivência do jogo nas turmas, aplicou-se o questionário para verificar a opinião dos alunos em relação à atividade lúdica. Sendo assim, a primeira pergunta do questionário pretendia investigar se eles já tinham vivenciado o uso de jogos matemáticos em sala de aula. Dos 48 alunos que responderam ao questionário, 40 disseram que sim, dado que em ano letivo anterior o então professor de matemática já tinha utilizado Jogos Matemáticos como ferramenta de ensino, assim como afirma um dos alunos na questão 1 (ver figura 7).



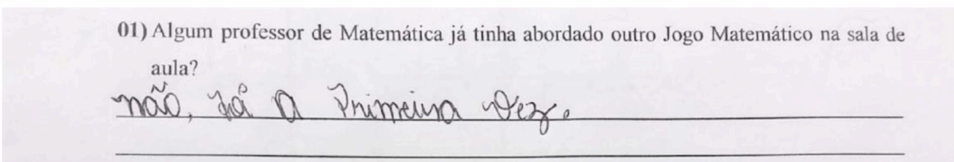
01) Algum professor de Matemática já tinha abordado outro Jogo Matemático na sala de aula?

Sim já Passou na outra Escola a Professora Passou o jogo do triângulo da natureza

Figura 7: Resposta do aluno A ao questionário.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Apenas 8 alunos disseram ter sido a primeira vez que um professor utilizou um Jogo (ver figura 8) como ferramenta de ensino e de aprendizagem de matemática.



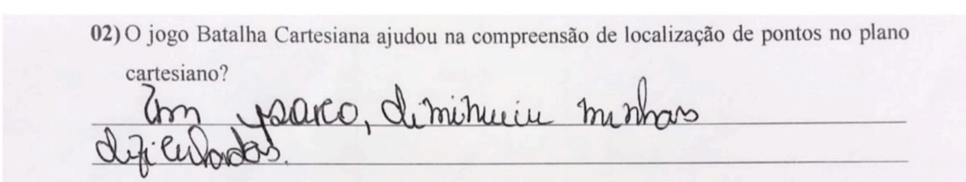
01) Algum professor de Matemática já tinha abordado outro Jogo Matemático na sala de aula?

não, foi a Primeira vez.

Figura 8: Resposta do aluno B ao questionário.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Mesmo sendo a primeira vez que vivenciou um jogo na aula de matemática, um dos alunos afirmou no segundo item do questionário (ver figura 9) que o jogo Batalha Cartesiana o ajudou a amenizar suas dúvidas sobre o conteúdo abordado. Confirmando, assim, as ideias de Grando (2000), Lara (2004) e Ribeiro (2009) ao indicarem que o jogo ajuda a aprender o conteúdo de uma forma lúdica e dinâmica.



02) O jogo Batalha Cartesiana ajudou na compreensão de localização de pontos no plano cartesiano?

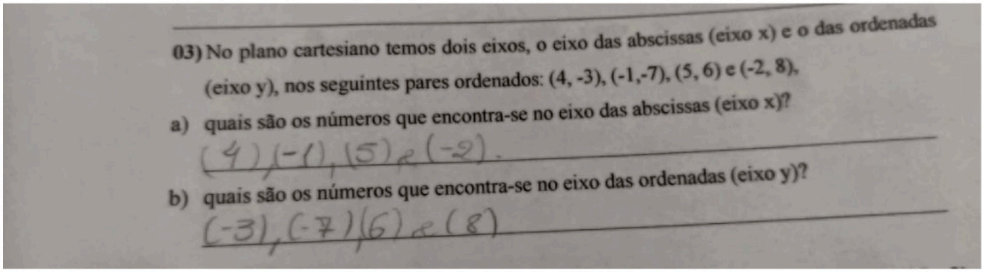
Um pouco, diminuiu minhas dificuldades.

Figura 9: Resposta do aluno B ao questionário.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Por conseguinte, as questões 3, 4 e 5 tinham como objetivo avaliar o aprendizado dos alunos em relação ao conteúdo abordado pelo jogo Batalha Cartesiana.

Na terceira questão, foi solicitado que os alunos identificassem a qual eixo pertenciam os valores dos pontos dados (ver figura 10). Sendo assim, todos os que responderam ao questionário acertaram os respectivos eixos dos pontos dados, mostrando que eles sabiam que os pares ordenados são dados na forma (x, y).



03) No plano cartesiano temos dois eixos, o eixo das abscissas (eixo x) e o das ordenadas (eixo y), nos seguintes pares ordenados: (4, -3), (-1,-7), (5, 6) e (-2, 8).

a) quais são os números que encontra-se no eixo das abscissas (eixo x)?

(4), (-1), (5) e (-2).

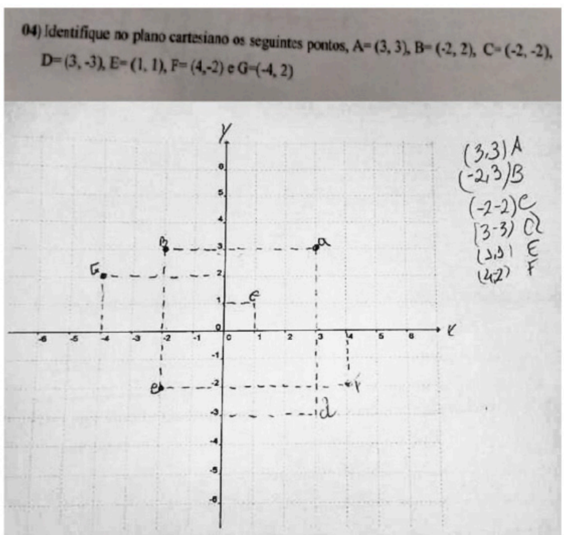
b) quais são os números que encontra-se no eixo das ordenadas (eixo y)?

(-3), (-7), (6) e (8)

Figura 10: Resposta do aluno C ao questionário.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Na quarta questão, foram dados sete pontos para que os alunos os colocassem no plano cartesiano e eles acertaram os pontos mencionados, demonstrando, assim, que aprenderam a localizar os pontos no plano cartesiano, conforme pode ser visto na figura 11.



04) Identifique no plano cartesiano os seguintes pontos, A= (3, 3), B= (-2, 2), C= (-2, -2), D= (3, -3), E= (1, 1), F= (4,-2) e G=(-4, 2)

Figura 11: Resposta do aluno C ao questionário.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Já na quinta questão, apenas dois alunos apresentaram um erro em comum (ver figura 12), lembrando que a questão solicitava que os alunos identificassem os pontos dados no plano cartesiano e esse erro foi apresentado na identificação dos pontos C= (0, 2), G= (-3, -1) e H= (-1, -2). Sendo assim, esses alunos identificaram os pontos como sendo C= (2, 0), G= (-1, -3) e H= (-2, -1), cometendo um erro de troca no valor de x pelo de y nos pontos dados. Considerando que durante a aplicação do jogo cerca de 90% dos estudantes apresentaram essa dificuldade, apenas dois alunos continuaram com essa dúvida.

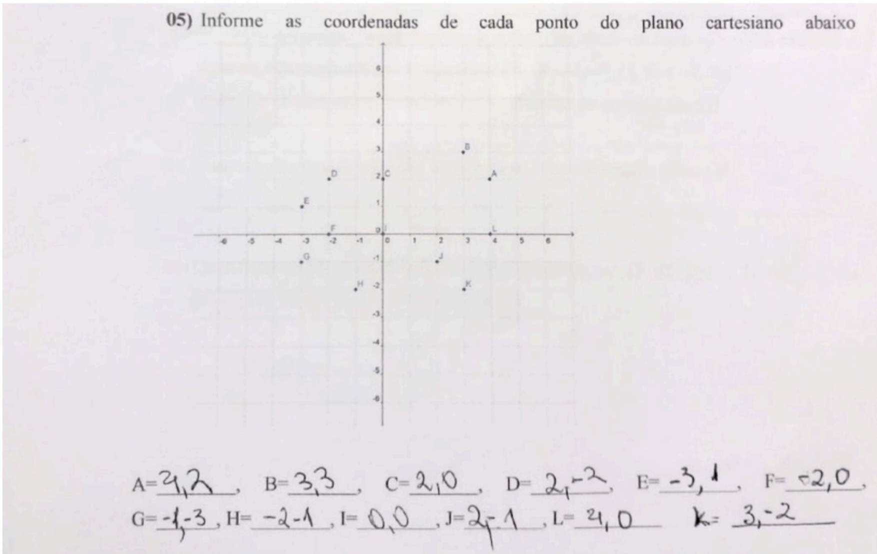


Figura 12: Erro de inversão de coordenada.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

Com o uso do jogo, verificou-se que o erro mencionado anteriormente ocorreu devido aos alunos não recordarem que se trata de um par ordenado, ou seja, que existe uma ordem entre abscissa e ordenada. Logo, essas observações ajudam a consolidar as ideias de Grando (1995; 2000) e Ribeiro (2009) quando afirmam que o uso do jogo como ferramenta de ensino e de aprendizado ajuda o professor na identificação dos erros e a corrigi-los.

Por último, o sexto quesito solicitava que os alunos escolhessem entre “ótimo”, “bom”, “regular” e “péssimo” a utilização do jogo Batalha Cartesiana como material didático. As respostas podem ser vistas na figura 13.

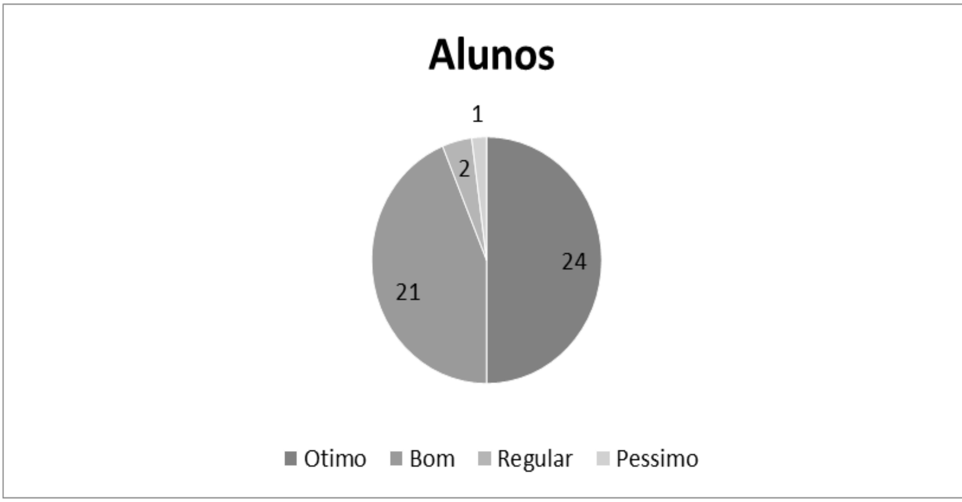


Figura 13: Opinião dos alunos das duas turmas em relação ao jogo.

Fonte: recorte do acervo de pesquisa.

De um modo geral, os estudantes classificaram o jogo como “ótimo” e “bom” para o uso didático, pois ele contribuiu na promoção da aprendizagem de modo lúdico e dinâmico, tornando-a mais atrativa. Dessa forma, é possível evidenciar que os alunos aprenderam brincando.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a vivência do jogo, foi possível constatar as dificuldades e dúvidas dos alunos que vieram à tona, e, por conseguinte, pôde-se amenizá-las com o uso do próprio jogo, além de evidenciar quais os motivos dos erros cometidos. Sendo assim, foi possível verificar que o presente estudo teve os seus objetivos gerais e os específicos alcançados, tendo em vista que o uso do Jogo Batalha Cartesiana contribuiu para o processo de ensino/aprendizagem de forma lúdica e dinâmica, promovendo também a interação dos alunos, pois como o jogo foi vivenciado em duplas, eles ajudavam seus amigos e aprendiam jogando. Além disso, o jogo proporciona ao professor uma alternativa didática para o ensino de localização e identificação de pontos no plano cartesiano.

Foi observado que o jogo vivenciado tornou a aula mais agradável e atrativa para os alunos, saindo da mesmice e monotonia das aulas tradicionais e aprendendo de modo lúdico. À vista disso, é importante ressaltar que o jogo Batalha Cartesiana requer tempo para sua aplicação, contudo, suas regras podem ser modificadas pelo professor de modo que a sua vivência ocorra em um tempo menor. Por exemplo, diminuindo o tempo de aplicação para 20 minutos.

Por fim, pôde-se concluir que o jogo se demonstrou de grande auxílio ao professor, possibilitando a identificação das dificuldades que os alunos têm em localizar pontos no plano cartesiano e foi utilizado o próprio jogo para amenizá-las, pois quando o erro cometido na própria folha do jogo era demonstrado, os alunos notavam rapidamente a diferença da inversão das coordenadas.

Vale ressaltar que o jogo também foi usado como aula de revisão, já que foi aplicado em turmas do 1º ano do ensino médio. Dessa forma, fica como sugestão para trabalhos futuros o uso do jogo Batalha Cartesiana como Jogo de Construção, o que, de acordo com Lara (2004), ocorre quando o tema da aula será apresentado aos alunos por meio do jogo e eles aprenderam o conteúdo brincando.

REFERÊNCIAS

CURY, H. N. **Análise de erros*:* o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

D' AMBROSIO, U. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. In: BORBA, M.C. e ARAÚJO, J. L. (Orgs.), 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3 ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em Educação Matemática**. 2. ed. - Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

GRANDO, R. C. **O jogo e suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1995.

GRANDO, R. C. **O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula**. 2000. 224 p. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 2000.

LARA, I. C. M. **O jogo como estratégia de ensino de 5ª a 8ª série**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- ENEM, 8. Anais. Recife: UFPE, 2004. 10p.

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, T. M. (Org.) **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação.** 9. ed. Cortez, p. 73-87, 2006.

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. 4 Cores, Senha e Dominó. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1997.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. Série Idéias n. 10, São Paulo: FDE, 1992. p. 45-53. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em: 06 jun. 2018.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife: SE, 2012.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e Modelagem na Educação Matemática**. São Paulo: Saraiva, 2009.

SAMPAIO, R. S.; DE OLIVEIRA, V. Movimento como Possibilidade para a Compreensão do Objeto Geométrico. **HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 5, n. 1, p. 25-35, 2020.

COMPREENDENDO A FUNÇÃO AFIM POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Data de aceite: 01/02/2023

Joás Mariano da Silva Júnior
Escola Professora Adelina Almeida
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/4943004063285347

Lucília Batista Dantas Pereira
UPE- Universidade de Pernambuco
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/7751208084431086

RESUMO: No ensino de Matemática nas escolas, comumente enfatiza-se a metodologia de ensino tradicional, o que torna para o estudante, uma aula maçante e cansativa. Desta forma, surgem as tendências em educação Matemática, nas quais visam a utilização dos conhecimentos prévios dos estudantes em temas matemáticos. Dentre as tendências, ressaltasse a Modelagem Matemática, que transforma os problemas da realidade em problemas da Matemática. Por intermédio disto, o presente trabalho tem como objetivo analisar se os alunos compreendem a função afim por meio da Modelagem Matemática, mediante a análise da conta de energia elétrica. Para isto, o estudo qualitativo foi realizado com três turmas do primeiro ano do ensino médio de uma escola pública no município de Petrolina-PE, no qual foi dividido em três momentos: no primeiro, os estudantes responderam um teste de sondagem para verificar os conhecimentos prévios dos mesmos; no segundo momento, realizaram uma atividade utilizando a conta de energia elétrica e, por fim, os estudantes apresentaram a aula com um seminário, mostrando os dados obtidos. Foi possível identificar que grande parte dos discentes não teve contato com a metodologia aplicada, entretanto, é importante o estudo da conta de energia elétrica, em contrapartida, não tinha conhecimento que era possível relacionar ao conteúdo de função afim com a conta de energia elétrica. Quanto ao conteúdo supracitado, expressaram que possuem dificuldades neste conteúdo. Por meio da atividade aplicada, pode-se verificar que os estudantes conseguiram compreender tal assunto. Mediante o exposto, foi averiguado que o objetivo da aula foi alcançado, no qual os alunos compreenderam a importância do estudo da função afim e a sua aplicação na conta de energia elétrica.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Função afim. Conta de Energia Elétrica. Modelagem Matemática.

UNDERSTANDING THE AFFINE FUNCTION THROUGH MATHEMATICAL MODELING

ABSTRACT: In the teaching of Mathematics in schools, the traditional teaching methodology is commonly emphasized, which makes a boring and tiring class for the student. In this way, trends in Mathematics education arise, in which they aim to use students' previous knowledge on mathematical topics. Among the trends, emphasis is given to Mathematical Modeling, which transforms the problems of reality into problems of Mathematics. Through this, the present work aims to analyze whether students understand the affine function through Mathematical Modeling, through the analysis of the electricity bill. For this, the qualitative study was carried out with three classes of the first year of high school in a public school in the city of Petrolina-PE, in which it was divided into three moments: in the first, the students answered a survey test to verify the knowledge; in the second moment, they performed an activity using the electricity bill and, finally, the students presented the class with a seminar, showing the data obtained. It was possible to identify that most of the students did not have contact with the methodology applied, however, it is important to study the electricity bill, on the other hand, they were not aware that it was possible to relate the content of a related function with the electricity bill. As for the aforementioned content, they expressed that they have difficulties in this content. Through the applied activity, it can be verified that the students were able to understand this subject. Based on the above, it was verified that the objective of the class was achieved, in which students understood the importance of studying the affine function and its application in the electricity bill.
KEYWORDS: Mathematics Education. Affine function. Electricity bill. Mathematical Modeling.

1 | INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática é comumente visto pelos professores como algo pronto e acabado, fazendo com que o docente utilize da mesma metodologia em todas as suas aulas, em geral, apenas aulas expositivas e listas de exercícios, ocasionando para os estudantes a ideia de que a disciplina é maçante e de difícil compreensão, de modo que, na perspectiva do educando, o conteúdo estudado não irá trazer benefícios e nem utilidade no seu cotidiano.

Neste sentido, vários estudos foram realizados na área da Educação Matemática, segundo Flemming, Luz e Mello (2005), eles surgiram no século XIX a partir de questionamentos sobre como se deve ensinar a Matemática e torná-la mais acessível aos estudantes, buscando sempre a renovação no Ensino da Matemática. Mediante a isto, surgem as tendências em Educação Matemática, que propuseram ensinar a Matemática de maneira diferenciada e criativa, tornando a aula mais dinâmica e prazerosa para os estudantes.

Por meio disto, Flemming, Luz e Mello (2005) definem que as atuais tendências em Educação Matemática são: Etnomatemática, que visa utilizar os conhecimentos prévios adquiridos no cotidiano do estudante no estudo da Matemática; Informática e Educação

Matemática, que objetiva a utilização de recursos tecnológicos para a compreensão dos conteúdos Matemáticos; Literatura e Matemática; no qual emprega-se práticas pedagógicas interdisciplinares, unindo a Literatura e a Matemática no processo de aprendizagem.

Entre tais tendências, ainda tem-se a Resolução de Problemas, em que o aluno analisa situações-problemas e busca meios matemáticos para resolve-las, vale enfatizar que tal tendência está inserida em diversas tendências Matemáticas; História da Matemática, que busca analisar fatores históricos que levaram a percepção do que a Matemática é hoje e compreender a sua evolução; Jogos e Recreações, esta tendência explora a utilização de jogos para se ensinar e compreender a Matemática de maneira mais lúdica; e por fim, tem-se a Modelagem Matemática, esta tendência busca expressar problemas em linguagem Matemática, esta última tendência foi abordada no decorrer do trabalho (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005). Vale enfatizar que existem diversas outras tendências em educação Matemática.

Diante desse cenário, este trabalho baseia-se na pesquisa de Tortola e Rezende (2010) e Alves *et al.* (2016), os autores utilizaram a Modelagem Matemática para o estudo da conta de energia elétrica, visando a compreensão do conteúdo de função afim na Educação Básica. Este trabalho justifica pelo fato de muitos estudantes apresentarem dificuldades no conteúdo estudado durante este ano letivo, visto que, por ser um ano atípico, os estudantes tiveram apenas aulas expositivas, não sendo possível trabalhar com metodologias diferenciadas para que os mesmos sejam agentes ativos do conhecimento. Deste modo, a questão norteadora deste trabalho é: de qual forma a Modelagem Matemática pode contribuir no aprendizado do conteúdo de função afim?

Mediante a isto, este estudo tem como objetivo geral analisar se os alunos compreendem a função afim por meio da Modelagem Matemática, mediante a análise da conta de energia elétrica. Tendo como objetivos específicos: identificar as dificuldades dos estudantes perante o estudo da função afim; e verificar se os estudantes conseguem criar um modelo Matemático que descreva a conta de energia elétrica.

Para alcançar os objetivos foi realizada uma pesquisa de campo do tipo qualitativa, que teve como público alvo estudantes 1° ano do ensino médio de uma Escola Pública estadual no município de Petrolina – PE.

2 | MODELAGEM MATEMÁTICA

Habitualmente muitos conteúdos matemáticos são vistos pelos estudantes sem aplicabilidade no seu cotidiano fora de sala de aula. Mediante a isto, surge a Modelagem Matemática no final da década de 70, que de acordo com Meyer, Caldeiras e Malheiros (2013), os professores e estudantes passaram a utilizar a Matemática Aplicada dentro da sala de aula. Segundo Bassanezi (2002, p. 16), “A modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real [...]". Portanto, essa tendência da Educação Matemática visa aplicar os conhecimentos adquiridos no âmbito acadêmico, ao cotidiano dos alunos.

Para isso, o papel do professor não é apenas trazer a Matemática Pura para a sala de aula, e sim trazer situações do cotidiano dos estudantes para a sala de aula.

Partindo deste pressuposto, Tortola e Rezende (2010) salientam que este recurso é um ótimo meio a ser utilizado pelos professores, uma vez que ele permite trazer sentido aquilo que está sendo estudado e traz uma maior motivação, tanto para o docente, bem como para os estudantes, visto que torna a aula mais atrativa e dinâmica.

Para Barbosa (2004), a Modelagem Matemática é um artifício que possibilita ao estudante desenvolver um senso crítico, uma vez que o aluno está diante de uma problematização e terá que, por meio dos recursos disponíveis, investigar este problema e encontrar uma solução para o mesmo. Neste processo, o sujeito irá compreender melhor aquilo que está sendo estudado, por meio da manipulação dos dados obtidos.

Corroborando com as ideias de Barbosa (2004), Tortola e Rezende (2010) e Biembengut (2009) ainda apontam que, ao se empregar a Modelagem Matemática em sala de aula, viabiliza que os estudantes se tornem mais ativos no processo de ensino e aprendizagem, os induzindo a produzirem trabalhos e adquirirem conhecimento, oportunizando-os a fazerem uso da Matemática fora da sala de aula. Nesta perspectiva, Tortola e Rezende (2010, p. 4) complementam que,

> [...] a Modelagem Matemática pode contribuir para que os alunos conheçam não só uma aplicação para o conteúdo matemático abordado ou que apenas pratiquem os algoritmos, mas para que compreendam por meio da situação em estudo utilizar os conhecimentos matemáticos adquiridos na escola para a resolução de um problema real.

Desta maneira, Santos e Bisognin (2007) ressaltam ainda que, o estudante torna-se protagonista do seu conhecimento, e o professor terá o papel de mediador deste aprendizado. Nesta mesma perspectiva, Ribeiro (2012, p.64) salienta que "a modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com a aproximação da realidade[...]".

Ratificando os autores supracitados, Alves *et al*. (2016) acentuam que, durante a aplicação da Modelagem Matemática na sala de aula, que seja permitido aos estudantes um momento de reflexão, no qual eles percebam os pontos positivos e negativos durante a aplicação do projeto.

Em contrapartida, Biembengut (2009) ainda vê uma enorme objeção tanto dos alunos como dos professores, pois, segundo a autora, esses sujeitos têm dificuldades em compreender e solucionar situações problemas da realidade, ela ainda destaca que as razões disto acontecer são: os exames externos realizado pelos estudantes e a formação de professores. Sobre os exames externos comumente os professores são orientados para ressaltar os conteúdos da grade curricular para que os índices da escola não caiam, já a formação de professores, a autora prever que o ensino superior ainda é subdivido por disciplinas que não se comunicam entre si, e destaca: “A maioria dos professores da Educação Superior raramente relaciona o assunto matemático acadêmico ao que o futuro professor deve enfrentar[...]” (BIEMBENGUT, 2009, p.24).

Além disto, Bassanezi (2002) destaca que a Modelagem Matemática pode ser tratada como um método científico, pois existem alguns pontos em que a modelagem pode ser utilizada como instrumento de pesquisa, pois estimula novas ideias; pode preencher lacunas em que existem falta de dados experimentais; consegue ter um melhor entendimento da realidade e é capaz de servir como linguagem universal para compreensão e comunicação com outros pesquisadores de diferentes campos do conhecimento.

Mediante aos estudos bibliográficos dos autores supracitados, este trabalho baseou-se nos estudos de Alves *et al* (2016) e Tortola e Rezende (2010) nos quais abordam a aplicação da Modelagem Matemática no estudo da conta de energia elétrica.

A pesquisa de Alves *et al.* (2016) teve como objetivo estimular o uso consciente de energia elétrica bem como o estudo da função afim por meio da Modelagem Matemática. Tais autores concluíram que tal metodologia contribuiu expressivamente para o estudo de função afim, assim como a importância de se economizar energia elétrica.

Já o trabalho de Tortola e Rezende (2010), retratou a Modelagem Matemática por meio de sequências didáticas utilizando como metodologia a engenharia didática. Os autores afirmaram que a metodologia aplicada contribuiu com o estudo de função afim, pois durante as aplicações das sequências didáticas, os alunos construíram os conceitos Matemáticos referente ao conteúdo abordado.

2.1 Etapas da modelagem matemática

A Modelagem Matemática não deve ser aplicada em sala de aula sem um devido planejamento. Segundo Burak (2004) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), o desenvolvimento de um projeto envolvendo Modelagem Matemática deve-se utilizar cinco etapas. Para Burak (2004), as cinco etapas são definidas por: Escolha do tema; levantamento dos problemas; resolução do(s) problema(s), o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; e por fim, a análise crítica da(s) solução(es).

Ao se falar em escolha do tema, Burak (2004) defende que esta escolha seja feita pelos estudantes, a fim de estimula a participação e o interesse dos alunos. Corroborando com esta ideia, Herminio (2009) ressalta em sua pesquisa, na qual a ocorrência da escolha do tema se dá em consideração ao interesse do estudante pela disciplina, isto é um fator positivo. Em contrapartida, a autora ressalta que nem sempre será possível o professor acatar a escolha do tema, visto que irá depender do nível e conteúdo que será abordado, porém, ela enfatiza a importância de haver uma escolha mútua entre o professor e o aluno.

Em relação ao levantamento dos problemas, este está diretamente ligado a coleta de dados para se formar um modelo matemático, todavia, esta etapa é efetivada pelos estudantes, visto que eles serão protagonistas do seu aprendizado e o professor será o mediador deste conhecimento. Em virtude disto, Barbosa (2004, p. 4) enfatiza que este ambiente

> [...] está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo.

Burak (2004) destaca na próxima etapa, a resolução do(s) problema(s). Nesta etapa, “através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida” (D’AMBROSIO, 1989, p.3). Mediante a isto, deve-se utilizar os dados coletados na etapa anterior e construir um modelo matemático relacionado ao conteúdo que está sendo estudado, D’Ambrósio (1989) ainda destaca que na resolução de um problema, o estudante se envolve com o “fazer” matemático, o tornando criativo e investigador.

A seguir, tem-se a etapa “o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema”, no qual para Burak (2004), é nessa etapa que o estudante percebe a importância e significado dos assuntos estudando mediante a resolução do(s) problema(s).

Por fim, tem-se a análise crítica da(s) solução(es), em que o professor irá debater juntamente com os estudantes sobre os resultados encontrados, o mesmo

> [...] pode ser realizado em sala de aula entre professores e alunos na busca de maior transparência desse processo e de melhor utilização dos vários meios possíveis de serem utilizados ou criados para alimentar relevantemente os processos de ensino do professor e os de aprendizagem dos alunos. (GATTI ,2003, p.102)

Vale ressaltar que outros autores abordam as etapas da Modelagem Matemática, tal como Bassanezi (2002) e Biembengut (2009), entretanto, para este trabalho, escolheu-se Burak (2004) visto que suas ideias e etapas corroboram com a proposta do trabalho, todavia, vale salientar que ambos os autores seguem linhas de pensamentos similares.

2.2 A modelagem matemática nos documentos oficiais

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacional (PCN) de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), a prática mais tradicional de se ensinar Matemática é por meio de resolução de exercícios, sem ter uma análise crítica daquilo que está sendo aprendido, limitando-se ao professor transmitir o conteúdo e o estudante apenas reproduz do mesmo jeito que foi ensinado. No entanto, percebeu-se que este método não está sendo mais eficaz, visto que o estudante está somente propagando o que foi ensinado.

Mediante a isto, os PCN (BRASIL,1998) ainda salientam que os professores não devem apenas transmitir o conhecimento, e sim mediar o conhecimento, pois,

> O professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas. Ele também decide se é necessário prosseguir o trabalho de pesquisa de um dado tema ou se é o momento de elaborar uma síntese, em função das expectativas de aprendizagem previamente estabelecidas em seu planejamento.

Portanto, o docente deverá alterar sua metodologia de ensino para que o estudante possa realmente compreender aquilo que está sendo estudado. Consequentemente, os Parâmetros Curriculares de Pernambuco de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PERNAMBUCO, 2012, p. 30-31) sugerem a utilização da modelagem matemática, visto que,

> A estratégia de modelagem matemática no ensino e aprendizagem tem sido apontada como um instrumento de formação de um estudante que seja: comprometido com problemas relevantes da natureza e da cultura de seu meio; crítico e autônomo, na medida em que toma parte ativa na construção do modelo para a situação-problema; envolvido com o conhecimento matemático em sua dupla dimensão de instrumento de resolução de problemas e de acervo de teorias abstratas acumuladas ao longo da história; que faz Matemática, com interesse e prazer.

Já a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sinaliza que, tais metodologias de aprendizagem são ricas para o progresso das competências fundamentais, tanto para o letramento Matemático, bem como o desenvolvimento do pensamento computacional, dado que, favorece o pensamento crítico e o raciocínio logico (BRASIL, 2018).

3 I METODOLOGIA

O presente trabalho utiliza-se da modalidade de pesquisa naturalista ou de campo com abordagem qualitativa, segundo Fiorentini e Lorenzato (2012), esta modalidade permite que o pesquisador colete os dados diretamente da fonte, que pode ser por meio de amostragens, questionários, testes, entre outros meios de coleta de dados. Já a pesquisa qualitativa preocupa-se "[...] com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais." (GERHARDT; SILVEIRA, 2009, p.32).

Em linhas gerais, para a realização deste trabalho utilizou-se como instrumentos da coleta de dados, um questionário de sondagem, roteiro da atividade e um seminário, no qual os estudantes apresentaram os dados obtidos.

Mediante a isto, foram coletados e analisados os dados obtidos com o objetivo de responder à questão de pesquisa e comparar com a pesquisa bibliográfica.

O trabalho foi desenvolvido em uma escola pública estadual no município de Petrolina – PE, contemplando 45 estudantes de três turmas do 1º ano do ensino médio. É importante ressaltar que devido à pandemia, nem todos os estudantes estiveram presencialmente na escola. Por isso, a culminância foi realizada em grupos de cinco estudantes, sendo três alunos de forma presencial e dois alunos que estão de forma remota, contemplando assim, todos os estudantes no estudo.

4 I ANÁLISE DOS RESULTADOS

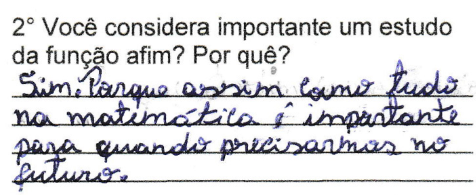
4.1 Questionário de sondagem

Antes de aplicar a atividade, iniciou-se a primeira etapa da Modelagem Matemática defendida por Burak (2004) na qual o estudante escolhe o tema. Foi proposto a escolha entre o estudo da conta de água e o estudo da conta de energia. tendo, os estudantes optado pelo estudo da conta de energia elétrica.

De antemão, verificou-se os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do conteúdo de função afim, bem como as suas noções sobre a conta de energia elétrica em função de um modelo matemático.

Em virtude disto, inicialmente questionou-se aos estudantes se eles já tiveram alguma aula de Matemática que abordasse a modelagem Matemática. A maioria destes alunos afirmou não conhecer o termo modelagem, em sequência disto, 44% destes estudantes afirmaram que nunca tiveram contato com tal metodologia, e 49% asseguraram que não lembravam desta metodologia de ensino.

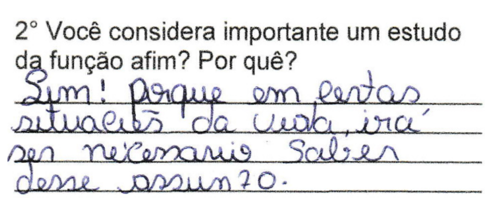
Posteriormente, os estudantes foram indagados sobre a importância de estudar a função afim, também foi solicitado que eles justificassem. Em linhas gerais, foi quase unanime que sim, é importante, como mostrado nas figuras 2 e 3.


2° Você considera importante um estudo da função afim? Por quê?

Sim. Porque assim como tudo na matemática é importante para quando precisarmos no futuro.

Figura 2: Resposta do aluno A para a 2ª questão do questionário de sondagem.

Fonte: Dados da pesquisa


2° Você considera importante um estudo da função afim? Por quê?

Sim! Porque em certas situacões da vida, irá ser necessario saber desse assunto.

Figura 3: Resposta do aluno B para a 2ª questão do questionário de sondagem.

Fonte: Dados da pesquisa

Desta forma, eles compreenderam a importância do estudo da função afim, apesar de não saber onde aplicar. Por outro lado, sete estudantes alegaram que tal conteúdo não irá servir para o seu cotidiano, logo não consideraram importante estudar o mesmo, como pode ser visto o relato de um estudante na figura 4.

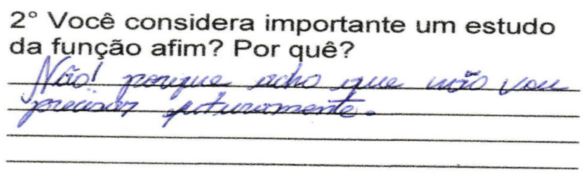


Figura 4: Resposta do aluno C para a 2ª questão do questionário de sondagem.

Fonte: Dados da pesquisa

Após isto, indagou-se sobre as dificuldades que estes estudantes possuem referente ao conteúdo de função afim. Logo, obteve-se o seguinte resultado, que se pode ver na figura 5, os alunos puderam escolher entre uma ou mais dificuldades, logo a soma das porcentagens ultrapassou 100%.

Ao analisar os dados obtidos, constatou-se que a maioria dos estudantes possui dificuldades, sejam em um ou mais conceitos da função afim, contudo, uma pequena parcela afirmou não ter dificuldades sobre o assunto.

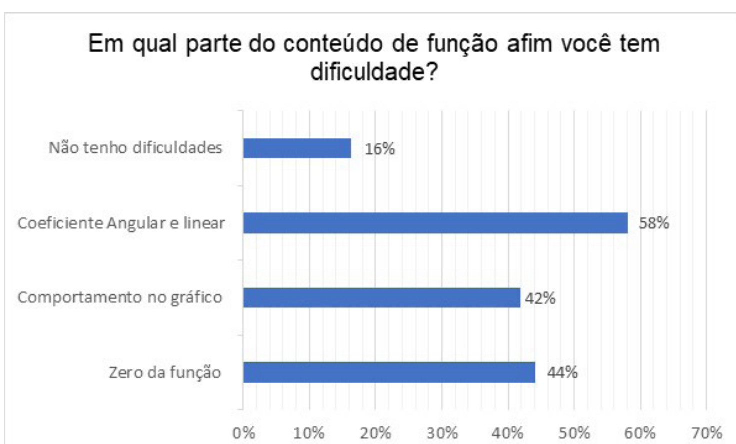


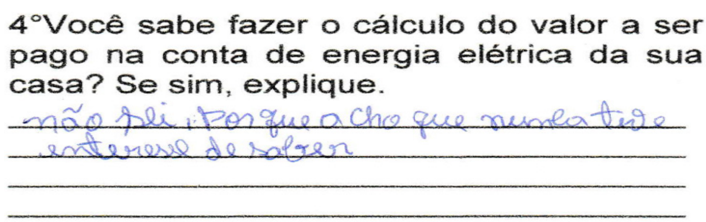
Figura 5: Resultado para a 3ª questão do questionário de sondagem.

Fonte: Dados da pesquisa

Visto isto, foi observado que a maior dificuldade destes estudantes em relação aos coeficientes angular e linear da função afim, mais especificamente em montar uma função de acordo com a questão dada. Por outro lado, como pode ser visto na figura 4, apenas 16%

dos estudantes possuem conhecimento do assunto, isso foi consequência da série anterior, que segundo a BNCC (BRASIL, 2018) contemplaria este conteúdo no 9° ano do ensino fundamental. Tendo em vista que esses alunos não tiveram aula desse assunto, em virtude da pandemia, as escolas foram fechadas e uma parcela considerável dos estudantes não teve acesso as aulas remotas, o que aumentou as dificuldades de aprendizagem.

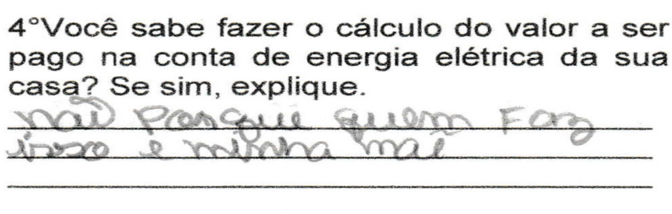
Por fim, as duas últimas questões buscaram identificar conhecimento dos alunos em relação a conta de energia elétrica. Primeiramente, buscou-se identificar se os estudantes compreendiam de que maneira é realizado o cálculo para obter o valor cobrado na conta de energia elétrica. Mediante a isto, resultaram nas seguintes respostas que podem ser vistas nas figuras 6 e 7.


4°Você sabe fazer o cálculo do valor a ser pago na conta de energia elétrica da sua casa? Se sim, explique.

não sei, Porque acho que nunca tive
enteresse de saber

Figura 6: Resposta do aluno D para a 4ª questão do questionário de sondagem.

Fonte: Dados da pesquisa


4°Você sabe fazer o cálculo do valor a ser pago na conta de energia elétrica da sua casa? Se sim, explique.

não Porque quem Faz
isso é minha mãe

Figura 7: Resposta do aluno E para a 4ª questão do questionário de sondagem.

Fonte: Dados da pesquisa

Em linhas gerais, constatou-se que os estudantes não sabiam como é calculado o valor pago na conta de energia elétrica, muitas vezes por nunca ter tido contato com uma, ou por falta de interesse, ou até mesmo porque o responsável por essa análise é outro membro da família.

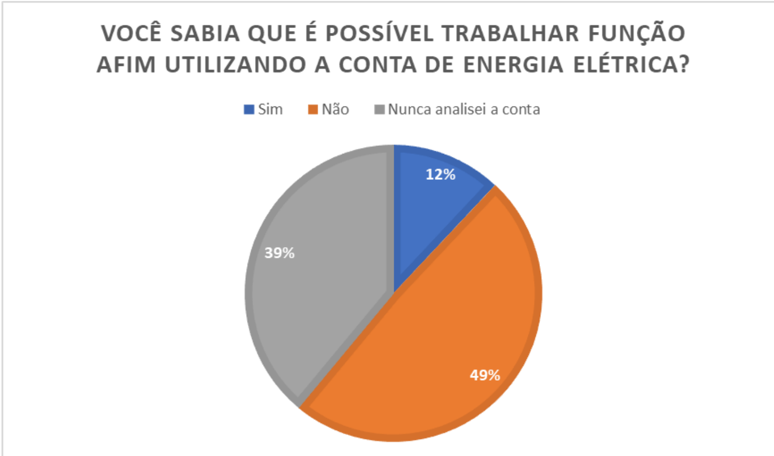


Figura 8: Resultado da 5ª questão do questionário de sondagem.

Fonte: Dados da pesquisa

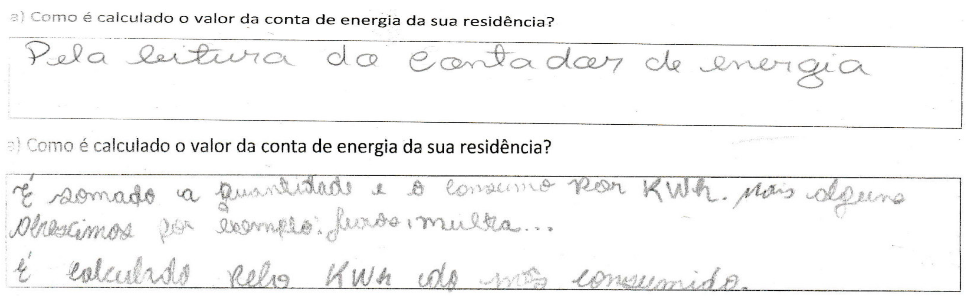
Por último, os estudantes foram inquiridos sobre a possibilidade de relacionar a conta de energia com a função afim, desta forma, alcançou os seguintes resultados, que podem ser vistos na figura 8.

Mediante as respostas coletadas, verificou-se que a maioria das respostas dos alunos ficaram divididas entre não e nunca analisei a conta, corroborando com o item anterior, no qual eles informaram que não analisam a conta de energia, e em virtude disto, não sabem como é calculado. Dentre a pequena parcela dos estudantes que afirmou que é possível trabalhar a função afim, foi em razão de que eles perceberam que existem diversas taxas, sejam elas fixas ou não, logo seria possível montar uma função.

4.2 Aplicação da atividade utilizando a conta de energia

Para o desenvolvimento da aula, foi solicitado aos estudantes que trouxessem na aula seguinte, uma conta de energia elétrica para a realização de uma atividade, na qual os alunos seguiram um roteiro para compreender como é feito o cálculo da referida conta por meio da função afim. Desta maneira, os estudantes, com a conta de energia elétrica em mãos, realizaram a atividade com o auxílio do professor. Entrando assim, na segunda etapa da Modelagem Matemática assegurada por Burak (2004), que corresponde ao levantamento dos problemas, nos quais os alunos coletaram os dados.

Como questionamento inicial, perguntou-se aos estudantes em relação ao valor a ser pago na conta de energia elétrica e foram obtidas as seguintes respostas que podem ser vistos na figura 9.



a) Como é calculado o valor da conta de energia da sua residência?

Pela leitura do contador de energia

a) Como é calculado o valor da conta de energia da sua residência?

É somado a quantidade e o consumo por KWh. mais alguns acrescimos por exemplo: juros, multa...

É calculado pelo KWh do mês consumido.

Figura 9: Resposta do item a da sequência didática.

Fonte: Dados da pesquisa

A princípio, os estudantes informaram que a conta de energia elétrica é feita pela leitura do contador de energia da sua residência, alguns foram mais além e perceberam que esse cálculo é dado pelo consumo de Quilowatt-hora (kWh) somado com algumas taxas, sendo elas: taxas de iluminação pública, bandeiras tarifárias e/ou multas por atrasado no pagamento.

Em seguida, o professor explicou como é feita a análise da conta de energia elétrica, desta forma, os alunos perceberam que existem taxas fixas e taxas variáveis.

Nos itens b e c da atividade, foi solicitado aos estudantes que identificassem o valor a ser pago por cada kWh consumido. No item b, ocorreu um empecilho em virtude de que muitos estudantes são de famílias carentes e possuem descontos de acordo com a quantidade de kWh utilizado. Desta forma, para dar continuidade a atividade, foi informado aos alunos para utilizar o primeiro valor cobrado por kWh. No item c, não ocorreu impasse, os alunos conseguiram identificar os valores fixos, entretanto, alguns informaram que a conta não possuía, logo, foram instruídos para usarem o valor zero.

No item d, foi apresentado os coeficientes de uma função afim, no qual o estudante deveria identificar qual é o coeficiente a e b na conta de energia elétrica, esses coeficientes foram obtidos nos itens anteriores. Posteriormente, no item e, o estudante sabendo quais são estes coeficientes, montaram a função afim, com isso, atestando as concepções de Bassanezi (2002), em que o estudante foi capaz de compreender e interpretar problemas do seu cotidiano e transformá-los na linguagem Matemática.

Após a coleta de dados, chega-se na terceira etapa defendida por Burak (2004), que corresponde a resolução do(s) problema(s). No item f, foi solicitado que os estudantes construíssem um gráfico dos últimos meses de consumo, esses dados também foram coletados na conta de energia elétrica, obtendo os seguintes resultados que podem ser vistos nas figuras 10 e 11.

Na construção destes gráficos, foram identificadas duas dificuldades: a primeira foi identificar qual variável (mês ou kWh) ficaria no eixo das abscissas e das ordenadas; já a segunda foi plotar os dados no plano cartesiano, tendo em vista que os alunos não estavam colocando os valores na ordem crescente ou até mesmo repetiam o valor no eixo das ordenadas, mesmo com a orientação correta, cometeram equívocos, como pode ser visto na figura 10. Entretanto este item foi o que eles mais gostaram, pois puderam construir algo com seus conhecimentos, concordando com o afirmado por Biembengut (2009).

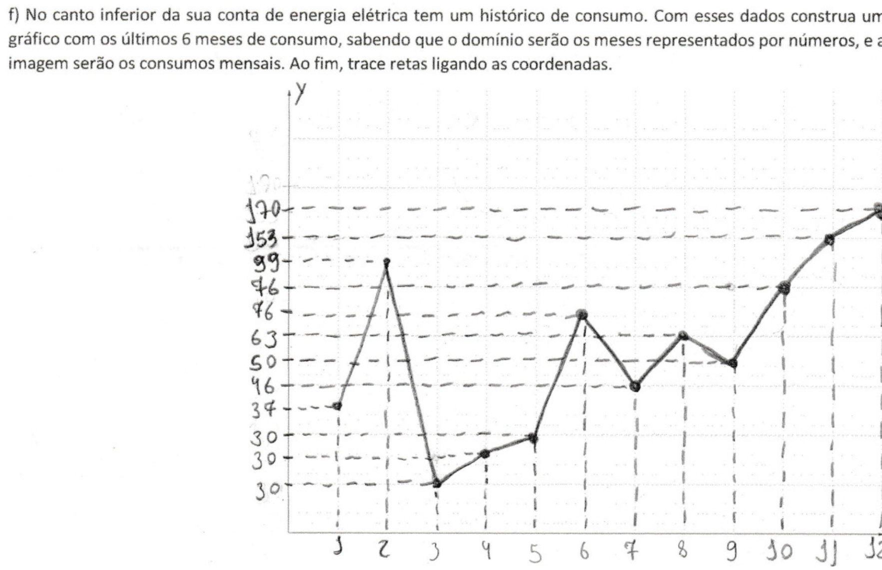


Figura 10: Resposta do aluno F do item f da atividade.

Fonte: Dados da pesquisa

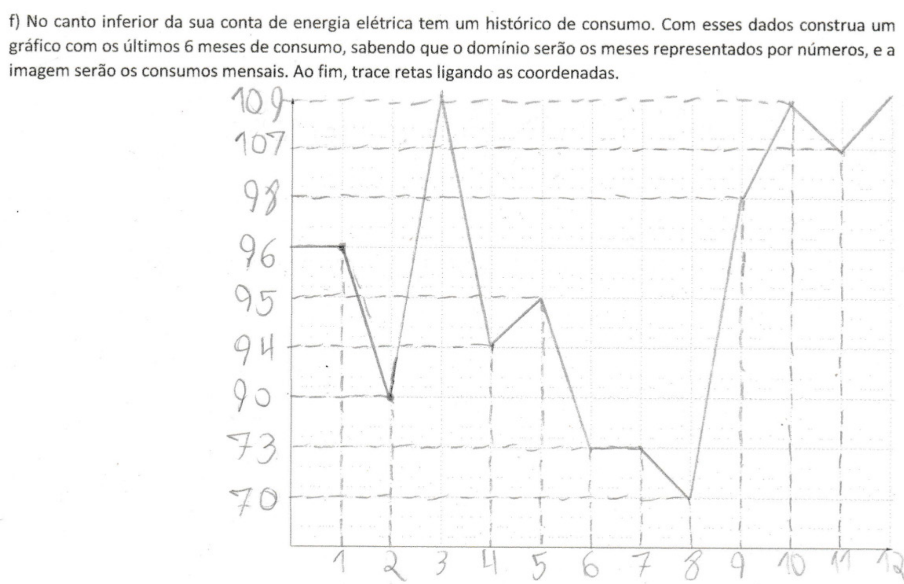
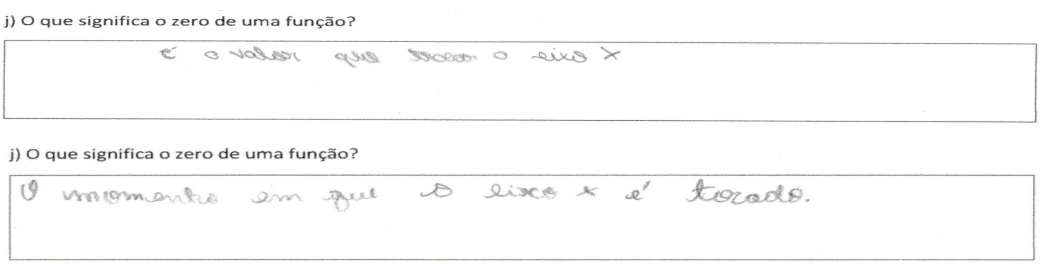


Figura 11: Resposta do aluno G do item f da atividade.

Fonte: Dados da pesquisa

No item g, os alunos fizeram uma análise do comportamento do gráfico, percebendo em qual momento a função afim é crescente, decrescente ou até mesmo constante, esse item foi bastante proveitoso, visto que eles compreenderam como é realizado a análise de um gráfico e a sua importância.

Para terminar a atividade, os alunos estudaram nos itens h, i e j, a respeito do zero ou raiz da função. Inicialmente, eles foram questionados se em algum momento o gráfico toca o eixo X, mediante a isto, foi unânime a resposta de todos, no qual afirmaram que não toca o eixo das abscissas. Subsequentemente, foi requisitado aos estudantes que encontrassem o zero ou raiz da função. No final, indagou-se o que seria esse zero da função e qual a sua utilidade, obtendo as seguintes respostas. (ver figura 12).


j) O que significa o zero de uma função?

é o valor que toca o eixo X

j) O que significa o zero de uma função?

O momento em que o eixo x é tocado.

Figura 12: Resposta do item j da atividade.

Fonte: Dados da pesquisa

Logo, pôde-se perceber que por meio da atividade, os estudantes compreenderam de maneira prática e atrativa, como é feito a análise de uma conta de energia elétrica, e por meio dela, assimilaram e interpretaram uma função afim, corroborando com as ideais de Tortola e Rezende (2010), que acentuam que a Modelagem Matemática possibilita uma aula mais atrativa e dinâmica. Por fim, notou-se que os estudantes compreenderam o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema proposto.

4.3 Culminância da aula utilizando a modelagem matemática

Como forma de consolidar o conhecimento adquirido, adentrou-se na última etapa defendida por Burak (2004), que é a análise crítica da(s) solução(es), desta forma, solicitou-se aos estudantes que se dividissem em grupos de cinco, de forma a contemplar tanto os estudantes que estavam presencialmente bem como os que estavam remotos.

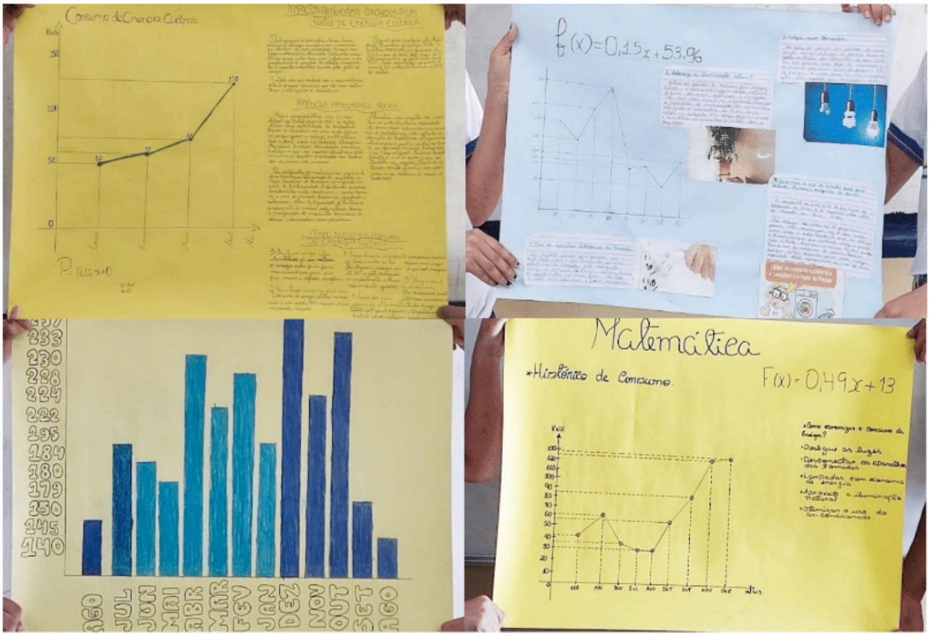


Figura 13: Cartazes produzidos pelos estudantes.

Fonte: Dados da pesquisa

Mediante a isto, após a escolha da conta de energia elétrica mais cara do grupo, foi solicitado que eles elaborassem uma apresentação abordando o estudo da conta de energia para que fosse socializada com os colegas, na qual fosse apresentada a função afim encontrada referente a conta analisada, bem como o gráfico referente aos doze meses de consumo elétrico da residência como pode ser visto na figura 13.

Nessas apresentações, além de exibir os itens mencionados anteriormente, os alunos apresentaram sugestões para diminuir o consumo de energia elétrica da residência estudada, corroborando com as ideias de Barbosa (2004), o qual salienta que a modelagem pode desenvolver um senso crítico no estudante. Dentre as recomendações os alunos indicaram: Mudança de lâmpadas fluorescentes ou incandescente para lâmpadas de LED; desligar os aparelhos domésticos sempre da tomada, investir mais na energia solar; dormir com a TV desligada; otimizar o tempo de uso do ar-condicionado; diminuir o uso de chuveiro elétrico e máquina de lavar roupas e desligar as lâmpadas sempre que não estivesse usando. Desta forma, o presente estudo pôde corroborar com as ideias de Alves *et al.* (2016) e Tortola e Rezende (2010), como também se observou que os estudantes tornaram protagonistas do seu conhecimento, como salientam Santos e Bisognin (2007).

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em linhas gerais, foi constatado que o objetivo da aula foi alcançado, tendo em vista que os estudantes compreenderam a função afim por meio da Modelagem Matemática mediante a análise da conta de energia elétrica. Com relação aos resultados encontrados, foi percebido que apesar das dificuldades mostradas pelos alunos, tal como identificar os coeficientes e a construção do gráfico, ao final, eles puderam associar a conta de energia elétrica com o conteúdo de função afim.

Em relação as dificuldades citadas anteriormente, foi identificado que, apesar de ser um conteúdo simples para alguns, diversos estudantes apresentaram dificuldades, tento em vista a identificação dos elementos na conta de energia elétrica; separar e organizar os dados obtidos e até mesmo na construção do gráfico da conta de energia escolhida, no qual os discentes tiveram empecilho na identificação dos pares ordenados e até mesmo na repetição de valores no plano cartesiano.

Por fim, percebeu-se que no final da atividade proposta, os estudantes conseguiram criar um modelo matemático que descreve a conta de energia elétrica estudada e apresentada, no qual foi possível identificar os valores fixos e variáveis.

Desta forma, se obteve, por meio dos relatos dos estudantes bem como a apresentação da culminância da aula, a relevância deste estudo, no qual os estudantes perceberam a importância de se analisar uma conta de energia elétrica e notaram que é possível aplicar conhecimentos matemáticos ao seu cotidiano.

Pôde-se observar que os resultados obtidos corroboram com as ideias dos pesquisadores estudados, pois foi possível tornar os estudantes mais ativos e construtores dos seus conhecimentos. Espera-se que se este trabalho inspire os professores a utilização da Modelagem Matemática em suas aulas.

Por fim, sugere-se como trabalhos futuros um estudo mais detalhado da conta de energia elétrica tal como: explicação do que são os tipos de bandeiras; como é feito o cálculo da taxa de iluminação pública e como funciona os descontos para pessoas de baixa renda. Também sugere-se trabalhar a importância de se economizar energia elétrica da sua residência.

REFERÊNCIAS

ALVES, Edmara dos Santos *et al*.. **Modelagem matemática: uma investigação por meio da conta de energia elétrica**. Anais IX EPBEM... Campina Grande: Realize Editora, 2016.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem matemática:** O que é? Por que? Como. Por que, p. 73-80, 2004 VIII ENEM

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** Editora Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais.** Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia, v. 2, n. 2, p. 07-32, 2009.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (**BNCC**). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

BURAK, Dionísio. **A Modelagem matemática e a sala de aula**. In: I EPMEM – I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2004. Anais. Londrina, PR, 2004.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje.** Temas e debates, v. 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 1ª Ed. Campinas: Autores Associados, 2012

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming; MELLO, Ana Cláudia Collaço de Mello. **Tendências em Educação Matemática.** 2. ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

GATTI, Bernardete A. **O professor e a avaliação em sala de aula.** Estudos em avaliação educacional, n. 27, p. 97-114, 2003.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. Métodos de pesquisa. Plageder, 2009.

HERMINIO, Maria Helena Garcia Barbosa. **O processo de escolha dos temas dos Projetos de Modelagem Matemática.** 2009.

MEYER, João Frederico da costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

PERNAMBUCO. **Secretaria de Educação. Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco:** Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife, Secretaria de Educação, 2012.

RIBEIRO, Flavia Dias. **Jogos e modelagem na educação matemática**. Editora intersaberes, 2012.

SANTOS, Losicler Maria Moro dos, and V. BISOGNIN. **Modelagem matemática por meio do tema poluição do ar, do solo e das águas.** *Vidya, Santa Maria* 24.42 (2007): 125-144.

TORTOLA, Emerson; REZENDE, Veridiana. **Analisando a conta de energia elétrica:** o estudo de função afim por meio de uma sequência de atividades**.** IV EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, Maringá – PR, 11 a 13 de novembro de 2010.

ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: AS POTENCIALIDADES DE ENSINO COM O GEOGEBRA

Data de aceite: 01/02/2023

Carlos Alberto Regis
Universidade Federal do ABC
0000-0001-5536-8361

RESUMO: Neste relato, apresentarei uma sequência de atividades aplicada em uma turma de terceiro ano do ensino médio de um colégio particular, em Guarulhos. Para essas atividades, inicialmente foram solicitados alguns valores relacionados à senos e cossenos, alocados em tabelas, e depois colocados em um plano cartesiano para verificar o comportamento das curvas, e fazer a associação com as funções $f(x)=\cos(x)$ e $f(x)=\text{sen}(x)$. Essas atividades serviram como um treino para que fossem introduzidas as funções do tipo $f(x)=a+b.\text{sen}(cx+d)$ e $f(x)=a+b.\cos(cx+d)$, em que cada um dos coeficientes (a, b, c e d) têm uma função no comportamento do gráfico (amplitude, período, etc.), e os alunos puderam observar vários gráficos no aplicativo de geometria dinâmica e fazer associações.

PALAVRAS-CHAVE: Trigonometria; tecnologia educacional; ensino de funções.

THE TEACH OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS: TEACHING POTENTIALITIES WITH GEOGEBRA

ABSTRACT: In this report, I shall present a series of applied activities in 3rd year high school class of a private school in Guarulhos. For these activities, we first asked for values linked to sines and cosines, allocated in tables, and then placed in a Cartesian plane to verify the behavior of the curves, and to make the association with the functions $f(x)=\cos(x)$ and $f(x)=\text{sen}(x)$. These activities served as a training for the introduction to functions of type $f(x)=a+b.\text{sen}(cx+d)$ and $f(x)=a+b.\cos(cx+d)$, in which each of the coefficients (a, b, c and d) has a function in the behavior of the graph (amplitude, period, etc.), and the students could observe various graphics in the dynamic geometry application and fact associations.

KEYWORDS: Trigonometry; educational technology; teaching of functions.

INTRODUÇÃO

Os conteúdos relacionados à trigonometria são bastante utilizados em várias áreas da matemática: no estudo dos triângulos retângulos, nas circunferências, nas funções, entre outras áreas. Neste relato, apresentarei uma sequência de atividades aplicada em uma turma de terceiro ano do ensino médio de um colégio particular, em Guarulhos. Essas atividades têm o objetivo de verificar se os alunos, através do uso de um aplicativo de geometria dinâmica, conseguem perceber as características de cada uma das constantes das funções do tipo $f(x)=a+b.sen(cx+d)$ e $f(x)=a+b.cos(cx+d)$. Nas aulas em que o assunto é relacionado à trigonometria, percebo que para conseguir exemplificar e visualizar, é preciso mais do que fórmulas e desenhos.

> Imaginar, tocar, manipular são fatores que influenciam no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, dando estrutura para o entendimento de determinados conceitos. E quando o manipular não está ao alcance, a visualização pode conduzir a uma tentativa de dar concretude ao pensamento, construindo uma imagem mental, um significado ao significante. (SANTOS, 2014, p. 21).

Pensando nisso, este trabalho apresenta uma sequência de atividades das funções periódicas seno e cosseno, usando como instrumento o aplicativo Geogebra, em que os alunos puderam observar vários gráficos no aplicativo de geometria dinâmica e fazer associações. São essas observações, percepção de alguns alunos e resultados das atividades que serão abordados neste trabalho.

Sobre a escolha dessa sequência: se deu pela dificuldade de observação dos alunos em relação a conceitos geométricos, principalmente quando se trata das razões trigonométricas, então trabalhando com o aplicativo em outros conteúdos vi que funcionou como um facilitador para que os alunos observassem e percebessem características desses assuntos que não eram vistas antes; sobre as dificuldades encontradas na criação da sequência: estão voltadas à aplicação da atividade, no sentido de conhecimento das funcionalidades do aplicativo, pois sem conhecer o Geogebra, o aplicador da atividade pode ter resultados diferentes do esperado.

O USO DE TECNOLOGIAS NA MATEMÁTICA

As tecnologias digitais vêm tomando espaço e sendo cada vez mais utilizadas para facilitar o entendimento de alguns conceitos, em várias áreas.

> A utilização cada vez maior, das mídias digitais no ambiente acadêmico e corporativo como estratégia, com um público cada vez mais envolvido com a tecnologia, trazem para as instituições várias opções de recursos didáticos para lhes dar a oportunidade de responder às diferenças individuais e às múltiplas facetas da aprendizagem (ALBINO e BITTENCOURT, 2017, p. 209).

Dessa forma, incorporar nas atividades pedagógicas de maneira interativa o uso de aplicativos que possam ter relação com os conteúdos, se torna uma opção para os professores que queiram inovar em seus métodos de ensino. Albino e Bittencourt (2017) dizem que “apesar dos desafios que existem na educação brasileira, existem também grandes possibilidades para alavancar a educação no século XXI a partir do uso criativo das tecnologias digitais disponíveis, como apoio no ensino-aprendizagem".

Pensando nisso, tentei reunir na atividade proposta aos alunos (após a explicação e a atividade de sondagem sobre trigonometria) perguntas em que eles pudessem fazer as análises e colocar nas respostas o que percebiam de acordo com cada gráfico dado, baseando-se nas funções $f(x)=\cos(x)$ e $f(x)=\text{sen}(x)$. Utilizamos o aplicativo de geometria dinâmica Geogebra Calculadora Gráfica para celular, que possui um teclado separado por partes que permite, sem muita dificuldade, que os alunos encontrem as informações que precisam ser digitadas para a construção do gráfico, incluindo a sobreposição de gráficos para uma análise mais detalhada do comportamento da curva. Essa característica possibilita comparar a lei de formação com o gráfico, fazendo assim com que o Geogebra seja um potencializador do ensino de funções, inclusive para a análise dos coeficientes de funções do tipo $f(x)=a+b.\text{sen}(cx+d)$ e $f(x)=a+b.\cos(cx+d)$.

Atividade 1: Construção dos gráficos das funções seno e cosseno.

Para essa atividade de sondagem, os alunos já tinham, no caderno, construído as tabelas com os valores de x e de y, e localizado os pontos em um plano cartesiano, que também estava desenhado no caderno.

Questão 1: No aplicativo Geogebra, digite a lei de formação da função $f(x)=\text{sen}(x)$, edite e coloque a curva formada na cor azul. Construa também a função $f(x)=3+\text{sen}(x)$ e edite com a cor amarela. Salve a imagem no final da construção.

Questão 2: No aplicativo Geogebra, construa agora a função $f(x)=\cos(x)$. Edite e coloque a cor verde e salve no final da construção. Construa também a função $f(x)$-$2+\cos(x)$ e edite com a cor laranja.

Questão 3: Construa no Geogebra sobre o gráfico da função seno o gráfico da função $f(x)=3.\text{sen}(x)$, e sobre o gráfico da função cosseno o gráfico da função $f(x)=2.\cos(x)$, separadamente. Salve ao final da construção.

Questão 4: Construa sobre o gráfico da função seno o gráfico da função $f(x)=\text{sen}(2x)$, em cor rosa, e sobre o gráfico da função cosseno o gráfico da função $f(x)=\cos(\frac{x}{2})$, em cor vermelha.

Questão 5: Construa sobre o gráfico da função seno o gráfico da função $f(x)=\text{sen}(x+\frac{\pi}{6})$, com a cor marrom, e sobre esta mesma função, construa outro gráfico da função $f(x)=\text{sen}(x-\frac{\pi}{4})$, e edite com a cor roxa.

Na questão 1, era esperado que os alunos conseguissem representar essas funções, e verificassem a similaridade da função com a que foi feita no caderno e possibilidade de movimentação no aplicativo.

Na questão 2, os alunos construíram a função solicitada sobre a que já fizeram, e esperava-se que já estivessem atentos para os detalhes de cada construção. Para essas duas questões, era esperado que os estudantes já começassem a perceber o que o -2 e o 3 alteram no comportamento do gráfico. Mais adiante, teremos perguntas para que digam o que perceberam em relação a esses números, que representam o coeficiente **a** na forma geral da função.

Para as duas funções construídas na questão 3, o aluno teve a oportunidade de reconhecer as mudanças que os coeficientes 3 e 2 têm sobre a curva que construíram, e qual é a função do coeficiente **b**.

Para a questão 4, o esperado era que verificassem que acontece uma dilatação ou contração horizontal na curva quando altera o coeficiente que acompanha o x (que nas questões é o 4 e o ½), que é o coeficiente **c** na forma geral, e que essa dilatação/contração está relacionada com o período.

Na questão 5, era esperado que os alunos percebessem que existe uma mudança horizontal de acordo com o valor somado ou subtraído ao x, fazendo o gráfico transladar para a direita ou para esquerda, e que o coeficiente **d** é o responsável por essa função.

Atividade 2: Analisando e comparando as funções

Nesta atividade, as questões tinham como objetivo sondar a percepção dos alunos referente a cada uma das questões efetuadas na primeira atividade. Os alunos responderam questões sobre a alteração do comportamento da curva de acordo com a mudança de cada coeficiente.

Os alunos, dentro de uma lista de 10 funções, escolheram 6 e construíram os gráficos no aplicativo Geogebra. Depois de construir esses gráficos, com as cores especificadas, responderam a algumas questões em um formulário online.

Questão 1: Selecione aqui as funções escolhidas por você.

Questão 2: Dos gráficos que você selecionou, qual tem a maior dilatação vertical?

Questão 3: Qual o coeficiente responsável por essa dilatação/contração? O que você pôde perceber sobre essa constante até o momento?

Questão 4: Dos gráficos que você selecionou, qual tem a maior contração horizontal?

Questão 5: Qual o coeficiente responsável por essa dilatação/contração? O que você pôde perceber sobre essa constante até o momento?

Questão 6: Escreva o período de cada uma das funções que você selecionou.

Questão 7: Escolha 3 dos 6 gráficos que construiu e indique o conjunto imagem.

Na primeira questão, há caixas de seleção múltipla para que os alunos selecionem as funções escolhidas por eles.

Logo em seguida, esperava-se que os alunos pudessem responder baseando-se no gráfico construído ou pela lei de formação, no momento em que eles foram construindo as funções escolhidas. E com os conhecimentos adquiridos até o momento, pudessem responder sobre as constantes responsáveis pelas alterações gráficas.

ANÁLISE DAS RESPOSTAS

Para a análise, selecionei os gráficos e as respostas de dois alunos, referentes à atividade 2. As respostas dos demais alunos não foram muito diferentes, mas a escolha se deu pela explicação desses alunos e pela forma de perceber como esses coeficientes se relacionam com os gráficos selecionados. As respostas dos alunos foram enviadas no formulário, abaixo colocarei a indicação das questões e a resposta dos dois alunos, indicando-os como aluno 1 e aluno 2. Para a questão 1, os alunos selecionaram as seguintes funções, como mostram as tabelas abaixo:

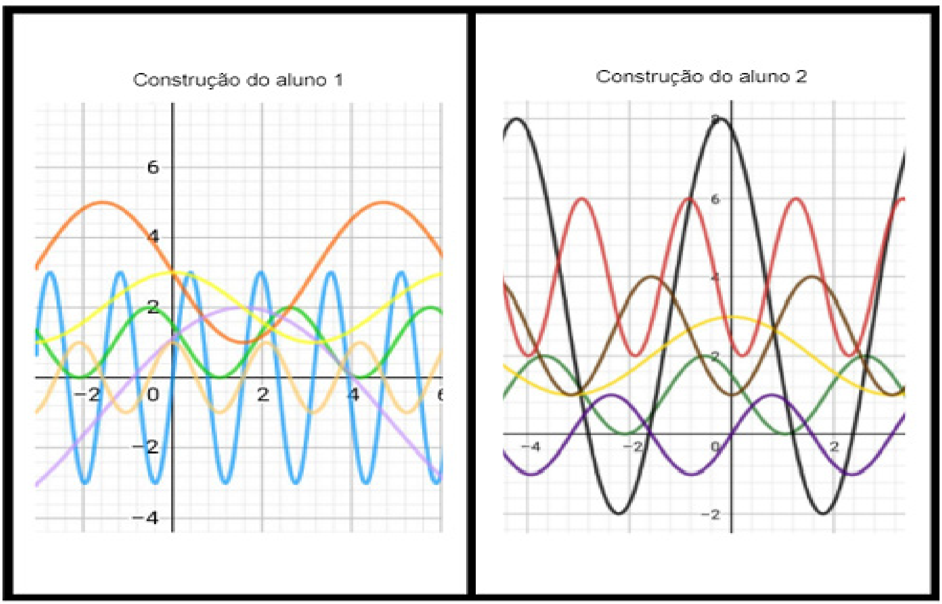


Figura 1: Gráficos construídos pelos alunos no Geogebra

Fonte: do autor

Funções aluno 1	Funções aluno 2
$f: y = 3\text{sen}(4x)$	$f: y = 1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
$g: y = 1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$	$g: y = 3 + 5\cos\left(\frac{\pi x}{2} + \frac{1}{3}\right)$
$h: y = 3 - 2\text{sen}(x)$	$h: y = 2 + \cos(x)$
$p: y = -1 + 3\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$	$p: y = 1 + 3\sin^2(x)$
$q: y = \text{sen}\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$	$q: y = \sin(2x)$
$r: y = 2 + \cos(x)$	$r: y = 4 - 2\sin(0.7\pi - 3x)$

Figura 2: Funções norteadoras dos alunos 1 e 2

Fonte: do autor

Já para a questão 2, o aluno 1 respondeu que as funções com maior dilatação vertical eram as funções 1 e 8, azul e rosa respectivamente. Já o aluno 2 respondeu que a função escolhida por ele com maior dilatação vertical era a função 4, de cor preta. Na questão 3, o aluno 1 respondeu que o motivo dessa dilatação era a constante **b**, e a explicação foi que "quanto maior a constante, maior a dilatação". Já o aluno 2 respondeu que a constante responsável também era **b**, porém o motivo foi que "quando o coeficiente aumenta, a imagem também aumenta".

Na questão 4, o aluno 1 respondeu que a função escolhida por ele com maior contração horizontal era a função 1, de cor azul. Já o aluno 2 respondeu que a função com maior contração era a função 3, de cor vermelha. O motivo foi questionado na questão 5, e o aluno 1 respondeu que a constante responsável por essa alteração é **c**, e que depende do valor do c quando comparado com a função $f(x)=sen(x)$. Se **c** for maior que 1, o gráfico contrai horizontalmente, se **c** for menor que 1, o gráfico dilata horizontalmente. Aqui percebemos um erro conceitual que envolve o módulo de **c**. O aluno não informa que existe a relação com o $|c| > 1$ ou $|c| < 1$ na observação dessa dilatação ou contração. Já o aluno 2 respondeu que quando aumenta o valor do coeficiente, aumenta a contração. Por essa resposta, podemos perceber que o aluno se restringiu a responder apenas o motivo da contração relacionado ao aumento do valor da constante, sem fazer qualquer relação com o módulo de **c** ou com a dilatação da curva.

Já na questão 6, os alunos escreveram os períodos de cada função utilizando a fórmula para cálculo do período, que é $\frac{2\pi}{|c|}$ e é neste momento que percebem o papel do módulo no período dos gráficos construídos.

Finalizando, os alunos fizeram as análises das imagens de 3 funções de sua escolha na questão 7, e responderam que a imagem das funções têm associação com a constante **b** e com a variação de **a**, para $a \neq 0$. Para concatenar as ideias e conhecimentos apresentados para os alunos, finalizei a aula com uma visualização macro da função que cada constante possui na lei de formação das funções apresentadas[1].

CONCLUSÕES

Esta sequência de atividades foi aplicada para verificar como os alunos conseguiriam fazer a visualização dos gráficos das funções periódicas seno e cosseno, além de observar o comportamento dessas curvas quando há a alteração das constantes, quando olhamos para a forma geral. Os resultados foram parecidos, e foi possível verificar que na forma gráfica, os alunos conseguem compreender a função de alguns coeficientes, dependendo dos valores (maiores, menores, zero), além de informar qual das constantes é responsável pelas dilatações e contrações, sejam elas verticais ou horizontais, e que estas se relacionam com o período e com o conjunto imagem, porém a dificuldade de se expressar

1 Esse gráfico pode ser verificado no endereço https://www.geogebra.org/m/z9gJwjss. O site possui acesso gratuito.

em linguagem matemática ou simplesmente de explicar a função de algum coeficiente ainda existe. Apesar disso, o objetivo foi concluído.

Por fim, pôde-se concluir que o uso do aplicativo Geogebra contribuiu para que os alunos pudessem ter autonomia para construir e tirar conclusões a partir dessas construções e observações e que, nesse sentido, pode ser mais uma maneira de utilizar as tecnologias como instrumento para otimizar a prática docente e, consequentemente, a aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

BITTENCOURT, P. A. S; ALBINO, J. P. **O uso das tecnologias digitais na educação do século XXI**. Revista Ibero - Americana de Estudos em Educação, Araraquara, v.12, n.1, p. 205 - 214, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.21723/riaee.v12.n1.9433>.

SANTOS, A. H. **Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização**. 98f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

CAPÍTULO 4

CONTRIBUIÇÕES DOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DE BACHELARD NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Data de submissão: 28/11/2022 *Data de aceite: 01/02/2023*

Eduardo Sabel
Universidade Federal de Santa Catarina, PPGECT(UFSC)
Florianópolis – Santa Catarina
https://orcid.org/0000-0002-6334-4893

Cristiane Aparecida dos Santos
Universidade Federal de Santa Catarina, PPGECT(UFSC)
Florianópolis – Santa Catarina
https://orcid.org/0000-0002-4559-3327

RESUMO: Dentre as contribuições de Gaston Bachelard para o ensino de matemática, destacamos neste trabalho, o conceito de Obstáculo Epistemológico e sua relação com o aprendizado de alguns conteúdos matemáticos. Identificamos as diferentes formas que estes obstáculos aparecem em alguns conjuntos numéricos e na geometria. Este trabalho não tem a pretensão de propor soluções para os obstáculos epistemológicos, mas promover uma reflexão sobre como eles estão intrinsecamente relacionados com o ensino de matemática e realizar algumas análises de como o docente pode agir nesse processo, para que os alunos superem suas dificuldades de apreensão em sala de aula quando confrontados com tais rupturas. Por meio desse estudo de caráter qualitativo e bibliográfico, consideramos que é preciso que os docentes de matemática conheçam os diferentes tipos de obstáculos epistemológicos, pois desta maneira podem pensar em suas aulas de uma forma que contorne e suavize esses obstáculos, ou pelo menos compreendam as origens de algumas dificuldades da aprendizagem matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Obstáculos Epistemológicos. Rupturas do conhecimento. Ensino de Matemática.

CONTRIBUTIONS OF BACHELARD'S EPISTEMOLOGICAL OBSTACLES IN MATHEMATICS EDUCATION

ABSTRACT: Among the contributions of Gaston Bachelard to the teaching of mathematics, we highlight in this paper, the concept of Epistemological Obstacle and its relationship with the learning of some mathematical content. We identify the different ways that these obstacles appear in some number sets and in geometry. This work does not intend to propose solutions for the epistemological obstacles, but to promote a reflection on how they are intrinsically related to the teaching of

mathematics and to carry out some analyses of how the teacher can act in this process, so that students overcome their apprehension difficulties in the classroom when faced with such ruptures. Through this qualitative and bibliographic study, we consider that it is necessary for mathematics teachers to know the different types of epistemological obstacles, because in this way they can think about their classes in a way that circumvents and softens these obstacles, or at least understand the origins of some difficulties in mathematics learning.
KEYWORDS: Epistemological Obstacles. Ruptures of knowledge. Mathematics teaching.

1 I INTRODUÇÃO

Gaston Bachelard foi um filósofo francês nascido no final do século XIX e trouxe inúmeras contribuições para a epistemologia da ciência, se destacando nos estudos sobre descontinuismo na história, o racionalismo aplicado, as rupturas entre os conhecimentos e suas reflexões sobre o dogmatismo científico ao qual criticava fortemente.

Bachelard era licenciado em química, lecionou em turmas de ensino médio e por isso seus pensamentos também se preocupam com ensino das ciências, dado a influência de sua carreira docente. Dessa forma, ele não fala apenas sobre concepções filosóficas em torno da ciência, mas traz contribuições significativas sobre o papel do professor nesse processo.

Uma das principais contribuições de Bachelard para o ensino de ciências e matemática, é o conceito de Obstáculo Epistemológico. Na visão de Bachelard (1996), existem alguns conteúdos que carregam certos elementos/características que por diferentes situações, podem dificultar ou até mesmo impedir seu aprendizado. Esses obstáculos estão presentes em diferentes campos do conhecimento e fazem parte da própria epistemologia da ciência.

Neste estudo, temos como objetivo[1] discutir sobre a presença dos obstáculos epistemológicos de Bachelard, dentro do contexto do ensino da matemática. Pretendemos apresentar os principais tipos de obstáculos, exemplificando certos conteúdos matemáticos e em seguida, promover uma reflexão sobre a influência deles na aprendizagem para que os docentes encontrem caminhos de superá-los e diminuam as dificuldades dos estudantes no processo de aprendizagem.

Esta pesquisa utilizou a metodologia teórica e qualitativa, muito utilizada nas pesquisas em educação e que segundo Andre (2013), é capaz de promover reflexões e discussões sobre uma temática, fundamentada por um quadro teórico definido e trazendo novos conhecimentos para o campo. A pesquisa qualitativa se preocupa com a qualidade e profundidade da análise e das reflexões e não na quantidade de dados e instrumentos comparativos ou estatísticos. Fizemos leituras dos artigos e livros mais citados da área da epistemologia da ciência que serviram de base teórica para este textp.

1 Esta pesquisa é uma versão ampliada de uma apresentação de pôster realizada pelos autores no IX Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática – CIBEM (2022),

Nas próxima seção, traremos alguns elementos da filosofia de Bachelard. Em seguida, apresentamos o conceito de obstáculo epistemológico, para depois trazer exemplos dele no ensino de matemática. Por fim, nossas considerações sobre o estudo onde apresentaremos as contribuições desse texto.

2 I UM POUCO DA FILOSOFIA DE GASTON BACHELARD

Bachelard foi um filósofo com um olhar preocupado não apenas com a produção do conhecimento, mas com sua transmissão. Criticava os estudiosos que se concentravam apenas nos conteúdos e desconsideravam as mudanças que a sociedade sofreu com o avanço científico.

Em sua obra *A Filosofia da Desilução*, atribuiu ao erro um papel importante no desenvolvimento da ciência, pois em sua visão, os avanços científicos advem de retificar os erros. Bachelard conceituou conhecimento como a reforma de uma ilusão. Lopes explica que "[..] com Bachelard, o erro passa a assumir uma função positiva na gênese do saber e a própria questão da verdade se modifica."(LOPES, 1996, p. 252). Para ele, as verdades são momentâneas e seriam elas apenas os primeiros erros para a verdade que ainda viria.

Essa noção de Bachelard sobre as verdades e erros, propõe reflexões no trabalho pedagógico, visto que no ensino de ciências e matemática, os erros históricos são muitas vezes desconsiderados estimulando um espírito científico nos estudantes onde só existem acertos e verdades absolutas.

Próximo desse pensamento, Bachelard também criticou em suas obras a visão continuísta que a ciência adquiriu. As tranformações lentas dos conhecimentos mascarando suas rupturas, a ideia de ciência construída por poucos e seletos sujeitos geniais e a própria atividade pedagógica que traz um olhar simples da ciência, são fatores que segundo Bachelard contribuem para essa visão progressista.

A história da ciência teve destaque em sua filosofia, tendo como conceito chave a noção de recorrência histórica. Para o filósofo, a ciência atual deve ser compreendida com uma análise das construções anteriores, identificando sua evolução, superação e dificuldades. É preciso questionar os conhecimentos atuais a partir dos saberes passados, e assim, a história tem papel de ser crítica, julgar e fundamentar a validade das descobertas científicas.

O racionalismo aplicado é outro conceito trazido por Bachelard, onde diz que as atividades científicas devem envolver o racional e o real, de um ponto de vista positivo entre eles, e não com uma visão oposta. Em geral, a filosofia de Bachelard está relacionada com as refutações e rupturas do conhecimento.

Para entender mais profundamente seu pensamento, Lopes explica que segundo Bachelard "[..] o conhecimento é a reforma de uma ilusão. Conhecemos sempre contra um conhecimento anterior, retificando o que se julgava sabido e sedimentado." (LOPES, 1996,

p. 254). Ou seja, é no ato de enfrentarmos e superarmos os conhecimentos anteriores que compreendemos a ciência.

Um ponto notório de suas contribuições, é o estudo das rupturas entre o conhecimento comum e o científico, ou entre um conceito científico com outro mais elaborado. Ele diz que essa passagem exige que o sujeito esteja preparado para a mudança de suas concepções, caso contrário, nos deparamos com os chamados Obstáculos Epistemológicos. Esse conceito foi difundido por Bachelard em sua obra *A formação do espírito científico* e será abordado com mais ênfase nos próximos tópicos.

Muitas vezes já possuímos conhecimentos anteriores construídos socialmente sem o apoio da ciência e nos vemos em situações que precisamos nos desprender destes conceitos para evoluirmos no conhecimento. Em outros momentos adquirimos certo teor científico de determinado objeto, mas como a história da ciência teve muitas evoluções é comum reaprendermos estes conceitos com um olhar agora mais profundo e específico, exigindo o abandono destes saberes anteriores.

Esse processo é comum no ensino de ciências e muitas vezes dificulta a aprendizagem do estudante. No próximo tópico iremos analisar a complexidade dos obstáculos epistemológicos e trazer alguns exemplos de situações no ensino de matemática que ele pode ser identificado.

3 I OS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS

Na visão de Gaston Bachelard (1996), a evolução dos conhecimentos científicos não ocorreu de uma forma linear e contínua. Ele defende que a ciência sofreu modificações ao longo da sua construção, permeada por rupturas e contradições. No processo do ensino dessa ciência, temos que enfrentar resistência próprias ao aprendizado de novos conceitos que até então pareciam bem estabelecidos, e esse processo de resistência, bem como a aversão as mudanças, geram o chamado obstáculo epistemológico. Segundo o autor:

> [...] quando se procuram as condições psicológicas do progresso da ciência, logo se chega a convicção de que e em termos de obstáculos que o problema do conhecimento cientifico deve ser colocado [...] e no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. E ai que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia as quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos.” (BACHELARD,1996, p. 17).

Na visão de Andrade, a ideia “obstáculo epistemológico” foi proposta “para caracterizar tudo aquilo que obstrui, impede, dificulta, enfim, limita o progresso da ciência, e podem ser citados como exemplos, o pré-conceito, a ideologia, a idolatria, o senso comum e a opinião”(ANDRADE, 2004, p. 47). No ensino da matemática, constantemente vemos situações que esses obstáculos são identificados, e exige uma postura enquanto docentes para lidar com eles de uma forma que sejam superados.

Estes obstáculos podem ser classificados em alguns tipos e nos permite compreender com mais propriedade o conceito. As classificações dos obstáculos epistemológicos deste estudo são: opinião (senso comum); experiência primeira; conhecimentos gerais (generalizações); linguagem verbal; substancialista; animista e o realista. Existem outros, mas nessa pesquisa fizemos este recorte dos principais obstáculos.

O primeiro obstáculo e um dos mais difíceis de superar é o da opinião, pois em geral, os sujeitos tendem a ter opiniões sobre questões ou problemas que ainda não conhecem. Segundo Lopes "é preciso que formulemos devidamente as perguntas a serem respondidas, os problemas a serem investigados, pois os obstáculos epistemológicos se imiscuem justamente no conhecimento não formulado" (LOPES, 1996, p. 265).

Não devemos basear nossas análises somente em observações e experimentação, ou ainda tentar deduzir fatos que ainda não nos aprofundamos. Bachelard reforça que "a opinião pensa mal; não pensa: traduz necessidades em conhecimento, [...] não se pode basear nada na opinião: antes de tudo, é preciso destruí-la." (BACHELARD, 1996, p. 18). Nesse sentido, nos processos de ensino cabe ao professor desconstruir essas ideias e levar o estudante à novas concepções científicas, livrando-o desses pré-conceitos estabelecidos.

Outro obstáculo é a experiência primeira, que está relacionada com análises superficiais que foca mais nas imagens do que nas ideias. Bachelard destaca "a experiência comum não é de fato construída; no máximo é feita de observações justapostas [...] como a experiência comum não é construída, não poderá ser efetivamente verificada. Ela permanece um fato" (BACHELARD, 1996, p.14). Enquanto estudantes, vivemos muitas experiências antes de termos o contato com os saberes científicos, certamente estas impressões iniciais e crenças obtidas estão internalizadas.

As generalizações ou conhecimentos gerais que temos a cerca de alguns conceitos, contribuem no surgimento de outro obstáculo epistemológico. Segundo Lovis, Franco e Barros "as generalizações podem, muitas vezes, falsear a realidade, comprometendo a veracidade das informações. Elas acabam fazendo retroceder o conhecimento científico" (2014, p.19). Ou seja, devemos ter cuidado quando conhecemos um fato e dali formulamos pensamentos, frases ou ideias que são colocadas como regras, pois nesse entremeio, temos um obstáculo para o entendimento de fenômenos mais específicos que fogem dos casos gerais.

A socialização do conhecimento exige a comunicação e linguagem para ser difundida, e nesse processo podemos destacar o obstáculo verbal. Bachelard explica que este caso advém quando "[..] em que uma única imagem, ou até uma única palavra, constitui toda a explicação." (BACHELARD, 1996, p.91). Esse obstáculo epistemológico do tipo verbal, pode ser em forma de discurso escrito, oral ou até mesmo figural.

É comum na ciência e na matemática termos imagens para representar seus elementos e estas representações, em alguns casos, acabam sendo confundidas com os objetos em si. As formas que os discursos são estruturados podem induzir o estudante ao erro, que muitas vezes cria metáforas, analogias ou rasas suposições que não levam ao conhecimento e sim, à ideias reducionistas sobre ela.

O obstáculo substancialista é relacionada com concepções equivocadas de um conceito, quando é baseada em alguma experiência ou observação. Ele "atribui à substância qualidades diversas, tanto a qualidade superficial como a qualidade profunda tanto a qualidade manifesta como a qualidade oculta" (BACHELARD, 1996, p. 121).

Quando atribuímos nos objetos de estudos realidades incompletas baseadas apenas em certas particularidades, estamos dentro desse tipo de obstáculo. Em consonância com Trindade et al (2017), entendemos que existe aqui uma falta de embasamento teórico que permite uma explicação temporária e decisiva, buscando uma forma mais simples para descrever um fenômeno.

Alguns professores e livros didáticos ao explicar algum conceito, recorrem a comparação do conceito à algum ser vivo, ou até mesmo "dão vida" a este elemento. Essa tentativa de facilitar a compreensão através de animação de elementos inanimados é chamada de obstáculo animista.

É comum encontrar imagens que representam os conteúdos dessa forma animada. Como por exemplo, representar com braços as ligações químicas dos átomos ou atribuir olhos, boca e nariz aos elétrons de uma corrente como se estivessem vivos e se comunicando. Esta estratégia de trazer o lúdico pode servir em momentos pontuais, mas pode trazer dificuldades em compreensões futuras.

Próximo do animista está o obstáculo realista, que para Bachelard (1996) ocorre quando partimos a investigação do conhecimento do concreto, mas nos limitamos nesse contexto sem abstrair. Na visão de Lopes, este obstáculo epistemológico surge:

> "Na ânsia de tomar a ciência fácil e acessível, os autores de livros didáticos de química abusam de metáforas realistas, banalizando os conceitos. O objetivo é afastar o aluno do racional, tornando todo e qualquer conceito visível e palpável, Em nome da mera instrumentalização do pensar, visível e palpável" (LOPES, 1993, p.239).

Bachelard nos alerta para ter cuidado com estas analogias, por serem tão comuns ao longo da aprendizagem, seus pontos negativos acabam passando despercebidos pelo olhar docente e sua prática ainda é estimulada.

Todos estes tipos de obstáculos epistemológicos podem ser identificados ao analisar certas práticas de ensino e os conteúdos. Na matemática, os obstáculos da opinião, verbal, e as generalizações são os que mais identificamos devido à sua estrutura epistemológica e as didáticas aplicadas na matemática. A seguir, analisamos alguns obstáculos no ensino dos conjuntos numéricos e da geometria.

4 I A CONTRIBUIÇÃO DE GASTON BACHELARD NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Depois de compreender a complexidade dos obstáculos epistemológicos de Bachelard, iremos nessa seção discutir e apresentar algumas situações mais comuns da didática da matemática que esses obstáculos ocorrem, e assim, poderemos realizar uma reflexão sobre a postura docente diante desses momentos e dos cuidados que eles exigem.

4.1 Obstáculo Epistemológico nos conjuntos numéricos

A primeira situação que podemos mencionar é a passagem da apreensão dos números naturais para os números inteiros, observando as dificuldades que esse processo carrega. Em geral, até o quinto ano da educação básica, os estudantes têm contato apenas com números positivos e o zero, favorecendo assim uma visão limitada dos números e desconsiderando qualquer valor negativo.

A subtração "7-9", é vista como impossível nesta fase, pois os estudantes estão trabalhando no concreto e assim justificariam essa impossibilidade com o argumento "não é possível tirar 9 maças se você tem apenas 7". Até esse momento, o uso de números positivos era suficiente para os exercícios propostos e a visão de realidade deste nível escolar.

A partir do sétimo ano da educação básica, os estudantes entram em contato com o conjunto dos números Inteiros. Nesse momento, eles se veem confrontados a aprender números e problemas que até então eram desconsiderados, alguns questionamentos são levantados: Existe número antes do zero? Por que nunca contamos com estes números? Como eu posso ter -3 maças? O que aprendi antes era errado? E é nesse entorno de indagações e refutações que um obstáculo epistemológico acontece. O aluno agora precisa se ver contra seus conhecimentos anteriores, instituindo uma certa resistência em aprender os números negativos no primeiro momento.

Baseada em suas visões do cotidiano em que pouco aparecem esses números, o senso comum e a própria opinião do sujeito sobre os números, aumentam a dificuldade nesse processo. Esse obstáculo epistemológico advindo da experiência primeira que os estudantes carregam, sendo ensinados desde a alfabetização a utilizar apenas números positivos, precisa ser refutado e cuidadosamente trabalhado.

Não fazemos aqui uma crítica ao partir do concreto, pois na fase dos anos iniciais onde se inicia o estudo da matemática, utilizar objetos e situações concretas e lúdicas é importante. Todavia, nos anos finais e ensino médio é preciso inserir raciocínios e atividades que tratem das abstrações para assim os conceitos não enfrentarem tantos obstáculos.

Para contornar esse movimento, cabe ao professor dialogar com seus estudantes para mostrá-los que apesar destes números pouco explorados até momento, fazem parte da vida e do cotidiano fora da escola. Pedir para os alunos pesquisarem as temperaturas em locais de extremo frio, verificarem os extratos bancários ou até mesmo as pontuações em campeonatos esportivos, podem fazer que esse indivíduo perceba que os números negativos sempre estiveram presentes. Dialogar sobre a história e construção dos números e seus conjuntos também pode ser uma estratégia para romper com os obstáculos nesse momento.

Ainda no âmbito dos números positivos e negativos, outro ponto que gera dificuldade é o entendimento das “regras de sinais”. Normalmente os professores para ensinarem essas regras, iniciam com as operações de soma e subtração, utilizando frequentemente a analogia com o modelo comercial. Este modelo propõe que os números positivos sejam vistos como “ganhos ou lucros” e os negativos como “perdas ou dívidas”.

Para a soma e a subtração esta forma pode ajudar o aluno a realizar os exercícios, porém ao adentrar as multiplicações e divisões essa analogia não é eficaz. Observando a expressão “(-3).(-2)=6”, como seria possível dizer que uma dívida de (-3) ao ser multiplicada por uma dívida de (-2) pode ser igual a um lucro de 6? Vemos que nesse momento, o modelo comercial não é mais eficaz e o aluno precisa desvincular os números negativos de dívidas nesse contexto da multiplicação, mas fazer isso novamente, se dá contra algo que aprendeu há pouco tempo antes, promovendo mais um obstáculo epistemológico, advindo da generalização que ele faz do modelo comercial.

Os estudos de Hillesheim (2013), em sua dissertação estudou as dificuldades de se trabalhar essas analogias dos números inteiros com o modelo comercial e através de práticas na sala de aula, verificou que eles geram obstáculos na aprendizagem das outras operações e nos leva a fazer reflexões sobre esse processo. Segundo o autor “[...]esse modelo comercial é tão prático, tal que ele é reforçado durante todo o início da aprendizagem, que ele se instala definitivamente no espírito do aluno e não mais como um modelo, mas como uma concepção dos inteiros” (HILLESHEIM, 2013, p. 146).

Uma forma proposta pelo autor ao trabalhar as operações dos números inteiros, é construirmos essa noção a partir de movimentos na reta numérica. Que tendo a soma e subtração formalizado na reta, a subtração e as regras de sinais serão extensões desse processo. Em sua pesquisa, concluiu que:

> “O ensino da adição de números inteiros relativos, conduzido através de deslocamentos sobre a reta numérica, proporcionou aos alunos uma aprendizagem desprendida de regras pré-estabelecidas. Assim, os alunos por meio das movimentações, realizadas na reta numérica, foram capazes de sinalizar a formação de generalizações a respeito das regras de sinais para a adição de números inteiros.” (HILLESHEIM, 2013,p.173).

Portanto devemos “lutar sempre contra as imagens, contra analogias, contra metáforas”(BACHELARD,1996, p. 48). Temos aqui um novo olhar de como esse conteúdo pode ser ensinado e evitar o aparecimento de outros obstáculos epistemológicos através de analogias ou generalizações.

Outra situação que engloba os conjuntos numéricos e os obstáculos epistemológicos, é a inserção dos números complexos que normalmente é apresentado no último ano da educação básica. Com este conjunto e suas propriedades os estudantes se encontram diante de algumas situações que até então estavam bem resolvidas. O principal exemplo é a existência de raiz quadrada de um número negativo, e diretamente ligado a isso, teremos a solução de equações que até então não admitiam soluções (raízes).

Novamente o professor deve mediar o conflito entre esses saberes que agora devem ser refutados para a inserção deste novo conjunto, para que este novo conceito se torne um acréscimo à estrutura cognitiva do estudante e não um elemento que promoverá confusão e desestabilidade sobre o que já foi aprendido.

Reiteramos que a escolha deve trabalhar com os conjuntos na ordem: Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais, Reais e Complexos não é uma simples escolha do professor. Como poderia um estudante iniciar sua educação matemática já aprendendo todos estes conjuntos ao mesmo tempo? A adequação dos conteúdos para seu ensino escolar é necessária e isso pode gerar também certos obstáculos epistemológicos advindos dessa transformação.

4.2 Obstáculo Epistemológico na geometria

O ensino e aprendizagem da geometria também carrega em sua estrutura alguns obstáculos que precisam ser compreendidos. Traremos como exemplo inicial, a dificuldade de inserir conceitos de Geometrias não Euclidianas na sala de aula. Os currículos atuais privilegiam as visões euclidianas de geometria e pouco dispõem de diretrizes que orientam o estudo de outras geometrias como a hiperbólica ou a esférica, relevando uma carência desse campo na educação básica.

O estudo de outras geometrias é importante para o desenvolvimento geométrico e lógico dos sujeitos, pois como defende Fillos:

> "A importância do ensino das geometrias não-euclidianas na educação básica está na necessária compreensão por parte do aluno, de que a geometria euclidiana não é a única possível e praticável no mundo em que vivemos e que muitos problemas do cotidiano do homem e do mundo científico são solucionados por geometrias não-euclidianas. O estudo de tais geometrias pode trazer discussões importantes sobre concepção de verdade, rigor e consistência de sistemas axiomáticos [...]" (FILLOS, 2008, p. 3).

Por isso, temos consciência que essas geometrias devem ser inseridas com maior frequência na sala de aula, porém, esses conceitos até então desconhecidos exigem do estudante a capacidade de enxergar novas possibilidades geométricas e sair da "zona de conforto" que está situado.

Lovis, Franco e Barros (2014) ao estudarem as dificuldades na aprendizagem dessas geometrias, nos orientam que o obstáculo epistemológico advindo das generalizações da ciência ocorre nesse contexto pois "algumas afirmações da Geometria Euclidiana podem ser consideradas generalizações e consistir em obstáculos gerais, principalmente para o entendimento das Geometrias não Euclidianas" (2014, p. 20). As generalizações são comuns na matemática, mas nesse momento ela se torna obstáculo direto a construção de novos elementos.

Para uma análise docente, Lovis, Franco e Barros (2014) sugerem aos professores que busquem estratégias diferentes para o ensino dessas geometrias. Atividades que coloquem os alunos para pensar no espaço onde vivem, que promova intuitivamente outras formas de resolver problemas utilizando espaços esféricos ou hiperbólicos, e utilizar *softwares,* como o *Geogebra* podem contribuir para a melhor apreensão destes conteúdos.

Um outro obstáculo epistemológico muito presente no estudo de geometria (ensino superior) é a compreensão da existência de elementos em dimensões maiores que três. Em conteúdos como álgebra linear e geometria analítica, temos objetos em quarta, quinta ou enésima dimensão.

Aqui deparamos com o obstáculo epistemológico de Bachelard, destacando a experiência primeira nesse contexto, visto que os alunos buscarão a observação destes objetos como estão acostumados na geometria plana e espacial de até três dimensões. Ao mesmo tempo, o obstáculo verbal pode aparecer quando o professor tenta com palavras explicar esses objetos ideais, e se não houver cuidado na forma como está expondo esse conceito, o docente pode promover uma visão equivocada sobre ele na tentativa de simplificá-lo.

A opinião do estudante ao querer entender o porquê ele precisa estudar um objeto que ele nem pode ver ou desenhar e a resistência por ter que aprender a geometria através de processos puramente algébricos que estes elementos exigem, indo contra o que eles vem sendo construído ao longo da educação, se mostra mais um obstáculo epistemológico a ser enfrentado.

Machado (2011) critica que mesmo no ensino médio nas aulas de matemática, materiais manipuláveis são utilizados no ensino da geometria. A abstração fica em segundo plano e no momento que estes objetos de diferentes dimensões são trabalhados, o estudante fica sem referência de conteúdo, já que remete imediatamente ao palpável e visível.

Cabe neste momento, uma reflexão não somente dos professores, mas de toda uma proposta curricular que vincule o pensamento abstrato na geometria. Trabalhar casos de geometria com álgebra e pensamento lógico, não remetendo unicamente a estruturas concretas para representar as figuras, pode facilitar o aprendizado destes assuntos nas próximas fases da vida escolar.

É preciso ter clareza que apesar dos conteúdos mencionados apresentarem estes obstáculos epistemológicos, não significa que eles são desestimulantes para o ensino ou que devem ser evitados. Pois segundo Bachelard (1996), é na superação destes obstáculos que o pensamento científico se desenvolve.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através do presente estudo, foi possível conhecermos a filosofia de Gaston Bachelard e compreender sua visão sobre a ciência e seu ensino. Com o enfoque nos Obstáculos Epistemológicos, trouxemos para as aulas de matemática seu olhar pedagógico sobre as rupturas de pensamento que os conhecimentos exigem ao serem estudados, e a resistência que os sujeitos apresentam quando confrontados contra o que já sabem no caminho de uma nova aprendizagem.

Entendemos que existem alguns tipos que obstáculos epistemológicos promovidos por diferentes situações, e os encontrados na matemática nos exemplos que trouxemos foram a opinião, a experiência primeira e as generalizações. Estes obstáculos devem ser superados ao longo da aprendizagem e o professor enquanto mediador do conhecimento tem a tarefa de utilizar a história, os recursos didáticos e outras metodologias para romper com estes conhecimentos que precisam ser superados.

No caso dos conjuntos numéricos, detectamos o obstáculo da experiência primeira e da opinião quando os estudantes precisam deixar de enxergar apenas os números naturais e estudar números que até então não trabalhavam. O mesmo ocorre quando os números complexos são inseridos na escola, onde sem nenhum contexto histórico, os estudantes precisam romper com suas concepções numéricas sobre existência de raízes de números negativos.

No caso da geometria, notamos as dificuldades encontradas na apreensão de figuras cujas representações são apenas algébricas, como o caso dos objetos em enésimas dimensões. A falta da figura ou do concreto, inicia uma nova ruptura sobre como os estudantes estão habituados, fazendo-os romper com seu próprio espírito científico que veem tratando da geometria. O mesmo ocorre nas geometrias não euclidianas, onde é preciso re-significar os conceitos já compreendidos na geometria convencional, e todos essas atividades cognitivas necessárias irão ao encontro desses obstáculos.

Sobre o motivo que nos leva a não conseguir evitar a maioria dos obstáculos epistemológicos, é que os conteúdos escolares não são tratados da mesma forma que foram sendo construídos historicamente. Por isso, mesmo com a produção de certos obstáculos, as transformações dos saberes é importante ao ensino de qualquer ciência, visto que as adequações didáticas escolares são necessárias.

Entretanto, alguns destes obstáculos epistemológicos podem ser evitados, através do não uso de analogias, metáforas, situações onde colocamos vida em objetos inanimados, na forma como utilizamos os discursos verbais, e ainda, não reduzir os objetos de estudo da matemática apenas em contextos concretos evitando a abstração. Os cuidados nesses aspectos poderão reduzir o surgimento de mais obstáculos epistemológicos em sala de aula, embora a ruptura do conhecimento sempre esteja presente.

Por fim, as reflexões estabelecidas no âmbito do ensino de matemática e a filosofia de Bachelard, vemos mais um impasse na vida escolar do docente, que muitas vezes por desconhecer estes conceitos não consegue fazer que seus aprendizes superem os obstáculos e construam novos conhecimentos científicos. É a tomada de consciência do professor sob a existência destes obstáculos epistemológicos que viemos problematizar nesse estudo, contribuindo para que o docente tenha um olhar crítico sob o conteúdo a ser ensinado e assim, poderá repensar em estratégias que melhorem sua prática pedagógica e na forma que vem socializando esses conhecimentos.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, Marli. **O que é um estudo de caso qualitativo em Educação? Educação e Contemporâneidade** – Revista FAEEBA , vol 22, n. 40, julh/dez 2013, p.95-104.

ANDRADE, Denise Almeida de. **A importância dos obstáculos epistemológicos para o desenvolvimento da ciência: a contribuição de Gaston Bachelard**. Pensar, Fortaleza, v. 9, p. 45-49, 2004.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**. Tradução por Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. Paris: J. Virin, 1947.

CHEVALLARD, Yves**. La Transposicion Didactica: Del saber sabio al saber enseñado.**1ª ed. Argentina: La Pensée Sauvage,1991.

FILLOS, Leoni Marinoski. **O Ensino das Geometrias Não-Euclidianas: uma prática metodológica investigativa e reflexiva no Ensino Médio.** Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/698-4.pdf. Acesso em: 25 jun. 2020.

HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais**. Dissertação [Mestrado] Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica – PPGECT, Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis, f. 216, 2013.

LOPES, A. R. C**.** Bachelard: o filósofo da desilusão**. Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** v. 13, n. 3, p. 248-273, 1996.

LOPES, A. R. C. Contribuições de Gaston Bachelard ao ensino de ciências**. Enseñanza de las Ciencias**, v. 11, n. 3, p. 324-330, 1993.

LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S.; BARROS, R. M. O. **Dificuldades e obstáculos edos por um grupo de professores de matemática no estudo da geometria hiperbólica**. Zetetiké, Unicamp, v. 22, n. 42, p. 11-29, 2014.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua**. 6 ed.. São Paulo: Cortez, 2011.

TRINDADE, D. Jéssica; NAGASHIMA, Lucila Akiko; DE ANDRADE, Cíntia Cristiane. **Obstáculos Epistemológicos Sob A Perspectiva De Bachelard**. **XII Congresso Nacional de Educação.** Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2017/24165_12889.pdf Acesso em: 25 jun. 2020.

CAPÍTULO 5

ENSINO DE ÁLGEBRA E A LINGUAGEM MATEMÁTICA: E AGORA, TEM LETRAS NA MATEMÁTICA?

Data de submissão: 22/01/2023 *Data de aceite: 01/02/2023*

Heloisa Magalhães Barreto
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Departamento de Matemática
Irati – PR
http://lattes.cnpq.br/5774159033431671

Joyce Jaquelinne Caetano
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Departamento de Matemática
Irati – PR
http://lattes.cnpq.br/6868799162220668

RESUMO: A linguagem matemática estabelece combinações e relações com o formalismo do algoritmo e, relacionando-o com a língua materna, contextualiza a matemática, dando sentido. Atualmente a Álgebra é um conteúdo matemático com vasta simbologia, utilizada na resolução de diversos problemas. Desta forma, o presente trabalho trata-se de um relato de experiência aplicado em sala de aula no ensino fundamental sobre o conteúdo de produtos notáveis, por meio da utilização do material de ouro planejado, bem como sua contribuição para o aprendizado dos alunos. Os objetivos para a realização deste experimento foram construir conceitos sobre produtos notáveis, utilizando o material dourado planejado; trabalhar a noção de área e perímetro de figuras geométricas e desenvolver a comunicação oral e escrita. Verificou-se que a atividade despertou o interesse dos alunos, que, apesar de algumas dificuldades quanto às operações com as medidas, trouxeram aprendizado pela forma palpável e visual dos produtos marcantes, trazendo significado à atividade.
PALAVRAS-CHAVE: Linguagem matemática; álgebra; material dourado.

TEACHING ALGEBRA AND MATHEMATICAL LANGUAGE: AND NOW, THERE ARE LETTERS IN MATHEMATICS?

ABSTRACT: The mathematical language establishes combinations and relationships with the formalism of the algorithm and, relating it to the mother language, provides a context to mathematics, giving meaning. Currently Algebra is a mathematical content with vast symbology, used in solving various problems. In this way, the present work deals with an experience report applied in the classroom in elementary school on the content of notable products, through the use of the planned golden material, as well

as its contribution to the students' learning. The objectives for carrying out this experiment were to build concepts about notable products, using the planned golden material; working with the notion of area and perimeter of geometric figures and developing oral and written communication. It was verified that the activity aroused the interest of the students, who, despite some difficulties regarding the operations with the measures, brought learning due to the palpable and visual form of the remarkable products, bringing meaning to the activity.
KEYWORDS: Mathematical language; algebra; golden stuff.

INTRODUÇÃO

A linguagem exerce um papel fundamental no ensino por meio de explicações orais, produção de textos, diálogos e debates, que se possibilita a compreensão e a elaboração de conceitos de diferentes áreas do conhecimento (AZERÊDO; RÊGO, 2016).

Desta forma, o estudo do desenvolvimento da Linguagem no Ensino de Matemática pode mostrar-se como uma importante ferramenta para a aprendizagem da matemática, pois pode auxiliar a aprendizagem dos alunos nos contextos da linguagem simbólica da matemática (DUARTE; et al., 2013).

A Matemática, conforme Azerêdo e Rego (2016), possui uma linguagem específica pois seus objetos remetem a ideias, conceitos e axiomas, caracterizadas com as marcas de precisão, de concisão e de universalidade, possibilitando seu entendimento em diferentes lugares, independente da língua materna.

Na vida cotidiana, a matemática impera através de seus símbolos, normas, linguagens e procedimentos. É uma construção da humanidade onde se pode verificar historicamente seu crescimento e que está em permanente evolução. Assim, a matemática detém muito do conhecimento adquirido pela humanidade através dos tempos. Neste sentido, é importante que na escola, de acordo com Ferreira e Perez (2004), seja encontrado oportunidades de aproximação do conhecimento acumulado pela humanidade, integrando-se à cultura e interferindo direta ou indiretamente no dia-a-dia.

Conforme Ferreira e Peres (2004), a capacidade de ler, escrever, ouvir, pensar criativamente e comunicar acerca dos problemas, desenvolverá a compreensão dos alunos acerca da linguagem matemática. Afirmam ainda, que é necessário que haja um processo de discussão de conceitos e símbolos matemáticos no processo de ensino e de aprendizagem, pois nesse processo, os alunos identificam as ligações entre os mesmos.

Klüsener (2001, p.177) destaca que

> Aprender matemática é, em grande parte, aprender e utilizar suas diferentes linguagens – aritmética, geometria, álgebra, gráfica, entre outras. Na atualidade, as linguagens matemáticas estão presentes em quase todas as áreas do conhecimento. Por isso o fato de dominá-las passa a constituir-se um saber necessário considerando o contexto do dia-a-dia.

A linguagem matemática, para Farias e Costa (2020), é um elemento essencial no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Assim como, os fonemas e as palavras são importantes para o entendimento de uma mensagem na linguagem materna, o conhecimento dos símbolos e dos termos inerentes à linguagem matemática também são essenciais para a compreensão da matemática.

De acordo com Veloso e Ferreira (2011), uma das dificuldades encontradas mais evidenciadas por alunos na escola são aquelas relacionadas à álgebra, em que os alunos se depararam com letras e números ou termos desconhecidos nominados por letras. A álgebra, segundo Pinheiro (2016), apresenta uma estrutura formal de linguagem, que necessita de uma tradução, da linguagem natural para uma formalizada, compreendida universalmente. Sendo assim, a Álgebra utiliza-se de letras: variáveis ou incógnitas, fórmulas e equações, para fazer-se compreender dentro da Matemática.

A importância do estudo da Álgebra nas escolas, bem como a dificuldade dos alunos em realizar cálculos através de letras ou símbolos, até então desconhecidos, nominados por letras, é indiscutível. Desta forma, o presente trabalho relata uma aplicação em sala de aula sobre o conteúdo de produtos notáveis, tal qual sua contribuição para o aprendizado dos discentes.

LINGUAGEM MATERNA E LINGUAGEM MATEMÁTICA

Há uma relação entre a linguagem materna e a linguagem matemática. A linguagem matemática é constituída a partir da estrutura e lógica existente na linguagem materna e permite ligar as experiências dos alunos e a sua linguagem ao mundo da matemática.

As crianças chegam à escola com uma capacidade de organização do pensamento que está relacionada à língua materna, em sua forma oral. E os conteúdos matemáticos não estão ligados a capacidade do pensamento lógico. Desta forma, ainda que seja associado o ensino da matemática com o desenvolvimento do raciocínio, na prática, a associação ocorre entre a organização do pensamento e o aprendizado da língua materna (MACHADO, 1989).

A importância de uma linguagem materna como mediadora para a aprendizagem da linguagem matemática, se estabelece na medida em que ocorre a capacidade de expressar com clareza o raciocínio e entender os resultados matemáticos na mesma medida. Assim, conforme Ferreira e Peres (2004), "o desenvolvimento da capacidade de expressão do próprio raciocínio promove o desenvolvimento da capacidade de compreensão em matemática" (p.7).

A matemática e a língua materna não se constituem em ramos do conhecimento, mas sim em instrumentos para a construção do conhecimento em qualquer setor (MACHADO, 1989).

É importante destacar que a Matemática possui uma linguagem específica, cujos termos podem não ter uma relação direta com seu o significado da língua utilizada no dia-a-dia. Exemplo disto, é a palavra dividir, que em Matemática, carrega o significado conceitual de uma operação que pressupõe o desmembramento de unidades em partes necessariamente iguais. No entanto, o ato de dividir, no dia a dia, pode acontecer sem que as partes sejam exatamente iguais. (AZERÊDO; RÊGO, 2016).

A língua oral assume importância fundamental no ensino da matemática, e como a escrita matemática não comporta a oralidade, a língua materna entra como possibilitadora para tal. Empregando a língua materna, a matemática transcende a dimensão apenas técnica, adquirindo o sentido de uma atividade humana (MACHADO, 1989).

Nessa perspectiva, o desejo dos educadores de matemática, é que essa disciplina tenha significado para os educandos, em que eles percebam a matemática como uma aliada para a resolução de seus problemas, sejam eles dentro da escola ou não. E, para isso, segundo Ferreira e Peres (2004), a linguagem da matemática, necessita do complemento de uma linguagem mais voltada ao cotidiano dos alunos.

O processo de ensino de Matemática é permeado por uma linguagem específica que exige comunicação, que deve ser entendido por todos, favorecendo a aprendizagem, e, portanto, a clareza dessa linguagem é essencial para a compreensão pelos estudantes. (AZERÊDO; RÊGO, 2016).

Vale ressaltar que durante a comunicação, ocorre relações e combinações entre os signos que compõem a língua, dando significado aos mesmos, para que se compreenda o que está sendo transmitido. Com a linguagem matemática decorre da mesma maneira, em que a combinação dos signos matemáticos, podem não fazer sentido para uma parte considerável dos educandos, talvez pelo fato de se estabelecer as combinações e relações tecnicamente, com o formalismo do algoritmo, ou seja, o aprendizado se resume em aprender a utilizar os algoritmos mecanicamente, sem relacioná-los com os conceitos e teoremas (FERREIRA; PERES, 2004).

Para D`Amore (2006) apud Azerêdo e Rêgo (2016, p. 160), com o objetivo de facilitar

> a compreensão da matemática, se traduz linguagem específica para a língua materna e, nesse processo, acrescenta-se outra língua no contexto escolar, o 'matematiquês'. Essa nova língua, existente somente na escola, é constituída de um aparato linguístico de frases feitas e de adaptações que, ao invés de contribuir para a compreensão da linguagem Matemática, em muitos casos, gera perda de sentido para os estudantes. A partir desse contexto se justifica a necessidade de uma didática específica voltada ao ensino e à aprendizagem dessa ciência.

De modo geral, a matemática não será de fácil compreensão, se utilizada apenas a linguagem matemática sem um contexto, uma vez que possui uma linguagem própria e por trabalhar com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos, conforme Duarte et al (2013), não são diretamente acessíveis à percepção, assim necessitam para sua apreensão, o uso de uma representação.

Desta forma, nota-se que a linguagem matemática pode não ser compreendida e isso ocorre devido aos diversos tipos de simbologias utilizadas, gerando dificuldade na compreensão dos conceitos. Essa questão é causada através da representação inadequada da linguagem matemática, a qual foi criada com a intenção de facilitar e não de complicar. Além disso, devido ao não entendimento da linguagem, ocorrem falhas em sua utilização (DUARTE; et al., 2013).

Também Ferreira e Peres (2004) defendem a importância de contextualizar o conhecimento matemático, buscando suas origens e evolução, bem como sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade do estudante. Desta forma, busca-se ampliar este conhecimento à vida social, às opções, à produção e aos projetos do educando, pois a essência da matemática está na capacidade de modelar situações reais, e codificá-las adequadamente de modo que se possa permitir a utilização de técnicas e resultados conhecidos em um novo contexto.

Além disso, encontra-se

> na linguagem Matemática registros diversos para um mesmo objeto. Por exemplo: /// /// ///; 9; 5+4; 6+3; 3x3; 81/9; 3^2; representam a quantidade nove. Essa variedade de registros implica em diferentes graus de compreensão do objeto numérico 9, não sendo possível apreendê-los a um mesmo tempo, nem de uma mesma maneira. (AZERÊDO; RÊGO, 2016, p. 160).

Assim, a matemática, de acordo com Ferreira e Peres (2004), por apresentar em termos de linguagem, um caráter puramente sintático, pois fazer matemática significa manipular ou construir algoritmos, combinar, substituir e produzir expressões constituídas por sistemas de signos propostos para cada conteúdo. Portanto, tradicionalmente o ensino da matemática é mais baseado na aplicação de regras do que na compreensão de significados.

Devido ao fato de que o ensino da Matemática tem um caráter mais sintático que semântico, conforme Pinheiro (2016), uma das questões mais importantes que o ensino de Matemática tem que enfrentar, encontra-se na dificuldade dos estudantes, quanto ao domínio da linguagem matemática, especificamente a algébrica.

Atualmente a Álgebra é um conteúdo matemático com vasta simbologia, utilizada na resolução de vários problemas. Porém, levou um considerável tempo para contar com a simbologia adequada. Na matemática babilônica e egípcia, por exemplo, os problemas algébricos eram enunciados e resolvidos verbalmente (DUARTE; et al., 2013).

De acordo com Duarte, et al (2013), a história da matemática e do uso de sinais, destaca-se o matemático Diofanto de Alexandria, o primeiro a instituir e empregar a simbologia algébrica, autor de “Arithmética”. Porém, percebe-se limitações na simbologia, relacionadas à falta de critério para diferenciar constante e incógnita. No século XVI, François Viéte (1560-1603) criou a “notação, simples e revolucionária ao mesmo tempo, que as quantidades variáveis eram representadas por vogais maiúsculas e as constantes por consoantes maiúsculas” (p.22).

A concepção de atividade algébrica, segundo Miranda (2014), consiste no processo de produção de significados para álgebra, que por sua vez, é um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade

O processo de caracterização da atividade algébrica envolve duas etapas importantes: a descrição, cujo objetivo é identificar as situações em que esta ocorre e tentar saber se há existência de processos cognitivos peculiares a essa atividade, firmando-se em um nível de aprofundamento conceitual. A maneira como é entendida a atividade algébrica influencia na concepção de educação algébrica obtida (MIRANDA, 2014).

Os símbolos algébricos permitem expressar ideias Matemáticas de forma rigorosa e condensada e são úteis para a resolução de problemas. Embora, estes símbolos possam apresentar significados diversos que podem gerar dificuldades no aprendizado da Álgebra pelo aluno, tanto no que se refere à compreensão quanto à interpretação. Esses aspectos da linguagem, devem ser explicitados para que haja avanço em relação à compreensão desse conhecimento matemático e também do raciocínio algébrico (PINHEIRO, 2016).

Os símbolos na álgebra devem sempre estar associados a significados, pois se forem utilizados de maneira abstrata apenas leva a uma prática de manipulações e repetições, sendo explorados exercícios que privilegiem estruturas algébricas e propriedades, prática frequente da Matemática Moderna (PINHEIRO, 2016).

Para se aprender álgebra é necessário se pensar algebricamente. O desenvolvimento dessa forma de pensar deve ser construído desde os Anos Iniciais na escola e, aos poucos, sendo formalizado até as etapas finais do Ensino Médio. Também não deve se restringir à manipulação de símbolos, pois esse é apenas um de seus aspectos. A álgebra possui outras funções que a tornam singular na Matemática (PINHEIRO, 2016).

Para Miranda (2014), a introdução da álgebra ocorre tardiamente, o que causa uma quebra ou corte na matemática escolar. Defende que o ensino da álgebra e da aritmética deve ser realizado em conjunto, onde um implica no outro. Para isso, necessita-se entender de que modo álgebra e aritmética tem em comum, o que permitirá repensar a educação aritmética e algébrica de forma única.

A complexidade do fenômeno da atividade algébrica envolve a transformação de significados, o papel do professor como interlocutor e dos alunos como interlocutores uns dos outros (MIRANDA, 2014).

EXPERIÊNCIA NA SALA DE AULA COM PRODUTOS NOTÁVEIS

A atividade foi realizada com o conteúdo de Introdução aos Produtos Notáveis, utilizando o material dourado planificado. A atividade ocorreu no 8º ano C, do Colégio Estadual Santo Antônio, no Ensino Fundamental, período da tarde. A turma continha 13 alunos.

Como objetivos para realização dessa aula, tem-se:

- Construir os conceitos sobre produtos notáveis, com a utilização do material dourado planificado;
- Trabalhar com a noção de área e de perímetro de figuras geométricas;
- Desenvolver a comunicação oral e escrita.

Os produtos notáveis são expressões algébricas que aparecem com muita frequência no cálculo algébrico. São utilizados no processo de fatoração de polinômios no processo de simplificação dos mesmos.

Os produtos notáveis abordados durante a realização da aula foram três: o quadrado da soma de dois termos, o quadrado da diferença de dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos.

O quadrado da soma de dois termos constitui em que o quadrado é o expoente 2, a soma de dois termos é a + b, logo o quadrado da soma de dois termos é (a + b)2. Efetuando o produto do quadrado da soma de dois termos, encontra-se que é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo (OLIVEIRA, 2022).

O quadrado da diferença de dois termos, onde o quadrado refere-se ao expoente 2, a diferença de dois termos é representada por a – b, logo o quadrado da diferença de dois termos é: (a - b)2. Efetuando os produtos por meio da propriedade distributiva, obtém-se que o quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo (OLIVEIRA, 2022).

Produto da soma pela diferença de dois temos, onde produto é a operação de multiplicação, a soma de dois termos é a + b, a diferença de dois termos = a – b, logo o produto da soma pela diferença de dois termos é: (a + b) . (a – b). Resolvendo, obtém-se o quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo term (OLIVEIRA, 2022).

Já o Material Dourado, utilizado para a aplicação do conteúdo de produtos notáveis, é composto por sulcos em forma de quadrados, mas para o trabalho em sala de aula, foi realizado uma adaptação com papel quadriculado de 1cm X 1 cm, onde 1 cubinho representa 1 unidade; 1 barra equivale a 10 cubinhos, ou seja, 1 dezena ou 10 unidades; e 1 placa equivale a 10 barras ou 100 cubinhos, ou seja, 1 centena, 10 dezenas ou 100 unidades (USP, 2022).

Primeiramente a aula teve início com a introdução do conteúdo de área e perímetro de um quadrado e de um retângulo, utilizando para a visualização, a planificação do material dourado, como ilustra a Figura 1.

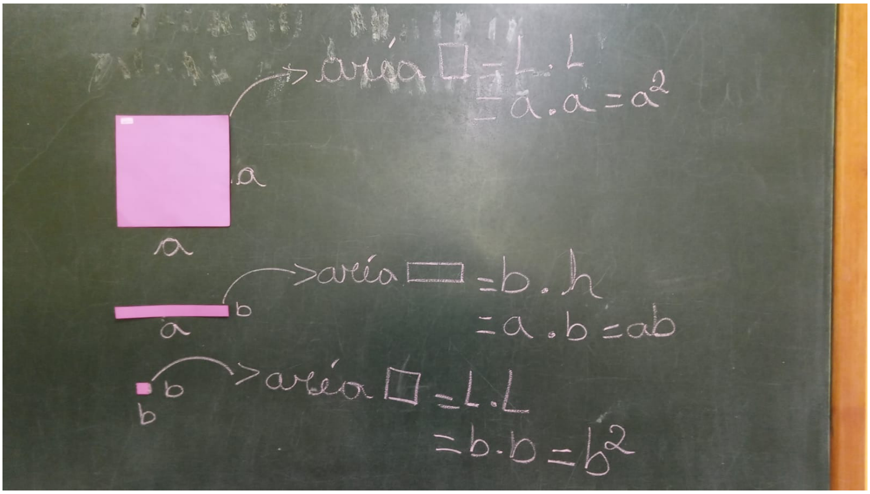


Figura 1 – Área e perímetro de quadrado e retângulo.

Fonte: As autoras.

Logo após foi introduzido o conteúdo de produtos notáveis, bem como, os três casos de produtos notáveis: o quadrado da soma de dois termos, o quadrado da diferença de dois termos e o produto da soma pela diferença de dois termos. Em seguida, foi questionado aos alunos a forma que os mesmos ilustrariam, através do material dourado planificado, os 3 casos de produtos notáveis, sabendo que o quadrado maior é a2, o quadrado menor é b2 e o retângulo é a medida de ab.

Foi concedido um tempo para os alunos realizarem a atividade, enquanto a professora auxiliava nas dúvidas que surgiram. Todos realizaram a atividade, porém foi percebido certa dificuldade quanto as operações com as medidas, no que se refere à quando há a necessidade de multiplicar, de somar e de elevar ao quadrado. No entanto, com a explicação final, para os três casos de produtos notáveis, detalhando e ilustrando o porquê das operações em cada caso, os alunos tiveram um maior entendimento do conteúdo.

Alguns alunos questionaram o porquê de a. a resultar em a^2 e da mesma forma b . b = b^2. Desta forma foi possível explicar que ao realizar o produto entre duas potências de mesma base, o resultado é a própria base elevada à soma dos expoentes, e quando a incógnita não possui um expoente visível, o expoente é o número 1. Portanto os alunos puderam retomar um conteúdo já visto e entenderam também porque no resultado de a . b não continha nenhum expoente.

Em seguida, foi distribuída uma folha para cada aluno, para os mesmos construírem o material dourado planificado, através das medidas repassadas pela professora. E também foi repassada uma caixinha com exercícios, onde 3 alunos foram escolhidos para retirar três exercícios distintos, a fim da turma resolvê-los e ilustrarem através do material dourado. Os exercícios escolhidos foram $(x-4)^2$, $(x+2)^2$ e $(x-2).(x+4)$.

Os alunos mostraram interesse na atividade, tanto na construção do material, quanto no uso do mesmo para demonstrar uma expressão matemática, pois se caracterizou como um processo criativo e distinto do usual das aulas. Na Figura 2, encontra-se a resolução de um aluno, no exercício $(x+2)^2$.

Figura 2 – Resposta de aluno para o exercício x^2+4x+4.

Fonte: As autoras.

Durante a resolução dos exercícios, observou-se em alguns estudantes dificuldades quanto a resolução. No exercício $(x+2)^2$ alguns alunos elevavam o primeiro e o segundo termo ao quadrado, se esquecendo de realizar a operação central que é mais duas vezes o primeiro termo pelo segundo, desta forma resultando em $x^2 +4$.

Já no exercício $(x-4)^2$, além de ocorrer a mesma situação que no exercício $(x+2)^2$, alguns alunos que desenvolviam a operação central que é mais duas vezes o primeiro termo pelo segundo, se equivocaram no sinal do último termo, utilizando apenas o sinal de subtração, resultando em: $x^2 - 8x – 16$. Com isso percebe-se que os alunos, algumas vezes, não focam na teoria para a resolução, mas sim, resolvem pelos métodos já conhecidos, em que no último termo, -4, desconsideraram o sinal de subtração ao elevar ao quadrado, e no resultado colocaram o sinal de subtração da expressão com o resultado do quadrado do último termo. Também houveram muitos alunos que acertaram de primeira a questão.

No exercício $(x-2).(x+4)$, alguns alunos realizaram a multiplicação de incógnita com incógnita, e coeficiente com coeficiente, resultando em x^2-8. Nesse caso a distributiva entre os termos, não foi realizada. Vale lembrar que se os coeficientes fossem o mesmo número, a operação poderia ser realizada como os alunos resolveram, pois $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Também houve equívocos quanto ao jogo de sinais, não chegando ao resultado. Assim como nos outros exercícios, alguns alunos resolveram na primeira tentativa.

Devido a estas dificuldades quanto a resolução, foi verificado a necessidade de aprofundar conteúdos sobre exponencial, diferença entre termos e multiplicação entre os termos. Além disso, verificou-se o quanto esta atividade com material dourado planificado foi importante para visualizar os produtos, colaborando na aprendizagem destes casos trabalhados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A linguagem exerce um papel fundamental no ensino, e com a matemática não seria diferente, colaborando como uma importante ferramenta na aprendizagem dos contextos da linguagem simbólica matemática.

A linguagem é de total importância dentro da álgebra, pois a mesma apresenta uma estrutura formal de linguagem, como variáveis ou incógnitas, fórmulas e equações, que necessitam de uma tradução, para se fazer entendida.

A escrita matemática não comporta a oralidade, desta forma, a língua materna é fundamental no ensino da matemática, visto que, com a língua materna, a matemática transcende a dimensão técnica, adquirindo o sentido de uma atividade humana.

A linguagem matemática estabelece combinações e relações tecnicamente, com o formalismo do algoritmo, utilizando os algoritmos mecanicamente, sem relacioná-los com os conceitos e teoremas, podendo não fazer sentido para uma parte considerável dos educandos. Portanto, a linguagem matemática utilizada sem um contexto não é de fácil compreensão, pois possui uma linguagem própria e trabalha com objetos abstratos.

Atualmente a Álgebra é um conteúdo matemático com vasta simbologia, utilizada na resolução de vários problemas. E os símbolos algébricos devem sempre estar associados a significados, sendo explorados exercícios que privilegiem estruturas algébricas e propriedades, do contrário se restringe a uma prática de manipulações e repetições. Desta forma, o ensino da álgebra deve ocorrer para a transformação de significados, o professor deve atuar como interlocutor e os alunos devem ser interlocutores uns dos outros.

A aplicação da aula sobre produtos notáveis através da utilização do material dourado planificado despertou o interesse dos alunos, se caracterizando como um processo criativo e distinto do usual das aulas. A manipulação com o material gerou a socialização entre os alunos, para construir o material de forma correta, onde os que já haviam construído auxiliaram os que encontraram dificuldades.

Apesar de ocorrer algumas dificuldades quanto as operações com as medidas, no que se refere a quando há a necessidade de multiplicar, de somar e de elevar ao quadrado, a aula tornou-se efetiva no esclarecimento das dúvidas e agregou conhecimento.

Constata-se que a dificuldade com as operações com as medidas deve-se ao conteúdo algébrico, pois como afirma Pinheiro (2016), os alunos se depararam com letras e números ou termos desconhecidos nominados por letras e possuem dificuldade em resolvê-los.

Todavia, o contexto aplicado nos produtos notáveis através da utilização do material dourado, trouxe uma proximidade do conteúdo aos alunos, não apenas mostrando de forma abstrata ou por meio de expressões, mas demostrando que aquela expressão matemática pode ser representada de uma forma palpável, trazendo sentido a atividade. Sendo a língua materna fundamental para auxiliar na oralidade do ensino e escrita da matemática.

REFERÊNCIAS

AZERÊDO, M. A. de; RÊGO, R. G. do. Linguagem e Matemática: A importância dos diferentes registros semióticos. Revista Temas em Educação, João Pessoa, v.25, Número Especial, p. 157-172, 2016.

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

DUARTE, P. C. X.; PEREIRA, C. H.; REIS, D. C.; ROSA, A. C. da. A linguagem no ensino de matemática. Nucleus, v.10, n.1, abr.2013.

FARIAS, R. D. R.; COSTA, L. de F. M. da. O papel da linguagem matemática no processo ensino-aprendizagem da matemática. Areté, Manaus, v.14, n.28, ago-dez de 2020. ISSN: 1984-7505.

FERREIRA, F. A.; PERES, G. J. Matemática e Linguagem. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Educação Matemática: Um compromisso Social. Anais [...], Recife, 15 a 18 de julho de 2004.

KLÜSENER, Renita. Ler, Escrever e Compreender a Matemática, ao Invés de Tropeçar nos Símbolos. In: NEVES, Iara et al. Ler e Escrever: Compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, 2001. p. 177 – 191.

MACHADO, N. J. Matemática e Língua Materna: Uma aproximação necessária. R. Fac. Educ., São Paulo:161-166, jul./dez. 1989.

MIRANDA, T. L. de. A noção de variável de alunos de ensino fundamental. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, 2014.

OLIVEIRA, N. Produtos Notáveis. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/produtos-notaveis.htm. Acesso em: 18/12/2022.

PINHEIRO, J. M. de Q. A pergunta e seus contributos para as estratégias de resolução de problema algébrico no 3º ano do ensino médio. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.

USP. Material Dourado. Disponível em: http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/_private/material_dourado.htm. Acesso em: 18/12/2022.

VELOSO, D. S.; FERREIRA, A. C. Uma reflexão sobre as dificuldades dos alunos que se iniciam no estudo da álgebra. Revista da Educação Matemática da UFOP, Vol I, 2011 - X Semana da Matemática e II Semana da Estatística, 2010 ISSN 2237-809X59.

IDENTIDADE DE SER PROFESSOR NA PERCEPÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM FORMAÇÃO

Data de aceite: 01/02/2023

Paula Ledoux
Doutora em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso – UFMT. Professora Adjunta da Faculdade de Matemática do Campus Universitário de Castanhal/Pará, da Universidade Federal do Pará – UFPA

Tadeu Oliver Gonçalves
Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP. Professor Titular do Instituto de Educação Matemática e Científica – IEMCI da Universidade Federal do Pará - UFPA

RESUMO: A construção da identidade de ser professor é uma temática que tem nos despertado interesse na perspectiva de compreender os aspectos envolvidos nesse processo. Neste sentido, este estudo tem como objetivo *analisar a construção da identidade de ser professor a partir da percepção de professores de Matemática em formação.* Para tanto, este estudo se faz da revisitação das teorias relacionadas a temática e da análise das respostas assinaladas num instrumento trabalhado com 53 professores em formação do Curso de Licenciatura em Matemática, de uma universidade pública brasileira. Esta pesquisa se apresenta numa abordagem qualitativa tendo como objeto de estudo *a identidade da profissão professor.* Para constituir as informações, trabalhamos com um questionário em que definimos algumas dimensões como possíveis elementos na construção dessa identidade. Essas dimensões foram sinalizadas pelos informantes usando como indicadores: *1. Muito Baixo 2. Baixo 3. Médio 4. Alto 5. Muito alto*. A análise dos dados ocorreu por meio da metodologia da Análise de Conteúdo, que investe tanto na descrição quanto interpretação das informações. A partir da organização das informações, surgiram cinco categorias de análise - *das experiências vivenciadas na sala de aula; dos erros e dos acertos; da formação inicial/continuada; das práticas docentes; da proximidade com a sala de aula* - que foram definidas pelo maior índice nas respostas assinaladas. Os resultados apontam que a maioria dos professores em formação, consideram que a identidade de ser professor de Matemática já é iniciada quando ele faz a opção pelo curso. Mas, essa identidade vai criando corpo e forma, a partir das interações nos diferentes

espaços, das práticas e das experiências individuais e coletivas vivenciadas no dia a dia da sala de aula, lugar onde ocorre os erros e os acertos ao longo da trajetória da profissão professor.
PALAVRAS-CHAVE: Identidade. Formação. Prática. Experiência.

IDENTITY OF BEING A TEACHER IN THE PERCEPTION OF MATHEMATICS

ABSTRACT: The construction of the identity of being a teacher is a theme that has aroused interest in the perspective of understanding the aspects involved in this process. In this sense, this research aims to analyze *the identity in the perspective of teachers in training to understand how the identity of future mathematics teachers is constructed*. Therefore, this study is about revisiting the theories related to the thematic and the analysis of an instrument worked with 53 teachers in the Mathematics Degree Course of a Brazilian university public. This research is of qualitative approach having as object of study the identity of the teacher profession. To constitute the information, we work with a questionnaire in which we define some dimensions as possible elements in the construction of this identity. These dimensions were flagged by the informants using as indicators: 1. Very Low 2. Low 3. Medium 4. High 5. Very high. The analysis of the data occurred through the methodology of Content Analysis, which invests both in the description and interpretation of the information. From the organization of the data, five categories and / or units of analysis emerged - from the experiences lived in the classroom; mistakes and correctness; of initial / continuing training; of teaching practices; of proximity to the classroom - which were defined by the highest index in the responses indicated. The results show that the majority of the teachers in formation consider that the identity of being a teacher of Mathematics is already initiated when he makes the option for the course, but this identity is creating body and form from the interactions in the different spaces, practices and individual and collective experiences experienced in the classroom every day, place where errors occur and the correct answers along the trajectory of the teacher profession.
KEYWORDS: Identity. Formation. Practice. Experience.

1 | *PONTO DE PARTIDA DESTA* ESCRITA

A intenção desta escrita é tecer considerações acerca da identidade de professor, por julgarmos relevante ter a compreensão de que é por meio de nossa identidade profissional, que somos capazes de nos perceber e compreender como o outro nos percebe, pois "a identidade é um produto de sucessivas socializações, o indivíduo nunca a constrói sozinho: ela depende tanto dos julgamentos dos outros como das suas próprias orientações e autodefinições" (DUBAR, 1998, p. 4).

Com base neste pressuposto, apontamos a identidade do professor como uma questão que tem despertado nosso interesse[1] a partir da convivência diária com o processo de formar professores de um curso de Licenciatura em Matemática. Essa prática nos motiva a buscar compreender que a identidade do professor é influenciada por vários fatores, entre

1 IDENTIDADE DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: elementos estruturantes do processo identitário, publicado na revista REMATEC / Ano 10 / nº 19 – maio - agosto de 2015.

estes, a relação que se estabelece com os sistemas de ensino, com as unidades escolares, com os contextos histórico-político-social e das incertezas próprias da profissão, que de acordo com Lasky (2005), inclui o compromisso pessoal, a disposição para aprender a ensinar, as crenças, os valores e o conhecimento sobre a matéria que ensinam.

Todas estas incertezas são favoráveis do ponto de vista da provocação que isto nos causa, ou seja, quando nos inquietamos com algo, recebemos o estímulo de buscar responder a essas inquietações. Essas respostas se fazem de uma complexa rede de histórias, conhecimentos, processos e rituais, como afirma Sloan (2006).

Para Chevallard (2009), a identidade docente decorre das relações que se estabelecem com o objeto[2], visto de outra forma, "a construção da identidade social e profissional do professor decorre das interações internas e externas estabelecidas com o outro, com o objeto e com as instituições" (LEDOUX e GONÇALVES, 2015, p. 12). Concordamos com esta afirmativa, pois não é possível haver identidade se não houver proximidade com o objeto. Nesta escrita, compreendemos *objeto* como todo e qualquer elemento presente na/da convivência diária das pessoas em seu ambiente de trabalho ou fora dele.

Desta forma, a identidade de ser professor, é uma questão que tem circulado entre pesquisadores que se dedicam a estudar esta temática e nos meios acadêmicos por duas razões. Uma, pelo aparecimento da problemática como uma questão que tem merecido atenção de pesquisadores da área, pelas diversas situações surgidas nos diferentes contextos educacionais que necessitam ser compreendidas. Outra, pela vontade de investigar as dimensões da construção da identidade, para compreender o lugar e a importância que este aspecto ocupa no papel que o professor desempenha no exercício da profissão.

Neste sentido, compreende-se que o papel que os professores desempenham em relação a aprendizagem dos estudantes, tem extrema importância no cenário educacional, como sinalizado pelos recentes Relatórios Internacionais (MARCELO, 2007). Essa importância também é apontada pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômicos – OCDE (2005), considerando que os professores são importantes para melhorar a qualidade da educação que as escolas e os estabelecimentos de ensino realizam cotidianamente. A profissão professor é tão importante quanto imprescindível para o desenvolvimento da sociedade do conhecimento.

Dada esta importância, exige-se deste profissional não só uma formação adequada para o exercício da profissão. Mas, antes de tudo, que tenha identidade com a ação de ensinar, para que essa relação seja pautada das interações humanas entre seus pares, pois ser professor é uma profissão eminentemente humana, feita por humanos, com humanos e para humanos, em que o objeto dessa ação não é inerte, ele interage com o sujeito (TARDIF e LESSARD, 2014). Esta teoria está baseada no argumento de que:

2 O objeto aqui é entendido como qualquer prática, meios indiretos que explicam ou revelam uma situação

> [...] a presença de um “objeto humano” modifica profundamente a própria natureza do trabalho e a atividade do trabalhador. A presença de outrem diante do trabalhador conduz, inevitavelmente, a um novo modo de relação do trabalhador com seu objeto: a interação humana (TARDIF e LESSARD, 2014, p. 28/29).

Considerando esta assertiva, podemos inferir que para ser professor é necessário uma fomalidadezinha: *saber ensinar,* afinal “ninguém começa a ser educador numa terça-feira, às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador” (FREIRE, 1996, p. 58).

Para ser professor, inevitavelmente, é necessário ter uma identidade com a profissão, para compreender que a educação é uma forma de intervenção no mundo. Desta forma, o professor deve entender que ao desenvolver seu exercício docente, não está somente transferindo conteúdos/conhecimentos aos estudantes. Mas, admitindo que a educação é uma experiência especificamente humana, que envolve os indivíduos de um determinado contexto social (FREIRE, 2008). E nesse movimento de experienciar, de fazer e de ser, também estão situados os elementos que dão contorno a identidade de ser professor.

2 I A IDENTIDADE COMO ELEMENTO SUBJETIVO NA PROFISSÃO PROFESSOR

Compreende-se a identidade como um conjunto de características que distinguem uma pessoa. Essas características são influenciadas pela forma como o indivíduo interage no e com o mundo, seja esta interação de forma individual ou coletiva.

A identidade aqui pode ser entendida na perspectiva dos estudos realizados por Scoz (2011), como algo em construção, com base nos sentidos que os sujeitos vão produzindo na condição singular em que se encontram inseridos em suas trajetórias de vida e, ao mesmo tempo, em suas diferentes atividades, nas formas de relações sociais e nas subjetividades que formam sua identidade.

Ao considerar as trajetórias subjetivas na construção da identidade, Scoz (2011, p. 27- 28), traz Dubar (1998), para ressaltar que nos processos identitários individuais, as crenças e as práticas dos membros de uma sociedade, contribuem para inventar novas categorias, modificar as antigas e reconfigurar permanentemente os próprios quadros de socialização.

Em se tratando da identidade de professor, esta se constrói do sentido e do significado dado à profissão, pois a profissão docente, assim como outras profissões, surge num determinado contexto, como resposta às necessidades postas pelas sociedades, constituindo-se num corpo organizado de saberes e um conjunto de normas e valores (BENITES, 2007).

Considerando esta premissa, a identidade de ser professor é uma questão que está na ordem do dia e, tem levado pesquisadores da área a realizarem estudos acerca dessa temática. Essas pesquisas visam compreender como a identidade do professor se constrói e que elementos fazem parte desse construto.

Para compreender esse processo identitário, buscamos nos ancorar nas conceituações resultantes dos estudos realizados por pesquisadores, que discutem a identidade como uma parte do todo de ser professor. Essas conceituações foram organizadas por ano de sua publicação, como demonstradas no Quadro 1.

ANO	TEÓRICO	CONCEITUAÇÃO
2009	Marcelo	A identidade profissional docente se constitui como uma interação entre a pessoa e suasexperiências individuais e profissionais.
2006	Dubar	Identidade é a relação entre as formas de identificação atribuídas pelos outros (*identificações para outro*) e as identificações reivindicadas por si próprio (*identidadespara si).*
2005	Bauman	A construção da identidade se evidencia pela emergência de novos parâmetros da sociedade contemporânea e ressalta as dinâmicas contextuais do chamado "mundolíquido", cujos reflexos se expressam no processo identitário.
2000	Lawn	A produção da identidade envolve o Estado, através dos seus regulamentos, serviços,encontros políticos, discursos públicos, programas de formação, intervenções etc.
1992	Nóvoa	A construção de identidades passa sempre por um processo complexo graças ao qualcada um se apropria do sentido da sua história pessoal e profissional.
1991	Tardif; Lessard; Lahaye	A identidade docente é construída a partir de uma variedade de experiências e saberesadquiridos ao longo da trajetória de vida dos professores, abrangendo desde a socialização familiar e escolar à formação inicial e socialização profissional no decorrer da carreira docente.
1987	Ciampa	A identidade se constrói na e pela atividade.
1972	Erikson	A identidade se constrói em consonância com o juízo que o indivíduo faz de si próprio,tendo como referência os seus julgamentos sobre os outros e os julgamentos dos outros sobre ele próprio.

QUADRO 1 – Conceituações teóricas acerca da identidade de ser professor.

FONTE: Elaborado pelos autores, a partir dos estudos realizados pelos teóricos.

Como observado, várias foram as conceituações surgidas sobre a identidade de professor, que se justificam pela própria natureza da construção da identidade e da subjetividade de cada pesquisador, pois a identidade não se constrói de forma única, essa construção exige "um processo individual e coletivo de natureza complexa e dinâmica, o que conduz à configuração de representações subjetivas acerca da profissão docente" (MARCELO GARCIA, 2010, p. 18). Apesar das diferenças entre as conceituações, estas se aproximam e estabelecem um diálogo entre si. Neste sentido, somos favoráveis a não existência de "uma identidade profissional, mas, em identidades, pois estas podem se caracterizar das interações sociais, dos percursos formativos e das relações decorrentes do desempenho profissional” (LEDOUX e GONÇALVES, 2015, p. 15).

Além das conceituações citadas, se faz relevante trazer para esta escrita, outros elementos que são identificados por Gouveia (1993), como necessários na construção da identidade.

- **Consciente:** mesmo estando a identidade envolvida com movimentos inconscientes, que tendem a estar em conflito, há uma tentativa do sujeito de apresentar uma unicidade naquilo que o define. É nesse sentido que a identidade é vivenciada como aspecto consciente, inclusive com coerência e unicidade, quando verbalizada pelo sujeito.
- **Constância:** dos elementos que representam o sujeito, a lógica que os envolve.
- **Continuidade:** refere-se ao dinamismo temporal na elaboração da identidade como algo que se estrutura no passado, se atualiza no presente e se projeta no futuro.
- **Semelhanças e diferenças:** as semelhanças são percebidas entre os parceiros com os quais se compartilha a mesma identidade e, as diferenças são dirigidas aos outros, que não compartilham essa identidade.

Estes elementos podem aparecer de forma diversas e em variados contextos, reforçando a existências da construção de identidades.

3 | PROCEDIMENTOS E MÉTODOS

Esta pesquisa é de natureza básica, numa abordagem qualitativa de caráter analítico, na medida em que toma como fonte, as informações constituídas na pesquisa de campo, por meio de um instrumento em que definimos como objeto de estudo *a identidade da profissão professor* e as dimensões como possíveis elementos na construção dessa identidade.

Para tanto, este estudo se faz da revisitação das teorias que sinalizam estudos acerca do conceito de identidade e, da análise das informações constituídas por meio de um questionário, aplicado a uma amostra constituída por cinquenta e três (53) professores em formação do Curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública brasileira, com o objetivo de *analisar a construção da identidade de ser professor a partir da percepção de professores de Matemática em formação.*

O tratamento das informações ocorreu por meio do método da Análise de Conteúdo (MORAES e GALIAZZI, 2011), que investe tanto na descrição quanto interpretação das informações. Desta forma, a análise e a interpretação das informações constituídas na pesquisa de campo, ocorrem de duas formas distintas e complementares. A primeira se faz da organização dos dados de forma objetiva e a segunda, da interpretação subjetiva das unidades de análise surgidas a partir das dimensões constantes no instrumento e sinalizadas pelos professores em formação do curso de Licenciatura em Matemática que participaram como informantes.

4 I AS DIMENSÕES NA CONSTRUÇÃO DA IDENTIDADE DE SER PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Compreender como se constrói a identidade da profissão professor, é sempre uma questão convidativa para o desenvolvimento de pesquisas, que permitam dar voz aos principais sujeitos desse processo – o professor. No entanto, não tomamos como ponto de partida para fazer esta investigação, professores no exercício da profissão. Mas, aqueles que ainda estão se preparando para ser.

A partir da convivência diária com professores em formação, nos despertou interesse em compreender de que forma se faz a identidade de ser professor daqueles que ainda estão em processo de formação. Para ter esta compreensão, partimos de uma conversa informal com professores em formação que estão no último semestre do curso de Licenciatura em Matemática, durante uma aula da disciplina Didática Geral, momento em que fizemos a seguinte pergunta: *De que forma ocorreu a escolha pela Licenciatura em Matemática?*

A partir da variedade das respostas, (*fui influenciado pelos meus colegas de cursinho; quando fazia a 8ª série tive um professor de Matemática que me marcou pela forma de ensinar; desde pequena sempre gostei de matemática; sempre fui atraída pelos números; meu sonho era ser professor de matemática; as dificuldades de aprender matemática no ensino fundamental etc.),* surgiu a ideia de fazer uma pesquisa que nos permitisse compreender de que forma se constrói a identidade com a profissão professor, a partir das percepções desses professores em formação.

Para realizar a pesquisa, selecionamos os informantes tendo como principal critério, que estivessem em fase de conclusão do curso. A partir deste critério, foram selecionados 53 professores em formação de três turmas, que responderam ao instrumento tendo como objeto de estudo, compreender como *a identidade com a profissão professor* se constrói. Para responder a este objeto, elegemos algumas dimensões (*práticas docentes; erros e acertos no exercício da profissão; limitações da profissão docente; formação inicial na licenciatura; experiências vivenciadas na sala de aula; interações com seus pares; observações diárias no ambiente escolar; proximidade com a sala de aula; desafios da profissão professor*), que consideramos como aspectos que demarcam a construção dessa identidade.

Para que tivéssemos um parâmetro na marcação dessas dimensões, usamos como sinalizadores: *1. Muito baixo, 2.Baixo, 3.Médio, 4.Alto, 5.Muito alto.* Os dados sinalizados no instrumento foram organizados e demonstrados objetivamente no formato de gráfico.

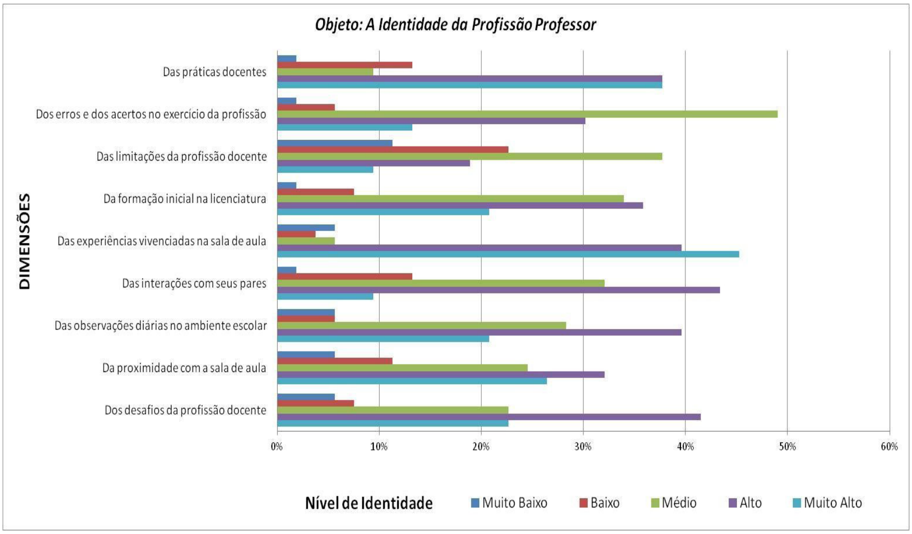


Gráfico 1 – Dimensões da Identidade da Profissão Professor

FONTE: Elaborado pelos autores com base nos dados da pesquisa de campo/2018

Considerando os dados apontados pelos 53 professores em formação, tomamos como ponto de partida para eleger as dimensões a serem analisadas, aquelas que tiveram índice de marcação (*médio, alto e muito alto*) acima de 35%. São elas: 1. *Formação Inicial na licenciatura; 2. Experiências vivenciadas na sala de aula; 3. Práticas docentes; 4. Erros e acertos no exercício da profissão; 5. Proximidade com a sala de aula,* que compõem o *corpus* estrutural e organizacional deste texto e, aqui apresentadas em forma de categorias de análise.

Na primeira categoria de análise, discutimos a dimensão que se configura da ***formação inicial na licenciatura*** em que os aspectos subjetivos estão presentes na forma de incorporar os saberes da formação. Na segunda, as discussões se referem as ***práticas docentes*** como um elemento de extrema importância para a formação do professor, pois é neste momento que ocorre o movimento entre as teorias aprendidas na formação e o efetivo exercício da profissão docente. Na terceira trazemos como dimensão as ***experiências vivenciadas na sala de aula,*** aspectos estes presentes no cotidiano de professores. A quarta traz reflexões acerca ***da proximidade com a sala de aula***, lugar onde se configuram os elementos subjetivos de uma possível identidade de ser professor de Matemática. Na quinta e última categoria, as discussões se pautam ***dos erros e dos acertos no exercício da profissão*** decorrentes da trajetória docente, que contribuem para a formação da identidade como um processo que se constrói ao longo da vida pessoal e profissional.

A análise das categorias acima referidas, estão embasadas na Análise de Conteúdo de Moraes e Galiazzi (2011), que tem como característica, ser descritiva ou interpretativa, como primeira forma de comparar e contrastar. De acordo com os autores, “a descrição nesta perspectiva de análise, é uma etapa importante e necessária, mesmo que não se possa permanecer nela. As categorias construídas no processo de análise de algum modo envolvem tanto a descrição quanto à interpretação” (p. 143).

Neste sentido, o processo de análise tem como ponto de partida a descrição da dimensão selecionada, seguida da interpretação, considerando o percentual representativo no universo total dos informantes, pois que “a interpretação se constitui num afastar-se da descrição, num exercício de abstração e teorização sobre o analisado num determinado “corpus” textual” (Ibidem, p. 144).

Desta forma, a intenção desta escrita é fazer reflexões acerca da identidade de ser professor de Matemática, a partir dos aspectos surgidos durante a pesquisa. No entanto, não intencionamos ser deterministas no que se refere a esses aspectos. Embora durante a escrita e, a partir das discussões de cada uma das categorias, ousamos apontar o surgimento de possíveis elementos que contribuem para a construção dessa identidade, que compõem o diagrama situado na página 19 deste texto.

A partir desta compreensão, damos início a análise das categorias, surgidas das dimensões sinalizadas para a construção da *identidade da profissão professor*. A primeira delas se refere a *formação inicial*, especialmente, pelo fato de nossos informantes estarem vivenciando esse processo, em que os aspectos subjetivos estão fortemente presentes na forma de conduzir e incorporar os saberes da formação.

Formação Inicial

Ao tomar esta categoria, consideramos a *Formação* numa possível trajetória epistemológica em busca de compreender como o professor transita neste processo e de que forma ele se identifica com a profissão.

Pensar na formação do professor, se faz necessário pensar no próprio homem na perspectiva de Bachelard (1989), que vê o homem como um ser de razão e imaginação, capaz de constituir, criar, produzir, retificar e chegar à uma verdade aproximada, pois o homem tem em torno de si “histórias”, sendo ele mesmo, uma historicidade, como afirma Foucault (2008), em sua Epistemologia Arqueológica. É nesta concepção de homem, que o professor se faz professor, pois nessa construção “é impossível fazer uma separação entre o EU profissional do EU pessoal” (NÓVOA, 1992, p. 17). Um ‘eu pessoal’ que sente, sofre, tem dúvidas, indecisões, angustias, especialmente, no que se refere a escolha da profissão.

Desta forma, esta discussão se inicia a partir da formação inicial de professores, que deve ser vista como a porta de entrada para que esse profissional desenvolva sua atividade docente. Dessa forma, o professor “deve tomar sua própria ação, seus próprios funcionamentos psíquicos como objeto de sua observação e de sua análise; ele tenta perceber e compreender sua própria maneira de pensar e agir*”* (PERRENOUD, 2001, p.

174).

Essa compreensão deve ser iniciada/estimulada na formação inicial recebida nas instituições formadoras, “lugar onde o papel do professor formador deve ou deveria ser, de promovedor de caminhos que conduzam à construção de conhecimentos, que habilitem o professor a fazer o confronto entre teorias e práticas, em contextos em que desenvolve seu exercício docente” (LEDOUX e GONÇALVES, 2015, p. 12).

Em se tratando da profissão professor, não poderíamos nos abster de fazer um breve olhar para o aspecto legal desse processo formativo, quando temos novas medidas definidas pela Resolução Nº 2 do Conselho Nacional de Educação - CNE, divulgada em 1º de julho de 2015. Essas medidas definem as novas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada. Essas medidas aumentam o tempo mínimo para os cursos de licenciatura, que passam de 2.800 para 3.200 horas. Além disso, os cursos deverão contar com mais atividades práticas, aproximando os futuros professores do cotidiano da escola.

Em atendimento a esta resolução, o Projeto Pedagógico do Curso – PPC da Licenciatura em Matemática em que realizamos esta pesquisa, foi reformulado em todos os seus núcleos e, a carga horária passou de 2.800 para 3.215 horas, tendo um acréscimo significativo de 415 horas, a serem cumpridas em oito semestres.

O processo de reformulação do PPC, foi realizado pelo Núcleo Docente Estruturante – NDE, formado pelos docentes da faculdade de Matemática. E, fazendo parte do NDE, vivemos de forma intensa esse processo e, podemos afirmar que:

> [...] grandes foram as dificuldades surgidas para a consolidação do nosso PPC. Essas dificuldades nos permitiram vivenciar uma experiência que trouxe, a cada um de nós, o crescimento necessário para assumirmos o comprometimento de formar professores de Matemática, para desempenharem seu exercício profissional no atendimento a uma sociedade que permanece em constante busca de compreender os conceitos e os saberes matemáticos (LEDOUX, 2018).[3]

A partir da aprovação do novo PPC pela Resolução Nº 5.044 de 17 de maio de 2018, do Conselho Superior de Ensino Pesquisa e Extensão – CONSEPE/UFPA, as novas turmas da Licenciatura em Matemática, que ingressaram no 3º período (ocorrido em julho) de 2018, já entraram no novo formato do curso. As turmas que entraram nos períodos anteriores 1º (ocorrido em janeiro) e 2º (ocorrido em março) de 2018, estão sendo adequadas a partir do processo de equivalência das disciplinas.

As reformulações dos PPCs e das matrizes curriculares dos cursos de licenciaturas a partir desta resolução, criam expectativas de mudanças para todos aqueles que estão fazendo uma formação inicial de professores. No entanto, esse processo pode tornar-se

3 Parte do texto publicado no site da Universidade Federal do Pará – UFPA, quando da aprovação do Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática, da Faculdade de Matemática do *Campus* Universitário de Castanhal.

obsoleto, se não houver mudanças na concepção dos professores formadores, no sentido de rever a forma de ensinar, os procedimentos de aula, os métodos, as estratégias de ensino, necessários para o desempenho do exercício docente.

O ensino ainda se faz na máxima de que para ensinar basta ter domínio do conteúdo. Segundo Bachelard (1989), o como ensinar se sobrepõe ao objeto ou matéria ensinados. Isso contraria a concepção pedagógica de que o conteúdo ensinado contenha sua verdade, independentemente do modo como é ensinada. Neste sentido, defendemos a máxima de que para ensinar "não basta saber o conteúdo, é preciso que o professor aprenda a fazer desse conteúdo, algo ensinável e que faça sentido para quem aprende" (LEDOUX e GONÇALVES, 2015, p. 4), o que leva o professor formador, sair de sua zona de conforto de ser um repassador de conhecimento, para tomar o lugar de mediador dessa ação.

Neste pensar a formação inicial de professores "pressupõe, pensar em processos de formação identitária nos quais os aspectos subjetivos estão fortemente presentes na forma como esses sujeitos incorporam os saberes da formação" (Ibidem, p. 3). Quando a formação inicial está diretamente relacionada ao professor de Matemática, Perez (1999), faz referência a quatro características que devem ser apresentadas pelo professor de Matemática:

1. Visão do que é a matemática;
2. Visão do que constitui a atividade matemática;
3. Visão do que constitui a aprendizagem matemática;
4. Visão do que constitui um ambiente propício à atividade matemática.

Essas caraterísticas devem ser consideradas para uma formação que seja capaz de dotar o professor, de conhecimentos teórico-práticos necessários para ensinar a matemática escolar que é dotada de características próprias, que a tornam peculiar em relação às obras originais, como sinaliza Paiva (2013). No entanto, para ensinar essa matemática, é necessária uma competência que vai além do domínio dos conteúdos. Associado a esta competência, estão os conhecimentos práticos que representam, em grande parte, a capacidade de relacionar-se com o objeto da ação docente.

Práticas Docente

A prática docente é a condicional que todo professor necessita para exercitar os conhecimentos teóricos aprendidos, essenciais ao desenvolvimento das competências necessárias para o exercício profissional. Desta feita, fazer reflexões acerca desta dimensão, implica dizer que é dessa ação que o professor constrói a eficiência de sua profissão. Tardif, Lessard & Lahaye (1991), definem a prática docente como sendo o estudo do conjunto de saberes utilizados realmente pelos professores em seu espaço de trabalho cotidiano, para desempenhar todas as suas tarefas.

É no fazer cotidiano que o professor desenvolve uma relação com o objeto de sua prática, como já sinalizado por Chevallard (2009). Essa relação ocorre dos contatos de casualidade com os diversos segmentos da escola, lugar onde surgem os elementos que dão sustentação a identidade de ser professor.

Neste sentido, a prática deve ser vista como o ponto de partida para o confronto entre os conhecimentos teóricos aprendidos na formação inicial e o ambiente em que essa prática toma forma e se desenvolve. E desse confronto, o professor descobre que "a diferença entre teoria e a prática é, antes de mais, um desencontro entre teoria do observador e a prática do professor, e não um fosso entre a teoria e a prática" (ZEICHNER, 1993, p. 21).

De acordo com Shön (2000), "o exercício da prática deve ser desenvolvido desde o início da formação, e não apenas no final, por meio de estágios" (p. 91). A afirmativa de Shön é preocupante do ponto de vista de que em alguns cursos de formação inicial de professores, o distanciamento entre teoria e prática ainda prevalece. No entanto, a prática deve ser um elemento presente desde o início do curso e, permanecer ao longo do processo, pois é aqui que vai surgir os primeiros anúncios para uma identidade profissional.

Desta forma, podemos inferir que é da soma de vários elementos e das subjetividades de cada sujeito, que as identidades profissionais se constroem e são construídas. Dentre esses elementos, destacamos a experiência como a grande promovedora de atitudes reflexivas de nossas ações.

Experiências vivenciadas na sala de aula

A experiência é o que nos acontece durante o desenvolvimento de nossas ações. No entanto, a experiência é algo único, não acontece duas vezes, pois "a experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca" (LARROSA, 2014, p.18). E a cada vez que passamos por uma experiência, estão envolvidos nesse processo, alguns aspectos (temporais, ambientais, sociais, emocionais etc.), que a fazem ser única.

Discorrer sobre a *experiência vivenciada na sala de aula* como uma das dimensões na construção da identidade docente, é necessário antes de tudo, ter a compreensão de que a experiência é uma aprendizagem cognitiva que é própria do homem. Deste ponto de vista, a experiência é aqui entendida "como a representação mental de um conjunto de ideias, percepções e ações que nos equipam com a estrutura mental necessária para que organizemos as vivencias anteriores e nos preparem para as futuras" (HERMETO e MARTINS, 2012, p. 266).

Do ponto de vista da Psicologia, toda experiência pode ser analisada com base em dois pontos de vista diferentes: pelo seu conteúdo objetivo (experiência mediata), em que o olhar está no objeto externo à experiência, ou pelo seu conteúdo subjetivo (experiência imediata), no qual a ênfase recai na interioridade do sujeito que experiência, de acordo com Wundt (1896/2004, citado por ARAÚJO, 2006, 2009).

Ainda segundo o autor, a Psicologia também investiga o conteúdo global da experiência em suas relações com o sujeito e com relação aos atributos que esse conteúdo deriva diretamente do sujeito, em que surgem os aspectos subjetivos da experiência.

Em se tratando das experiências vivenciadas no ambiente escolar, estas se fazem em diferentes fases e do envolvimento com os objetos de ensino. Para Marcelo García (1999), a experiência leva o professor a passar por diferentes fases durante o processo de aprendizagem da docência. Essa aprendizagem se inicia antes da entrada na graduação e perdura até a aposentadoria da profissão.

A profissão docente permite que o profissional, vivencie as mais variadas experiências ao longo da carreira, pois é

> [...] a partir do momento que se assume a condição de educador – ou seja, quando a pessoa se coloca diante de outras e estas, reconhecendo-se como alunos, identificam-na como professor – que se inicia efetivamente o processo de construção da identidade docente. Mesmo que essa pessoa já tenha se imaginado nessa condição anteriormente, é só a partir da experiência concreta que esse processo será desencadeado (DINIZ-PEREIRA, 2011, p. 48).

A assertiva do autor nos remete as lembranças das experiências vivenciadas, quando do início da carreira docente, ao nos encontramos pela primeira vez numa sala de aula tomada pelo medo, insegurança, incerteza e a angústia de estarmos começando algo sem volta. E lá se foram quase trinta anos. Mas, a cada dia na sala de aula, é um novo recomeço ea uma nova experiência se faz.

A sala de aula é o lugar onde a experiência é fundamental para o processo de ensino. Ao utilizar de sua experiência, o professor agrega valores às suas práticas, pois a sala de aula é lugar onde ocorre a relação com o objeto de ensinar. É lugar também, "da construção duma identidade reflexiva que devolve sentido a uma prática onde se tem sucesso" (DUBAR, 2006, p. 158).

É importante considerar que, é o lugar onde o professor desempenha o exercício da docência, que direciona a condução de suas ações, que dependem em grande parte, da forma como ele pensa, age e executa essas ações. Nesse movimento, outros elementos como: proximidade, afetividade, doação e motivação, contribuem para o surgimento dos primeiros sinais da construção de uma identidade profissional.

A partir desta compreensão, têm-se na experiência um aspecto de grande relevância, não só para a construção da identidade docente. Mas, especialmente, por contribuir com elementos que facilitam a aproximação do professor com a sala de aula

Proximidade com a sala de aula

Para falar da proximidade com a sala de aula como uma dimensão do processo identitário, precisamos falar da escola como o espaço em que ocorre a relação entre o ensinar e o aprender.

O objeto que aproxima a escola e a instituição que forma professores é a educação. No entanto, existe uma distância muito grande entre o discurso acadêmico e a prática educacional. Esse distanciamento, cria um diálogo ambíguo, pois a instituição formadora olha para a escola de uma forma e o professor em formação de outra. Em outras palavras, essa relação decorre naquilo que Kuhn (1978), citado por Fino (2011) denomina de "diálogo surdo", pois apesar dos segmentos terem em comum o mesmo objeto, são divergentes no tocante a resolução de problemas educacionais, daí a importância da aproximação entre instituições formadoras de professores e a escola.

A falta de um diálogo mais próximo e constante com a realidade da escola, dificulta o ingresso do professor recém-formado nos cursos de licenciatura, nas redes de ensino. Dito isto, é notável o grande desafio de fazer a aproximação do professor em formação com o espaço em que irá desenvolver seu exercício profissional.

Nos cursos de licenciatura, essa proximidade é concentrada no componente curricular de Estágios Supervisionados (I, II, III e IV), em que os professores em formação fazem os primeiros contatos com a docência. É nesta convivência na escola, que ele faz as primeiras descobertas do que é ensinar e, ao trazer para este espaço, os saberes teóricos aprendidos na formação, de certa forma, ele cria expectativas de aprender outros saberes que não são aprendidos nos cursos de formação de professores.

Neste sentido, as experiências vivenciadas pelos professores em formação nos Estágios Supervisionados, contribui tanto para a troca de conhecimentos entre os sujeitos envolvidos, quanto para fazer a observação dos professores experientes, que certamente, irá influenciar na construção de sua identidade como futuro professor de Matemática.

Desta forma, a proximidade com a sala de aula pressupõe a empatia e o sentido de ser professor, favorecendo a qualidade da formação inicial e a afetividade da profissão que decorre tanto das relações que se estabelecem entre quem ensina e quem aprende, quanto dos erros e dos acertos da profissão.

Erros e acertos do/no exercício da profissão

Neste estudo, não consideramos que os erros e os acertos no exercício da profissão docente ocorram pela ausência do conhecimento. Mas, como resultado de atitudes e procedimentos equivocados e/ou imaturos no desenvolvimento de uma ação.

Os erros podem ocorrer ao longo da vida e servem como indicativos para futuros acertos, tanto no aspecto pessoal quanto profissional, pois os erros fazem parte da aprendizagem.

A capacidade de aprender com os erros é sem dúvida, uma atitude sabia do homem, pois aprendemos e crescemos com os nossos erros.

> O erro numa conceituação estrita vem a ser um juízo falso, um desacerto, um engano, a falsa noção de uma realidade. Não se confunde este com a ignorância, que é a ausência total de qualquer conhecimento. Expressa a ignorância um estado negativo, uma ausência total de percepção, enquanto o erro exprime um estado positivo: o agente conhece, mas de forma errônea (RIOS, 1999, p.7).

Esta conceituação de erro nos remete ao contexto educacional, onde os erros estão centrados nas falhas cometidas pelos sistemas, pelos profissionais da escola, pelos professores e pelos estudantes.

Ao falar de erro, apontamos para a essência do sistema educacional que continua a mesma, ou seja, o modelo de educação ainda está atrelado a princípios e valores que não correspondem à realidade contemporânea. Ainda convivemos com práticas tradicionais e mecânicas, em que o ensino é padronizado e o pensamento crítico é pouco estimulado. Outro aspecto que pode ser apontado como erro do sistema educacional, é considerar a homogeneidade e a padronização dos conhecimentos a serem ensinados. É preciso levar em conta a realidade daquele *que vai ser ensinado*, tendo o cuidado de selecionar o que *deve ser ensinado* e primar pela qualidade de *como vai ser ensinado*.

Os profissionais da escola por sua vez, conduzem as questões relacionadas ao ensino e a aprendizagem como sendo responsabilidade única e exclusiva do professor, a ele compete a ação de ensinar. Esse ensinar ocorre de forma isolada dentro da sala de aula, havendo pouca participação dos demais segmentos da escola. Cada um desses segmentos, desenvolvem as ações em suas ilhas, como se cada uma dessas partes da escola não fizesse parte do todo o educar. Os resultados desses movimentos individualizados e/ou isolados, não ocorrem ou não são visíveis de forma imediata. Mas, ao longo da vida escolar desses sujeitos.

Desta forma, os erros podem acontecer pela ausência de um planejamento que dialogue com a comunidade escolar e de objetivos educacionais mais claros, no que se refere ao papel e a função social da escola. Não estamos dizendo com isto que as escolas não fazem seus acertos. Muito pelo contrário, os acertos acontecem em grande parte, quando a escola busca solucionar seus problemas com a coletividade que faz a escola.

De acordo com Ledoux e Gonçalves (2015), o professor pode cometer erros durante os procedimentos de aula, seja pela falta de metodologias mais ativas, pela forma como ensina ou pela forma como avalia os resultados desse processo. No entanto, todos podemos aprender com nossos erros, e é na tentativa de erro e acerto, que desenvolvemos nossa capacidade de crescimento pessoal e profissional.

Os acertos acontecem quando somos capazes de substituir práticas tradicionais por outras mais atuais, modernas e motivacionais, quando aprendemos com as experiências pouco exitosas e quando refletimos sobre nossos erros e aprendemos com eles. Aprender com erros também é uma forma de construir a identidade de ser professor.

Quanto aos estudantes, os erros ocorrem com certa frequência pela forma como fazem o armazenamento dos conhecimentos ensinados. Esses conhecimentos são guardados por certo tempo e, assim que são usados nas respostas colocadas nas provas bimestrais, são esquecidos. Isto decorre em função do formato em que a aprendizagem acontece. Esta se faz por meio da memorização de fórmulas, conceitos e regras, que na maioria das vezes, são irrelevantes para a realidade dos estudantes. Se o estudante não vê sentido naquilo que é ensinado, certamente, ele perde o interesse por não ver significado naquilo que é aprendido.

Para que os acertos ocorram, é necessário que o estudante esteja motivado a aprender. A motivação deve ser um dos principais instrumentos de trabalho do professor, pois é por meio dela que o estudante aprende a ter domínio do conhecimento ensinado e, se torna capaz de saber fazer uso deste conhecimento, para seu crescimento pessoal e profissional.

5 I *PONTO DE CHEGADA DESTA* ESCRITA

Ao chegar ao final desta escrita, nos permitimos inferir que a identidade com a profissão professor decorre não tão somente das dimensões apontadas nesta pesquisa, mas de diversos elementos que estão presentes no caminho percorrido no exercício da profissão e da ocorrência de suas variáveis, como apontadas no diagrama que foi construído a partir de nossas inferências ao longo desta escrita, na perspectiva de responder o objetivo de *analisar a construção da identidade de ser professor a partir da percepção de professores de Matemática em formação,* proposto neste ensaio.

FONTE: Elaborado pelos autores a partir da pesquisa.

Ao criar uma identidade com a profissão, o professor permite a aqueles que estão sendo regidos por ele, a liberdade de serem agentes de sua própria formação e do desenvolvimento de suas potencialidades. Aqui o papel do professor é mediar o conhecimento. Porém, para exercer o papel de mediador, o professor tem como desafio, refletir sobre sua prática, seus erros, seus acertos e aprender com eles. Esse aprender interfere e modifica concepções concebidas.

Portanto, a construção da identidade de ser professor de Matemática não dar-se-á igualmente para todos os 53 (cinquenta e três) professores em formação do curso de Licenciatura em Matemática que participaram desta pesquisa, por uma simples razão. A identidade com a profissão é um construto individual, que são modificados, ajustados, condicionados e reformulados num movimento constante, que inicia pela motivação na escolha do curso, que por sua vez, é influenciado por outros fatores, seja daquele professor da educação básica que serviu como estímulo, seja pela vontade de ser um professor de Matemática. A construção da identidade não é inata ao homem. Mas, faz parte do acontecer e do fazer humano.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, S. F. (2006). Wilhelm Wundt e o estudo da experiência imediata. *In*: A. M. Jacó- Vilela, A. A. L. Ferreira & F. T. Portugal (Orgs.). *História da Psicologia: rumos e percursos.* (pp. 93-104). Rio de Janeiro: Nau.

ARAÚJO, S. F. (2009). Uma visão panorâmica da Psicologia científica de Wilhelm Wundt. *Scientiae Studia*, 7 (2), 209-22.

BACHELARD, Gaston, La formation de l'esprit scientifique, Paris, Vrin, 1989

BAUMAN, Zygmunt. Identidade. Rio de Janeiro: Zahar, 2005. Dicionário de Psicologia. São Paulo: Itamaraty, v.5, 1973.

BENITES, Larissa C. Identidade do professor de Educação Física: um estudo sobre saberes docentes e a prática pedagógica. 2007. 199f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Motricidade). Instituto de Biociências, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro-SP, 2007.

CIAMPA, A. C. A estória do Severino e a história da Severina. São Paulo: Editora Brasiliense, 1987.

CHEVALLARD, Y. (2009). La TAD face au professeur de mathématiques. Disponível em http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=162, Acesso em 08 de jul.2018.

DINIZ-PEREIRA, J. E. O ovo ou a galinha: a crise da profissão docente e a aparente falta de perspectiva para a educação brasileira. In: Revista brasileira de Estudos pedagógicos, Brasília, v. 92, n. 230, p. 34-51, jan./abr. 2011. Disponível em: . Acesso em: 15 ago. 2015.

DUBAR, C. Trajetórias sociais e formas identitárias: alguns esclarecimentos conceituais e metodológicos. In: Educação e Sociedade, vol. 19, n. 62. Campinas, 1998.

______. A Socialização: construção das identidades sociais e profissionais; Porto: Porto Editora, 2005.

______. A crise das identidades: a interpretação de uma mutação. Porto: Edições Afrontamento, 2006.

ERICKSON, Erik. Identidade, juventude e crise. Rio de Janeiro, Zahar, 1972.

FINO, Carlos Nogueira. Investigação e inovação (em educação). In: FINO, C. N. & SOUSA, J. M. (2011). Pesquisar para mudar (a educação). Funchal: Universidade da Madeira - CIE- UMa, pp 29-48.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FOUCAULT, Michael. Arqueologia do Saber. 7ª Edição. Tradução: Luiz Felipe Baeta Neves. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2008. (Campo Teórico) Tradução de: L'archéologie du Savoir ISBN 978-85-218-0344-7 1

GARCIA, Maria M. A.; HYPOLITO, Álvaro M.; VIEIRA, Jarbas S. As identidades docentes como fabricação da docência. Educação e Pesquisa. São Paulo, v.31 n.1, pp.45-56, jan./mar. 2005.

GOUVEIA, T. M. V. *Repensando Alguns Conceitos – Sujeitos, Representação Social e Identidade Coletiva*. Dissertação de Mestrado em Sociologia. Universidade Federal de Pernambuco, Recife,1993.

HERMETO, C. M. & MARTINS, A. L. O livro da psicologia. São Paulo: Globo, 2012.

LASKY, S. (2005). A sociocultural approach to understanding teacher identity, agency and professional vulnerability in a context of secondary school reform. Teaching and Teacher Education, 21, 899-916.

LARROSA, Jorge. Tremores: Escritos sobre experiências. 1ª ed. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2014.

LAWN, M. Os professores e a fabricação de identidades. In: Currículo sem Fronteiras, v.1, n.2, pp. 117-130, Jul/Dez 2000.

LEDOUX, P. & GONÇALVES, Tadeu O. IDENTIDADE DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA**:** elementos estruturantes do processo identitário. In: Revista REMATEC / Ano 10 / nº 19 – maio/agosto de 2015.

MARCELO GARCÍA, C. Formação de professores: Para uma mudança educativa. Porto: Porto Editora, 1999.

_____. O professor iniciante, a prática pedagógica e o sentido da experiência. In: Formação Docente, Belo Horizonte, v. 02, n. 03, p. 11-49, ago./dez. 2010.

_____. Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. Sísifo, Revista de Ciências da Educação, n.08, p.7-22, 2009.

_____. A Identidade Docente: constantes e desafios. Universidade de Sevilha, Espanha, 2007. PENNA, M. O que Faz Ser Nordestino. São Paulo: Cortez, 1992.

MORAES, Roque & GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise Textual Discursiva. 2ª ed. Injuí: ed. Injuí, 2011.

NÓVOA, Antonio (Org.) Profissão professor. Porto: Porto Editora, 1992, p. 93-124.

_____. Vidas de professores. Porto: Porto Editora, 1992.

OECD (2005), Handbook on Economic Globalisation Indicators, OECD, Paris.

PAIVA, M. A. V., Nacarato, A. M. In: *A Formação do Professor que ensina Matemática*: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Editora Autentica, 2013.

PERRENOUD, P. et al. (2001). *Formando professores profissionais*: quais estratégias? Quais competências? 2. Ed. Trad. Fátima Murad e Eunice Gruman. Porto Alegre: Artmed.

RIOS. Plácido Barroso. O Erro no direito penal. Universidade Federal do Ceará. Ensino Superior do Ministério Público, 1999.

SCHÖN, D. A. Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Tradução Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SCOZ, B. J. L. (2011). *Identidade e Subjetividade de Professores*: sentidos do aprender e do ensinar. Petrópolis, RJ: Editora Vozes.

SLOAN, K. (2006). Teacher identity and agency in school worlds: beyond the all-good/all-bad discourse on accountability-explicit curriculum policies. Curriculum Inquiry, 36 (2), 119-152

TARDIFF, M. e LESSARD, C. (2014). Saberes de Docentes e Formação de Profissional. 16ª Edição. Petrópolis, RJ: Editora Vozes.

TARDIFF, M.; Lessard, C.; Lahaye, L. (1991). Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. Teoria & Educação. Rio de Janeiro.

TARDIF, M. e LESSARD. C. O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. 9ª Ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

ZEICHNER, K. M. (1993). A formação reflexiva de professores: Ideias e práticas. Lisboa: educa.

MATEMÁTICA PARA ENSINAR AS OPERAÇÕES BÁSICAS: INVESTIGANDO O MANUAL PEDAGÓGICO DE IRENE DE ALBUQUERQUE DE 1964

Data de submissão: 06/12/2022 *Data de aceite: 01/02/2023*

Karina Zolia Jacomelli-Alves
Universidade Federal de Santa Catarina, PPGECT(UFSC)
Florianópolis – Santa Catarina
https://orcid.org/0000-0003-3833-5343

Eduardo Sabel
Universidade Federal de Santa Catarina, PPGECT(UFSC)
Florianópolis – Santa Catarina
https://orcid.org/0000-0002-6334-4893

Eliandra Moraes Pires
Universidade Federal de Santa Catarina, PPGECT(UFSC)
Florianópolis – Santa Catarina
https://orcid.org/0000-0001-5355-8479

RESUMO: Este texto é resultante dos estudos desenvolvidos durante uma disciplina do curso de doutorado, que teve por enfoque o ensino de matemática em seus aspectos históricos. Por problematização, buscou-se elucidar quais matemáticas para ensinar as operações básicas eram mobilizadas em um tempo em que a calculadora ainda não era um recurso pedagógico possível. Como material analítico, elegemos o manual *Metodologia da Matemática* de Albuquerque (1964) a fim de encontrar indícios de qual matemática para ensinar as operações básicas era proposta no período da vaga intuitiva. Apoiados nos referenciais teóricos-metodológicos, propostos por Valente (2018; 2019; 2021), discutimos acerca de algumas orientações pedagógicas do manual escolhido. Como resultado deste estudo, identificamos uma *matemática para ensinar* onde defende-se um ensino intuitivo, cálculos mentais, uso de recursos concretos e treinos de algoritmos.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática a Ensinar. Matemática para Ensinar. Operações Básicas. Manual Pedagógico.

MATHEMATICS FOR TEACHING BASIC OPERATIONS: INVESTIGATING IRENE DE ALBUQUERQUE'S 1964 TEXTBOOK

ABSTRACT: This text is the result of studies developed during a doctoral course, which focused on the teaching of mathematics in its historical aspects. By problematization, we sought to elucidate which mathematics to teach basic operations were mobilized in a time when the calculator was not yet a possible pedagogical resource. As analytical material, we elected the textbook Metodologia da Matemática de Albuquerque (1964) in order to find indications of which

mathematics to teach basic operations was proposed in the period of the intuitive wave. Supported by the theoretical-methodological references, proposed by Valente (2018; 2019; 2021), we discussed about some pedagogical orientations of the chosen manual. As a result of this study, we identified a mathematics to teach where an intuitive teaching, mental calculations, use of concrete resources and algorithm training are advocated.
KEYWORDS : Mathematics to Teach. Mathematics to Teach. Basic Operations. Pedagogical Manual.

INTRODUÇÃO

A motivação para a escrita deste texto parte das reflexões de um grupo de professores de matemática em formação, que se viram desafiados a pensar a educação em um tempo pós-pandêmico[1]. O referido grupo possui vínculo com uma rede municipal de ensino[2] e se reúne periodicamente, no intuito de buscar meios de superar o novo contexto em que se encontram inseridos após a pandemia da COVID-19.

Uma das autoras deste artigo, desenvolve sua pesquisa doutoral junto a esse grupo de professores tendo-os como colaboradores de sua pesquisa. Portanto, os desafios que impulsionam a escolha do tema desta escrita, relaciona-se com os depoimentos que o grupo de professores traz acerca do inadequado comportamento, desinteresse e desmotivação pelos estudos de uma significativa parcela dos estudantes.

Na voz de uma das professoras participantes do grupo, ouviu-se o relato de suas inúmeras tentativas em fazer com que uma turma do 7º ano do ensino fundamental se envolvesse nas atividades de matemática propostas, sem sucesso. A professora, então, lança para o grupo de professores o seguinte questionamento: *Quero usar calculadora em sala, liberar, uso total! Qual a opinião de vocês?*

Para a professora em questão, a calculadora ajudaria a todos estudantes a focar em outras informações e tarefas de modo que as aulas não se reduzissem, simplesmente, a realização de algoritmos. Dessa maneira, poderiam avançar para outros temas e atividades consideradas, também, importantes.

Esse relato nos levou a refletir sobre o ensino das operações básicas em um tempo em que a calculadora eletrônica ainda não era um recurso pedagógico possível. A partir dessa reflexão, surge a seguinte questão: **Quais saberes para ensinar, em particular, às matemáticas para ensinar as operações básicas eram mobilizadas em antigos manuais pedagógicos?**

Diante desta problemática buscou-se na literatura e em pesquisas desenvolvidas no campo da História da Educação Matemática, elementos capazes de subsidiar este estudo. Por meio da dissertação de Janine Marques da Costa Gregorio, intitulada *Matemática para ensinar soma: análise de manuais pedagógicos publicados no Brasil dos anos 1950*

1 Para a Rede Municipal de Ensino a qual nos referimos neste texto, o ano de 2022 é tratado como um ano pós-pandêmico devido a pandemia da COVID-19.
2 Localizada na região da Grande Florianópolis.

aos 1970, tomamos conhecimento de quatro manuais apresentados e descritos por essa pesquisadora, e um deles nos chamou muito a atenção, por trazer explicitamente orientações referentes ao ensino das quatro operações. Trata-se de um manual pedagógico escrito por Irene de Albuquerque, datado de 1964 e em sua 5ª edição, intitulado *Metodologia da Matemática*.

Consta na capa do manual *Metodologia da Matemática*, que Irene de Albuquerque era professora catedrática de Curso Normal do Instituto de Educação do estado da Guanabara. Essa edição conta com nove capítulos, distribuídos por 203 páginas, e está dividida em duas partes: orientações e princípios para o ensino da matemática; e conteúdos e maneiras para o professor ensinar.

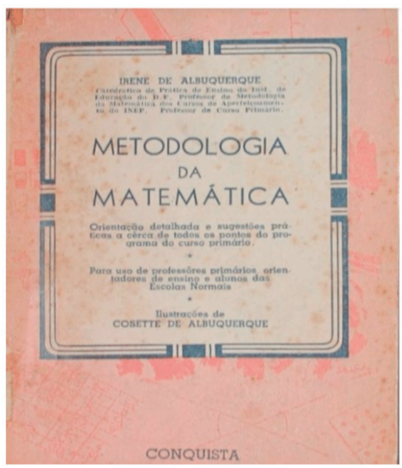


Figura 1: Imagem da capa do manual de Irene de Albuquerque

Fonte: Repositório Institucional da UFSC.

A obra é indicada para professores primários, orientadores do ensino e alunos das Escolas Normais. Sua quinta edição é uma reescrita da primeira disponibilizada no ano de 1951 – período denominado de vaga intuitiva. Percebe-se nesse manual reflexos desse período histórico: ensino organizado por séries, uma pedagogia intuitiva, ativa e preocupada com a lógica do estudante, da aprendizagem, respeitando os diferentes níveis de dificuldades da matemática a ser ensinada (Valente, 2021).

Como aporte teórico propomos dialogar, principalmente, com Valente (2018, 2019; 2021); Valente, Bertini e Morais (2021) sobre os saberes *a* ensinar e *para* ensinar as operações matemáticas básicas, identificados neste manual. Em seguida, à luz dos referenciais escolhidos, apresentaremos alguns excertos do manual a fim de discutir, analisar e identificar alguns elementos de uma *matemática para ensinar* as operações básicas.

Este trabalho foi originalmente apresentado no 6° ENAPHEM (Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática) e encontra-se publicado nos Anais do evento. A partir da experiência e das contribuições recebidas no evento, uma nova versão foi elaborada para compor este capítulo.

REFERENCIAIS TEÓRICOS

Sobre a pesquisa histórica

Por estarmos desenvolvendo um texto de cunho histórico, nos apoiamos nos estudos de Certeau (2011) que trata sobre a escrita da história por meio do que o autor chama de operações historiográficas. Sua perspectiva histórica se deu a partir do diálogo com diferentes saberes como teologia, psicanálise, antropologia, dentre outros que lhe colocavam contribuições para auxiliar no estudo de seus objetos. O conceito que exploramos deste autor para apoiar este estudo é a denominada 'operação historiográfica'.

A operação historiográfica é um conjunto de ações que permitem ao pesquisador promover uma escrita histórica. Ela é composta por três elementos: o lugar social do pesquisador; as fontes e procedimentos técnicos; a escrita narrativa da história. Desta maneira, "a análise desses elementos (dos quais o discurso não fala) permite o autor dar contornos às leis que organizam o espaço produzido como texto." (Junior, 2019, p.5).

Este trabalho não tem pretensão de se constituir como uma operação historiográfica em sua totalidade, visto as limitações de fontes e da formação dos autores que se diferem dos estudos da história. Contudo, apoiamo-nos nestes três elementos para identificar as etapas em que esta investigação se constituiu.

O lugar social dos autores: dois professores de matemática em formação doutoral, com experiências docentes na educação básica e pesquisas que dialogam com a formação de professores e com o ensino de matemática na infância. Falamos de um lugar considerado privilegiado, dadas as diferentes oportunidades formativas, defendendo uma educação libertadora, plural, científica e crítica.

Nossas fontes e procedimentos foram elaborados a partir da pesquisa de Gregório (2020) tivemos conhecimento do manual de Albuquerque (1964) e a informação de que esse material se encontra disponível no repositório institucional da UFSC, sendo possível acessá-lo na íntegra. O mesmo oferece orientações que tratam do ensino das operações básicas, o que justifica nossa escolha por essa fonte histórica.

Nossa narrativa da história esteve apoiada nos referenciais teórico-metodológicos de Valente (2018, 2019; 2021); Valente, Bertini e Morais (2021), analisando o referido manual a fim de identificar no texto excertos e imagens que revelem os elementos históricos de uma *matemática para ensinar* as operações básicas. Com isso, estamos seguindo, ainda que parcialmente, o que é proposto pela operação historiográfica, cientes que este texto apresenta limites de fontes, referenciais e de experiência dos autores com este campo de pesquisa.

Sobre a Matemática *para* Ensinar e *a* Ensinar

Apesar das discussões relacionadas à formação docente vir de longa data, apenas após 1980 é que se passou a problematizar os saberes da prática profissional do professor, os saberes da docência, como saberes que vão além dos específicos da área, os saberes disciplinares. Segundo Valente (2021), é a partir de Shulman que se desenvolve uma abundante literatura sobre esses saberes da docência, do qual ele os identifica e organiza em diferentes categorias.

Para além de conhecer quais são os saberes profissionais do professor de matemática, e levando-se em consideração que o professor vem ensinando desde os tempos longínquos, estudos mais atuais põem em discussão a seguinte problemática: Como vem sendo elaborado o saber profissional do professor que ensina matemática? Para Valente (2021), o saber profissional do professor que ensina matemática vem sendo elaborado, em cada tempo histórico, por meio das relações travadas entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*. (Valente, 2018):

> "A *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* devem, então, serem tomadas como categorias históricas. Conceitos-chave caracterizados num dado tempo. Possíveis de serem estabelecidos como hipótese de trabalho, serem manejados teórica e metodologicamente tendo em conta a especificidade da formação de professores e da docência, num dado período." (Valente, 2018, p. 379, grifos do autor)

Tanto a *matemática a ensinar* quanto a *matemática para ensinar* se referem aos saberes da formação de professores da área da matemática. Enquanto a primeira se refere à matemática dos matemáticos, ou seja, "aos saberes elaborados originalmente pelas disciplinas universitárias, pelos diferentes campos científicos considerados importantes para a formação de professores" (Valente, 2018, p. 378), a segunda se refere a matemática do professor de matemática e "têm por especificidades a docência, ligam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão docente, constituídos com referências vindas do campo das ciências da educação." (Valente, 2018, p. 378).

Com a *matemática para ensinar* e a *matemática a ensinar* sendo tratadas neste trabalho como categorias históricas, buscaremos identificar em nossa fonte os elementos de um tempo e fonte específicas que caracterizam o ensino das operações básicas que buscou-se investigar. A partir da compreensão destes conceitos teóricos apresentados, pretende-se olhar para a *matemática para ensinar* operações básicas no manual pedagógico de Albuquerque (1964). Entende-se que está articulada a *matemática a ensinar,* contudo, nosso olhar não será para qual matemática escolar estava sendo mobilizada, mas sim, quais saberes voltados para a docência é possível identificar a partir das orientações do presente manual.

ANÁLISE DO MANUAL PEDAGÓGICO DE ALBUQUERQUE (1964)

Nossa problemática se refere à *matemática para ensinar* as operações básicas, ou seja, adição, subtração, multiplicação e divisão com números inteiros[3]. Por isso, consideramos nesta análise o capítulo IV, da segunda parte do manual pedagógico de Irene de Albuquerque, intitulado *Aprendizagem das operações fundamentais com inteiros* (1964, pp. 109-144).

O capítulo inicia com a apresentação de algumas recomendações gerais. Uma delas se refere ao significado das operações, onde percebemos a presença de certas *matemáticas para ensinar*, como por exemplo: usar a noção de juntar para ensinar a adição; pensar no resto, excesso ou diferença para a subtração; apresentar a ideia de sucessivas somas para a multiplicação; e a quantidade de vezes que um número contém o outro para a ensinar a divisão.

Diferentemente das concepções contemporâneas da educação matemática, onde o aprendizado é estudado como um fenômeno social complexo, no momento histórico do manual de Albuquerque (1964), a autora defende que no ensino das operações "[...] há dois aspectos a considerar: o significado e a exatidão" (p. 109). Este posicionamento da autora parece trazer indícios sobre a *matemática para ensinar* as operações, visto que apresenta noções teóricas sobre como promover sua aprendizagem.

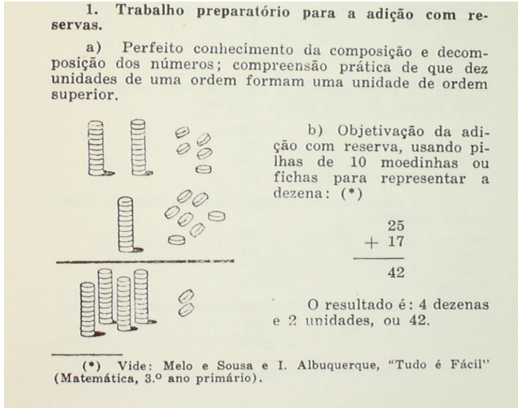
Outra recomendação se refere à graduação de dificuldades de cada operação. No caso da adição, por exemplo, é apresentado alguns aspectos relacionados a diferentes casos de dificuldades: baseado no número de parcelas; números desiguais de algarismos nas parcelas; e as reservas em todos os casos ou não. Segundo Albuquerque (1964) "[...] cada caso só deve ser apresentado quando o anterior estiver sabido" (p. 110). Neste sentido, o professor deve apresentar a adição de 125 + 89 (parcelas com quantidade de algarismos diferentes) somente depois que os alunos já tiverem aprendido adições como 25 + 12 (parcela com mesma quantidade de algarismos).

A fixação das operações é dita como importante e pode se dar por meio do treino com exercícios, jogos e problemas variados. Apesar das orientações contemplarem uma operação de cada vez, separadamente, alerta-se para o fato de que uma operação pode ser iniciada com casos mais simples mesmo que a anterior ainda não tenha sido terminada. Tais orientações configuram também uma *matemática para ensinar* as operações, baseada em treinos e exercícios sobre as operações e na organização sequencial das dificuldades, que é uma escolha didática apresentada para pensar no ensino.

A seguir, apresentamos quatro recortes retirados do manual, onde cada uma tem a ver com uma das operações básicas e as formas de apresentá-las:

---

3 Albuquerque (1964) utiliza o termo números inteiros em seu manual, porém, as orientações focam nos inteiros não negativos, hoje conhecidos como números naturais.



1. **Trabalho preparatório para a adição com reservas.**

a) Perfeito conhecimento da composição e decomposição dos números; compreensão prática de que dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem superior.

b) Objetivação da adição com reserva, usando pilhas de 10 moedinhas ou fichas para representar a dezena: (*)

$$\begin{array}{r} 25 \\ +\ 17 \\ \hline 42 \end{array}$$

O resultado é: 4 dezenas e 2 unidades, ou 42.

(*) Vide: Melo e Sousa e I. Albuquerque, "Tudo é Fácil" (Matemática, 3.º ano primário).

Figura 2 - Orientação para ensinar a adição com reservas.

Fonte: Albuquerque (1964 p. 115)

Na Figura 2, vemos um exemplo de como o manual sugere que se faça a preparação para a compreensão da adição com reserva. A intenção para o uso desse material é para obter uma compreensão prática sobre a composição e a decomposição dos números: dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem superior.

Observamos que tanto na representação pictórica (moedas) como na representação numérica (conta armada), não há um registro explícito da ação de agrupar 10 unidades para formar uma dezena, ou seja, a compreensão do agrupamento do sistema posicional é dada de forma intuitiva. O mesmo não ocorre para a operação de subtração, conforme Figura 3.

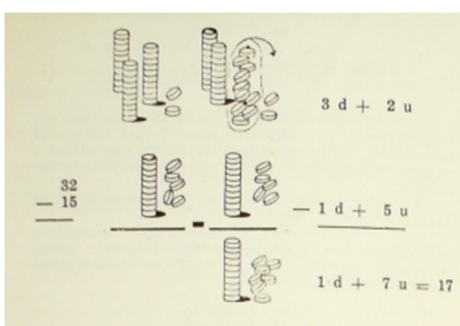


Figura 3 - Orientação para ensinar a subtração com reservas.

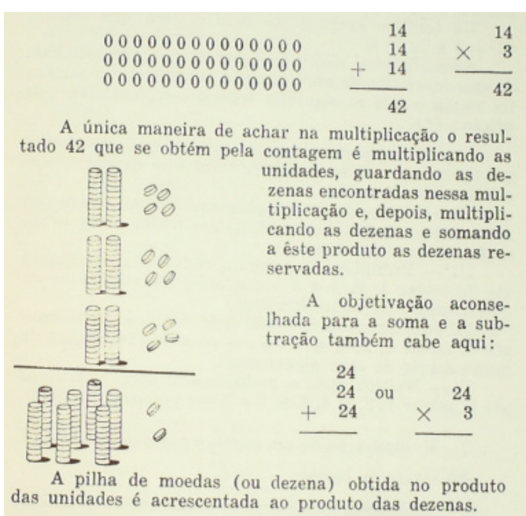
Fonte: Albuquerque (1964 p. 120)

Em relação ao trabalho preparatório, Albuquerque (1964) novamente faz uso de uma imagem cujo material é o mesmo da adição: moedas ou fichas que podem ser agrupadas em pilhas. Para resolver 32 menos 15, o manual utiliza a ideia das moedas, porém, desta vez as dezenas (pilhas de moedas) são organizadas em unidades (moedas soltas), para resolver a expressão de forma visível ao leitor. Também notamos uma diferença aqui para referências às palavras ‘dezenas’ e ‘unidades’, onde o manual emprega a designação das letras ‘d’ e ‘u’. Não há menção anterior sobre o que cada letra significa, reforçando novamente que o professor irá intuir que se tratam dos termos das dezenas e unidades.

Aqui, a *matemática para ensinar* a subtração com reserva, reforça a necessidade de construir essa relação por meio de uma articulação concreta (moedas), sem explicitar no manual como o professor pode explicar como essa redistribuição das dezenas em unidades se torna um algoritmo para a subtração. Nestes casos, a *matemática a ensinar* é a operação da adição e subtração e a *matemática para ensinar* são estes recursos pedagógicos e orientações didáticas presentes no manual.

O trabalho com a multiplicação inicia com duas importantes orientações. A primeira delas se refere ao conhecimento anterior, ou seja, quais *saberes a ensinar* referentes a multiplicação precisam ser desenvolvidos primeiramente: noção de decomposição de números, adição, compreensão de que a multiplicação é uma soma abreviada de parcelas iguais e que o multiplicador indica quantas parcelas há nessa soma. A ordem do multiplicador representado na operação de multiplicação é o foco da segunda orientação, que se refere ao processo. Segundo Albuquerque (1964), “a *indicação de multiplicação* que didaticamente convém é aquela em que o multiplicador antecede ao multiplicando porque é a que se lê como se pensa” (p. 123).

A imagem que segue nos mostra uma *matemática para ensinar* a multiplicação de forma contextualizada. A título de exemplo, vejamos a imagem da Figura 4.



00000000000000
00000000000000
00000000000000

$$\begin{array}{r} 14 \\ 14 \\ +\ 14 \\ \hline 42 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 42 \end{array}$$

A única maneira de achar na multiplicação o resultado 42 que se obtém pela contagem é multiplicando as unidades, guardando as dezenas encontradas nessa multiplicação e, depois, multiplicando as dezenas e somando a êste produto as dezenas reservadas.

A objetivação aconselhada para a soma e a subtração também cabe aqui:

$$\begin{array}{r} 24 \\ 24 \\ +\ 24 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 24 \\ \times\ \ 3 \\ \hline \end{array}$$

A pilha de moedas (ou dezena) obtida no produto das unidades é acrescentada ao produto das dezenas.

Figura 4 - Orientação para ensinar a multiplicação

Fonte: Albuquerque (1964 p. 127)

Em ambas as representações pictóricas, da qual Albuquerque (1964) considera como objetivação, percebemos uma *matemática para ensinar* por meio do uso de imagens para que a criança possa ‘sentir’ que a reserva guardada pertence à ordem seguinte do produto. Esse ‘sentir’ talvez justifique o fato de não apresentar visivelmente a ação de agrupar 10 unidades para formar uma dezena, como foi feito para a subtração. Como podemos ver de forma explícita na Figura 4, Albuquerque (1964) ressalta a indicação referente a mesma objetivação para a multiplicação que foram usadas para a soma e a subtração, ou seja, o uso de moedas para representar as unidades, e pilhas com dez moedas para representar a dezena.

135'2'	32 .7 2 42 8	A criança deve proceder da seguinte maneira (sem contar com a dificuldade de calcular o algarismo do cociente): 4 × 2 = 8 (que ela não vê)

para subtrair de 15 (que ela também não vê) dá resto 7; escreve o 7; vai 1 (que ela também não vê, mas que deve guardar); 4 × 3 = 12 (que ela não vê), mais 1 (da reserva que guardou) dá 13 (que ela não vê) para subtrair de 13, zero. E assim por diante.

Figura 5 - Processo abreviado da divisão.

Fonte: Albuquerque (1964, pp.137-138)

Seguindo as operações, Albuquerque (1964) apresenta no manual as orientações para a operação de divisão. Nesse caso, não há o uso de recursos visuais e as orientações iniciam com a apresentação, numa sequência gradual de dificuldades, de sete diferentes casos para a divisão com divisor simples (apenas um algarismo). Em todos os casos, as divisões são apresentadas pelo processo abreviado que, segundo a autora, contempla subtrações que possuem “dificuldade mínima e os divisores são baixos” (p. 134). A dificuldade da subtração envolvida contribui para aumentar a dificuldade da operação de divisão, principalmente para os casos que contenham divisor composto no processo abreviado do desenvolvimento do cálculo, conforme ilustrado pela Figura 5.

Segundo Albuquerque (1964), estudos objetivos realizados nos Estados Unidos comprovaram que o processo abreviado, de resolução para divisão, não era indicado para crianças do curso primário, cuja idade escolar era até a 5ª série da época. Mas, que “No Brasil os professores, em geral, insistem sôbre êsse processo, daí se verificarem erros graves nas divisões até a 5ª série escolar (última do nosso curso primário)” (p. 137). Percebe-se nessa informação, uma *matemática para ensinar* como orientação e, ao mesmo tempo, uma outra *matemática para ensinar* que de fato era considerada na prática do professor.

Para além do que já foi observado, tem-se mais dois destaques a serem feitos do manual de Albuquerque (1964). O primeiro deles se refere ao registro de um movimento de escolha do número a ser dividido na representação numérica. Observe na Figura 4, que o símbolo (‘) foi utilizado no número 1352 de forma a considerar, primeiramente, o número 135 no processo da divisão.

O segundo destaque, refere-se ao cálculo mental abreviado, uma *matemática a ensinar* apresentada por Albuquerque (1964) no manual como necessário para o cálculo da divisão. Sendo assim, “o aluno deve ser estimulado no sentido de fazer, mentalmente, os cálculos que possa resolver com êxito sem escrever” (p. 141). São repassadas algumas sugestões de treinos de cálculo mental, como uma *matemática para ensinar*, que podem ser realizadas com os estudantes para esse fim.

O que fica evidente no conjunto destas figuras mostradas anteriormente, é a presença de uma *matemática para ensinar* no manual de Albuquerque (1964) que se manifesta por meio de orientações e indicações de como trabalhar o conteúdo. Não menos importante, a *matemática a ensina*r (operações básicas) é o motivo que conduz a autora a pensar em tais estratégias que se materializam como uma *matemática para ensinar*.

CONSIDERAÇÕES E APONTAMENTOS

Acreditamos que problematizar as questões históricas, promove um pensamento sobre o próprio processo do desenvolvimento docente, dos saberes que foram considerados importantes no passado e de que maneira influenciaram a constituição das concepções presentes. Neste texto, essas problematizações se voltaram a analisar que *saberes para ensinar*, em particular, às matemáticas para ensinar as operações básicas eram mobilizadas em antigos manuais pedagógicos.

A escolha do manual pedagógico de Albuquerque (1964), possibilitou-nos o acesso a diferentes orientações pedagógicas aos professores de matemática da época, assim como identificar as *matemáticas para ensinar* operações básicas. Para Albuquerque (1964), a exatidão dos cálculos é de muita importância. Na resolução de problemas, inclusive, “considerar certo ou quase certo um problema que contém um pequeno ‘engano’ de vírgula [...] é critério que não deve ser seguido, de maneira alguma; o aluno precisa compreender a significação e as consequências de tal ‘engano’ na vida real” (p. 24). O aceitável era o cálculo realizado de maneira correta, para isso, dentre outras coisas, era importante compreender a significação das operações, treinar os cálculos fundamentais e realizar a verificação dos cálculos realizados.

Das operações básicas, percebe-se o uso de algum tipo de recurso, nesse caso as fichas ou moedas, no que se refere a adição, subtração e multiplicação. Para multiplicação, inclusive, o cálculo a ser pensado parte de uma situação contextualizada. Há uma preocupação também com o desenvolvimento do cálculo mental. Seguindo as operações, o manual apresenta a divisão, mas não usa os mesmos recursos visuais das moedas para preparar para a operação. Apesar desta questão não ficar evidente, acreditamos que a autora não usa a mesma abordagem, pois no caso da divisão o trabalho com reservas não faz sentido. No manual de Albuquerque (1964), respeitando seu contexto histórico, percebe-se uma tentativa de utilizar recursos para a compreensão dos cálculos das operações básicas.

REFERÊNCIAS

Albuquerque, I. (2022). **Metodologia da matemática**. 5. ed. Rio de Janeiro: editora Conquista, 1964. Disponível em https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/134560. Acesso em: 20 jun.

Certeau, M. (2001). **A Escrita da História.** 3ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária.

Gregorio, J. M. da C. (2020). **Matemática para ensinar soma: análise de manuais pedagógicos publicados no Brasil dos anos 1950 aos 1970**. 95 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Junior, R. F. M. (2019). A história como “logos do outro”: Michel de Certeau e a operação historiográfica. **Temporalidades:** 11(2), p. 1-25.

Valente, W. R. (2018). Processos de Investigação Histórica da Constituição do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática. **Acta Scientiae**: 20 (3), p 377-385.

Valente, W. R. (2019). Programas de Ensino e Manuais Escolares como Fontes para Estudo da Constituição da Matemática para Ensinar. **Alexandria – Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v. 12, p. 1-63.

Valente, W. R.; Bertini, L. F.; Morais, R. S. (2021). Saber profissional do professor que ensina matemática analisado em perspectiva histórica: contribuições teórico-metodológicas a partir do estudo sistemático de uma pesquisa. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, v. 21, p. 1-20. https:// doi. org/10.4025/rbhe.v21.2021.e161

TEORIA DE CONJUNTOS E BANCO DE DADOS RELACIONAIS: UMA ABORDAGEM A PARTIR DO USO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ADAPTATIVA

Data de aceite: 01/02/2023

Edilaine Jesus da Rocha

RESUMO: O presente trabalho trata-se de um relato de experiência a partir da aplicação de um Sequência Didática- SD para aluno do curso técnico em informática. O desenvolvimento da Sequência Didática em questão, se deu pelo DI no qual se optou por uma abordagem adaptativa A SD foi desenvolvida em três etapas, cada uma dessas etapas está relacionada a tema central Banco de Dados. Os temas apresentados em cada uma das etapas da sequência didática foram: teoria dos conjuntos, álgebra relacional e linguagem SQL. Por meio das respostas obtidas em uma atividade que questionou sobre a relação entre imagens relacionadas a cada uma das etapas da SD, ficou evidente as relações construídas pelos alunos entre os conteúdos matemáticos representados pelos conjuntos e os conteúdos de banco de dados. Acredita-se que é possível através de uma sequência didática possibilitar a revisão, ampliação e aplicação dos conceitos relacionados à Teoria dos Conjuntos relacionado a Banco de Dados Relacionais.

PALAVRAS-CHAVE: Sequência didática adaptativa. Teoria dos Conjuntos. Técnico em Informática. Banco de dados relacionais.

INTRODUÇÃO

O presente relato de experiência tem por finalidade apresentar o desenvolvimento de um experimento que integrou a teoria dos conjuntos no ensino-aprendizagem de Banco de dados relacionais. Este relato faz parte da aplicação de um experimento desenvolvimento a partir de uma pesquisa de mestrado, que está em andamento. A problematização da pesquisa surgiu a partir das análises dos conteúdos estudados durante o Ensino Fundamental e Médio, na qual foi identificado que os conteúdos relacionados a teoria de conjuntos, são insuficientes para instrumentalizar os estudantes do curso técnico em informática para o trabalho com banco de dados relacionais. A partir dessas evidências foi definido como objetivo desenvolver uma Sequência Didática para a revisão, ampliação e aplicação dos conceitos relacionados à Teoria dos Conjuntos relacionado a Banco de Dados Relacionais.

A Sequência Didática foi desenvolvida a partir do Google Formulário que permitiu a organização dos conteúdos em uma sequência didática adaptativa, ou seja, os conteúdos são apresentados conforme a interação do aluno com o material. que fosse criada a lógica de adaptativa. .A SD foi desenvolvida em três etapas, os temas apresentados em cada uma das etapas da sequência didática estão relacionando ao tema central, banco de dados e foram os seguintes: teoria dos conjuntos, álgebra relacional e linguagem SQL. Para realizar o experimento foi usado o google ClassRoom como plataforma de suporte ao ensino e aprendizagem para disponibilizar cada uma das etapas da SD.

A aplicação do experimento aconteceu no primeiro semestre de 2021, com alunos do curso técnico de informática, de uma rede de escolas de cursos técnicos e profissionalizantes situadas no estado do Rio Grande do Sul. O experimento foi aplicado durante um curso de extensão no formato remoto com total de oito horas. O curso foi oferecido para todos os alunos do curso técnico, no qual contou com a participação de 45 estudantes. Para validar o experimento, foi realizada a análise das respostas de uma atividade apresentada ao final do curso que questionava os alunos sobre a relação entre as imagens, cada uma das imagens estava relacionada a uma etapa da SD.

TEORIA DOS CONJUNTOS

A Teoria dos Conjuntos foi proposta no final do século XIX, por Boole e Cantor, esses matemáticos contribuíram significativamente para o desenvolvimento da matemática no século XX. O desenvolvimento da Teoria dos Conjuntos unificou muitas ideias e reduziu um grande número de conceitos matemáticos, organizando os conceitos de acordo com os seus fundamentos. O primeiro conjunto desenvolvido pelo homem foi o conjunto numérico, que surgiu a partir da necessidade de desenvolver um método de contagem. Os conjuntos numéricos são infinitos e são divididos em conjunto dos números naturais, conjunto dos números inteiros e conjuntos dos números reais, que consiste na união dos conjuntos racionais com os números irracionais

Para Menezes (2013, p.4) "um conjunto é uma coleção de zero ou mais objetos distintos chamados elementos do conjunto, os quais não possuem qualquer ordem associada". O conjunto pode ser definido a partir da listagem de todos os elementos que o compõem ou por propriedades declaradas. Os conjuntos que apresentam a listagem de todos os seus elementos são denominados denotação por extensão. Na notação da representação dos conjuntos, os conjuntos são representados por letras maiúsculas e seus elementos são representados por letras minúsculas, nesse tipo de conjunto é criada uma lista de elementos entre chaves e são separados por vírgula, como por exemplo: A= {a, e, i, o, u}.

Para auxiliar na análise e desenvolvimento das operações com conjuntos pode ser utilizada uma linguagem diagramática. O Diagrama de Venn, criado pelo matemático inglês John Venn (1834-1923), representa graficamente os conjuntos através de figuras geométricas. Várias figuras podem ser utilizadas, as mais comuns são as elipses e círculos para os diagramas e retângulo para representar um conjunto universo.

Menezes (2013) define que as operações sobre conjuntos são agrupadas em não reversíveis e reversíveis. As não reversíveis são as operações que não podem ser desfeitas como união e intersecção. A operação de união é uma operação binária, quando aplicada a dois conjuntos, resulta em um conjunto composto pelos elementos que pertencem a pelo menos um dos dois conjuntos.

A operação de intersecção é uma operação binária quando aplicada a dois conjuntos, resulta em um conjunto composto pelos elementos que pertencem a ambos os conjuntos.

As operações reversíveis são operações que é possível recuperar os elementos originais. Menezes (2013) informa que a reversibilidade de operações, tem grande valia para computação e informática em função da sua aplicabilidade para essas áreas. A operação de diferença já parte das operações reversíveis, consiste em uma operação binária quando aplicada a dois conjuntos, resulta em um conjunto composto pelos elementos que são diferentes entre os conjuntos.

E por fim a operação de produto cartesiano, que também é definida como uma operação reversível, consiste em uma operação binária aplicada a dois conjuntos que resulta em um conjunto constituído pela sequência de componentes.

BANCO DE DADOS RELACIONAIS

Os Banco de Dados são basicamente um conjunto de arquivos relacionados entre si. Essas coleções são organizadas de maneira, que as informações armazenadas tenham sentido. Essa organização facilitará no momento da consulta de determinada informação. O Banco de Dados é considerado uma peça fundamental, em sistemas que necessitam de um armazenamento e consultas das informações. Heuser (2014) define que um Banco de Dados tem como principal objetivo, atender uma comunidade de usuários. No mundo dos sistemas de informação há uma variedade de tipos de bancos de dados que são classificados de acordo com os seus métodos de associação. Esses métodos de associação são denominados modelos de dados, e de acordo com as estruturas propostas no projeto de dados resultará em um Banco de Dados.

Os bancos de dados relacionais surgiram na década de 70, substituindo os arquivos físicos isolados, até então muito utilizados pelas empresas. Os bancos de dados relacionais têm como objetivo facilitar o acesso dos dados armazenados, possibilitando ao usuário uma busca mais precisa das informações.

> Um Banco de Dados relacional é composto de tabelas ou relações. A terminologia tabela é mais comum nos produtos comerciais e na prática. Já a terminologia relação foi utilizada na literatura original sobre a abordagem

> relacional (daí a denominação "relacional") e é mais comum na área acadêmica (HEUSER 2009, p.120).

Um Banco de Dados pode possuir uma quantidade considerável de tabelas que depende da proposta da aplicação e também das limitações de hardware e software. A estrutura do Banco de Dados Relacionais assim, como o nome propõem, permite a relação entre as tabelas, através das regras de relacionamentos, que resultará na associação das colunas das tabelas.

A álgebra relacional é uma derivação da álgebra de conjuntos que auxilia no projeto das relações em um Banco de Dados. Ela é composta por diversas operações, nas quais destacamos as operações de conjuntos. Ramakrishnan e Gehrke (2011) definem que as operações padrão sobre conjuntos também estão na álgebra relacional: união ($\cup$), intersecção ($\cap$), diferença de conjunto (-) e produto cartesiano ($\times$). A álgebra relacional nos permite criar o projeto das consultas, a partir do desenvolvimento da lógica da sua aplicação. A aplicação da consulta nos bancos de dados relacionais acontece a partir da linguagem de programação SQL. A sigla SQL significa *Structured Query Language*, é uma linguagem utilizada para o trabalho com Banco de Dados Relacionais. A linguagem *SQL* é subdividida em outras linguagens que são divididas de acordo com a função dos comandos que as compõem.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As Sequências Didáticas (SD) consistem em uma proposta didática que busca atingir determinados objetivos educacionais. O termo Sequência Didática, surgiu na França nos anos 80, com a ideia de integrar os conteúdos dos programas do ensino de línguas trazendo uma nova metodologia que superasse a tradicional. No Brasil, a ideia de Sequência Didática aparece nos anos 90, mas associada ao conceito de gêneros discursivos (TOMAZ; SOUZA, 2018).

Para Zabala (1998) as SD consistem em um conjunto de atividades ordenadas com início e fim que foi desenvolvida para atingir objetivos educacionais, que são reconhecidos pelos professores e alunos. Através da SD é possível articular diferentes atividades que compõem um determinado tema. Para o autor, por meio da SD é possível colocar diferentes formas de intervenção nas atividades, seguindo o objetivo de cada uma dentro de uma sequência ordenada. Ao analisar a SD por completo é possível ter uma noção da função de cada atividade na construção do conhecimento.

Conforme Dolz e Schneuwly (2004), a SD deve ser organizada de acordo com os objetivos de aprendizagem que pretende alcançar com os seus alunos e envolve atividades de aprendizagem e avaliação. Se para os alunos a SD aparece com um recurso didático que traz diferentes oportunidades de aprendizagem, para os professores esse recurso surge como uma maneira de avaliação. Através da diversidade de meios propostos, para captar os processos de construção da aprendizagem e de possibilidades de refletir e avaliar, observando que os diferentes conteúdos apresentados pelos professores aos alunos exigem esforços de aprendizagens específicas (ZABALA, 1998).

É importante destacar, que para que a SD cumpra o seu papel de recurso didático que promove a aprendizagem, deve ser levado em consideração o planejamento das atividades que fazem parte da sequência. Tomaz e Souza (2018) acreditam que a aprendizagem por meio da proposta das SD é significativa. Mas determinam que não é qualquer Sequência Didática que favorece o desenvolvimento da autonomia entre os estudantes. A apresentação de multicaminhos é uma forma de trazer autonomia para o estudante durante a sua navegação, permitindo que ele escolha os conteúdos que deseja acessar primeiro.

Para o desenvolvimento dos multicaminhos, a SD pode ser desenvolvida a partir da lógica adaptativa, na qual serão apresentados para o aluno conteúdos de acordo com a sua interação e o seu desempenho. Aplicando a lógica adaptativa é possível proporcionar experiências personalizadas com o objetivo de facilitar a aprendizagem, apresentando os conteúdos relacionados ao mesmo conceito, porém de maneiras diferentes, em sua forma. (OLIVEIRA, NETO e HOMA 2009). Com a estrutura de multicaminhos o aluno pode optar por traçar caminhos diferentes, ao acessar a mesma SD, sendo conduzido à diferentes formas de apresentações e combinações dos conteúdos.

DESIGN INSTRUCIONAL

O Design Instrucional (DI), faz parte da família do design, compartilhando processos semelhantes como a compreensão de um problema que será resolvido a partir da elaboração de um design tendo como objetivo específico à aprendizagem. Filatro (2019), comenta que o conceito de DI já foi definido por muitos autores como, o processo de identificar um problema de aprendizagem e desenhar, implementar e avaliar uma solução para o problema. A autora define DI como algo mais prático, como uma sequência de etapas que permite construir soluções variadas, como um curso, uma trilha de aprendizagem, na qual se pode contar com uma variedade de recursos para atender uma necessidade educacional específica.

O desenvolvimento de DI é de grande valia, para que o recurso didático permita que a aprendizagem aconteça de maneira autônoma. Conhecer os diferentes modelos de DI poderá auxiliar na escolha da estrutura e métodos que atendem melhor uma determinada situação de aprendizagem.

METODOLOGIA

Este estudo teve como objetivo desenvolver uma Sequência Didática para a revisão, ampliação e aplicação dos conceitos relacionados à Teoria dos Conjuntos relacionado a Banco de Dados Relacionais no contexto dos cursos Técnicos em Informática. Foi desenvolvida uma Sequência Didática, com intuito de responder à seguinte pergunta de pesquisa: Como integrar a Teoria dos Conjuntos no ensino-aprendizagem de Banco de Dados Relacionais?

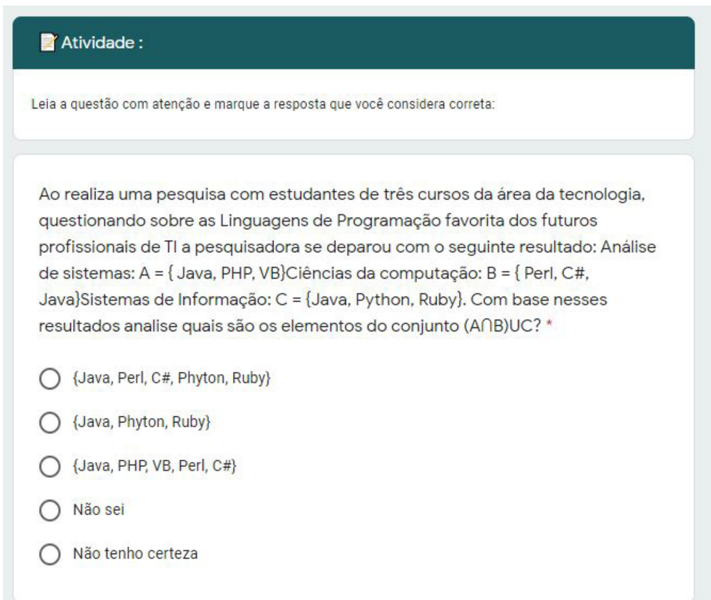
O desenvolvimento da Sequência Didática em questão, se deu pelo DI no qual se optou por uma abordagem adaptativa, haja vistas que as turmas de Banco de Dados são compostas de alunos com conhecimentos heterogêneos, tendo alunos cursando o Ensino Médio e alunos já formados. A abordagem adaptativa buscou atender aqueles que necessitam de maior aprofundamento sem onerar aqueles que já tinham conhecimentos prévios consolidados sobre as temáticas abordadas. A maneira de configurar as sequências de atividades determinam as características das diferentes práticas educativa. Desde o modelo mais tradicional de aula até os projetos de trabalho global, todos eles têm incomum como elementos indicadores as atividades que os compõem, mas que adquirem personalidade a partir da sua organização (ZABALA, 1998).

O Google Formulário permitiu que fosse desenvolvida a lógica de adaptativa, através da indicação das etapas do formulário que apresenta o que o aluno precisa estudar de acordo com as suas respostas. A elaboração e seleção dos materiais apresentados na Sequência Didática foram realizados com base nos conceitos de DI. Conforme Filatro (2019) o DI consiste em uma sequência de etapas que permite construir soluções variadas para necessidades educacionais específicas, podendo ser um programa de estudos ou até mesmo um livro didático impresso. A partir desses conceitos foram selecionados diferentes tipos de hipermídias para que o aprenda com o recurso que mais se adaptada ao seu aprendizado.

A SD foi desenvolvida em três etapas, cada uma dessas etapas está relacionada a tema central Banco de Dados. Os temas apresentados em cada uma das etapas da sequência didática foram: teoria dos conjuntos, álgebra relacional e linguagem SQL. Os temas foram organizados dessa forma para que o aluno verifique a conexão entre os temas apresentados. O experimento foi aplicado no formato de curso de extensão em quatro encontros remotos, totalizando oito horas. Os encontros ocorreram em turmas ofertadas nas sextas-feiras nos turnos manhã, tarde e noite e aos sábados pela manhã.

Em cada encontro foi disponibilizada através do Google ClassRoom, uma etapa da Sequência Didática para os alunos, após uma breve conversa para o acolhimento e segurança ao aluno na realização autônoma das atividades, avisando-os que a pesquisadora estaria disponível durante todo o período de estudos para consultas.

A etapas da SD iniciam sempre com uma pergunta, para verificar se o aluno conhece ou não determinado tema. A partir da sua resposta, o aluno começa a desenvolver a sua trilha de aprendizagem. Ao escolher a opção não, o aluno é encaminhado para blocos de estudos, ao final de cada bloco o aluno será questionado sobre o seu entendimento. Ao informar que não entendeu ao passar para o primeiro bloco de estudos, o aluno será encaminhado para outro bloco de estudos e caso não compreenda os conteúdos apresentados a SD informará que é necessário entrar em contato com o professor. A SD apresentará perguntas que o aluno poderá encaminhar por e-mail que direcionará a professora para as dúvidas do aluno, ou o aluno poderá chamar a professora que permaneceu conectada remotamente durante o acesso a etapa. Ao responder sim, o aluno ele será encaminhado para diretamente para as atividades da etapa, que consiste em questionários com perguntas relacionada ao tema da etapa utilizam como contexto a área da tecnologia.


Atividade :

Leia a questão com atenção e marque a resposta que você considera correta:

Ao realiza uma pesquisa com estudantes de três cursos da área da tecnologia, questionando sobre as Linguagens de Programação favorita dos futuros profissionais de TI a pesquisadora se deparou com o seguinte resultado: Análise de sistemas: A = { Java, PHP, VB}Ciências da computação: B = { Perl, C#, Java}Sistemas de Informação: C = {Java, Python, Ruby}. Com base nesses resultados analise quais são os elementos do conjunto (A∩B)UC? *

- {Java, Perl, C#, Phyton, Ruby}
- {Java, Phyton, Ruby}
- {Java, PHP, VB, Perl, C#}
- Não sei
- Não tenho certeza

Figura 1- Questão primeira etapa SD

Fonte: Elaborada a partir dos dados da pesquisa(2021)

Conforme apresentado na imagem as atividades apresentam cinco alternativas de resposta, sendo duas delas não sei e não tenho certeza. As alternativas *não sei* e *não tenho certeza*, apesar de ambas serem pontuadas no sistema como erradas, cada uma apresenta uma caracterização distinta da percepção do respondente sobre o seu conhecimento, diminuindo a probabilidade de escolha aleatória da resposta (HOMA, 2018).

Ao selecionar as alternativas o formulário apresentará um feedback, mesmo respondendo corretamente é apresentada a resposta correta reforçando o conhecimento. Caso o aluno tenha selecionado a alternativa errada ou não sei e não tenho certeza será apresentado no feedback a resposta correta e a resolução da atividade. Nessa etapa o aluno será questionado se deseja estudar o conteúdo apresentado na atividade, caso o mesmo selecione a opção de não estudar ele será encaminhado para o bloco. Ao escolher a opção sim a aluno será encaminhado para hipermídias, para estudar mais sobre o tema, ao final desse bloco de estudos será questionado se entendeu, caso não tenha entendido será encaminhado para um novo bloco de estudos. Ao final desse bloco será questionado novamente sobre o seu entendimento, caso não tenha entendido a SD solicita que ele em contato com o professor. Durante o acesso a etapa da sequência didática os alunos e a professora permaneceram conectados remotamente, com o intuito de tirar dúvida sobre a dinâmica de acesso e navegação da SD e para auxiliar nas possíveis dúvidas que poderia surgir caso os materiais apresentados nos blocos de estudos não fossem suficientes.

No primeiro encontro aula, foi apresentada a dinâmica do curso de extensão e realizada uma breve conversa sobre o tema da primeira etapa da SD, que é Teoria dos Conjuntos. Após a conversa os alunos acessar a primeira etapa da SD, que inicia com a seguinte pergunta: Você sabe o que é união, intersecção e diferença? Conforme já mencionado a partir da resposta o aluno será encaminhado para atividades ou para os blocos de estudos. Nessa etapa os blocos de estudos são compostos por hipermídias que ensinam as operações entre conjuntos de união, intersecção e diferença, conjunto complementar e Diagrama de Venn.

No segundo encontro, foi realizada uma breve apresentação do tema a ser estudado na segunda etapa que é Álgebra relacional. Para acessar a segunda etapa o aluno precisa realizar um desafio, que consiste em uma atividade relacionada a temática da etapa anterior. Essa atividade foi criada com o objetivo de verificar se o aluno compreendeu os assuntos estudados na primeira etapa. Para responder o desafio, o aluno deve selecionar uma alternativa caso escolha a alternativa incorreta, através do feedback o sistema solicitará ele acesse novamente a primeira etapa, para revisar os assuntos e não será permitido que o acesso a segunda etapa. Caso ele selecione a resposta correta, será permitido o acesso a segunda etapa, inicialmente será apresentado um questionamento em relação aos seus conhecimentos através da seguinte pergunta: Você sabe o que são os operadores relacionais e de conjunto?

Assim como na etapa anterior, a partir da resposta o aluno será encaminhado para atividades ou para os blocos de estudos. Nessa etapa os blocos de estudos são compostos por hipermídias que ensinam operadores utilizados na álgebra relacional que são os operadores relacionais e de conjuntos. Os operadores relacionas estudados foram: seleção, projeção, renomear, junção e divisão. Já os operadores de conjuntos estudados foram: união, intersecção, diferença e produto cartesiano.

O terceiro encontro inicia com uma breve apresentação do tema a ser estudado na terceira etapa que é Consultas em SQL. Assim como na segunda etapa o aluno precisa resolver um desafio com a temática da etapa anterior para acessar a nova etapa. Após resolver o desafio ele encontrará o questionamento apresentado na imagem a seguir:

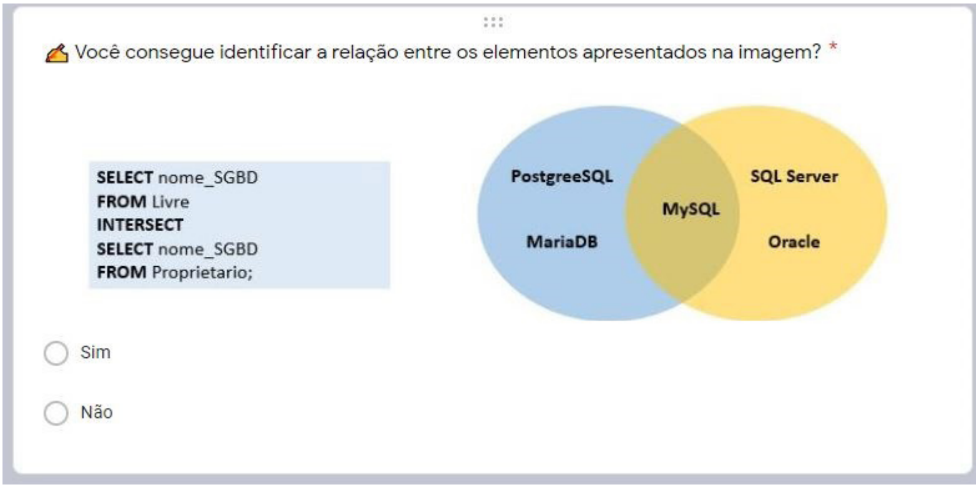


Figura 2- Questionamento inicial etapa 3

Fonte: Elaborada a partir dos dados da pesquisa (2021)

Assim como nas etapas anteriores, a partir da resposta o aluno será encaminhado para atividades ou para os blocos de estudos. Nessa etapa os blocos de estudos são compostos por hipermídias que ensinam os principais comandos da linguagem SQL, operações relacionais e de conjuntos através dos comandos *union, intersect, minus, expect, join* e demais comandos de junção. Também é apresentado a forma de desenvolvimento das consultas a partir de produtos cartesiano.

O quarto encontro foi destinado para as atividades de encerramento do curso, inicialmente a professora fez uma retomada de todas os temas estudados na sequência didática. E como atividade de conclusão foi disponibilizada no *GoogleClass* uma atividade dissertativa, que apresentava três imagens e foi perguntado aos alunos qual a relação que eles encontram entre as imagens A, B e C. As imagens apresentadas foram as seguintes:

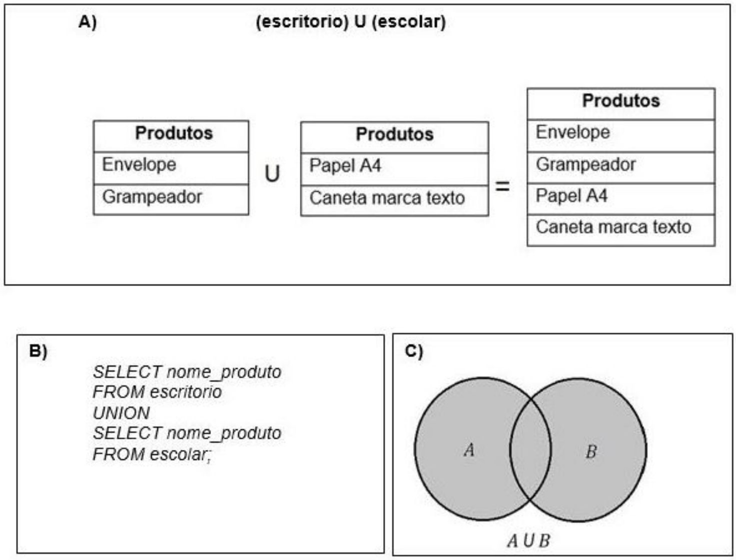


Figura 3- Atividade final

Fonte: Elaborada a partir dos dados da pesquisa(2021)

A atividade dissertativa tem como objetivo verificar se a partir do estudo dos materiais disponíveis em cada uma das etapas da sequência didática, o aluno compreendeu a relação entre os temas apresentados nas três etapas da sequência didática. As análises das respostas dos estudantes serão apresentadas na categoria seguinte.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Os resultados apresentados neste relato de experiência fazem parte dos primeiros dados analisando de uma dissertação em andamento. Dessa forma pode-se analisar que, de maneira geral a maioria dos alunos foram capazes de responder de forma correta a questão proposta. Embora as respostas tenham a mesma ideia central, que é a operação de união entre os conjuntos, as respostas foram apresentadas de maneira diferentes pelos alunos. Na qual foi possível agrupá-las de acordo com a sua estrutura. Um grupo de aluno respondeu de forma mais direta, evidenciando a operação de união. Conforme representado pela resposta do aluno A:*"ambas as imagens apresentam a operação de União entre A, B e C".*

Um segundo grupo, além de identificar a operação de união, também apresenta de maneira breve os conteúdos relacionados a cada uma das imagens. Conforme fica evidente na resposta do aluno H: *"a relação entre as imagens A, B e C é a União dos Elementos. Na Imagem A, os produtos são unidos numa nova Tabela. Na imagem B, a pesquisa no SQL lista a união dos nomes dos produtos de escritório e escolares. Na* *imagem C, o Diagrama de Venn mostra a união das partes A e B".* O aluno H faz uma breve descrição dos resultados da operação de união apresentado nas diferentes imagens. Um ponto interessante na resposta do aluno H, foi a identificação do Diagrama de Venn, em muitas respostas este diagrama foi definido como gráfico ou até mesmo diagrama da UML[1]. Conhecer os diferentes usos linguagem diagramática tanto na informática como na matemática tem grande valor, pois auxilia no entendimento das definições, facilita o desenvolvimento do raciocínio e permite uma compreensão fácil dos componentes e relacionamentos em questão (MENEZES, 2013).

Um terceiro grupo identificou a operação de união e apresentou uma conexão com os temas estudados e imagens. Conforme fica evidente na resposta do aluno S: *"o que noto em comum entre as três opções A,B e C seria a operação de conjuntos União. Onde em A então sendo unidas duas tabelas, por meio de U, e gerando uma terceira com as informações somadas de ambas as tabelas. Em B está sendo feita uma consulta em SQL, para que o resultado, obtido por meio de UNION, mostra a junção de todas as informações da coluna "nome_produto" das tabelas escritório e escolar. Já C está demonstrando por meio de um gráfico, dois conjuntos(A e B) que por meio de U resultam na união dos componentes dos dois conjuntos".* Na resposta do aluno S fica evidente que foi feita uma análise dos elementos que representa a operação de união, representada nos diferentes conteúdos estudados ao longo da sequência didática. O aluno S usa o termo junção ao se referir a união entre as tabelas, o que pode trazer a ideia de confusão entre os conceitos de *union* e *join* que são próximos. Conforme Heuser(2009) quando em uma consulta há duas tabelas envolvidas e há a associação entre as linhas das tabelas é feita uma operação de junção, através da claúsula join.

Ainda nesse grupo o aluno F, da ênfase aos conteúdos apresentados o aluno comenta importância da análise do banco de dados a partir das operações de conjuntos. Conforme apresenta na sua resposta: "*...ao analisar banco de dados, devemos levar em consideração a organização dos nossos códigos a partir de conjuntos, assim tendo em mente como organizá-los pelo local no qual pertencem, ou até mesmo vendo o que possuem de elementos comum entre si.* Nesta resposta fica evidente que o aluno compreendeu a importância dos conjuntos no que se refere a banco de dados. O conceito de conjuntos é fundamental para área da computação, pois os resultados de grande parte dos algoritmos desenvolvidos são baseados em conjuntos ou construção sobre conjuntos (MENEZES, 2013).

Entre todos os alunos que responderam à questão somente um aluno, respondeu que não encontrou relações entre as imagens. Diante desta resposta foi verificado na sequência didática como foi o desempenho do aluno em cada uma das etapas e foi evidenciado que não há registro da sua participação em cada uma das etapas. Na qual fica

1 UML-Unified Modeling Language, é uma linguagem usada para modelar e documentar os sistemas computacionais desenvolvidos a partir do paradigma de orientados a objetos.

evidente que o estudante participou somente da conversa inicial e não emergiu nos estudos propostos pela sequência didática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aplicação da pesquisa em formato de curso de extensão foi importante para os alunos do curso técnico em informática, visto que contribuiu para a compreensão dos conhecimentos relacionados a área de banco de dados. Esses conhecimentos facilitaram o desenvolvimento das consultas em banco de dados a partir da álgebra relacional e por fim na linguagem de programação SQL. A aplicação destes conhecimentos pode ser utilizada juntamente com qualquer outra linguagem de programação aprendidas no curso, que preveem a integração com banco de dados.

Além disso, o acesso as etapas da sequência didática permitiram aos alunos compreender a aplicabilidade e importância da teoria dos conjuntos para área computacional. A partir de conexões entre os conteúdos relacionados a conjuntos e banco de dados, dessa forma facilitando a construção da lógica para o desenvolvimento de consultas no banco de dados. Inicialmente desenvolvidas a partir da álgebra relacional e por fim desenvolvidas na linguagem de programação SQL.

Por meio das respostas obtidas no questionamento ficou evidente as relações construídas pelos alunos entre os conteúdos matemáticos representados pelos conjuntos e os conteúdos de banco de dados. Então, conclui-se previamente que é possível através de uma sequência didática possibilitar a revisão, ampliação e aplicação dos conceitos relacionados à Teoria dos Conjuntos relacionado a Banco de Dados Relacionais.

REFERÊNCIAS

DOLZ, J. SCHNEUWLY, B. **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas: Mercado das Letras, 2004.

FILATRO, ANDREA**. DI 4.0: inovação em educação corporativa.** São Paulo: Saraiva Educação, 2019.

RAMARKRISHMAN, R. GEHRKE, J. **Sistemas de gerenciamento de Banco de Dados**. [Tradução: Célia Taniwake. 3 ed. Porto Alegre: AMGH, 2001.

HEUSER, C. A. **Projeto de Banco de Dados**. 6 ed. Porto Alegre: Bookman, 2009.

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti. **Avaliação Diagnóstica auxiliada por computador: identificação das dificuldades dos alunos dos cursos de engenharia na resolução de problemas com derivadas**. Tese: Doutorado. Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2019.

MENEZES, P. B. **Matemática discreta para computação e informática**. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

OLIVEIRA Groenwald, Claudia Lisete; NETO Zoch, Lisiane; HOMA, Ryokiti, Agostinho Iaqchan. **Seqüência Didática com Análise Combinatória no Padrão SCORM**. Boletim de Educação Matemática, vol. 22, núm. 34, 2009, pp. 27-55

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Rio Claro, Brasil

TOMAZ, João M. C. SOUZA, Nadilza M. F. Sequência Didática e o desenvolvimento da leitura no ensino fundamental I. *In:* SOUSA, Ivan Vale (org.). **Sequências didáticas no ensino de línguas: experiências, reflexões e propostas**. Junduaí: Paco Editorial, 2018.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: Como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA ESTUDANTES QUE APRESENTAM DISCALCULIA

Data de submissão: 22/01/2023 *Data de aceite: 01/02/2023*

Maria Luísa Visinoni Kotrybala
Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO)
Irati– PR
http://lattes.cnpq.br/5345162370595700

Joyce Jaquelinne Caetano
Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO)
Irati – PR
http://lattes.cnpq.br/6868799162220668

RESUMO: O objetivo desta pesquisa foi mapear estudos sobre as contribuições do Pensamento Computacional para as crianças que apresentam Discalculia e seus impactos na aprendizagem matemática. Levando em consideração que a Discalculia é um transtorno específico de aprendizagem relacionada à Matemática e o Pensamento Computacional pode ser definido como uma estratégia utilizada para resolver problemas de forma eficaz tendo a tecnologia como aporte, compreender a Discalculia e as contribuições do Pensamento Computacional para a aprendizagem matemática no âmbito escolar, significa um grande avanço para a melhoria do desempenho dos alunos. Para tanto, foram realizados estudos sobre o tema, através de pesquisa bibliográfica e levantamento de bibliografias nacionais, nas quais acredita-se trazerem contribuições relevantes para o ensino da matemática. Além disso, discutiu-se a proposta de duas atividades, uma plugada e outra desplugada, que relacionam os pilares do Pensamento Computacional e a Discalculia.

PALAVRAS-CHAVE: Pensamento Computacional; Discalculia; Matemática.

DEVELOPMENT OF COMPUTATIONAL THINKING: A TEACHING PROPOSAL FOR STUDENTS WITH DYSCALCULIA

ABSTRACT: The objective of this research was to map studies on the contributions of Computational Thinking for children with Dyscalculia and its impacts on mathematical learning. Taking into account that Dyscalculia is a specific learning disorder related to Mathematics and Computational Thinking can be defined as a strategy used to solve problems effectively with technology as a basis, understanding Dyscalculia and the contributions of Computational Thinking to learning mathematics in the school environment, means a great advance for the

improvement of the students' performance. To this end, studies were carried out on the subject, through bibliographical research and survey of national bibliographies, which are believed to bring relevant contributions to the teaching of mathematics. In addition, the proposal of two activities was discussed, one plugged in and the other unplugged, which relate the pillars of Computational Thinking and Dyscalculia.
KEYWORDS: Computational Thinking; Dyscalculia; Mathematics.

1 I INTRODUÇÃO

Ninguém tem dúvidas quanto ao vivermos em uma era tecnológica. Hoje quase todo mundo tem um celular, conhece ou tem um computador. Muitos de nossos alunos adoram games e estão muito conectados. Nessa perspectiva, a educação tem se apropriado dessa conectividade para ampliar horizontes e isto, têm refletido em muitas mudanças nas práticas pedagógicas e estudos do uso das tecnologias voltados aos processos cognitivos e educacionais.

Nesse cenário há dez anos, Jannette Wing (2006), publicou o artigo "*Computational Thinking*" que deu início às discussões sobre a educação em computação nas escolas de todo o mundo. A partir deste artigo, fomentou-se a reflexão das razões por que a Computação deveria ser ensinada nas escolas e não somente como um conhecimento voltado ao manuseio de computadores ou específico a profissionais da computação. Para Wing (2006), o PC (Pensamento Computacional**)** é compreendido como um processo de resolver problemas, projeto de sistemas e compreensão do comportamento humano direcionados por conceitos da Ciência da Computação.

Então para conhecer melhor o PC e os mecanismos envolvidos devemos compreender os seus quatro pilares: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos.

> O Pensamento Computacional envolve identificar um problema complexo e quebrá-lo em pedaços menores e mais fáceis de gerenciar (DECOMPOSIÇÃO). Cada um desses problemas menores pode ser analisado individualmente com maior profundidade, identificando problemas parecidos que já foram solucionados anteriormente (RECONHECIMENTO DE PADRÕES), focando apenas nos detalhes que são importantes, enquanto informações irrelevantes são ignoradas (ABSTRAÇÃO). Por último, passos ou regras simples podem ser criados para resolver cada um dos subproblemas encontrados (ALGORITMOS). (BRACKMANN, 2017, p.33).

O PC na educação é um conceito relativamente recente e com características transformadoras no meio escolar, portanto, a ideia de utilizar os aportes teóricos do PC para trabalhar com crianças com dificuldades de aprendizagem poderá se constituir em uma excelente ferramenta metodológica.

Nessa direção, Barcelos *et al.* (2015), afirmam que a Ciência da Computação deveria fazer parte do currículo escolar já nas séries iniciais, sendo posicionada em paridade com as outras ciências como física, biologia, entre outras. No seu estudo, afirmaram ainda que é possível identificar avanços na disponibilidade e variedade de atividades que envolvam o Pensamento Computacional e a Matemática (BARCELOS *et al.*, 2015).

Wing (2006), define PC como a nova alfabetização do Século XXI e, é por isso, que se faz tão necessária como método para auxiliar na crescente demanda educacional, em que cabe aos professores saber utilizá-lo da melhor maneira possível.

Assim, toda a beleza existente no saber trabalhar o PC, se deve quanto educador, saber as limitações e/ou dificuldades que a sala de aula apresenta, uma delas os alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem na Matemática. Estas dificuldades podem estar relacionadas a inúmeras situações, entre estas, podemos nos deparar com a Discalculia. Diante disto, observar os erros que os alunos cometem, analisá-los e compreender recorrências e causas podem se constituir em uma excelente ferramenta de identificação de indícios da Discalculia e um passo importante para uma atitude ativa dos professores.

Dockrell, Mcshame e Negreda (2000, p.115), afirmam em relação aos erros cometidos pelos estudantes que apresentam discalculia que “os erros que elas fazem com números são frequentemente sistemáticos e apresentam uma série de princípios, apesar de incorretos. O primeiro passo da avaliação é descobrir exatamente quais princípios a criança está usando”. No entanto, os erros podem até ser similares ao de outras crianças, mas conforme Vieira (2004), elas podem apresentam mais dificuldades em dominar as operações básicas, relacionar situações matemáticas com os problemas do cotidiano, entre outras dificuldades, tais como:

> Dificuldade na identificação de números”; “Incapacidade para estabelecer uma correspondência recíproca”; “Escassa habilidade para contar compreensivamente”; “Dificuldade na compreensão dos conjuntos”; “Dificuldade na conservação”; “Dificuldade no cálculo”; “Dificuldade na compreensão do conceito de medida”; “Dificuldade para aprender a dizer as horas”; “Dificuldade na compreensão do valor das moedas”; “Dificuldade na compreensão da linguagem matemática e dos símbolos”; “Dificuldade em resolver problemas orais.” (VIEIRA, 2004, p. 116)

De acordo com o Manual de Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-V) de 2014, a Discalculia se enquadra no CID-10 (Classificação Internacional de Doenças e Problemas Relacionados a Saúde) referente ao código de Transtornos Específicos de Aprendizagem, assim ela não é uma dificuldade por motivos momentâneos, mas algo fundamental a ser tratado. Nela os alunos não conseguem compreender alguns conceitos básicos dentro da disciplina de matemática, como:

> a) Visualizar conjuntos de objetos dentro de um conjunto maior;
>
> b) Conservar a quantidade, o que a impede de compreender que 1 quilo é igual a quatro pacotes de 250 gramas;
>
> c) Compreender os sinais de soma, subtração, divisão e multiplicação (+, –, ÷ e x);
>
> d) Sequenciar números, como, por exemplo, o que vem antes do 11 e depois

do 15 (antecessor e sucessor);

e) Classificar números;

f) Montar operações;

g) Entender os princípios de medida;

h) Lembrar as sequências dos passos para realizar as operações matemáticas;

i) Estabelecer correspondência um a um, ou seja, não relaciona o número de alunos de uma sala à quantidade de carteiras; e

j) Contar através de cardinais e ordinais.

(JOHNSON; MYKLEBUST, 1983 apud JOSÉ; COELHO, 2006, p.32).

Além das dificuldades, a discalculia é subdividida em seis tipos:

Discalculia Verbal: dificuldade para nomear as quantidades matemáticas, os números, os termos, os símbolos e as relações;

Discalculia Practognóstica: dificuldade para enumerar, comparar e manipular objetos reais ou em imagens, matematicamente;

Discalculia Léxica: dificuldade na leitura dos símbolos matemáticos;

Discalculia Gráfica: dificuldade na escrita dos símbolos matemáticos;

Discalculia Ideognóstica: dificuldade em fazer operações mentais e na compreensão de conceitos matemáticos;

Discalculia Operacional: dificuldade em fazer cálculos e_na execução de operações (PIMENTEL; LARA, 2013, p. 4, grifo nosso).

Campos (2019), em seu livro intitulado "Jogos matemáticos: uma nova perspectiva para discalculia", discorre muito bem acerca do tema em questão, apontando atividades, jogos e desafios que desenvolvem habilidades fundamentais para o ensino desses alunos atípicos, ressaltando a importância de metodologias ativas.

É preciso ter uma visão diferenciada para essas crianças e compreender que eles aprendem sim, de forma mais lenta e de maneiras diversas, que fogem do tradicional e, para eles, a Matemática tem de ter um significado maior, dentro do seu cotidiano para que, desta forma, possam aprimorar e desenvolver suas habilidades e competências (CAMPOS, 2019, p. 27).

Como as habilidades matemáticas se desenvolvem ao longo dos anos, a identificação da Discalculia quanto antes possível, colabora para o encaminhamento pedagógico mais adequado e, para tanto, faz-se necessário conhecer efetivamente este transtorno e metodologias para superá-lo.

Assim, buscou-se realizar um levantamento de base teórica presentes em todo território nacional e propor atividades plugadas e desplugadas que se constituam em uma ferramenta metodológica para professores da educação básica do ensino fundamental II.

Deste modo foram feitas buscas em periódicos científicos desenvolvidos na nossa língua materna, especificamente relacionados a área da educação visando reconhecer, seletar, classificar e realizar um levantamento dos trabalhos no território brasileiro. A pesquisa ocorreu durante o mês de dezembro de 2022, no Scientific Electronic Library Online (SciELO) (https://scielo.org/); na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) (https://bdtd.ibict.br/vufind/); e no Portal Periódicos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) (http://www.periodicos.capes.gov.br/), ambos utilizando as palavras-chave "discalculia" e "pensamento computacional", tentando também buscar trabalhos que relacionavam essas duas temáticas principais. Durante a busca, foram selecionados somente trabalhos escritos inteiramente em português, que possuíam a palavra-chave no título e que abordassem diretamente a Discalculia e o Pensamento Computacional no âmbito educacional, temas de interesse da pesquisa.

A partir da busca pela palavra-chave "discalculia" no site de busca em periódicos científicos (SciELO), foram encontrados ao todo 28 artigos, dos quais 5 possuíam escrita completa em português. Após análise dos resumos bem como as titulações, foi encontrado apenas 1 artigo que se relacionava com a educação. Partindo para o (CAPES), foi possível encontrar 134 artigos, 5 dissertações e 1 livro, destes trabalhos somente 10 artigos foram escritos inteiramente em português, analisando o título e resumo estes também possuíam enfoque educacional. Buscando na (BDTD) conseguimos encontrar um total de 27 dissertações e 5 teses, das quais todas foram escritas totalmente em português. Após análise de título e resumo, encontramos 4 dissertações que tratam do assunto com ênfase na educação.

Nos três instrumentos de buscas distintos podemos evidenciar que a grande maioria dos trabalhos ou está em outra língua (inglês e espanhol), ou volta-se para a área clínica mais especificamente relacionados a aspectos neurológicos, encefálicos e psicológicos, portanto não possuem caráter relevante para nossa pesquisa e assim foram descartados, mostrando a carência e falta de bibliografias nacionais acerca da Discalculia.

Em seguida, foi acrescentada a palavra-chave "pensamento computacional", a busca cientifica foi realizada primeiramente no (SciELO), e dos 17 artigos encontrados apenas 10 foram escritos totalmente em português. Analisando o título e resumo, apenas 4 são relacionados a área da educação. Já no (CAPES), foram encontrados 220 trabalhos, dispostos em artigos, capítulos de livros, dissertações, relatórios e gravações de vídeos, onde 25 estão escritos totalmente em português, dentre eles foram encontrados apenas 18 artigos relacionados a educação, a partir da análise da titulação e resumo. Buscando na (BDTD) temos 149 dissertações e 55 teses encontradas, destas todas possuem escrita completa em português. Após análise do título e resumo, foram encontradas 39 dissertações e 8 teses na área da educação.

Com a busca nos três periódicos científicos elencados, foi possível descartar a grande maioria dos trabalhos, devido a não ocorrência da palavra-chave no título e/ou pela temática não desejada, em que eram relacionados a ciência da computação, programação, designer e teorias aplicadas. Portanto, não tendo relevância para nosso levantamento que se baseia no ensino e educação relacionados ao Pensamento Computacional.

Ao final do levantamento pôde-se notar a ausência de trabalhos científicos que envolvam a discalculia vinculadas a propostas tecnológicas, em específico voltadas ao PC. Deste modo, pode-se destacar o caráter inovador e pertinente da presente pesquisa, já que explora recursos nunca antes combinados. Portanto, fica notório a necessidade da elaboração de propostas que articulem esses conceitos, pois estas servirão de exemplo e base para que os educadores possam compreender com maior facilidade a possibilidade desta articulação, o que é apresentado neste trabalho.

Diante do exposto, a presente pesquisa justificou-se pela necessidade de buscar aportes teóricos do Pensamento Computacional e da Discalculia a fim de propor atividades que possibilitem um melhor desenvolvimento de crianças com esse transtorno de aprendizagem, pois o PC desenvolve habilidades como de resolução de problemas complexos, pensamento crítico, criatividade e flexibilidade cognitiva. Assim, contribuindo para pesquisadores, professores da Educação Básica e para a formação de futuros professores de Matemática.

2 | DISCALCULIA, PENSAMENTO COMPUTACIONAL E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática, conforme Soares (2009), faz parte de uma tríade formada por ensino, aprendizagem e conhecimento matemático, e que mesmo que um estudo aprofundado possa ser feito sob cada tema isoladamente, os outros temas jamais poderão ser ignorados.

Para D'Ambrosio (2007) existe uma grande subjetividade proveniente do que cada um entende por educar matematicamente. Segundo o autor, isto está diretamente refletido na maneira como enxergamos esse ato e, em como entendemos o processo de globalização, fato pelo qual não pode ser ignorado, pois faz parte da nossa realidade.

Nesse sentido, os autores apontam para a importância de uma melhor compreensão dos processos educativos e da relação com outros fatores envolvidos na Educação Matemática.

Assim, a "disciplina de matemática como as religiões, artes e outras ciências em geral, está estritamente ligada a um método desenvolvida pelos seres humanos para buscar entender, explicar, manejar e trabalhar com a realidade tanto perceptível e física quanto a imaginária" (D'AMBROSIO, 2007, p.7). Ressaltando ainda, que se deve considerar os antepassados geográficos, culturais e históricos dessas famílias, tribos e civilizações. Somente assim, saberemos o que esperar e quais atitudes tomar diante de determinado histórico e situação enquanto educadores matemáticos da atualidade (D'AMBROSIO, 2007).

D'Ambrosio (2007, p.8) afirma ainda sobre a importância da essência de se buscar uma perspectiva sempre atualizada de educação matemática, pois "matemática e educação são estratégias contextualizadas e totalmente interdependentes." Assim, é necessário de acordo com ele, compreender a evolução de ambas e analisar as suas tendências atuais para fazer algumas propostas.

Nessa direção, Gadotti (2008) também ressalta a importância do professor atual, priorizar as aplicações, pois para ele a "falta de aplicação para os temas estudados é um dos maiores defeitos no ensino da Matemática hoje e também uma das grandes dificuldades" (GADOTTI, 2008, p.45).

As perspectivas atuais relacionadas a educação matemática indicam educadores mais interessados na compreensão da escola e da comunidade onde estão inseridos, buscando conhecer a realidade de seus alunos e adaptando à melhor e mais significativa forma de levar esse conhecimento para os estudantes.

Nessa perspectiva, a Matemática tem papel fundamental na vida do indivíduo, pois contribui para o exercício de sua cidadania e compreensão do mundo. Todavia, ensinar Matemática não é uma tarefa fácil, pois poderão existir diversos obstáculos que precisarão ser contornados para uma aprendizagem efetiva e significativa, e a Discalculia é uma delas. Assim, o educador, de acordo com Bastos (2008), deve observar com atenção o processo de aprendizagem de seus educandos, em especial, quando os alunos demonstram pouco interesse em aprender e cometem muitos erros durante a realização de atividades matemáticas, pois tais comportamentos, aparentemente banais durante a construção do conhecimento matemático, podem estar relacionados à Discalculia.

Bastos (2008) afirma que entre 3 a 6% das crianças têm Discalculia do desenvolvimento. Este percentual representa um número significativo em sala de aula. O autor aponta que algumas pesquisas e descobertas ainda estão sendo realizadas. No Brasil, segundo ele, o problema é ainda maior pela dificuldade de diferenciar o transtorno da aprendizagem de outros rótulos, além da pouca adequação entre idade cronológica e série escolar.

Diante disso, compreender as dificuldades de aprendizagem no âmbito escolar é realmente uma necessidade para pesquisadores e professores, e ainda mais, conhecer a fundo alguns transtornos comuns, tais como a Discalculia.

Como já apresentado neste estudo, no Brasil, há poucas pesquisas na área, corroborando com os estudos já realizados por (PIMENTEL; LARA, 2013) e (ÁVILA; LARA, 2017) que evidenciaram a mesma escassez de produções. As pesquisas na área tiveram seu início em 2013 no Instituto do Cérebro do Rio Grande do Sul – INSCER, na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS, com o desenvolvimento do projeto Avaliação de Crianças em Risco de Transtornos de Aprendizagem – ACERTA. O projeto estuda crianças em fase de alfabetização com o objetivo de entender as alterações que acontecem no cérebro e o porquê de algumas crianças desenvolverem transtornos de aprendizagem.

Em 2015, nasce o Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Discalculia – GEPEDPUCRS, organizado por alguns participantes do projeto ACERTA, iniciando diferentes pesquisas. Entre tais pesquisas, destacam-se algumas pesquisas de dissertação de Mestrado que foram desenvolvidas buscando investigar estudantes com indícios de discalculia (PIMENTEL, 2015) e apresentar resultados de intervenções realizadas com estudantes que apresentavam indícios desse transtorno (AVILA, 2017). Entre as preocupações do GEPEDPUCRS, ressalta-se a necessidade de entender o funcionamento do cérebro em relação às habilidades matemáticas.

Em se tratando do PC, Hinterholz e Da Cruz (2015), afirmam que o Pensamento Computacional estimula a resolução de problemas nas mais variadas situações e, ainda mais, no ambiente escolar, o que se pode concluir, por premissa, que terá grande efeito também com crianças que apresentam Discalculia.

Sendo assim, buscou-se elencar esse referencial bibliográfico e colocar em prática o aprendido, construindo atividades desplugadas (desenho de polígonos regulares em papelão como tática para descobrir as fórmulas dos ângulos internos e externos de um polígono regular qualquer) e plugadas (desenho de um polígono regular qualquer a partir das fórmulas encontradas na atividade anterior, porém, no *software Scratch).*

3 I PROPOSTAS DE ATIVIDADES COM VISTAS AO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL PARA ALUNOS QUE APRESENTAM DISCALCULIA

A presente proposta tem como base trabalhar a parte prática das atividades matemáticas relacionando Discalculia e PC, assim foram construídas atividades plugadas e desplugadas para serem utilizadas em sala de aula, uma complementando a outra, para ser aplicada no Ensino Fundamental II.

Campos (2019), destaca a importância do uso de recursos didáticos diferenciados em sala de aula, seja vídeos, jogos, materiais físicos ou de apoios pedagógicos, pois com “a utilização destes recursos o professor estará demonstrando de forma concreta o que até então era abstrato e assustador à criança” (CAMPOS, 2019, p.37).

Nessa direção, esta pesquisa buscou na proposição de atividades plugadas e desplugadas para desenvolver o Pensamento Computacional, apresentar algumas possibilidades para serem aplicadas em sala de aula com estudantes que apresentassem Discalculia.

Mas o que seriam atividades plugadas e desplugadas?

De acordo com Brackmann (2017), as atividades plugadas são aquelas que dependem da tecnologia e de dispositivos tecnológicos para acontecerem, ou seja, são jogos *online,* atividades de programação computacional, pesquisas na *web*, entre outras. Já as atividades desplugadas constam nas atividades e jogos na modalidade física propriamente dita, como trabalhos, jogos físicos e atividades impressas. A função dessas atividades vem a ser a de reforçar a criatividade, atenção, memória e raciocínio lógico.

Assim a proposta consiste em uma sequência de dois desafios que se complementam entre si. Estes foram pensados para desenvolver os pilares do Pensamento Computacional (Decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmo) definidos por Brackmann (2017) em estudantes que apresentam a Discalculia.

Para tanto a atividade desplugada proposta, visa o trabalho com materiais confeccionados pelos próprios alunos utilizando papelão. O aluno deve ser instigado a desenhar, colorir e recortar os polígonos regulares, colocando seus nomes e características. Para Campos (2019), fica evidente os benefícios da manipulação e visualização de materiais físicos principalmente para os conteúdos de geometria, sendo a melhor forma de assimilação.

Assim sendo, consiste na confecção de polígonos regulares, (quadrado, hexágono e outros dois polígonos da escolha do aluno), desenhando e recortando em escala grande no papelão. Os alunos farão uma análise geral em relação aos materiais manipuláveis, tentando identificar a quantidade de arestas, vértices, nomes dos polígonos, valor dos ângulos internos e externos, sendo possível desenvolver competências relacionadas a discalculia verbal, practognóstica e ideognóstica.

Em seguida o professor apresenta o primeiro desafio “Como determinar o valor dos ângulos interno e externos de um polígono regular qualquer?”, agindo como mediador ele deve instigar os alunos a pensar e resolver, através dos pilares do PC.

Incialmente os alunos podem **decompor o problema**, pensando em cada polígono de maneira individual, a fim de **reconhecer padrões** eles podem vislumbrar todos os dados anotados nos polígonos.

Estas duas etapas iniciais presentes no primeiro desafio são importantes para todos os alunos, em especial aqueles que apresentam discalculia, pois promove a manipulação de objetos físicos e identificação de suas características principais. Desenvolvendo ao decorrer do processo as habilidades de enumeração, comparação e manipulação de objetos reais, nomeação de figuras geométricas e visualização e comparações de dados matemáticos, tendo assim uma contribuição para a discalculia verbal e practognóstica.

De volta a atividade, os alunos serão motivados a analisar cada polígono individualmente, **abstrair** somente as informações úteis para a resolução do desafio, tentando comparar e encontrar uma similaridade a respeito dos ângulos internos e externos. A última etapa proposta seria uma segregação das ideias, em que a turma toda expõe seus pontos de vista e coletivamente tenta provar se eles são realmente proveitosos, se fazem sentido ou podem resolver o desafio, assim identificando falhas e acertos, montando uma espécie de **algoritmo** para a resolução.

A presente atividade apresenta a possibilidade do desenvolvimento dos quatro pilares, mas nem todos os estudantes terão o mesmo desenvolvimento, podendo ser desenvolvido um, dois, três ou até os quatro pilares do PC. Neste sentido, Mantoan (2006) destaca a relevância em trazer alternativas que contemplem as diversidades e as integrem, o que é possível com esta atividade.

Portanto, ao final do desafio, os alunos conseguem perceber através da manipulação e visualização, uma certa relação entre o polígono exposto e suas características, desenvolvendo as noções de contagem, visualização de padrões, relação de quantidades, raciocínio logico e concentração, habilidades estas que devem ser trabalhadas com alunos que apresentam discalculia, além de chegarem à fórmula que determina o valor dos ângulos interno $\left(a_i = \frac{(n-2).180}{n}\right)$ e ângulo externos $\left(a_e = \frac{360}{n}\right)$ de um polígono regular qualquer, a partir de uma quantidade de lados desconhecida, onde N é referente ao número de lados do polígono. Com as fórmulas encontradas, os alunos podem desenhar qualquer polígono regular tendo somente a quantidade de lados, sendo aptos para o próximo desafio.

Utilizando o *software* de programação computacional em blocos *Scratch*, para atividade plugada o professor deve dar uma breve introdução sobre os comandos e funcionalidades, destinando um tempo livre para a ambientação no *software*. Após esse momento, o segundo desafio poderá ser explanado “Desenhe uma paisagem utilizando apenas polígonos regulares”. O *Scratch* trata-se de um *software* de programação em blocos pré-programados que quando conectados podem formar (jogos, animações, desenhos, entre outras) devolutivas abundantes em conceitos matemáticos.

Para desenhar a paisagem podemos presumir que o aluno escolha os polígonos que serão utilizados e em seguida escolha um único polígono para começar a desenhar, a junção ou agrupamento dos blocos fica a critério do aluno, tendo distintas maneiras de desenhar um mesmo polígono. Quando esse aluno se depara com o desafio de desenhar uma paisagem inteira e decide, por exemplo, começar fazendo o código de um pentágono separadamente, ele intuitivamente está **decompondo** aquele desafio, separando em partes menores mais fáceis de serem compreendidas.

No processo da decomposição os alunos em geral desenvolvem o pensamento logico e abstrato, juntamente trabalhados com a matemática e programação. Em especial aos alunos que apresentam discalculia, este pilar promove e trabalha com as dificuldades em raciocínios mentais, também auxilia na comparação e seleção, podendo promover avanços a discalculia ideognóstica e practognóstica.

Ao decorrer da confecção de sua paisagem, ele pode usar variados polígonos, onde cada um possuirá um código distinto, porém todos contém uma similaridade entre si. Para que qualquer polígono seja desenhado corretamente, primeiramente o bloco que utiliza a caneta deve ser usado, juntamente com o que faz ela mover, fazendo com que o “ator” desenhando uma linha reta. Em seguida, é preciso girar a quantidade de graus compreendida no polígono escolhido, podendo ser calculado com a fórmula do ângulo externo encontrada anteriormente.

No caso de um pentágono deve se girar 72° para a esquerda, pois (360/5 = 72), já para um hexágono deve se virar 60° para a esquerda, pois (360/6 = 60), portanto o aluno em todo os códigos está utilizando um padrão, tanto na utilização da fórmula do ângulo externo de um polígono regular e/ou na disposição dos blocos e suas junções que podem se repetir em cada desenho distinto.

Apesar da utilização de padrões mostrada acima, acredita-se que a identificação destes certamente ocorrerá quando partirmos para a continuação do segundo desafio, onde a proposta é uma generalização de todos os polígonos desenhados anteriormente, sintetizando todos os códigos distintos (dos vários polígonos desenhados) em apenas um. Assim o aluno receberá a instrução de “Fazer com que o ator desenhe um polígono regular qualquer”, portanto para a execução da segunda etapa deste desafio, o aluno precisará observar os códigos e como citado anteriormente, **identificar os padrões** presentes neles.

A identificação de padrões descrita acima envolve os conceitos matemáticos de cálculo de ângulos, contagem e medidas, estimulando o raciocínio logico, identificação de similaridades, comparação, fixação de conceitos teóricos (fórmula do ângulo externo) e pré-visualização de etapas futuras, favorecendo o ensino de matemática em especifico o desenvolvimento de habilidades ligadas a discalculia ideognóstica, operacional e practognóstica.

Tendo os padrões já identificados, o aluno deve filtrar todas as informações que foram coletadas, considerando somente os relevantes para a resolução do problema, ou seja, ele **abstrai** e foca apenas nos pontos principais e necessários para a resolução. Tendo agora somente os dados principais, o aluno deverá analisar as possibilidades, explorar os blocos, experimentar ideias, debater com os demais colegas e por fim produzir um **algoritmo**, ou seja, uma sequência de passos que resolva o problema, exemplificada na Figura 1.

Os dois últimos pilares envolvem a coletividade, destacando o desenvolvimento de habilidades ligadas a discalculia verbal, ideognóstica, operacional e practognóstica em específico voltadas as ações encontradas nesses pilares. Portanto, trabalhará o foco, classificação de dados relevantes, elaboração de estratégias, realização de discussão, bem como exploração dos recursos e blocos presentes no *software Scratch*, exercitando assim a curiosidade de criatividade de todos os alunos.

O código da figura 1 é uma possível solução e funciona da seguinte forma. A partir da pergunta “Vamos construir um polígono de quantos lados ?” o programa solicita uma resposta, onde podemos escrever qualquer número natural maior que 2, devido as condições de existências de um polígono regular. Então o *software* armazena o número digitado no bloco “resposta”, sendo capaz de desenha um polígono referente a essa quantidade de lados informada através das repetições sucessivas dos comandos que desenham e giram a quantidade de graus necessárias para a construção do polígono indicado, podendo notar no 9° bloco da figura 1 a fórmula referente ao ângulo externo de um polígono regular.

Figura 01 – Código para desenhar qualquer polígono regular.

Fonte: Da autora, 2022.

Enfim, para a resolução do desafio plugado os alunos devem articular os conhecimentos adquiridos ao desafio desplugado, assim trabalhando os pilares do PC e desenvolvendo em meio a eles as habilidades necessárias, além de explorar a criatividade, raciocínio lógico e ludicidade.

4 I CONCLUSÕES

Durante toda a pesquisa dedicada a este estudo, buscou-se verificar a relação do pensamento computacional com a discalculia, mais especificamente no que se refere às contribuições para aprendizagem em Matemática. O que se evidenciou, é que sim, o PC pode contribuir para estudantes que apresentam discalculia pois o desenvolvimento do PC colabora com a aprendizagem matemática. Também apresentamos sugestões de atividades de apoio para os professores, sendo uma plugada e outra desplugada apontando a relação entre PC e Discalculia.

É importante destacar mais uma vez o fato de ser extremamente necessário que o professor esteja dedicado a buscar metodologias diferenciadas, para que o acesso do conhecimento seja de forma igualitária para todos os estudantes. Portanto, cabe a nós, educadores matemáticos, dar condições de aprendizagem a todos, colaborando com uma verdadeira inclusão.

REFERÊNCIAS

AVILA, L.A.B. Avaliação e intervenções psicopedagógicas em crianças com indícios de Discalculia. Porto Alegre, 2017. (Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul/PUCRS, 2017.

BARCELOS, Thiago et al. Relações entre o pensamento computacional e a matemática: uma revisão sistemática da literatura. In: Anais dos Workshops do Congresso Brasileiro de Informática na Educação. 2015.

BARDIN, L. Análise de Conteúdo. São Paulo: Edições 70, 2014.

BASTOS, J. A. O cérebro e a Matemática. São José do Rio Preto. Edição do Autor, 2008.

BOUCINHA, Rafael Marimon et al. Construção do pensamento computacional através do desenvolvimento de games. RENOTE, v. 15, n. 1, 2017.

BRACKMANN, C. P. Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades Desplugadas na Educação Básica. 2017. 224 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, RS, Brasil, 2017.

CAMPOS, Ana Maria Antunes de. Discalculia: superando as dificuldades em aprender Matemática. 2. Ed. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2015.

CAMPOS, Ana Maria Antunes de. Jogos matemáticos: uma nova perspectiva para discalculia. 2. Ed. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2019.

D’AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas -SP. Papiros editora, 2007.

DMS-V – Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais. Porto Alegre: Artmed, 2014.

DOCKRELL, Julie; MCSHANE, John; NEGREDA, Andrea (Trad.). Crianças com dificuldades de aprendizagem: uma abordagem cognitiva. Porto Alegre: Artmed, 2000.

GADOTTI, Moacir. Boniteza de um sonho: Ensinar-e-aprender com sentido. São Paulo: Livraria e Instituto Paulo Freire, 2008.

HINTERHOLZ, Lucas; DA CRUZ, Marcia Kniphoff. Desenvolvimento do Pensamento Computacional: um relato de atividade junto ao Ensino Médio, através do Estágio Supervisionado em Computação III. In: Anais do Workshop de Informática na Escola. p. 137-146, 2015.

JOSÉ, Elisabete da Assunção; COELHO, Maria Teresa. Problemas de aprendizagem. São Paulo: Ática, 2006.

MANTOAN, M. T. E. Inclusão escolar: O que é? Por quê? Como fazer?. 2ed. São Paulo: Moderna, 2006.

MESTRE, Palloma Alencar Alves. O Uso do Pensamento Computacional como Estratégia para Resolução de Problemas. UFCG - Paraíba, 2017.

PIMENTEL, L. S. LARA, I. C. M. Discalculia: mapeamento das produções brasileiras. Rio Grande do Sul, 2013.

PIMENTEL, L. S. Possíveis indícios de discalculia em Anos Iniciais: uma análise por meio de um Teste piloto de Matemática. Porto Alegre, 2015. (Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul/PUCRS, 2015.

WING, J. M. Computational thinking. Communications of the ACM, v. 49, n. 3, p.33–35, 2006.

WING, Jeannette. PENSAMENTO COMPUTACIONAL: Um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 9, n. 2, 2016.

MÉTODOS PARA MAPEAMENTO DE QTL ATRAVÉS DE MARCADORES TIPO SNP: UMA COMPARAÇÃO

Data de aceite: 01/02/2023

Lara Midena João

Daiane Aparecida Zuanetti

RESUMO: O mapeamento de regiões no genoma associadas a traços quantitativos (QTLs) através de marcadores genéticos do tipo SNP tem sido um dos problemas centrais em Genética e Biologia Molecular e vários métodos de detecção e identificação de QTLs tem sido propostos na literatura. Neste trabalho, três diferentes metodologias foram aplicadas e comparadas nos dados GAW17 quanto ao seus desempenhos em identificar corretamente SNPs relevantes e reguladores de um traço quantitativo. São elas: regressão linear simples com e sem a correção de Bonferroni no nível de significância, LASSO e SPLS. A fim de comparar o desempenho dessas metodologias, utilizamos a sensibilidade e a especificidade como métricas e notamos que o LASSO e a regressão linear simples com nível de significância de 5% apresentam os melhores resultados, uma vez que equilibram valores relativamente altos de sensibilidade e especificidade. O LASSO, por sua vez, também identifica SNPs influentes mais raros. Para realizar esse estudo, utilizamos algoritmos que já estão implementados em pacotes estatísticos, tais como R, e que estão disponíveis para utilização.

1 I INTRODUÇÃO

Um dos problemas centrais na Genética e Biologia Molecular é a detecção e identificação de regiões no genoma associadas a traços quantitativos (fenótipos) de seres vivos. Essas regiões genômicas são geralmente conhecidas como regiões de traços quantitativos (do inglês *quantitative trait loci*, QTLs) e suas posições e efeitos sobre o fenótipo de interesse são estimados através de marcadores genéticos, mais comumente do tipo SNP (do inglês *single nucleotide polymorphism*), dos indivíduos.

Para identificar a(s) região(ões) genômica(s) causadora(s) ou promotora(s) (os QTLs) do fenótipo de interesse, milhares ou milhões de SNPs são genotipados em amostras compostas de centenas ou milhares de indivíduos. Os genótipos dos

SNPs são, então, vistos como covariáveis que podem afetar o fenótipo, considerado como a variável resposta. O fenótipo, quando se trata de uma variável contínua, é geralmente modelado com uma função linear dos efeitos aditivos e de dominância do genótipo dos SNPs e/ou suas interações de segunda, terceira ou maior ordem.

Muitos métodos tem sido propostos e estudados para identificar e selecionar os SNPs mais associados ao fenótipo de interesse. Os métodos mais usados são baseados na estimação do modelo de regressão linear simples entre o genótipo de cada SNP e o fenótipo em estudo.

Os SNPs mais significativos são escolhidos via teste de hipóteses baseado na significância do efeito do SNP no modelo estimado. As vantagens dessa abordagem simples são baixo tempo de processamento computacional, facilidade de uso e de interpretação dos resultados. No entanto, ela geralmente apresenta baixo poder, não permite que os efeitos dos SNPs sobre o fenótipo sejam conjuntamente estimados e também não considera a estrutura de associação existente entre eles (Yazdani, 2014, Feng et al., 2012, Oliveira, 2015).

Métodos alternativos aos modelos de regressão linear simples são as metodologias que permitem analisar os SNPs conjuntamente, alguns deles identificados como métodos de aprendizado de máquina. Entre eles se destacam: florestas aleatórias (Breiman, 2001, Oliveira, 2015), algoritmos genéticos (Goldberg, 1989, Oliveira, 2015), LASSO (do inglês *least absolute shrinkage and selection operator*, Tibshirani, 1996) que pode ser visto como um modelo de regressão Bayesiano com função de verossimilhança normal e distribuição *a priori* exponencial dupla para cada coeficiente (Park e Casella, 2008), e métodos de regressão por mínimos quadrados parciais – SPLS (do inglês *sparse partial least squares*, Chun, 2010). Todos esses métodos nos permitem trabalhar com dados cujo número de covariáveis é muito superior ao número de indivíduos da amostra e nos quais existe covariáveis altamente correlacionadas. Essas características estão presentes nos dados de mapeamento de QTLs através de marcadores SNPs e precisam ser consideradas.

Nesse trabalho, portanto, estudamos e aplicamos três diferentes metodologias nos dados GAW (Genetic Analysis Workshop) 17 (Almasy et al., 2011) para detectar e identificar SNPs associados ao fenótipo de interesse, principalmente SNPs com variantes raras e baixa frequência do alelo menor. Também discutimos as vantagens e desvantagens de cada método e elencamos os algoritmos que já estavam implementados em pacotes estatísticos, tais como R, e disponíveis para utilização.

O texto está organizado como segue. Na Seção 2 descrevemos as três metodologias que são estudadas e aplicadas para a identificação de SNPs relevantes e como o desempenho delas é analisado e comparado. A Seção 3 apresenta o conjunto de dados GAW17 que é estudado e os resultados obtidos. Finalmente, a Seção 4 traz conclusões e discussões.

2 I METODOLOGIAS PARA SELEÇÃO DE SNPS INFLUENTES

Nessa seção, descrevemos os métodos que foram utilizados para detectar e identificar SNPs associados ao fenótipo de interesse Y. São eles: o valor-p do teste de significância associado ao efeito de cada SNP em um modelo de regressão linear simples, o LASSO e o SPLS. Além disso, a fim de comparar qual desses métodos é o melhor para selecionar os SNPs influentes, empregamos as seguintes métricas: especificidade (E) e sensibilidade (S) (Lee et al., 2011) que são descritas na Seção 2.4.

2.1 Regressão linear simples

A fim de identificar e selecionar os SNPs mais associados ao fenótipo de interesse, um método muito utilizado é baseado na estimação do modelo de regressão linear simples entre o genótipo de cada SNP e o fenótipo em estudo. Nesse modelo o genótipo de cada SNP é tido como variável preditora e o fenótipo é considerado como variável resposta.

Seja $Y = (Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ um traço quantitativo a ser observado em n indivíduos. O fenótipo Y_i do i-ésimo indivíduo pode ser modelado pelo seguinte modelo de regressão linear simples:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \tag{1}$$

em que β_0 é o valor esperado do fenótipo quando o genótipo do SNP vale zero, β_1 é o efeito aditivo que representa o acréscimo no valor esperado do fenótipo quando o genótipo do SNP vale 1, ou seja, quando o indivíduo é homozigoto dominante, x_i é o genótipo do SNP, considerado na específica análise, do i-ésimo indivíduo codificado como −1,0 ou 1 para *aa*, *Aa* ou *AA*, respectivamente, $i = 1,...,n$, $\varepsilon_i \sim \text{Normal}(0,\sigma^2)$ é o erro aleatório e ε_i e $\varepsilon_{i'}$ são supostamente independentes para $i \neq i'$.

Os SNPs significativos são escolhidos via teste de hipóteses baseado na significância de cada SNP no modelo estimado. Esse teste de hipóteses tem como objetivo, além de verificar se a média do fenótipo dos indivíduos varia linearmente em função do genótipo do SNP, identificar quais marcadores genéticos são influentes. As hipóteses associadas ao teste são:

> H_0: $\beta_1 = 0$ (a média do fenótipo não varia linearmente em função do genótipo do SNP, ou seja, o efeito do SNP não é significativo) contra
>
> H_1: $\beta_1 \neq 0$ (a média do fenótipo varia linearmente em função do genótipo do SNP, ou seja, o efeito do SNP é significativo).

Para testar essas hipóteses, utilizamos a estatística teste $F = \frac{QMReg}{QMRes}$, em que $QMReg = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \overline{y})^2$ e $QMRes = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2}$, sendo $\hat{y}_i$ o valor do fenótipo do i-ésimo indivíduo predito e $\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$. Sob H_0, essa estatística segue uma distribuição F de Snedecor com 1 grau de liberdade no numerador e n–2 graus de liberdade no denominador.

Para rejeitarmos ou não a hipótese nula, utilizamos o valor-p definido como a probabilidade de obtermos um valor da estatística do teste igual ou mais desfavorável à hipótese nula (H_0) que o valor observado quando H_0 é verdadeira. Mais detalhes sobre esse teste de hipóteses são encontrados em Morettin e Bussab (2017).

Um SNP é considerado significativo, ou seja, ele afeta o fenótipo, quando $\beta_1 \neq 0$. Fixado um nível de significância α, rejeitamos H_0 se o valor-p é menor que α e não rejeitamos H_0, caso contrário.

Nesse estudo, cada teste de hipóteses é realizado para diferentes níveis de significância (α), são eles: 5% e 10%, ambos com e sem a correção de Bonferroni para múltiplos testes parciais. Essa correção tem como finalidade reduzir a probabilidade de concluir simultânea e erroneamente que muitos SNPs são significativos e, consequentemente, identificar muitos SNPs falso positivos. O método é executado do seguinte modo: para que o nível de significância na decisão global (considerando conjuntamente todos os testes realizados, um para cada SNP) seja α, o nível de significância de cada teste deve ser o resultado da divisão de α pelo número de testes realizados (Abdi, 2007). Quando muitos testes devem ser feitos, como nesse caso em que testamos o efeito de milhares de SNPs, o nível de significância de cada teste é tão pequeno que o seu poder também cai drasticamente e, assim, podemos não selecionar muitos SNPs verdadeiramente significativos.

2.2 LASSO

Com o propósito de identificar e selecionar os SNPs que influenciam o fenótipo de interesse, o LASSO (do inglês *least absolute shrinkage and selection operator*) também tem sido uma das metodologias mais utilizadas. Ele se trata de uma regressão linear múltipla que seleciona as variáveis preditoras utilizando uma restrição através da qual a soma do valor absoluto dos coeficientes da regressão seja menor que uma constante fixada. Desse modo, esse modelo permite analisar os SNPs conjuntamente para cada cromossomo.

Nesse modelo, o genótipo de cada SNP é tido como variável preditora e o fenótipo é considerado como variável resposta. Seja $Y = (Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ um traço quantitativo a ser observado em n indivíduos e $x_i = (x_{1i}, ..., x_{pi})$ o genótipo de p SNPs para o i-ésimo indivíduo. O fenótipo Y_i do i-ésimo indivíduo pode ser modelado pelo seguinte modelo de regressão múltipla:

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_{ki} + \epsilon_i, \qquad (2)$$

em que β_0 é o valor esperado do fenótipo quando o genótipo de todos os SNPs valem zero, β_k é o efeito aditivo do k-ésimo SNP no valor esperado do fenótipo, x_{ki} é o genótipo do k-ésimo SNP do i-ésimo indivíduo codificado como −1,0 ou 1 para *aa*, *Aa* ou *AA*, respectivamente, $k = 1, ..., p$ e $i = 1, ..., n$, ε_i é o erro aleatório do i-ésimo indivíduo e ε_i e $\varepsilon_{i'}$ são supostamente independentes para $i \neq i'$.

O LASSO é um método que seleciona as variáveis preditoras mais influentes através da adição de uma restrição na fórmula dos mínimos quadrados. Essa restrição é da forma: $\sum_{k=1}^{p} |\beta_k| \leq c$, em que $c = c(\lambda)$. Assim, por conta dessa limitação, temos que algumas das estimativas desses coeficientes (β_ks) serão aproximadamente 0. Desse modo, SNPs associados a um coeficiente com estimativa diferente de zero são selecionados como relevantes e SNPs com estimativa zero são descartados da análise.

Na sua forma lagrangiana, a metodologia LASSO busca

$$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}) = \arg \min_{\beta_0, \beta \in \mathbb{R}^p} \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \beta_0 - \sum_{k=1}^{p} \beta_k x_{ki} \right)^2 + \lambda \sum_{k=1}^{p} |\beta_k|, \tag{3}$$

em que $\lambda \geq 0$ é um parâmetro de regularização. Além disso, quanto maior o valor de λ, mais restrita é a limitação e, portanto, menor a quantidade de SNPs significativos. Consequentemente, menos complexo é o modelo. Ademais, se $\sum_{k=1}^{p} |\tilde{\beta}_k| \leq c(\lambda)$, em que $\tilde{\beta}_k$s são as estimativas do método de mínimos quadrados, então as estimativas dos coeficientes do LASSO também serão os $\tilde{\beta}_k$s, pois não haverá restrição para as estimativas dos parâmetros (Rodrigues, 2018).

De acordo com Rodrigues (2018) temos que, se $\lambda = 0$, então o estimador obtido pelo modelo LASSO é idêntico ao obtido pelo método de mínimos quadrados. Ainda, para cada valor de λ, obtemos diferentes valores de $\hat{\beta}$.

Desse modo, a fim de obtermos o melhor modelo, é necessário escolher um valor para λ que não assuma o valor 0 nem valores muito grandes, uma vez que, no primeiro caso, todas as covariáveis seriam selecionadas, e, no segundo caso, provavelmente não seriam selecionadas covariáveis e o modelo possuiria apenas o intercepto β_0 (Rodrigues, 2018). Assim, o valor de λ escolhido, para cada cromossomo, para compor o modelo é aquele que possui o menor erro de predição dentre todos os valores testados para o λ.

Esses valores do parâmetro de regularização foram definidos através da função "cv.glmnet" (do pacote "glmnet"do software R) que realiza a validação cruzada *k*-fold para obtê-los. Essa validação cruzada é um método no qual a amostra é dividida em *l* partes (subamostras) mutuamente exclusivas e aproximadamente de mesmo tamanho. O modelo é estimado com $l - 1$ partes e testado na única parte que não é utilizada para estimar o modelo. Para cada valor de λ, são propostos *l* modelos e, para cada um, é calculado o erro de predição (*EP*) como

$$EP = \sum_{i} \left(y_i - \hat{y}_i \right)^2, \tag{4}$$

em que y_i e $\hat{y}_i$ são, respectivamente, o valor observado e o valor predito, pelo modelo de regressão múltipla, do fenótipo dos indivíduos que fazem parte da subamostra não utilizada na estimação.

Esse procedimento é repetido *l* vezes, alterando, a cada vez, as $l - 1$ subamostras sobre as quais o modelo é estimado e, consequentemente, a subamostra na qual ele é testado. Portanto, para cada valor de λ, temos *l* erros de predição e calculamos a média desses *EP*s. O valor de *l* utilizado para análise foi 10, que é o valor padrão da função no R e o λ escolhido, para o específico cromossomo, é aquele que apresenta a menor média de *EP*. Para mais detalhes, ver Ióca e Zuanetti (2021).

2.3 SPLS

Outra metodologia que tem sido muito utilizada para identificar e selecionar SNPs que possuem efeito significativo para o fenótipo de interesse é o SPLS (do inglês *sparse partial least squares regression*). Assim como o LASSO, o SPLS se trata de uma regressão linear múltipla que realiza a seleção das variáveis através de uma restrição na soma do valor absoluto dos coeficientes.

Essa metodologia consiste na redução de dimensão dos dados através da inclusão de variáveis latentes (combinações lineares das variáveis originais) e seleção de quais dessas variáveis são relevantes no modelo. Logo, esse método realiza a colapsagem de SNPs que possuem alta correlação em variáveis ocultas e verifica quais delas são realmente significativas para explicar a variabilidade do fenótipo em questão, de modo a analisar conjuntamente os SNPs para cada cromossomo.

Seja $Y = (Y_1, Y_2, ..., Y_n)$ um traço quantitativo a ser observado em n indivíduos. Supondo que p SNPs são considerados, sendo $W_{p \times M}$ a matriz de carga fatorial (matriz com os coeficientes do genótipo de cada SNP em um cromossomo) de M vetores $(w_1, w_2, ..., w_M)$ de tamanho p e sendo $X_{n \times p}$ a matriz que, para um cromossomo, contém o genótipo dos SNPs do i-ésimo indivíduo, $i = 1,...,n$, codificados em $-1,0$ ou 1 para *aa*, *Aa* ou *AA*, respectivamente. Dessa maneira, XW contém, para cada indivíduo, grande parte das informações originais dos SNPs colapsadas em $M < min(n,p)$ combinações lineares de seus genótipos. Cada uma dessas M combinações lineares do genótipo dos SNPs são denominadas componentes latentes, cujos valores não são observados no conjunto de dados, mas preditos durante o processo de ajuste do modelo.

De maneira similar ao LASSO, o SPLS impõe uma restrição em cada w_m para que haja uma solução esparsa, ou seja, para que muitos SNPs sejam identificados como não significativos e poucos tenham cargas fatoriais diferente de zero dentro de cada componente latente. Logo, a solução para cada estimativa de w_m é dada por:

$$\hat{\boldsymbol{w}}_m = \max_{\boldsymbol{w}_m} \boldsymbol{w}_m^t \boldsymbol{Q} \boldsymbol{w}_m \qquad (5)$$

em que $Q = X^t Y Y^t X$ e sujeita a $w^t_m w_m = 1$ e $w^t_m S_{XX} \hat{w}_h = 0$, $h = 1,...,m-1$ e $m = 1,...,M-1$, em que S_{XX} representa a matriz de covariância amostral dos SNPs. Desse modo, a solução $\hat{w}_m$ traz como resultado uma regressão de mínimos quadrados parcial, em que diferentes componentes latentes explicam diferentes partes da variabilidade do fenótipo.

Apesar disso, uma solução esparsa não é alcançada e w_{mk} geralmente é diferente de zero para muitos SNPs. Chung e Keles (2010) propõe, então, uma formulação impondo uma penalização em um vetor de cargas substituto (*c*) e não no vetor de cargas fatoriais original (*w*), enquanto mantém *w* e *c* próximos um do outro. A formulação é:

$$\tilde{\boldsymbol{w}}_m, \tilde{\boldsymbol{c}}_m = \arg\min_{\boldsymbol{w}_m, \boldsymbol{c}_m} \left\{ -d\boldsymbol{w}_m^t \boldsymbol{Q} \boldsymbol{w}_m + (1-d)(\boldsymbol{c}_m - \boldsymbol{w}_m)^t \boldsymbol{Q} (\boldsymbol{c}_m - \boldsymbol{w}_m) + \lambda_1 \sum_{k=1}^{p} |c_{mk}| + \lambda_2 \sum_{k=1}^{p} c_{mk}^2 \right\}$$

para $0<d\leq\frac{1}{2}$, tal que $w^t_m w_m=1$ e $w^t_m SXX\hat{w}_h=0$ para $h=1,\ldots, m$; $m=1,\ldots, M-1$, e em que $Q=X^tYY^tX$.

Enquanto a penalidade λ_1 promove a esparsidade, a penalidade λ_2 evita que a matriz *Q* seja singular (não inversível). Para *Y* univariado, como neste estudo, e assumindo $\lambda_2 = \infty$, a solução não depende de *d* e resulta no limite

$$\tilde{\boldsymbol{w}}_m = \left(|\hat{\boldsymbol{w}}_m| - \eta \max_{1\leq k\leq p} |\hat{w}_{mk}| \right) \mathbb{I}_{(|\hat{\boldsymbol{w}}_m| \geq \eta \max_{1\leq k\leq p} |\hat{w}_{mk}|)} sign(\hat{\boldsymbol{w}}_m), \tag{6}$$

em que $0 \leq \eta \leq 1,\ldots,\lambda_1$ e $\hat{w}_m$ é a solução da regressão múltipla parcial encontrada na Equação (5) e $\tilde{w}_m$ é a solução parcial e esparsa da Equação (6), como mostra Feng et al. (2012).

Logo, para cada cromossomo são encontrados valores de *M* e η que minimizam o erro de predição (*EP*). Esses valores foram definidos via validação cruzada através da função “cv.spls”(do pacote “spls”do software R) de modo que a amostra foi dividida em l = 3 partes mutuamente exclusivas e aproximadamente de mesmo tamanho. O modelo é estimado com l – 1 partes e testado na única parte que não é utilizada para estimar o modelo. Para cada valor de *M* e η são ajustados l modelos e, para cada um, é calculado o erro de predição (*EP*) da seguinte maneira

$$EP = \sum_i \left(y_i - \hat{y}_i \right)^2,$$

em que y_i e $\hat{y}_i$ são, respectivamente, o valor observado e o valor predito, pelo modelo de regressão múltipla, do fenótipo dos indivíduos que fazem parte da subamostra não utilizada na estimação.

Esse procedimento é repetido l vezes, alterando, em cada momento, as l–1 subamostras em que o modelo é estimado e, consequentemente, a subamostra na qual ele é testado. Portanto, para cada valor de *M* e η, temos l erros de predição e calculamos a média desses *EP*s. Os valores de *M* e η escolhidos, para o específico cromossomo, são aqueles que apresentam a menor média de *EP*. Os SNPs relevantes são os que apresentam cargas fatoriais diferentes de zero nos *M* componentes latentes que explicam a variabilidade do fenótipo. Para mais detalhes, ver Feng et al. (2012).

2.4 Medidas de desempenho

A fim de medir e comparar o desempenho das diferentes metodologias testadas na seleção de SNPs influentes, adotamos duas métricas denominadas especificidade e sensibilidade (Lee et al., 2011).

A sensibilidade é calculada como a proporção de estimativas de β diferentes de 0 dentre os verdadeiros elementos β que são não nulos. Já a especificidade é a razão da quantidade de estimativas de β iguais a 0 dentre os verdadeiros elementos β que são nulos. De maneira mais direta, o numerador da especificidade pode ser calculado como a diferença entre a quantidade de SNPs que não são verdadeiramente significativos e a quantidade de SNPs que foram erroneamente identificados como significativos e o denominador dessa fração é a quantidade de SNPs que realmente não são significativos.

Uma seleção de variáveis ideal ocorre quando tanto a sensibilidade, quanto a especificidade são iguais a um. Todavia, geralmente há uma compensação entre essas medidas, ou seja, quando a especificidade tende a 1, a sensibilidade tende a 0, e vice-versa.

3 I ANALISANDO O GAW 17

O banco de dados utilizado nesse estudo é denominado *Genetic Analysis Workshop 17* (GAW 17) e é formado por dados simulados, a partir de características reais da população, de 697 indivíduos sem parentesco, sendo eles 327 homens e 370 mulheres.

Como base para a simulação de uma doença comum e complexa, de fenótipos quantitativos e dos fatores de risco (os marcadores SNPs) foram utilizados os dados reais contidos no *1000 Genomes Project,* que consideram variações genéticas de vários grupos de populações humanas, sendo eles: Europa, Leste Asiático, do sul da Asia,´ Africa Ocidental e de índios´ americanos.

Um fenótipo binário que indica presença ou não de uma doença e três fenótipos quantitativos contínuos: Q_1, Q_2 e Q_3 foram simulados. Para mais detalhes, ver Ióca e Zuanetti (2021) e Almasy et al. (2011).

Originalmente, o banco de dados nos fornecia as informações dos genótipos dos marcadores SNPs através de 16 possíveis pares de bases nitrogenadas, sendo eles: A/A, T/T, C/C, G/G, A/T, A/C, A/G, T/A, T/C, T/G, C/A, C/T, C/G, G/A, G/T, G/C. Todavia, a fim de possibilitarmos esse estudo, classificamos essas informações do seguinte modo:

- C/C ou G/G: homozigoto dominante codificado como 1;
- A/T, A/C, A/G, T/A, T/C, T/G, C/A, C/T, C/G, G/A, G/T, G/C: heterozigoto codificado como 0; e
- A/A ou T/T: homozigoto recessivo codificado como -1.

Nesse estudo, analisamos o fenótipo Q_1 que originalmente é impactado por 39

SNPs em 9 genes. Nosso objetivo é verificar o desempenho das metodologias estudadas em identificar e selecionar os 39 SNPs relevantes entre os 24487 SNPs disponíveis para análise. O boxplot do fenótipo estudado Q_1 está disponível na Figura 1.

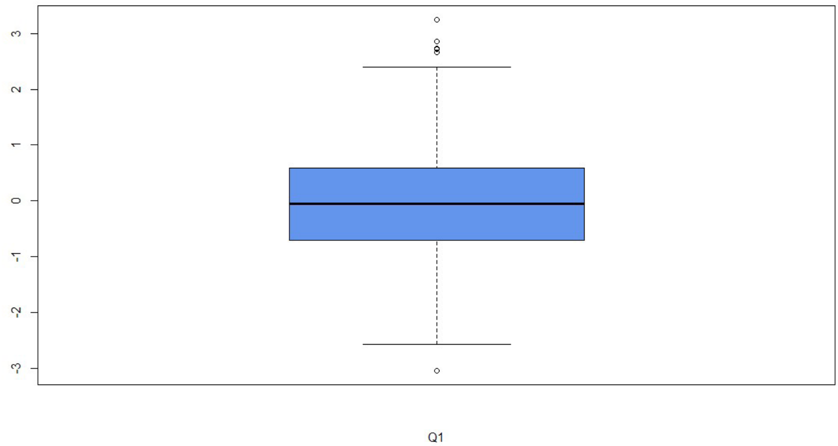


Figura 1: Boxplot do fenótipo Q_1.

Notamos, através da Figura 1 que o fenótipo Q_1 é uma variável contínua que assume valores no intervalo $(-3.0,3.5)$ e possui 5 outliers, sendo que 4 deles ultrapassam o limite superior e 1 ultrapassa o limite inferior. Além disso, Q_1 possui comportamento simétrico e 50% dos valores observados estão entre -1 e 1.

Ademais, de acordo com a simulação realizada, os cromossomos que possuem SNPs significativos são os cromossomos 1, 4, 5, 6, 13, 14 e 19. Esses SNPs que realmente influenciam o fenótipo Q_1 são listados a seguir de acordo com o cromossomo em que eles se encontram (de modo que a notação CaSb identifica o SNP b presente no cromossomo a):

- Cromossomo 1: C1S6533, C1S6537, C1S6540, C1S6542, C1S6561, C1S3181 e C1S3182;
- Cromossomo 4: C4S1861, C4S1873, C4S1874, C4S1877, C4S1878, C4S1879, C4S1884, C4S1887, C4S1889, C4S1890 e C4S4935;
- Cromossomo 5: C5S5133 e C5S5156;
- Cromossomo 6: C6S2981;
- Cromossomo 13: C13S320, C13S399, C13S431, C13S479, C13S505, C13S514, C13S522, C13S523, C13S524, C13S547 e C13S567;
- Cromossomo 14: C14S1718, C14S1729, C14S1734 e C14S1736; e
- Cromossomo 19: C19S4799, C19S4815 e C19S4831.

Vale ressaltar que apenas 7 entre os 39 SNPs verdadeiramente relevantes possuem genótipos diferentes em mais que 1% do total de indivíduos, ou seja, grande parte dos SNPs são variantes raras e dificilmente identificados por metodologias de seleção de variáveis tradicionais.

3.1 Resultados

Nessa seção aplicamos os três métodos discutidos para identificar e selecionar os SNPs relevantes no fenótipo simulado Q_1, disponível nos dados GAW17. Mostramos os resultados obtidos e comparamos as metodologias em termos de sensibilidade e especificidade na seleção dos SNPs.

3.2 Regressão linear simples

Na primeira metodologia, foram realizados testes de hipóteses para verificar a significância do coeficiente de regressão associado ao genótipo de cada SNP em um modelo de regressão linear simples. Consideramos os níveis de significância α de 0.10, 0.05 e suas correções de Bonferroni. Os resultados obtidos nesses testes para cada cromossomo autossômico e para cada α são expostos a seguir e comparados com os 39 SNPs que são realmente significativos para Q_1 de acordo com Almasy et al. (2011).

Utilizando o nível de significância de 10%, o modelo identificou que todos os cromossomos autossômicos possuem SNPs significativos, detectando, no total, 3575 SNPs como significativos. Além disso, dos 39 SNPs que realmente tem efeito significativo sobre Q_1, apenas 16 foram identificados pelo modelo. Desse modo, 3559 SNPs foram identificados incorretamente como significativos pela metodologia utilizada. Para o nível de significância de 10%, a sensibilidade (S) e a especificidade (E) valem, respectivamente:

$$S = \frac{16}{39} = 0.410 \ e \ E = \frac{20889}{24448} = 0.854.$$

Os valores acima possuem a seguinte interpretação: 41% dos SNPs que são realmente significativos são identificados pelo modelo e 85.4% dos SNPs que não possuem efeito importante sobre o fenótipo não são identificados pelo modelo.

Aplicando agora o nível de significância de 5%, o modelo identificou que todos os cromossomos autossômicos possuem SNPs significativos, em um total de 2177 SNPs relevantes. Comparando esse valor com a quantidade de SNPs identificados com α = 10%, observamos uma redução na quantidade de SNPs selecionados, uma vez que, quanto menor o α, mais restritiva é a condição para considerar a hipótese H_1 como sendo verdadeira, e, sendo assim, menor a quantidade de SNPs falsos positivos. Dos 39 SNPs significativos, apenas 15 são identificados pelo modelo, ou seja, há 24 SNPs que são significativos e não foram identificados.

A sensibilidade e a especificidade ao nível de significância de 5% valem, respectivamente:

$$S = \frac{15}{39} = 0.385 \ e \ E = \frac{22286}{24448} = 0.912.$$

Ao fazer uso do nível de significância de 10% com correção de Bonferroni, foi apontado que os cromossomos 1, 2, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 19, 20 e 22 possuem, ao todo, 42 SNPs que afetam o fenótipo Q_1. Entre os 42 SNPs selecionados, apenas 4 SNPs no cromossomo 13 foram corretamente identificados como significativos. São eles: C13S431, C13S522, C13S523 e C13S524. Os SNPs identificados como significativos pelo modelo foram: C1S1683, C1S11539, C2S2355, C7S1598 , C7S1632, C7S4110, C8S2899, C9S4121, C10S103, C12S703, C12S704, C12S706, C12S707, C12S708, C12S711, C12S718, C12S719, C12S792, C12S831, C12S971, C12S2028, C12S2798, C13S431, C13S522, C13S523, C13S524, C14S1137, C15S1580, C16S3109, C17S3017, C17S4607, C19S1163, C19S3512, C19S3829, C19S5085, C19S5879, C20S667, C22S116, C22S1507, C22S1508, C22S1540 e C22S1901.

Além disso, ao calcularmos a sensibilidade e a especificidade ao nível de significância de 10% com correção de Bonferroni, temos que essas são, respectivamente, iguais a 0.102 e 0.998. Portanto, 10.2% dos SNPs que são realmente importantes para Q_1 são identificados pelo modelo e 99.8% dos SNPs que de fato não têm efeito significativo sobre o fenótipo não são identificados pelo modelo de regressão linear simples.

Ao utilizar o nível de significância de 5% com correção de Bonferroni, os cromossomos 1, 2, 7, 8, 12, 13, 14, 15, 17, 19, 20 e 22 foram caracterizados como detentores de SNPs significativos, possuindo, ao todo, 27 SNPs significativos. Entre os 27 SNPs selecionados, apenas 2 SNPs no cromossomo 13 foram corretamente identificados como significativos, são eles: C13S522 e C13S523. A seguir estão listados quais SNPs o modelo identificou como significativos: C1S11539, C2S2355, C7S1598, C7S4110, C8S2899, C12S704, C12S707, C12S711, C12S719, C12S831, C12S971, C12S2028, C12S2798, C13S522, C13S523, C14S1137, C15S1580, C17S3017, C17S4607, C19S3512, C19S3829, C19S5085, C19S5879, C20S667, C22S1507, C22S1508 e C22S1901.

Ao calcular a sensibilidade e especificidade ao nível de significância de 5% corrigido por Bonferroni, a fim de comparar qual seria o melhor nível de significância para o modelo de regressão linear simples, temos que a proporção de estimativas de β diferentes de 0 dentre os SNPs que são realmente significativos e a proporção de estimativas de β iguais a zero dentre os SNPs que na realidade não são significativos são, respectivamente: 0.051 e 0.999.

Vale destacar que os 4 SNPs verdadeiro positivos identificados praticamente em todos os níveis de significância são os SNPs que simultaneamente apresentam *MAF* (frequência do menor alelo) maior que 1% e coeficientes de regressão maior que 0.60 na simulação do Q_1. Enquanto que SNPs com baixíssima frequência do alelo menor (maior parte dos SNPs realmente influentes) ou SNPs com efeito mais baixo no fenótipo não foram selecionados por essas metodologias. SNPs com coeficientes maiores que 1 na simulação, tais como: C4S4935, C6S2981, C4S1889, e C4S1877, mas com *MAF* < 0.2% não foram identificados por essa metodologia.

Apesar de ser falso positivo, o SNP que foi identificado no cromossomo 14 pelos 4 níveis de significância está próximo a 4 SNPs relevantes, assim como os 4 SNPs identificados no cromossomo 19 estão próximos a 3 SNPs influentes.

3.3 LASSO

Os resultados obtidos através do LASSO para cada cromossomo são apresentados a seguir e comparados com os SNPs que realmente influenciam Q_1 segundo Almasy et al. (2011). A sensibilidade e especificidade atingidas por esse método também são expostas a seguir.

O modelo identificou que todos os cromossomos possuem SNPs significativos, detectando, ao todo, 799 SNPs como significativos. Ademais, dos 39 SNPs que são realmente significativos para Q_1, apenas 9 foram identificados pelo modelo, são eles: C4S1877, C4S1884, C4S1889, C6S2981, C13S320, C13S431, C13S522, C13S523 e C14S1734. Desse modo, 790 SNPs foram erroneamente identificados como relevantes pela metodologia utilizada. A sensibilidade (S) e a especificidade (E) valem, respectivamente:

$$S = \frac{9}{39} = 0.231 \ e \ E = \frac{23658}{24448} = 0.968 . \quad (7)$$

Os valores observados acima possuem a seguinte interpretação: 23.1% dos SNPs que são realmente significativos são identificados pelo modelo e 96.8% dos SNPs que não são relevantes para o fenótipo não foram identificados pelo modelo. Notamos que o LASSO identificou 3 SNPs verdadeiros do cromossomo 13 que também foram identificados pelo valor-p do teste de hipóteses do modelo de regressão simples e outros SNPs que, apesar de apresentarem *MAF* bem baixo, apresentam grande efeito sobre o fenótipo, tais como C6S2981 e C4S1889. Outros 4 SNPs com pequeno *MAF* e razoável efeito sobre o fenótipo também foram selecionados.

3.4 SPLS

Para conseguir determinar os valores ótimos de M e η para cada cromossomo usando a validação cruzada no SPLS, foi necessário excluir da base e não analisar SNPs que possuíam menos que 5 indivíduos com variação nos cromossomos 2, 4, 6, 7, 14, 16, 17, 19, 20, 21 e 22; 6 indivíduos com variação nos cromossomos 1, 3, 5, 9, 10, 11, 13 e 18; 7 indivíduos com variação nos cromossomos 12 e 15; e 8 indivíduos com variação no cromossomo 8. Essa remoção foi necessária pois, ao dividir a base original em subamostras, esses SNPs muito raros não apresentavam variabilidade em alguma ou algumas das subamostras e o algoritmo não funcionava. Ademais, na validação cruzada o valor de M variava de 1 a 20, porém para todos os cromossomos foi selecionado M igual a 1 como o valor ótimo de componentes latentes.

A seguir, estão listados por cromossomo a quantidade de SNPs que o cromossomo possuía, a quantia que foi filtrada (devido a quantidade mínima de variações necessária) e o número de SNPs que foram identificados como significativos, respectivamente: Cromossomo 1: 2237, 738, 252; cromossomo 2: 1599, 595, 7; cromossomo 3: 1211, 349, 1; cromossomo 4: 944, 304, 8; cromossomo 5: 1074, 361, 47; cromossomo 6: 1425, 550, 45; cromossomo 7: 1063, 417, 4; cromossomo 8: 982, 333, 17; cromossomo 9: 1166, 517, 34; cromossomo 10: 1396, 549, 423; cromossomo 11: 2102, 959, 3; cromossomo 12: 1435, 526, 102; cromossomo 13: 425, 135, 2; cromossomo 14: 795, 262, 1; cromossomo 15: 933, 268, 1; cromossomo 16: 844, 308, 14; cromossomo 17: 1223, 470, 2; cromossomo 18: 634, 204, 4; cromossomo 19: 1649, 792, 164; cromossomo 20: 591, 239, 1; cromossomo 21: 251, 86, 21 e cromossomo 22: 508, 175, 10.

Vale destacar que, apesar de excluirmos apenas SNPs muito raros, 9137 (37.3% do total) não foram considerados por essa metodologia.

O modelo identificou que todos os cromossomos possuem SNPs significativos e, apesar de descartar uma quantidade grande de SNPs raros, detectou, ao todo, 1163 SNPs como significativos. Dos 39 SNPs que realmente possuem efeito sobre o fenótipo Q_1, apenas 4 foram identificados pelo modelo, são eles: C1S6533, C4S1884, C13S522 e C13S523, sendo que os dois SNPs do cromossomo 13 também foram identificados pelas duas metodologias anteriores. Logo, 1159 SNPs foram incorretamente identificados como significativos pela metodologia implementada. A sensibilidade (S) e a especificidade (E) valem, respectivamente:

$$S = \frac{4}{39} = 0.102 \; e \; E = \frac{23289}{24448} = 0.952 \quad (8)$$

Assim, 10.2% dos SNPs que são realmente significativos são identificados pelo modelo e 95.2% dos SNPs que não são relevantes para o fenótipo não foram identificados pelo modelo.

Vale destacar que o SPLS apenas identificou os SNPs verdadeiro positivos que apresentam *MAF* > 1% e moderado efeito sobre o fenótipo e selecionou uma grande quantidade de falso positivos, mesmo que quase 40% dos SNPs não tenham sido analisados.

3.5 Comparações dos resultados obtidos pelos métodos empregados

Com o propósito de verificar o desempenho das metodologias para selecionar os SNPs que influenciam o fenótipo Q_1, comparamos o número de SNPs identificados como significativos e os valores de sensibilidade e especificidade, todos advindos de cada um dos métodos estudados anteriormente. Os valores são mostrados na Tabela 1.

	Regressão Linear Simples				LASSO	SPLS
	α = 10%	α = 5%	α_{BF}= 10%	α_{BF}= 5%		
sensibilidade	0.410	0.385	0.102	0.051	0.231	0.102
especificidade	0.854	0.912	0.998	0.999	0.968	0.952
n° de SNPs identificados como significativos	3575	2177	42	27	799	1163

Tabela 1: Valores de sensibilidade, especificidade e número de SNPs identificados como significativos de cada um dos métodos estudados. Aqui α_{BF}= 10% representa o nível de significância de 10% corrigido por Bonferroni.

Através da Tabela 1, notamos que a regressão linear simples com nível de significância de 5% corrigido por Bonferroni possui a melhor especificidade dentre os métodos comparados, pois seu valor é praticamente 1. Em contrapartida, a sua sensibilidade é baixa, indicando que esse modelo não considera como significativo grande parte dos SNPs que realmente influenciam o fenótipo. Notamos ainda que a regressão linear simples com nível de significância de 10% é a metodologia que possui maior sensibilidade dentre as utilizadas, embora seu valor para a especificidade seja o mais baixo de todos e isso se deve à grande quantidade de SNPs falso positivos.

Ao analisarmos os SNPs que são realmente significativos para o fenótipo Q_1, percebemos que os SNPs C13S522 e C13S523 foram identificados por todos os métodos utilizados e o SNP C4S1884 foi identificado pelo LASSO, pela regressão linear simples aos níveis de significância de 5 e 10% e pelo SPLS. Por sua vez, o SNP C1S6533 foi identificado como significativo pelo SPLS e pela regressão linear simples com α de 5% e de 10%. A identificação desses SNPs por mais de um método pode ocorrer devido à maior variação dos seus genótipos na base de dados ou devido ao elevado valor do efeito desses marcadores, os quais valem, respectivamente, 0.623466, 0.653351, 0.318125 e 0.589734, de modo que se distanciam de zero (caso em que o SNP não é considerado relevante para o fenótipo em questão).

Comparado com o SPLS e com a regressão a nível 5%, 10%, 10% Bonferroni e 5% Bonferroni, o LASSO é o método que apresenta simultaneamente bons valores de sensibilidade e especificidade, além de ter identificado (mesmo sem aumentar consideravelmente o número de falso positivos) SNPs influentes com baixo *MAF*. O SPLS, por sua vez, apresentou o pior desempenho no geral, com baixa sensibilidade e alto número de SNPs falso positivos, mesmo não considerando quase 40% dos SNPs.

A escolha entre utilizar LASSO ou regressão a um nível 5% para esse conjunto de dados ou conjuntos que tenham características parecidas depende de quão tolerante está o pesquisador em aumentar o número de SNPs falso positivos para identificar mais SNPs verdadeiro positivos.

4 I CONCLUSÃO E DISCUSSÃO

Nesse trabalho, estudamos, aplicamos e avaliamos o desempenho de três diferentes metodologias para identificação de SNPs relevantes no fenótipo Q_1 dos dados GAW17.

Ao analisarmos os desempenhos das metodologias SPLS, LASSO e regressão linear simples ao nível de significância de 5% e 10%, ambos com e sem a correção de Bonferroni, todas utilizadas para selecionar os SNPs que influenciam o fenótipo de interesse, notamos que o LASSO além de apresentar um equilíbrio entre a sensibilidade e a especificidade, ou seja, identifica relativamente bem os SNPs que realmente possuem efeito sobre Q_1 e não identifica aqueles que não são significativos, também identifica SNPs que afetam Q_1 e que são muito raros (possuem $MAF < 1\%$), são eles: C13S320, C4S1877, C4S1889 e C6S2981.

Os níveis de significância 5% e 10% corrigido por Bonferroni do teste de hipóteses em um modelo de regressão linear simples também apresentaram performance razoável. O SPLS, apesar de reduzir dimensão e selecionar variáveis simultaneamente, teve o pior desempenho no geral, além de não conseguir analisar SNPs muitos raros.

Esse trabalho foi parcialmente financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) através da Bolsa PIBIC.

REFERÊNCIAS

Abdi, H. (2007), 'Bonferroni and Šidák corrections for multiple comparisons', *Encyclopedia of Measurement and Statistics* **3**, 103–107. 4

Almasy, L., Dyer, T. D., Peralta, J. M., Kent, J. W., Charlesworth, J. C., Curran, J. E. e Blangero, J. (2011), Genetic Analysis Workshop 17 mini-exome simulation, *in* 'BMC Proceedings', Vol. 5, BioMed Central, p. S2. 2, 8, 10, 11

Breiman, L. (2001), 'Random forests', *Machine Learning* **45**(1), 5–32. 2

Chun, H. e Kele¸s, S. (2010), 'Sparse partial least squares regression for simultaneous dimension reduction and variable selection', *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)* **72**(1), 3–25.

Chung, D. e Keles, S. (2010), 'Sparse partial least squares classification for high dimensional data', *Statistical Applications in Genetics and Molecular Biology* **9**(1). 6

Feng, Z. Z., Yang, X., Subedi, S. e McNicholas, P. D. (2012), 'The lasso and sparse least squares regression methods for SNP selection in predicting quantitative traits', *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics (TCBB)* **9**(2), 629–636. 2, 7

Goldberg, D. E. (1989), 'Genetic algorithm in search optimization and machine learning', *Addison Wesley* . 2

Ióca, M. P. e Zuanetti, D. A. (2021), 'Selection of SNP markers: Analyzing GAW17 data using different methodologies', *Brazilian Journal of Biometrics* **39**(1), 71–88. 5, 8

Lee, D., Lee, W., Lee, Y. e Pawitan, Y. (2011), ‘Sparse partial least-squares regression and its applications to high-throughput data analysis’, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* **109**(1), 1–8. 2, 7

Morettin, P. A. e Bussab, W. O. (2017), *Estatística básica*, Saraiva Educação SA. 3

Oliveira, F. C. (2015), ‘Um método para seleção de atributos em dados genômicos’, *Tese de Doutorado. Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional da Universidade Federal de Juiz de Fora* . 2

Park, T. e Casella, G. (2008), ‘The Bayesian lasso’, *Journal of the American Statistical Association* **103**(482), 681–686. 2

Rodrigues, K. A. S. (2018), Lasso clássico e bayesiano, Technical report, IME-USP. 5

Tibshirani, R. (1996), ‘Regression shrinkage and selection via the lasso’, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)* **58**(1), 267–288.

Yazdani, A. (2014), ‘Statistical approaches in genome-wide association studies’, *Tese de*

Doutorado. Dipartimento di Scienze Statistiche - Scuola de Dottorato di Ricerca in Scienze Statistiche . 2

ANIELE DOMINGAS PIMENTEL SILVA - Possui graduação em Licenciatura Plena em Matemática e especialização em Educação Matemática pela Universidade Federal do Pará - UFPA. Mestre em Educação pela Universidade Federal do Oeste do Pará - UFOPA, na linha de pesquisa “Práticas Educativas, Linguagens e Tecnologias”, com ênfase em Modelagem Matemática e Tecnologias, atualmente é doutoranda pelo Programa de Pós-Graduação em Educação na Amazônia PGEDA/EDUCANORTE (2022) da Universidade Federal do Oeste do Pará – UFOPA, atuando na linha de pesquisa “Educação na Amazônia: formação do educador, práxis pedagógica e currículo”. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática e Interdisciplinaridade na Amazônia - GEPEIMAZ. Tem experiência como professora de matemática na educação básica pela Secretaria Municipal de Educação de Santarém-PA, professora colaboradora na UFOPA no programa PARFOR nos cursos de Licenciatura integrada em Matemática e Física e professora substituta no Instituto Federal do Amapá – IFAP em turmas do ensino médio integrado e de ensino superior.

ÍNDICE REMISSIVO

L

M

O

P

R

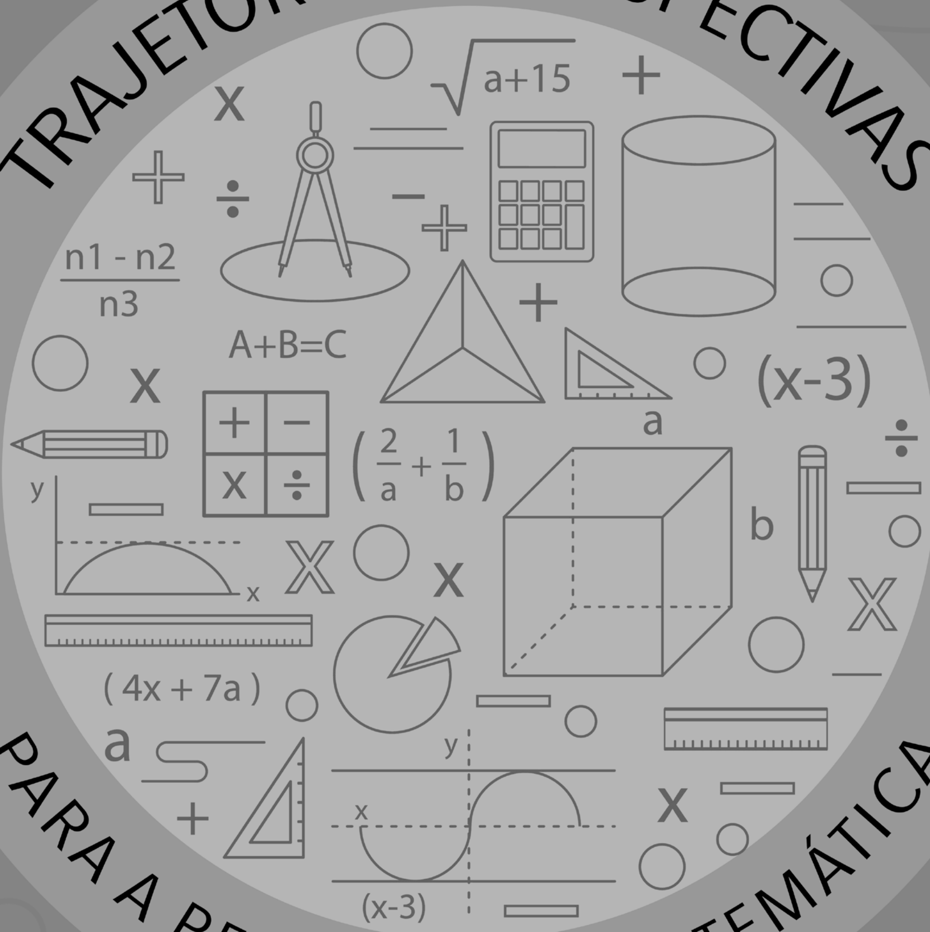
S

T

V

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

TRAJETÓRIAS E PERSPECTIVAS PARA A PESQUISA EM MATEMÁTICA



2

Atena Editora
Ano 2023

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

TRAJETÓRIAS E PERSPECTIVAS PARA A PESQUISA EM MATEMÁTICA

2

Atena Editora
Ano 2023