Atena
Editora
Ano 2022

Reflexões sobre a EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

VERA LUCIA ANTONIO AZEVEDO
ERIKO MATSUI YAMAMOTO
(ORGANIZADORES)

Atena Editora
Ano 2022

Reflexões sobre a EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

VERA LUCIA ANTONIO AZEVEDO
ERIKO MATSUI YAMAMOTO
(ORGANIZADORES)

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Bruno Oliveira
Camila Alves de Cremo
Daphynny Pamplona
Luiza Alves Batista
Natália Sandrini de Azevedo
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

Reflexões sobre a educação matemática

Diagramação: Natália Sandrini de Azevedo
Correção: Mariane Aparecida Freitas
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizadores: Vera Lucia Antonio Azevedo
Eriko Matsui Yamamoto

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

R332 Reflexões sobre a educação matemática / Organizadores Vera Lucia Antonio Azevedo, Eriko Matsui Yamamoto. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-0530-6
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.306220109

1. Matemática - Estudo e ensino. I. Azevedo, Vera Lucia Antonio. II. Yamamoto, Eriko Matsui. III. Título.

CDD 510.7

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Atena Editora
Ano 2022

Comissão Organizadora do Livro

Vera Lucia Antonio Azevedo

Eriko Matsui Yamamoto

Gabriel Henrique de Oliveira

Comissão Científica do Livro

Ana Lúcia de Souza Lopes

Eriko Matsui Yamamoto

Gabriel Henrique de Oliveira

Marili Moreira da Silva Vieira

Raul Moraes Silva

Vera Lucia Antonio Azevedo

Equipe do Laboratório de Matemática da UPM

Vera Lucia Antonio Azevedo

Ariovaldo José de Almeida

Eriko Matsui Yamamoto

Gabriel Henrique de Oliveira

Vitor Rafael Cavalcanti Máximo

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce,* ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

PREFÁCIO

É com muita alegria e satisfação que temos o privilégio de realizar um pequeno prefácio dessa obra de grande relevância para todos àqueles que militam na causa da educação, mais especificamente na educação matemática, resultado do trabalho sério e competente de alunos, professores e pesquisadores das mais variadas áreas de todo o Brasil, porém que tem como cerne de suas reflexões a Educação Matemática.

A formação de professores para atuar na Educação Básica não é uma tarefa fácil, e, nesse sentido, destacamos a importância dessa obra, pois ao tratar a temática da Educação Matemática, por meio dos mais variados prismas, permite ao leitor encontrar um subsídio excepcional para refletir sobre o papel docente nesta área tão fundamental para o país.

Sabemos os problemas que a carreira docente passa nestes últimos anos, porém sabemos também da importância da educação e do papel do professor em uma sociedade cada vez mais desenvolvida e carente de bons profissionais nesta área. Em outubro de 2008, a Organização Internacional do Trabalho (OIT) e a Organização das Nações Unidas para a Educação, Ciência e Cultura (UNESCO), em pronunciamento conjunto por ocasião do Dia Internacional do Professor, revelaram preocupação com a valorização do magistério e com a falta de interesse dos jovens por essa profissão. Tem sido divulgada não só a queda na demanda pelas licenciaturas e no número de formandos, mas também a mudança de perfil do público que busca a docência. O que faremos e o que está começando aqui é buscar alternativas para tornar a carreira de professor mais atrativa (GATTI *et al*, 2008; GATTI E BARRETTO, 2009). Já se passaram anos desde que as organizações internacionais demonstraram essa preocupação, e, no entanto, as situações educacionais ainda parecem inalteradas. É por isso que essa obra é de extrema relevância, pois ao abordar, por meio de inúmeros artigos a Reflexão Matemática, induz o público leitor a pensar sobre sua importância e com isso atrair jovens para a formação de professores, melhorando a educação.

O problema da atratividade da carreira não é um fenômeno nacional. Até mesmo os países que não registram problemas de escassez de docentes manifestam preocupação em atrair bons profissionais. A Finlândia, por exemplo, país que se destaca pelos excelentes resultados no sistema educativo e pela valorização da profissão docente pela sociedade, tem se preocupado em tornar a carreira docente mais atrativa. Diante desse cenário em que a docência vem deixando de ser uma opção profissional procurada pelos jovens, é necessário considerar o problema e discutir que fatores interferem nesse posicionamento e porque tem decrescido a demanda pelas carreiras docentes, especialmente na educação básica. A questão é importante porque o desenvolvimento social e econômico depende da qualidade da escolarização básica, ainda mais na emergência da chamada sociedade do conhecimento. Em outras palavras, esse desenvolvimento depende, portanto, dos professores no seu trabalho com as crianças e jovens nas escolas.

Neste sentido, as contribuições dessa obra para a reflexão educacional são extraordinárias na medida em que traz um aporte indispensável para a compreensão da importância da Matemática no nosso cotidiano. Ao apresentar artigos de forma multidisciplinar, porém todos convergindo com a Educação Matemática, evidencia sua atualidade e sua necessidade para a sociedade. São dezenas de artigos reunidos e uma grande quantidade de pesquisadores que nos brindam com temas que vão desde a matemática computacional, passando pela alfabetização matemática, pelas resoluções de problemas, pela matemática financeira, também pelas metodologias ativas, além da formação docente em matemática e refletindo sobre temas atualíssimos como os jogos digitais e a educação matemática remota, resultado do período pandêmico em que vivemos.

Por isso, esta obra intitulada **REFLEXÕES SOBRE A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA** chega em boa hora e nos traz um grande alento, por meio de relatos de experiências permeados por uma enorme esperança que evidencia ainda mais a importância imprescindível da multiplicidade dos saberes teóricos e práticos envolvidos na atuação docente na área de matemática, sobretudo em mundo caracterizado pela contínua globalização cultural e econômica. Com efeito, este livro renova nossas motivações para propor, desenvolver e concretizar propostas referentes à formação de professores mais significativas e, assim, mais próximas da realidade brasileira.

Cabe ressaltar que publicações como esta têm como missão, além de divulgar os resultados das pesquisas desenvolvidas nas Universidades, fomentar a criação de uma consciência crítica. Saber interpretar o mundo em que vivemos é de suma importância para que ideologias preconceituosas não sejam eternizadas na sociedade como verdades absolutas e, principalmente, para que saibamos nos reinventar em tempos de grandes dificuldades.

É por isso que a Universidade Presbiteriana Mackenzie (UPM), e a sociedade como um todo se sente feliz e honrada com esta publicação. Que a leitura atenta dos textos seja não apenas proveitosa academicamente, mas que também sirva de paradigma para iniciativas similares a serem promovidas por profissionais de outros campos que estejam comprometidos com a formação de educadores.

Boa leitura!

Prof. Dr. Marcelo Martins Bueno
Diretor do Centro de Educação, Filosofia e Teologia
Da Universidade Presbiteriana Mackenzie
Professor Titular do PPGEAHC – UPM

APRESENTAÇÃO

Este livro é o resultado do trabalho realizado no II Seminário Internacional de Matemática: *Reflexões sobre a Educação Matemática*, por ocasião da celebração de 75 anos de criação do Curso de Matemática da Universidade Presbiteriana Mackenzie, que aconteceu nos dias 27 e 28 de setembro de 2021.

Tivemos as comissões de pareceristas, científicas e acadêmicas. Todos os autores trabalharam em torno do tema proposto: *Reflexões sobre a Educação Matemática*. O nome desse livro já revela a concepção de suas múltiplas faces.

Acreditamos que temos neste livro, uma multiplicidade de olhares para a educação matemática, o que apresenta riqueza quanto à propriedade do tema, sendo o posicionamento de cada artigo a responsabilidade dos respectivos autores.

Desejamos uma excelente leitura!

Vera Lucia Antonio Azevedo

Eriko Matsui Yamamoto

SUMÁRIO

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

OPORTUNIDADES E DESAFIOS PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL

José Manuel dos Santos dos Santos
Escola Superior do Porto - Portugal

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - Brasil

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

Este capítulo, resultado de pesquisas dos autores e procura ressaltar oportunidades e desafios para a educação matemática no contexto do desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC). Esse pensamento se configura como uma estratégia para aprofundar as capacidades matemáticas dos indivíduos e um instrumento que pode proporcionar aos eles um papel mais interventivo na sociedade atual.

O termo Pensamento Computacional traz uma nova abordagem na área da ciência cognitiva, com a premissa de que a inserção de seus conceitos e práticas na educação básica podem desenvolver uma habilidade de abstração diferente, que ajude as crianças na resolução de problemas em todas as áreas da vida.

O contexto PC foi primeiramente abordado por Wing (2006) para tratar da Ciência da Computação e de suas aplicações. Segundo a autora, o PC envolve desde a estruturação do raciocínio, até o comportamento humano para a ação de resolução de problema, podendo ser observado nos processos de leitura, escrita e matemática como parte integrante da habilidade analítica das crianças desde a idade infantil (WING, 2006). Ainda de acordo com a autora, é preciso acrescentar o pensamento computacional à capacidade analítica de cada criança por meio da leitura, escrita e aritmética

> Fala-se em ensinar o pensamento computacional para os alunos, e por que não fazer o mesmo com os professores? Ensiná-los como encontrar os processos envolvidos na formulação dos problemas reais e nas suas soluções (computacionais ou não), de maneira que possam ser realizadas por qualquer agente processador de informações, humano ou máquina (WING, 2010). Saber como usar os recursos computacionais disponibilizados pelas TIC também requer a competência do pensamento computacional. (PAZ, 2017, p.1660).

É importante ressaltar que alguns princípios teóricos, em especial sobre funções da educação nos dias de hoje, são considerados como um sistema de promoção de cultura e valores nos quais o desenvolvimento de uma memória histórica, a preparação do indivíduo para a vida adulta e a consciência cívica e democrática devem se fazer presente. Quando esses pressupostos foram escritos, muito pouco se sabia do que seria o contexto computacional dos nossos dias e especialmente depois da segunda década do Século XXI na qual cada vez mais é necessária uma adaptabilidade tecnológica das pessoas que depende muito de seu exercício cívico e seu próprio exercício democrático.

No entanto, os desafios de uma economia global e o rápido desenvolvimento da ciência sugerem investir no desenvolvimento de competências, do raciocínio, e da resolução de verdadeiros problemas apresentando novas exigências educativas como a aprendizagem ao longo da vida; competências com rápida adaptabilidade tecnológica; uma consciência global para a sustentabilidade. Algo que é preciso colocar em prática, não para alguns, mas para todos, focando-nos mais nos procedimentos, na aprendizagem e na capacidade dos indivíduos de aprender a aprender ao longo de sua vida.

Na história da matemática o desenvolvimento de tecnologia e de meios computacionais tem um papel de destaque ao longo de milénios, desde o primeiro ábaco (2700 a.C.) até ao Bombe de Alan Turing (1940), matemáticos destacados tiverem um papel de destaque na história do desenvolvimento de máquinas computacionais (Figura 1), continuando esta saga no panorama dos desenvolvimentos atuais da computação quântica e da inteligência artificial.

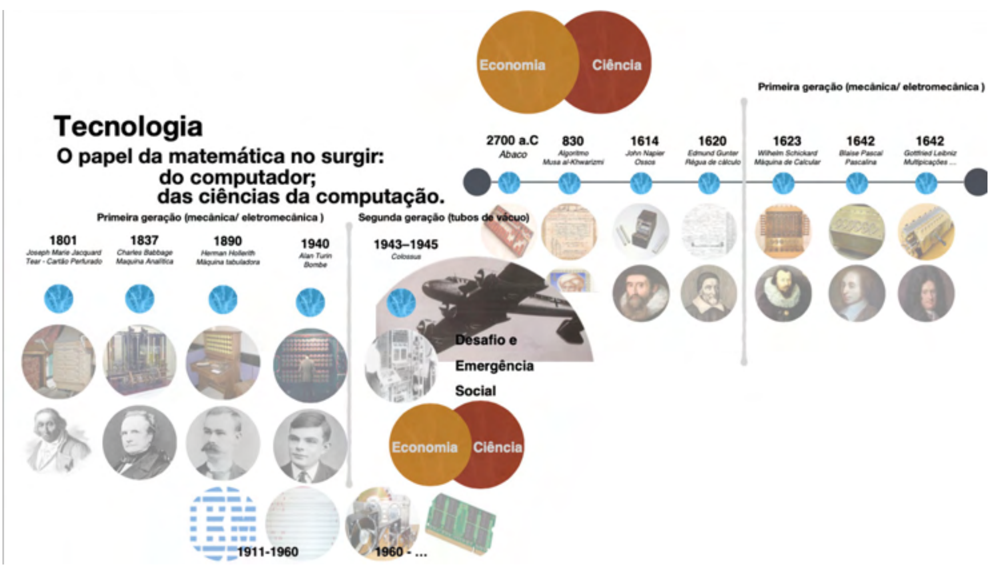


Figura 1- O Papel da Matemática no surgir da computação

Fonte: autores

O uso da tecnologia e de ferramentas computacionais não podem ser dissociado da aprendizagem e do ensino da matemática para todos. Os primeiros estudos revelaram a vantagem do uso dos computadores no ensino da matemática (FUNKHOUSER, 1993, MCCOY, 1996; ROCHOWICZ, 1996; COTTON, 2001), mas o paradigma do ensino assistido por computador na matemática parece evoluir para Educação Matemática com base na computação (WOLFRAM, 2020).

Mas a questão é: o que podemos fazer para a introdução do PC na matemática das nossas escolas numa perspetiva da educação? Como afirma Brown:

> A matemática é desejada pela sociedade. Este desejo de ter matemática é expresso como uma exigência de algo mais específico, como um conjunto de habilidades particulares, ou um currículo de uma determinada forma. [...] Em muitos contextos contemporâneos, a matemática passou a ser definida como um resultado final de um processo intelectual e não como o processo de lá chegar. Os currículos escolares sublinham agora as competências em vez de uma apreciação mais profunda, "o fazer" em vez de "o interpretar". (BROWN, 2021, p. 135)

A intervenção terá de ser em várias frentes, partindo das concepções dos professores, atendendo as especificidades da introdução do ensino da matemática com tecnologia, privilegiando o processo, o saber fazer, a colaboração e abordagens que valorizem os processos criativos associados ao desenvolvimento da matemática.

Neste contexto apresentaremos a seguir alguns dos pressupostos teóricos que julgamos essenciais, em nossa opinião, para trabalhar o PC como mais uma componente de uma Educação Matemática para todos.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

Consideramos o pensamento computacional na Educação Matemática como uma estratégia para aprofundar as capacidades matemáticas dos indivíduos e uma ferramenta para que eles tenham um papel mais interventivo na sociedade atual. Nesse pressuposto devemos pensar em quais teorias de aprendizagem atendem ao objetivo do tema no qual o pensamento computacional venha a promover uma Educação Matemática mais significativa. Na Figura 2 é apresentado um panorama de teorias da aprendizagem que podem sustentar a Educação Matemática.

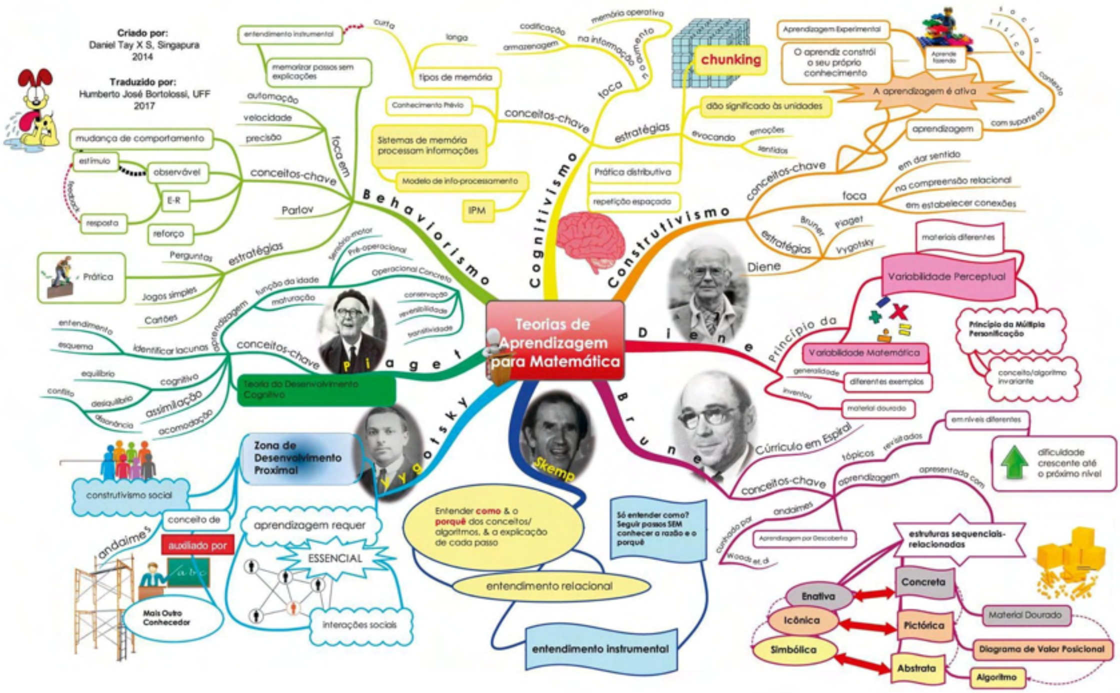


Figura 2 - Teorias da Aprendizagem para a Matemática

Fonte: Daniel Tay X. S. (2014). Tradução de Humberto Bortolossi (2017)

Cada uma dessas teorias tem uma filosofia de educação associada ao perenialismo, essencialismo, progressivismo, reconstrucionismo ou à teoria crítica que são derivados da base composta pelo idealismo, realismo, pragmatismo ou experimentalismo. Tais teorias influenciam nas escolhas de política do currículo e o que acontece na sala de aula fase ao posicionamento do professor (COHEN, 1999; ERNEST, 2006, 2010).

As filosofias de educação e as teorias de aprendizagem são modelos e devemos estar cientes de que os professores, na sua vida profissional, têm crenças e posicionamentos que em geral tocam partes de cada um destes modelos de modo muitas vezes inconsciente. Porém, no contexto atual, no qual o conhecimento e as competências dos indivíduos são cada vez mais exigentes, as teorias da aprendizagem mais ativas ganham destaque.

O caminho que se visualiza na diagonal ascendente da Figura 2, que parte do Construtivismo Social, de Lev Semënovich Vygotsky até o construtivismo mais radical, presente na atual cultura “Maker”, são as que seriam as mais desejadas a implementar no trabalho educativo. Estas teorias colocam o foco na importância de que o indivíduo consiga construir o conhecimento de tal forma que ao estar ancorado, ao mesmo tempo seja fácil a transferência do conhecimento e estabelecimento de conexões, não só dentro da matemática, mas com outras áreas de conhecimento, em especial nas áreas no contexto das ciências da computação.

A psicologia cognitiva atribui a Vygotsky o Construtivismo Social no qual a aprendizagem e o desenvolvimento humanos estão ligados às atividades colaborativas com propósito, mediadas por ferramentas e pelo ambiente social (VYGOTSKY, 1978). Os pressupostos que fundamentam a estrutura teórica de Vygotsky são: (i) o papel da cultura; (ii) aquisição de linguagem; e (iii) a zona de desenvolvimento proximal. A cultura fornece ao indivíduo as ferramentas cognitivas necessárias, cujas qualidades determinam a taxa e o padrão de desenvolvimento do indivíduo. A segunda premissa de Vygotsky (1978) diz respeito ao papel central da linguagem, que é o sistema de símbolos usado pelos alunos para construir significado. Na terceira premissa Vygotsky define o que ele chamou de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) cujo processo ao longo da vida depende da interação social e a aprendizagem social o que leva ao desenvolvimento cognitivo apresentando a noção de *scaffolding*, ou andaime, como facilitador do desempenho nas tarefas dentro da ZDP de um indivíduo. Quando os adultos e outros indivíduos ajudam as crianças a realizar uma tarefa difícil, geralmente fornecem um andaime - alguma forma de estrutura que apoia o indivíduo nos seus esforços. Os mediadores, nos nossos dias, não são apenas os seres humanos, professores, colegas ou pares, mas, também, a tecnologia que passa a ser mediadora da ação nesta zona de desenvolvimento proximal quando se trabalha com a aprendizagem na matemática ou em qualquer outra área de conhecimento.

Valsiner (1987) expandiu a noção de ZPD para incluir duas zonas adicionais de interação: a zona de livre movimento (ZFM) e a zona de promoção da ação (ZPA) e considerando os conceitos destas três zonas, no contexto da educação com tecnologia, são categorias de fatores que afetam a integração tecnológica por parte dos professores (GOOS et al., 2010). A tarefa dos professores assume assim um papel fulcral, como apregoado por Blanton, Westbrook e Carter (2005):

> Se um professor optar por permitir apenas um trabalho individual composto por exercícios repetitivos de "folha de cálculo", então ele está necessariamente excluindo a possibilidade de um ambiente aberto e baseado no questionamento ZFM/ZPA. Como resultado, todo o potencial de desenvolvimento do aluno dentro do ZPD provavelmente não será realizado porque ele não está exposto ao questionamento coletivo. Isto não implica que ambos os tipos de práticas não possam fornecer andaimes a um aluno, mas sugere que as formas idiossincráticas de saber e pensar sobre uma disciplina refletirão o ambiente em que se desenvolve e que o ambiente é necessariamente limitado pelas escolhas instrutivas dos professores. A implicação destas escolhas é que o ZPD não estaria totalmente contido dentro do ZFM, criando assim a canalização que Valsiner (1987) descreve. (BLANTON, WESTBROOK e CARTER; 2005; p.8)

Com base na teoria de Vygotsky (1978), e na teoria das zonas proposta por Valsiner, a sala de aula deveria ser organizada de modo a favorecer a colaboração e o trabalho em pequenos grupos. Para além do ambiente da sala de aula o *design* dos materiais para a promoção das aprendizagens deveriam ser estruturados de modo a promover e estimular a interação e colaboração dos alunos. A aprendizagem situada, simulações, instrução baseada em casos, aprendizagem baseada em projetos e resolução de problemas são algumas das estratégias que promoveriam a aplicação destas teorias.

As tecnologias, nomeadamente o uso da computação, são ferramentas culturais que os alunos podem usar para mediar e internalizar o aprendizado. Pacotes de *software* de multimídia integrados, a internet e uma grande variedade de ferramentas tecnológicas podem promover comunidades eletrônicas nas quais os alunos podem colaborar e desenvolver parcerias que facilitarão o trabalho e a aprendizagem. Pensar, também, nesse contexto, no meio da Inteligência Artificial (IA), até a questão da programação de tutores inteligentes, é algo que hoje tem de ser equacionado e não pode ser esquecido.

Alguns princípios teóricos, expostos a seguir, devem ser considerados no nosso entender na formação do professor. Do exposto anteriormente, desenvolver o pensamento computacional na Educação Matemática carece de um posicionamento perante as diferentes teorias de aprendizagem em Educação Matemática a, posicionamento que depende: da conceção epistemológica do professor sobre o conhecimento matemático (MK); e do papel da matemática de acordo com o quadro cultural, social e político que orienta a o ensino da matemática (SRIRAMAN e ENGLISH, 2005, p. 452), em geral vertido no currículo (MC). Considerando também que o conhecimento pedagógico do professor de matemática (MPK) é um conhecimento em construção, o professor na sua prática deve assumir-se como investigador. Os processos e resultados que o professor obtém são fortemente influenciados pela fenomenologia empírica inerente ao seu trabalho, sendo assim necessários para a discussão destes com os seus pares que podem ter concepções muito distintas, colocando um outro grande desafio, pois a

> A incomensurabilidade das perspetivas produz resultados por vezes incompatíveis e até contraditórios, o que não só impede a melhoria das práticas de ensino e aprendizagem, como pode até desacreditar um campo de investigação que pode parecer incapaz de discutir, contrastar e avaliar as suas próprias produções (AZARELLO, BOSCH, LENFANT e PREDIGER, 2008, p. 1619).

Se acrescentarmos a tecnologia ao trabalho em sala de aula do professor de matemática a sua ação move-se em áreas de tecnologia, pedagogia, (MPK) o conhecimento da disciplina e das ciências em geral (MK). Mishra e Koehler (2008) propõem o modelo TPACK que contém sete domínios específicos: Conhecimento do Conteúdo (CK); Conhecimento

Pedagógico (PK); Conhecimento Tecnológico (TK); Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK); Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK); Conhecimento Tecnológico Pedagógico (TPK); Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo (TPCK); e o conhecimento do contexto (XK), (ver Figura 3). Este modelo se apresenta como viável para a formação de professores, tendo influenciado fortemente a investigação no ensino da matemática com tecnologias (SCHMIDT et al., 2014; LYUBLINSKAYA e KAPLON-SCHILIS, 2022).

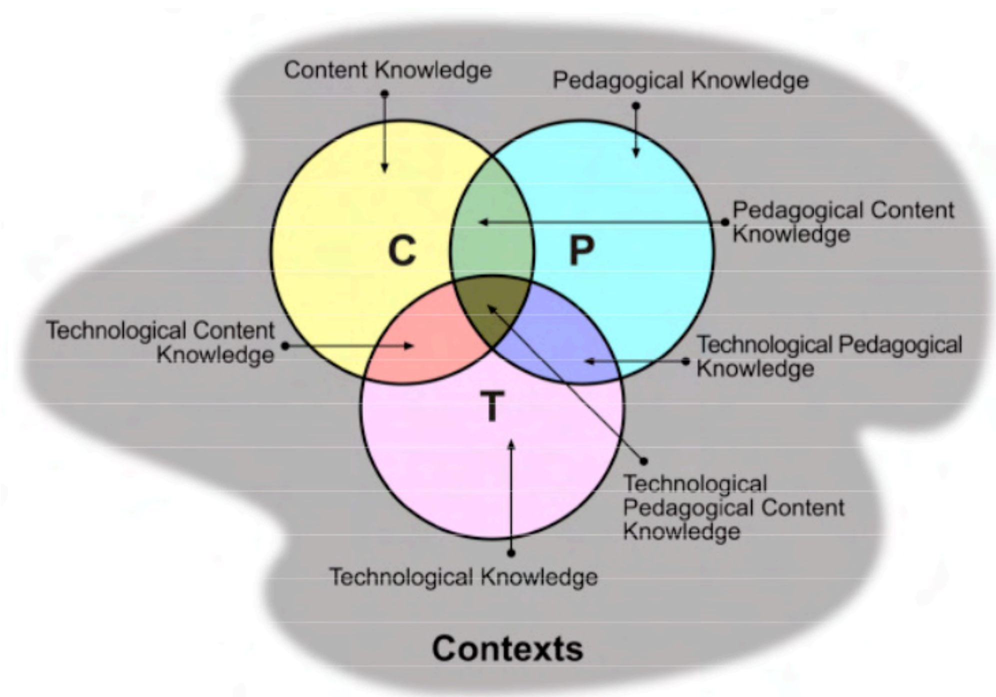


Figura 3- Modelo TPACK de acordo com Mishra e Koehler (2008)[1]

Fonte: Modelo TPACK de acordo com Mishra e Koehler (2008), representação em que o conhecimento do contexto (XK) é representada pela área à cinzento.

Deste modo, o professor trabalha em um quadro de complexidade, gerindo os seus níveis de conhecimento, matemático, curricular e pedagógico e aos quais se acresce o conhecimento tecnológico. Portanto, quando pensarmos em considerar o contexto do pensamento computacional em qualquer disciplina, este modelo torna-se necessário, o seu trabalho tem de permitir uma estratégia na intersecção de pelo menos três áreas nas quais deve mostrar proficiência apesar de não ser suficiente. Muitas das interpretações

1. Representação em que o conhecimento do contexto (XK) é representada pela área à cinzento.

deste modelo tendem a atribuir ao conhecimento do contexto um papel estático que, no nosso entender, ele não o é, tal como os autores o conceberam no modelo apresentado na Figura 3.

Se assumirmos o contexto no modelo do TPACK como estático, trabalhar o PC em matemática poderia restringir-se ao ensino de técnicas de algoritmia e programação para trabalhar conhecimento matemático. Contudo, no nosso entender, não é este o locus da introdução do PC na Educação Matemática. Pelo contrário, o PC como uma capacidade matemática a desenvolver, assume o desenvolvimento nos indivíduos de ferramentas de pensamento que os leve a ter um papel ativo na realidade tecnológica em que a sociedade está imersa, ou pelo menos conseguir uma consciência ética sobre esta realidade.

Assumir esse caráter dinâmico do contexto implica dar aos intervenientes no microambiente social da sala de aula, argumentos diversos inclusive os que advenham do uso da tecnologia. Neste sentido, o conceito de orquestração do trabalho em sala de aula é necessário, e para o qual Smith e Stein (2018) propõem um modelo de cinco práticas (ver Quadro 1), no qual os professores podem antecipar possíveis contribuições dos estudantes, preparando respostas para lhes apresentar, e tomar decisões acerca de como estruturar as apresentações dos alunos de modo a progredir em direção à sua agenda matemática para a aula.

<table>
<tr><td>Antes da aula</td><td colspan="2">Antecipar</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Durante a aula</td><td>Monitorizar</td><td rowspan="3">Antes da discussão coletiva</td></tr>
<tr><td>Selecionar</td></tr>
<tr><td>Sequenciar</td></tr>
<tr><td>Estabelecer conexões</td><td>Durante a discussão coletiva</td></tr>
</table>

Quadro 1- Princípios das cinco práticas

Quadro 1- Traduzido de Smith e Stein (2018)

O processo de antecipação exige o delinear uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) (SIMON, 1995). Isso exige que o professor equacione como o pensamento e a aprendizagem nos quais os alunos devem se envolver quando participam de certas atividades de ensino que, por sua vez, se relacionam com o objetivo de aprendizagem escolhido pelo professor, que deve incluir a análise de respostas possíveis ou diferentes cenários de resolução de problemas. A THA poderá ou não ser confirmada durante a aula, mas o mais importante são as ferramentas que ela dá ao professor para o que acontecerá na aula.

Por outro lado, para a validação do conhecimento em comum é imprescindível monitorar o processo adotado pelos estudantes, selecionando as respostas ou estratégias que utilizam e, finalmente, sequenciando-as de modo a orquestrar uma discussão coletiva do trabalho realizado. A validação do conhecimento construído na discussão coletiva depende da atenção que se dá ao estabelecimento de conexões internas ou externas ao conhecimento matemático.

No atual contexto social a validação do conhecimento é feita pelos estudantes pela perceção da sua aplicabilidade fora da matemática, considerando a realidade tecnológica em que os estudantes estão imersos. O uso de tecnologia na Educação Matemática passa a ser uma ferramenta para a validação de conhecimento, estimulando o desenvolvimento do Pensamento Matemático (PM) e permitindo o desenvolvimento de processos demonstração. O PC trabalhado na sala de aula torna-se, pois, um aliado ao desenvolvimento do PM promovendo situações que favoreçam o surgimento de conjeturas e a possibilidade da sua confirmação ou refutação em tempo útil para os estudantes.

Nossa perspetiva é caucionada pelas concepções filosóficas e epistemológicas que o professor assume perante as funções da educação e do conhecimento matemático na escola. Adotando uma perspetiva construtivísta da aprendizagem surge um outro papel para o professor em que ele assume o respeito por diferentes pontos de vista, mutuamente aceito pelos estudantes, e nos quais a relação pedagógica visa ser promotora de discussão e um veículo da validação do conhecimento. Se as concepções do professor são informadas pela teoria crítica em educação, o professor necessita de assumir "um espírito de pesquisa próprio de quem sabe e quer investigar e contribuir para o conhecimento sobre a educação" (ALARCÃO, 2001, p. 2), no qual ele assume também "exploração constante da prática e a sua permanente avaliação e reformulação", predispondo-se a "experimentar formas de trabalho que levem os (...) alunos a obter os resultados desejados" (PONTE, 2002, p. 2).

Esta abordagem exige uma mudança na sala de aula, Oers (2002) salienta que "nos últimos cinquenta anos a abordagem da Matemática na sala de aula mudou radicalmente, passando de um ensino caracterizado pela repetição e treino sistemáticos para uma abordagem mais significativa baseada na resolução de problemas" (OERS, 2002, p. 59), mas será esta a realidade geral do cotidiano das nossas aulas de matemática na educação básica?

3 I METODOLOGIA DA PESQUISA

A questão de como o professor organiza a sala de aula para o trabalho com matemática e em particular para desenvolver o Pensamento Computacional, é fundamental que tenha a capacidade em preparar discussões para utilizar com os seus alunos, antecipando as contribuições que eles possam dar, dando a oportunidade de que o próprio conhecimento que é trabalhado seja discutido entre os pares. Isso implica que haja uma capacidade de antecipação antes do momento de dinamizar as tarefas com os seus alunos e nessa antecipação verificar em como conseguir, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões em função de todo o trabalho que está a ser desenvolvido pelos alunos.

É evidente que mesmo esta questão que acontece durante a aula, só será bastante profícua, quando houver uma previsão do que poderá acontecer, ter um papel quase de prever cenários de tal forma que durante a discussão e orquestração em aula o professor possa estar preparado. Contudo, o professor tem de ter consciência que muitas questões poderão surgir, e precisarão ser discutidas e assumidas, entre todos os intervenientes, como verdadeiros problemas em aberto.

E, portanto, nesse sentido o professor, no contexto de trabalho com pedagogias mais ativas em que dará mais preponderância a um trabalho que pode ou não envolver meios computacionais. A chave é que o professor oriente o trabalho em sala de aula para ajudar os estudantes a desenvolverem um pensamento estruturado, usando representações que partam dos esquemas ou linguagens mais concretas e que de um modo gradual se transformam em representações mais abstratas. Todavia, atingir esta meta pode implicar que durante o processo seja necessário usar métodos matemáticos ou computacionais. A vantagem do uso de métodos computacionais é permitir que os processos delineados pelos estudantes na resolução das tarefas possam ser mais rapidamente confirmados ou refutados, concentrando-se os estudantes na resolução de problemas, agilizando-se os processos de cálculo com o uso da tecnologia. Portanto, o professor deve refletir a sua prática letiva como uma exploração constante e que carece de ser explorada, avaliada a reformulada de forma contínua.

E qual é a estratégia ou o modelo que pode ser ajustado para o trabalho de pensamento computacional no contexto da matemática? No nosso entendimento, a estratégia terá que assumir contemplar algo ligado à aprendizagem baseada em problemas – Problem Based Learning (PBL).

A própria definição do que é Pensamento Computacional na escolaridade básica é considerado como uma forma de implantar resolução de problemas na aula de matemática. Segundo Linda Torp e Sara Sage (2002), a aprendizagem baseada em problemas é focada na aprendizagem experiencial (*mind-on*, *hands-on*), organizada em torno da investigação e resolução de problemas do mundo real. Segundo estas autoras o PBL incorpora dois processos complementares de organização curricular e de estratégia educacional, os quais se caracterizam por: i) envolver os alunos como partes interessadas na resolução de um problema; ii) organizar o currículo em torno de um determinado problema holístico, permitindo que os alunos aprendam de forma relevante estabelecendo conexões; iii) criar um ambiente de aprendizagem no qual os professores modelam o pensamento do aluno e orientam sua investigação, facilitando acesso a níveis mais profundos de compreensão (Torp e Sage, 2002, p.15).

De fato, o PBL tem características muito específicas, porque se baseia em problemas e tende a envolver os alunos em uma perspetiva construtivista da aprendizagem, em torno de um problema, preferencialmente sentido como tal pelos estudantes. Esta abordagem segue um esquema muito próprio como se indica na Figura 4.

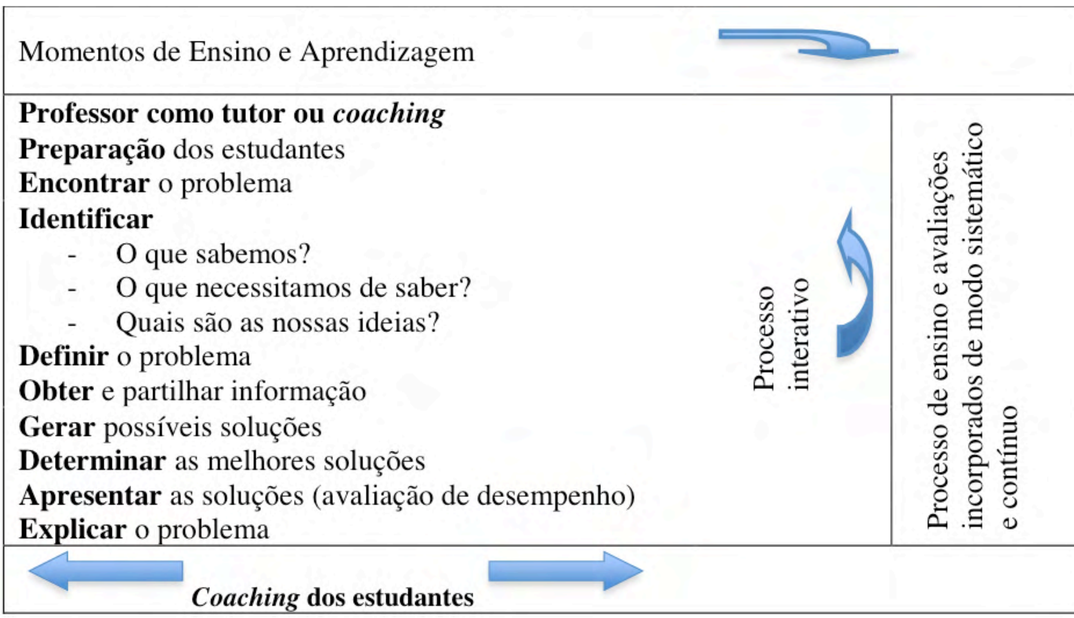


Figura 4 - Esquema para implementação de PBL

Fonte: Traduzido de Torp e Sage (1988, p.34)

PBL tem uma técnica própria e, portanto, como se referem Wilson e Cole (1996) carece de cinco fases para o seu desenvolvimento: a formulação do problema, o desenvolvimento de aprendizagem autônoma, a reexaminação do problema, a abstração e a reflexão. As três primeiras fases coincidem com a abordagem clássica da resolução de problemas, contudo as últimas duas, correspondem a efetivação da aplicação de estratégias ou da metodologia de PBL.

Na primeira fase, é necessário formular o problema o que implica que haja organização dos estudantes para que a aprendizagem ocorra de modo autônomo e em grupo, portanto, colaborativamente ou individualmente dependendo da situação. O problema convém ser reexaminado, pois como vamos ver, uma das características do pensamento computacional é o *debugging* ou depuração que são as fases de reexaminação do problema, como uma das fases do PBL e é algo que é inerente. Também a capacidade de abstrair depois de dado o problema é tentar encontrar aquilo que de fato é relevante para a sua compreensão e para a sua resolução.

Aplicando esta metodologia nas salas de aula podemos escolher meios computacionais, como por exemplo usar os recursos do GeoGebra, disponível até em dispositivos móveis em modo offline. Em situações em que exista o acesso à internet, os estudantes podem ter acesso a muitas outras ferramentas motivadoras para o desenvolvimento da aprendizagem matemática, que lhes permitem realizar cálculos mesmo sem dominar totalmente as técnicas envolvidas, trabalhando colaborativamente com o professor e com os colegas em grupo.

Não é difícil imaginar situações que passem por ter de encontrar a solução de sistemas de mais de três equações com outras tantas incógnitas, com o CAS do GeoGebra, ou com o uso, por exemplo, do Wolfram Alpha, os estudantes podem encontrar soluções e concentrar-se na análise das mesmas face ao problema proposto. Em suma, é possível avançar um pouco mais na aprendizagem e, numa fase de resolução de problemas nestes casos, o uso da computação pode ser um grande aliado. O foco está no processo, que permita encontrar soluções e avaliar a sua plausibilidade.

O que acabamos de referir não é impossível em sala de aula e pesquisas em Educação Matemática já demonstraram que o computador facilita a aprendizagem de conceitos e computações de fórmulas estatísticas (MCCOY, 1996). Em cursos de matemática, os alunos foram mais motivados, tornando-se autoconfiantes e entusiastas e, por conta disso, os assuntos tornaram-se mais significativos com o uso do ensino assistido por computador (ROCHOWICZ, 1996, FUNKHOUSER, 1993).

O ensino assistido por computador (da sigla em inglês CAI) pode ser de grande ajuda devido às atividades de aprofundamento da prática, da capacidade tutorial, em contexto e de simulação oferecidas, sendo um complemento às práticas tradicionais do professor (COTTON, 2001).

O livro "*The Math(s) Fix: An Education Blueprint for the AI Age*"publicado por Conrad Wolfram (2020), , foca no uso WolFram Language e outro tipo de *software* podem ser a chave para uma educação baseada na resolução de problemas deixando o paradigma da matemática assistida pela computação (CAM), para o da matemática baseada na computação (CBM), podendo assim integrar-se nas experiências de PBL, problemas mais complexos, mais próximos da realidade, e que contribuam de forma cabal para a consecução das normas da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) para a aprendizagem das ciências e da matemática no século XXI.

Consideramos importante ressaltar alguns conceitos prévios que justificam as afirmações acima:

- A ciência da computação (CC) é uma disciplina acadêmica que abrange princípios como algoritmos, estruturas de dados, programação e arquitetura de sistemas informáticos, entre outros.
- O Pensamento Computacional (PC) é um conjunto de habilidades de resolução de problemas amplamente aplicáveis, incluindo abstração, decomposição, reconhecimento de padrões e pensamento algorítmico, entre outros.
- As atividades desligadas “Unpluged” ensinam CC ou PC sem utilizar computadores (máquinas).
- A programação ou codificação é ensinada como um subconjunto de CC e popularmente associada ao PC.

O papel das tarefas desligadas é considerado como um primeiro passo para ajudar os alunos a entender passos algorítmicos antes de escrever código (por exemplo, GARDELI e VOSINAKIS, 2017; UCHIDA et al., 2015).

O Pensamento Computacional envolve as capacidades de: compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções, de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos. (BRASIL, 2018, p. 474)

As Aprendizagens Essenciais para a Disciplina de Matemática que entram em vigor em Portugal no ano letivo 2022/23 para os 1º, 3º, 5º e 7º anos de escolaridade (AEDM-MEP, 2021), instituídas pelo Despacho nº 8209/2021, orientam para o desenvolvimento da capacidade de pensamento computacional como uma forma de pensar inerente às capacidades matemáticas para desenvolver na escolaridade básica, à semelhança do que se tem vindo a assumir-se nos currículos de Matemática de diversos países, ver Figura 5.

Estas orientações curriculares referem-se que o Pensamento Computacional favorece o desenvolvimento, de forma integrada, de práticas como a abstração, a decomposição, o reconhecimento de padrões, a análise e definição de algoritmos e o desenvolvimento de hábitos de depuração e otimização dos processos. Nas AEDM defende-se que estas práticas são imprescindíveis na atividade matemática e dotam os alunos de ferramentas que lhes permitem resolver problemas, em especial relacionados com à programação.

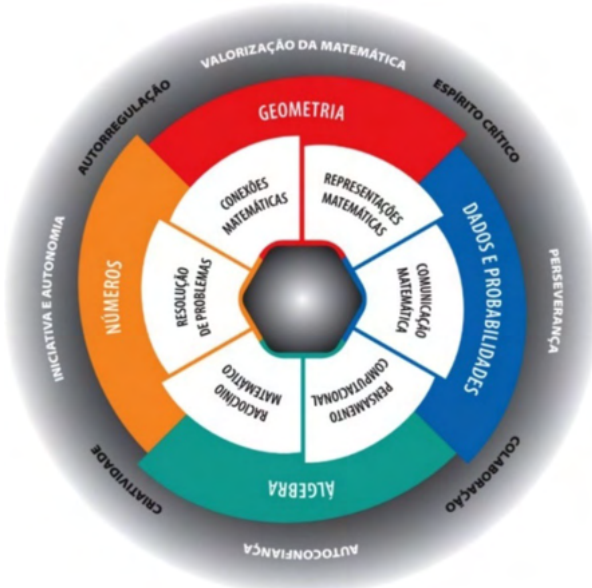


Figura 5 – Modelo previsto nas aprendizagens essenciais para a disciplina de matemática em Portugal

Fonte: AEDM-MEP, 2021

O currículo do Brasil é definido na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), (BRASIL, 2018), consideram os processos matemáticos envolvidos no pensamento computacional como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjeturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. A orientação para resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o ensino fundamental.

Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional.

A área de Matemática, no ensino fundamental, centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos.

No ensino médio, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos. Também, devem construir uma visão mais integrada da Matemática, e da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2018, p. 471)

E, considerando as tecnologias digitais e a computação: utilizar, propor e/ou implementar soluções (processos e produtos) envolvendo diferentes tecnologias, para identificar, analisar, modelar e solucionar problemas complexos em diversas áreas da vida cotidiana, explorando de forma efetiva o raciocínio lógico, o Pensamento Computacional, o espírito de investigação e a criatividade. “[…] destaca-se ainda a importância do recurso às tecnologias digitais e aplicativos tanto para a investigação matemática como para dar continuidade ao desenvolvimento do pensamento computacional” (BRASIL, 2018, p. 528).

Além disso, a BNCC propõe que os estudantes utilizem tecnologias, como calculadoras e planilhas eletrônicas, desde os anos iniciais do ensino fundamental. Tal valorização possibilita que, ao chegarem aos anos finais, eles possam ser estimulados a desenvolver o Pensamento Computacional, por meio da interpretação e da elaboração de algoritmos, incluindo aqueles que podem ser representados por fluxogramas.

Com as considerações acima serão apresentadas, a seguir, experiências realizadas em Portugal com suporte em teorias já expostas.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em relação a utilização a utilização do PBL em educação matemática há muitas experiências e algumas foram protagonizadas por um dos autores. Em algumas destas experiências a utilização da THA, a orquestração da aula, e o estabelecimento de conexões intra e extra matemática foram também requisitos fundamentais para a consecução dos objetivos traçados.

Duas destas experiências ocorreram no ensino profissional em Portugal e a utilização de tecnologia foi importante para focar os alunos na resolução de problemas dispensando os impasses que eles revelavam no domínio do cálculo e da álgebra, alcançando resultados muito positivos para a motivação dos alunos na aprendizagem da matemática (DOS SANTOS, 2012, 2012a). Uma terceira experiência foi inserida no contexto de estudo da estatística no 10º ano de escolaridade em Portugal, privilegiando-se o estabelecimento de conexões intra matemática com o tema da geometria analítica estudada anteriormente (DOS SANTOS, 2013).

Observe-se, no horizonte temporal, que nestas experiências decorrentes não existia um enquadramento curricular que apelasse ao desenvolvimento do PC nos alunos, mas no intento, os alunos tiveram de pensar em estratégias computacionais para encontrar caminhos que permitissem obter soluções para o problema: encontrar as medidas para uma cadeira que melhor se ajustasse aos alunos da turma. Para estes alunos o mobiliário que dispunham lhes causava problema ergonômicos e, portanto, as soluções dependiam dos dados que eles iriam recolher relacionados com determinadas medidas do corpo humano.

A THA delineada pelo professor apelava ao uso do GeoGebra 4.9, pois pensava-se que este seria um ambiente que permitiria aos alunos utilizarem a janela 3D para obter a modulação da cadeira e simultaneamente trabalhar os dados estatisticamente. A THA não foi confirmada em parte, pois os alunos não usaram a possibilidade de intercomunicação entre janelas, 3D e da Folha de Cálculo (CAS) do GeoGebra, contudo conseguiram modelar a cadeira recorrendo aos conceitos de geometria analítica que tinham trabalhado anteriormente. Houve também outros grupos de alunos que preferiram usar as suas calculadoras gráficas ou mesmo a folha de cálculo do Excel para o tratamento estatístico e, só depois, modelaram a cadeira com o GeoGebra ou construindo um modelo em papel. Neste processo, o essencial é que neste processo os alunos, e também o professor, estiveram motivados, ativos, fizeram aprendizagens, e construíram conhecimentos.

Dois projetos, atualmente em desenvolvimento com apoio da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) por meio dos Editais do PIPRINT-PG, com professores do Brasil, Portugal, Cabo Verde e Angola, no contexto do tema que aqui expomos merecem ser referidos: *O GeoGebra como estratégia para ensino remoto: criando atividades com feedback automático* (ABAR e DOS SANTOS, 2021) e *Pensamento computacional na escola básica na era da inteligência artificial: onde está o professor?* (ABAR, DOS SANTOS, DE ALMEIDA, 2021). Em ambos os projetos os autores que conceberam e coordenam estes estudos procuram desenvolver, com os participantes, princípios e práticas do PC. Os resultados destes projetos se consubstanciam em várias dimensões: na formação de professores, encontrando caminhos para desenvolvimento dos conceitos evidenciados pelo TPACK e a utilização do PC pelos professores na produção de novos materiais para o ensino, que possam desenvolver o PC dos alunos.

Nestes projetos foi fundamental existirem indicações de política curricular que colocassem na agenda o uso da tecnologia na aula de matemática, por exemplo, as AEDM em relação à pré-álgebra referem que nos primeiros quatro anos de escolaridade

> [...] importa que os alunos desenvolvam uma compreensão do sentido de número, em relação com a forma como os números são usados no dia a dia e usem esse conhecimento e o das operações para resolver problemas que envolvam a ideia de quantidade em contextos diversos, em especial do

> mundo real, onde importam as estimativas e valores aproximados. Destaca-se a importância do cálculo mental, a desenvolver desde os primeiros dias de escola e a perseguir ao longo dos anos, ampliando-se progressivamente o leque das estratégias que os alunos podem mobilizar e o universo numérico da sua aplicação. Os algoritmos das operações são abordados a partir do 3.º ano, após a construção com compreensão. (AEDM-MEP, 2021, p. 9,10).

Neste caso temos evidências, no projeto *O GeoGebra como estratégia para ensino remoto: criando atividades com feedback automático,* de como os alunos dos primeiros anos conseguem avançar na aprendizagem do sentido de números e das operações. Contudo a preparação dos recursos tecnológicos necessários exigiu um entendimento cabal dos professores nas áreas de conhecimento previstas no modelo TPACK.

Em ambos os projetos supracitados participam quatro professoras de duas escolas do primeiro ciclo em Portugal. Há evidências do trabalho colaborativo entre elas no qual o uso da geometria dinâmica é um meio de desenvolver o PC na escola básica e colocam em prática atividades com os alunos que aprofundam os conceitos na sua atividade. Mesmo em um contexto curricular anterior ao que será previsto a partir do ano letivo de 2022-2023, as professoras organizam a sala de aula para trabalhar diferentes tópicos da Matemática, planificando as atividades em conjunto, analisando os resultados obtidos e promovendo a divulgação e publicação dos mesmos.

Considerando por exemplo o tema da Geometria, as AEDM referem que nos primeiros quatro anos de escolaridade

> .... importa que os alunos iniciem o desenvolvimento do raciocínio espacial, com ênfase na visualização e na orientação espacial, essenciais para a compreensão do espaço em que se movem, tendo acesso a diversas experiências físicas (itinerários, vistas, plantas) e/ou com recurso a materiais que sustentem a construção das suas perceções espaciais, em especial com recurso a tecnologia. (AEDM-MEP, 2021)

A partir deste enquadramento, mesmo ainda não sendo obrigatório, as professoras introduziram o PC no trabalho com os estudantes. Em aula os estudantes usaram os tablets e o GeoGebra, organizados em grupos, desenharam e descreveram a posição de polígonos (triângulos, quadrados, retângulos, pentágonos e hexágonos) recorrendo às coordenadas, em malhas quadriculadas, identificando propriedades de figuras planas, realizando classificações, justificando os critérios utilizados (Figura 6).

Figura 6 – Dinâmica de sala de aula com tecnologia de uma turma do 3º ano, com 20 alunos dos quais 4 alunos eram da Educação Inclusiva, trabalhando no tópico Geometria e Medida

Fonte: os autores

Importante considerar que as incursões destes participantes não ficaram só pelo uso da geometria dinâmica, também usaram o comando Tartaruga do GeoGebra, que simula a linguagem de programação Logo, para trabalhar as fases de abstração e automação do PC junto a alunos dos primeiros anos de escolaridade.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O capítulo aqui apresentado é resultado de pesquisas dos autores e, em parte, da palestra proferida por José Manuel Dos Santos Dos Santos no II Seminário Internacional de Matemática, realizado *online* devido à pandemia da COVID-19, com apoio da Universidade Presbiteriana Mackenzie em 2021.

Procuramos ressaltar as oportunidades e desafios para a Educação Matemática no contexto do desenvolvimento do Pensamento Computacional (PC) que se configura como uma estratégia para aprofundar as capacidades matemáticas dos indivíduos e um instrumento que pode proporcionar, a eles, um papel mais interventivo na sociedade atual.

O termo Pensamento Computacional traz uma nova abordagem na área da ciência cognitiva, com a premissa de que a inserção de seus conceitos e práticas na educação básica pode desenvolver uma habilidade de abstração diferente, que ajuda as crianças na resolução de problemas em todas as áreas da vida.

E a introdução da tecnologia no ensino da matemática é um assunto que ocupa a investigação ao longo de mais de meio século, em grande parte pelo trabalho pioneiro de Papert (1980) e presente no trabalho inovador de muitos matemáticos. De fato, as primeiras abordagens para introduzir computadores no ensino da matemática devem-se aos trabalhos de Papert com Logo. A partir deste momento muitos programas e projetos tentaram introduzir o trabalho com a tecnologia nas aulas de matemática, mas vários impasses foram encontrados quer ao nível da tecnologia disponível quer ao nível das conceções teóricas sobre a educação, bem como das teorias sobre a aprendizagem da matemática que foram implementadas.

Do ponto de vista da tecnologia, em nossos dias há disponibilidades de computadores nas escolas, existe a possibilidade de trabalhar com tablets ou mesmo com celulares que permitem efetivar ideias como as que visionariamente Papert apresentou na década dos anos setenta.

Os instrumentos curriculares como a BNCC e as AEDM pretendem ser veículos de definição de práticas que vão para além do ensino da matemática com recurso à tecnologia, eles pretendem introduzir o PC como uma capacidade matemática a desenvolver nas próximas gerações, preparando-as para resolverem problemas, construírem novos conhecimentos e artefactos inovadores com recurso a meios computacionais.

Mas os desafios colocados por estes instrumentos curriculares carecem das conceções dos professores de matemática e há muito a se fazer sobre as finalidades da educação e sobre as teorias de aprendizagem que subsidiam a sua prática letiva.

Os resultados que apresentamos mostram que o uso do PBL, a implementação de teorias de aprendizagem mais ativas e o desenvolvimento de PC foram possíveis em contextos anteriores aos atuais. O desafio é fazer que com que as práticas do cotidiano das aulas de Matemática integrem o desenvolvimento da capacidade de *pensar computacionalmente* em todas as dimensões. Só assim o uso da tecnologia poderá servir para aprender mais e melhor matemática para todos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é apoiado, em parte, por fundos nacionais através daFundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT), I.P., no âmbito do projeto UIDB/05198/2020 (Centro de Investigação e Inovação em Educação, inED). Recebe também o apoio da Organização de Estados Ibero-americanos para a Educação, a Ciência e a Cultura, através do escritório de Lisboa e pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil, através dos projetos PIPRINT-PG, 2021.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P.; DOS SANTOS, J. M. D. S.; DE ALMEIDA, M. V. Computational Thinking in Elementary School in the Age of Artificial Intelligence: Where is the Teacher? **Acta Sci. (Canoas)**, v. 23, n. 6, p. 270-299, 2021

ALARCÃO, I. Professor-investigador: Que sentido? Que formação? **Formação profissional de professores no ensino superior**, v. 1, p. 21-31, 2001.

ARZARELLO, F. et al. Different theoretical perspectives in research from teaching problems to research problems. In: **Proceedings of the 5 th congress of European society for research in mathematics education (CERME5)**.p. 1618-1627. 2007

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular** (BNCC) Brasília, 2018.

BROWN, T. **A contemporary theory of mathematics education research**. Springer, 2020.

COHEN, L. M. Section III–Philosophical perspectives in Education. [*online*] 1999. Disponível:https://fcceduc110.weebly.com/uploads/2/3/6/3/23636704/philosophical_perspectives_of_education.pdf. **PP4.html [Acesso em 19 April 2022]**,

COTTON, K. Computer assisted instruction. North-west regional educational laboratory. **URL: http://www. nwrel. org/scpd/sirs/5/cu10. html**, 2001.

DA PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. **Refletir e investigar sobre a prática profissional**, p. 5-28, 2002.

FUNKHOUSER, C. The influence of problem-solving software on student attitudes about mathematics. **Journal of Research on Computing in Education**, v. 25, n. 3, p. 339-346, 1993.

GARDELI, A.; VOSINAKIS, S.. Creating the computer player: An engaging and collaborative approach to introduce computational thinking by combining 'unplugged' activities with visual programming. **Italian Journal of Educational Technology**, v. 25, n. 2, p. 36-50, 2017.

GOOS, M., *et al.* Teachers and teaching: Theoretical perspectives and issues concerning classroom implementation. *In* Hoyles, C., Lagrange J.B. (Eds.), **Mathematics Education and Technology: Rethinking the Terrain**. New York: Springer,2010, p 311-328.

LYUBLINSKAYA, I.; KAPLON-SCHILIS, A. Analysis of Differences in the Levels of TPACK: Unpacking Performance Indicators in the TPACK Levels Rubric. **Education Sciences**, v. 12, n. 2, p. 79, 2022.

SMITH M. (PEG).; STEIN, M. K. **5 Practices for orchestrating productive mathematics discussion**. National Council of Teachers of Mathematics, 2018.

MCCOY, L. P. Computer-based mathematics learning. **Journal of Research on Computing in Education**, v. 28, n. 4, p. 438-460, 1996.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO [AEMEM-MEP]. **Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa, 2021. Disponível em https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica. Nota: Aprendizagens Essenciais que entram em vigor em Portugal no ano letivo 2022/23 para os 1º, 3º, 5º e 7º anos de escolaridade (Despacho no 8209/2021)

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Introducing technological pedagogical content knowledge. In: **Annual meeting of the American Educational Research Association**. 2008. p. 1-16.

OERS, B. V. Educational forms of initiation in mathematical culture. In: **Learning discourse**. Springer, Dordrecht, 2002. p. 59-85.

ROCHOWICZ JR, J. A. The impact of using computers and calculators on calculus instruction: Various perceptions. **Journal of computers in Mathematics and Science teaching**, v. 15, n. 4, p. 423-435, 1996.

SCHMIDT, D. A. *et al*. Technological pedagogical content knowledge (TPACK) the development and validation of an assessment instrument for preservice teachers. **Journal of research on Technology in Education**, v. 42, n. 2, p. 123-149, 2009.

SIMON, M. A. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. **Journal for research in mathematics education**, v. 26, n. 2, p. 114-145, 1995.

SRIRAMAN, B.; ENGLISH, L. D. Theories of mathematics education: A global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research. **ZDM**, v. 37, n. 6, p. 450-456, 2005.

STEIN, M. K. *et al.* Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical thinking and learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

TAY X. S., D. **Learning Theories for Maths.** Disponível em https://visual.ly/community/Infographics/education/learning-theories-maths, (2014) e tradução de Humberto Bortolossi, disponível em http://www.professores.im-uff.mat.br/hjbortol/trabalhos.html, 2017.

TORP, L.; SAGE, S. **Problems as possibilities: Problem-based learning for K-12 education**. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development. 1998.

TORP, L.; SAGE, S. **Problems as possibilities: Problem-based learning for K-16 education**. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development. 2002.

UCHIDA, Y. *et al.* A proposal for teaching programming through the Five-Step Method. **Journal of Robotics, Networking and Artificial Life**, v. 2, n. 3, p. 153-156, 2015.

VYGOTSKY, L.S.; COLE, M. **Mind in society: Development of higher psychological processes**. Harvard university press, 1978.

WILSON, B.; COLE, P. A review of cognitive teaching models. **Educational Technology Research and Development**, v. 39, n. 4, p. 47-64, 1991.

WOLFRAM, C. **The math (s) fix: An education blueprint for the AI age**. Wolfram Media, Incorporated, 2020.

CAPÍTULO 2

A IMPORTÂNCIA DOS PROJETOS INTEGRADORES COMO INICIAÇÃO À MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Claudia de Oliveira Lozada
Universidade Federal de Alagoas

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) foi publicada em 2018, tornando-se um documento curricular norteador obrigatório da educação básica no Brasil, sendo que os estados e municípios, considerando a rede pública e privada de ensino, ao elaborarem seus referenciais curriculares, devem ter como premissa o que está previsto pela BNCC (BRASIL, 2018).

Contendo dez competências gerais que devem ser desenvolvidas em todas as áreas do conhecimento da educação básica, o documento traz também as competências específicas relativas a cada componente curricular, além de uma reforma na organização do ensino médio com a finalidade de reduzir a evasão escolar, procurando atender às demandas dos alunos e preparando-os para as escolhas em relação à continuidade dos seus estudos profissionais e pessoais.

Para o ensino médio, a BNCC (BRASIL, 2018) definiu quatro áreas do conhecimento para que os componentes curriculares sejam trabalhados de forma integrada: Linguagens e suas Tecnologias (Arte, Educação Física, Língua Inglesa e Língua Portuguesa); Matemática; Ciências da Natureza (Biologia, Física e Química); e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas (História, Geografia, Sociologia e Filosofia). Assim, o ensino médio passou a ser constituído por uma formação geral básica – com currículo comum a todos os alunos – e os itinerários formativos que são a parte flexível do currículo, e isso permitirá aos alunos aprofundarem-se nas áreas que mais lhes interessem.

Os itinerários formativos devem percorrer pelo menos um dos eixos – investigação científica, empreendedorismo, processos criativos, mediação e intervenção cultural –, para tanto, as escolas irão definir quais deles serão ofertados, sendo que os alunos deverão receber orientações da escola para realizarem a escolha.

Diante dessas mudanças que em princípio sugerem aproximar o aluno do mundo, auxiliando-o no desenvolvimento das competências e habilidades para lidar com a complexidade da sociedade atual aplicando os conhecimentos construídos na escola em sua vida, é que se deve repensar o papel do ensino da matemática no ensino médio.

Aulas que focam em repetição de procedimentos matemáticos sem demonstrar a construção com significado dos conceitos e a aplicação dos conteúdos e com pouca e/ou nenhuma participação dos alunos não combinam com a proposta do Novo ensino médio. Ele exige que os conteúdos tenham significado, que o aluno seja protagonista do processo ensino-aprendizagem e que as metodologias permitam maior interação entre os alunos.

Nesse sentido, é que propomos o seguinte questionamento: de que forma a modelagem matemática pode ser inserida no ensino médio de modo com que sejam atribuídos significados aos conceitos matemáticos e os alunos compreendam o papel da matemática na sociedade?

Com base nesse questionamento é que trazemos uma atividade que denominamos de atividade de pré-modelagem, com a finalidade de inserir a modelagem matemática nas aulas de matemática no ensino médio, tendo como ponto de partida os projetos integradores.

2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No Brasil, a modelagem matemática no contexto educacional teve como precursores os professores Ubiratan D´Ambrosio, Aristides C. Barreto e Rodney C. Bassanezi. No início da década de 1970, o Professor Ubiratan retornou ao Brasil e tornou-se docente da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), onde também assumiu o cargo de diretor do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC) e implantou a modelagem matemática em suas aulas, iniciando também um trabalho de formação docente nesta área auxiliado por um de seus alunos, Rodney C. Bassanezi, a quem orientou no doutorado. Na mesma época, Aristides C. Barreto implantava a modelagem matemática em suas aulas do curso de Engenharia na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ).

A proposta de D´Ambrosio sobre modelagem matemática era baseada na resolução de problemas reais. Na realidade, este viés tem origem em sua formação inicial ainda como aluno do bacharelado em Matemática no qual teve contato, nas aulas do prof. Omar Catunda em 1952, com um "livro avançado de funções de variáveis complexas, de Georges Polya; esse livro, segundo Ubiratan D'Ambrosio, permitia ao aluno a experimentação baseada na resolução de problemas." (BORGES; DUARTE; CAMPOS; 2018, p. 220). Por sua vez, o seu interesse pela área de ensino de matemática se deu ainda durante a graduação, quando frequentava assiduamente a biblioteca da Faculdade de Filosofia e lia livros de Didática. Essas leituras se acentuaram quando ele foi cursar disciplinas da licenciatura em 1955, onde também inclinou-se para as leituras relacionadas à psicologia da criança e do adolescente, como uma forma de compreender o processo de aprendizagem (BORGES; DUARTE; CAMPOS; 2018).

Essa proximidade com o ensino de Matemática, refletiu-se nos eventos que organizou na Unicamp. Em 1977, D´Ambrosio promoveu um debate sobre o ensino de Matemática no IMECC para o qual convidou vários palestrantes estrangeiros, sobretudo, norte-americanos e também Aristides C. Barreto que abordou a introdução da modelagem matemática no ensino.

Posteriormente, no início da década de 1980, D´Ambrosio e Bassanezi promoveram cursos de pós-graduação *lato sensu* em modelagem matemática voltados para os professores da educação b**ásica**, nos quais Marineusa Gazzetta se destacou pelo seu engajamento e sua contribuição.

Em 1984, Bassanezi e Eduardo Sebastiani Ferreira desenvolveram um método que envolvia modelagem matemática e etnociência, partindo da problematização de situações da realidade, considerando os aspectos culturais do local, onde os sujeitos estão inseridos, o que se aproxima da ideia de etnomodelagem, que estaria, anos mais tarde, como uma das agendas de pesquisa com trabalhos relevantes realizados por Rosa e Orey (2015; 2020). Na época, Bassanezi (SIARQ UNICAMP, 2022, p. 1) explicou os benefícios da aplicação do método:

> Ele fica mais curioso quando nota que a matemática está servindo para resolver um determinado problema prático. Não sabe de antemão que tipo de matemática vai utilizar, evitando assim a preocupação de estar ou não preparado teoricamente. Ao perceber que seus conhecimentos são suficientes ao menos para resolver problemas num determinado nível, num plano superior que exige resoluções mais complicadas ele vai estar mais motivado e sensibilizado para buscar a matemática adequada, ou seja, a prática ilumina a teoria. É o contrário de ser estudar teorias e mais teorias, fórmulas e fórmulas sem saber para que servem.

Dessa forma, a modelagem matemática foi ganhando espaço e tornou-se uma área de investigação, tendo um Grupo de Trabalho na Sociedade Brasileira de Educação Matemática, o GT 10. Em relação a se firmar como uma disciplina nos cursos de licenciatura, Santos Junior e Soares (2014) apontaram que a modelagem matemática aparece, por exemplo, no estado do Paraná, no qual realizaram a pesquisa, como disciplina majoritariamente em cursos de instituições públicas, sendo obrigatória e na maior parte das instituições privadas como eletivas. Outro aspecto identificado pelas autoras, foi de que, em muitas instituições, ainda não está integrada como disciplina na matriz curricular e, muitas vezes, aparece inserida na disciplina “Tendências da Educação Matemática”.

Retornando às ideias de Ubiratan D´Ambrosio acerca da modelagem matemática, o autor sempre destacou a realidade como um elemento essencial, que deve ser percebido, analisado e refletido, pois como coloca “para se chegar ao modelo matemático é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação, onde define estratégias para criar o mesmo, sendo esse processo caracterizado como modelagem." (D´AMBROSIO, 1986, p. 65).

Esse processo do sujeito interagir e analisar a realidade pode ser visto num registro de um esquema feito por D´Ambrosio, em 1981, para explicar o processo para o professor Yager da Universidade de Iowa, nos Estados Unidos.

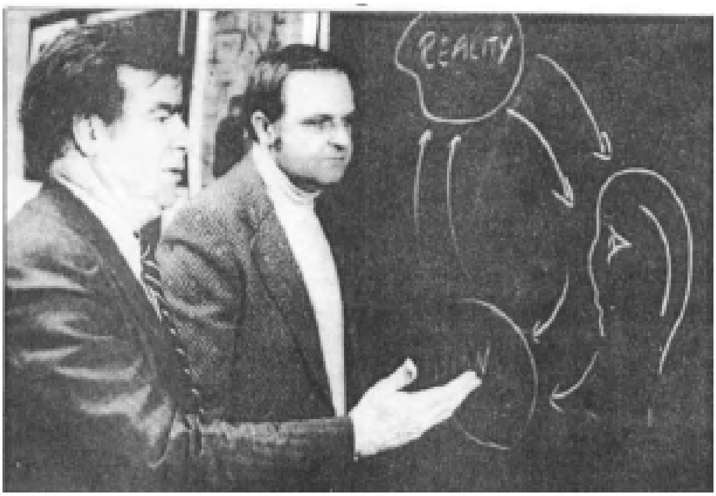


Figura 1 – D´Ambrosio e a importância da realidade no processo de modelagem

Fonte: Lozada (2013, p. 125).

D´Ambrosio entende a realidade como aquilo que está relacionado com fatos e fenômenos percebidos através dos sentidos e da mente. Para ele, a realidade também é composta por artefatos (material) e mentefatos (abstrações, o que se imagina, o que está na mente) permeados por aspectos socioculturais e uma estrutura de poder, como D´Ambrosio (1986, p. 134).

Figura 2 – A realidade e a estrutura de poder segundo D´Ambrosio

Fonte: Lozada (2013, p. 134).

Assim, o sujeito interage fisicamente com os fatos e artefatos extraindo as informações, fazendo as coordenações perceptivas dessas informações mentalmente (gerando os mentefatos), gerando suas representações e interpretações da realidade por meio de modelos matemáticos. A matemática é o instrumento com o qual se modela a realidade. A partir daí, o sujeito pode agir (ou não) sobre essa realidade no sentido de modificá-la (ou não). Esse é o cerne da modelagem matemática: perceber o problema que está na realidade, analisá-lo e utilizar a matemática para modelar a situação e resolvê-lo, encaminhando-se para a tomada de uma decisão (modificar a situação ou não). Esse movimento do processo de modelagem, D´Ambrosio sintetizou no seguinte ciclo:

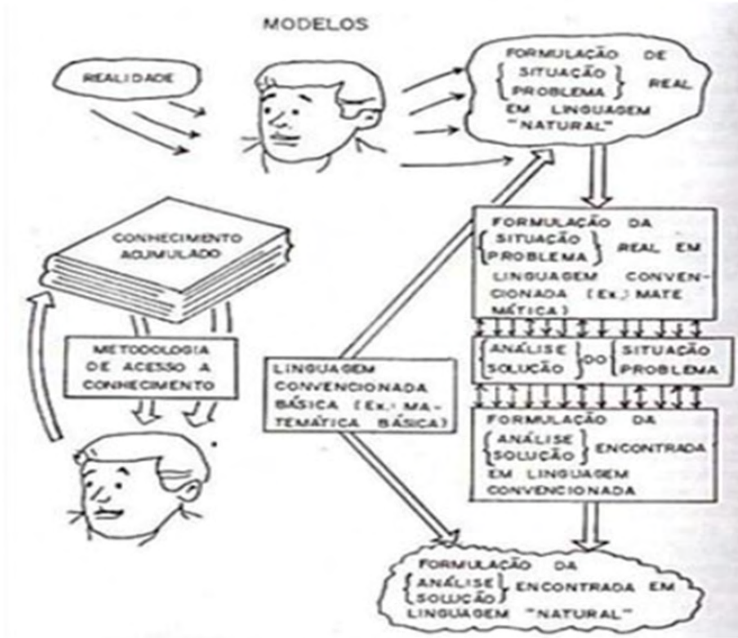


Figura 3 – Ciclo de modelagem proposto por D´Ambrosio

Fonte: Lozada (2013, p. 127).

Relacionada inicialmente à matemática aplicada, a modelagem passou a integrar as agendas de pesquisa da área de Educação Matemática e, em 2001, Jonei C. Barbosa defendeu uma tese de doutorado que mudaria a forma de enxergar a modelagem matemática na Educação Matemática, teorizando sobre aspectos metodológicos e pedagógicos, trazendo uma nova concepção que se aproxima da ideia de D´Ambrosio ao vislumbrá-la sob a perspectiva sociocrítica. Há várias concepções do que venha a ser a modelagem matemática na Educação matemática, mas neste trabalho partimos da concepção de D´Ambrosio (1986) e do delineamento dado por Barbosa (2001).

Assim, Barbosa (2001, p. 6) define a modelagem matemática como "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade". A realidade é a fonte da problematização da atividade de modelagem e sob a perspectiva sociocrítica pretende que o aluno compreenda o papel da matemática na sociedade, conscientizando-se dos seus impactos e tomando decisões para transformar essa realidade.

Por sua vez, é importante ressaltar que em modelagem matemática no contexto educacional, os problemas podem ser propostos pelo professor ou levantados pelos alunos, sendo fundamental que sejam oriundos da realidade e despertem discussões, além das questões matemáticas, mas questões sociais, econômicas e até mesmo políticas, pois as situações reais ocorrem na sociedade e impactam a todos, seja em nível micro ou macro.

Ubiratan D´Ambrosio faleceu em 12 de maio de 2021, deixando um legado não só para a modelagem matemática, mas também para a Etnomatemática, a qual concebeu para a História da Matemática, a transdisciplinaridade e a Educação Matemática. Parte do seu acervo pessoal foi catalogado pelo Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática (GHEMAT) coordenado pelo professor Wagner Valente da Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP). O acervo foi denominado de Arquivo Pessoal Ubiratan D´Ambrosio (APUA) e catalogou os eventos nos quais Ubiratan participou e os documentos referentes a esses eventos como apostilas, artigos, cartas, resumos etc. A seguir, passaremos à metodologia de pesquisa utilizada nessa pesquisa e seu detalhamento.

3 | METODOLOGIA DE PESQUISA

Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa (LUDKE; ANDRÉ, 1986) e de cunho propositivo, uma vez que tem como finalidade apresentar uma atividade com a finalidade de inserir a modelagem matemática nas aulas de Matemática no ensino médio, tendo como ponto de partida os projetos integradores.

O problema a ser resolvido na atividade de modelagem pode ser proposto pelo professor ou levantando pelos alunos, que em geral são divididos em grupos.

Em uma pesquisa realizada em curso de Especialização em Modelagem Matemática, Lozada (2010) constatou que a maioria dos professores não utilizava a modelagem nas aulas de Matemática por falta de conhecimento e que o curso os ajudaria a implantá-la na sala de aula. Ceolim e Caldeira (2017) também constataram dificuldades de professores recém-formados em utilizar a modelagem matemática em sala de aula. Segundo os autores, tais dificuldades estão relacionadas à insegurança em utilizar a modelagem nas aulas, formação inicial com defasagens; sistema escolar que é tradicional e pouco aberto às práticas inovadoras e dificuldades em engajar os alunos nas atividades de modelagem.

Tendo em vista estas constatações, propomos as atividades de pré-modelagem matemática, visando familiarizar tantos professores e alunos, para que então seja realizada a atividade de modelagem.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Propomos a atividade de pré-modelagem, considerando a implantação do novo ensino médio que contempla a utilização de projetos integradores com a finalidade de possibilitar a integração entre os componentes curriculares, e por meio da adaptação de uma atividade de projetos integradores, que aborda a temática dos modelos lineares de previsão de variação populacional, com vistas a discutir o processo de urbanização das cidades e a sustentabilidade - observando o que prevê a Agenda 2030 da Organização das Nações Unidas (ONU) cujo Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 11 está relacionado a tornar as cidades mais inclusivas, seguras e sustentáveis.

A atividade de pré-modelagem é voltada à segunda série do ensino médio, sendo que os alunos já possuem conhecimentos acerca de funções desenvolvido no ano anterior. A proposta de atividade pré-modelagem adaptada do livro "Vamos Juntos, Profe! Projetos Integradores – Matemática e suas Tecnologias – ensino médio, volume único – Editora Saraiva, 2020).

Figura 4 – Livro de projetos integradores

Fonte: Editora Saraiva (2020).

O professor deve dividir a turma em grupos para promover a interação entre os alunos, a argumentação e a resolução de forma colaborativa. Os alunos terão a oportunidade de trocar ideias e chegar a consensos, além de desenvolver habilidades socioemocionais importantes, como respeito pela opinião do colega e aprender a se posicionar de maneira respeitosa.

Outro aspecto que o professor deve observar é em relação à correção das atividades: a correção coletiva na lousa ou solicitar que um grupo apresente a resolução, gerando novas discussões, permitindo que cada grupo apresente a resolução de um item, constituindo modos de envolver os alunos na resolução da atividade, o que fomenta a participação ativa dos alunos na aula.

Além do mais, o professor deve monitorar cada grupo durante a resolução da atividade, fazendo a mediação adequada, passando pelos grupos e promovendo questionamentos para estimular as relações interdisciplinares. Deste modo, os alunos percebem que as disciplinas escolares estão integradas e não estão estagnadas.

Em relação à avaliação, sugerimos que seja formativa, que o professor analise o processo de desenvolvimento da atividade e as habilidades que os alunos desenvolveram.

A atividade ficou delineada da seguinte forma:

Atividade de Pré- Modelagem

Problematização: Em 1940, a população do município de Campinas era de 129.940 e sua taxa de crescimento populacional, entre 1940 e 1950, foi de 1,61% ao ano. (Extraído do site da prefeitura de Campinas).

a) Usando a taxa de crescimento populacional de 1,61% ao ano, estime quanto cresceu a população de Campinas entre 1940 e 1941.
b) Complete o quadro abaixo com as estimativas para a população de Campinas. Para isso, considere que a cada ano a população aumenta sempre o mesmo número de habitantes, calculado no ano interior.

Ano	População (censitária em 1940 estimada nos demais anos)
1940	129940
1950 (10 anos depois de 1940)	129940 + 2092. 10 =
1960 (20 anos depois de 1940)	
1970 (30 anos depois de 1940)	
1980 (40 anos depois de 1940)	

c) Agora vocês vão deduzir a expressão que representa o **modelo matemático** que está sendo usado para estimar a população de Campinas a cada ano. Após t anos (a partir de 1940), qual é o **modelo matemático para a população P (t)?**
d) Organizem os valores de t e os respectivos valores de população P (t) na forma de pares ordenados, utilizando o Geogebra para marcar esses pontos no plano cartesiano, formando uma reta.
e) Façam uma estimativa da população de Campinas em 2010.
f) Em 2010, a população de Campinas era de 1080113 habitantes. Qual a diferença entre a população real e estimada por você. Essa diferença é suficientemente pequena para que esse modelo possa ser considerado confiável?
g) **Por que esse modelo não funcionou e o anterior foi mais satisfatório?**
h) **Discussão:** Qual é o impacto do aumento da população para a organização do espaço urbano e para a qualidade de vida dos habitantes? Quais as sugestões que vocês têm para a melhoria do espaço urbano e a distribuição da população, considerando a sustentabilidade?

Figura 5 – Atividade de pré-modelagem

Fonte: Adaptado do livro "Vamos Juntos, Profe! (2020).

A seguir, apresentamos uma descrição de cada item que compõe a proposta de atividade de pré-modelagem e o que se assemelha com o ciclo de modelagem:

- A problematização traz questionamentos bem dirigidos, no caso, relacionados ao crescimento populacional do município de Campinas (SP).
- Os itens a e b abordam o processo de busca de padrões e generalização, com

a finalidade de identificar variáveis e relações que desencadeiem a dedução do modelo matemático correspondente à população de Campinas a cada ano.

- O item c se destina a elaborar formalmente o modelo matemático por meio de uma expressão matemática, encaminhando para o processo de validação. A expressão matemática é uma forma de representação do modelo matemático.
- No item d é solicitado que se represente graficamente o modelo matemático utilizando o Geogebra.
- No item e é pedido que se estime a população em um determinado ano, o que implica em testagem do modelo matemático.
- No item f é feito um questionamento completar para verificar se o modelo matemático é aplicável em situações diferentes: população estimada e real.
- O item g coloca em discussão a validação dos modelos matemáticos, comparando-os.
- O item h traz pós-questionamentos abordando questões interdisciplinares para desenvolver a competência sociocrítica.

Assim, na atividade de pré-modelagem, é importante que o professor planeje cada item no sentido de encaminhar o aluno não só para a compreensão do problema proposto, mas também para a elaboração e validação do modelo matemático e o desenvolvimento da competência crítica. As etapas (itens) que estão presentes na atividade são bastante dirigidas e ajudam o aluno a organizar o raciocínio o que é essencial posteriormente nas atividades de modelagem em que há um ciclo a ser percorrido para se resolver o problema proposto com a elaboração do modelo matemático.

Desta forma, a atividade de pré-modelagem é uma atividade introdutória e ao mesmo tempo preparatória para a atividade de modelagem e auxilia na familiarização dos alunos com o processo.

Além do mais, permite que o professor se sinta mais seguro, pois consegue acompanhar mais detalhadamente as ações dos alunos visto que o tempo para resolução da atividade de pré-modelagem é bem menor que o tempo de aplicação/resolução de uma atividade de modelagem. Por ser uma atividade inicial, a propositura do problema por parte do professor lhe trará confiança, pois terá maior controle sobre a situação didática, no que diz respeito ao arcabouço matemático, tendo apenas que gerenciar as discussões que venham a surgir e que incluam novos aspectos ao problema proposto.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade de pré-modelagem raramente é aplicada e discutida no âmbito da Educação Matemática e deve ser planejada se espelhando nas etapas do ciclo de modelagem para que os alunos compreendam como é o processo de modelagem matemática quando for aplicado, como vimos na proposta apresentada.

Por sua vez, muitas situações-problema contidas nos livros didáticos podem ser transformadas em atividades de pré-modelagem, porque constituem situações didatizadas e dirigidas.

Além do mais, ao final da atividade de pré-modelagem, o professor pode pontuar os passos que são importantes, como a elaboração do modelo matemático e sua validação, sobretudo, a validação que geralmente é negligenciada até mesmo em atividades de resolução de problemas, nas quais foca-se no resultado numérico sem questionar sua magnitude, o que aquele valor implica na pergunta que foi feita no enunciado.

Assim, como pudemos ver a atividade de pré-modelagem visa ambientar os alunos do ensino médio à modelagem matemática com questões direcionadas à elaboração do modelo matemático, utilização de recurso digital (Geogebra) no processo de modelagem e a discussão da temática, trazendo um tema real para ser discutido em sala de aula.

Recomenda-se que, após a sua aplicação, o professor proponha a modelagem matemática de um problema do cotidiano dos alunos da turma para que haja ênfase na aplicação da matemática no dia a dia, destacando o seu papel na sociedade.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001.

BORGES, R. A. S.; DUARTE, A. R. S.; CAMPOS, T. M. M. Múltiplos aspectos da educação brasileira: a atuação do professor Ubiratan D´Ambrosio. **Instrumento: R. Est. Pesq. Educ**., Juiz de Fora, v. 20, n. 2, jul./dez. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular.** Brasília: MEC, 2018.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e dificuldades apresentados por professores de matemática recém-formados ao utilizarem modelagem matemática em suas aulas na educação básica. **Bolema**, v. 31, n. 58, p. 760-776, 2017.

LOZADA, C. O. A prática da Modelagem Matemática e a formação de professores: a percepção dos professores da educação básica em um curso de Especialização em Modelagem Matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10, 2010, Salvador. **Anais...** Salvador: SBEM, 2010.

________. **Direito ambiental:** relações jurídicas modeladas pela matemática visando uma formação profissional crítica e cidadã dos bacharelandos em engenharia ambiental. 2013. 362 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

ROSA, M., OREY, D. C. Etnomodelagem: a abordagem dialógica na investigação de saberes e técnicas êmicas e éticas. **Revista Contexto & Educaçã***o*, v. 29, n. 94, p. 132–152, 2015.

________. Etnomodelagem como um movimento de globalização nos contextos da Etnomatemática e da Modelagem**. Com a Palavra, O Professor**, v. 5, n. 11, p. 258-283, 2020.

SANTOS JUNIOR, G.; SOARES, M. R. A modelagem matemática os cursos de licenciatura em matemática do Estado do Paraná. **Revista Dynamis**, [S.l.], v. 20, n. 2, p. 29-46, nov. 2015.

________. **Revista Dynamis**. FURB, Blumenau, v. 20, n. 2, p. 29–46, 2014.

UNICAMP SIARQ. **Exposição Unicamp.** Disponível em: https://expounicamp.siarq.unicamp.br/1/unidade/16/imecc. Acesso em: 19 jan. 2022.

CAPÍTULO 3

ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA VINCULADA AO LETRAMENTO NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

João Sousa Amim
Professor na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Tauriano Gil de Sousa - PA

Cristian Andrey Pinto Lima
Professor na Escola Municipal de Ensino Fundamental Rosa Cardoso Modesto – PA

Atenilda da Silva Alves
Professora na Escola Estadual de Ensino Médio Inácio Moura – PA

Soraya Sousa Amim
Professora na Escola Municipal de Ensino Fundamental Rosa Cardoso Modesto – PA

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

Este trabalho traz como título "Alfabetização Matemática vinculada ao Letramento nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental", sendo desenvolvido através da metodologia de pesquisa bibliográfica. Seu objetivo é refletir sobre como está sendo realizada a alfabetização, visto que no atual cenário do ensino brasileiro, muitas são as dificuldades de ensinar letrando.

Na sociedade brasileira, a alfabetização é tida como a aprendizagem inicial à leitura e à escrita, desde a criação das primeiras escolas. Aparece então, o seguinte questionamento, como alfabetizar matemática com foco no letramento? Para refletirmos sobre tal questionamento é preciso falar sobre pensamentos conceituais de alfabetização e letramento.

Procurando entender melhor essa situação, fundamentou-se nos conceitos de teóricos como Batista et al. (2008), Soares (2003), Freire (2004), Piaget (1994), pois falar hoje de alfabetização com foco no letramento é ponderado por Freire (2009) como uma prática que pode servir para a qualidade da educação, avanços e transformação, e não desvaloriza os escritos. Baseado nisso, o docente é provocado a assumir essa postura política, que é uma atitude de conhecimento e domínio do que se vai ensinar.

Na segunda seção serão enfatizados os conceitos de alfabetização, letramento, alfabetização matemática, bem como as práticas importantes à alfabetização matemática em uma abordagem bem detalhada.

Na terceira seção, de forma geral, comentar-se-á sobre a metodologia usada na pesquisa deste estudo.

Na quarta seção abordar-se-ão os resultados e discussão obtidos no final da pesquisa deste trabalho.

Nessa perspectiva, espera-se que o referido trabalho sirva de reflexão para profissionais relacionados à educação, para que se tenha sucesso no ensino-aprendizagem, de maneira a “imprimir” valores culturais, sociais e políticos nos educandos, promovendo nestes, a reflexão no meio social em que estão inseridos.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

O processo de leitura relaciona-se à alfabetização e ao letramento das pessoas. Sendo assim, um ajuntamento do que todos chamam de leitura é segundo Ferreira (2001, p. 422) o “ato, arte ou hábito de ler”. Partindo desse pressuposto, para se ter leitura, necessita-se de um leitor, também chamado de ledor, que consiste naquele “que ler ou tem o hábito de ler” (Idem).

Nessa ótica, quando um indivíduo vai à escola durante a infância, a família cria expectativas para que ele aprenda a ler imediatamente, porém para que se tenha esta aprendizagem é preciso haver o processo de alfabetização, o que conceitua Batista et al (2008, p.10):

> Historicamente, o conceito de alfabetização se identificou ao ensino-aprendizado da “tecnologia da escrita”, quer dizer, do sistema alfabético de escrita, o que, em linhas gerais, significa, na leitura, a capacidade de decodificar os sinais gráficos, transformando-os em “sons”, e, na escrita, a capacidade de codificar os sons da fala, transformando-os em sinais gráficos.

Hoje, fala-se muito que o letramento, que está vinculado de forma grandiosa à leitura, bem como ao processo de alfabetização de maneira geral. Dessa forma, Soares (2003, p. 18) apregoa que o letramento é “o resultado da ação de ensinar ou de aprender a ler e escrever, o estado ou a condição que adquire um grupo social ou um indivíduo como consequência de ter-se apropriado da escrita”.

Concomitante com Soares, Mortatti (2004, p. 105) enfatiza que o “[...] letramento é, sobretudo, um conjunto de práticas sociais em que os indivíduos se envolvem de diferentes formas, de acordo com as demandas do contexto social e das habilidades e conhecimentos de que dispõem”.

Nas informações das autoras, nota-se que letramento é uma prática mais vasta que a alfabetização, pois é vinculado mais ao uso social, o que depende do contexto em que o aluno está inserido, considerando também as suas vivências, como afirma Batista et al (2008, p. 12-13):

> Entende-se alfabetização como o processo específico e indispensável de apropriação do sistema de escrita, a conquista dos princípios alfabético e ortográfico que possibilita ao aluno ler e escrever com autonomia. Entende-se letramento como o processo de inserção e participação na cultura escrita.

> Trata-se de um processo que tem início quando a criança começa a conviver com as diferentes manifestações da escrita na sociedade.

Nessa perspectiva, quando está em jogo a leitura dos educandos, é admissível realizar as duas práticas juntas, pois uma complementa a outra, o que é relevante ao processo de aquisição da arte de ler.

Dessa forma, elucida Soares (2003, p. 89).

> [...] considera-se que é à escola e à escolarização que cabem tanto à aprendizagem das habilidades básicas de leitura e de escrita, ou seja, a alfabetização, quanto o desenvolvimento, para além dessa aprendizagem básica, das habilidades, conhecimentos e atitudes necessários ao uso efetivo e competente da leitura e da escrita nas práticas sociais que envolvem a língua escrita, ou seja, o letramento.

Com isso, na escola onde se prioriza a alfabetização e o letramento é plausível haver desenvolvimento na leitura e na escrita, pois de acordo com Batista et al. (2008, p, 14) "entende-se que a ação pedagógica mais adequada e produtiva é aquela que contempla, de maneira articulada e simultânea, a alfabetização e o letramento".

2.1 Alfabetização Matemática

A Matemática está relacionada diretamente ao cotidiano e é uma das mais antigas entre as outras disciplinas escolares. Nesse sentido, é lecionada praticamente em várias regiões do planeta. Sua aprendizagem não advém somente nas escolas com definições e exercícios em sala de aula, mas em todos os seguimentos em que o indivíduo está inserido:

> Aprende-se matemática também nas relações sociais, trocando ideias com os colegas, observando as atividades dos pais em casa ou no trabalho, indo à escola ou passeando, observando as coisas da natureza e do lugar em que se vive na cidade, no campo ou na praia, tanto em atividades de lazer quanto na prática de esportes, nas brincadeiras e jogos, lendo um livro de histórias ou ainda prestando atenção no noticiário que se ouve no rádio ou se vê passar na televisão. (BRASIL 2014, p. 33)

Partindo dessa ideia, a matemática apresenta-se em praticamente tudo com maior ou menor complexidade, isso é compreender o mundo a sua volta e poder agir nele. E a todos indistintamente, deve ser oferecida essa possibilidade de compreender e atuar como cidadão. Sendo assim, fica claro que, no mundo dinamizado com prevenções envolvidas ao cotidiano, é interessante inventar situações de uso legítimo daquilo que se pretende ensinar e recorrer a metodologias diferenciadas ocasionam um considerável número de possibilidades de tornar o processo de Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento significantes para as crianças.

Nessa ótica, a Alfabetização Matemática é percebida como aprendizado da escrita numérica, ou seja, a aquisição do conhecimento matemático ligado principalmente à abordagem matemática de registro escrito que abrange experiências culturais mais amplas e tal compreensão relaciona-se ao processo de letramento.

Assim sendo, em Brasil (2014, p. 15) constata-se :

> Entender a Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento impõe o constante diálogo com outras áreas do conhecimento e, principalmente, com as práticas sociais, sejam elas do mundo da criança, como os jogos e brincadeiras, sejam elas do mundo adulto e de perspectivas diferenciadas, como aquelas das diversas comunidades que formam o campo brasileiro.

Nessa abordagem, fica evidente que nossa ação pedagógica é promover condições e oportunidades para que a criança tenha conhecimentos sobre as práticas, usos e funções da leitura e da escrita. Isso se faz necessário na relação com outras áreas de conhecimento e assim o envolvimento com vivencias culturais, pois antes de entrarem na escola, as crianças já possuem muitas ideias matemáticas. Além de alfabetizar as crianças no campo das letras, a escola também tem a função de alfabetizá-las numericamente e a introdução do educando no processo da alfabetização matemática deve considerar o desenvolvimento da capacidade de ver como a matemática pode ser útil no dia a dia, para que a criança possa estruturar seus conhecimentos a respeito, ela precisa de oportunidade para agir e depois refletir sobre suas ações.

Esse processo de envolvimento com o mundo pode se tornar significativo quando há indivíduos pensantes, observadores e questionadores para aguçar a curiosidade, Freire (2004), destaca que é fundamental é que professor e aluno, saibam que a postura deles, do professor e dos alunos, é dialógica, aberta, curiosa, indagadora e não apassivadora, enquanto fala ou ouve. Nessa perspectiva, é importante que se abra um espaço para a organização do conhecimento e descoberta, sendo o professor um forte aliado para oferecer-lhes vivencias pedagógicas e didática com jogos e brincadeiras que trabalhem a matemática.

A brincadeira é uma atividade sociocultural livre que constitui uma fonte de alegria, prazer e consequentemente um elemento indispensável para alcançar o ensino e a aprendizagem. É sempre de maneira lúdica que a criança entra em contato com o novo e a aprendizagem decorrerá da compreensão e do uso que ela faz para encontrar o conhecimento para sua vida diária.

O jogo cria uma zona de desenvolvimento próximo na criança. Ao longo da duração, a criança está sempre além da sua conduta diária; no jogo, é como se fosse maior do que é na realidade. Como no foco de uma lente de aumento, o jogo contém todas as tendências evolutivas de forma condensadas, sendo em si mesmo uma considerável fonte de desenvolvimento. (VYGOTSKY, 2000,p.156). De acordo com o autor, o jogo é uma atividade determinada pela percepção que a criança possui do mundo e por seu desejo de se apropriar dele.

Como se pode observar, a concepção de Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento, constitui-se em um ensino que considere todo aluno como sujeito ativo de seu processo de aprendizagem, ou seja, para os usos sociais dos conceitos matemáticos. Nesse contexto, convém lembrar que esses conhecimentos não se realizam no vazio e sim por meio de saberes de diversos tipos dos mais informais aos mais sistematizados, estes últimos a serem construídos na escola. “Trata-se de valorizar as experiências e os conhecimentos das crianças sobre si e sobre o mundo, no processo de elaboração das habilidades, saberes e reflexões a serem contempladas na sala de aula, com direitos de aprendizagem, que não podem mais ser negligenciados pelos sistemas, pelas redes de ensino e pelas escolas” (BRASIL 2015,p.28).

É necessário garantir esses direitos, ao iniciar as crianças no mundo da escrita. E nesse contexto, portanto, que se discute “direito de aprendizagem”. Desse modo, a palavra “direito” possui vários significados em Brasil (2014, p. 38) defendido o direito como sistema de normas de conduta imposto por um conjunto de instituições para regular as relações sociais, o que os juristas chamam de direito objetivo. Também pode ser pensada como a faculdade concedida a uma pessoa para mover a ordem jurídica em favor de seus interesses, o que os juristas chamam de direitos subjetivos.

Por que é necessário definir direitos de aprendizagem para o ciclo de alfabetização?

Para assegurar aos aprendizes o pleno direito de aprender, como direito prioritário e sua permanência devem consolidar-se como direito à formação integral do ser humano e à participação de construção de novos conhecimentos. Não é uma proposta de currículo, mas um marco na busca de articulação entre as práticas e as necessidades colocadas pelo cotidiano da escola (BRASIL, 2012).

2.2 Práticas para Alfabetização Matemática

O êxito da política da alfabetização e letramento no sistema de ensino depende, em primeiro lugar, de uma mudança na concepção do que temos e da compreensão de cada aluno é único e sofre continuamente o processo de transformação, que o diferencia dos outros colegas e, no tempo, de si mesmo. Mas não para por aí, o sucesso das políticas que visam à alfabetização na perspectiva do letramento depende também de práticas pedagógicas e recursos que lhes permitam mobilizar procedimentos, no processo de construção do conhecimento.

Quando selecionada de forma planejada, essas práticas e recursos eliminam ou diminuem as barreiras, que dificultam o desenvolvimento das crianças nas atividades propostas possibilitando-lhes aprender de maneira mais eficiente possível. Entre várias práticas, destacam-se: ludicidade e contextualização.

2.2.1 ludicidade

Uma das práticas pedagógicas mais dinâmicas que existem, é a ludicidade, pois com seu uso são despertados o interesse e a interação dos educandos, o que gera mais concentração e vontade de estudar. Desse modo, Kissomoto (2000, p.80) enfatiza que:

> O jogo, na educação matemática, passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado promotor de aprendizagem. A criança, colocada diante de situações lúdicas, apreende a estrutura lógica da brincadeira e, deste modo, apreende também a estrutura matemática ali presente. Esta poderia ser tomada como fazendo parte da primeira visão de jogo que tratamos até aqui. Na segunda concepção, o jogo deve estar carregado de conteúdo cultural e assim o seu uso requer certo planejamento que considere os elementos sociais em que se insere. O jogo, nesta segunda concepção, é visto como conhecimento feito e também se fazendo. É educativo. Esta característica exige o seu uso de modo intencional e, sendo assim, requer um plano de ação que permita a aprendizagem de conceitos matemáticos e culturais, de uma maneira geral.

Nota-se que o jogo precisa ser planejado para que o trabalho seja feito com eficácia, pois toda atividade bem planejada contempla seus objetivos.

Assim , Macedo (1995, p. 16-17) afirma:

> O jogo pode significar a criança uma experiência fundamental de entrar na intimidade do conhecimento, da construção de respostas por um trabalho lúdico, simbólico e operatório integrados. Porque pode significar para a criança que conhecer é um jogo de investigação, por isso de produção de conhecimento, onde se pode ganhar, perder, tentar novamente, usar as coisas, ter esperanças, sofrer compaixão, conhecer com amor, amor pelo conhecimento e talvez considerar as situações de aprendizagem de uma forma mais digna, mais filosófica, mais espiritual, superior.

A atividade de jogo leva a criança a controlar seu próprio comportamento segundo um plano definido previamente (as regras do jogo) implicando também, que ela possua o domínio dos conceitos implícitos nas normas. As regras dos jogos são generalizações que incluem abstrações e que normatizam ações apropriadas e inapropriadas.

Dessa forma, os jogos com regras podem proporcionar para a criança a capacidade de organização, de respeito, de interação e, sobretudo, de participação, pois é enfatizado nos PCN_s , "[...] os jogos com regras têm aspecto importante, pois neles o fazer e o compreender constituem faces de uma mesma moeda." (BRASIL, 1998, p.49).

Para Piaget (1994), o jogo de regras é uma atividade lúdica do ser socializado. Possibilitando à criança a resolver situações – problemas, utilizando um conjunto de regras. Piaget estudou o jogo de bolinhas de gude e suas variações. Assim, propôs uma classificação quanto a prática de regras e a consciência das regras para as crianças.

Para Carneiro e Dodge (2007), é preciso que o professor seja capacitado para inserir a brincadeira no dia a dia escolar conforme o currículo, pois é necessário que a brincadeira tenha um propósito, as crianças não devem brincar meramente por brincar. Dessa forma, o uso dos jogos pode ser um eficiente recurso do docente no processo de ampliação da inteligência de seus discentes.

Para Silva e Kodama (2004, p.5) ao inserir os jogos como recursos pedagógicos à sua aula, o docente deve mudar sua didática a respeito de como ensinar matemática, ele "muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem, do processo de construção do saber pelo aluno".

Assim sendo, o jogo é um bom instrumento de raciocínio lógico, além de exercitar a concentração, o educando elabora estratégias para vencer, promovendo a interpretação no momento de resolver problemas, já que estará habituado com o levantamento de dados e critérios, o que estimula o intelecto à competência matemática (SILVA; KODAMA, 2004,).

2.2.2 Contextualização

Em Matemática, a contextualização é um instrumento bastante útil, desde que interpretada em uma abordagem mais ampla e não empregada de modo artificial e forçado, e que não se restrinja apenas ao cotidiano do aluno. Defende-se a ideia de que a contextualização estimula a criatividade, o espírito inventivo e a curiosidade do aluno.

Segundo os PCN$_s$, a contextualização tem como característica fundamental, o fato de que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto, ou seja, quando se trabalha o conhecimento de modo contextualizado a escola está retirando o aluno da sua condição de expectador passivo.

Nessa perspectiva, Fonseca (1995), enfatiza que contextualizar não é abolir a técnica e a compreensão, mas ultrapassar esses aspectos e entender fatores externos aos que normalmente são explicitados na escola, de modo que os conteúdos matemáticos possam ser compreendidos dentro do panorama histórico, social e cultural que o constituíram, o que perpassa todo o legado adquirido dentro e fora da escola.

Hoje, as ideias da Educação Matemática apresentam-se com um cuidado crescente sobre o aspecto sociocultural da abordagem matemática, pois é preciso contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido, bem como, buscar suas origens, acompanhar sua evolução, explicar sua finalidade na interpretação da realidade do educando. (FONSECA, 1995).

Partindo da contextualização, é necessário entender a sociedade em que os indivíduos estejam inseridos, pois no contexto que vivem, eles usam, medem e calculam o conhecimento das quatro operações, eles têm histórias, eles são histórias diferentes, sabem coisas diferentes e fazer isso, é dar mais significado para o que eles aprendem, porque vem de uma maneira que eles lidam . Desse modo, leva-se em conta que a cultura no ensino-aprendizagem, tem um sucesso maior, à medida que o conhecimento se dá quando o aluno faz relações próprias, com autonomia nos modos de lidar com relações matemática com os conhecimentos da escola e da vida.

O contexto histórico facilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social, colaborando para a compreensão do papel que o aluno desempenha no mundo e assim, sentir-se cada vez mais livres para transitar socialmente porque passam entendem melhor o conhecimento matemático.

Dessa forma, afirma Barroso (2000, p 9):

> Um problema da vida real deve oferecer um contexto autêntico para o uso da Matemática. Se uma tarefa se refere a objetos, símbolos ou estruturas matemáticas e não faz referências a termos estranhos ao mundo da Matemática, o contexto da tarefa é considerado intramatemático, e a tarefa será classificada como pertencente a uma situação científica. Mas os problemas encontrados nas vivências dos alunos não são formulados em termos explicitamente matemáticos, eles se referem a objetos do mundo real. Esses contextos de tarefa são denominados extramatemáticos, e o aluno precisam traduzi-lo para uma forma matemática. Cabe destacar que é possível ainda introduzir nas atividades matemáticas um contexto hipotético, desde que o contexto apresente alguns dados reais, isto é, desde que não esteja tão distante da vida real, e permita o uso da Matemática para solucionar problema.

Passos (1995) elucida que atitudes relativas à Matemática se formam nos primeiros anos de escolaridade e à medida que as crianças vão crescendo, essas atitudes ficam cada vez mais difíceis de serem transformadas. Daí o valor e o cuidado com o ensino da Matemática. Contextualizar é estabelecer um fato dentro de um encadeamento de relações possíveis em que estão os elementos constituintes da própria relação considerada.

Outra abordagem para o conhecimento matemático em conteúdos, é a contextualização com outras áreas de conhecimento, sendo uma maneira de relacionar outros saberes naturais e sociais em que outras ciências se apresentam, o que consiste na interdisciplinaridade. Uma vez que esta, pode facilitar na melhor resolução de um problema matemático relacionado a outras disciplinas.

> A utilização da Matemática como ferramenta em outras áreas do conhecimento é muito comum: a interação entre a Matemática, Educação Artística e Geografia, por exemplo, pode ser efetiva quando se estuda a proporcionalidade. Resolvendo problemas que envolvam técnicas, conteúdos e procedimentos matemáticos em outras áreas, os alunos poderão reconhecer a relevância e a amplitude da aplicação da Matemática. (MORI; ONAGA, 2007, p. 11)

Assim, pressupõe-se que existem várias maneiras de contextualizar conteúdos matemáticos, as quais os docentes podem fazer uso. Cada professor, pesquisador pode contextualizar segundo seus valores culturais, sociais e políticos visando refletir nos educandos.

3 I METODOLOGIA DA PESQUISA

Usou-se a metodologia de pesquisa bibliográfica, pautada em Gil (2008) e Marconi e Lakatos (1992), pois essa pesquisa é feita pelo levantamento de bibliografia já publicada, em forma de revistas, livros, publicações avulsas e imprensa escrita, sítios eletrônicos, visando fazer com que o pesquisador entre em contato direto com materiais escritos sobre um certo assunto.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Notou-se, nesta pesquisa, a importância de se trabalhar a contextualização e a ludicidade para o ensino da matemática, pois são práticas pedagógicas que devem conter novidades, modernidades visando tornar as aulas mais adequadas e desafiadoras, bem como é necessário despertar nos alunos a curiosidade e a vontade de aprender em situações inovadoras. Assim, as referidas práticas precisam ser pautadas em boas metodologias de forma a proporcionar positivamente na orientação do crescimento profissional.

Diante disso, cabe ao docente esboçar suas atividades com práticas que atraiam a atenção do discente, usando da ludicidade e da contextualização. Desse modo, haverá um letramento matemático com mais eficácia, o que irá contribuir para o sucesso do ensino e, consequentemente, da aprendizagem.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para os educadores, a relevância de alfabetizar letrando nas séries iniciais do ensino fundamental, é um trabalho de suma importância, pois os educandos necessitam de momentos adequados e específicos com condições favoráveis para a sua formação pessoal, física, psíquica e emocional, visando ao aprendizado do aluno, através das atividades propostas no dia a dia. É preciso fazer das atividades desenvolvidas conteúdos ativos e motivadores nas salas de aula.

Neste estudo, observou-se, a importância de se trabalhar a contextualização e a ludicidade para o ensino matemática, pois como práticas pedagógicas devem conter novidades, modernidades para tornar as aulas mais convenientes e desafiadoras, assim como, é preciso despertar nos alunos a curiosidade e vontade de aprender novas situações.

O ensino da matemática, por sua vez, poderá ser articulado num ponto de vista mais abrangente dentro da contextualização de ideias e sugestões relacionadas ao método de ensino, em que os educandos relacionam-se entre si, entre os docentes e demais agentes da aprendizagem. É fundamental trabalhar com situações práticas referentes aos problemas do cotidiano, que favoreçam contextos e facilitem descobrir, de maneira significativa conceitos e procedimentos matemáticos.

Assim sendo, tais práticas pautadas em boas metodologias cogitam positivamente em todos os aspectos e passam a orientar no crescimento profissional, sendo que atualmente nossos educandos estão cada vez mais evoluídos, informados e informatizados, mas perdem o interesse em ler livros. Aqui, está uma das funções do profissional da educação, fazer o aluno despertar para as práticas de leituras que parecem estar esquecidas.

Portanto, compete ao professor planejar suas atividades com práticas que chamem a atenção do discente, fazendo uso da ludicidade e da contextualização, pois dessa forma, haverá um letramento matemático com mais eficácia, o que deveras irá contribuir para o sucesso no ensino e, posteriormente, na aprendizagem. Dessa forma, espera-se que este trabalho possa servir de suporte para futuros pesquisadores na área.

REFERÊNCIAS

BARROSO, J M. **Projeto Araribá-Matemática**. São Paulo: Moderna, 2006. Coleção de 5ª a 8ª Série.

BATISTA, A. A. G. et al. **Pró - Letramento:** Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: alfabetização e linguagem. ed. rev. e ampl. incluindo SAEB/Prova Brasil matriz de referência. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. v. 1.

BRASIL. Ministério da educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_______. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

_______. **Elementos conceituais e metodológicos para definição de direitos e aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental** – Brasília, 2012.

BRASIL. Pacto Nacional pela alfabetização na Idade certa. **Currículo na perspectiva da inclusão e da diversidade: as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação** Básica e o Ciclo de alfabetização. Caderno 01/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2015.

_______. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de apoio à Gestão Educacional. **Caderno de apresentação** – Brasília: MEC, SEB, 2014.

FERREIRA, Aurélio B. H. **Miniaurélio século XXI escolar**: o minidicionário da língua portuguesa. 4 ª ed. rev. ampl –Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

CARNEIRO, M. Â. B. e DODGE, J. J. **A descoberta do brincar**. São Paulo: Melhoramentos, 2007.

FONSECA, Maria C. F. R. **Por que ensinar matemática**. Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v.1, n. 6, mar/abr., 1995.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários** à prática **educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_______, Paulo. **A importância do ato de ler**: em três artigos que se completam.50.ed. São Paulo: Cortez, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008

KISHIMOTO, T.M. (Org). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2000.

MACEDO, L. Os **jogos e sua importância na escola**. Cadernos de pesquisa, 1995.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Editora Atlas, 1992.

MORI, Iracema; ONAGA, D. S. **Matemática ideias e desafios.** Manual do Professor. São Paulo: Saraiva 2007. Coleção de 5ª a 8ª Série.

MORTATTI, Maria do R. L. **Educação e Letramento**. São Paulo: UNESP, 2004

PASSOS, Carmen L. B. **As representações matemáticas dos alunos do curso de Magistério e suas possíveis transformações: uma dimensão axiológica**. Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Estadual de Campinas, 1995.

PIAGET, J. **O juízo moral na criança**. São Paulo: Summus, 1994.

SILVA, Aparecida Francisco da; KODAMA, Helia Matiko Yano; **Jogos no Ensino da Matemática**. Disponível em < http://www.bienasbm.ufba.br/OF11.pdf>. Acesso em: 09 ago. 2021

SOARES, M.B. **Letramento:** um tema em três gêneros. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003

TUFANO, W. **Contextualização**. In: FAZENDA, I. C. Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001.

VIGOTSKY, L. **El desarrollo, de Los processos psicológicos superiores**. Barcelona, Crítica, 2000.

CAPÍTULO 4

ANSIEDADE MATEMÁTICA: UM BREVE PANORAMA

Ana Maria Antunes de Campos
Doutoranda Pontifícia Universidade de São Paulo – PUC-SP

1 I INTRODUÇÃO

A sala de aula é complexa em uma mesma atmosfera, pois nela encontra-se crianças com diferentes características, sendo um ambiente que incentiva as produções em diversas áreas do conhecimento. Enquanto professora de matemática, percebi que algumas crianças reconhecem a utilidade e a importância da matemática em sua vida cotidiana, entretanto, algumas crianças apresentaram dificuldades ou não gostam dessa disciplina.

Consequentemente, educadores em busca de soluções e respostas têm adentrado em outras áreas com vistas a compreender o que ocasiona essa dificuldade específica em matemática. Uma dessas áreas é a Neurociência que estuda “os neurônios e suas moléculas constituintes, os órgãos do sistema nervoso e suas funções específicas e, também, as funções cognitivas e o comportamento que são resultantes dessas estruturas.” (COSENZA; GUERRA, 2011, p. 142).

As dificuldades relacionadas à aprendizagem matemática, segundo Santos (2017), podem ser causadas pela ansiedade matemática que é considerada uma aversão específica à matemática. Essa fobia é uma resposta negativa aos estímulos numéricos que modificam os estados cognitivo, fisiológico e comportamental da criança e do adolescente. O aprendizado da matemática tem representado um desafio constante para alunos e professores em todos os níveis de ensino no Brasil. Essa é uma constatação empírica baseada na experiência docente de muitos anos, porque alguns alunos aprendem satisfatoriamente, enquanto outros demonstram ter grandes dificuldades em compreender conceitos lógicos da matemática desde os primeiros anos de escolarização? Essa é uma pergunta que persegue-nos como professores de matemática.

Os estudos sobre as dificuldades de aprendizagem em matemática ganharam força no século passado, na década de 1970, no momento em que as áreas da educação e da saúde procuravam explicar de que modo acontecia o processo de efetivação da aprendizagem. (SOUZA, 2011; RELVAS, 2012).

Nesse sentido, em artigo publicado sobre os componentes que embasam a cognição numérica e de que maneira o seu desenvolvimento é influenciado por fatores biológicos, cognitivos, educacionais e culturais, Santos *et al.* (2012) apresentam os estudos de Geary (1995), Krinzinger e Kaufmann (2006) cujos trabalhos apontam que as meninas apresentam níveis mais elevados de ansiedade matemática.

Para melhor compreender esse tema, destacam-se os primeiros estudos de Dreger e Aiken (1957) que usaram a terminologia “ansiedade numérica”, como um fator distinto da ansiedade geral. Os autores afirmam que os esforços para detectar a presença de reações emocionais na aritmética devem ser descritos como “ansiedades”, uma vez que há várias dimensões para a ansiedade.

Friman, Hayes e Wilson (1998) corroboram com essa afirmativa e apontam que existe uma relutância em publicar investigações em relação à ansiedade matemática porque a forma como as pessoas se expressam oralmente não condiz com o seu comportamento ou com suas emoções. Neste ponto, observa-se que o termo ansiedade geralmente é usado para se referir a sentimentos e sensações relacionadas à expectativa sobre algo que vai acontecer, por exemplo, estar ansioso(a) para as férias, ou estar ansioso(a) para as festividades do final de ano.

Nesse sentido, com o objetivo de compreender as discussões relativas à ansiedade matemática, realizamos um levantamento das produções divulgadas nas bases de dados bibliográficas. O primeiro critério para identificação das pesquisas foi a presença, no título, no resumo e nas palavras-chave, dos descritores “ansiedade matemática”, “math anxiety”, “mathematical anxiety”, o segundo critério foi o acesso aberto à publicação.

2 | MAPEAMENTO: PERCURSO METODOLÓGICO

O mapeamento foi realizado de abril a novembro de 2020 e foram localizadas cerca de 289 pesquisas referentes à ansiedade matemática de 1976 a 2020. O mapeamento foi realizado nas bases de dados bibliográficos de teses e dissertações. Entretanto, tendo em vista a escassez de pesquisas acerca da ansiedade matemática, estendemos as buscas para as bases divulgadas na página da biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), a saber: a Biblioteca Virtual de Psicologia (BVS); o Portal Saúde Baseada em Evidências (SBE); o PubMed e a Biblioteca Virtual em Saúde (BVS). Com o objetivo de investigar o que as pesquisas internacionais abordam sobre o tema, selecionamos duas bases internacionais, a Eric, relacionada à área da educação, e a NDLTD, referente a teses e dissertações. A tabela 1 apresenta a quantidade de estudos encontrados em cada base de dados bibliográficas.

Base de Dados Bibliográfica	Quantidade
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	1
BVS – Biblioteca Virtual de Psicologia	5
Catálogo de Teses e Dissertações Capes	2
Eric – Education Resources Information Center	192
NDLTD – Networked Digital Library of Theses and Dissertations	4
Periódicos CAPES/MEC	18
Portal Regional da BVS – Biblioteca Virtual em Saúde	67
Portal SBE - Saúde Baseada em Evidências	0
PubMed	0
Tede-PUC	0
Total Geral	**289**

Tabela 1 – Quantidade de pesquisa em cada base de dados bibliográfica

Fonte: elaborada pela autora.

Dessas 289 pesquisas, existem estudos que não foram localizados devido ao ano de publicação, ou não estavam digitalizados na internet (40), e outros não tinham acesso aberto ao público ou estavam repetidos nas bases de dados (139). Assim, classificamos os 110 estudos encontrados e que atendem aos descritores da pesquisa. Esses estudos foram categorizados com a finalidade de apresentar os temas discutidos em relação à ansiedade matemática.

Categoria	Quantidade
Educação Básica	20
Fatores Genéticos	3
Gênero	6
Influência da Ansiedade dos Pais	5
Outros Transtornos	1
Revisão de Literatura Neurocientífica	19
Escalas de avaliação de déficits	29
Estudante de graduação	11
Professores	16
Total	**110**

Tabela 2 - Pesquisas que abrangem os descritores do mapeamento

Fonte: elaborada pela autora.

A partir da análise dos trabalhos foi possível categorizar os temas de discussão acerca da ansiedade matemática. Foram consideradas nove categorias, a saber:

> 1) Educação básica: estudos voltados para crianças e adolescentes em fase escolar e têm como escopo a melhoria dos resultados da educação escolar por meio de intervenções;
>
> 2) Fatores genéticos: testes e investigação pertinentes a fatores genéticos e ambientais que contribuem para as diferenças observadas na ansiedade matemática em gêmeos;
>
> 3) Gênero: padrões de diferenças entre os sexos na ansiedade e no desempenho da matemática;
>
> 4) Influência da ansiedade dos pais: ansiedade matemática dos pais prediz o desempenho de matemática de seus filhos;
>
> 5) Relacionados a outros transtornos: uma tendência dos participantes com outros transtornos e síndromes (dislexia, discalculia e X-frágil) apresentam baixo desempenho em matemática, atitudes negativas e ansiedade matemática;
>
> 6) Revisão de literatura neurocientífica: sobre o impacto da ansiedade matemática na cognição numérica e bases cerebrais a partir de uma perspectiva neurocientífica;
>
> 7) Escalas de avaliação de déficits: memória de trabalho, funções executivas, habilidades com a linguagem, habilidades visuoespaciais, habilidades numéricas básicas, técnicas cognitivo-comportamentais, escala de ansiedade e examinar os correlatos neurais do desempenho aritmético simples em indivíduos adultos ansiosos;
>
> 8) Estudante de graduação: os efeitos da ansiedade matemática em estudantes de graduação, o desempenho desses estudantes em matemática, a influência nas carreiras profissionais e a comparação da ansiedade matemática de graduandos de universidades privadas e públicas.
>
> 9) Professores: os efeitos das emoções positivas, crenças e valores; autorregulação e autoeficácia; a ansiedade matemática dos professores; e as percepções sobre seu desempenho as implicações nas concepções dos estudantes em relação à matemática.

3 I BREVE PANORAMA

Alguns estudos empregam as palavras: ansiedade frente à matemática, ansiedade diante da matemática e ansiedade à matemática como sinônimos de ansiedade matemática. Para esta pesquisa, consideramos a expressão “ansiedade matemática”, ou, em inglês, “mathematical anxiety” ou ainda “math anxiety”.

As pesquisas sobre ansiedade matemática estão sendo realizadas em distintas áreas e cada pesquisador tem como finalidade investigar a ansiedade matemática em um determinado contexto, como Chapline e Newman que publicaram, em 1981, uma pesquisa que procurava discutir os sentimentos negativos apresentados por mulheres frente à matemática.

Nesse mesmo período, o pesquisador Hendel (1977; 1980) publicou dois artigos referentes à ansiedade matemática: um trabalho que discute os fatores que contribuem para o mau desempenho de mulheres em matemática e outro do Programa de Ansiedade Matemática da Universidade de Minnesota, que consistia em testar a capacidade matemática e o nível de ansiedade matemática dos participantes que seriam futuros professores de matemática.

Outros estudos (FINLAYSON, 2014; GARCIA-GONZÁLEZ; MARTÍNEZ-SIERRA, 2018; PÉREZ-TYTECA; MONJE, 2017) investigam de que forma as atitudes dos professores perante a matemática podem refletir nas concepções dos estudantes acerca dessa ciência.

Por sua vez, alguns pesquisadores têm investigado em que medida os fatores socioculturais (STOET *et al.*, 2016) e socioeconômicos (GEIST, 2010) estão relacionados à ansiedade matemática. Eles ainda analisam de que maneira essas circunstâncias promovem um maior déficit na aprendizagem e a relação entre ansiedade matemática, desempenho em matemática e validação de testes (SUÁREZ-PELLICIONI, NÚÑEZ-PEÑA; COLOMÉ, 2013).

Essa preocupação, com a validação de testes, foi observada na categorização dos fatores influentes considerados nessa pesquisa. A preocupação em validar, estruturar e aplicar escalas de avaliação de déficits na memória de trabalho, funções executivas e habilidades numéricas em pessoas ansiosas foi a que se revelou mais significativa, apresentando aproximadamente 25% das pesquisas dos 110 estudos que compõem o *corpus* de investigação dessa pesquisa. Essas investigações estão relacionadas à área da Psicologia, Neurociência e Genética.

Dentre os 110 estudos, 34 pesquisas foram localizadas no Portal Regional da Biblioteca Virtual em Saúde (BVS). Parte desses títulos ajudam a confirmar que as pesquisas em relação à ansiedade matemática estão se constituindo em campos de estudos distintos, o que possibilita o sincronismo entre as diversas áreas implicadas no processo de ensino e aprendizagem dos educandos.

Dentre as bases de dados que apresentam uma maior concentração de pesquisas sobre ansiedade matemática está a Education Resources Information Center (ERIC) com 52 pesquisas. A ERIC foi fundada em 1964, ultrapassando, em 2012, o total de 1,4 milhão de registros e tem como premissa difundir as pesquisas em educação, inovação e aprimoramento.

Nas descrições das pesquisas referentes à educação básica, optamos por apresentar os trabalhos pelos seguintes tópicos: anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental, ensino médio, professores e literatura brasileira.

Os estudos acerca da educação básica, apesar de terem títulos definidos, não retratam todo o conteúdo existente pois, as pesquisas abordam diversas temáticas ao mesmo tempo (gênero, professores, áreas cerebrais, intervenção, descritivo da ansiedade matemática, influência dos pares), o que dificulta tratá-los por outra categoria.

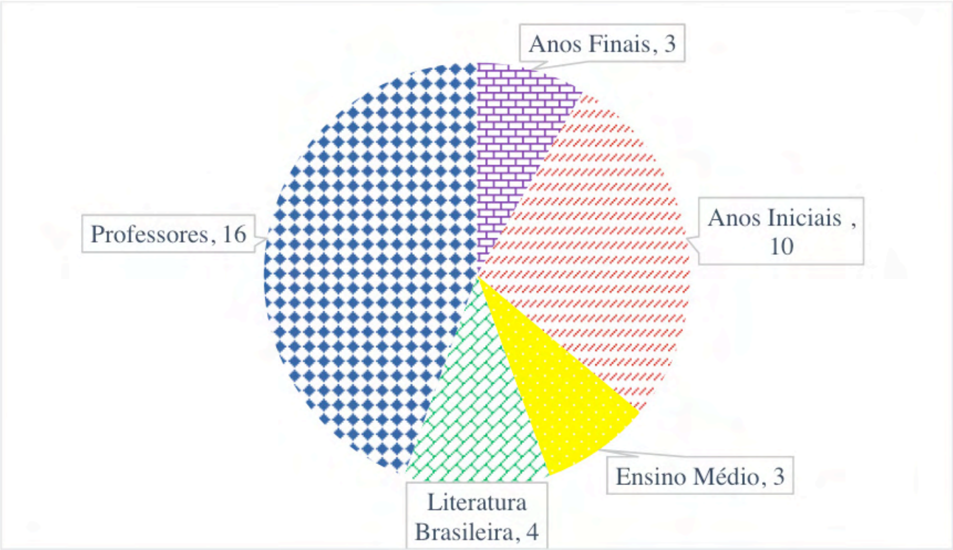


Gráfico 1- Quantidade de pesquisa por seguimento

Fonte: elaborado pela autora com base na bibliografia consultada.

O gráfico 1 contempla os 36 estudos da educação básica e apresenta a quantidade de pesquisas por categoria. Os estudos realizados com os anos finais do ensino fundamental são relativamente parcos se comparados com os estudos dos anos iniciais. Do mesmo modo, observa-se que a quantidade de estudos preocupados com o papel do professor é equivalente a aproximadamente 45% das pesquisas que compõem esse *corpus*.

Diversas pesquisas têm investigado os fatores que podem desencadear a ansiedade matemática contudo, nesse trabalho será considerado o que as pesquisas brasileiras têm investigado acerca da ansiedade matemática e quais as suas contribuições para esse campo. Desse modo apresentamos os trabalhos localizados nesse levantamento, a saber:

	TIPO	TÍTULO	AUTOR	ANO
1	Dissertação	A ansiedade matemática como um dos fatores geradores de problemas de aprendizagem em matemática.	Guilherme, M.	1983
2	Artigo	Math Anxiety Questionnaire: Similar Latent Structure in Brazilian and German School Children.	Wood *et al.*	2012
3	Artigo	Atribuições dadas à matemática e ansiedade ante a matemática: o relato de alguns estudantes do ensino fundamental.	Mendes; Carmo	2014
4	Dissertação	Intervenção neuropsicológica para manejo da ansiedade matemática e desenvolvimento de estratégias metacognitivas.	Barbosa, D. C. B. P	2015

Quadro 1 – Produção Brasileira

Fonte: elaborado pela autora.

4 I CONTRIBUIÇÕES DE PESQUISAS BRASILEIRAS

Os primeiros estudos acerca da ansiedade matemática no Brasil foram produções da década de 1980, período de efervescência para a temática, no qual destacou-se os trabalhos de Tobias (1976; 1987), nos quais a expressão *ansiedade matemática* começou a ser empregada. A autora tinha como propósito discorrer sobre como as mulheres evitavam cursos correlacionados à matemática por se sentirem desconfortáveis com essa disciplina, e como os estudantes universitários poderiam repensar a matemática. A autora foi pioneira quanto aos estudos concernentes à interrelação de afeto, cognição, gênero e ansiedade matemática.

Segundo Almouloud (2007), a década de 1980 também foi importante para a Educação Matemática, marcada pela participação da Escola Francesa, que contribuiu significativamente para o campo. Diversos grupos de pesquisas em Didática da Matemática desenvolveram teorias próprias para a área, como a teorias de Guy Brousseau, Teoria das situações didáticas (TDS), a Teoria Antropológica da Didática (ATD), de Yves Chevallard e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), de Gérard Vergnaud.

Fiorentini (1994) confirma que esse momento foi fundamental para a Educação

Matemática, correspondendo a fase “do surgimento de uma comunidade nacional de educadores matemáticos, os quais contribuíram para a ampliação da região de inquérito da Educação Matemática e para a consolidação das primeiras linhas de pesquisa. (FIORENTINI, 1994, p. 7).

Fiorentini realizou um mapeamento das produções publicadas nas pós-graduações na área da Educação Matemática nos anos de 1970 e 1980. Ao todo, o autor analisou 204 pesquisas, entre teses e dissertações. Dentre as linhas temáticas de pesquisa, a categoria psicologia, cognição e aprendizagem matemática identificou seis estudos, a saber: um referente ao estímulo, dois sobre criatividade, um acerca da ansiedade, dois investigando as atitudes afetivas, um relativo ao estudante frente à matemática e ao seu processo de ensino.

O primeiro estudo acerca da ansiedade matemática no Brasil é a dissertação de Guilherme (1983), apresentada no Departamento de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), que investiga a interação do professor com o estudante. Seu trabalho tem o olhar voltado para as dificuldades de aprendizagem que emergem da sala de aula, em crianças consideradas “normais” (sem atipias ou dificuldades cognitivas), mas que apresentam dificuldades na compreensão das relações matemáticas pertinentes às séries que frequentavam. Seu objeto de estudo foi a interação estudante-professor.

Guilherme (1983) expõe que a ansiedade matemática pode estar relacionada aos distúrbios de aprendizagem e à interação professor-estudante, com as implicações das atitudes dos professores e com a influência familiar. Seu estudo concluiu que o aprendizado de matemática é suscetível a essas interferências, que podem ser sanadas por meio da adequação de metodologia de ensino e de currículos, cursos de formação de professores e políticas públicas.

Na literatura acerca da ansiedade matemática, encontramos a dissertação de Barbosa (2015), na área da Neurociência, que relata como os mecanismos metacognitivos, dentre eles, a autoeficácia e a autorregulação[1], são cruciais para o processo de aprendizagem. Seu trabalho foi apresentado no formato de dois artigos científicos.

O primeiro, constituído por 19 adolescentes entre 12 e 17 anos, cursando do sétmo ano do ensino fundamental II ao 2º ano do ensino médio, teve como objetivo identificar o perfil de cada estudante com relação às dificuldades escolares. Os participantes foram organizados em seis grupos para participar de uma intervenção, a partir do modelo de Terapia Cognitivo-Comportamental (TCC) em grupo, que, segundo o autor, já havia

1. Segundo Bandura (1977; 1994) a autoeficácia é a crença que a pessoa possui sobre suas capacidades de ações; a autorregulação é a influência sobre a própria motivação, estados emocionais, processo de pensamento e padrões de comportamento.

sido testado e comprovado pela literatura, como adequado para identificar a ansiedade matemática.

A Terapia Cognitivo-Comportamental, apontada nesse estudo, é destacada por Onwuka e Tibi (2014) que documentaram a eficácia da TCC no combate à ansiedade matemática em estudantes do ensino médio na Nigéria. Segundo os autores, a TCC é uma psicoterapia baseada em cognições, suposições, crenças e comportamentos que visam influenciar emoções relacionadas à avaliação imprecisa dos eventos. A TCC tem sido empregada para tratar alguns tipos de distúrbios, dentre eles o distúrbio de humor e a ansiedade, porque a TCC aumenta o senso de controle e, posteriormente, ajuda na estratégia de mudança de comportamento.

Ao todo, foram 12 sessões semanais, com duração de 60 minutos cada, sendo a primeira o pré-teste e a última o pós-teste. O *Estudo 1* foi constituído pelas seguintes baterias de aferições: escala de comportamento, inteligência, desempenho escolar, questionário de ansiedade matemática, questionário da percepção de autoeficácia, inventário de autorregulação da aprendizagem, bateria de avaliação de memória de trabalho e cálculos multidigitais, dentre outros.

Os resultados revelaram que a intervenção melhorou estatisticamente os níveis de ansiedade, reduzindo-os, e contribuiu para o aumento da autoeficácia e autorregulação, contudo, não foram observadas melhoras na memória de trabalho.

O segundo artigo que compõe a tese de Barbosa (2015) investigou um caso específico de dificuldades de aprendizagem em matemática, com vistas a compreender os mecanismos cognitivos relacionados ao baixo desempenho na matemática. O estudo foi realizado com uma adolescente de 15 anos de idade, de classe média, de uma escola particular e que estava no 2° ano do ensino médio.

A intervenção foi estruturada considerando os aspectos emocionais e metacognitivos, importantes para a aprendizagem da matemática. O procedimento e o método da intervenção realizada foram os mesmos descritos no *Estudo 1*. Os resultados sugerem que a estudante apresentou melhora quanto aos aspectos metacognitivos e em relação à ansiedade matemática, e, com isso, foi possível verificar uma diminuição nos níveis de ansiedade. Entretanto, a estudante continuou com dificuldades nas tarefas matemáticas e nas atividades de memória operacional pois, os resultados indicam que os prejuízos psicossociais emergiram a partir das experiências de fracasso vivenciadas ao longo da vida. A autora afirma que habilidades metacognitivas pobres estão correlacionadas a piores desempenhos acadêmicos e em relação à ansiedade matemática o impacto é observado nas tarefas de memória de trabalho.

Três artigos de autores brasileiros foram localizados durante a pesquisa, um de Wood *et al*. (2012), publicado em inglês e que examina as versões alemã e brasileira do questionário de ansiedade matemática (em inglês *Mathematics Anxiety Questionnaire* -MAQ), concluindo que as duas versões incluem componentes afetivos e cognitivos acerca da matemática. Os participantes brasileiros eram estudantes com idades entre 7 e 12 anos, cursando do 1º ano ao 6º ano do ensino fundamental. Ao todo, participaram 171 estudantes de escolas públicas (80%) e particulares (20%) de Belo Horizonte e Mariana (MG).

Os participantes alemães totalizavam 450 estudantes, com idades entre 6 e 10 anos, cursando do 1º ano ao 3º ano do ensino fundamental. Os participantes eram de escolas públicas da Renânia do Norte-Vestefália, na Alemanha. Todos os participantes (alemães e brasileiros) foram submetidos a vários testes e escalas de desempenho. Dentre esses instrumentos, os autores adaptaram a escala de Thomas e Dowker para uma versão em português do Brasil; a versão brasileira do MAQ contém 24 itens que podem ser respondidos por crianças individualmente ou em grupos, entre 5 e 10 minutos.

Os estudos revelam que a ansiedade matemática aumenta com a idade em ambas as populações e está associado às competências numéricas básicas e aritmética mais complexa. Os resultados sugerem que o Questionário de Ansiedade Matemática (da sigla em inglês MAQ), adaptado para estudantes brasileiros, é um instrumento válido e útil para medir a ansiedade matemática em crianças com diversas origens culturais. Esse recurso apresenta propriedades psicométricas essenciais para a investigação da ansiedade matemática.

A amostra brasileira apresentou um maior índice quanto a ansiedade, atitude, infelicidade e problemas relacionados à matemática, quando comparada com a amostra alemã. Segundo os autores, não foi observado nesse estudo, o efeito do desempenho na leitura de números e na escrita e foi notório que a autopercepção contribui para o desempenho em aritmética simples e complexa.

Outro estudo brasileiro é dos pesquisadores Mendes e Carmo (2014) publicado em português e que apresenta dois estudos complementares. O primeiro estudo foi realizado com 49 estudantes de duas escolas diferentes da rede pública na cidade de São Carlos (SP). Foram duas turmas, sendo uma com 28 estudantes do 2º ano do ensino fundamental I (14 meninas e 14 meninos), e outra com 21 estudantes do 6º ano do ensino fundamental II (10 meninas e 11 meninos).

Nesse primeiro estudo, foi aplicada a técnica *brainstorming,* que consistiu em escrever, em uma folha de papel, tudo o que ocorre diante da palavra matemática. Os dados evidenciam uma diferença marcante em relação ao ano escolar. Enquanto os estudantes do 2º ano não expressaram qualquer aversão relacionada à matemática, os estudantes do 6º ano apresentam uma quantidade significativa de atribuições negativas, o que pode indicar que a ansiedade matemática está relacionada ao ano escolar e, possivelmente, aos aspectos culturais e pedagógicos.

O segundo estudo foi com quatro estudantes (2 meninas e 2 meninos) do 6º ano, todos com 12 anos de idade e que haviam participado do primeiro estudo. Nesse segundo estudo, os estudantes foram testados com a escala de ansiedade matemática do tipo *Likert*. Os pesquisadores perceberam uma discreta diferença entre as atribuições dadas por meninos e meninas. Os dados sugerem que os participantes provavelmente foram expostos a situações aversivas ou vivenciaram momentos de fracasso ao realizar as tarefas propostas pelo experimento. O estudo enfatiza a necessidade de compreender as relações entre emoções, interação e ansiedade matemática.

Mais recentemente, os autores Souza e Silva, Silva e Gomes (2018) tinham como objetivo estabelecer as causas que contribuem para a ansiedade matemática e que metodologias seriam necessárias e adequadas para o ensino dessa disciplina, de forma a apresentar uma sugestão mais voltada para a prática em sala de aula. A pesquisa foi de natureza descritiva e bibliográfica, e os resultados apontaram que é imprescindível lançar mão de uma didática repleta de significados para o estudante com objetivo de constituir um aprendizado apenas significativo, de acordo com a vida cotidiana desses estudantes.

Os estudos da ansiedade matemática estão sendo desenvolvidos no Brasil em áreas distintas, destacando-se os estudos do professor Dr. João dos Santos Carmo, na área da Psicologia. O professor Carmo tem orientado dissertações, teses e pós-doutoramento acerca da análise do comportamento e Psicologia da Educação Matemática, principalmente a ansiedade matemática. Tais trabalhos investigam os fatores envolvidos na ansiedade matemática, a implementação de programas de prevenção e redução da ansiedade em relação à matemática e outros que visam à elaboração de estratégias e procedimentos de reversão à ansiedade matemática.

Em 2019, o trabalho de Carmo, Gris e Palombarini (2019) foi publicado pela Springer, no livro *Inclusive Mathematics Education: State-of-the-Art Research from Brazil and Germany*, que surgiu nos preparativos da 9° Conferência sobre Educação Matemática e Sociedade, realizada em Volos, na Grécia, em abril de 2017. Segundo os prefaciadores (KOLLOSCHE *et al.*, 2019), nesse evento ficou clara a riqueza da pesquisa no campo da Educação Matemática Inclusiva no Brasil e na Alemanha, e também que essa obra possibilita a discussão dos diferentes contextos sociopolíticos relativos à matemática inclusiva, problematizando a inclusão e seus princípios, além da análise a respeito da inclusão e a compreensão das questões teóricas e empíricas sobre conceitos em ambientes de aprendizagem.

Carmo, Gris e Palombarini (2019) apontam que, nesse estudo acerca da ansiedade matemática, um dos objetivos era apresentar a definição, prevenção e as estratégias que a escola e a família podem empreender com vistas a reverter a ansiedade matemática. Conforme os autores, é necessária uma mudança relativa à concepção da escola em relação à matemática, desmistificando que a matemática é difícil de aprender e compreendendo que a “cultura matemática e matemática inclusiva andam de mãos dadas.” (CARMO; GRIS; PALOMBARINI, 2019, p. 404).

A pesquisa desses autores não só apresenta as definições da ansiedade matemática, mas apresenta uma configuração de inclusão escolar. Segundo os autores, é fundamental ajudar os professores a reverem os “seus pontos de vista sobre a matemática e acerca dos erros de estudantes, sobre as formas mais adequadas de ensino de conteúdo matemático” e como repensar a formação de professores a respeito de temas como “ansiedade matemática, discalculia do desenvolvimento, acalculia e dificuldades extremas em matemática.” (CARMO; GRIS; PALOMBARINI, 2019, p. 416).

Com relação à temática da ansiedade matemática, o livro apresenta ainda o trabalho de Orbach, Herzog e Fritz (2019) que tem como objetivo investigar traços da ansiedade matemática durante a transição de escola primária para a escola secundária. De acordo com os autores, os resultados díspares que são encontrados nessa transição podem ser explicados por definições inconsistentes e diferentes concepções de ansiedade matemática. O estudo também mostrou que a autoavaliação de habilidades de matemática é um fator-chave para o desenvolvimento da ansiedade matemática.

5 | CONSIDERAÇÕES

Por meio da análise dos trabalhos relativos à ansiedade matemática, foi possível os estudos apontam que a ansiedade matemática é representada por uma aversão, um medo e a atitudes negativas frente a atividades escolares na qual é necessário a resolução de problemas. Grande parte dos estudos estão preocupados com a testagem em estudantes e adultos que são ansiosos; com a postura dos professores, familiares e sua influência sobre as crianças; e com questões neurobiológicas.

Os estudos acerca da ansiedade matemática são, em grande parte, internacionais, contudo, o cenário brasileiro vem se modificando e, atualmente, encontram-se alguns grupos de estudos que se dedicam à ansiedade matemática, dentre eles, o grupo de estudos da Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR) e da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Essas pesquisas estão sendo desenvolvidas em áreas científicas distintas, relacionadas à área da Saúde (Genética, Psicologia e Neurociência).

Os estudos da UFSCAR, coordenado pelo Programa de Pós-Graduação em Psicologia, tem contribuído grandemente para as pesquisas acerca da ansiedade matemática. Eles investigam os fatores que podem ocasionar a ansiedade matemática, além de estudar a estruturação e a organização de programas de prevenção e para redução da ansiedade em relação à matemática, elaborando escalas de ansiedade matemática, bem como procedimentos de reversão à ansiedade matemática.

A UFMG, especificamente no Programa de Pós-Graduação em Neurociências, tem se debruçado sobre os estudos sobre a ansiedade matemática e como os mecanismos cognitivos estão relacionados ao baixo desempenho na matemática, o perfil cognitivo de estudantes com dificuldades de aprendizagem, dentre elas a ansiedade matemática, elaborando processo de intervenções neuropsicológicas para o manejo da ansiedade matemática.

É possível observar que essas pesquisas estão sendo desenvolvidas em áreas científicas distintas, relacionadas à área da Saúde (Genética, Psicologia e Neurociência). Contudo, a ansiedade matemática é um tópico que pode e deve ser estudado no campo da Educação Matemática, uma vez que a área da Educação Matemática tem se apropriado (explícita ou implicitamente) de teorias cognitivas gerais com o objetivo de ajudar estudantes e professores a questionarem os fenômenos matemáticos, o processo de ensino, aprendizagem e a inclusão.

A educação matemática ajuda a questionar como o processo de inclusão é realizado nas escolas, especificamente nas aulas de matemática. Uma área que se preocupa com a formação do professor e com os diversos aspectos do processo de ensino e de aprendizagem da matemática de estudantes da educação especial e do ensino regular.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**, Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

COSENZA, R. GUERRA, L. **Neurociência e Educação** – Como o Cérebro Aprende. 1. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2011.

BANDURA. A. Self-efficacy: toward a unifying theory of behavioral change. **Psychological Review**, v. 84, n. 2, p. 191-215, 1977.

_______________. Self-efficacy. *In*: RAMACHAUDRAN, V. S. (ed.) **Encyclopedia of human behavior**. Cambridge: Academic Press, v. 4. p. 71-81, 1994.

BARBOSA, D. C. B. P. **Intervenção neuropsicológica para manejo da ansiedade matemática e desenvolvimento de estratégias metacognitivas**. 95 f. Dissertação (Mestrado em Neurociências) – Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG, 2015.

CARMO, J. S.; GRIS, G.; PALOMBARINI, L. S. Mathematics Anxiety: Definition, Prevention, Reversal Strategies and School Setting Inclusion. In: KOLLOSCHE, D.; MARCONE, R.; KNIGGE, M; PENTEADO, M.G.; SKOVSMOSE, O. (org.) **Inclusive Mathematics Education:** State-of-the-Art Research from Brazil and Germany. Springer Nature Switzerland, p. 403-418, 2019.

CHAPLINE, E. B. Formative evaluation in the development of a math anxiety reduction program. **Annual Meeting of the American Educational Research Association**. 65th, Los Angeles, Ca, april 13-17, 1981.

DREGER, R. M.; AIKEN, L. R. The identification of number anxiety in a college population. **Journal of Educational Psychology**, v. 48, p. 344-351, 1957.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática. O caso da produção científica em cursos de pós-praduação**. 425f. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

FINLAYSON, M. Addressing math anxiety in the classroom. **Improving Schools**, v. 17, n. 1, p. 99-115, mar. 2014.

FRIMAN, P.; HAYES, S.C.; WILSON, K.G. Why behavior analysts should study emotion: The example of anxiety. In: **Journal of Applied Behavior**, v. 31, n. 1, p. 137-156, 1998.

GARCIA-GONZÁLEZ, M. S.; MARTÍNEZ-SIERRA, G. Diego: una história de superación de ansiedad matemática en professores. In: RODRIGUEZ-MUÑIZ, L. J.; MUÑIZ-RODRIGUES, L.; AGUILAR-GONZÁLEZ, A.; ALONSO, P.; GARCIA, F. J. G.; BRUNO, A. **Investigación en matemática XXII**, Gijón: SEIEM, p. 221-230, 2018.

GEARY, D. C. **Children's mathematical development**: research and practical applications. Washington: American Psychological Association, 1996.

GEIST, E. The Anti-Anxiety Curriculum: Combating Math Anxiety in the Classroom. In: **Journal of Instructional Psychology**, v. 37 n. 1, p. 24-31, mar. 2010.

GUILHERME, M. **A ansiedade matemática como um dos fatores geradores de problemas de aprendizagem em matemática**. 100f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas 1983.

HENDEL, D. D. **The Math Anxiety program: its genesis and evaluation in continuing education for women**. Minnesota Univ., Minneapolis. Measurement Services Center. May 19 p. 159, 1977.

______________. Experiential and Affective Correlates of Math Anxiety in Adult Women. **Psychology of Women Quarterly**, v. 5 n. 2, p. 219-320, 1980.

KRINZINGER, H.; KAUFMANN, L. Rechenangst und rechenleistung [Math anxiety and arithmetic skills]. **Sprache Stimme Gehor**, 30, 160-164, 2006.

PÉREZ-TYTECA, P. MONJE, J. Taller de resolución de problemas para prevenir la ansiedad matemática en los futuros maestros de educación infantil. **Edma 0-6: Educación Matemática en la**

Infancia, v. 6, n. 2, p. 14-27, 2017

ÖLMEZ, İ.B.; ÖLMEZ, S. B. Validation of the Math Anxiety Scale with the Rasch Measurement Model. **Math Ed Res J**, v. 31, p. 89-106, 2019.

ORBACH, L.; HERZOG, M.; FRITZ, A. Math Anxiety During the Transition from Primary to Secondary School. In: KOLLOSCHE, D.; MARCONE, R.; KNIGGE, M; PENTEADO, M.G.; SKOVSMOSE, O. (Org.) **Inclusive Mathematics Education: State-of-the-Art Research from Brazil and Germany**. Springer Nature Switzerland, p. 419-447, 2019.

PÉREZ-TYTECA, P. MONJE, J. Taller de resolución de problemas para prevenir la ansiedad matemática en los futuros maestros de educación infantil. **Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia**, v. 6, n. 2, p. 14-27, 2017.

RELVAS, M. P. **Neurociência na prática pedagógica**. Rio de Janeiro: Editora WAK, 2012.

SANTOS, F. H. **Discalculia do desenvolvimento.** 1. ed. São Paulo, SP: Pearson Clinical Brasil, 2017.

SOUSA, F. M. A. A. Distúrbios e dificuldades de aprendizagem: uma perspectiva de interface entre saúde e educação. In. SAMPAIO, S.; FREITAS, I. B. (Org.) **Transtornos e dificuldades de aprendizagem**: entendendo melhor os estudantes com necessidades educativas especiais. Rio de Janeiro: Editora WAK, 2011.

STOET, G.; BAILEY, D. H.: MOORE, A. M; GEARY, D. C. Countries with Higher Levels of Gender Equality Show Larger National Sex Differences in Mathematics Anxiety and Relatively Lower Parental Mathematics Valuation for Girls. **PLoS One**, v. 11, n. 4, 2016.

SUÁREZ-PELLICIONI, M.; NÚÑEZ-PEÑA, M. I.; COLOMÉ, A. Mathematical anxiety effects on simple arithmetic processing efficiency: an event-related potentianl study. **Biological Psychology**, 94, p. 517-526, 2013.

TOBIAS, S. **Succeed with Math: Every Student's Guide to Conquering Math Anxiety.** College Entrance Examination Board, 1987.

_______________. Math Anxiety. **Ms Magazine**, v. 5, n. 1, p. 56-59,92, set., 1976.

WOOD, G.; PINHEIRO-CHAGAS, P.; JULIO-COSTA, A.; RETTOREMICHELI, L.; KRINZINGER, H.; KAUFMANN, L.; WILLMES, K.; HAASE, V. G. Math Anxiety Questionnaire: Similar Latent Structure in Brazilian and German School Children. **Child Development Research**, v. 2012, p. 1-10, 2012.

CAPÍTULO 5

AS HABILIDADES DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Ana Paula Teles de Oliveira
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

A matemática é fundamental para o desenvolvimento do indivíduo em múltiplos aspectos. Um que consideramos especial é a interligação dela com a realidade, já que se apropriarmos somente da teoria não é suficiente, pois devemos ser capazes de utilizar as habilidades desenvolvidas na tomada de decisões, e ainda, de forma crítica, interagirmos com a sociedade, objetivando obter o melhor resultado. A área de finanças se destaca porque faz parte do cotidiano da sociedade e tem grande aplicabilidade, e além do mais, pode auxiliar na compreensão e na problematização da relação da matemática com o mundo.

A educação financeira vem ganhando espaço nacionalmente, por exemplo, criou-se a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF (BRASIL, 2010) cuja finalidade é contribuir com a cidadania e apoiar atividades que ajudam a população na tomada decisões financeiras autônomas. Assim, uma de suas ações é a promoção do ensino da temática nas escolas.

Para entendermos a educação financeira no âmbito escolar, detemos na pesquisa de Trindade (2017) que concluiu a inexistência da abordagem referente à temática nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM). A autora ainda analisou uma coleção de livros de matemática, nos anos finais do ensino básico, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Ela concluiu que os exercícios analisados sobre a educação financeira seguem uma linha tecnicista, isto pelo motivo do aluno ficar restrito às resoluções por meio de substituições e aplicações de fórmulas. Pondera-se que o discente resolve uma atividade de forma mecânica, sem qualquer tipo de reflexão ou criticidade quanto à tomada de decisões relacionadas ao seu mundo.

Com o objetivo de compreendermos os vínculos entre a educação financeira, o ensino e a matemática, desenvolvemos uma pesquisa interinstitucional intitulada *Um estudo sobre educação financeira,* cadastrado na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). O grupo de pesquisadores é composto por professores e alunos com diversas formações. Atualmente, estamos realizando uma pesquisa documental com documentos nacionais e internacionais.

Dentre tantas análises realizadas, indagamos sobre como e quais as habilidades da matemática podem auxiliar no desenvolvimento da educação financeira.

Desta forma, aqui apresentamos partes dos resultados da pesquisa, tendo como questão a ser respondida: Quais as habilidades que a área do conhecimento Matemática e suas Tecnologias proposta pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) podem ser desenvolvidas em uma atividade sobre orçamento do livro didático?

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

Para compreender os assuntos que são tratados em um ambiente escolar, é necessário entender a formação do currículo. Sacristán (2000) explica que o estudo do currículo deve servir para oferecer uma visão de cultura proposta pela escola. O autor ainda declara que ele foi selecionado de acordo com as forças dominantes da sociedade participante, que tem um campo no qual interagem ideias e práticas. Outro ponto é que ele condiciona a profissionalização do docente e a necessidade de vê-lo com grau de flexibilidade, para que haja intervenções dos professores.

Dessa forma, Sacristán (2000) afirma que há seis níveis no processo de construção curricular. Eles foram definidos como: a) currículo prescrito; b) currículo apresentado aos professores; c) currículo modelado pelos professores; d) currículo em ação, e) o currículo realizado; e f) o currículo avaliado.

Acreditamos na necessidade de estudos sobre todos os níveis dessa construção, por causa de sua relevância em um contexto escolar. Porém, neste trabalho, detemos em dois deles, no currículo prescrito e no currículo moldado aos professores.

Conforme Sacristán (2000), no currículo prescrito são dadas diretrizes que fundamentam a ordenação do sistema curricular, sendo a base dos materiais. Ainda, salienta que a tradução destas orientações é feita aos professores de diversas formas. Afirma-se que a tarefa do fazer prático desse currículo é árdua, visto que depende do nível da formação dos docentes e suas condições de trabalho. Salienta-se que o livro tem um ponto decisivo nessa etapa, fazendo parte do currículo moldado aos professores.

Assim, tratamos uma parte da análise, tendo como currículo prescrito a BNCC (BRASIL, 2017) e no currículo moldado aos professores o livro *Educação Financeira nas Escolas – Ensino Médio – Bloco 3* (CONEF, 2013a).

Apesar de os assuntos referentes a finanças estarem em todas as fases da vida, existe a necessidade de compreendermos o desenvolvimento do comportamento financeiro do indivíduo.

De acordo com Hung, Parker e Yoong (2009), o conhecimento financeiro influencia tanto nas habilidades financeiras do cidadão quanto no seu comportamento financeiro. Essas variáveis regem o conjunto de procederes e reações que um indivíduo terá diante das suas finanças. Contudo, esse não é um processo estático, e sim contínuo, uma vez que suas atitudes financeiras levarão a experiências que influenciarão o seu conhecimento e a sua compreensão, desencadeando assim comportamentos financeiros mais complexos. Ainda explicam que as atitudes podem ser falhas ou não, e esse processo não chega a um estágio absoluto, pois é cíclico, conforme representado na figura 1.

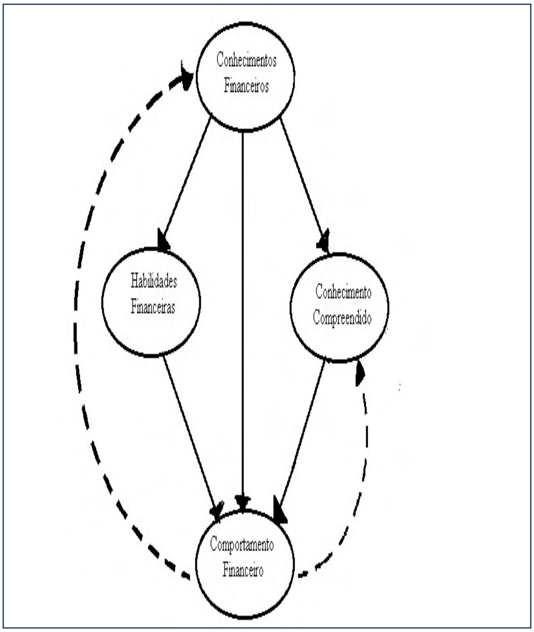


Figura 1: O comportamento financeiro

Fonte: Hung, Parker e Yoong (2009, p. 12, tradução nossa).

Dessa forma, como o comportamento financeiro é influenciado pelos conhecimentos e habilidades financeiras, ponderamos como as habilidades da matemática podem ser mobilizadas para que os indivíduos possam gerir recursos ou consumir de forma consciente, com a finalidade de ter uma estabilidade financeira.

Fiorentini e Oliveira (2013) destacam que a matemática precisa ser compreendida em sua relação com o mundo, sendo instrumento de leitura e compreensão da realidade e de intervenção social. Nesse sentido, acreditamos que a educação financeira pode auxiliarmos nessa percepção.

3 I METODOLOGIA DA PESQUISA

Metodologicamente, este trabalho consiste em uma análise documental. Bardin (1977) explica que esse tipo de investigação é uma representação de um documento de uma forma divergente da original. Esse resultado é obtido por meio de convenientes alterações, obtendo assim o máximo de informação e de pertinência.

Os documentos são definidos como todo material escrito que possa fornecer informações. Além de fundamentar a posição do pesquisador, eles representam uma fonte própria de elementos, em um determinado contexto, dando uma ideia sobre a situação envolvida (LÜDKE; ANDRÉ, 2018).

Lüdke e André (2018) afirmam que a relevância da escolha dos documentos para a realização da análise. Ela pode estar baseada no que está sendo proposto na pesquisa ou nas ideias e hipóteses do pesquisador.

Em nossa pesquisa, escolhemos a BNCC (BRASIL, 2017), por ser um documento normativo, que define a aprendizagem essencial que todo aluno deve desenvolver durante seus anos escolares. Por outro lado, selecionamos o livro (CONEF, 2013a) por pertencer à composição do material didático elaborado pela ENEF e está disponibilizado gratuitamente a versão *on-line* em seu sítio eletrônico.

A BNCC (BRASIL, 2017) organiza o ensino escolar a partir de quatro áreas de conhecimento que foram introduzidas pelas Diretrizes Curriculares Nacionais de 1988. Estas buscam integrar alguns componentes do currículo, a fim de fortalecer as relações das disciplinas e a possibilidade de apreensão e intervenção na realidade de forma contextualizada. Além das áreas, ela propõe temas transversais para a contextualização dos assuntos ensinados. Ela elenca dez competências gerais que devem ser desenvolvidas desde a educação infantil até o ensino médio e em todas as áreas.

Em relação à competência, a BNCC define como mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores, com objetivo de resolver diversas exigências, independente da complexidade, na vida cotidiana (BRASIL, 2017). Além das competências gerais, há as específicas para cada componente curricular. Conforme o documento, as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser garantidas a todos os alunos em todos os contextos escolares.

Para a indicação das habilidades é utilizado códigos alfanuméricos. Existem algumas modificações dependendo da etapa do ensino. Neste momento, discorremos sobre a representação do ensino médio. Para exemplificar, usaremos o seguinte código EM13MAT104.

O primeiro par de letras (EM) indica que a etapa é o ensino médio. O primeiro par de números (13) indica que a habilidade pode ser trabalhada em qualquer série do ensino médio. A segunda sequência de letras (MAT) indica a área ou o componente curricular e nesse caso é a Matemática e suas Tecnologias. Para os últimos números, (104) temos duas partes: o primeiro número (1) indica a competência específica que a habilidade está relacionada e os outros (04) a numeração da sequência relativa à competência. Assim, no exemplo, temos que ela se relaciona à primeira competência na quarta posição.

A nossa pesquisa está focada na área denominada Matemática e suas Tecnologias, no ensino médio. Em se tratando da educação financeira, a BNCC destaca a sua importância na sociedade contemporânea, salientando que deve ser tratada de forma transversal e responsabiliza o sistema de ensino e a escola pelo desenvolvimento da temática de forma contextualizada, sendo fundamentada nas habilidades dos componentes curriculares e nas especificidades da localidade (BRASIL, 2017).

Em se tratando do livro, ele foi elaborado a partir de situações didáticas (SD). Os autores explicam que uma situação didática (SD) é o conjunto de ações e atividades para o desenvolvimento das competências no discente, necessárias para que o seu conhecimento possa lidar com as diversas situações financeiras da sua vida (CONEF, 2013b).

No material didático, vemos que foi subdividido em cinco partes. A primeira denominada O que você já sabe? é realizada uma revisão, por meio de uma situação didática (SD) relacionada à esfera social dos conteúdos necessários durante o estudo do bloco. A seguinte é composta por três divisões, que foram nominadas por temas, possuindo os seguintes títulos: Bens públicos, Economia do país e Economia do mundo. Em cada tema existem sete situações didáticas (SD), tendo como umas das finalidades a compreensão da organização econômica das sociedades e as expressões utilizadas na área financeira. Finaliza-se com uma SD chamada de Sonho Planejado, que indica como elaborar um planejamento para a realização de sonhos que sejam coletivos. Além dessas partes, encontramos o Sumário e o Glossário (CONEF, 2013a).

Conforme Lüdke e André (2018), uma forma da análise é selecionar segmentos específicos para serem encontrados no material, elaborar sínteses, para depois de muitas leituras e releituras detectar temáticas para construção de categorias. Após a construção das categorias, os autores discorrem da necessidade de o pesquisador voltar ao material para aumentar o seu conhecimento, encontrar outros pontos de vista e aprofundar o seu entendimento.

Em nossa pesquisa, uma das categorias criadas foi a de Orçamento (OLIVEIRA, 2021). Ao retornarmos ao material, com outras leituras, encontramos outros pontos de vista, que em parte serão apresentados.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse livro, vimos que um dos tópicos abordados em destaque é o orçamento, contextualizado no âmbito social, pelo orçamento escolar e público, em vários momentos encontramos conexões com o pessoal.

Os autores definem o orçamento como um meio relacionado às finanças. Para explicá-los, fazem uso de uma tabela contendo dois lados, um lado representando as receitas e, outro, as despesas (CONEF, 2013a). Uma das atividades propostas, Figura 1, é o cálculo da despesa do governo com a escola pública.

VAMOS TER UMA IDEIA DO TAMANHO DA CONTA DO GOVERNO COM A ESCOLA PÚBLICA?

Um aluno do Ensino Médio precisa de uniformes, livros e passagens de ônibus para ir estudar. Isso sem falar em cadernos, lápis, caneta, refeições etc. As escolas particulares recebem as mensalidades para pagar suas despesas. Os alunos da rede pública não pagam mensalidade e, em vários casos, recebem os livros e uniformes, além de ter suas passagens de ônibus subsidiadas pelo governo. Você já parou para pensar no custo de tudo isso?

O valor estimado pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) de investimento público direto em educação por estudante, por nível de ensino, para alunos do Ensino Médio foi de R$ 2.960,00 em 2010. A partir desse dado, calcule a despesa representada pela sua turma. Depois calcule a despesa gerada por todos os alunos do Ensino Médio da sua escola.

Figura 1: Atividade sobre orçamento

Fonte: CONEF (2013a, p.15).

No livro do professor, uma das orientações é a utilização da operação produto para calcular a despesa da turma (CONEF, 2013b). Assim, temos a habilidade do ensino fundamental a EF07MA12, isto é, “resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionais.” (BRASIL, 2017, p. 207).

Dessa forma, indagamos: como um livro proposto para o ensino médio e que pode ajudar na compreensão da matemática, como a contextualização da realidade, quer desenvolver somente uma habilidade do sétimo ano do ensino fundamental? Não queremos trazer uma resposta, mas sim levantar questionamentos a partir do estudo de Sácristan (2000): Qual será a cultura proposta na escola em relação à educação financeira? O que a força dominante pretende ao realizar uma estratégia nacional para tratar da temática? Quais intervenções o docente pode fazer na atividade?

Em relação ao último questionamento, sabemos que as interferências podem ser realizadas pelo conhecimento do professor e podem ser influenciadas por sua formação inicial. Dessa forma, propomos que na mediação docente, as habilidades da matemática do ensino médio sejam exploradas, fortalecendo assim as habilidades financeiras necessárias para um comportamento mais consciente. Consequentemente, ocorrerá a adequação de fase etária, ambos referentes ao ensino médio, além da compreensão da matemática ser um instrumento de leitura e intervenção da sociedade.

Antes de iniciarmos alguns possíveis apontamentos na atividade, apresentamos no quadro 1, as habilidades da área de matemática proposta pela BNCC do ensino médio que podem ser exploradas nessa atividade.

Código	Habilidade
EM13MAT104	Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros, investigando os processos de cálculo desses números (BRASIL, 2017, p. 525).
EM13MAT203	Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões (BRASIL, 2017, p. 526).
EM13MAT304	Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais é necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira e o do crescimento de seres vivos microscópicos, entre outros (BRASIL, 2017, p. 528).

Quadro 1: Habilidades da matemática - Ensino médio

Fonte: Elaborado pela autora.

Uma consideração sobre essas habilidades é que a BNCC identifica que as três podem ser desenvolvidas em qualquer série do ensino médio. Neste momento, mostraremos algumas possibilidades de intervenção (BRASIL, 2017).

A primeira sugestão para a atividade é como atualizarmos o valor estimado pelo INEP, veja Figura 1. Assim, podemos trabalhar a fórmula de juros compostos e utilizamos simuladores para esses cálculos, desenvolvendo as habilidades EM13MAT203 e EM13MAT304.

Em continuação, explorarmos quais as taxas de juros, no processo anterior, devem ser utilizadas e onde consegui-las. Observamos que os dados do INEP são de 2010, a partir desse ano, até o momento de ser explorada a atividade, ocorreram diversas mudanças na economia. Assim, podemos relacionar a habilidade EM13MAT104.

Outra possibilidade é compararmos se o valor estimado pelo INEP atualizado é o mesmo que encontramos. Como no sítio eletrônico do INEP, existem as tabelas dos gastos anuais, há a possibilidade de verificarmos se existem diferenças entre esses valores. Em relação às divergências encontradas, podemos discutir as influências da inflação, o orçamento destinado pelo governo à educação, as taxas de juros, dentre outros. Exploramos assim a habilidade EM13MAT104.

Ressaltamos que essas sugestões poderão ser enriquecidas com a sensibilidade do professor diante das indagações feitas pelos alunos.

Dessa forma, exploramos as habilidades da matemática, quadro 1, com algumas sugestões na atividade, figura 1. Porém, ponderamos como elas auxiliarão o comportamento financeiro de um indivíduo.

A habilidade EM13MAT104 comenta sobre a interpretação de taxas e índices socioeconômicos. Uma possibilidade é entendermos que a Selic é a taxa básica da economia (BRASIL, 2011), pois influencia nos empréstimos, financiamentos e nas aplicações financeiras presentes no cotidiano do brasileiro. Além do mais, ela é um fator da política monetária, por conseguinte, o Banco Central pode alterá-la. Então, um caminho é fazermos a Taxa Selic como um parâmetro de nossas decisões financeiras, além do mais, sermos perceptivos que sua mudança pode alterar previsões realizadas. Podemos exemplificar, em relação à caderneta de poupança, pois a sua rentabilidade teve mudança nos últimos cinco anos. Isso ocorreu, pois, o seu cálculo depende da meta da Selic (OLIVEIRA; SANTANA, 2021) proposta pelo Comitê de Política Monetária. Atualmente[1], a sua rentabilidade é 70% da taxa básica de juros. Reflexões sobre a existência de outras opções de aplicações com uma rentabilidade em torno de 100%, poderá levar o indivíduo a diversificar os seus investimentos.

Em relação à habilidade EM13MAT203, vemos que os conceitos matemáticos devem ser aplicados através de aplicativos e planilhas para tomada de decisões. Então uma pessoa pode fazer um cálculo para verificar o valor estimado ao fazer um empréstimo, um financiamento, ou aplicação. Assim, com essas estimativas decidir quais são as melhores opções de acordo com a sua realidade.

Para a habilidade EM13MAT304 que propõe trabalhar as funções exponenciais para compreensão e interpretação das variáveis envolvidas, podemos analisar a fórmula de juros compostos:

$$M = C\,(1+i)^{t}.$$

Onde M representa o montante final, C o capital aplicado, i a taxa fixa contratada e t o período de tempo. Reflexões relacionadas a cada uma das variáveis são relevantes. Exemplificamos através do período de tempo que possui um crescimento exponencial e esse fato influencia diretamente o cotidiano, pois dependendo da maneira que foram

1. A meta da Selic é 7,75% ao ano fixada pelo Copom na reunião do dia 27 de outubro de 2021.

conduzidas, as discussões podem desencadear ponderações sobre a vantagem de iniciar um investimento na infância ou juventude, ou ainda, atentar pelos prazos longos de empréstimos e financiamentos. Isso porque em ambos, mesmo que o valor investido ou emprestado seja pouco, o período de tempo afetará de forma exponencial o valor que será recebido ou pago.

Assim, concluímos que a atividade sobre o orçamento público com as sugestões poderão provocar reflexões sobre o quanto e como foram gastos os recursos financeiros em relação à educação em cada governo e quais seriam os meios para realização de intervenções na sociedade, dessa forma, trabalhando no âmbito social, como proposto pelos autores

Por outro lado, o desenvolvimento das habilidades, quadro 1, poderão auxiliar nos comportamentos financeiros pessoais ou familiares com a constatação que a economia não é estável, que as taxas de juros estão presentes em nossa sociedade, e na nossa vida, que a inflação pode impactar um orçamento, dentre outros. Esses conceitos poderão auxiliar nas decisões envolvam a contratação de empréstimos e financiamentos, uso de cheque especial e até na aplicação do dinheiro.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Constatamos que a matemática é essencial para o desenvolvimento do cidadão, visto que auxilia na compreensão da realidade e na intervenção social. Afirmamos que não basta ter apenas o conhecimento teórico. Por outro lado, enxergamos uma preocupação crescente do governo acerca da educação financeira, além do mais, a temática está presente em todas as fases da vida. Refletimos quais as relações entre ambas.

Assim, vimos como a educação financeira era tratada no livro de matemática do ensino médio (TRINDADE, 2017), que mostra que os exercícios consistiam em simplesmente aplicações de fórmulas. Então, propomos a analisar como um livro de educação financeira trabalha a matemática. Para tanto, foi necessário compreendermos a formação do currículo, como é formado o comportamento financeiro e como a matemática pode ser utilizada para o auxílio do mesmo.

Inicialmente depreendemos dos trabalhos de Sácristan (2000) sobre o currículo, no qual é constatado que a reflexão da sua elaboração é baseada a partir das forças dominantes e que os professores podem fazer intervenções. Ainda apresenta alguns níveis de currículos, desta forma, nos preocupamos em dois, o denominado prescrito, o qual utilizamos a BNCC e o currículo moldado aos professores, com o livro *Educação Financeira* *nas Escolas*, ensino médio, bloco 3 (CONEF, 2013a) material que faz parte da ENEF.

Ainda foi necessário entender a formação do comportamento financeiro (HUNG; PARKER; YOONG; 2009), no qual foi revelado que é influenciado por conhecimentos e habilidades financeiras pessoais. Assim, supomos que a matemática pode auxiliar nessas variáveis, inclusive para a tomada de decisões, pois dessa forma, será compreendida a sua relação com a realidade.

Para a análise escolhemos uma atividade proposta para alunos do último ano do ensino médio sobre o orçamento público. Na atividade, identificamos que somente foi trabalhada uma habilidade do sétimo ano do ensino fundamental. Assim, questionamos sobre qual será a cultura proposta na escola em relação à educação financeira e o que a força dominante pretende ao realizar uma estratégia nacional para tratar da temática. Apesar de propomos as perguntas, o objetivo não era respondê-las, mas levantarmos a bandeira da necessidade de intervenções pelos docentes no currículo. Para exemplificar, fizemos algumas sugestões na atividade investigada, a fim de explorar as habilidades de matemática relacionadas ao ensino que serviu de base ao material do último ano do ensino básico.

Assim, indicamos a possibilidade de serem exploradas três habilidades da matemática, conforme a BNCC indica para o ensino médio, veja quadro 1. Além do mais, lembramos que o conhecimento do assunto pelo professor e a sua sensibilidade no decorrer do processo ensino e aprendizagem poderão enriquecer a aula. Porém, sabemos que essa é uma de outras possibilidades para a atividade.

Com o propósito de exemplificar como a matemática pode auxiliar o comportamento financeiro pessoal, discutimos algumas opções através das quais as habilidades desenvolvidas podem trazer reflexões para tomada de decisões. Dessa forma, discorremos sobre a Taxa Selic, sua importância na sociedade e refletimos sobre a decisão de aplicar somente na caderneta de poupança ou em procurar outras possibilidades. Outro ponto explorado foi o conhecimento matemático para o uso de aplicativos e planilhas, com a possibilidade de estimar valores de empréstimo, financiamentos e investimentos, a fim de fundamentar uma decisão, antes de uma possível contração por uma família. Finalizamos perscrutando as variáveis da fórmula dos juros compostos, dando a relevância ao período do tempo, por ter um crescimento exponencial. Com isso, uma das nossas afirmações é a vantagem em começarmos a investir na juventude, mesmo que o valor seja pequeno, pois teremos o benefício do crescimento exponencial a longo prazo.

Dessa forma, ponderamos que as habilidades da matemática podem ter um campo fértil na educação financeira, pois podem auxiliar de forma crítica, a interação com a sociedade. Vemos o currículo com um grau de flexibilidade, no qual o professor poderá realizar intervenções, podendo melhorar o ensino. Todavia, sabemos das dificuldades dos docentes em fazê-las, visto que dependem de aspectos como sua formação e as suas condições de trabalho. Por isso, indicamos a necessidade de estudos sobre os livros didáticos de educação financeira para o auxílio da tarefa árdua do docente em relação à sua profissão. Como vimos, a atividade analisada pode ser ricamente trabalhada com outras habilidades da matemática do ensino médio. Sabemos que a educação financeira tem sua relevância no cotidiano das pessoas. Assim, a relação entre elas pode trazer a percepção de que a matemática seja um instrumento de compreensão da realidade e intervenção social.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70. 1977.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Educação é a Base**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

BRASIL. Decreto nº 7.397, de 22 de dezembro de 2010. **Diário Oficial da União**. Brasília. DF. 23 dez. 2010. Seção 1, p.7. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2010/decreto-7397-22-dezembro-2010-609805-publicacaooriginal-131118-pe.html. Acesso em: 05 jan. 2020.

BRASIL, Banco Central do Brasil. **Taxa Selic**. 2011? Disponível em: https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/taxaselic . Acesso em: 20 nov. 2021.

CONEF**. Educação financeira nas escolas**: ensino médio, bloco 3. Livro do aluno.1. Ed. Revisada. Ministério da Educação. Brasília. 2013. Disponível em: http://www.vidaedinheiro.gov.br/em-livro3/ Acesso em: 20 set. 2018.

______ . **Educação financeira nas escolas**: ensino médio, bloco 3. Livro do professor. 1. Ed. , Revisada. Ministério da Educação. Brasília. 2013. Disponível em: https://issuu.com/edufinanceiranaescola/docs/livro-professor-bloco3?e=11624914/49399050. Acesso em: 10 maio 2020.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciaturas em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, São Paulo, v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/99f8nsJSh8K9KMpbGrg8BrP/?format=pdf &lang=pt. Acesso em: 18 out. 2021

HUNG, A. A., PARKER, A. M. YOONG, J. Defining and Measuring Financial Literacy. **RAND Labor and Population**. 23 set. 2009. Disponível em: https://www.rand.org/content/dam/rand/pubs/working_papers/2009/RAND_WR708.pdf Acesso em: 26 maio 2020.

LÜDKE, M. ANDRE, M. E. D. A. **A pesquisa em educação***:* Abordagens Qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2018.

OLIVEIRA, A. P. T.; SANTANA, F. S. P. de. Uma discussão sobre caderneta de poupança. In: Anais do VIII Fórum Baiano das Licenciaturas em Matemática/XIX Encontro Baiano de Educação Matemática, 2021, Vitória da Conquista. **Anais eletrônicos**... Campinas, Galoá, 2021. Disponível em: https://proceedings.science/ebem/ebem-2021/papers/uma-discussao-sobre-caderneta-de-poupanca. Acesso em: 21 nov. 2021.

OLIVEIRA, A. P. T. O orçamento em um livro didático de educação financeira. **ReDiPE: Revista Diálogos e Perspectivas em Educação**, v. 3, n. 1, p. 307-321, jul. 2021. Disponível em: https://periodicos.unifesspa.edu.br/index.php/ReDiPE/article/view/1415/659. Acesso em: 01 nov. 2021.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: Artmed, 2000.

TRINDADE, L. B. **A educação financeira nos anos finais da educação básica: uma análise na perspectiva do livro didático**. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/20032/2/Lilian%20Brazile%20Trindade.pdf. Acesso em: 01 out. 2020.

CAPÍTULO 6

AS PROPOSTAS CURRICULARES DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL II OCORRIDAS NO BRASIL ENTRE 1960 E 2000

Maira Mendias Lauro
FAM – Centro Universitário das Américas

1 | INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

Este trabalho apresenta ao leitor um breve panorama histórico a respeito do ensino da Matemática no Brasil, particularmente entre as séries do 6º até o 9º ano do Ensino Fundamental, amparado nas principais propostas curriculares instituídas no sistema nacional de ensino no período de 1960, quando se iniciou o movimento internacional conhecido como Matemática Moderna até o ano 2000, quando foi finalizado.

Assim, objetiva-se verificar as diferenças que foram ocorrendo com o ensino da Matemática ao longo dos anos. Para isso, foram analisados a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1961; os Guias Curriculares para o ensino de 1º grau de 1975 e a Proposta Curricular para o ensino de Matemática do 1º grau de 1986, divulgados pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo; o Movimento de Reorientação Curricular de 1991, divulgado pela Secretaria Municipal de Educação de São Paulo e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de 1998.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

Com as transformações que vêm ocorrendo na área da Educação, torna-se necessário que haja constantes adequações envolvendo análise, aprofundamento e mudanças nas propostas curriculares das diversas disciplinas.

Essa necessidade tem sido acrescida pelos avanços tecnológicos contínuos e significativos que ocorreram nos últimos anos nas áreas do ensino, mostrando que atualmente existe um conjunto de informações que se usado de maneira adequada, pode melhorar a qualidade do ensino em qualquer nível.

O professor Ubiratan D´Ambrosio (1998, p. 1)) considera que:

> O conteúdo matemático, isto é, as ciências matemáticas, está passando por grandes transformações. Estamos vendo novas direções nas pesquisas matemáticas, onde é evidente a assimilação total do computador na pesquisa matemática. Sobretudo a integração da matemática com outras disciplinas e o amplo uso dos recursos tecnológicos deu origem a teorias novas, tais como o processamento de imagens [wavelets], as biomatemáticas e os conjuntos fuzzy, as teorias de sistemas e os estudos do caos e da complexidade, e as ciências da mente e da consciência. Uma nova matemática começa a se delinear.

Especificamente, na Proposta Curricular para o Ensino de Matemática de 1988, encontra-se que uma lista de conteúdos não é suficiente para caracterizar uma proposta curricular. No caso da matemática, segundo essa proposta, ao longo de diversas reformas tal lista tem variado relativamente pouco. Considerando apenas os grandes temas geradores, os assuntos tratados pertencem, essencialmente, a três grandes eixos: números, álgebra e geometria. Tais assuntos, no entanto, podem ser desenvolvidos de modos significativamente diferentes segundo diferentes projetos e é por meio das abordagens realizadas que se pode caracterizá-los.

D´Ambrosio (1998, p. 1)) abaliza essa questão, afirmando que:

> No que se refere à Matemática há excessiva ênfase nos conteúdos. Embora o currículo, como estratégia da ação educativa, contemple objetivos, conteúdos e métodos, todos numa ligação muito forte, somente conteúdos parecem ser considerados nas elaborações curriculares. Uma organização curricular que responda a essas novas direções em aprendizagem deve se libertar do caráter conteudista e adotar um conceito dinâmico de currículo. [...] O grande desafio é fazer um currículo que seja moderno, interessante e útil.

O autor define currículo como o conjunto de estratégias que favorecem a prática educativa. Dessa forma, "o currículo tem como componentes solidários objetivos, conteúdos e métodos[1]. O solidário significa que não se pode alterar um dos componentes sem que se alterem os outros dois". (D´AMBROSIO, 1998, p. 1)

De acordo com essa visão, as mudanças no currículo, que devem ocorrer frequentemente nos sistemas educativos, só podem acontecer se forem considerados os três componentes solidariamente.

Neste artigo, pretende-se investigar as principais propostas curriculares, suas funções e importância nos diferentes projetos de ensino da Matemática no Brasil, nos vários momentos históricos desde 1960 até o ano 2000.

3 I METODOLOGIA DA PESQUISA

No prefácio do livro de Valente (2004, p. 7), o professor Antonio José Lopes afirma que:

1. Para o ensino fundamental, os objetivos referem-se à capacidade de lidar com questões do tipo: avaliar quantidades numéricas, habilidades no uso das calculadoras, porcentagens, as ideias centrais da estatística, razões e proporções, contagem de tempo, medidas e mensurações e matemática ambiental. O conteúdo é aquilo que é necessário para explicar, entender, refletir sobre a realidade e lidar com os fatos reais. A metodologia significa entrar na prática, fazer. (D´AMBROSIO, 1998)

> [...] muitas características do ensino, praticado em décadas passadas, ainda estão muito presentes como marcas didáticas nos conhecimentos, concepções, crenças e práticas dos professores; nos conteúdos e organização dos livros didáticos atuais; nos programas curriculares e – por que não? – no ambiente familiar dos estudantes.

É evidente que a organização curricular encontra sua razão de ser no momento sociocultural e econômico de cada época. A fim de estabelecer um panorama da evolução da organização do currículo de Matemática na escola brasileira, será feita uma revisão das principais reformas no ensino dos atuais 6º ao 9º ano do ensino fundamental, ocorridas entre 1960 e 2000.

É importante estabelecer também, resumidamente, o panorama histórico do ensino da matemática nos períodos anteriores a 1960 a fim de se conseguir observar as diferenças ocorridas. Dessa forma, será abordado brevemente, como acontecia o ensino da matemática nas décadas de 1820 até 1930 e entre os anos de 1930 a 1960.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esse estudo parte da década de 1960 quando imperava uma Reforma Internacional do Ensino da Matemática conhecida como “Matemática Moderna”, que tinha como principal objetivo, apresentar a matemática de forma axiomática e unificada, com alto grau de rigor e abstração, sendo as estruturas algébricas, a teoria dos conjuntos e a lógica os elementos unificadores. Em consequência a esse movimento e às críticas posteriores a ele, as propostas de mudança curriculares foram acontecendo, embora de maneira bastante lenta.

Com o intuito de se observar as diferenças ocorridas, apresenta-se, resumidamente, o panorama histórico do Ensino da Matemática nos períodos anteriores a 1960.

Nas décadas de 1820 até 1930[2], os diferentes ramos da Matemática – a Aritmética, a Álgebra e a Geometria – eram ensinados separadamente e por professores diferentes. De modo geral, seguia-se uma abordagem formal no desenvolvimento dos conteúdos, ou seja, eles eram trabalhados por meio de uma grande relação de postulados, definições, propriedades, lemas e teoremas com as suas respectivas demonstrações.

As décadas de 1930 até 1960[3] caracterizam-se pela implementação da Reforma Francisco Campos, em 1931, quando houve a unificação dos diversos campos da

2. O ano de 1827 pode ser considerado como ponto de partida desse período, quando houve a criação dos cursos jurídicos no Brasil e começou a efetiva preocupação com o Ensino Secundário como preparador aos exames de ingresso a esses cursos. As principais Propostas Curriculares ocorridas durante esse período foram: Reforma Paulino de Souza de 1870; Reforma Leôncio de Carvalho de 1878; Reforma Homem de Mello de 1881; Reforma Benjamin Constant de 1890; Reforma Epitácio Pessoa de 1901; Reforma Rivadávia Correia de 1911; Reforma Carlos Maximiliano de 1915 e Reforma Rocha Vaz de 1925 (para mais informações consulte Lauro (2007)).

3. Nesse período, as principais Propostas Curriculares ocorridas foram a Reforma Francisco Campos de 1931 e Reforma Gustavo Capanema de 1942 (para mais informações consulte Lauro (2007).

Matemática sendo criada uma nova disciplina denominada "Matemática" que ficou sob a responsabilidade de um só professor, que deveria desenvolver integradamente, em cada série, o ensino dos vários assuntos. Nesse período, procurou-se "fugir" da rígida abordagem formal no tratamento dos conteúdos, ou seja, buscou-se introduzi-los através de um ensino intuitivo, experimental, caminhando progressivamente para uma etapa mais formal e abstrata. No entanto, encontram-se autores de livros didáticos desse mesmo período e que foram muito utilizados no ensino que, de forma geral, abordavam os conteúdos seguindo uma abordagem formal, lógico-dedutiva.

4.1 Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – 1961

A reforma anterior – Reforma Gustavo Capanema[4], também chamada Lei Orgânica do Ensino Secundário, promulgada pelo Decreto-lei nº 4.244, de 9 de abril de 1942 – dividiu o ensino secundário em duas partes: o curso ginasial, de quatro anos; e o colegial, de três anos. Esse último era dividido em duas modalidades: o clássico e o científico. Somente mais tarde foi regulamentado o Curso Normal, por meio do Decreto-lei nº 8.530, de 2 de janeiro de 1946.

Tal Reforma acentuou as críticas que há muito vinham sendo feitas ao ensino secundário: os programas eram considerados excessivamente longos para serem desenvolvidos em curto período de tempo, tornando meramente formal o ensino na maioria das escolas.

Em 1951, diante do descontentamento existente, Simões Filho[5], pediu à Congregação do Colégio Pedro II[6] – primeira escola secundária pública da cidade do Rio de Janeiro, inspirada na organização dos colégios franceses e que tinha como objetivo principal se tornar um modelo pedagógico para o curso secundário de todos os estabelecimentos nacionais de ensino – que elaborasse novos programas para o ensino secundário. Tais programas deveriam conter o conteúdo mínimo a ser desenvolvido nas escolas, ajustando-se as diferenças regionais.

De acordo com Pavanello (1989), esses programas não diferiram substancialmente do programa anterior. Os conteúdos permaneceram os mesmos, apenas distribuídos de forma diferente. A Geometria, por exemplo, não mais fez parte do programa da segunda série ginasial e, no colegial, ficou toda concentrada no primeiro ano, não mais sendo

4. Ministro do Ministério da Educação e Saúde Pública no governo Getúlio Vargas.

5. Ernesto Simões da Silva Freitas Filho foi Ministro da Educação e Saúde Pública no governo do presidente Getúlio Vargas.

6. Em 2 de dezembro de 1837, o Seminário de São Joaquim, antigo Seminário dos Órfãos de São Pedro, foi transformado pelo ministro do Império, Bernardo Pereira de Vasconcelos, em estabelecimento de instrução secundária com o nome de Colégio Pedro II. Primeiramente, tinha um regime de externato e, a partir de 1856, o duplo regime de internato e externato. (VALENTE, 2004, p. 23)

distribuída pelos três, como no anterior. As instruções metodológicas também não trouxeram novidades.

Na década de 1960, o Brasil passou por um desenvolvimento econômico, gerando um grande número de empregos, principalmente de nível médio, o que refletiu no campo da educação e, assim, no ensino da Matemática.

A Lei nº 4.024 de 20 de dezembro de 1961, de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, considerou que o ensino de Matemática no curso ginasial, deveria ser, nas três primeiras séries, fundamentalmente de natureza instrumental, visando proporcionar aos educandos conhecimentos de ordem prática, exigidos pelas atividades cotidianas. Assim sendo, o programa teria que conter os conceitos de porcentagem, desconto, juros, conversão de medidas, problemas de velocidade e problemas de Geometria plana intuitiva. As preleções e memorizações deveriam ser reduzidas ao mínimo, dedicando-se o máximo do tempo possível à resolução de problemas e exercícios. Já na quarta série, deveria iniciar o estudo da geometria plana dedutiva, limitada, porém, à demonstração dos teoremas mais importantes, e, sempre com vistas às aplicações de ordem prática. Nessa série, seriam também ministradas as primeiras noções de logaritmos decimais e de trigonometria (PAVANELLO, 1989).

No mesmo período, imperava uma Reforma Internacional do Ensino da Matemática conhecida como “Matemática Moderna”. Seu desenvolvimento foi influenciado pelos trabalhos do Grupo Bourbaki[7], que tinham como principal objetivo, apresentar a Matemática de forma axiomática e unificada, com alto grau de rigor e abstração, sendo as estruturas os elementos unificadores.

A ideia central desse movimento foi a de adaptar o ensino às novas concepções surgidas com a evolução do conhecimento matemático. Indicou-se a mudança dos tópicos tradicionais que apareciam nos currículos da escola secundária até então. Isso significou trabalhar a Matemática do ponto de vista das estruturas algébricas, da teoria dos conjuntos e da lógica.

Esse movimento acarretou o lançamento dos primeiros livros didáticos escritos sob influência da reforma. Para o curso ginasial, os primeiros textos foram os do professor Osvaldo Sangiorgi, editados pela Cia Editora Nacional.

A implantação da reforma internacional determinou a formação de grupos de estudos para o ensino da Matemática no plano nacional de cada país e também em nível internacional. No Brasil, os grupos mais importantes foram o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM) criado em 1961, em São Paulo; o Grupo de Estudos de Ensino da

7. Nicolas Bourbaki foi um nome fictício escolhido por um grupo de matemáticos, na maioria franceses. Dentre eles, Cartan, Chevalley, Dieudonné e Weil.

Matemática de Porto Alegre (GEEMPA) criado em 1964; e o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática do Rio de Janeiro (GEPEM) criado em 1976.

Nas palavras da professora Lopes (2000, p. 7), primeira presidente do GEPEM: "O GEEM, liderado por Oswaldo Sangiorgi e Renate Watanabe, teve como principal objetivo, preparar os professores para a Matemática Moderna. [...] Em fins da década de 70 o GEEM foi desativado".

Esse pode ser considerado um dos períodos mais importantes na história da Educação Matemática no Brasil. Em Miorim (1998, 9. 114)), encontramos que:

> Em nenhum outro momento o ensino da Matemática foi tão discutido, divulgado e comentado como naquele período. Os jornais noticiavam, os professores faziam cursos, os livros didáticos multiplicavam-se, os pais assustavam-se e os alunos 'aprendiam' a Matemática Moderna.

No entanto, os professores reclamavam de um enfoque centralizado apenas na linguagem. A Matemática Moderna deu uma ênfase exagerada à simbologia da Teoria dos Conjuntos.

Consequentemente, no início da década de 1970, começaram a surgir fortes críticas ao movimento; no entanto, devido ao fato de ter alcançado uma forte penetração, as propostas de mudança aconteceram de maneira bastante lenta "as reformas posteriores dedicaram-se mais a se contrapor ao antigo ideário do que a esboçar um novo projeto, apresentando um conjunto de indicações relevantes mas sem referenciais explícitos". (PIRES, 2000, p. 16).

GUIAS CURRICULARES PARA O ENSINO DE 1º GRAU – 1975

A Lei nº 5.692 de 11 de agosto de 1971[8], de Reforma do Ensino de 1º e 2º graus, estabeleceu que o ginásio deveria se deslocar do ensino secundário e integrar-se ao ensino primário. Dessa forma, o primário e o ginásio foram unificados, formando a escola de 1º grau, instituindo a obrigatoriedade de oito anos escolares. Foi também criado o 2º grau profissionalizante, visando dotar o país de mão - de - obra qualificada para uma década que prometia mais crescimento na indústria e no comércio. Nessa época, supunha-se que o 2º grau visando o ingresso na universidade, seria dominado pelo ensino privado, o qual poderia ser remunerado pelas classes mais abastadas.

8. Essa Lei foi instituída no período mais cruel da ditadura militar, onde qualquer expressão popular contrária aos interesses do governo era abafada, muitas vezes pela violência física. A característica mais marcante desta Lei era tentar dar à formação educacional um cunho profissionalizante. Dentro do espírito dos *slogans* propostos pelo governo, como "Brasil grande", "ame-o ou deixe-o", "milagre econômico" etc., planejava-se fazer com que a educação contribuísse, de forma decisiva, para o aumento da produção brasileira. (A EDUCAÇÃO BRASILEIRA NO PERÍODO MILITAR, 2013)

Em 1975, após a promulgação dessa Lei, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) divulgou os Guias Curriculares propostos para as disciplinas do núcleo comum[9] do ensino de 1º grau. Esse Guia foi estruturado pelo Centro de Recursos Humanos e Pesquisas Educacionais "Professor Laerte Ramos de Carvalho" (CERHUPE[10]) com o objetivo de reformular o currículo até então existente.

Nele, encontramos as seguintes recomendações para o ensino de Matemática do 1º grau:

- Obter os conceitos com base nas atividades do aluno, na manipulação de instrumentos e materiais didáticos adequados, em situações tão próximas do concreto e da experiência do aluno quanto seja possível;
- A passagem ao abstrato deve ser feita gradativa e cuidadosamente, etapa por etapa, atendendo ao nível de amadurecimento do aluno;
- A orientação dada ao curso deve ser a da "Matemática Moderna" e, para isso, é necessário que se dê ênfase ao papel central desempenhado pelas estruturas matemáticas, no qual podem ser evidenciadas no estudo dos campos numéricos bem como na Geometria e ao conceito de relação e, mais especificamente, ao conceito de função, que pode ser abordado não só no estudo das funções numéricas, como também no estudo das transformações geométricas;
- Destacar o papel do raciocínio matemático. (SÃO PAULO, 1975, p. 201)

Os assuntos que compõem o Guia Curricular são divididos em quatro temas: Relações e Funções, Campos Numéricos, Equações e Inequações e Geometria. O documento afirma ser, indiscutivelmente, o primeiro tema, o unificador da Matemática (SÃO PAULO, 1975, p. 202).

O Guia apresenta um quadro, por tema, esquematizando os conteúdos e os objetivos gerais. Apresenta também, um quadro, por série, com especificações dos conteúdos, objetivos e algumas sugestões de atividades.

Em 1978, uma Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) da SEDUC-SP, divulgou os Subsídios para a Implementação do Guia Curricular de Matemática – 5ª a 8ª séries – publicação amparada pela Lei nº 5.988 de 14 de dezembro de 1973.

Esse documento foi elaborado com o objetivo de fornecer aos professores elementos para a identificação de atividades que permitam a efetiva implementação do Guia Curricular. Antes de apresentar tais atividades, na introdução, são discutidas as possíveis causas dos problemas encontrados no ensino da Matemática nos últimos vinte anos:

9. As disciplinas do núcleo comum: Língua Portuguesa, Educação Artística, Educação Física, Estudos Sociais, Ciências, Programas de Saúde e Matemática.
10. O CERHUPE foi criado pelo Decreto nº 2.204, de 22 de agosto de 1973.

> Muito papel e muita tinta têm sido gastos, nos últimos vinte anos, na discussão sobre os conteúdos da Matemática no ensino de 1º e 2º graus. Em nosso modo de ver, entretanto, há um erro de enfoque nessas discussões: não é no conteúdo que se encontra o problema do ensino da Matemática e sim na metodologia utilizada na sua abordagem. Seria possível, até, afirmar que os objetivos propostos para a Matemática, no ensino de 1º grau, podem ser atingidos qualquer que seja o conteúdo selecionado. Fixados esses objetivos, o importante é verificar quais os assuntos, entre os vários existentes, que melhor se prestam à consecução dos mesmos. [...] mais que os conteúdos tradicionais, foi a arcaica metodologia utilizada no ensino da Matemática que levou à situação quase calamitosa atingida pelo ensino dessa matéria. (SÃO PAULO, 1978, p. 9)

Analisando as sugestões das atividades, é possível verificar que é proposto o uso de materiais concretos em todas as séries, sempre valorizando a linguagem da Teoria dos Conjuntos.

Especificamente com relação ao ensino da geometria, Pavanello (1989) garante que a orientação de trabalhá-la sob o enfoque da Teoria dos Conjuntos, ou seja, sob o enfoque das transformações, assunto que não era dominado pela grande maioria dos professores, o que acabou por fazer com que muitos deles deixassem de ensinar Geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominantemente a Álgebra. O estudo de Geometria passou a ser feito, quando muito, apenas no 2º grau. A substituição do Desenho Geométrico pela Educação Artística nos dois graus de ensino veio, no entanto, tornar ainda maior a dificuldade dos alunos em trabalhar com as figuras geométricas e suas representações.

Nesse período, é importante observar também que temos grande influência dos livros didáticos nos quais o ensino da Álgebra é realçado até pelo simples fato de a Geometria ser apresentada sempre nos capítulos finais das publicações, característica essa que permaneceu até a década de 1990.

PROPOSTA CURRICULAR PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA DO 1º GRAU – 1986

Em 1986, a Secretaria de Educação do Estado de São Paulo divulgou a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática do 1º grau – publicação amparada pela Lei nº 5.988 de 14 de dezembro de 1973.

A Proposta Curricular para o ensino de Matemática do 1º grau possui diferentes versões[11] e foi estruturada pela Equipe Técnica de Matemática da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas (CENP) da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. A partir de uma análise crítica aos Guias Curriculares anteriores, busca-se resolver

11. A 1ª edição foi publicada em 1986, havendo reimpressões em 1987 e 1988. A 2ª e a 3ª edições foram publicadas em 1988. A 4ª edição é de 1991, havendo reimpressões em 1991 e 1992.

os problemas relativos ao ensino de Matemática até então diagnosticados:

> - Preocupação excessiva com o treino de habilidades, com a mecanização de algoritmos, com a memorização de regras e esquemas de resolução de problemas, com a repetição e a imitação e não com uma aprendizagem que se dá, inicialmente, pela compreensão de conceitos e de propriedades, pela exploração de situações-problema nas quais o aluno é levado a exercitar sua criatividade, sua intuição;
> - priorização dos temas algébricos e a redução ou, muitas vezes, eliminação de um trabalho envolvendo tópicos de Geometria;
> - tentativa de se exigir do aluno uma formalização precoce e um nível de abstração em desacordo com seu amadurecimento. (SÃO PAULO, 1988, p. 7)

A Proposta Curricular para o Ensino de Matemática do 1º grau modificou as orientações da Matemática Moderna. A terceira versão apresenta um paralelo com os Guias Curriculares explicitando tais modificações.

Os assuntos que compõem essa Proposta Curricular são distribuídos em três grandes temas: números, geometria e medidas, e "através deles pretende-se atingir as grandes metas para o ensino de Matemática na escola básica: as aplicações práticas e o desenvolvimento do raciocínio lógico" (SÃO PAULO, 1988, p. 17).

No documento, ao longo das oito séries, na medida do possível, os três temas são tratados simultaneamente. Pretendia-se que o professor tratasse de todos os assuntos adequadamente, articulando-os sempre que possível, em vez de optar por um encadeamento linear de temas em que, começando com um deles, realizasse um tratamento exaustivo, prejudicando os demais. Segundo o documento, "essa alternativa, indesejável, tem sido muito frequente, historicamente, com especial prejuízo para os temas de Geometria" (SÃO PAULO, 1988, p. 17).

É importante observar que essa proposta curricular apresenta um quadro, por série, com sugestões de distribuição dos conteúdos. Nesses quadros, os conteúdos estão disponibilizados de forma que os assuntos que se encontram na mesma altura da página, podem ser trabalhados integradamente.

Analisando as sugestões de atividades para a 5ª até a 8ª série, bem como os seus comentários, é possível verificar as propostas de materiais manipuláveis no ensino dos diversos conteúdos em todas as séries, ou seja, o documento propõe que se parta da intuição, sempre estabelecendo relações com o mundo ao redor para poder estudar as propriedades e as relações entre elas.

MOVIMENTO DE REORIENTAÇÃO CURRICULAR – 1991

Em 1991, a Secretaria Municipal de Educação de São Paulo divulgou o Movimento de Reorientação Curricular.

Na área da Matemática, o documento foi desenvolvido a partir de agosto de 1989. Em 1990, foi produzida uma versão preliminar – Matemática: Visão da Área – que discute as concepções da área e como ela se apresenta no currículo. Esse documento nº 5 passou por seguidas discussões com os educadores, chegando à versão definitiva no final de 1991.

Os objetivos do projeto foram assim definidos: ampliar a discussão sobre o ensino de Matemática nas escolas e propor parâmetros para a construção de programas pelos educadores. O Movimento de Reorientação Curricular foi organizado em três momentos: problematização, organização dos dados problematizados e devolução das informações às escolas.

De acordo com a professora Pires (2000), nesse projeto, escolheu-se a interdisciplinaridade como caminho para possibilitar a ação pedagógica da escola, com o objetivo de superar um problema apontado pelos educadores, qual seja, o de que: "[...] o conhecimento, concretizado nos conteúdos escolares, além de ser proposto e organizado em gabinetes, é compartimentado e fragmentado artificialmente, havendo uma desconsideração total com a interdisciplinaridade natural do objeto do conhecimento" (PIRES, 2000, p. 52).

A partir da Psicologia Cognitiva de Jean Piaget, que garante que no processo de aprendizagem, a compreensão provém essencialmente da ação e reflexão do próprio educando, o projeto propõe a busca de métodos que favoreçam essa ação/reflexão: Resolução de Problemas, Modelagem, Uso de jogos matemáticos e Computadores.

Sugere também propostas para a sala de aula que derivem dos aspectos sociais e emocionais que possam influir na aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, são destacadas: a Etnomatemática e a utilização da História da Matemática.

No documento, encontramos que: "o movimento atual da educação matemática permite vislumbrar um futuro no qual essa disciplina não mais parecerá destituída de sentido ou assustadora, como o foi para a maioria dos estudantes nos últimos dois ou três séculos". (SÃO PAULO, 1991, p. 10)

De acordo com os objetivos gerais, o Movimento de Reorientação Curricular traz como estratégias específicas para promover o ensino e a aprendizagem da Matemática na sala de aula:

- O uso da resolução de problemas;

- O estímulo à comunicação matemática;
- O estabelecimento de conexões entre a Matemática e as demais disciplinas e entre os diferentes temas do conteúdo matemático;[12]
- O desenvolvimento de formas de pensar – compor/decompor, combinar, pensar em transformações, estabelecer relações, abstrair, procurar regularidades, generalizar e deduzir.

Pretende-se que os professores sejam ousados e flexíveis, abandonando, sempre que necessário, a sequência de conteúdos estabelecida pelos livros didáticos. De fato, no documento, encontramos que:

> [...] o professor, ao aderir a esta proposta, precisará de grande flexibilidade, devendo muitas vezes abandonar o cômodo programa linear, criado por ele ou sugerido pelo livro didático. Só assim poderá promover um aprendizado significativo, ligado à realidade. Só assim favorecerá uma construção do conhecimento centrada no educando. Planos, programas e livros didáticos permanecerão úteis, mas somente como apoios e não mais como guias. [...] Aceitar um trabalho pedagógico não previamente estabelecido requer ousadia e envolve um bocado de imprevisto, como se dá na própria vida. No entanto, o aprendizado sendo uma ação humana, as condições de sua realização dificilmente poderiam ser diferentes. (SÃO PAULO, 1991, p. 33)

É importante observar que esse documento é uma proposta de ação pedagógica elaborada simultaneamente para a experimentação em sala de aula. Dessa forma, paralelamente a ele, também foi divulgado o documento 6 – Matemática: Relatos de Prática – que revelou algumas práticas de educadores que empreenderam a reorientação curricular através da sua ação cotidiana em sala de aula.

Nos relatos é possível observar o uso da interdisciplinaridade, via tema gerador, onde o ponto de partida são situações reais e significativas para os alunos e que permitem uma articulação entre os diversos campos da Matemática e também entre as demais disciplinas.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS – 1998

Em 1998, a Secretaria de Educação Fundamental divulgou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) publicação amparada pela Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB). Os PCN's denominam 3º e 4º ciclos do ensino fundamental a etapa escolar compreendida de 5ª até a 8ª série (atuais 6º ao 9º anos).

12. O Movimento de Reorientação Curricular afirma que, nas propostas curriculares anteriores, os conteúdos da Matemática – Geometria, Álgebra e Aritmética – eram trabalhados isoladamente, não havendo articulações entre eles.

Esse documento é o resultado de um trabalho que contou com a participação de muitos educadores brasileiros tendo a marca de suas experiências e de seus estudos. Inicialmente foram elaborados documentos, em versões preliminares, para serem analisados e debatidos por professores que atuam em diferentes graus de ensino, por especialistas da educação e de outras áreas, além de instituições governamentais e não governamentais.

Surgiram a partir de uma análise crítica às Propostas Curriculares anteriores, ocorridas a partir da década de 1920, com apoio nas recomendações do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) dos Estados Unidos. Um dos focos principais da crítica foi à influência da Matemática Moderna. As críticas e sugestões apresentadas contribuíram para a elaboração da versão final, que foi revista periodicamente, com base no acompanhamento e na avaliação de sua implementação.

Os Parâmetros têm por objetivo as discussões educacionais que envolvam escolas, pais, governos e sociedade e deem origem a uma transformação positiva no sistema educativo brasileiro; o desenvolvimento dos projetos educativos das escolas; a reflexão sobre a prática pedagógica; o planejamento de aulas; a análise e seleção de materiais didáticos e de recursos tecnológicos; a formação e atualização dos professores.

Dessa forma, de modo geral, os Parâmetros Curriculares Nacionais foram elaborados procurando, de um lado, respeitar diversidades regionais, culturais, políticas existentes no país e do outro, considerar a necessidade de construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras. Existe a pretensão razoavelmente explícita de criar condições nas escolas, que permitam aos jovens ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício consciente e pleno da cidadania.

Para perseguir esses objetivos, a escola deverá trabalhar conteúdos que os PCN's dividem em Áreas (Língua Portuguesa, Língua Estrangeira, Matemática, Arte, Ciências Naturais, História, Geografia e Educação Física) e Temas transversais (Ética, Saúde, Meio Ambiente, Orientação Sexual, Pluralidade Cultural, Trabalho e Consumo).

Especificamente, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática têm como finalidade fornecer elementos para ampliar o debate nacional sobre o ensino dessa área do conhecimento, socializar informações e resultados de pesquisas, disponibilizando o todo ao conjunto dos professores brasileiros. Nesse sentido, os PCNs têm por objetivo construir um referencial que oriente na prática escolar de forma que contribua para que toda criança e jovem brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, ao mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Indicam a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade Matemática e discutem caminhos para "fazer Matemática" na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação e da Informação.

Quanto aos conteúdos, eles se apresentam um aspecto inovador ao explorá-los não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e de atitudes. Em função da demanda social incorporam, já no ensino fundamental, o estudo da Probabilidade e da Estatística e evidenciam a importância da Geometria e das Medidas para desenvolver capacidades cognitivas fundamentais. (BRASIL, 1998)

Dessa forma, na área de Matemática, os conteúdos encontram-se divididos em:

- Conceituais: Números e operações aritméticas e algébricas; Espaço e forma; Grandezas e medidas; Tratamento da informação (dados estatísticos, probabilidade e combinatória).
- Procedimentais: conteúdos que possibilitem o desenvolvimento de: raciocínios lógico-algébrico; *geométrico* e combinatório; argumentação; capacidade de relacionamento entre conceitos; utilização de tecnologia; capacidade de resolver problemas.
- Atitudinais: conteúdos que possibilitem o desenvolvimento ou compreensão de: responsabilidade; iniciativa; cooperação; solidariedade; autonomia; observação; interesse; respeito; perseverança; socialização; valores – éticos, saúde, meio ambiente e criatividade.

Segundo o documento,

> As atitudes envolvem o componente afetivo – predisposição, interesse, motivação – que é fundamental no processo de ensino e aprendizagem. As atitudes têm a mesma importância que os conceitos e procedimentos, pois, de certa forma, funcionam como condições para que eles se desenvolvam. (BRASIL, 1998, p. 50)

Os Parâmetros trazem, na parte final, algumas orientações didáticas que pretendem contribuir para que os professores reflitam sobre o ensino da Matemática.

Do exposto, entende-se que o documento não obedece ao modelo tradicional de listagem de conteúdos como acontecia na maioria das Propostas Curriculares anteriores. Pires (2000, p. 65) fortalece essa conjectura, dizendo que:

> As novas concepções, parecem querer desvencilhar-se das correntes seculares que determinam a organização curricular. Embora as regras da linearidade ainda se façam bastante presentes, é possível perceber indícios de uma prática que, aos poucos, tende a se aproximar da ideia de rede.

É importante destacar que os PCN's têm um caráter de orientar e não sejam confundidos com um programa oficial. A preservação da liberdade do professor na organização do currículo deve ser mantida para atender a especificidade de cada região.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho, foi feito um estudo sobre o desenvolvimento histórico do ensino da Matemática, ancorado nas principais reformas curriculares instituídas no sistema nacional de ensino, a partir da década de 1960, particularmente no período que vai do 6º até o 9º ano do ensino fundamental. As marcas deixadas pelo Movimento da Matemática Moderna foram muito fortes. Os livros didáticos publicados após as críticas à Matemática Moderna, ainda apresentavam sinais deixados pelo movimento. Os próprios PCNs, que surgiram a partir de uma análise crítica às Propostas Curriculares anteriores, possuem como um dos focos principais, a crítica à influência da Matemática Moderna que prevaleceu ainda durante vários anos.

É importante salientar que os PCNs estão em desuso, mas é um documento que não foi revogado e pode ser utilizado. Em 2017 tivemos a implementação da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) que juntamente com as DCNs (Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica) formam as normas obrigatórias a serem seguidas para orientação e planejamento dos currículos das escolas brasileiras. Os PCNs não foram substituídos pela BNCC; a BNCC foi amparada pelos PCNs e ambos podem atuar de forma integrada e complementar contribuindo para a melhoria da qualidade da educação brasileira.

REFERÊNCIAS

A EDUCAÇÃO BRASILEIRA NO PERÍODO MILITAR. **Pedagogia ao Pé da Letra**, 2013. Disponível em: <https://pedagogiaaopedaletra.com/a-educacao-brasileira-no-periodo-militar/>. Acesso em: 26 nov. 2021.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries): Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961, de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l4024.htm>. Acesso em: 28 jun. 2022.

BRASIL. **Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971, de Reforma do Ensino de 1º e 2º graus**. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l5692.htm >. Acesso em: 28 jun. 2022.

D'AMBROSIO, U. **Palestras proferidas em 1998.** 1998. Disponível em: <https://sites.google.com/site/etnomath/23>. Acesso em: 26 nov. 2021.

LAURO, M. M. **Percepção – Construção – Representação – Concepção: os quatro processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação.** 2007. 396 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

LOPES, M. L. M. L. **Entrevista**. A educação Matemática em Revista, São Paulo, n. 8, p. 05 – 09, 2000.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica**. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PIRES, C. M. C. **Currículos de matemática:** da organização linear à ideia de rede. São Paulo: FTD, 2000

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. **Guias Curriculares para o ensino de 1º grau.** São Paulo: CERHUPE, 1975.

_____________. **Subsídios para a implementação do Guia Curricular de Matemática – 5ª a 8ª séries**. São Paulo: SE/CENP, 1978.

_____________. **Proposta Curricular para o ensino de Matemática, 1º grau.** 3.ed. São Paulo: SE/CENP, 1988.

SÃO PAULO (Município). Secretaria de Educação. **Movimento de Reorientação Curricular: Matemática – Visão da Área.** São Paulo: SE, 1991.

_____________. Secretaria de Educação. **Movimento de Reorientação Curricular: Matemática – Relatos de Prática.** São Paulo: SE, s.d.

VALENTE, W. R. **O Nascimento da Matemática do Ginásio.** São Paulo: Annablume; Fapesp, 2004.

CAPÍTULO 7

COMO ALUNOS DA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO LIDAM COM TAREFAS DE COMPARAÇÃO DE ÁREAS E DE PERÍMETROS EM FIGURAS PLANAS: UM ESTUDO À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Almir Pereira de Moura
Secretaria de Educação e Esportes de Limoeiro-PE

Anderson Alves
Secretaria de Educação Municipal de Itanhaém-SP

Valéria Aguiar dos Santos
Universidade Federal de Pernambuco

1 | INTRODUÇÃO

Área e perímetro são conteúdos aos quais os alunos, inseridos em diferentes realidades institucionais, tendem a apresentar dificuldades. Várias pesquisas sinalizam a não distinção entre área e perímetro, a designação das grandezas sem a unidade de medida, a não distinção entre área e superfície e entre perímetro e contorno, como erros frequentes apresentados pelos alunos da educação básica (ARAÚJO, 2018; BALTAR, 1996, DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, FERREIRA, 2010; MOURA, 2019; MOURA; SANTOS, 2016, entre outras).

Os estudos que se debruçaram sobre a abordagem da área e/ou do perímetro, seja pelo professor (SANTOS, 2015; MOURA, 2019), seja pelo livro didático (BARROS, 2006; MOURA; ALVES; SANTOS, 2021; SANTOS, 2019; SILVA, 2011) apontam uma ênfase nos aspectos numéricos e algébricos em detrimento dos geométricos e das grandezas. Isso tudo contribui para o desenvolvimento de concepções do tipo numérica – quando apenas os dados numéricos são levados em consideração – ou do tipo geométrica – quando associados aos objetos geométricos, isto é, a consideração da área, como a própria superfície e o perímetro como o contorno –, ou ainda apresentam as duas de formas independentes (DOUADY; PERRIN-GLORIAN,1989).

Na perspectiva de superar esses entraves, várias pesquisas (ARAÚJO, 2018, BALTAR, 1996, BELLEMAIN, 2000, DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; FERREIRA, 2010; MOURA, 2019; SANTOS, 2015; SANTOS, 2019, entre outras) têm mostrado a relevância em considerar esses objetos no domínio das grandezas. Essa consideração coloca a necessidade de distinção e articulação entre três objetos: a grandeza, o objeto geométrico ao qual a grandeza está associada e a medida da grandeza.

Nessa perspectiva, as superfícies são regiões delimitadas por uma figura – triângulo, quadrilátero, pentágono, circunferência etc. –, sendo a área uma propriedade invariante para algumas operações, como positividade, isometria e aditividade, e a medida é um número real positivo resultante de uma medição. De modo análogo, os contornos são as linhas poligonais ou não poligonais que delimitam uma região, e o perímetro é o comprimento do contorno, sua medida é indicada por um número real positivo.

O processo de medição de uma grandeza consiste na comparação dela com outra da mesma espécie denominada de unidade de medida. No caso do perímetro, tomamos unidades de comprimento, já no caso da área, recorremos a uma superfície unitária que pode ser delimitada por triângulos, quadrados, retângulos etc. Ao medir um atributo com certa unidade, obtemos um número que indica quantas vezes a unidade foi usada para medi-lo, portanto, sua medida. Já a designação de uma grandeza é feita por um par formado por número e unidade de medida.

A apropriação dos estudantes em relação aos saberes área e perímetro, enquanto grandeza são de grande importância tanto pelas necessidades das práticas sociais associadas às profissões (um pedreiro ao colocar cerâmica em uma sala e o rodapé faz uso da compreensão de área e de perímetro) quanto pelo uso desses saberes no domínio de outras áreas do conhecimento, como a geografia, a partir do cálculo da densidade demográfica, que leva em consideração a distribuição da população em relação à área do território ao qual elas habitam, assim como nas discussões que perpassam a noção de perímetro urbano enquanto fronteira entre a área urbana e rural, e nas articulações com outros objetos matemáticos. Isso pode ser visto, por exemplo, no ensino das frações, no tratamento do significado parte-todo, geralmente explora-se a construção de figuras cuja indicação da fração correspondente é estabelecida, a partir da relação entre as áreas da parte considerada e aquelas que constituem o todo.

Neste texto, temos por objetivo discutir como os estudantes da 1ª série do ensino médio lidam com tarefas de comparação de áreas e perímetros de figuras planas, quando elas não apresentam dados numéricos, ou seja, medidas. As tarefas de comparação conduzem os estudantes a estabelecerem uma relação de ordem, isto é, indicar se os atributos envolvidos são iguais, menor ou maior.

Para discutir o modo como os estudantes lidam com as tarefas de comparação de áreas e perímetros de figuras planas, recorremos às contribuições da Teoria Antropológica do Didático, a partir da noção de praxeologia – uma ferramenta teórico-metodológica capaz de descrever as formas de fazer e pensar de uma instituição ou de um sujeito institucional.

2 | ÁREA E PERÍMETRO COMO GRANDEZAS GEOMÉTRICAS

Neste texto, estamos assumindo área e perímetro, enquanto objetos do domínio das grandezas geométricas, isto é, atributos associados a objetos geométricos: a área associada à superfície e perímetro associado ao contorno de uma figura. Essa tomada de posição se baseia no aporte teórico dos jogos de quadros[1] de Douady e Perrin-Glorian (1989) para o estudo da área e sua extensão para a grandeza comprimento proposta por Barbosa (2007). Na perspectiva dessa discussão teórica, a consideração de perímetro e área, enquanto objetos das grandezas, contribui para os estudantes estabelecerem as relações entre os quadros numérico e geométrico.

A consideração da área e do perímetro, enquanto grandezas geométricas, coloca a necessidade de distinguir esses objetos dos que pertencem à geometria e dos que pertencem aos números. Nessa perspectiva, área e perímetro são grandezas, isto é, propriedades invariantes para certas operações como: positividade, aditividade, e invariância por isometrias. As superfícies e os contornos são objetos da geometria e as medidas indicadas por números reais positivos são objetos dos números.

Para efeito de ilustração, a figura 1, a seguir, apresenta os objetos que constituem os quadros, assim como aqueles que permitem fazer a passagem de um quadro a outro.

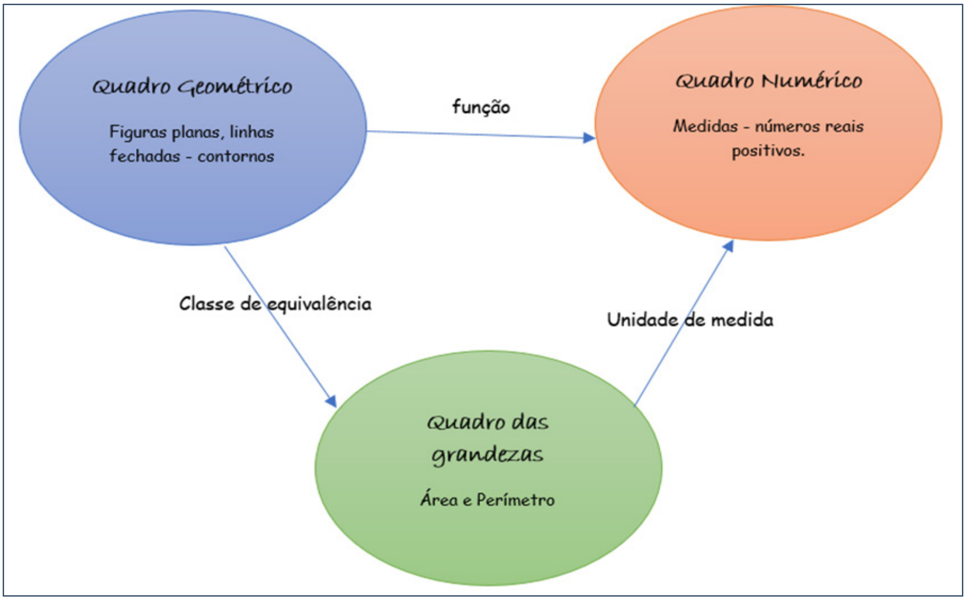


Figura 1 – Articulação dos quadros na perspectiva de Douady e Perrin-Glorian (1989)

Fonte: Adaptação de Bellemain e Lima (2002) e Barbosa (2007).

1. Um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa em um dado momento, a esses objetos e relações. Admitimos que as imagens mentais desempenham um papel importante no funcionamento, como instrumento, dos objetos do quadro. Dois quadros podem comportar os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e pelas problemáticas desenvolvidas. Além disso, a familiaridade e a experiência podem conduzir a conflitos entre aquilo que o sujeito espera e o que se produz efetivamente, levando-o por consequência, a refazer suas imagens ou as fazer evoluir. Nós concebemos a noção de quadro como uma noção dinâmica. (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 389, tradução nossa).

De acordo com Moura (2019), os quadros são mobilizados a partir de tarefas que possuem ênfases específicas. Assim, segundo o autor, nas tarefas que permitem a passagem do quadro geométrico ao quadro das grandezas, a ênfase está na classe de equivalência a qual as figuras e/ou os contornos pertencem, isto é, quando duas figuras pertencem a uma mesma classe de equivalência, dizemos que essas figuras possuem a mesma área, analogamente, quando dois contornos pertencem a uma mesma classe de equivalência, dizemos que seus perímetros são iguais.

As tarefas que permitem a passagem do quadro geométrico ao numérico dão destaque a uma função, à medida que permitem associar uma superfície a diferentes números em detrimento da escolha da unidade de área. Semelhantemente, é a função medida que associa um contorno a diferentes números em decorrência da unidade de comprimento escolhida.

Finalmente, as tarefas que permitem a passagem do quadro das grandezas ao numérico são as unidades de medida. Ao escolhermos diferentes unidades de medida de área para medir uma superfície, obtém-se diferentes números para designar a medida da área, porém a área da figura permanece invariante. Da mesma forma, ao escolher diferentes unidades de comprimento para medir um determinado contorno, obtém-se diferentes números para designar a medida do perímetro que, no entanto, não varia.

Neste texto, estamos interessados nas tarefas que permitem a passagem do quadro geométrico ao das grandezas, assim, lançamos mão das tarefas de comparação sem dados numéricos, no intuito de levar o estudante a recorrer a procedimentos não necessariamente numéricos. As tarefas de comparação de grandezas levam o estudante a estabelecer uma relação de ordem entre os atributos envolvidos. Assim, diante dessas tarefas, a finalidade é indicar se o atributo comparado é igual, maior ou menor.

Outro movimento necessário ao tratamento das grandezas área e perímetro, mas não menos importante, consiste na articulação desses objetos com os que pertencem aos domínios da Geometria e dos números. Afinal, quando lidamos com a medição desses objetos, recorremos a conhecimentos geométricos mediante o reconhecimento do objeto associado ao atributo a ser medido (superfície, contorno), ao das grandezas, a partir da escolha da unidade adequada, sendo unidades de área para a área e unidades de comprimento para o perímetro, e dos números por meio das medidas obtidas pelo processo de medição.

Segundo Bellemain (2018), a compreensão da área e do perímetro como grandezas, demanda também a percepção de que elas são de naturezas distintas e, portanto, podem variar de maneiras diferentes. Assim, o estudo dessas grandezas deve favorecer situações, nas quais o estudante perceba que é possível construir diferentes figuras: com o mesmo perímetro e área, com perímetros iguais e áreas diferentes, com áreas iguais e perímetros diferentes, ou ainda modificar a área e o perímetro em sentidos diferentes, isto é, aumenta-se a área e diminui o perímetro, vice-versa.

2.1 Teoria Antropológica do Didático

A Teoria Antropológica do Didático estuda o homem diante do saber matemático dentro das instituições sociais[2] (CHEVALLARD, 1999). Assim, nessa perspectiva teórica, todo saber é um saber institucional cuja funcionalidade decorre da necessidade que se tem do uso e difusão desse saber na instituição. Por ser fruto de uma instituição, o saber pode ser produzido, transposto, ensinado e, consequentemente, aprendido. No âmbito institucional, esse saber se organiza mediante uma estrutura que, nos termos da TAD, pode ser modelizada por uma ferramenta chamada praxeologia – um construto teórico considerado como o coração da TAD. Esse construto é constituído de quatro noções: Tipo de tarefa (T), técnica (τ), tecnologia (θ), e teoria (Θ).

O tipo de tarefa é estruturado por um verbo e um complemento que indicam para alguém, que algo deve ser feito a partir da implementação de uma técnica que, por sua vez, consiste no modo de fazer a tarefa que está sendo proposta, ela reúne o conjunto de etapas que se julgam necessárias para o cumprimento do tipo de tarefa. Toda técnica está amparada em um discurso racional que permite justificar, esclarecer e produzir as técnicas chamado tecnologia. Finalmente, tem-se a teoria que consiste no fundamento último cuja finalidade é explicar e esclarecer a tecnologia, dando sustentabilidade constituindo-se a tecnologia da tecnologia.

Para efeito de exemplificação, consideremos que na instituição 5º ano do ensino fundamental - Anos Iniciais, T_1 - *Comparar áreas de superfícies planas* constitui um tipo de tarefa para a qual há pelo menos três técnicas associadas, a exemplo da: (τ_1) superposição das figuras seguida da compensação das partes; (τ_2) decomposição e recomposição de figuras seguida da superposição; (τ_3) a comparação das áreas leva em consideração as medidas das áreas quando estão indicadas na mesma unidade. Para cada uma dessas técnicas, há na instituição, argumentos que justificam essa prática. A tecnologia associada à técnica (τ_1) pode assim ser escrita:

a) quando as figuras possuem a mesma área: θ_{11}*: duas figuras superpostas sem*

2. De acordo com a TAD, "uma instituição I é um dispositivo social, "total" que certamente pode ter pequenas extensões no espaço social (existem micro instituições), mas que permite – e impõe – a seus sujeitos, isto é, às pessoas x, que nela ocupam diferentes posições p, ofertadas em I, a implementação de maneiras de fazer e pensar próprios." (CHEVALLARD, 2018, p. 6).

que haja espaços vazios no interior apresentam a mesma área.

b) quando as áreas são diferentes: θ_{12}*: ao superpor duas figuras (*S_1 *e* S_2*) de modo que no interior de* S_1 há espaços vazios, dizemos que a área de S_1 é maior que a área de S_2.

Já para a técnica (t_2), temos além das tecnologias θ_{11} e θ_{12} o discurso θ_{21}: *a decomposição e recomposição de figuras sem perda ou sobreposição das partes mantém a área*.

Finalmente, para a técnica (t_3), os argumentos que validam seu uso estão associados à função à medida que associam uma superfície a diferentes números em detrimento da escolha da unidade de medida, mas também a ordenação dos números reais que representam as medidas das áreas, assim, a ordenação das áreas é realizada a partir da ordenação de suas medidas.

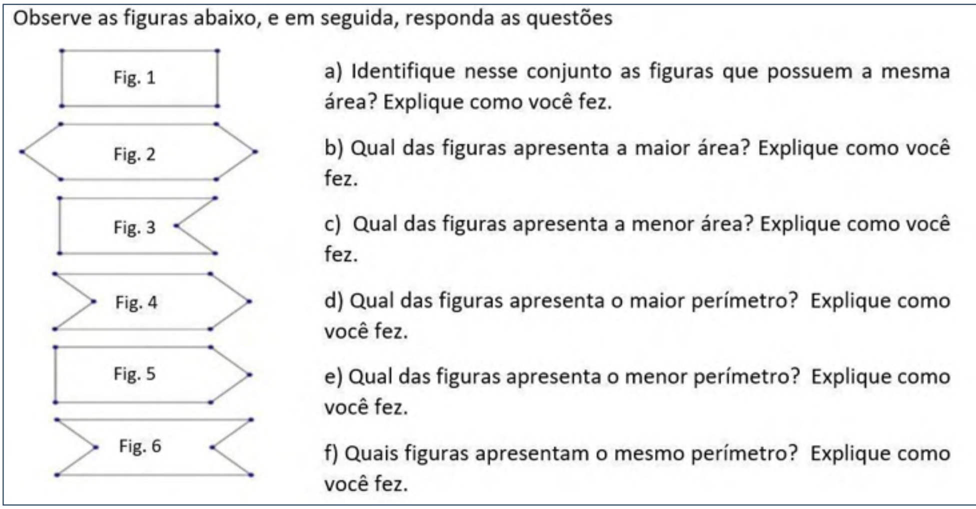
Todos os argumentos pontuados anteriormente estão presentes no domínio das grandezas e medidas, o qual constitui como o fundamento teórico (teoria) responsável por justificar e esclarecer cada uma das proposições pontuadas anteriormente.

Neste texto, em particular, estamos interessados em descrever as técnicas utilizadas pelos estudantes da 1ª série do ensino médio para o cumprimento de tarefas do tipo comparar áreas e perímetros de figuras planas.

3 | PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo é de natureza qualitativa e visa descrever como os estudantes da 1ª série do ensino médio lidam com tarefas de comparação de áreas e perímetros de figuras planas. Para isso, lançamos mão das contribuições teórico-metodológicas da Teoria Antropológica do Didático (TAD) e da discussão da área e do perímetro, enquanto objetos do domínio das grandezas. A TAD, a partir da noção de praxeologia, nos ofereceu elementos para descrever como os estudantes lidam com as tarefas propostas no teste diagnóstico.

Participaram desse estudo 18 estudantes da 1ª série do ensino médio de uma escola pública estadual do agreste pernambucano. Propomos uma atividade por meio da plataforma do *Google Classroom* através de um formulário *Google* que foi aplicada no horário da aula de matemática cedida pelo professor da disciplina. Destinamos 100 minutos para a resolução e devolutiva da atividade constituída de seis tarefas de comparação entre áreas e perímetros de figuras planas (ver figura 1, a seguir).


Observe as figuras abaixo, e em seguida, responda as questões

a) Identifique nesse conjunto as figuras que possuem a mesma área? Explique como você fez.

b) Qual das figuras apresenta a maior área? Explique como você fez.

c) Qual das figuras apresenta a menor área? Explique como você fez.

d) Qual das figuras apresenta o maior perímetro? Explique como você fez.

e) Qual das figuras apresenta o menor perímetro? Explique como você fez.

f) Quais figuras apresentam o mesmo perímetro? Explique como você fez.

Figura 2: Extrato da atividade aplicada

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

O objetivo dessa atividade foi conhecer se as noções relativas à área e ao perímetro, enquanto objetos das grandezas e medidas, foram apropriados pelos estudantes na etapa anterior da escolaridade, ou seja, no ensino fundamental, uma vez que ela foi aplicada antes da abordagem desses saberes pelo professor na série em que os estudantes foram investigados.

De maneira específica, esperava-se que os estudantes percebessem que figuras diferentes podem apresentar a mesma área, e dessa forma, associassem as figuras 1, 4 e 6 como àquelas que possuem a mesma área. No item “b”, esperava-se a figura 2 como resposta, sendo aquela que possui a maior área. No item “c”, esperava-se que fosse indicada a figura 3 como sendo a que possui a menor área. Nesses três primeiros itens, esperava-se que os estudantes realizassem as comparações entre as áreas da figura considerando o “tanto” de espaço que elas ocupam no plano.

Os três últimos itens constituem tarefas relativas aos perímetros das figuras disponibilizadas, assim, esperava-se que no item “d” fossem consideradas as figuras 2, 4 e 6, como aquelas que possuem o maior perímetro. Já no item “e”, esperava-se a indicação da figura 1. Finalmente, no item “f”, esperava-se como resposta a indicação que as figuras 2, 4 e 6 possuem o mesmo perímetro, assim como as figuras 3 e 5.

Como percebemos na descrição das respostas apresentadas nos dois parágrafos anteriores, as técnicas esperadas para o cumprimento das tarefas propostas nesta atividade são de natureza geométrica. Ao comparar as áreas, levando em consideração “o tanto de espaço" que a figura ocupa no plano, recorremos ao quadro geométrico a partir de técnicas do tipo superposição de figuras seguida da compensação das partes, ou ainda da decomposição e recomposição de figuras seguida da superposição mesmo que seja mentalmente. Ao comparar os perímetros, levamos em consideração o comprimento dos lados que constituem a figura. Assim, ao compararmos os segmentos oblíquos, percebemos que eles possuem o mesmo comprimento, assim é fácil perceber que os perímetros das figuras 2, 3, 4, 5 e 6 são maiores que a da figura 1, uma vez que o comprimento de dois lados oblíquos de cada uma dessas figuras é maior que o comprimento da largura do retângulo (figura 1).

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise dos protocolos dos estudantes evidenciou, diante das tarefas relativas à área, a presença de procedimentos geométricos nas respostas de doze estudantes. Esses procedimentos, ora levavam em consideração a quantidade dos lados das figuras (42%), ora se tratava da decomposição e recomposição de figuras (50%), mas também a superposição seguida da compensação das partes (8%).

Para efeito ilustrativo, apresentamos dois excertos, um sinalizando um procedimento errôneo e o outro correto do ponto de vista institucional. O primeiro excerto sinaliza que o estudante lança mão de um procedimento geométrico associado à quantidade de lados e ângulos para justificar as razões pelas quais as figuras 2, 4 e 6 possuem a mesma área. Essa tomada de posição evidencia que o estudante não compreende o conceito de área e não associa adequadamente a grandeza ao objeto geométrico, aspectos importantes ligados ao estudo das grandezas geométricas como discutido no tópico 2.1 da fundamentação teórica deste texto. Esse dado sinaliza que as dificuldades apresentadas no ensino fundamental relativas às grandezas ainda permanecem persistentes, corroborando com resultados de pesquisas realizadas anteriormente, a exemplo de: Douady e Perrin-Glorian (1989), Ferreira (2010), Moura (2019), Moura e Santos (2016).

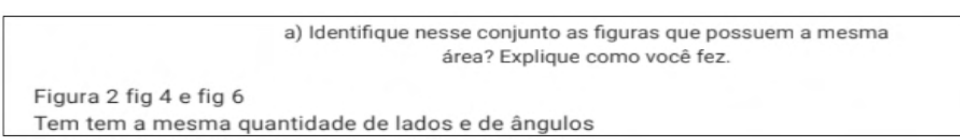

a) Identifique nesse conjunto as figuras que possuem a mesma área? Explique como você fez.

Figura 2 fig 4 e fig 6
Tem tem a mesma quantidade de lados e de ângulos

Figura 3: Argumento utilizado por um estudante para justificar a sua resposta à tarefa proposta no item "a"

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

A figura 4, a seguir, apresenta um excerto da resposta dada por um estudante, no qual percebemos indícios de procedimentos associados à decomposição e à recomposição a partir do corte e colagem das figuras.

a) Identifique nesse conjunto as figuras que possuem a mesma
área? Explique como você fez.

A idéia dessa questão é você transformar uma figura na outra , por exemplo: se tiver como transformar uma figura na outra , então as áreas delas vai ser as mesmas. Eu consigo transformar a figura 4 na figura 1 se eu cortar a parte esquerda e levar a perto que sobrou para completar o triângulo.
Tendo em vista esse pensamento, as figuram que possuem a mesma área são : * 1,2,4 e 6 *

Figura 4: Descrição da técnica "decomposição e recomposição de figuras" utilizada por um estudante a tarefa proposta no item "a"

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

A justificativa dada permite inferir que o estudante mobiliza o conhecimento que a técnica de decomposição, seguida da composição das partes, não altera a área da figura, entretanto, percebemos que essa justificativa não se aplica a figura 2 que ele também apresenta como resposta.

Verificamos ainda, procedimentos que reuniam aspectos geométrico, numérico e algébrico na resposta de um estudante. Ele recorreu a decomposição das figuras 2, 3, 4, 5 e 6 em retângulos e triângulos; também utilizou a régua para medir as dimensões dessas figuras; aplicou a fórmula da área do retângulo e do triângulo, e em seguida, realizou o somatório das áreas e as ordenou levando em consideração à ordem das medidas das áreas obtidas. A figura 5, a seguir, apresenta um fragmento no qual se descreve o procedimento usado pelo estudante como resposta à tarefa proposta no item "a".

a) Identifique nesse conjunto as figuras que possuem a mesma
área? Explique como você fez.

A figura 1, 4 e 6 . 1 usei comprimento e largura depois soma a 4 calculei compri9 vezes a largura depois eu fui pros triangulo com a base vezez altura e depois dividindo por 2 no meio triangulo o mesmo processo mas com a soma do outro meio triangulo depois somei tudo já o 6 o mesmo processo do retângulo e depois do meio triangulo e somando tudo no final todos dando 4,29 a área.

Figura 5: Descrição da técnica cujos aspectos geométrico, numérico e algébrico estão presentes na resposta de um estudante à tarefa proposta no item "a"

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

Conforme justificativa dada pelo estudante, percebemos coerência na resposta final dada, as figuras 1, 4 e 6, possuem a mesma área. Entretanto, o argumento usado para explicar como ele determinou a área da figura 1 está associado a uma técnica relativa ao perímetro, embora a medida indicada não seja possível de ser obtida pela aplicação dessa técnica. Assim, inferimos que o estudante aplicou corretamente a fórmula da área do retângulo, mas ao invés de dizer que multiplicou os comprimentos dos lados adjacentes da figura, ele informou que realizou a soma. Essa inferência é fortalecida a partir da análise da justificativa dada ao procedimento usado para determinar a área da figura 4. Fica evidente que o estudante decompôs a figura em retângulos e triângulos e, para determinar a área do retângulo recorreu a base vezes altura e para determinar a área dos triângulos recorreu a base vezes altura dividido por dois, realizando ao final a soma das áreas das figuras que foram decompostas.

Observando as respostas dos demais estudantes, não localizamos elementos suficientes para indicar o procedimento utilizado, tendo em vista a ausência de justificativa em três protocolos e a falta de clareza na justificativa colocada por um estudante. Percebemos nas respostas de dois estudantes a não dissociação entre área e perímetro quando informam que as figuras 2, 4 e 6 têm a mesma área, erros já repertoriados em pesquisas anteriores.

Diante das tarefas envolvendo a comparação dos perímetros, percebemos que os estudantes ora levaram em consideração os aspectos geométricos, comparando a soma dos comprimentos dos lados sem auxílio da medição ou a quantidade de lados da figura, ora ordenaram o perímetro, a partir da ordenação das áreas, ora recorreram a determinação do perímetro, mediante a medição dos lados das figuras.

Trazemos uma sequência de excertos, como constatação dos argumentos declarados. A figura 6, a seguir, revela a justificativa do procedimento utilizado por um estudante que recorreu à comparação dos comprimentos dos lados das figuras para estabelecer a comparação dos perímetros das figuras. Já a figura 7 apresenta um procedimento geométrico, no qual a ordenação do perímetro é associada à quantidade de lados que a figura possui.

e) Qual das figuras apresenta o menor perímetro? Explique como você fez. *

Figura 1, pois é a única que não sofre qualquer tipo de alteração, e inclusive, podemos observar que nas figuras que tiveram alteração, elas tem traços sobrando, ou seja se colocarmos esses traços em igualdade um abaixo do outro, em linha reta, podemos observar que isso deixa o perímetro da figura maior. (Mesma explicação da questão "D", pois a relação é a mesma)

Figura 6: Descrição do procedimento geométrico “soma de comprimentos” utilizado por um estudante diante da tarefa relativa à comparação de perímetros

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

f) Quais figuras apresentam o mesmo perímetro? Explique como você fez. *

A 2, 4 e 6 e as figuras e a 3 e 5, apresentam os mesmos perímetros. As figuras tem a mesma quantidade de lados e os lados são equivalente

Figura 7: Descrição do procedimento geométrico “quantidade de lados” utilizado por um estudante diante da tarefa relativa à comparação de perímetros

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

O procedimento que envolve a medição dos lados das figuras com uma régua graduada também foi percebido entre os estudantes participantes da pesquisa. A figura 8, abaixo, ilustra essa tomada de posição.

f) Quais figuras apresentam o mesmo perímetro? Explique como você fez. *

Figura 2 e 4 cada uma medindo 10.8 cm de perímetro; E as figuras 3 e 5 cada uma 9.9 cm e perímetro.

Figura 8: Descrição do procedimento numérico utilizado por um estudante diante da tarefa relativa à comparação de perímetros

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

Por fim, trazemos um fragmento que sinaliza a compreensão de que a área e perímetro variam no mesmo sentido. Para o estudante que mobiliza esse tipo de compreensão, a ordenação do perímetro pode ser feita mediante a ordenação da área e vice-versa.

f) Quais figuras apresentam o mesmo perímetro? Explique como você fez. *

1 ,2 , 4 e 6. Ainda levando em consideração a alternativa “ a ”se tem a área menor , consequentemente o perímetro será menor

Figura 9: Descrição do procedimento utilizado por um estudante diante da tarefa relativa à comparação de perímetros em que leva em consideração a ordenação das áreas

Fonte: Dados da Pesquisa

Em geral, a análise das respostas dos estudantes às questões do teste revelou que as tarefas com maior índice de acertos foram as propostas nos itens “b”, “c” e “e”, nas quais 12, 13 e 11 dos 18 estudantes, respectivamente, resolveram corretamente. A tarefa dos estudantes que apresentou o menor índice de acertos foi a proposta no item “d”, que foi resolvida corretamente por apenas cinco dos 18 participantes da pesquisa. A figura 10, a seguir, revela esses dados.

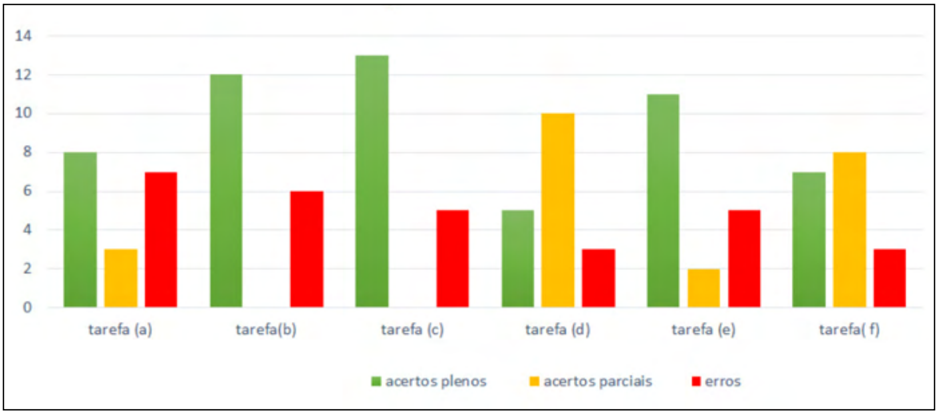


Figura 10: Desempenho dos estudantes nas tarefas propostas no teste

Fonte: dados extraídos da pesquisa.

Considerando as informações contidas na figura 10, acima, percebemos que somados acertos plenos e parciais[3] os resultados ultrapassam 60% em todos os itens avaliados. Também é possível inferir que: a) diante das tarefas relativas à área, os estudantes apresentaram maior índice de erros se comparadas as tarefas relativas ao perímetro; b) a tarefa cuja finalidade era a identificação das figuras que possuíam a mesma área, apresentou um índice de erro maior do que aquela cuja intenção era identificar as figuras de mesmo perímetro.

A análise dos resultados revela que não houve ausência de respostas pelos estudantes, embora verificamos que seis dos dezoito estudantes expressaram a resposta sem descrever como realizaram a tarefa.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, buscamos elementos de resposta para a maneira como os estudantes da 1ª série do ensino médio lidam com tarefas de comparação de áreas e perímetros de figuras planas sem a presença de dados numéricos, a partir das contribuições da Teoria Antropológica do Didático.

Os resultados apontam que diante das tarefas relativas à comparação de áreas de superfícies planas, os estudantes lançam mão de procedimentos geométricos, seja considerando os elementos constituintes da figura, como quantidade de lados e ângulos, seja através da superposição de figuras seguida da compensação das partes ou da

3. Estamos considerando como acertos parciais aqueles cujas respostas apontam para duas figuras, quando três ou mais caberiam como resposta.

decomposição e recomposição seguida da superposição. Houve ainda procedimentos que reuniram elementos geométricos, numéricos e algébricos. Para esse caso, percebemos a presença da decomposição de figuras que está associado ao geométrico, a medição das dimensões das figuras decompostas através da régua graduada que está vinculado ao numérico e o uso das fórmulas que estão ligadas ao algébrico.

Com relação às tarefas relativas ao perímetro, constatamos procedimentos geométricos que levam em consideração os elementos constituintes da figura como quantidade de lados e a soma de segmentos. Verificamos ainda os procedimentos numéricos mediante a medição dos comprimentos dos lados, por meio da régua graduada seguida da soma das medidas obtidas e a ordenação dos perímetros a partir da ordenação das áreas.

Diante do exposto, podemos constatar a presença de alguns entraves nas respostas dos estudantes do tipo: o perímetro e a área variam no mesmo sentido; a não dissociação entre área e perímetro; o estabelecimento da comparação a partir da comparação dos elementos constituintes da figura, como a quantidade de lados e ângulos, por exemplo; questões associadas à concepção geométrica; a necessidade de medir a área e o perímetro das figuras para poder fazer a comparação entre os atributos envolvidos (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989).

Consideramos que o formato que utilizamos para a produção de dados não nos permitiu captar informações necessárias à compreensão de como o estudante executa para cumprir a tarefa, uma vez que alguns estudantes não justificaram sua resposta. Entretanto, as questões discutidas a partir das respostas dos estudantes, as tarefas avaliadas no teste aplicado sinalizam deficiências conceituais relativas às grandezas área e perímetro por um grupo de estudantes. Tais questões podem configurar possíveis dificuldades com o tratamento de outras grandezas estudadas na física, por exemplo. Sendo assim, sinalizamos a necessidade de proporcionar a esses estudantes situações, nas quais a distinção e articulação entre os objetos geométricos, as grandezas associadas a esses objetos e os números utilizados para indicar as medidas dessas grandezas, assim como questões inerentes à designação de uma grandeza sejam valorizadas.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. C. **Como os alunos de 8º ano lidam com situações relativas à área de paralelogramos?: um estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. 2018. 170 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

BALTAR, P.M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.** 1996. 352 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. **Efeitos de visualização em atividades de comparação de comprimentos de linhas abertas**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

BARROS, A. L. S. **Uma análise das relações entre área e perímetro em livros didáticos do 3º e 4º ciclos do ensino fundamental**. 2006. 213 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.

BELLEMAIN, P. M. B. Estudo de situações problema relativas ao conceito de área. *In*: Encontro de Didática e Prática de Ensino. **Anais do X ENDIPE**: Ensinar e aprender: sujeitos, saberes, espaços e tempos. Rio de Janeiro: 2000. CDROM.

_____. Um olhar sobre o ensino do comprimento no ciclo de alfabetização sob a ótica da teoria antropológica do didático. *In*: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (org.). **A teoria antropológica do didático: princípios e fundamentos**. Curitiba: CRV, 2018. p. 561-580.

BELLEMAIN, P.; LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: SBHMat, 2002.

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en didatique dês mathématiques**. França. v. 19, n. 2, p. 221-226, 1999.

_____. A teoria antropológica do didático face ao professor de matemática. *In*: ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (org.). **A teoria antropológica do didático:** princípios e fundamentos. Curitiba: CRV, 2018. p. 32-50.

DOUADY, R.; PERRIN- GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathematics,** v. 20, n. 4, p. 387- 424, 1989.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais.** 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

MOURA, A. P. **Área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental: um estudo sobre aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido.** 2019. 232 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

MOURA, A. P.; ALVES, A.; SANTOS, M. R. A abordagem da área de superfícies planas em um livro do 6º ano do ensino fundamental. *In*: NICARETA, S. E.; ABBEG, V. A. J. O. (org.). **Livros escolares no Brasil: objetos, práticas e dispositivos**. Curitiba: Bagai, 2021. p. 81-95.

MOURA, A. P.; SANTOS, M.R. Concepção de estudantes do 9º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras planas. **Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

SANTOS, M. R. A **Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático.** 2015. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2015.

SANTOS, V. A. **Comprimento e perímetro em livros didáticos de matemática do ensino fundamental: uma análise sob a ótica da teoria antropológica do didático.** 2019. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SILVA, J. V. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do didático.** 2011. 194 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

CAPÍTULO 8

ENSINO DE MATEMÁTICA EM AULAS REMOTAS: UMA PROPOSTA ALTERNATIVA PARA O ESTUDO DOS POLIEDROS DE PLATÃO NO GEOGEBRA

Christianne Torres Lira Farias
EEEFM Ademar Veloso da Silveira

Daiana Estrela Ferreira Barbosa
Universidade Estadual da Paraíba

Valdson Davi Moura Silva
EEEFM Major Veneziano Vital do Rêgo

1 | INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

No ano de 2020, com o surgimento da pandemia da Covid-19, na tentativa de conter a propagação do coronavírus, as aulas passaram a acontecer, em caráter emergencial, de forma remota, com momentos síncronos (aulas online em ambientes virtuais) ou assíncronos (atividades em plataformas digitais que ficam disponíveis para serem realizadas a qualquer momento), de acordo com o planejamento do professor junto à direção da escola e ainda cumprindo metas e planos organizados pelos governos, no caso das escolas públicas. Com toda essa mudança na maneira de ensinar, os professores precisaram se adaptar a essa nova modalidade de ensino, recorrendo aos mais diversos recursos tecnológicos, sendo estes, já conhecidos por eles ou não. Para o ensino de Matemática, em que muitos professores utilizavam uma metodologia de ensino tradicional, foi necessário que se adequassem às diversas possibilidades que a tecnologia disponibiliza.

São muitas oportunidades de ensino e aprendizagem que os recursos tecnológicos podem proporcionar, cabendo ao professor executar um bom planejamento para identificar o melhor caminho para desempenhar suas funções. Além disso, é necessário focar nos objetivos de ensino e aprendizagem para poder escolher qual ferramenta irá proporcionar melhores resultados nesse processo. Conforme afirma Cary (2001), didaticamente, o professor pode optar por dois perfis diante do uso do computador no ensino: usá-lo como uma máquina transmissora dos conhecimentos para o aluno, ou como um auxiliar na construção desses conhecimentos pelo aluno. Com a necessidade de procurarmos alternativas, meios de ressignificar o ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, neste momento de aulas remotas, escolhemos nesta perspectiva explorar o uso de um software específico: o GeoGebra.

O GeoGebra é uma plataforma gratuita disponível na internet, a qual pode ser utilizada de forma online ou para fazer o download dos aplicativos. Essa plataforma foi desenvolvida em 2001 por Markus Hohenwarter, com o intuito de ser utilizada em sala de aula possibilitando trabalhar com as formas em três dimensões (3D). Além disso, a interface do GeoGebra, é fácil e dinâmica, apresentando várias funções, janelas gráficas e algébricas, planilhas, barra de ferramentas, configurações, entre outros recursos, os quais possibilitam uma diversidade de aplicações de acordo com as necessidades que queremos propor.

De acordo com Lemke, Silveira e Siple (2016), na visão docente, o GeoGebra permite que os professores ensinem, potencializando o trabalho, uma vez que essa plataforma fornece aos professores autonomia e liberdade para criarem e desenvolverem suas aulas. Para os autores, na visão dos alunos, o GeoGebra torna a Matemática tangível, dinâmica, interativa, divertida e acessível, sendo uma maneira que estimula e motiva na construção do conhecimento matemático, proporcionando, por exemplo, conexões entre geometria e álgebra.

Diante do exposto, esta pesquisa sugere uma proposta alternativa para o estudo dos poliedros de Platão utilizando o aplicativo GeoGebra. Temos como objetivo propor uma forma dinâmica de construir poliedros e explorar conceitos por meio da visualização e manipulação dos objetos de forma virtual.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Os Poliedros de Platão

Na Geometria, dentre os poliedros convexos, há aqueles que são chamados regulares. Estes poliedros regulares também são chamados de Poliedros de Platão ou Sólidos Platônicos, são eles: Tetraedro, Hexaedro (Cubo), Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro. Para que sejam chamados de Poliedros de Platão, três condições devem ser satisfeitas. A primeira delas diz que todas as faces têm o mesmo número n de arestas. A segunda expressa que todos os vértices são pontos que concorrem com o mesmo número m de arestas. E a terceira e última condição diz que o poliedro deve satisfazer a relação de Euler.

Podemos exemplificar essas condições observando o tetraedro. Sabemos que todas as faces do tetraedro são triângulos, logo $n=3$, ou seja, todas as faces têm o mesmo número n de arestas. Observamos que cada um dos seus vértices é ponto de encontro de 3 arestas, logo $m=3$, satisfazendo a segunda condição dada. O tetraedro é euleriano, pois $V-A+F=4-6+4=2$. Dessa forma, podemos afirmar que todo tetraedro é um Poliedro de Platão, assim como o Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro, totalizando cinco tipos existentes.

Realizar a construção e visualização dos Poliedros de Platão, através do GeoGebra, assim como, os conceitos associados à relação de Euler, cálculos de áreas e volumes dos sólidos, observar todas as faces, vértices, arestas, altura, diagonais, dentre outros elementos dos Poliedros, proporciona uma melhor compreensão da Geometria Espacial e, especificamente, dos Poliedros Platônicos. Como afirma Pavanello (1989, p. 18), “a visualização, conseguida pela representação por desenhos das situações que se quer analisar, aumenta o grau de compreensão que delas se tem”.

O uso de tecnologias vem ganhando cada vez mais espaço no ambiente escolar, ainda mais com aulas remotas devido à pandemia da Covid-19. No entanto, no ensino de Matemática não significa dizer que as tecnologias irão solucionar todos os problemas relacionados ao processo de ensino e à aprendizagem, mas podem contribuir para a melhoria.

Desta forma, o que deve ser observado primordialmente são os objetivos de aprendizagem, além disso, deve ser levado em consideração os conteúdos que serão abordados, os níveis de aprendizagem dos alunos, dentre outros fatores junto à escolha do recurso tecnológico que será utilizado. Com isso, propomos a utilização do GeoGebra como recurso didático para o ensino dos Poliedros de Platão.

2.2 As pesquisas no contexto atual

Diante do contexto que estamos vivenciando com a pandemia, vários trabalhos começaram a ser realizados na tentativa de entender e colaborar com o processo de ensino-aprendizagem mediante o ensino remoto. Essas pesquisas se relacionam a diversos aspectos, como o uso de novos recursos tecnológicos e adaptação, principalmente, por parte dos professores no desenvolvimento das aulas.

Na pesquisa de Barbosa e Barboza (2021), o objetivo foi investigar como professores de Matemática da educação básica de escolas públicas estão enfrentando e desenvolvendo as atividades remotas de ensino durante a pandemia do Covid-19. Os autores relatam como o processo de ensino-aprendizagem foi afetado em decorrência dessa pandemia, destacando as dificuldades diante da nova realidade que exigiu mudanças significativas no fazer pedagógico dos docentes. Os resultados apontam que os professores se sentiram surpresos com a nova rotina do fazer pedagógico, experimentando esse momento como o de aprendizagem. Foi constatada a necessidade de ações do poder público, em busca de possibilitar o acesso dos alunos de escolas públicas à internet e aos recursos tecnológicos.

O estudo de Gonçalves e Cunha (2021) teve como objetivo principal apresentar a percepção dos professores de Matemática e dos estudantes do ensino médio de uma cidade da do estado da Paraíba sobre as aulas remotas de Matemática durante a pandemia. A partir dos dados coletados, os resultados da pesquisa apontam que o ensino remoto emergencial é um desafio para o processo de ensino-aprendizagem, pois segundo os autores “este surgiu de maneira inesperada para todos os envolvidos e, embora muitos estudos passassem a abordar esse tema, ainda estamos lhe dando com algo novo, que carece de ser revisto e moldado para se tornar acessível a todos.” (GONÇALVES; CUNHA, 2021, p. 1).

Ritter et al. (2021) investigaram as percepções de professores de Matemática de escolas públicas com o ensino remoto. No artigo, os autores mostram o impacto da pandemia na vida das pessoas, inclusive, com a nova forma de realização das aulas no formato remoto. A dificuldade relatada pelos professores está relacionada em saber se os estudantes estão realmente aprendendo, pois nem todos conseguem participar de forma integral das aulas remotas, sendo este um dos resultados evidenciados na pesquisa. Ressalta-se também que mesmo com o esforço da comunidade escolar, a aprendizagem está comprometida e irá impactar o desenvolvimento dos estudantes e seus desempenhos escolares em anos posteriores.

Essas pesquisas apresentam pontos em comuns na busca pelo entendimento do contexto atual vivenciado, guardando similaridades em seus resultados. A importância de investigar e apresentar fatos que podem ser divulgados influenciam na melhoria do processo de ensino e aprendizagem, especialmente, quando tratam de informar sobre a utilização de recursos tecnológicos.

3 | METODOLOGIA DA PESQUISA

Este trabalho se configura como uma pesquisa de abordagem qualitativa de cunho exploratório, por se tratar de uma proposta que pretendemos aplicar em sala de aula para maiores discussões no campo acadêmico. A pretensão é utilizar essa proposta em turmas do terceiro ano do ensino médio.

Inicialmente, vamos pedir que os alunos pesquisem sobre os Poliedros de Platão e digam quantos e quais são eles. Depois daremos instruções para que instalem o GeoGebra em seus computadores, tablets ou celulares. Daremos também algumas orientações sobre os principais comandos do GeoGebra e então pediremos para que os alunos construam os Poliedros de Platão utilizando o GeoGebra, explorando os comandos do aplicativo.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para cada construção no GeoGebra dos Poliedros de Platão, descrevemos passo a passo como realizar a atividade. Destacamos as construções, colocando as figuras da atividade realizada, por nós, como exemplo para ilustrar visualmente o efeito pretendido.

Para iniciar as construções, pediremos para que os alunos abram o GeoGebra e exibam a janela de visualização 3D. Apresentaremos a seguir, no tópico de resultados e discussão, a proposta de atividades elaborada contém os passos para a construção dos cinco Poliedros de Platão utilizando o GeoGebra.

Construção 1: Planificação do Tetraedro

Para iniciar a construção do Tetraedro, vamos clicar no ícone Ponto da Barra de Ferramentas e inserir dois pontos. Em seguida, clicar, com o botão direito do mouse na parte inferior à direita sobre o ícone Pirâmide e selecionar a opção Tetraedro Regular e selecionar os dois pontos criados. Ao seguir esses passos, teremos na Janela de Álgebra, os pontos e suas respectivas coordenadas, os segmentos ou arestas e o tamanho de cada uma delas, o volume do tetraedro regular, e, por fim, as faces e a suas respectivas áreas.

A figura 2 ilustra a representação do tetraedro regular, seguindo os passos descritos:

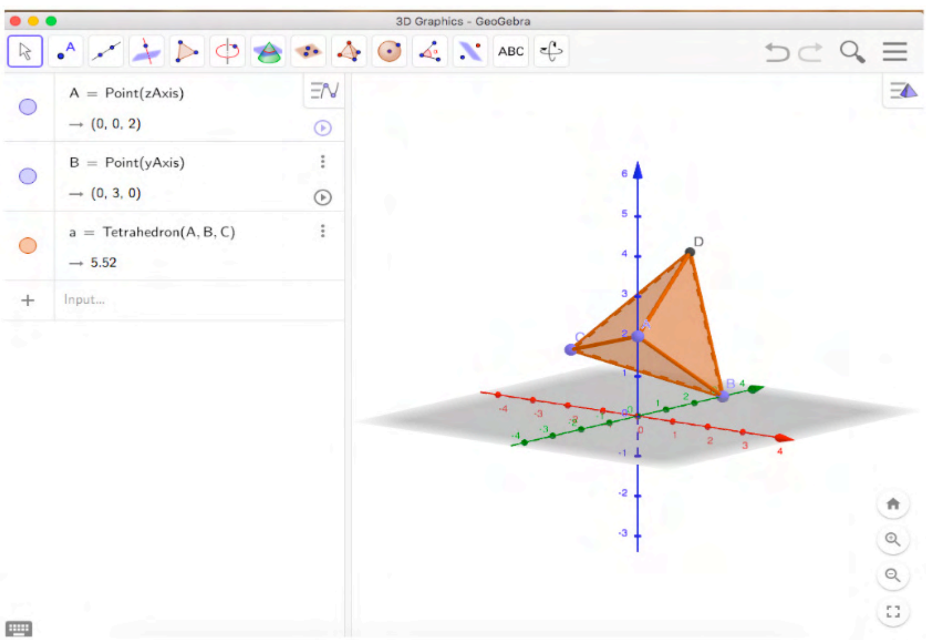


Figura 2: Representação do Tetraedro

Fonte: elaborado pela autora.

Construção 2: Planificação do Hexaedro ou cubo

Para iniciar a construção do Hexaedro (Cubo), vamos selecionar dois pontos quaisquer na Janela de Visualização 3D. Digitar na Barra de Entrada a palavra cubo e selecionar a opção “Cubo [<Ponto>, <Ponto>]. Digitar os pontos que foram criados e, por fim, clique Enter. Dessa forma, teremos a construção do cubo, partindo de dois pontos quaisquer. Para planificarmos o cubo construído, clica-se em qualquer lugar da Janela de Visualização 3D, seleciona o item Pirâmide da Barra de Ferramentas e clica no canto inferior à direita deste ícone. Na última opção, deve-se clicar na janela denominada “Planificação” e, por fim, seleciona o Hexaedro Regular.

Vale ressaltar que há outros procedimentos para a construção do cubo, dentre elas, um procedimento análogo à construção do tetraedro que apresentamos anteriormente. Até o momento, existem onze tipos de planificações do cubo. A figura 3 mostra o resultado da construção do cubo dados dois pontos quaisquer:

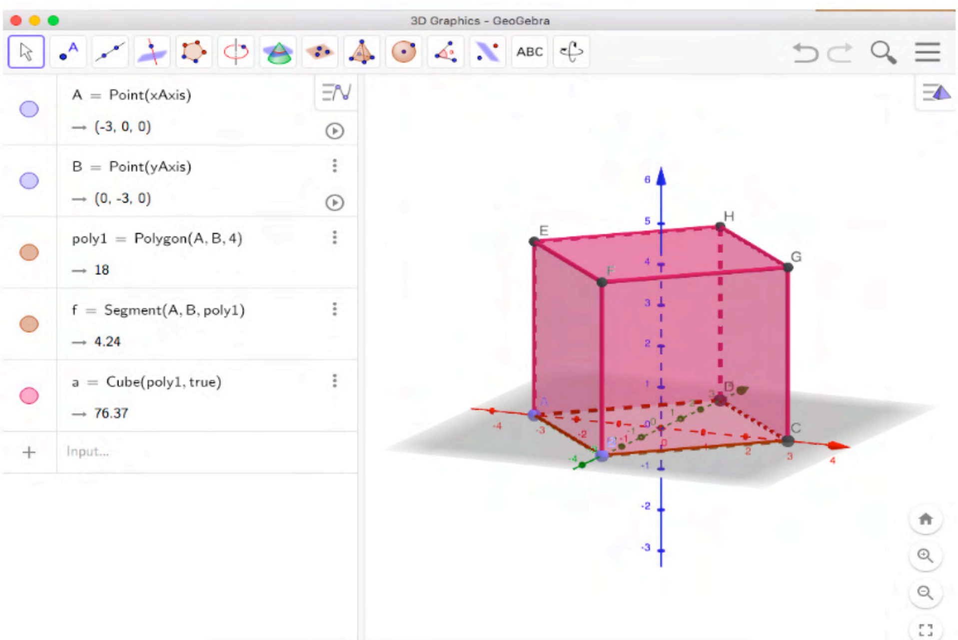


Figura 3: Representação do Hexaedro (Cubo)

Fonte: elaborado pela autora.

Construção 3: Planificação do Octaedro

Após abrir o GeoGebra e exibir a Janela de Visualização 3D, para construção do octaedro, selecione dois pontos. Na Barra de Entrada, digite um vetor qualquer, sempre com letra minúscula, por exemplo, c = (0,2,2). No campo de Entrada, digite a palavra octaedro e selecione a opção Octaedro[<Ponto>, <Ponto>, <Direção>]. Em seguida, substitua os nomes “Ponto” e “Direção” pelos pontos e pelo vetor criado e, logo após, tecle Enter.

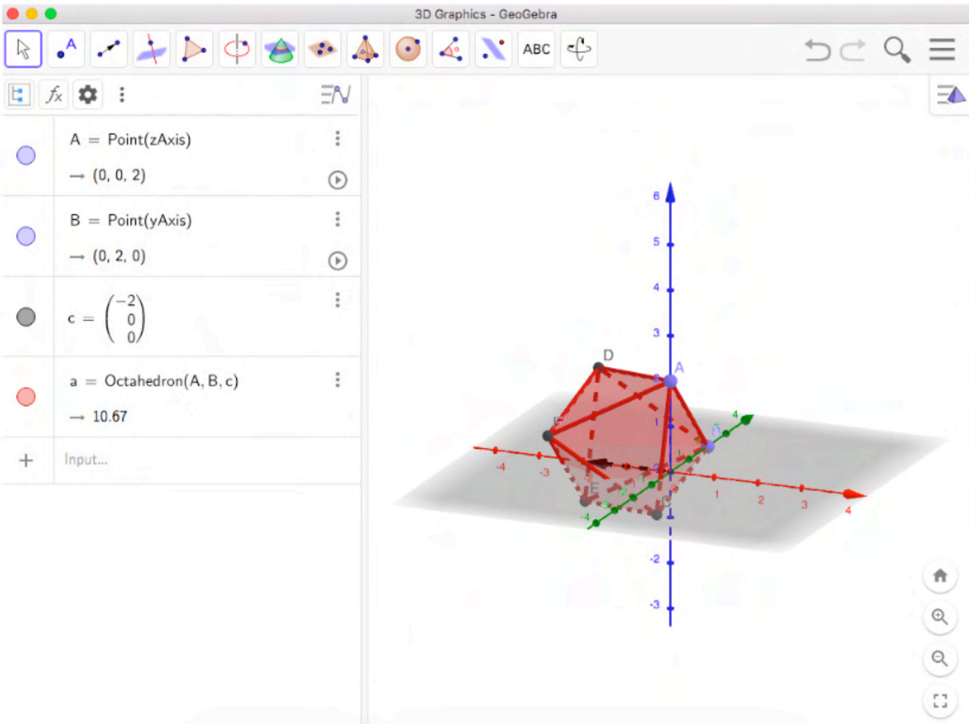


Figura 4: Representação do Octaedro

Fonte: elaborado pela autora.

Construção 4: Planificação do Dodecaedro

Para a construção do Dodecaedro, com a janela GeoGebra aberta, selecione dois pontos e crie um vetor qualquer. No campo de Entrada digite o nome Dodecaedro e selecione a opção Dodecaedro [<Ponto>, <Ponto>, <Direção>]. Em seguida, substitua os nomes pelos pontos e pelo vetor criado. Após o vetor criado, selecione o item Pirâmide da Barra de Ferramentas e clique no canto inferior à direita deste ícone. Para concluir, clique na última opção “Planificação” e, por fim, seleciona o poliedro, no caso o Dodecaedro regular.

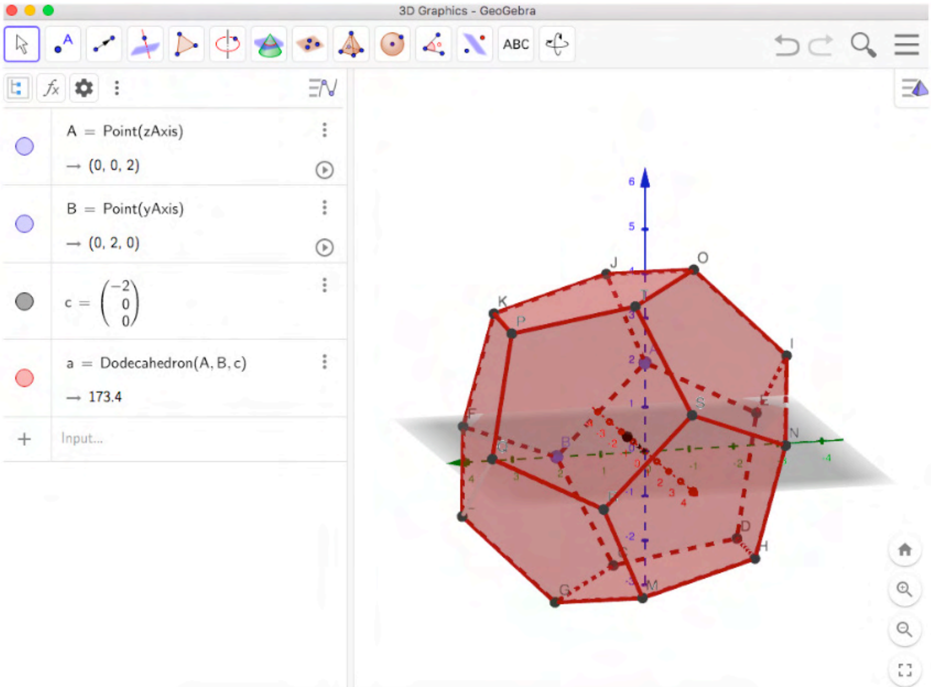


Figura 5: Representação do Dodecaedro

Fonte: elaborado pela autora.

Construção 5: Planificação do Icosaedro

Para iniciarmos a construção do icosaedro, crie um ponto na origem, por exemplo, O = (0,0,0). Em seguida, selecione a opção Controle Deslizante na Barra de Ferramentas e clique na Janela de Visualização 2D para especificar a posição do controle deslizante. Mude o nome do controle deslizante para “nlados”, ao invés de “a” e digite 3 para o intervalo mínimo, 5 para o máximo e 1 na opção incremento.

Prosseguindo com a construção, crie uma variável “r”, digitando na Barra de Entrada a letra minúscula r = 2. Selecione a opção Círculo, na Barra de Ferramentas, e clique no canto inferior à direita. Em seguida, escolha a opção “Círculo dados Centro e Raio”, no qual o raio será r = 2, e, crie um ponto qualquer no círculo criado. Digite no campo Entrada, α = 360° ÷ nlados. O símbolo α encontra-se no final da Barra de Entrada.

No ícone Reflexão em Relação a uma Reta, selecione o item “Reflexão em torno de um ponto” e marque 45º no sentido anti-horário. Selecione o ponto construído no círculo e o ponto do centro (ou seja, ponto O). Mude o ângulo de 45º para o ângulo α. Após esse comando, surge o ponto A’. Repita o mesmo processo mais duas vezes, até que sejam criados os pontos A’’ e A’’’. Selecione a opção Polígono Regular e, em vértices coloque o nome “nlados”. Digite na Entrada o nome Icosaedro e selecione a opção: Icosaedro [<Ponto>, <Ponto>, <Ponto>] e, para finalizar a construção, Enter.

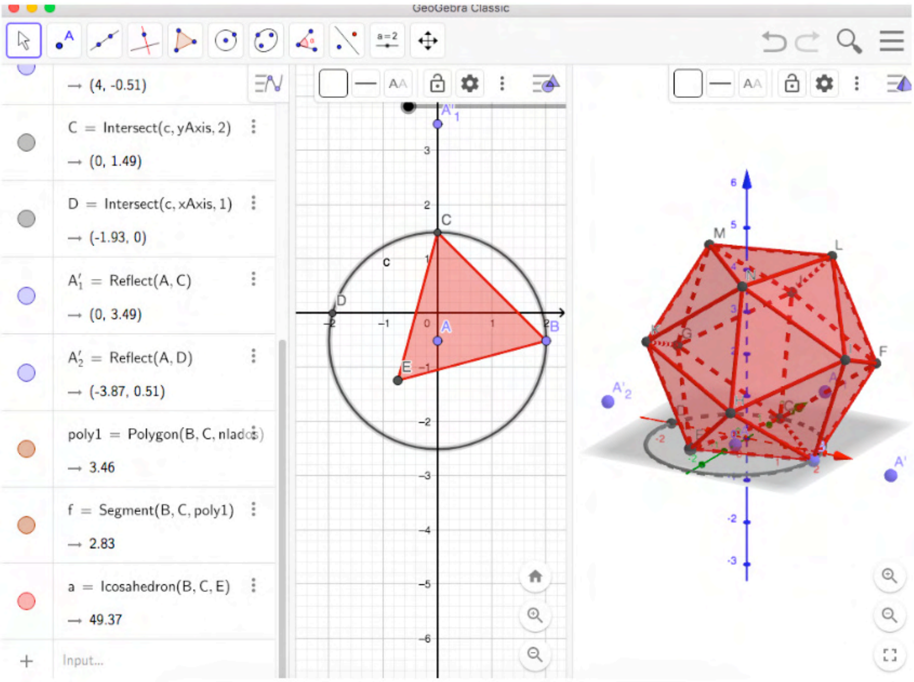


Figura 6: Representação do Icosaedro

Fonte: elaborado pela autora.

Esta forma de construir os Poliedros de Platão é interessante porque, após seguir os passos, foi possível criar os cinco poliedros, apenas selecionando, no controle deslizante, o tipo de face do poliedro, isto é, para construção do icosaedro “nlados=3” e, em seguida, digitando os seus respectivos nomes, na Barra de Entrada, assim como, os pontos criados no círculo.

A partir das construções, vamos pedir que os alunos observem quais as relações existentes dos poliedros com seus números de faces, vértices e arestas. Apresentaremos a relação de Euler durante essa aula, para que os alunos façam observações entre os poliedros de Platão e a relação de Euler. Em seguida, ainda no GeoGebra, pediremos para que os alunos construam as planificações dos Poliedros de Platão.

Os conceitos de área e volume dos poliedros também devem ser explorados, para tanto pediremos que observem quais as relações existentes entre a área e o volume desses poliedros para verificar se existe alguma relação entre o número de arestas, vértices e faces.

Para finalizar a atividade, solicitamos que nos enviem as imagens das suas construções no GeoGebra juntamente com as observações e conclusões das discussões sobre os conceitos estudados.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A nossa atividade foi realizada pelos alunos, assim que introduzimos o estudo de Poliedros de Platão que está na sequência de conteúdo do livro didático adotado pela escola. Com essa proposta de estudo, buscamos proporcionar aos alunos uma forma dinâmica de construir poliedros e explorar conceitos por meio da visualização e manipulação dos objetos de forma virtual, tendo em vista que as aulas ainda não estão acontecendo presencialmente, porém, com previsão de retorno para este ano, além disso, com as aulas remotas, os alunos não estão tendo acesso aos materiais manipuláveis do laboratório de Matemática da Escola. Como afirma Costin (2020), quando fala que o melhor lugar para a criança é a escola e que para este momento não teremos soluções ideais, mas poderemos aprender para aperfeiçoar a educação quando voltarmos à normalidade.

Sabemos que a utilização das tecnologias nas aulas passou a ser de uso cotidiano e explorar o que essas ferramentas proporcionam tem sido um grande desafio para nós educadores. Essas tecnologias, quando bem aplicadas, favorecem a aprendizagem dos alunos inserindo-os no processo e desmistificando a Matemática como uma disciplina difícil e abstrata. Portanto, consideramos a utilização do software GeoGebra uma alternativa para aproximar os alunos dos conteúdos matemáticos, proporcionando uma melhor aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, D. E. F.; BARBOZA, P. L. O professor de matemática diante de uma nova realidade: o ensino remoto. Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT, Florianópolis, v. 16, p. 01-16, jan./dez., 2021.

CARY, H. N. Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada. Porto Alegre, EDIPUCRS, 2001.

COSTIN, C. Os desafios e potenciais da educação à distância, adotada às pressas em meio à quarentena. BBC News Brasil, abr. 2020. Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/brasil-52208723. Acesso em: 29/06/2022.

GONÇALVES, S. F. L.; CUNHA, D. S. O ensino remoto emergencial e o ensino da matemática: percepção dos estudantes e professores de matemática durante a pandemia do novo coronavírus na cidade de desterro-PB. EaD em Foco. v. 11, n. 1, p.1505, 2021.

LEMKE, R., SILVEIRA, R. F., SIPLE, I. Z. Geogebra: uma tendência no Ensino de Matemática. 2016. In: Anais Colóquio Luso Brasileiro de Educação – II Colbeduca. Joinville, Brasil.

PAVANELLO, M. R. O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

RITTER, D. et al. Percepções de professores de Matemática sobre as aulas remotas: uma análise à luz da teoria fundamentada nos dados. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 12, n. 3, p. 1-19, 6 jun. 2021.

CAPÍTULO 9

ETNOMATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO ESCOLAR QUILOMBOLA: A FABRICAÇÃO DO ÓLEO DE MAMONA E O ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA DO QUILOMBO ABOLIÇÃO EM MATO GROSSO

Maria do Socorro Lucinio da Cruz Silva
Professora de Matemática da Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso.

Suely Dulce de Castilho
Professora orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso.

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

A temática da pesquisa emerge dos resultados de uma pesquisa coletiva desenvolvida pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Quilombola, da Universidade Federal de Mato Grosso (GEPEQ/UFMT), cujo objetivo foi construir um mapa de saberes e fazeres de professores que atuam em cinco escolas quilombolas da rede estadual de ensino de Mato Grosso durante o período de 2016 a 2021. A pesquisa coletiva foi financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso (FAPEMAT) e coordenada pela professora Dra. Suely Dulce de Castilho.

Para a coleta de dados da referida pesquisa, a observação e a entrevista foram utilizadas para identificar os saberes e os fazeres dos professores envolvidos no processo. Para tanto, visitamos as cinco escolas quilombolas participantes do projeto:

1. Escola Estadual Quilombola Maria de Arruda Muller localizada no Quilombo Abolição, no município de Santo Antônio de Leverger, distante cerca de 55km de Cuiabá, capital de Mato Grosso;
2. Escola Estadual Quilombola Professora Tereza Conceição Arruda, localizada no Quilombo Mata Cavalo, município de Nossa Senhora do Livramento, distante 60 km de Cuiabá;
3. Escola Estadual Quilombola Verena Leite de Brito, localizada no município de Vila Bela da Santíssima Trindade (única escola urbana), distante cerca de 600 km de Cuiabá;
4. Escola Estadual Quilombola José Mariano Bento, localizada no quilombo Vão Grande, município de Barra do Bugres, distante cerca de 170 km de Cuiabá; e
5. Escola Estadual Quilombola Reunidas de Cachoeira Rica, localizada no quilombo Cachoeira Rica, município de Chapada dos Guimarães, distante cerca de 70 km de Cuiabá.

A nossa participação na pesquisa coletiva do GEPEQ/UFMT se concentrou junto a cinco professores de Matemática, sendo um de cada escola inserida no projeto. O intuito foi descrever o trabalho docente de cada professor, tendo como referência os seguintes documentos oficiais que balizam esse trabalho: Diretrizes

Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola (BRASIL, 2012) e as Orientações Curriculares para a Educação Escolar Quilombola de Mato Grosso (MATO GROSSO, 2010).

Ambos os documentos curriculares foram elaborados a partir de discussões promovidas pelos movimentos negro e quilombola brasileiros e refletem o desejo que essas populações têm de uma escola que atenda estudantes quilombolas, tendo como direcionamento um currículo que valorize os conhecimentos construídos e socializados dentro da comunidade, a fim de fortalecer a identidade quilombola.

É preciso esclarecer que as orientações descritas em tais documentos não pretendem sobrepor o conhecimento quilombola em detrimento ao conhecimento eurocêntrico validado como único e presente no currículo da escola brasileira. A intenção é que, a partir dos documentos oficiais, o currículo da escola quilombola valorize os saberes e fazeres do seu povo, que historicamente foi menosprezado e considerado sem validade desde o período escravagista do Brasil. Esse movimento de valorização de conhecimento do outro contribui para o fortalecimento da identidade dos estudantes quilombolas.

Para o ensino da Matemática, o documento curricular mato-grossense recomenda o uso dos pressupostos da Etnomatemática para o planejamento das aulas em escolas quilombolas. A partir dessa informação, ao realizar as entrevistas e as observações dos cinco professores de Matemática, sujeitos da pesquisa coletiva, identificamos que a maioria deles já tinha ouvido falar sobre o tema, no entanto, não vislumbravam a forma como a Etnomatemática poderia ser utilizada durante as suas aulas. De acordo com o relato dos próprios professores, eles não tiveram formação docente sobre o tema e estavam dispostos a aprender mais sobre o assunto.

A partir dos relatos dos professores, propusemos, através da pesquisa individual de doutorado, uma formação docente sobre os pressupostos da Etnomatemática acrescida do exercício da pesquisa de campo para subsidiar a elaboração de propostas didáticas para aulas de Matemática, considerando os saberes e fazeres da comunidade quilombola onde a escola está inserida. O nosso desejo era que os professores de Matemática das cinco escolas quilombolas participassem, no entanto, dada a distância de cada comunidade, como vimos anteriormente, precisamos optar pelas escolas que estivessem mais próximas da pesquisadora. Sendo elas as comunidades Mata Cavalo e Abolição.

Neste texto, apresentamos dados parciais desta pesquisa de doutorado, inserida no Programa de Pós-graduação em Educação, da Universidade Federal de Mato Grosso (PPGE-UFMT). As informações aqui descritas se referem à participação do professor João Apolinário, professor de Matemática da escola da comunidade Abolição.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

A Educação Escolar Quilombola é uma modalidade de ensino da educação básica e abarca as escolas inseridas no território quilombola e aquelas que atendem aos estudantes oriundos desses territórios (BRASIL, 2012). Neste sentido, precisamos compreender o conceito desse território, para que também compreendamos a importância dessa modalidade de ensino, que se diferencia das demais modalidades que compõem a educação básica brasileira.

O quilombo brasileiro foi historicamente conceituado como um “lugar de fuga”. Isso se deve às necessidades, no passado, de os negros africanos escravizados se manterem unidos na defesa contra o inimigo, escravocrata, ou seja, contra o opressor (LEITE, 2010). No entanto, este conceito tem sido revisto por pesquisadores do tema, e segundo Castilho (2011, p. 51), a partir da abolição da escravatura, “a terra de quilombo não é uma terra qualquer. É terra de negros, terra de pretos, terra dos troncos, terras ancestrais. É a terra da liberdade. São essas singularidades que demarcam a diferença entre as terras ocupadas pelos grupos negros e outros no mundo rural”.

A partir da sua experiência como pesquisadora no Quilombo Mata Cavalo, localizado no município de Nossa Senhora do Livramento em Mato Grosso, Castilho (2011) aponta que as comunidades quilombolas contemporâneas têm origens diversas, como doação por parte dos antigos proprietários aos seus escravos, terras adquiridas por meio de compras por negros alforriados, por ocupação de terras devolutas após a abolição da escravatura ou mesmo por simples ocupação de algumas terras destinadas às promessas de um algum santo. Neste sentido, o conceito de “local de negros fugitivos” não é mais aplicável ao quilombo contemporâneo brasileiro. Agora, o conceito de “lugar de resistência” faz referência às atuais lutas do povo quilombola.

Desta forma, o povo quilombola deseja que a educação presente nas escolas das comunidades reverbere essa resistência e considere em seu currículo discussões que preceituam a importância do conhecimento construído por outros povos, diferentes daquele conhecimento europeu estabelecido como único e verdadeiro e universalizado durante a colonização no século XVI. Silva (2017) afirma que ao discutirmos sobre o currículo, estamos pensando que ele é o instrumento constituído que revela aquilo que somos, aquilo que nos tornamos, a nossa identidade e a nossa subjetividade. Essa constituição curricular é que abarca os anseios para a educação quilombola.

A colonização exercida pelos países europeus não se encerrou com a independência política desses territórios colonizados. Hoje, ela é denominada de colonialidade. A este respeito, Quijano (2010) assevera que a colonialidade configura-se a partir do sistema de dominação cultural, no qual o eurocentrismo classifica hierarquicamente a população mundial, considerando as nações colonizadas como subalternas, destituídas de conhecimento válido. No Brasil, a colonialidade se revela, por exemplo, no preconceito com a manifestação dos saberes e fazeres de origem africana.

Dussel (2005, p. 29) alerta que a colonização é uma dominação que produz vítimas de várias maneiras, tratando-as como culpadas nesse processo do eurocentrismo pertencentes ao "mundo periférico colonial, o índio sacrificado, o negro escravizado, a mulher oprimida, a criança e a cultura popular alienadas". Para Grosfoguel (2007, p. 35), "a epistemologia eurocêntrica ocidental dominante, não admite nenhuma outra epistemologia como espaço de produção de pensamento crítico nem científico".

Desvelando os processos excludentes da colonização de países, como o Brasil, há um movimento engendrado por intelectuais de origem de países colonizados que pretende valorizar o ser humano colonizado, os seus saberes, o seu conhecimento, os seus corpos, as suas crenças e sua cultura. Nessa perspectiva, Grosfoguel (2010) afirma que o conhecimento de pensadores críticos do sul global deveria ser reconhecido, pois eles pensam a partir dos corpos e lugares étnico-raciais subalternizados, contribuindo para transcender os paradigmas que conceituam o capitalismo como um sistema global. Para as discussões desse movimento intelectual, atribuímos o nome de teorias decoloniais e consideramos que tais conceitos compactuam com os desejos da população quilombola para a educação presente em suas escolas.

Para o ensino da Matemática, objeto deste trabalho, compreendemos que os pressupostos da Etnomatemática se contemporizam com as teorias decoloniais no que diz respeito ao reconhecimento da importância de outros conhecimentos além dos eurocêntricos. D'Ambrósio (2019, p. 29) conceitua que a "Etnomatemática é um programa de pesquisa em história e filosofia da matemática, com óbvias implicações pedagógicas" e tem como objetivos:

> [...] dar sentido a modos de saber e de fazer das várias culturas e reconhecer como e por que grupos de indivíduos, organizados como famílias, comunidades, profissões, tribos, nações e povos, executam suas práticas de natureza Matemática, tais como contar, medir, comparar, classificar. (D'AMBRÓSIO, 2008, p. 7)

Assim, compreendemos que cada grupo compartilha os conhecimentos os quais estão inseridos na cultura daquele contexto e que os saberes e fazeres de cada cultura são únicos. Neste mesmo entendimento, Knijnik (2004, p. 22) sustenta que:

> É neste sentido que é possível compreender a relevância dada ao pensamento etnomatemático no que se refere à recuperação das histórias presentes e passadas dos diferentes grupos culturais. Mais ainda, há um especial interesse em dar visibilidade às histórias daqueles que têm sido sistematicamente marginalizados por não se constituírem nos setores hegemônicos da sociedade.

Nessa perspectiva, o conhecimento trazido pelos povos africanos precisa ter relevância dentro das salas de aula quilombolas, considerando a importância de os estudantes, descendentes desses povos, reconhecerem que seus ancestrais produziam conhecimentos válidos e identificarem que tais conhecimentos sofreram adaptações quando chegaram ao território brasileiro e que, até hoje, esses saberes e fazeres permeiam os modos de vida de suas comunidades.

É salutar entender que a Etnomatemática não pretende sobrepor um conhecimento em detrimento do outro universalizado (D'AMBRÓSIO, 2019). Ao contrário disso, a pretensão é estabelecer relações entre os diversos conhecimentos, considerando a importância e a validade também do conhecimento quilombola. Portanto, tais pressupostos estão presentes na construção da proposta didática apresentada aqui.

3 | CONTEXTO E METODOLOGIA DA PESQUISA

A pesquisa coletiva do GEPEQ/UFMT foi desenvolvida em cinco escolas quilombolas da rede estadual de ensino de Mato Grosso. A nossa pesquisa do doutorado foi realizada em duas dessas escolas, escolhidas estrategicamente observando o critério de proximidade com a residência da pesquisadora. As instituições escolhidas foram: a Escola Estadual Quilombola Professora Tereza Conceição Arruda, localizada na comunidade Mata Cavalo, na zona rural do município de Nossa Senhora do Livramento e fica a 60 km de distância de Cuiabá, capital do estado; e a Escola Estadual Quilombola Maria de Arruda Muller, localizada na comunidade Abolição, na zona rural do município de Santo Antônio de Leverger, distante 55 km da capital mato-grossense.

Os sujeitos participantes da pesquisa do doutorado foram quatro professores de Matemática, que atuam nas referidas escolas, sendo dois de cada uma delas. Os dados aqui apresentados foram levantados no ano letivo de 2019, junto ao professor João Apolinário, que atua na escola da comunidade Abolição.

Graduado em Licenciatura Plena em Matemática, em uma instituição privada, o professor João Apolinário, à época da pesquisa tinha 63 anos, se autodeclara negro e quilombola, e leciona há 27 anos como professor efetivo/concursado com duplo vínculo na Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso (Seduc-MT), desempenhando as suas funções docentes durante 60 horas semanais.

A pesquisa se orientou pela abordagem metodológica qualitativa. A escolha metodológica por tal abordagem se deve ao fato de que nossa pesquisa contempla as cinco características levantadas por Bogdan e Biklen (1994, p. 47) acerca da pesquisa qualitativa:

> 1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal, ou seja, os investigadores introduzem-se e despendem grandes quantidades de tempo em escolas, famílias, bairros e outros locais tentando elucidar questões educativas.
>
> 2. A investigação qualitativa é descritiva, os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números.
>
> 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
>
> 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva, não colhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente.
>
> 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa, os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas.

Utilizamos os métodos da etnografia e da pesquisa-ação. A etnografia contribuiu para buscar compreender os significados das ações dos participantes da pesquisa, por meio da interpretação que os próprios sujeitos dão às suas ações, não se limitando a descrevê-las. O método objetiva uma descrição densa dos fenômenos sociais e tem como referência a percepção que o indivíduo atribui às suas ações e a si mesmo. Para Geertz (2008, p. 4), "praticar a etnografia é estabelecer relações, selecionar informantes, transcrever textos, levantar genealogias, mapear campos, manter um diário e assim por diante".

O método da pesquisa-ação subsidiou as ações planejadas dentro da pesquisa, partindo da formação docente oferecida aos professores participantes e percorrendo o exercício da pesquisa e da elaboração de uma proposta didática cujas proposituras foram reflexões sobre mudanças no processo de ensino de Matemática, considerando as orientações da Educação Escolar Quilombola, partindo das discussões sobre as teorias decoloniais e os pressupostos da Etnomatemática. Para Thiollent (1986, p. 15), "uma pesquisa pode ser qualificada de pesquisa-ação quando houver realmente uma ação por parte das pessoas ou grupos implicados no problema sob observação". O autor ainda afirma que:

> A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os

> participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (THIOLLENT, 1986, p. 14)

Os instrumentos utilizados para levantamento de dados foram a entrevista, o questionário e a observação. Na opinião de André (1995), por meio da técnica etnográfica de entrevistas, é possível desvelar os encontros e desencontros que permeiam o dia a dia da prática escolar, descrever as ações e representações dos seus atores sociais e reconstruir sua linguagem, suas formas de comunicação e os significados que são criados e recriados no cotidiano do seu fazer pedagógico.

Em nossa pesquisa, o questionário foi elaborado e aplicado com o intuito de traçar o perfil dos professores participantes. Ele é o instrumento mais tradicional na coleta de dados, na maioria das vezes, na fase inicial e exploratória da pesquisa, tendo a finalidade de, além de descrever os participantes da pesquisa, coletar o maior número de dados que possam possibilitar o confronto posterior das informações (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

A respeito da observação, Minayo (2010) afirma que a sua importância reside no fato de podermos captar uma variedade de situações ou fenômenos que não são obtidos por meio de perguntas, uma vez que, observados diretamente na própria realidade, transmitem o que há de mais imponderável e evasivo na vida real.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados aqui apresentados foram organizados, a partir dos dados levantados durante o ano letivo escolar de 2019 e contou com a participação do professor João Apolinário, que leciona Matemática na Escola Estadual Quilombola Maria de Arruda Muller, localizada na comunidade Abolição, no estado de Mato Grosso, já descrita neste trabalho. O objetivo da pesquisa foi oferecer uma formação sobre os pressupostos da Etnomatemática, e a partir das discussões sobre o tema, construir uma proposta didática, tecendo as possíveis relações entre o conhecimento revelado nos saberes e fazeres dos moradores da comunidade e a Matemática ensinada na escola. Amparados pelo método da pesquisa-ação, dividimos a nossa pesquisa em quatro fases.

O ponto inicial do nosso trabalho, ou seja, a primeira fase da pesquisa-ação foi a formação docente realizada através da leitura e da discussão de textos que versavam sobre os pressupostos da Etnomatemática, desde seus conceitos teóricos construídos por Ubiratan D'Ambrósio, até relatos de experiências de professores que fizeram uso desses conceitos em salas de aula. Pretendíamos promover com isso a inspiração para elaboração das propostas didáticas pelos professores participantes da nossa pesquisa.

Para a execução da segunda fase da pesquisa-ação, os professores participantes da pesquisa realizaram uma pesquisa de campo cujo objetivo era levantar informações junto aos moradores da comunidade, de suas práticas diárias, ou seja, de seus saberes e fazeres. Para tanto, o professor João Apolinário visitou a moradora da comunidade que fabrica artesanalmente o óleo de mamona. Durante a visita, o professor entrevistou a moradora intentando levantar as informações acerca dos saberes e fazeres mobilizados para a fabricação do óleo. Na ocasião, foi registrado fotograficamente, o fogão à lenha (figura 1) construído pela própria moradora e utilizado para o cozimento das sementes da mamona para a fabricação do óleo.

Figura 1: Fogão a lenha

Fonte: acervo dos pesquisadores.

Em seguida, para a realização da terceira fase da pesquisa-ação, a organização e aplicação da proposta didática, o professor de posse das informações dadas pela moradora, elaborou um texto e também questões relacionadas a este. O texto descrevia passo a passo o processo da fabricação do óleo, evidenciando o conhecimento matemático presente nas informações, e também a maneira como esses saberes e fazeres são transmitidos oralmente dentro da família, afirmando a importância do respeito à ancestralidade do povo quilombola. Além disso, o texto mostra que os saberes e fazeres da comunidade são validados e importantes tanto quanto o conhecimento eurocêntricos que está presente nos livros didáticos.

As questões elaboradas a partir do texto relacionavam as informações levantadas junto à moradora para a fabricação do óleo e os conteúdos da matriz curricular da Matemática do 9º ano do ensino fundamental. Os conteúdos presentes nas questões foram: adição, subtração, divisão e multiplicação de números naturais e de números racionais, geometria, transformação de unidades de medidas, matemática financeira, porcentagem, e razão e proporção.

Havia também questões que provocam a reflexão acerca da importância da fabricação do óleo da mamona para a moradora e para a comunidade. Além dos benefícios do óleo para a saúde humana, de acordo com a própria moradora, considerando a sua experiência e o conhecimento repassado de geração a geração, ela ainda usa o líquido como remédio para cicatrizar queimaduras e tratar feridas na pele, dores de cabeça e sistema respiratório congestionado.

A proposta didática contendo o texto e as questões, foi aplicada pelo professor João Apolinário em uma turma do 9º ano do ensino fundamental da escola da comunidade. Estávamos presentes durante a aplicação e observamos que os estudantes identificaram a moradora que foi entrevistada e reconheceram que a fabricação do óleo de mamona é uma atividade comum e importante na comunidade. Ao resolverem as questões, os estudantes puderam refletir sobre a validade e a importância daqueles saberes e fazeres mobilizados pela moradora quilombola para a confecção de um óleo que é utilizado como remédio para diversas doenças já descritas aqui anteriormente.

Esse exercício de reflexão promovido entre os estudantes quilombolas, revela que não apenas um único saber pode ser considerado universal, bem como evidencia que o conhecimento presente na comunidade quilombola, transmitido de geração a geração, muitas vezes sem registros escritos, apenas através da oralidade, também são válidos e necessários. É neste sentido que as teorias decoloniais defendem as epistemologias dos povos colonizados, subalternizados e considerados desprovidos de conhecimento científico válido.

As questões que envolviam conceitos matemáticos demonstram que há relações entre eles e os saberes e fazeres mobilizados pela moradora durante o preparo do óleo de mamona. Nessa atividade ficou explícita que não há a intenção de sobrepor um saber em detrimento do outro. Nem de valorizar apenas o conhecimento quilombola sobre o conhecimento matemático eurocêntrico presente no livro didático, mas sim de demonstrar que ambos são válidos, são importantes e se inter-relacionam.

A quarta e última fase da pesquisa-ação pretendia descrever os relatos dos professores envolvidos na pesquisa, acerca das possibilidades da aplicabilidade dos pressupostos da Etnomatemática em sala de aula quilombola. De acordo com o professor

João Apolinário, a partir de sua experiência no processo de formação docente sobre o tema, o exercício da pesquisa de campo, a elaboração e aplicação da proposta didática, é possível que os pressupostos da Etnomatemática estejam presente nas suas aulas, ou seja, o currículo da escola quilombola pode ser elaborado considerando também os saberes e fazeres dos moradores do local, valorizando esse saber, diferente do estabelecido como universal, mas ao mesmo tempo, se relacionando com este.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, apresentamos dados parciais de uma pesquisa de doutorado. As informações aqui apresentadas descrevem as fases dessa pesquisa que teve por objetivo atender aos anseios de professores de Matemática que atuam em escolas quilombolas e que desejavam uma formação sobre os pressupostos da Etnomatemática. Além da oferta dessa formação, o nosso trabalho promoveu o exercício da pesquisa para os professores participantes, fazendo com que os mesmos refletissem sobre o seu potencial para a elaboração de uma proposta didática para as suas aulas, aproveitando de informações verídicas e bem próximas da realidade dos estudantes.

A proposta didática foi construída pelo professor de Matemática da escola, partindo da pesquisa de campo realizada com a visita a uma moradora da comunidade que fabrica óleo de mamona. É possível identificar que a proposta relacionou os saberes e fazeres da comunidade com a matemática da matriz curricular. Fato que evidencia a potencialidade dos pressupostos da Etnomatemática para o ensino que privilegie outros conhecimentos.

Dessa forma, considerando as orientações prescritas nos documentos curriculares para a Educação Escolar Quilombola, ressaltamos também que a proposta didática se aproxima das teorias decoloniais no que diz respeito ao reconhecimento da importância dos saberes e fazeres da comunidade quilombola, não sobrepondo um conhecimento ao outro.

Assim, acreditamos que a proposta didática construída pelo professor de Matemática da Escola Estadual Quilombola Maria de Arruda Muller teve êxito, no que concerne ao desejo da população quilombola para a educação de seu povo, evidenciando as teorias decoloniais e os pressupostos da Etnomatemática.

Ao final, destacamos que, de acordo com o relato do próprio professor João Apolinário, é possível que o currículo da escola quilombola seja pautado nos saberes e fazeres da comunidade em que a escola está inserida, e que a formação docente sobre o tema pode ser o caminho que precisa ser trilhado.

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. E. D. **Etnografia da prática escolar.** Campinas: Papirus, 1995.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes curriculares nacionais para a educação escolar quilombola.** Brasília, 2012.

CASTILHO, S. D. **Quilombo contemporâneo:** educação, família e culturas. Cuiabá: EdUFMT, 2011.

D'AMBRÓSIO, U. O programa Etnomatemática: uma síntese. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 1, jan./jun. 2008.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

DUSSEL, E. Europa, modernidade e eurocentrismo. *In*: LANDER, E. (org). A colonialidade do saber: eurocentrismo e ciências sociais: perspectivas latino-americanas**. ColecciÛn Sur Sur, CLACSO**, Ciudad AutÛnoma de Buenos Aires, Argentina, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em ducação Matemática.** Campinas: Autores associados, 2006.

GEERTZ, C. **A interpretação das culturas.** I. ed. IS. reimpr. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

GROSFOGUEL, R. Dilemas dos estudos étnicos norte-americanos: multiculturalismo identitário, colonização disciplinar e epistemologias decoloniais. **Ciência e cultura**. São Paulo: v. 59, n. 2, p. 32-35, 2007.

GROSFOGUEL, R. Para descolonizar os estudos de economia política e os estudos pós-coloniais: transmodernidade, pensamento de fronteira e colonialidade global. *In*: SANTOS, B. S.; MENESES, M. P. **Epistemologias do sul.** São Paulo: Cortez, 2010.

KNIJNIK, G. Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. *In*: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J. **Etnomatemática, currículo e formação de professores.** Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2004.

LEITE, I. B. Humanidades insurgentes: conflitos e criminalização dos quilombos. In: ALMEIDA, A. W. B et al. (org.). **Cadernos de debates Nova Cartografia Social:** Territórios quilombolas e conflitos. Manaus: Projeto Nova Cartografia Social da Amazônia / UEA Edições, 2010.

MATO GROSSO. Secretaria de Estado de Educação. **Orientações curriculares para a educação escolar quilombola.** Cuiabá, 2010.

MINAYO, M. C. S. (org.) **Pesquisa Social:** Teoria, Método e Criatividade. 6. ed. Petrópolis: Editora. Vozes, 2010.

QUIJANO, A. Colonialidade do poder e classificação social. *In*: SANTOS, B. S.; MENESES, M. P. **Epistemologias do sul**. São Paulo: Cortez, 2010.

SILVA, T. T. **Documentos de identidade:** uma introdução às teorias do currículo. 3. ed. 9. Reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação.** 2. ed. São Paulo: Cortez, 1986.

CAPÍTULO 10

EXPLORANDO DIFERENTES SOLUÇÕES PARA PROBLEMAS DE CONTAGEM

Gabriel de Freitas Pinheiro
Universidade Estadual de Campinas

Irene Magalhães Craveiro
Universidade Federal da Grande Dourados

Enoque da Silva Reis
Universidade Federal de Rondônia

Maycon Santos de Souza
Universidade Federal de Rondônia

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

Na educação básica, em relação à Análise Combinatória, são tratados, em geral, problemas de enumeração (listagem de todos os subconjuntos de elementos que satisfazem as condições postas) e de contagem (determinação do número total de soluções, sem necessariamente listar todas). Além da limitação em termos de problemas combinatórios tratados, apesar de recomendações em contrário de documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), restringem-se também os tipos de situações a determinados níveis de ensino.

Em relação à Análise Combinatória, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é proposta a progressão ano a ano, a partir da "compreensão e utilização de novas ferramentas e também na complexidade das situações-problema propostas, cuja resolução exige a execução de mais etapas ou noções de unidades temáticas." (BRASIL, 2018, p. 277).

Ao se estudar a Combinatória no ensino médio, outros problemas são tratados, como casos nos quais os elementos de um determinado conjunto podem ou não ser repetidos. Nesse nível de ensino, geralmente os problemas abordados são: arranjos, a partir de um conjunto maior são escolhidos elementos cuja ordenação gera possibilidades distintas; combinações, que se assemelham aos arranjos em termos de escolha de elementos, com a diferença de que a ordem dos elementos não gera possibilidades distintas; e permutações, todos os elementos do conjunto são utilizados, apenas a ordem de apresentação dos mesmos varia (BORBA, 2015).

Dessa forma, os problemas envolvendo contagem iniciariam de situações nas quais necessitava-se descrever todos os casos possíveis (durante o ensino fundamental), para que posteriormente fossem resolvidos, "[...] por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas [...]." (BRASIL, 2018, p. 548), indicando uma ideia de construção do raciocínio combinatório.

Com isso, vemos que o estudo de Análise Combinatória, principalmente no ensino médio, foca em abordar, em sua totalidade, técnicas de contagem, nas quais problemas de natureza combinatória são resolvidos, muitas vezes, apenas por meio de fórmulas. Outro ponto importante é que esses problemas requerem o raciocínio combinatório que, por sua vez, tem sido pouco desenvolvido ao longo dos anos escolares.

Julianelli *et al.* (2009), discutindo sobre o objeto matemático Análise Combinatória, afirmam que o modelo de ensino deste tema tem enfoques didáticos voltados integralmente, ou quase parcialmente, para os aspectos estritamente matemáticos, desvinculados de suas conexões com a realidade natural ou social. Conforme os autores, é comum encontrar professores na educação básica que limitam suas aulas à utilização de fórmulas apenas para estabelecer a diferença entre os agrupamentos Arranjos e Combinação Simples, a título de comparação.

Dessa forma, o intuito de trabalhar com as funções geradoras está no fato de poder proporcionar aos alunos e professores, uma maneira diferente de resolver problemas de contagem, principalmente por meio de polinômios e operações, nos quais os alunos consigam obter as soluções de problemas combinatórios mais sofisticados. Com isso, acreditamos ser possível a criação de um ambiente de aprendizagem significativo, uma vez que o tema "funções geradoras" faz conexão com outros conteúdos da matemática, como polinômios, desenvolvendo pouco a pouco, nos alunos, o pensamento combinatório. Logo, podemos inferir, neste momento, uma perspectiva de um novo conteúdo para o ensino e aprendizagem dessa parte da matemática.

Assim, abordar as funções geradoras "não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno." (BRASIL, 1999, p. 40).

2 I REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Para este trabalho, optamos por uma abordagem qualitativa, pois, segundo Assis Guerra (2014, p. 11) esta tem por objetivo "aprofundar-se na compreensão dos fenômenos que estuda - ações dos indivíduos" e um dos nossos objetivos é exatamente observar a ação dos estudantes frente à ferramenta "funções geradoras", visto que eles aprendem as técnicas tradicionais de contagem, como arranjos e combinações, então, nosso intuito é apresentar essa nova ferramenta, como sendo um modo alternativo para contagem.

Assim, justificamos o uso das funções geradoras por se aplicarem a muitos problemas de contagem cujas resoluções, são consideradas inacessíveis, pelos métodos que são usualmente abordados no ensino médio (GARCIA, 2013). Com isso, acreditamos ser possível criar um ambiente de aprendizagem significativo, pois as funções geradoras estão conectadas com outros conteúdos da matemática e, assim, o pensamento combinatório dos alunos é desenvolvido gradativamente.

E para a criação deste ambiente, é necessária uma boa metodologia de ensino. Assim, temos por base para desenvolver as fases que serão descritas na próxima seção a metodologia da Resolução de Problemas, pois acreditamos que um problema é “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Podemos identificar as funções geradoras, ou os polinômios geradores, da seguinte forma, se α_r, para r = 0,1,2, ... n, é o número de soluções de um problema combinatório, então, o polinômio gerador para este problema é dado por $\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + ... + \alpha_n x^n$. Assim, trabalharemos com problemas que envolvem as funções geradoras de um ponto de vista polinomial.

3 I METODOLOGIA DA PESQUISA

Para o desenvolvimento deste trabalho, observou-se inicialmente que a definição formal de “funções geradoras” implica em trabalhar com séries de potências, sendo assim, buscamos desenvolver uma proposta de atividade que envolvesse apenas polinômios (que são séries de potências, mas com uma quantidade finita de termos), visto que são trabalhados durante o ensino médio. Assim, desenvolvemos quatro fases no intuito de poder apresentar uma nova forma de contar por meio das funções geradoras.

As quatro fases em questão são: sondagem, introdução às funções geradoras, praticando e, por fim, explorando. Uma observação importante é que demos mais foco aos princípios aditivo e multiplicativo e à combinação simples para, posteriormente, inserir as funções geradoras. Vale ressaltar que para desenvolver problemas envolvendo essas técnicas tradicionais de contagem nos baseamos nas definições de Santos (2007).

Nortearemos como prosseguir em cada uma das fases apresentadas anteriormente. Para isso, elencamos a sondagem como **Fase 1**, a introdução às funções geradoras como **Fase 2,** praticando como a **Fase 3** e, por fim, explorando como a **Fase 4**.

- **Fase 1:** Verificar o que os alunos recordam com respeito à Análise Combinatória. Para isso, aplicaríamos alguns problemas, envolvendo os conceitos de princípios aditivo e multiplicativo e também combinação simples.
- **Fase 2:** Resolver com os alunos um problema clássico de Análise Combinatória por meio das funções geradoras, explorando cada conceito desse tema. Ob-

servar que mesmo que a função geradora trabalhe com "x", não estamos falando de uma variável, mas sim de uma indeterminada, ou seja, não associamos valores a essas funções. Ressaltar que os expoentes de cada indeterminada representam um dado do problema e, assim por diante.

- **Fase 3:** Formar duplas entre os alunos e entregar a eles alguns problemas e pedir para que tentem resolver usando as funções geradoras, mas sem o compromisso de obter um resultado correto. Com essa fase, temos a intenção de fazer com que o aluno se familiarize mais com a nova ferramenta apresentada.
- **Fase 4**: Apresentar aos alunos formas diferentes de resolver um problema. Para isso, apresentaríamos quatro modos diferentes de solucioná-lo, sendo eles: por enumeração, combinatoriamente, algebricamente (por meio das funções geradoras) e geometricamente (desenhando as possíveis combinações). Nossa intenção com essa fase é mostrar que um problema não tem somente uma solução. Vale observar que pensamos as fases 1, 2 e 3 nos baseando no método da Resolução de Problemas, uma vez que esperamos que os alunos desenvolvam autonomia frente a matemática. Porém, é de interesse do professor escolher uma metodologia que melhor se adequa ao cotidiano de seus alunos no ambiente escolar.

4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, apresentaremos alguns resultados relacionados às funções geradoras, bem como exploraremos alguns problemas combinatórios e diferentes soluções para eles. Subdividiremos essa seção em duas partes. Na primeira, apresentaremos as funções geradoras por meio da resolução de um problema. Na segunda parte, exploraremos algumas soluções para um dado problema combinatório.

4.1 Funções Geradoras

Uma observação inicial a ser feita é que as funções geradoras envolvem o desenvolvimento em série de potência, porém, como o nosso público é composto por alunos do ensino básico, trataremos as funções geradoras apenas de um ponto de vista polinomial.

Nossa intenção, com essa subseção, é induzir o aluno a resolver um problema combinatório de modo algébrico, pois não é algo natural do livro didático. Assim, buscamos que a maior proximidade dos alunos com o pensamento algébrico sirva de subsídio para um desenvolvimento efetivo do processo de contagem por meio das funções geradoras.

Antes de desenvolvermos o problema, uma observação deve ser feita, estamos nomeando as funções geradoras, que são modeladas como polinômios, de polinômios geradores, pois, apenas elas são do nosso interesse. Além disso, acreditamos que esse nome terá maior proximidade com os alunos, afinal, polinômios é um tema a ser tratado no ensino médio.

Dessa forma, segue abaixo o problema, que servirá de motivação para desenvolvermos o tema funções geradoras.

Problema 4: De quantas maneiras podemos somar três números de tal forma que o resultado seja 10, onde dois desses números podem assumir valor ou e o terceiro pode assumir valor ou ? Observe a resolução e depois responda as questões.

Solução. Chamemos esses números por x_1, x_2, x_3. Assim, esse problema se resume em encontrar as soluções positivas da equação $x_1 + x_2 + x_3 = 10$ sendo que x_1, x_2 є x_3 є [5,6,7] e . Assim, para resolver esse problema introduza os seguintes polinômios: $P_1\, x + x^2 + x^3$, $P_2(x) = x + x^2 + x^3$ e$P_3(x) = x^5 + x^6 + x^7$. Fazendo o produto de P_1, P_2 e P_3 obtemos um novo polinômio dado por: $P(x) = x^{13} + 3x^{12} + 6x^{11} + 7x^{10} + 6x^9 + 3x^8 + x^7$

Assim, olhando para o polinômio obtido pelo produto dos outros três polinômios temos que a resposta para o nosso problema é , ou seja, há maneiras de somarmos três números, dadas suas restrições, e obter o resultado .

a.O que os polinômios P_1, P_2, P_3 têm em relação com os dados do problema?

Com essa pergunta, esperamos que os alunos consigam perceber que os polinômios P_1, P_2, P_3 foram construídos estrategicamente de modo que, as potências de x em cada polinômio, representassem as restrições de x_1, x_2 e x_3.

b.Quanto à resposta obtida para o problema, de que forma podemos relacioná-la com o polinômio gerado pelo produto de P_1, P_2, e P_3

Nessa questão, esperamos que os alunos percebam que quando fizemos o produto de P_1, P_2, P_3 estávamos relacionando os expoentes, que representam x_1, x_2 e x_3, por meio da soma, pois quando multiplicamos potências de mesma base, conserva-se a base e somam-se os expoentes, ou seja, estamos nada mais que contando de quantas formas era possível obter o resultado 10 dadas as restrições representadas pelos expoentes. Assim, o coeficiente de x^{10} nos fornece a resposta do problema, ou seja, podemos somar os três números, dentro das restrições, 7 vezes e iremos obter o resultado 10.

c.Observando o polinômio P(x) poderíamos obter a resposta de $x_1,x_2,x_3 = 12$ dadas as mesmas restrições? Justifique.

Nessa questão, pretendemos que os alunos percebam o potencial da função geradora, pois no problema aqui abordado, o polinômio P(x) fornece a resposta para qualquer equação do tipo $x_1 + x_2 + x_3 = m$, como m є {7,8,9,10,11,12,13}, dadas as restrições iniciais de x_1,x_2 e x_3. Ou seja, as funções geradoras servem como uma poderosa ferramenta para resolver problemas de contagem com restrições, sendo assim, elas são muitas vezes mais eficientes que as próprias técnicas de contagem.

d. Algumas das técnicas de contagem trabalhada anteriormente servem para resolver esse problema? Se sim, diga qual e resolva o problema.

Com essa alternativa esperamos que os alunos percebam que usar outras técnicas torna-se algo mais difícil, pois há algumas restrições no problema, assim, um processo mais familiar a eles seria resolver por enumeração, porém, se aumentasse o número de restrições isso poderia ser muito mais trabalhoso.

Após os alunos responderem as questões, seria feita a formalização sobre o tema funções geradoras. Vale ressaltar que estamos tratando das funções geradoras, as quais levam em consideração problemas de contagem cuja ordem dos elementos não importa, caso contrário, seria necessário estudar as funções geradoras exponenciais. Contudo, essa é uma parte que seria fundamental no desenvolvimento em séries de potências, porém, isso não faz parte do nosso objetivo.

Sendo assim, no mundo de inúmeras transformações sociais e econômicas, o estudante precisa adquirir competências cada vez mais abrangentes e efetivas. Neste sentido, desenvolver habilidades de resolver problemas é, sem dúvida, um requisito relevante para a aquisição dessas competências (SILVA, 2017).

4.2 Algumas soluções para um problema combinatório

nesta subseção, exploraremos diferentes soluções para um mesmo problema combinatório dado. Para isso, consideraremos três tipos de soluções que são de ordem: geométrica, combinatória e algébrica. Seguem abaixo o problema desenvolvido e suas possíveis soluções.

Problema 5: Rafael desenvolveu um robô formiga que aceita apenas dois comandos, para cima (C) e para a direita (D). Sendo assim, quantos trajetos diferentes essa formiga realizaria em um tabuleiro 2x2 (ver figura abaixo) partindo do ponto A até o ponto B?

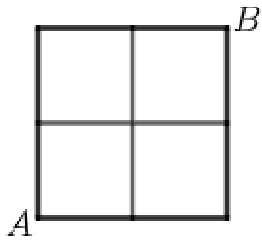


Figura 01: Grade 2x2

Fonte: elaborado pelos autores.

Buscamos classificar qual método os alunos estão utilizando para resolverem problemas combinatórios. Sendo assim, segue abaixo as formas que classificamos os tipos de resoluções dos problemas e as possíveis resoluções:

Problema 5

4.2.1 Geometricamente

Enumerando todas as possibilidades por meio de desenho.

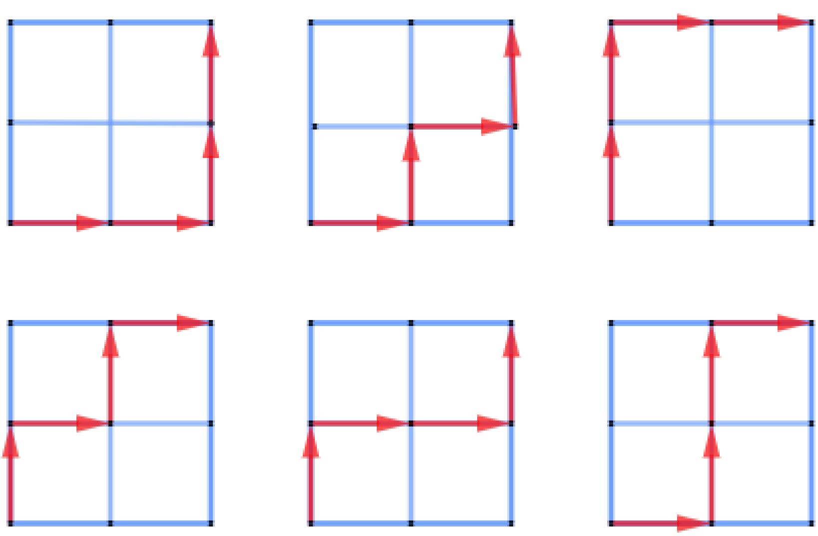


Figura 02: Trajetos na grade 2x2

Fonte: elaborado pelos autores.

4.2.2 Contagem

Por meio de combinação simples: Qualquer que seja o percurso escolhido de A até B, a formiga deverá fazer dois caminhos da esquerda para a direita e dois para cima. Além disso, a formiga deve escolher: vou para cima ou para a direita? Para ir de A até B, com as restrições tomadas, temos um total de 2+ 2 = 4 caminhos para contornar. Assim, do conjunto de percursos que envolvem 4 caminhos, a formiga pode selecionar dois desses para ser o percurso para a direita ou para cima. Logo, há: $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4.3.2!}{2!2!} = 6$ percursos distintos partindo de A até B.

Escolher um caminho possível, indicando-o com as letras C e D, como no exemplo abaixo.

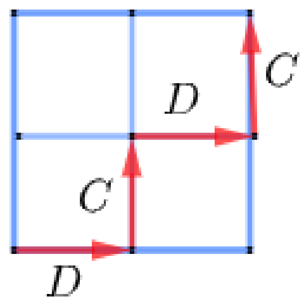


Figura 03: Grade 2x2 Caminho

Fonte: elaborado pelos autores.

Após, montar uma sequência com essas letras (D, C, D, C) e contar quantas permutações com repetição são possíveis de serem feitas. Como as letras C e D repetem duas vezes, temos que o número de permutações possíveis de se fazer é: $P_4(2,2) = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4.3.2.1}{2.1.2.1} = \frac{24}{4} = 6$ Logo, a formiga pode percorrer um total de 6 trajetos distintos partindo do ponto A até B.

4.2.3 Algebricamente

Pense na grade 2x2 como a planta de uma cidade onde cada vértice dessa representa uma esquina. Na imagem abaixo, consideremos x = 2 e y = 2.

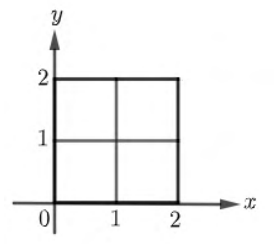


Figura 4: Grade 2x2 no plano xy

Fonte: elaborado pelos autores.

Vamos denotar por v_0,v_1,v_2 as ruas verticais (de norte a sul), e mais, uma quadra será representada por ¼ do quadrado maior, como mostra o quadrado abaixo pintado de vermelho.

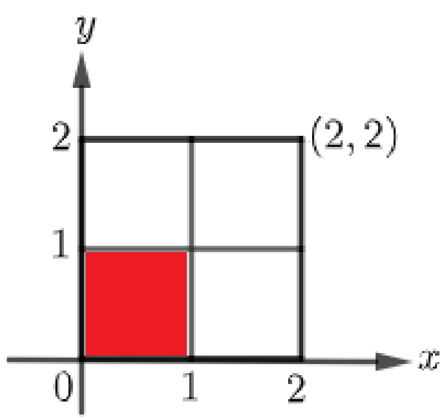


Figura 5: Grade 2x2 pintado

Fonte: elaborado pelos autores.

Pensando um pouco, vemos que um caminho que liga os pontos A = (0,0) a B = (2,2) é completamente determinado pelo número de quadras ao longo do caminho em cada uma das ruas verticais. Por exemplo, na figura 6: Grade 2x2, quadras podemos observar a dinâmica desse pensamento.

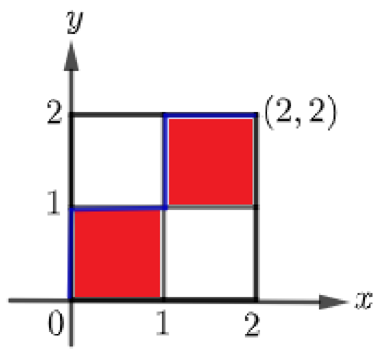


Figura 6: Grade 2x2 quadras

Fonte: elaborado pelo autor.

O trajeto da imagem acima, representado pelo caminho em azul, ficou completamente determinado pelas duas quadras formadas (representados pelos quadrados vermelhos).

Para $0 \leq i \leq 2$, seja y_i o número de quadras percorridas na rua v_i. Então, y_i são inteiros não-negativos e $y_0 + y_1 + y_2 = 2(*)$

Portanto, o número de caminhos ligando o ponto A ao ponto B é igual ao número de ternas ordenadas (y_0, y_1, y_2)de inteiros não-negativos que satisfazem $(*)$, por exemplo, considere o caminho abaixo pintado de azul:

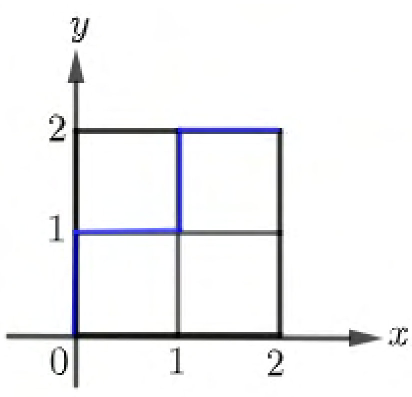


Figura 7- Grade 2x2 Caminho em xy

Fonte: elaborado pelo autor.

Esse caminho corresponde à solução $(y_0,y_1,y_2) = (1,1,0)$ para a equação $y_0 + y_1 + y_2$

= 2. Vejamos outro exemplo.

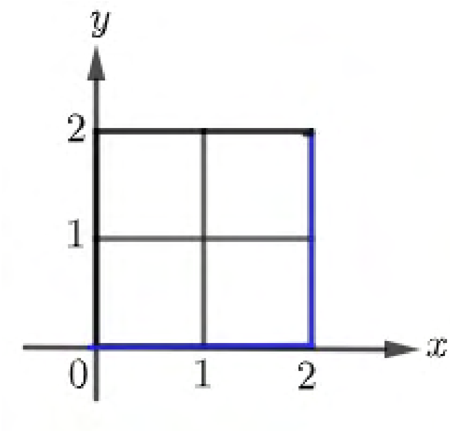


Figura 8: Grade 2x2 Caminho (0,0,2)

Fonte: elaborado pelo autor.

Assim podemos observar que na figura 8, temos que o caminho percorrido corresponde à terna (0,0,2).

Assim, considerando o raciocínio anterior, podemos resolver esse problema por meio de funções geradoras. Para isso, basta observar que ele se resume a encontrar as soluções positivas da equação $y_0 + y_1 + y_2 = 2$ sendo que y_0, y_1, y_2 são inteiros não negativos e $y_0, y_1, y_2 \in \{0,1,2\}$. Assim, modelando os polinômios geradores temos que: $P_0(y) = y^0 + y^1 + y^2$, $P_1(y) = y^0 + y^1 + y^2$ e $P_2(y) = y^0 + y^1 + y^2$ nos quais os expoentes de P_0, P_1, P_2 são as restrições das indeterminadas y_0, y_1, y_2 respectivamente.

Como $P_0(y) = P_1(y) = P_2(y) = P(y) = 1 + y + y^2$, temos que o coeficiente de y^2 no desenvolvimento de $[P(y)]^3$ nos dá a resposta do nosso problema, ou seja,

$$[P(y)]^3 = (1 + y + y^2)^3 = y^6 + 3y^5 + 6y^4 + 7y^3 + 6y^2 + 3y + 1$$

Portanto, há 6 trajetos diferentes que a formiga pode percorrer partindo de A até B.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscamos desenvolver uma proposta que auxilie os professores que já trabalham ou ainda trabalharão com a análise combinatória. Aqui, demos sugestões para uma atividade que possa ser desenvolvida utilizando as funções geradoras como instrumento de contagem.

Além disso, esperamos que este estudo seja usado como uma ferramenta para a análise combinatória e pesquisa na educação básica, na qual os professores possam encontrar formas diferenciadas de abordar a contagem e os alunos possam desenvolver o raciocínio combinatório, por meio do desenvolvimento de hipóteses e conjecturas.

Assim, com base no que fora desenvolvido até aqui, pode-se concluir que na análise combinatória não existe apenas um método para resolver um problema de contagem, pois como já exposto, propusemos quatro métodos para resolver um dado problema combinatório, a saber: enumeração, algebricamente, geometricamente e combinatoriamente.

REFERÊNCIAS

BORBA, R. E. S. R, **Estudos em raciocínio combinatório: investigações e práticas de ensino na educação básica.** São Paulo: Boletim da Educação Básica, 2015

BRASIL**.** Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília: MEC, 2018.

BRASIL**.** Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

BRASIL**.** Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Brasília: Secretaria do Ensino Médio, 1997.

GARCIA, D. B**. Resolução de problemas combinatórios utilizando funções geradoras**. São Luís: UFM, 2013.

GUERRA, E. L. A. **Manual de pesquisa qualitativa**. Belo Horizonte: Grupo Ânima Educação, 2014.

JULIANELLI, J. R. *et al.* **Curso de Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** 2. ed. Rio Claro: Bolema, 2011.

SANTOS, J. P. O. **Introdução à análise combinatória**. 4. ed. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.

SILVA, D. P., GUERRA, E. A. **A aprendizagem de análise combinatória no ensino médio:** uma proposta didática por meio da resolução de problemas. Rio Grande do Sul: REMAT, 2017.

CAPÍTULO 11

GRUPOS INTERATIVOS VIRTUAIS: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA AS AULAS REMOTAS DE MATEMÁTICA

Renato Duarte Gomes
Mestrando Profissional do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - *Campus* Campina Grande (UEPB).

1 I INTRODUÇÃO

Há algum um tempo, o uso das tecnologias digitais e suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem já é alvo de pesquisas. Atualmente, há uma grande necessidade pela presença de ferramentas digitais para as aulas remotas, como ficaram conhecidas as aulas virtuais, mesmo com a falta de experiência com o uso deste tipo de recurso. Esse tipo de aula surgiu na pandemia da Covid-19, como uma alternativa emergencial de dar continuidade ao trabalho escolar em outros formatos e ambientes.

As aulas remotas de Matemática, alvo dessa pesquisa, vêm ganhando destaque, quanto ao formato e à utilização de novas metodologias, especialmente no ciclo 2020/2021, no qual as aulas passaram a ser síncronas (aulas de natureza presencial com a presença do professor) e assíncronas (aulas de natureza virtual transmitidas pelo professor) em virtude do cenário pandêmico. Perante as novas exigências determinadas pela pandemia, a implementação das tecnologias digitais como recurso pedagógico em todos as formas de ensinar e aprender Matemática, torna-se uma necessidade irrenunciável.

É sabido que a natureza das aulas remotas exige da prática docente, estratégias e recursos digitais que possibilitem aos estudantes mais estímulo, participação e engajamento nas aulas virtuais, nesse caso, nas aulas remotas de Matemática.

Nesse sentido, percebe-se uma busca não apenas pelo uso de tecnologias no âmbito escolar, mas de uma forma que os professores possam utilizá-la, estimulando a participação, o diálogo igualitário, a cooperação e um ensino virtual que enriqueça a prática docente e revele melhores resultados na aprendizagem e na convivência dos estudantes.

Pensando nessas questões, esta pesquisa apresenta uma experiência realizada em uma escola pública da rede estadual de Pernambuco, adequando as vivências da prática e a dinâmica dos grupos interativos para um ambiente virtual.

O trabalho com os Grupos Interativos é uma atuação educativa de êxito validada por membros da comunidade científica internacional do Projeto Comunidades de Aprendizagem do Centro de Investigação em Teorias e Práticas de Superação de Desigualdades (CREA), da

Universidade de Barcelona.

Essa atuação possibilita melhorar a prática docente e o desempenho dos estudantes no ensino de Matemática e em outras áreas do conhecimento, gerando situações reais de aprendizagem, o que proporciona momentos de colaboração e discussão entre estudantes, professor e outros adultos (voluntários) que trazem saberes e estratégias do cotidiano extraescolar, além de integrar outras metodologias.

A prática e as contribuições dos grupos interativos nesse novo formato, o digital, são práticas avaliadas por investigações científicas, que demonstraram gerar os melhores resultados em qualquer contexto, seja presencial ou remoto. Para alcançar este resultado, surgiu a pergunta principal desta pesquisa: a implementação de Grupos Interativos Virtuais pode contribuir para as aulas remotas de Matemática?

Este artigo oferece uma discussão teórica pautada na importância do uso da tecnologia digital para a prática dos Grupos Interativos Virtuais, como uma proposta pedagógica nas aulas remotas de Matemática.

A partir das observações nas aulas remotas de Matemática de duas turmas de 1º Ano do Ensino Médio, foi possível coletar e analisar os dados, a partir do registro dos comentários e relatos dos estudantes, durante a realização das aulas e dos dados coletados de uma entrevista realizada após as aulas com a participação do educador de apoio da escola.

Com o objetivo de apresentar as contribuições dos Grupos Interativos Virtuais como uma proposta pedagógica para as aulas remotas de Matemática, o presente trabalho apresenta além desta introdução, as discussões teóricas desta pesquisa, seguindo com a contextualização da pesquisa e do percurso metodológico, chegando até a análise e discussão dos dados e finalizando com as considerações finais do trabalho.

2 | ENSINO DE MATEMÁTICA E TECNOLOGIA DIGITAL

2.1 Aulas remotas de Matemática: uma prática aliada à tecnologia

A Educação no Brasil e em outros países enfrentou e ainda enfrenta grandes desafios diante de um cenário marcado pela pandemia da Covid-19. Diante dessa situação, percebe-se uma prática docente que não foi planejada para esse fim, mas adequada a partir das possibilidades que o ensino emergencial remoto propôs a toda Educação, seja na educação básica ou no ensino superior.

Com a atual situação da educação diante dos protocolos sanitários e do distanciamento social, as aulas remotas surgem como uma estratégia e/ou um possibilidade de manter o papel social e educativo da escola e sua relação entre professores, estudantes e comunidade escolar, favorecendo assim a (re)construção de novas práticas e novas formas de aprendizagem. Aliada a essa nova concepção de aulas remotas, em especial, as aulas remotas de Matemática, a escola e a sociedade passaram a introduzir em suas práticas escolares e sociais, o uso de tecnologias digitais.

Segundo Joye, Moreira e Rocha (2020, p. 13), uma aula remota:

> [...] envolve o uso de soluções de ensino e produção de atividades totalmente remotas, como, por exemplo, a produção de videoaulas que podem ser transmitidas por televisão ou pela Internet. [...] O objetivo principal nessas circunstâncias não é recriar um novo modelo educacional, mas fornecer acesso temporário aos conteúdos e apoios educacionais de uma maneira a minimizar os efeitos do isolamento social nesse processo.

As aulas remotas de Matemática reúnem uma conjuntura bem complexa, a relação e a interligação existente entre ferramentas e recursos tecnológicos e a prática docente, imprescindível no processo de ensino e aprendizagem. Pensando nessa conjuntura, cabe destacar que o panorama atual exige dos professores um novo olhar para esse novo formato de ensinar Matemática, promovendo, aos estudantes, a motivação, o engajamento, a criatividade e o interesse de aprender.

Segundo afirma Gatti (1993, p. 14):

> A incorporação das inovações tecnológicas só tem sentido se contribuir para a melhoria da qualidade de ensino. A simples presença de novas tecnologias na escola não é, por si só, garantia de maior qualidade na educação, pois a aparente modernidade pode mascarar um ensino tradicional baseado na recepção e na memorização de informações.

Em concordância com o exposto acima, entende-se que é necessário planejar com vistas a atual necessidade do contexto escolar, vislumbrando uma prática pedagógica enriquecida com ferramentas e recurso digitais que diferenciem de práticas convencionais, permitindo assim novas formas e possibilidades de aprendizagem aos estudantes.

Ainda nessa direção, Ribas (2008, p. 26) aponta que:

> O professor deve ser alguém criativo, competente e comprometido com o advento das novas tecnologias, interagindo em meio à sociedade do conhecimento, repensando a educação e buscando os fundamentos para o uso dessas novas tecnologias, que causam grande impacto na educação e determinam uma nova cultura e novos valores na sociedade.

A partir dessa compreensão, unir aos novos ambientes e espaços de ensino e de aprendizagem, o uso de tecnologias digitais aliada às novas propostas pedagógicas, busca-se potencializar esse processo, levando em consideração as vivências e experiências das aulas remotas de Matemática na pandemia, uma vez que "as tecnologias tornaram-se as principais referências potencializadoras de iniciativas voltadas para a manutenção da conexão educacional." (ARRUDA, 2020, p. 263).

2.2 Grupos Interativos Virtuais: um novo olhar para sala de aula

Atualmente, instrumentar as aulas remotas de Matemática é uma das discussões muito presentes entre os docentes. O ambiente virtual está inserido em um novo formato de sala de aula, fazendo-se necessário refletir o planejamento e a utilização de tecnologias digitais para prática docente. Ensinar Matemática, em ambientes virtuais, requer uma grande reflexão pensares para a mediação e a mensuração do conhecimento dos estudantes. Aproximar o conteúdo matemático dos estudantes em novos espaços de aula, propondo situações de aprendizagem em que haja interação e participação desses sujeitos, vislumbrando suas diferenças e suas aprendizagens, é um olhar importante que o professor precisa ter para o sucesso de sua prática pedagógica.

Partindo da compreensão do ensino da Matemática e da mediação da tecnologia digital, como recurso e estratégia para um ambiente de articulação de propostas didáticas, visando resultados exitosos frente às expectativas de aprendizagem dos estudantes, propõe-se enriquecer as aulas remotas de Matemática com as contribuições dos Grupos Interativos Virtuais.

Os Grupos Interativos são uma atuação educativa de êxito que objetiva desenvolver uma perspectiva dinâmica, uma rapidez na aprendizagem, por meio das diversas interações desenvolvidas entre estudantes e voluntários/as (familiares, comunidade escolar, funcionários e estudantes), além de vislumbrar os princípios da aprendizagem dialógica.

Conforme Flecha e Soler (2013, p. 11):

> Essa é uma forma de organizar a atividade em sala de aula, em pequenos grupos heterogêneos, com vários guias adultos e baseada na aprendizagem dialógica. Os membros da família e da comunidade participaram nesses grupos como voluntários, e o papel deles foi promover e encorajar as interações de aprendizagem como apoio entre os alunos.

Partindo desse pressuposto e dos estudos teóricos do Projeto de Comunidades de Aprendizagem do Centro de Investigação em Teorias e Práticas de Superação de Desigualdades (CREA), da Universidade de Barcelona, foi experimentada a aplicação dos Grupos Interativos em novo formato, o virtual. As contribuições dessa atuação educativa de êxito em espaços virtuais tem um melhor rendimento intra e extraescolar, minimizando a distância entre estudante e professor que, muitas vezes, está relacionada à teoria e à prática docente, assegurando a todos e todas uma educação mais igualitária e dialógica, como afirma Freire (2000, p. 126):

> [...] Não é possível educar para a democracia, para a liberdade, para a responsabilidade ética na perspectiva de uma concepção determinista da História. Não é possível, por outro lado, educar para a democracia ou experimentá-la sem o exercício crítico de reconhecer o sentido real das ações, das propostas, dos projetos sem a indagação em torno da possibilidade comprovável de realização das promessas feitas sem se perguntar sobre a real importância que tem a obra anunciada ou prometida para a população como uma totalidade bem como para cortes sociais da população.

Cabe destacar que os Grupos Interativos Virtuais podem ser vistos como uma maneira de o professor organizar suas aulas, reunir os estudantes de forma heterogênea com critérios específicos da realidade da turma, realizando sempre um rodízio entre os estudantes, dando a oportunidade de realizar e participar de todas as atividades propostas. É no grupo que envolvemos os voluntários, sendo este um adulto, que por sua vez participa e contribui para promoção da aprendizagem e beneficia a motivação e um clima agradável entre todos os envolvidos do grupo.

Através da crescente contribuição que os Grupos Interativos propõem para o ensino e a aprendizagem dos estudantes nas atividades presenciais, essa atuação educativa de êxito, no formato virtual tem proporcionado e potencializados as aulas remotas de Matemática, por sua dinâmica, organização e planejamento. Pode-se dizer que os Grupos Interativos Virtuais também é um ponto de partida fundamental para conhecer, desenvolver, aprender e ensinar Matemática e é por essa prática que crianças e adolescentes desenvolvem inúmeras estratégias.

Mello, Braga e Gabassa (2012, p. 126) afirmam que:

> Os Grupos Interativos é uma forma de agrupamento inclusivo na qual todos os estudantes participam do processo de aprendizagem com a ajuda do professor e de outros recursos materiais e humanos, sem que nenhum deles fique para trás. Assim, os Grupos Interativos trazem os melhores resultados no âmbito da aprendizagem e da convivência.

O agrupamento de estudantes de uma turma em grupos heterogêneos menores é o princípio dos Grupos Interativos. As atividades propostas pelos professores, para esses pequenos grupos, são planejadas para serem realizadas, dentro de um tempo determinado. Variando entre 15 a 20 minutos, esses subgrupos trocam de atividades até o momento em que todos os estudantes da turma tenham contato com todas elas. Os Grupos Interativos potencializam a interação entre os estudantes, visando garantir a colaboração e a partilha de conhecimentos entre todos os envolvidos, por intermédio de voluntários (familiares, comunidade escolar, funcionários e estudantes de outro turno).

O trabalho realizado com grupos heterogêneos promove os princípios da aprendizagem dialógica e favorece novas formas de interação. Nessa dinâmica, os estudantes têm oportunidade de aprender e contribuir com a aprendizagem do outro. A participação e a presença dos voluntários na mediação das atividades incentivam a participação e a interação de todos os estudantes. Nesse sentido, os estudantes que apresentam timidez ou dificuldades de aprendizagem têm condições de se engajarem mais, revelando assim um sentimento de pertencimento ao grupo.

A prática de Grupos Interativos Virtuais permite uma observação mais cuidadosa dos estudantes. Nessa prática, percebemos as opiniões sendo respeitadas e valorizadas pelos estudantes e voluntários, pois todos podem mostrar seus conhecimentos e suas diferentes habilidades, vislumbrando a Aprendizagem Dialógica[1].

> A Aprendizagem Dialógica acontece nos diálogos que são igualitários, em interações em que se reconhece a inteligência cultural de todas as pessoas, e está orientada para a transformação do grau inicial de conhecimento e do contexto sociocultural, como meio de alcançar o êxito de todos. A Aprendizagem Dialógica acontece em interações que aumentam a aprendizagem instrumental, favorecendo a criação de sentido pessoal e social, e que são guiadas pelo sentimento de solidariedade, em que a igualdade e a diferença são valores compatíveis e mutuamente enriquecedores. (AUBERT *et al.*, 2008, p. 167)

A Aprendizagem Dialógica é a base teórica do Projeto Comunidade de Aprendizagem, sendo sete os princípios que alicerçam essa compreensão de aprendizagem: diálogo igualitário, inteligência cultural, transformação, dimensão instrumental, criação de sentido, solidariedade e igualdade de diferenças.

São esses princípios que levam a uma aprendizagem matemática pautada na construção do conhecimento e dos saberes que se enriquecem na medida em que os estudantes dialogam, trocam ideias, socializam informações e que apresentam caminhos para se obter uma solução. Com essa experiência, os resultados alcançados são determinantes para uma formação efetiva desses sujeitos, visando o conhecimento para o raciocínio e a capacidade de aprender.

3 I CONTEXTUALIZANDO A PESQUISA

A investigação apresentada nesse artigo é de natureza qualitativa. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 16), “os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e

1. No termo Aprendizagem Dialógica, o uso das letras maiúsculas é empregado por se tratar de uma concepção de aprendizagem que fundamenta o Projeto Comunidades de Aprendizagem tomando como base as contribuições de alguns dos autores mais relevantes na área da Educação, como por exemplo, Vygotsky, Bruner, Wells, Paulo Freire, Habermas e outros.

de complexo tratamento estatístico”.

A pesquisa surgiu da análise de uma experiência virtual realizada com estudantes do 1º ano do ensino médio, sendo esta, uma adequação e experimentação inédita do trabalho realizado com Grupos Interativos em ambiente virtual. A pesquisa em tela busca apresentar as contribuições dos grupos interativos virtuais como uma proposta pedagógica para as aulas remotas de Matemática à luz da Aprendizagem Dialógica.

O presente estudo se configurou uma oportunidade de experienciar uma proposta pedagógica partindo da teoria e prática que fundamenta os Grupos Interativos como uma atuação educativa de êxito do projeto Comunidades de Aprendizagem, vivenciando assim suas contribuições em um novo ambiente, o virtual.

Com o intuito de investigar um trabalho desenvolvido no contexto da educação básica em meio à pandemia, o trabalho foi realizado em 2020 com duas turmas de 1º ano do ensino médio de uma escola de referência em ensino médio, localizada na Mata Norte de Pernambuco. O professor da turma reuniu suas turmas para ministrar duas aulas remotas de Matemática, totalizando 1h40min.

Por se tratar de uma experiência nova com os Grupos Interativos Virtuais, o professor da turma planejou realizar esse trabalho em duas aulas seguidas, conforme o horário escolar. Inicialmente, o professor planejou a organização de suas aulas, indicando o conteúdo matemático (imagem de uma função no gráfico), o convite a cinco voluntários (familiares e funcionários) e cinco monitores que seriam os anfitriões das salas virtuais para os cinco grupos interativos virtuais e planejados.

A proposta do trabalho virtual também foi pensada pelo professor em qual plataforma utilizar em suas aulas. Os estudantes da escola, como os da rede estadual de Pernambuco possuem uma conta educacional gratuita e de fácil acesso, o *Google Meet*. Por se tratar de uma plataforma digital e que todos interajam e participem ativamente, o professor convidou cinco estudantes de turmas e turnos diferentes para apoiar esses grupos como anfitriões dos grupos interativos.

Vale destacar que o período em que foi desenvolvido o trabalho, o professor não conhecia as extensões da plataforma para organizar a turma em subgrupos. Foi um trabalho desenvolvido a partir da experiência do trabalho presencial e das habilidades tecnológicas presentes para a realização dos Grupos Interativos Virtuais.

Planejadas as aulas remotas, definidos os papéis de todos, o professor realizou uma reunião virtual no dia anterior a sua aula com os monitores e voluntários que apoiariam suas aulas, apresentando sua proposta de ensino e o tempo proposto para a realização e apresentação de cada uma das atividades. Como as atividades seriam virtuais, os monitores de cada grupo apresentariam a sequência das cinco atividades no intervalo a cada 20 minutos. Cada uma das atividades era apresentada por meio de *slides*.

Os voluntários convidados foram instruídos sobre sua participação e o trabalho de mediação em que se propuseram a executar com os estudantes, sendo estes responsáveis em interagir e propor a interação entre todos os estudantes do grupo. Os voluntários e monitores foram convidados a estar na sala principal onde o professor da turma era o anfitrião.

Para esse trabalho virtual, participaram 26 estudantes que acompanhavam as aulas remotas, 5 voluntários, 5 monitores (anfitriões dos grupos interativos), o educador de apoio da escola, o professor da turma e o autor desse artigo, compondo assim na sala virtual 39 participantes.

Ambiente	Planejamento	Tempo
Sala Virtual Principal	Acolhida	5 min
	Revisão do Conteúdo	20 min
	Orientações para a realização das Atividades em Grupos Interativos	5 min
Grupos Interativos Virtuais	Atividade – 1	20 min
	Atividade – 2	20 min
	Atividade – 3	20 min
Considerações Finais	Encerramento da aula	10 min

Quadro 1. Planejamento das aulas remotas

Fonte: elaborado pelo autor.

Para registro das observações e análise dos dados, o professor disponibilizou a gravação das aulas, uma vez que esta gravação atenderia também os estudantes que não puderam participar das aulas no horário previsto.

A proposta das duas aulas remotas, bem como a dinâmica e estratégia docente, foi explanada aos estudantes na sala principal, onde o professor iniciou a aula acolhendo os estudantes e em tempo oportuno foi direcionando à organização da aula e aos envolvidos dela. Foi frisado que seria necessário que todos se comprometessem com as aulas, e que para essa dinâmica acontecer, dez novos integrantes deveriam apoiar o trabalho nos Grupos Interativos Virtuais.

Os estudantes foram informados que a aula iniciaria com uma revisão do conteúdo estudado nas aulas anteriores com uma exposição de 30 minutos e que em seguida o professor direcionaria os estudantes por grupo. Nesse momento, o professor já tinha em mãos a organização de cada um dos Grupos Interativos Virtuais, pensado de acordo com os estudos do Projeto de Comunidade de Aprendizagem.

4 I DISCUTINDO OS DADOS E OS RESULTADOS DA PESQUISA

Os dados da pesquisa foram extraídos de três fontes: (1) os relatos dos estudantes e do professor durante as aulas remotas de Matemática; (2) as reflexões dos estudantes na realização das atividades nos Grupos Interativos Virtuais; e (3) uma entrevista com o educador de apoio da escola para compreender a implementação dessa proposta pedagógica nas aulas remotas de Matemática.

Os relatos dos estudantes e do professor foram observados durante a realização das duas aulas remotas de Matemática e para maior veracidade e comprovação, foram escritos a partir da gravação das aulas. As respostas e colocações dos envolvidos na pesquisa, foram registrados a partir da extração dos textos escritos no *chat* e na descrição da gravação das aulas remotas.

A entrevista com o educador de apoio da escola ocorreu posterior a realização das aulas remotas, por meio de mensagens em áudios e pelo envio de depoimentos de voluntários e estudantes. Esses dados foram analisados e apresentados ao professor da turma e ao educador de apoio da escola para conhecimento e validação das informações registradas nessa pesquisa.

Durante a observação das aulas remotas de Matemática, foi possível perceber que o professor buscou instrumentar suas aulas virtuais com uma proposta pedagógica que atendesse o seu planejamento e que promovesse a participação e interação dos estudantes durante todo o percurso metodológico. Tal escolha possibilitou aliar à tecnologia digital e à participação da comunidade escolar em uma prática virtual a ser experimentada pelo professor, estudantes e voluntários.

Conforme pontuado nas bases teóricas do Projeto Comunidade de Aprendizagem, o trabalho com Grupos Interativos favorece e revela os princípios da Aprendizagem Dialógica. Assim, as turmas e sujeitos envolvidos, as atividades planejadas e o tempo de realização foram estudados para promover interações e maiores oportunidades de aprendizagem. O tempo da pesquisa, proposto em duas aulas de 50 minutos, foi bem definido para os objetivos das aulas remotas, como também da validação da contribuição dos Grupos Interativos Virtuais nas aulas remotas de Matemática.

Na sequência, estão descritas a organização das aulas remotas de Matemática e as reflexões dos estudantes e do professor em três atividades desenvolvidas com os estudantes nos Grupos Interativos Virtuais.

1º momento: O professor recebe os estudantes em uma sala virtual do *Google Meet*, sendo ele o anfitrião da sala. Cabe destacar que todos os estudantes da escola e da rede estadual, possuem uma conta educacional, o que favorece o acesso à sala virtual, bem como às aulas remotas.

Nesta sala virtual, o professor objetivou revisar o conteúdo de Domínio, contradomínio e imagem de uma função com as duas turmas de 1º ano do ensino médio e, em seguida, direcionar os seus estudantes em cinco Grupos Interativos Virtuais. Essa proposta foi apresentada aos estudantes antes da revisão dos conteúdos, instigando a curiosidade e a empolgação dos mesmos para participar ativamente das aulas, segundo os comentários dos mesmos:

> Não sei bem como vai ser a distribuição dos grupos depois da revisão, mas sei que deve ser interessante interagir com os colegas em nesse formato de aula. (Estudante A, 2020)

> Eu acho interessante estudar em grupos, onde todo mundo ajuda o outro. As vezes o colega consegue ensinar com mais facilidade os conteúdos. (Estudante B, 2020)

> Espero que minha internet não caia durante a aula, não quero perder nenhum minuto. O professor gosta de surpreender agente. (Estudante C, 2020)

Percebeu-se as expectativas dos estudantes em como se dará as aulas remotas do dia, bem como será a distribuição de estudantes por Grupos Interativos Virtuais, uma vez que, os estudantes já vivenciaram essa experiência de forma presencial.

2º momento: Compreendendo algumas dificuldades possíveis de acontecer, o professor direciona para turma como se dará o acesso nos grupos interativos, disponibilizando no grupo de *WhatsApp* das turmas um PDF com os *links* de acesso às aulas para cada um dos grupos criados e planejados.

Após disponibilizados o material em PDF, o professor informa aos estudantes que bastam apenas clicar na janela (grupo interativo) indicado pelo professor. Nesse momento, os voluntários e os monitores (anfitriões das salas dos Grupos Interativos Virtuais) são apresentados aos estudantes e em seguida, é feita uma chamada de estudantes por grupo.

O professor comenta com a turma que estará visitando cada um dos grupos de forma aleatória e todos os estudantes estão convidados a participar e interagir com seus pares. Antes de direcioná-los, o professor chama a atenção da turma para reforçar o papel dos voluntários em cada um dos grupos e a transição dos mesmos à medida que cada atividade for apresentada.

> Vocês terão que realizar 5 atividades em cada um dos grupos. A cada 20 minutos, os monitores apresentarão um slide com as atividades para vocês responderem, não precisa escrever, atentem para o tempo e para que juntos, busquem estratégias para responder cada uma das atividades. Usem o chat e principalmente o microfone para interagir nas discussões. As atividades só serão apresentadas a cada 20 minutos. Entendido? (Professor da turma, 2020)

Diante da abordagem e do tira dúvidas do professor com os estudantes, o professor reforça a chamada dos estudantes por Grupos Interativos Virtuais, disponibilizando a relação dos estudantes por grupo, nos grupos de *WhatsApp* das duas turmas.

3º momento: Uma experiência nova para os estudantes e para o professor vivenciar a atuação educativa de êxito – os grupos interativos – em um novo ambiente e formato. Cada um dos grupos interativos virtuais, foram criados no *Google Meet*, tendo um anfitrião, o monitor (estudante de outra turma e turno) e a presença virtual de um voluntário (familiares e/ou pessoas da comunidade escolar) que foram responsáveis em estimular o diálogo igualitário e promover a participação de todos.

Cada grupo experienciou três atividades e a presença de um voluntário distinto à medida que as atividades mudavam. A cada vinte minutos, os estudantes interagiam e participavam das discussões na presença de um voluntário diferente, uma das características do trabalho com Grupos Interativos. Das três atividades, duas delas tratavam de questões discursivas que abordavam o domínio, contradomínio e imagem de uma função representada por conjuntos. Já as outras três atividades apresentavam uma questão de múltipla escolha com foco para a imagem de uma função.

Os registros apresentados em relação ao momento da realização das atividades nos grupos interativos virtuais, tratam da análise dos grupos interativos virtuais três e quatro, onde o autor deste artigo participou e acompanhou durante as três atividades. Nesses dois grupos, participaram onze estudantes (cinco em um grupo e seis no outro), que para manter sua descrição, propôs-se identificá-los com o termo “Estudantes C, D, E, F, G, H, I, J, K, L e M”. Os Estudantes A e B apresentados nos comentários anteriores correspondem a dois estudantes que estavam na sala principal da aula remota.

Duas questões chamaram a atenção dos estudantes e possibilitou a interação de toda a turma em cada um dos grupos. As atividades 1 e 3 foram as mais discutidas e comentadas.

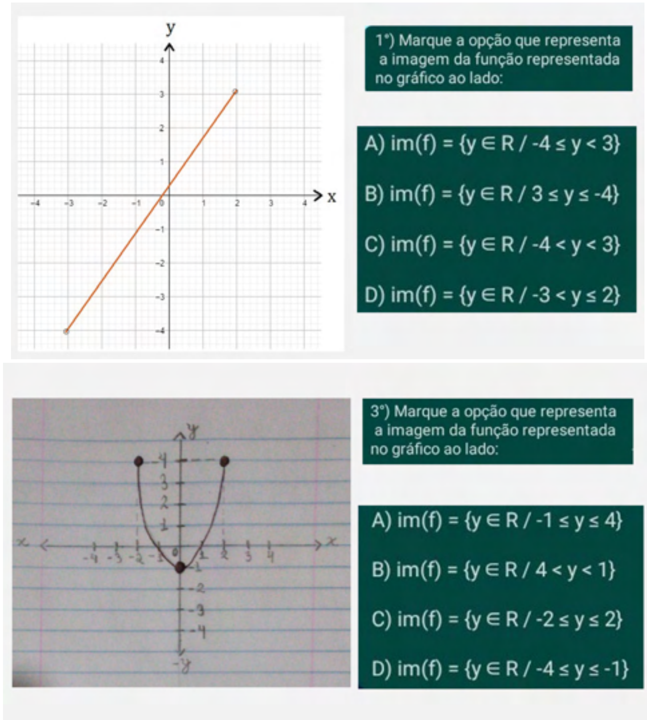


Figura 1. Telas das atividades 1 e 3

Fonte: elaborado pelo professor da turma.

A atividade 1 problematizou os cinco grupos interativos ao mesmo tempo. Os estudantes dialogavam e buscavam responder à questão, quando alguns estudantes liam e comentavam:

> Imagem da função, qual o eixo vamos olhar? (Estudante J, 2020)

> Eixo x corresponde ao Domínio da função né! E o y à Imagem da função! (Estudante E, 2020)

> As bolinhas da reta não estão pintadas. É importante ver o intervalo também. Eu às vezes confundo o intervalo do domínio com o da imagem! (Estudante C, 2020)

> Vamos ver direito se não tem uma pegadinha na questão, lê de novo! (Estudante F, 2020)

Muitas inquietações surgiram nos grupos. Os voluntários eram OS responsáveis por mediar as discussões entre os estudantes e os monitores, responsáveis em apresentar os *slides* em cada um dos grupos. Como o professor visitava os grupos, percebeu logo os comentários acerca da questão.

> Oi pessoal! Está faltando algo na atividade? O intervalo da reta, na Atividade 01, é aberto à direita e à esquerda. Verifiquem corretamente! Fiz uma adaptação dessa questão para trabalhar com vocês! Ah! Estão de parabéns pela análise e por destacar essa observação!

Flecha e Soler (2013, p. 11) destacam que "[...] os membros da família e da comunidade participaram nesses grupos como voluntários, e o papel deles foi promover e encorajar as interações de aprendizagem como apoio entre os alunos". A partir da observação dos estudantes, o professor visitou cada um dos grupos para tratar da visibilidade do intervalo na reta, representada no gráfico da Atividade 1. Os estudantes, ao ouvir o professor, trouxeram mais comentários:

> Bem que eu disse que *tava* em dúvida nessas bolinhas! (Estudante C, 2020)

> Ainda bem que o professor chegou, senão eu ia pedir ajuda ao voluntário! (Estudante F, 2020)

Os estudantes seguiram em seus grupos ainda mais empolgados e atentos *á*s próximas atividades. Alguns estudantes elogiaram a atitude do professor em se informar sobre a adaptação da atividade para a turma, pontuando a abertura do intervalo na reta e destacaram que começaram bem as interações e observações entre eles.

Ao chegar na Atividade 3, outros questionamentos surgiram:

> Esse gráfico é bem diferente dos que já vimos. (Estudante H, 2020)

> É uma foto de alguém que desenhou e o professor colocou. Acho que ele adaptou também. (Estudante D, 2020)
>
> Mas, dá pra responder! Tem os dois eixos que precisamos! (Estudante E, 2020)

> É, mas agora não observamos só dois pontos. Tem três! (Estudante C, 2020)

> A imagem desse gráfico deve ser como agente faz nos outros, né não! (Estudante H, 2020)

> Eu acho que é! O professor aqui desafiou agente! Vamos responder como ele ensinou, se errar ele corrige depois! (Estudante G, 2020)

> Mas é assim mesmo, vamos olhar o eixo y e a relação de cada intervalo fechado do menos 1 ao quatro. (Estudante L, 2020)

Ao acompanhar os grupos e ouvindo as reflexões dos estudantes, O professor mediou as discussões, informando que:

> O gráfico da questão é uma parábola, específico de uma função quadrática, que vamos estudar mais à frente! Independente da representação gráfica, atentem para o que já vimos sobre a Imagem de uma função. Como vocês responderam em outras atividades na aula, mantenham o olhar e a ideia **x** é um valor do domínio da função e o **y** é um valor da imagem.

A partir da abordagem do professor, os estudantes seguiram ainda mais integrados na resolução das atividades. As interações entre os estudante possibilitaram mais conhecimento e aprendizagem, como analisamos nos comentários seguintes:

> Agora, fica mais fácil relacionar a Imagem dessa função. É só atentar ao eixo y e ao intervalo desses pontos no gráfico. (Estudante E, 2020)
>
> Sim! E mesmo com esses três pontos, a gente vê que dois deles estão se relacionando ao 4, no eixo y. (Estudante I, 2020)
>
> Isso é bem interessante! Um gráfico diferente da reta que mantém a mesma noção. (Estudante M, 2020)
>
> Até eu que tinha dúvida em comparar o domínio e a imagem com essas bolinhas, agora ficou mais fácil. Até nesse tipo de gráfico! (Estudante C, 2020)

O professor da turma não informava o tempo nem quando retornaria aos grupos. Os voluntários, ao perceberem o momento de dúvidas e entre os estudantes, estimulavam outro estudante também a ler e comentar, conversar com os demais colegas sobre o que achava da resposta apresentada. O ambiente com menos estudantes condicionou mais abertura para que todos se colocassem e assumissem juntos a busca por estratégias para responder a atividade.

Ao retornar o Grupo Interativo Virtual, o professor mantinha sempre uma descrição para não interromper os estudantes. Logo, sondava e observava a cada estudante, bem como os seus comentários. Ao perceber algumas colocações dos estudantes, o professor também trazia suas contribuições para a construção de conceitos e correções quando possíveis. Percebe-se essa preocupação e atuação do professor quando ele usa das colocações dos estudantes, para conduzi-los a novos conhecimentos e reflexões.

> Parabéns pessoal! ***Tô*** muito feliz pelo engajamento e pela participação de vocês. Olhem só! O gráfico de uma parábola, nem sempre é ou vai ser representado dessa forma. Vamos estudar direitinho, nos próximos dias e com isso, vamos analisar algumas outras questões, principalmente os intervalos, que vocês estão chamando de bolinhas. Na função quadrática, vamos estudar também, o vértice da parábola que é representado pelas coordenadas de

um ponto. Por isso, é importante mencionar, que essas bolinhas indicadas nesse gráfico, são coordenadas de um ponto, que por sua vez nos auxiliam a compreender o intervalo da imagem da função.

Percebe-se como os princípios da Aprendizagem Dialógica são perceptíveis na dinâmica dos Grupos Interativos. Pode-se constatar que, através desses Grupos , os diálogos entre os estudantes tornam-se igualitários, reconhecendo a transformação do grau inicial de conhecimento dos estudantes, versando assim alcançar o êxito de todos. Os Grupos Interativos Virtuais também contribuem para a criação de sentido tanto pessoal como social dos estudantes.

Perante essa experiência virtual, apresentada nessa pesquisa como uma proposta pedagógica para as aulas remotas de Matemática, verificou-se a possibilidade de o professor vivenciar momentos de interação e cooperação, compreendendo a relevância de novos espaços que contribuem para a aprendizagem dos estudantes, inserindo na prática da sala de aula de Matemática, os Grupos Interativos como uma atuação educativa de êxito pautada nos princípios da Aprendizagem Dialógica.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das contribuições dos Grupos Interativos virtuais no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, destaca-se os significativos resultados desse trabalho realizado com os estudantes do 1º ano do ensino médio da educação básica, permitindo aprimorar novas propostas pedagógicas para as aulas remotas de Matemática em um cenário de reformulação e superação.

Perante esta investigação, propõe-se experimentar a implementação dos Grupos Interativos Virtuais, como uma prática inovadora e construtiva para o ensino remoto de Matemática à luz da Aprendizagem Dialógica, fundamentada pelo projeto Comunidades de Aprendizagem. Após uma breve reflexão sobre os argumentos aqui apresentados e sem perder de vista o objetivo do presente trabalho, propôs-se responder a seguinte questão de pesquisa: Quais as contribuições dos Grupos Interativos Virtuais nas aulas remotas de Matemática?

Nessa direção, vislumbramos nos Grupos Interativos Virtuais, uma possibilidade de fortalecer a prática docente e o desempenho dos estudantes no ensino de Matemática e possivelmente em outras áreas do conhecimento, visto que essa atuação educativa de êxito gera situações reais de aprendizagem, proporcionando momentos de colaboração e discussão entre os estudantes, estudantes e professor, estudantes e outros adultos que trazem saberes e estratégias do cotidiano extraescolar, além de integrar outras metodologias no ensino Matemática.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, E. P. Educação Remota Emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de covid-19**. Rede Revista de Educação a Distância**, v. 7, n. 1, p. 257-275, 2020.

AUBERT, A. *et al.* **Aprendizagem dialógica na sociedade da informação**. São Paulo: EdUFSCar, 2016.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos**.** Porto: Porto Editora, 1994. p. 16.

BRAGA, F. M.; GABASSA, V. **Comunidades de Aprendizagem:** outra escola é possível. 1. ed. São Carlos: EdUFSCar, v. 1, p. 176, 2012.

FLECHA, R.; SOLER, M. Transformando dificuldades em possibilidades: o envolvimento de famílias e estudantes ciganos na escola através da aprendizagem dialógica. Cambridge, **Revista de Educação**, London W1T 3JH, UK., v. 43, n. 4, p. 451-465, jun. 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia da indignação:** cartas pedagógicas e outros escritos. São Paulo: UNESP, 2000.

GATTI, B. **Os agentes escolares e o computador no ensino.** São Paulo: FDE/SEE. Ano 4, dez. 1993.

JOYE, C. R.; MOREIRA, M. M.; ROCHA, S. S. D. Educação a distância ou atividade educacional remota emergencial: em busca do elo perdido da educação escolar em tempos de Covid-19. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 7, p. 1-29, 2020.

MAINART, D. A.; SANTOS, C. M. A importância da tecnologia no processo ensino-aprendizagem. In: Congresso Virtual Brasileiro de Administração, 7, 2010. **Anais**..., 2010. Disponível em: <http://www.convibra.com.br/upload/paper/adm/adm_1201.pdf> Acesso em: 2 maio. 2021.

RIBAS, D. A docência no Ensino Superior e as novas tecnologias. **Revista Eletrônica Latu Sensu**, ano 3, n. 1, mar. 2008.

CAPÍTULO 12

INTENCIONALIDADE DOCENTE NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS (EJA) – ATUANDO NA ZONA DE DESENVOLVIMENTO PROXIMAL

Carlos Alberto Galvão da Silva
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Eriko Matsui Yamamoto
Universidade Presbiteriana Mackenzie

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) oferece inúmeros desafios educacionais devido às suas características e peculiaridades, com destaque para a perspectiva de grande fator motivacional: os alunos da EJA são voluntários. Por lei, não há obrigatoriedade do aluno se matricular nesse segmento educacional, o que não torna o processo de ensino-aprendizagem menos complexo. A diversidade sociocultural e econômica, desigualdade racial e de gênero são características desse grupo e refletem um modelo educacional que pouco privilegia segmentos populacionais mais necessitados e com maior defasagem educacional.

Dentre os grandes desafios do Plano Nacional de Educação (PNE), estão previstos até 2024, o aumento de 25% do nível educacional e igual percentual para o vínculo de matrículas na EJA conectados ***à*** educação profissional. A relevância nacional é dada ***às*** estratégias inclusivas, por meio da educação, de cidadãos que não tiveram oportunidade de aprendizado adequado, sendo a EJA uma das formas de resgatar e acolher todos os 11 milhões de brasileiros identificados como analfabetos pelo censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2018).

O perfil do educando da EJA é jovem, adulto e idoso que não teve acesso à escolarização ou não conseguiu dar continuidade aos seus estudos por motivos, muitas vezes, alheios a sua vontade. É, sem dúvida, uma tarefa difícil pensar e organizar currículos escolares para esse repertório de alunos. Da mesma forma, para o educador é um desafio trabalhar com esses jovens e adultos, exigindo deles muita dedicação e sabedoria, pois eles fazem parte de um universo de alunos que não estão habituados ao ambiente escolar.

E a matemática faz parte da grade curricular da EJA, sendo de grande importância na formação do caráter social do educando, pois constitui-se como uma disciplina que atua diretamente na estruturação do pensamento e do desenvolvimento do raciocínio lógico, fazendo parte da vida de todos, desde experiências simples como contar e comprar até as mais complexas. No entanto, a matemática é vista como uma disciplina muito difícil, ainda mais pelos alunos da EJA, que se decepcionam a ponto de desistirem de concluir seus estudos.

Assim, o professor da EJA tem que lidar com educandos de diferentes peculiaridades: a especificidade socioeconômica, a diversidade cultural, a baixa autoestima, a questão geracional, a diversidade étnico-racial, entre outras.

Diante disso, levantamos algumas questões: Qual é o papel do professor da EJA? Como devem ser suas práticas pedagógicas para motivar o aluno e fazer com que ele consiga aprender matemática? Como deve ser a postura do professor em relação aos alunos da EJA?

A percepção inicial sobre o papel da matemática aplicada à formação dos indivíduos tem origem prévia ao ingresso dos educandos nos sistemas educacionais. Os métodos didáticos utilizados pelo professor, em seu processo de ensino-aprendizagem, inferem significativamente no desenvolvimento dos alunos e, portanto, seu papel, como mediador, nesta área do saber, possui extrema relevância (DUBET, 1997).

Desta forma, a presente pesquisa apresenta a compreensão do papel do professor e sua abordagem pedagógica em sala de aula, bem como as competências e habilidades requeridas no processo de ensino-aprendizagem de matemática para a EJA. A pesquisa foi realizada durante o estágio supervisionado em matemática, a partir da observação da sala de aula, organização, rotinas e formatos avaliativos utilizados.

As características socioculturais dos alunos possuem relevância no contexto observado, corroborando a avaliação etnográfica, para a correta interpretação pedagógica da sala de aula, ocupada heterogeneamente por alunos na faixa etária de vinte a oitenta anos.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

Segundo Justino (2013), a prática docente precisa associar o domínio de conteúdo, a estrutura da matéria trabalhada e o entendimento de processo formativo do professor, histórico e evolutivo, justificando o desenvolvimento do conhecimento criativo de conteúdos e procedimentos, promovendo a construção de novos saberes aos alunos. Este é um ponto de interesse de observação que permite a compreensão de ações docentes, inicialmente, intuitivas transformadas em métodos estruturados e fundamentados em saberes e vivências preexistentes, deixando em evidência, a prática pedagógica.

O estabelecimento de uma conexão com os temas já trabalhados é fundamental para que o aluno acesse de forma guiada, saberes preexistentes e possa melhorar sua aprendizagem durante as intervenções do professor em sala de aula (ARAUJO, 2012). Os saberes profissionais precisam estar associados às práticas de ensino, não sendo possível estudar o trabalho sem a compreensão do trabalhador (TARDIF, 2000). Em sala de aula, a prática e a experimentação contribuem de forma significativa na fundamentação docente e nas ferramentas escolhidas, durante o planejamento das abordagens junto aos alunos. O termo “aproximação” define a necessidade de o professor conhecer e reconhecer as necessidades de seus alunos de forma a construir um ambiente de ensino e aprendizagem real e plural em sala de aula.

Segundo Zabala (1998), a compreensão da intencionalidade docente na condução de atividades junto aos alunos, é essencial por apresentar os meios pelos quais serão alcançados os objetivos definidos no plano de ensino, e as relações criadas junto aos conteúdos propostos. Sem o conhecimento dos intentos educativos não é possível avaliar se a aula atingiu seu propósito. A formação integral do aluno está fortemente associada ao conceito de cidadania e consequentemente ao papel da escola como ambiente formador. Como educadores, devemos estar atentos aos objetivos estabelecidos para o processo de ensino-aprendizagem, pois muitos comportamentos esperados dos alunos não serão realizados apenas em sala de aula, mas propostos a partir dela.

De acordo com Zabala (1998), a separação dos objetivos por tipo permite-nos ter compreensão e objetividade sobre os aspectos esperados durante o desenvolvimento do aluno. Além da compreensão de conceitos e significados associados a um tema (conteúdos conceituais, em que se descreve e conhece), o desenvolvimento do saber fazer por uso de técnicas que ampliem a autonomia do aluno e suas habilidades (conteúdo procedimental, em que se simula e aplica), e valores desenvolvidos, como solidariedade, respeito a minorias e pensamentos distintos (conteúdos atitudinais, em que se pondera e respeita).

Em uma proposta de abordagem, há grande complexidade dada pelos múltiplos conteúdos desenvolvidos em uma intervenção, adicionando conteúdos procedimentais e atitudinais. A intencionalidade docente é fundamental para o equilíbrio e domínio das intervenções realizadas, mesclando pesquisas, debates, sínteses e exposições em grupo, para que a atribuição de significado pelos alunos possa ser efetiva. Para interpretação deste modelo de aula, além da unidade didática, torna-se necessária a adição da análise da sequência de conteúdo.

Ao delimitar a unidade didática, como o conjunto de atividades realizadas em sala de aula com foco nos objetivos imediatos, a diferenciamos de uma abordagem transversal e que envolverá diferentes conteúdos de aprendizagem e que possa mesclar expressões orais e escritas, observação, pesquisa, orientação espacial, entre outros, correlacionando-os a diversos conhecimentos. A abordagem didática atuará na retenção de conhecimentos em um período específico, na qual os conteúdos conceituais estruturarão a unidade, porém isso não é suficiente para o desenvolvimento esperado nos conteúdos atitudinais ou procedimentais, pois esses conteúdos precisam estar presentes em várias unidades para consolidar seu desenvolvimento (ZABALA, 1998).

Conforme apresentado por Sacristán e Gómez (2007), a função da escola é determinada em um contexto temporal e suscetível ao conjunto de valores, propósitos, crenças e teorias sociais como apresentado por Rue (1996), podendo ser observado como um processo proposto no projeto pedagógico. Neste contexto, o currículo apresentado por meio de um conjunto de disciplinas oferece um caminho direcionado ao aluno bem como um desafio, e sua proposta deverá convergir à experimentação do indivíduo (STENHOUSE, 1991).

Os autores Angulo Rasco e Blanco Garcia (1994) apresentam três concepções sobre o currículo, no intuito de explicar os caminhos para esta convergência. A primeira é a compreensão do currículo como uma sequência de conteúdo capaz de construir saberes, organizados sequencialmente e possibilitando a evolução gradativa de aprendizagens embasadas em conhecimento prévio dos alunos. Essa concepção não observa o processo de aprendizagem em sua dinâmica e complexidade. A segunda é a abordagem do currículo como planificação, na qual vê-se treze sequências pouco flexíveis para o desenvolvimento de conteúdo. Há um rigor excessivo em sua aplicação o que restringe às possibilidades didáticas do professor e adaptação à realidade vivenciada pelos alunos, tornando-o pouco efetivo para um aprendizado significativo. A terceira concepção apresenta o currículo como uma realidade interativa, sendo composto pela participação ativa dos docentes, discentes e demais envolvidos no ambiente de aprendizagem escolar. O professor se transforma em protagonista e, com isso, torna-se uma importante ferramenta para o alinhamento entre a identidade escolar e a sala de aula. Cabe ressaltar que, segundo os autores, a indagação sobre o currículo é pertinente e deve ser explorada em direção ao aperfeiçoamento e plena compreensão sobre sua aplicabilidade.

Para Sacristán (1995), as concepções de currículo podem ser descritas principalmente como: (i) um fenômeno prático complexo, abordando o planejamento, criação, adoção e avaliação das atividades propostas, de forma concreta ao ambiente escolar; (ii) uma práxis, integrando teoria e práticas pedagógicas como função social da escola; (iii) uma construção social, observando as experiências de aprendizagem individual dos alunos. Ainda se destacam em sua abordagem; (iv) o currículo como conjunto de conteúdos, sequenciados por nível para construção de conhecimento e dando a visibilidade de séries formativas; e como (v) definidor de conteúdo, legitimando e definindo saberes a serem desenvolvidos e guias para a concepção escolar vigente.

A pergunta que se forma sobre a relevância do currículo contempla sua proposição sobre o que ensinar, o que aprender, que estratégias e métodos utilizar. As dimensões formadas para compreensão do currículo e definidas por Torre (1993) são descritas como Reflexão (função teórica e ideológica), Estratégia (elementos processuais) e Ação (forma operativa e de implementação), que agrupam um conjunto de definições com diferentes perspectivas sobre o currículo, como sua concepção (fundamentos epistemológicos), seu conteúdo (competências e habilidades a desenvolver), a proposta pedagógica (ferramenta didática), a inovação curricular (contemporaneidade), a avaliação e a modalidade (instrumentos pedagógicos), o modelo curricular (representação teórica e prática), o nível de concretização (conforme a abrangência de sua aplicação, por níveis ou hierarquias educacionais), os princípios (estrutura psicopedagógica), projeto pedagógico (alinhado ***à*** estratégia política nacional escolar), as teoria do currículo e o currículo oculto (influência sociocultural).

Segundo Libâneo (2004), o formato de sala de aula permite explorar as concepções do currículo construtivista apresentado por Piaget, o que permite a participação ativa do aluno no processo de aprendizado, e o conceito de "zona de desenvolvimento proximal" desenvolvido por Vygotsky (o aluno não consegue resolver os problemas por si só, mas consegue fazê-lo com a colaboração do professor), ou seja, a interação social e da mediação docente para a solução de problemas e desenvolvimento de um pensamento crítico com autonomia dos alunos.

O conhecimento escolar, elaborado em diferentes níveis do sistema escolar, deve propiciar um amplo entendimento dos alunos de forma inclusiva e democrática, permitindo o acesso de todos baseado em um ensino ativo e afetivo, no qual o professor tem papel relevante na escolha e na organização de conhecimentos relevantes desenvolvidos pelos alunos. Os conteúdos selecionados devem permitir ao aluno a melhor compreensão de sua realidade e ampliação de seu universo cultural, tornando-o crítico e autônomo, possibilitando que a construção do conhecimento ocorra dentro do ambiente escolar, refletindo às relações entre escola e sociedade. O conhecimento escolar tem origem em âmbitos de referência, como instituições de produção científica, ambientes corporativos, desenvolvimentos tecnológicos, atividades desportivas e corporais, produção artística, saúde, em formas de se exercer a cidadania, como movimentos sociais, porém não sendo consideradas cópias culturais, e sim adaptações ao ambiente escolar (TERIGI, 1996).

Freire (1996) é contra os princípios da educação bancária, domesticadora, na qual o professor é o detentor do saber e apenas deposita conhecimentos em seus alunos. Para o autor, a prática docente exige uma postura provocativa, sendo necessário estimular no educando o pensamento crítico, trazendo para a sala de aula questões que façam o aluno pensar, pesquisar e querer descobrir.

Schön (1997) destaca que toda situação educativa está imbuída de imprevisibilidade e incerteza, e a reflexão é fundamental para o professor se sentir capaz de enfrentar situações novas e diferentes e de tomar as decisões apropriadas. O autor define a *reflexão-na-ação* como um processo no qual o professor aprende a partir da análise e interpretação da sua própria exercício, o que garante uma intervenção prática, intencional e consciente.

O comportamento docente também está embasado nas dez competências apresentadas por Perrenoud (2000), por exemplo, o trabalho em equipe e o envolvimento dos alunos na aprendizagem e trabalho.

3 I METODOLOGIA DE PESQUISA

Esta é uma pesquisa sobre a experiência vivenciada durante o período de estágio de observação e participação em sala de aula na disciplina de matemática junto aos professores do programa de Educação de Jovens e Adultos (EJA) em um colégio do município de São Paulo, no estado de São Paulo, durante o segundo semestre de 2018. Foram no total nove salas do período noturno, sendo três do primeiro ano, três do segundo e três do terceiro ano do ensino médio. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, pois os dados foram obtidos no contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação investigada, o que deu ênfase mais o processo do que o produto e, se preocupou em retratar a perspectiva dos participantes (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Foram observados os educandos da EJA que compõem a faixa etária de vinte a oitenta anos e seus professores com mais de vinte anos de docência, endossando conceitos e princípios da escola de promover o aprendizado contínuo e ao longo da vida.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da abordagem do professor de matemática em sala aula, o foco da observação foi a dimensão instrucional e pedagógica proposta por André (1992) e a interação entre escola, docente e aluno. O tema apresentado em sala de aula seguiu com inúmeras referências práticas ao conteúdo apresentado. Um detalhe relevante para as aulas de matemática foi dado ao conteúdo programático, intitulado como “proporcionalidades e frações”, que foi citado durante as aulas. A abordagem realizada em sala de aula teve o intuito prático com foco apenas na relação de consumo no cotidiano dos alunos.

Observou-se o estabelecimento de um ambiente que permitisse aos alunos colaborarem entre si, em debates, pesquisas, construções de conhecimento, estabelecendo um elo para desenvolvimento de conceitos de compartilhamento, respeito, prática de argumentação, entre outros objetivos propostos.

Em uma das aulas sobre o tema de Educação Financeira (o plano de aula de matemática prevê o nome de proporções, frações, juros e descontos, que em observação, mostraram-se como o mesmo tema), foi solicitado aos alunos que informassem qual era o dia do mês em que estava ocorrendo a aula, em um critério já convencionado entre o professor e alunos, sendo que a soma de números, produto, raízes, entre outras operações, formariam o dia atual. A data foi incluída pelo professor no canto da lousa como [– 6 + 6x6], ou seja, dia 30, como exemplo corrente das diferentes aulas observadas.

Como suporte à aula, foram utilizadas e projetadas em uma tela branca, previamente instalada sobre a lousa, uma apresentação elaborada em *PowerPoint*, com casos reais de ofertas e descontos previstos na *Black Friday* de 2017, em situação análoga ao cotidiano dos alunos (em um mínimo de sete casos).

As indagações do professor por meio de várias perguntas reflexivas em sala instigaram a percepção dos alunos frente às supostas ofertas. Os argumentos apresentados foram fundamentados com conceitos da disciplina por meio de projeções com discussões sobre proporcionalidade (nas comparações entre combustíveis mais baratos, entre gasolina e etanol, observados nas diferentes placas de propaganda de postos de gasolina apresentados), descontos e juros embutidos (nas diferentes ofertas apresentadas de hipermercados e anúncios de revistas).

O tema *fake news* (POUBEL, 2017) também foi abordado neste contexto, seguido de inúmeras recomendações sobre a necessidade de se calcular descontos e observar a evolução de preços ao longo do tempo (usando conceito de juros). O estímulo à reflexão sobre o contexto das promoções e a importância de estar atento ao que se vê foi constante (suportado por vários anúncios do tipo “produto por R$ 1,00, 2 unidades R$ 2,00 e 5 unidades R$ 5,00” ou “margarina de 250g por R$ 4,99 e a segunda unidade com 50% de desconto, por R$ 2,99 etc.”), todos os exemplos de promoções apresentados, não continham de fato desconto algum, mesmo sendo esse o conhecimento indutivo ao tema.

O engajamento dos alunos foi imediato e a participação ativa foi levada pelo estímulo à realização das contas para conclusão se os descontos são os ideais. Os raciocínios para os cálculos foram apresentados pelo docente, seguidos de um exemplo discutido por cerca de cinco minutos com os alunos. O professor iniciou os cálculos e raciocínios, solicitando aos alunos que contribuíssem com os números faltantes. O uso do aplicativo *Yellow bike* foi fortemente debatido como forma de reflexão sobre o custo-benefício deste conceito para os alunos, ou o exemplo de um carro de dezesseis mil reais financiado em quarenta e oito parcelas de quinhentos reais, para algum indivíduo que possuísse quinhentos reais adicionais em seu orçamento. Rapidamente, o tema foi associado aos custos implícitos da posse de um veículo como o IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores), seguro, para mais de um ano (conceito de temporalidade).

As perguntas realizadas sem contexto pelos alunos com respostas ou comentários incorretos foram rapidamente ignorados, sendo reforçados os conceitos matemáticos a utilizar corretamente (sem reprimendas) pelo professor. As dúvidas comuns ou de maior interesse pela classe foram debatidas em sala com constantes inferências do professor com a clareza das explicações e redundância de exemplos diversos no intuito de fixar o entendimento. O uso de recursos didáticos, como calculadoras, era permitido em sala de aula e os exercícios avaliativos eram compartilhados após as explicações. Esses exercícios deveriam ser entregues após concluídos, incluindo a demonstração dos cálculos realizados, porém sem rigor para tal demonstração, sendo aceitos diferentes desenvolvimentos para os exercícios, com maior ou menor número de etapas e a entrega poderia ser realizada em aulas subsequentes.

As dúvidas dos alunos poderiam ser abordadas pelo professor, enquanto ele circulava pela sala de aula ou entre os próprios alunos. Neste sentido, a estrutura da sala de aula em formato de "U" facilitou a formação de grupos, o que auxiliou nas interações, uma vez que não era possível que professor atendesse a todos os alunos durante os quarenta minutos de aula. Ao concluir as atividades, os alunos solicitavam o visto do professor em seus cadernos atestando o desenvolvimento ou resolução corretos para cada exercício proposto.

Apesar de existir um livro de referência utilizado pelo docente, não foi observado o uso ou referência deste recurso aos alunos. As aulas observadas eram estruturadas em quadrantes. Havia um diário de classe atualizado *on-line* na própria sala de aula pelo docente, facilitando o acompanhamento dos conteúdos planejados e abordados em todas as matérias e classes.

A abordagem de um novo conteúdo para a sala de aula foi natural, pois essa informação já havia sido compartilhada na semana anterior, sendo esse momento uma continuação da última aula dada. A aula proposta foi apresentada e desenvolvida por tópicos e os conceitos ligados à temática da aula (*fake news*) foram apresentados e explicados. Os alunos foram informados de que participariam de atividades em grupo para compartilhar os entendimentos sobre os exercícios e desenvolver o tema em conjunto. Os alunos comentaram entre si durante o intervalo de aulas sobre os "falsos descontos". Cabe ressaltar que em salas onde havia maior indisciplina dos alunos, a proposição de conteúdos programáticos foi reduzida em 33%, conforme tabela 1.

Duração (Minutos)	Chamada, recados, estrutura da sala de aula	Introdução de novos (ou revisão) de conceitos	Correção de exercícios em grupo ou individual
Sala disciplinada	10	15	15
Sala com indisciplina	20	10	10

Tabela 1 - Tempo requerido no desenvolvimento de conteúdos em sala de aula

Fonte: elaboração pelo autor durante período de estágio (2018).

A organização da sala de aula é muito importante e deve ser levada em consideração no planejamento da aula, juntamente com os objetivos que serão desenvolvidos, propiciando um melhor aproveitamento da aula. Para os exemplos discutidos em sala de aula, o professor delimitou o tempo aplicado em cada caso, fazendo com que diferentes abordagens pudessem ser testadas com mais ou menos exemplos, obtendo maior ou menor engajamento dos alunos.

Sob a perspectiva do pensar reflexivo conceituado por Schön (1997), houve uma aproximação maior dos alunos junto aos temas abordados, devido à contextualização e à contemporaneidade dos assuntos. Apresentar conteúdos de estudo em situações práticas, próximas à realidade do aluno, fez com que o grupo tivesse de imediato uma maior participação, por meio de engajamento, debates de ideias intermediadas pela prática dialética entre a teoria e prática, argumentações e proposições sobre as ideias trabalhadas, de modo a formar no ciclo de aprendizagem a assimilação, redefinindo saberes existentes.

Regularmente, os alunos eram estimulados a complementar as frases conclusivas do professor ou a compartilhar um caso semelhante que tivessem presenciado em seu cotidiano. A absorção das novas informações ocorreu de forma gradativa e ao refletirem sobre as situações e confrontarem ideias em voz alta, novas percepções foram se constituindo. O uso de perguntas reflexivas como, por exemplo, sobre o custo da conta de água e o cálculo necessário para compor uma tarifa de energia propiciam o engajamento do aluno ao conteúdo e criação de vínculos junto aos temas estudados, uma vez que são facilmente associados ao cotidiano do aluno.

Algumas emoções puderam ser percebidas nos alunos ao concluírem por si, sobre a necessidade de estarem atentos a situações usuais em que esse novo conhecimento lhes parecia de alguma utilidade. Desta forma, a temática *fake news* permitiu ao professor navegar em diferentes áreas de conhecimento e a resposta às reflexões propostas foi construída intuitivamente com base no conteúdo programático pretendido. Ao responder às perguntas retóricas, o professor fez o uso dos conceitos abordados no currículo escolar, como cálculos com o uso de frações, aplicação de descontos em ofertas e análises comparativas. Sob esse aspecto, pode-se construir o entendimento sobre a produção de sentidos e apropriação de saberes (ARAUJO, 2012), em que a partir dos sentimentos compartilhados entre professor e aluno, há apropriação do aprendizado e do conhecimento.

Os professores observados possuem mais de vinte anos de docência, deixando evidente o domínio de competências, como as propostas por Perrenoud (2000). A sala de aula da EJA apresenta diferentes perfis socioeconômicos, culturais e cognitivos dos alunos. Durante as intervenções docentes, foram realizadas correções dos exercícios em lousa para acompanhamento de todos, mantendo a progressão do aprendizado sob controle do professor, mas, com o envolvimento do aluno. Com isso foi possível observar também que o docente circular pela sala interagindo com os alunos, valorizando características individuais e explorando o conhecimento prévio, como descrito por Sacristán (1995), em sua concepção de currículo globalizado, integrando conhecimentos prévios dos alunos e suas experiências em compreensões, reflexões e críticas e, favorecendo o desenvolvimento da produção de cultura.

O conhecimento prévio do tema apresentado foi fundamental para atendimento das dúvidas dos alunos e aumento da confiabilidade no professor, refletindo a intencionalidade (ZABALA, 1998). Ao apresentar conteúdos factuais, no entanto, o esforço intelectual do aluno foi maior para sua memorização, sendo necessário adicionar intervenções de repetição verbal e contextualizações significativas à sua realidade.

Houve um expressivo crescimento no nível de aprendizagem, quando foram inseridos fatores emocionais ao conteúdo discutido na aula observada. Os alunos debateram sobre o preço das fraldas descartáveis anunciadas em uma oferta, sendo necessária a criação de argumentos, negações e contradições, redefinindo conceitos previamente estabelecidos e a empatia com os alunos com mais experiência no tema foi natural (por possuírem mais idade ou por terem filhos em idade de uso do produto), passando por todos os estágios, compreendendo os conceitos base para o conhecimento preexistente, junto com a definição, argumentação e discussão sobre novos conhecimentos (SANTOS; PONTES, 2002).

A prática docente merece destaque especial, ao mediar o aprendizado do aluno em um contexto de volatilidade, como a sala de aula. A postura e comportamento provocativos do professor estimulam no aluno a participação por meio de indagações, compartilhamento de experiências ou remoção de delimitações (FREIRE, 1996). Os exemplos capturados em uma sala de aula são compartilhados por docentes em outros ciclos, de forma a compor novas redes de conhecimento entre os alunos ainda mais contextualizadas.

A partir das intenções educativas e da concepção de como se aprende, a unidade didática pode refletir abordagens complexas para o desenvolvimento de aprendizados significativos, sendo necessária a compreensão dos objetivos a serem desenvolvidos por meio de um plano estruturado e progressivo.

Outro fator que contribuir para a compreensão da aula é a organização dos níveis de aprendizagem, podendo acelerar o desenvolvimento educacional conforme observado nas proposições das filosofias cognitivista (ativação do modelo mental dando novos significados ao conhecimento), humanista (foco na interação social do aluno e na afetividade) e comportamentalista (aspecto cognitivo). Neste processo de aprendizagem, sob a ótica da dimensão teórica, podemos agrupar o conjunto das atividades criadas, a partir de um processo direcionado a alcançar um objetivo, como o plano de ação, motivação e didática e, sob a ótica da dimensão prática, obtendo o conjunto de ações necessárias para alcançar determinados objetivos.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A observação de aulas desenvolvidas no EJA possibilitou a formação de uma percepção sobre os caminhos construídos pelo professor para o aprendizado do aluno e os desafios a serem superados na busca pela formação de uma identidade profissional consistente, com habilidades e comportamentos provocativos, que permitam o desenvolvimento de indivíduos com pensamento crítico e atitudes cidadãs.

A ampla visão das oportunidades existentes para aplicação dos conhecimentos teóricos adquiridos durante o curso de licenciatura em Matemática foi fortalecida no desenvolvimento de atividades explanatórias, permitindo o aprofundamento e entendimento das práticas pedagógicas e suas perspectivas.

Foi possível correlacionar os desafios existentes na vivência prática em sala de aula aos desejos formativos planejados para a educação básica previstas no Plano Nacional de Educação (BRASIL, 2014), de forma a suportar a construção de planos educativos efetivos aos educandos.

O ciclo de ensino desenvolvido para os alunos da EJA apoia-se no princípio do ser inacabado, conforme o princípio de formação dos indivíduos de caráter contínuo, dinâmico e coletivo (FREIRE, 1996). A prática docente exige uma postura e comportamento provocativos por meio de uma movimentação dinâmica, amparada por uma sólida metodologia e estímulo ao pensamento crítico do aluno. Em sala de aula, essa prática também foi fonte de conhecimento, pois desenvolveu a reflexão, permitindo aos alunos debaterem e argumentarem sobre novas proposições gerando ressignificações de conhecimento e levando a novos aprendizados, formando novos conhecimentos.

Por fim, foi possível confirmar a relevância para a construção de uma identidade profissional, do desenvolvimento das quatro dimensões definidas como: a (i) apropriação cultural, valorizando as culturas locais e permitindo a inserção de conceitos globalizados de forma equilibrada; (ii) dimensão crítica, para inferir em uma realidade é necessário conhecê-la; (iii) dimensão teórica, rigor na formação e embasamento científico; e (iv) dimensão técnica, suportar o aluno na integração e conexão de informações disponíveis, apropriadas e de todas as áreas de conhecimento.

REFERÊNCIAS

ANDRE, M. E. D. A. Questões do cotidiano na escola de primeiro grau. *In*: **Didática e a Escola de Primeiro Grau** [S.l: s.n.]. São Paulo: Editora FDE, 1992. Disponível em: http://bdpi.usp.br/item/000842748. Acesso em: 20 out. 2018.

ANGULO RASCO, J. F., BLANCO GARCIA, N. (org.). **Teoria y desarrollo del curriculum**. Malaga: Aljibe, 1994.

ARAUJO, M. B. **Ensaios sobre a aula:** narrativas e reflexões da docência. Curitiba: Editora Intersaberes, 2012. Série Pesquisa e Prática Profissional em Pedagogia.

BRASIL. **Planejando a próxima década:** conhecendo as 20 metas do Plano Nacional de Educação. Brasília: MEC, 2014 p. 61-62. Disponível em http://pne.mec.gov.br /images/pdf/pne_conhecendo_20_metas.pdf. Acesso em: 6 out. 2018.

DUBET, F. **La laïcité dans les mutations de l'école. Dans: éd., Une société fragmentée: Le multiculturalisme en débat** (pp. 83-112). Paris: La Découverte. 1997. Disponível em: https://doi.org/10.3917/dec.wievi.1997.01.0083. Acesso em: 9 nov. 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção Leitura).

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. **Apresentação dos resultados do PNAD Contínua 2018**. Rio de Janeiro: IBGE, 2019. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/media/com_mediaibge/arquivos/ 10d5c0576ff8d726467f1d4571dd8e62.pdf. Acesso em: 16 nov. 2020.

JUSTINO, M. N. **Prática profissional e formação docente: abordagens teóricas que as sustentam**. In: **Pesquisa e recursos didáticos na formação e práticas docentes**. Curitiba, PR: Editora Intersaberes, 2013. Série Pesquisa e Prática Profissional em Pedagogia.

LIBÂNEO, J. C. **Organização e gestão da escola:** teoria e prática. 5. ed. Porto Alegre: Alternativa, 2004.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

PERRENOUD, P. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

POUBEL, M. **Fake news e pós-verdade**. Guia do Estudante. Sociedade. Atualidades vestibular + ENEM. Ed. 26. 2º S, Editora Abril, 2017. Disponível em: https://www.infoescola.com/sociedade/fake-news/. Acesso em: 29 set. 2018.

RUÉ, J. D. **El caleidoscopio curricular**. Cuadernos de Pedagogia – UAN, Barcelona, 1996.

SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. **Compreender e transformar o ensino**. 4. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007. Disponível em: https://www3.mackenzie.br/biblioteca_virtual/index.php?tipoBiblio=minhabiblioteca&fl ashObg=n. Acesso em: 29 abr. 2019.

SACRISTÁN, J. G. Consciência e ação sobre a prática como libertação profissional dos professores. *In*: NÓVOA, A. (org). **Profissão Professor**. 2. ed. Porto: Porto Editora, 1995.

SANTOS, L.; PONTE, J. P. A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário. **Revista de Investigação em Educação Matemática**, v. 11, n. 2, pp. 29-54. Lisboa: Quadrante, 2002.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. *In*: NÓVOA, A. (org.). **Os professores e sua formação**. 3. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1997.

STENHOUSE, L. **Investigacion y desarrollo del curriculum**. 3. ed. Madrid: Morata, 1991.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários – elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira de Educação**, jan./fev./mar./abr., n.13, 2000.

TERIGI, F. Notas para uma genealogia do curriculum escolar. **Educação & Realidade**. 21. ed., p.159-186, jan./jun.1996.

TORRE, S. de la. **Didactica y currículo: bases y componentes del processo formativo**. Madrid: Dykinson, 1993.

ZABALA, A. Os enfoques didáticos. *In*: COLL, C. et al. **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 1998.

CAPÍTULO 13

JOGOS DIGITAIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ENSINO MÉDIO

Felipe Miranda Mota
Universidade Federal de Alagoas

Sidney Leandro da Silva Viana
Universidade Federal de Alagoas

Claudia de Oliveira Lozada
Universidade Federal de Alagoas

INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

No atual contexto em que estamos inseridos, muito vem se discutindo a respeito da utilização de recursos tecnológicos no meio educacional. Tratando-se do ensino de Matemática, já era apontada nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1998), a necessidade da utilização das tecnologias em sala de aula. Do mesmo modo, também é verificado nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 1999) que o impacto da tecnologia exige do ensino de Matemática, um redirecionamento com a finalidade de favorecer o desenvolvimento de habilidades e procedimentos, para que o sujeito possa se reconhecer e se orientar no mundo.

Não obstante, na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) também é tratada a importância das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) de maneira crítica e reflexiva no espaço escolar e em outros ambientes, elucidando a produção de conhecimento, a resolução de problemas, o protagonismo e a autoria na vida pessoal e coletiva. Nesse sentido, considerando que os documentos citados anteriormente servem como elementos norteadores para a inserção de abordagens de ensino e aprendizagens diversificadas, enfatizamos que a inserção das TDIC no cenário atual é mais que necessária.

Diante disso, a partir do cenário pandêmico da covid-19 no ano de 2020, o Ministério da Educação (MEC) homologando a resolução do Conselho Nacional – CNE (BRASIL, 2020), esclarecendo que as instituições educacionais poderiam oferecer o ensino remoto enquanto durar a pandemia. Assim, a inserção das tecnologias digitais no meio educacional passou a ser um dos principais recursos nessa modalidade de ensino, fazendo com que os docentes reformulassem as suas metodologias de ensino.

À vista disso, é importante pontuar que um recurso tecnológico por si só não fará com que o aluno aprenda determinado conteúdo, mas que deve ocorrer uma organização por parte do professor e que seu dever consiste na busca de significados dos conteúdos que serão desenvolvidos com a utilização de recursos tecnológicos.

De acordo com Moran (2015), com a chegada da internet, podemos aprender em qualquer lugar, a qualquer hora e com pessoas diferentes. O autor ainda esboça que a aprendizagem pode acontecer diante de uma interligação entre o mundo físico e o mundo digital, fazendo com que a educação aconteça de maneira híbrida, de modo a estimular que os estudantes desenvolvam uma postura mais ativa na construção do seu conhecimento. É importante destacar, que escrever a respeito do hibridismo, nos leva a pensar também no atual momento em que estamos vivendo, no qual muitas escolas estão adotando esta prática na organização e no desenvolvimento de suas atividades.

Por esse ponto de vista, Bacich, Tanzi Neto e Trevinase (2015) pontuam que na dimensão virtual, o aluno desenvolve habilidades de estudar sozinho e aproveita as ferramentas virtuais diversas, organizando-as para construir seu conhecimento. Assim, é relevante mencionar o protagonismo dos estudantes na utilização das diversas ferramentas virtuais, bem como a necessidade de o professor organizar situações favoráveis para que aconteça a aprendizagem.

Além do exposto anteriormente, mesmo ao considerar um cenário pós-pandemia (futuro), acreditamos que a utilização das TDIC prevalecerá, dado que as discussões a respeito de tal prática já vêm sendo pontuadas desde antes, como é visto em estudos diversos, como os que foram realizados por Moran (2015) e Bacich, Tanzi Neto e Trevinase (2015).

Dessarte, apontamos que o "desligamento" do mundo virtual para o mundo físico da sala de aula – pós-pandêmico – não será fácil de ser realizado e, por isso, as TDIC constituem-se de elementos importantes para a caracterização de um novo ambiente de sala de aula, o qual permite inserir o estudante na dimensão da cultura digital, conforme orienta a BNCC (BRASIL, 2018).

Diante do exposto, nosso objetivo, neste estudo, é apresentar e discutir uma proposta de atividade matemática utilizando a plataforma *Wordwall*[1] para o ensino e promoção da aprendizagem da Matemática Financeira (MF) no ensino médio. Para justificar a escolha do tópico da Matemática aqui discutido, destacamos o que é apontado nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006, p. 75) que "dentre as aplicações da Matemática, tem-se o interessante tópico de Matemática Financeira como um assunto a ser tratado quando do estudo da função exponencial – juros e correção monetária fazem uso desse modelo".

1. É uma plataforma interativa digital (https://wordwall.net/pt) que pode ser utilizada para a criação de atividades personalizadas, podendo ser manuseada nas diferentes disciplinas e etapas da educação básica. A ferramenta permite o acompanhamento dos estudantes/jogadores de maneira virtual por parte do professor e oportuniza a sua execução em atividades diagnósticas, de fixação, de revisão, entre outras.

Além disso, elucidamos a relevância dada à área de Matemática e suas Tecnologias, ao mencionar que a BNCC (BRASIL, 2018) considera que a Matemática no ensino médio tem por finalidade consolidar, ampliar e aprofundar as aprendizagens desenvolvidas no Ensino Fundamental, contribuindo com uma formação crítica e reflexiva para atuação em sociedade. Desse modo, a utilização das ferramentas digitais poderá acontecer no ensino médio com a finalidade de consolidação e aprofundamento dos conhecimentos adquiridos pelos estudantes em anos anteriores.

Assim sendo, o texto aqui discutido está organizado da seguinte maneira: referencial teórico, procedimentos metodológicos, proposta e discussão, considerações finais e as referências.

REFERENCIAL TEÓRICO

D’Ambrósio (1996, p. 80) escreve que “o grande desafio para a Educação é pôr em prática hoje o que vai servir amanhã”. Com base nesses dizeres, podemos destacar as constantes modificações que ocorrem no âmbito escolar a partir das práticas pedagógicas executadas em sala de aula e que permitem ao estudante, a aquisição de conhecimentos importantes para a sua formação enquanto cidadão.

Em particular, no que diz respeito à Matemática retomamos a importância da abordagem procedimental em sala de aula, que conforme coloca Zabala (1998), diz respeito ao aprender a fazer, caracterizando-se pelo fato de estimular que os estudantes coloquem em prática o conhecimento adquirido a partir da abordagem conceitual. Para tal, é necessário que o professor atue de modo a mediar a produção e reprodução dos conhecimentos ministrados em sala de aula, visando a aplicação correta dos conceitos matemáticos.

Nessa perspectiva, ao destacarmos a abordagem aplicada dos conceitos de Matemática Financeira, podemos inferir que ela permite ao estudante o desenvolvimento de hábitos imprescindíveis para a Matemática Financeira, como analisar as taxas de juros simples ou compostos em sua situação de seu cotidiano. Em seus estudos, Santos (2005) explora a definição de Matemática Financeira como o ramo da Matemática Aplicada responsável por estudar os fenômenos do dinheiro ao longo do tempo, isto é, como as finanças pessoais dos indivíduos, empresas, instituições, governos, entre outras, se comportam frente à aspectos e condições particulares, como variação nas taxas de juros.

Reis Filho e Santos (2016) destacam que os conceitos de Matemática Financeira são de suma importância para a formação crítica do estudante, uma vez que esses conceitos servem como instrumentos no desenvolvimento da Educação Financeira. Assim, atitudes simples, como a de controlar os ganhos e custos mensais através do orçamento mensal, permitem que os estudantes se envolvam na sua própria realidade e assumam uma postura mais consciente enquanto consumidores e gestores financeiros.

Além disso, segundo o informativo do Banco Central do Brasil (BCB, 2012), nos últimos anos, a instabilidade financeira do Brasil fez com o que milhões de brasileiros estivessem de frente com instrumentos e operações financeiras variadas e ainda pouco conhecidas da maioria dos cidadãos brasileiros, entre elas as transferências eletrônicas, compras virtuais com o cartão de crédito e até mesmo a ascensão das promoções que usam os termos percentuais para atrair consumidores com a ideia de “desconto”.

Desta feita, com o anseio de proporcionar ao estudante que analise essas situações, cabe ao docente direcionar a sua prática para a abordagem dos procedimentos matemáticos que constituem a área da Matemática Financeira, que geralmente acontece de modo tecnicista com a exclusiva aplicação das fórmulas e a mecanização do aprendizado da Matemática Financeira.

Na contramão desta forma de ensino, as orientações das Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica (BRASIL, 2008, p. 61) tratam da importância de os alunos compreenderem a Matemática Financeira aplicada às situações do seu cotidiano, principalmente no ensino médio, etapa na qual o estudante deve solidificar o seu aprendizado matemático, de modo a perceber a influência da Matemática Financeira, “[...] nas decisões de ordem pessoal e social, [desde] o trato de dívidas, com crediários à interpretação de desconto, à compreensão dos reajustes salariais, à escolha de aplicações financeiras, entre outras” (BRASIL, 2008, p. 61).

Silva (2016) discute que as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio com relação à aprendizagem dos conceitos de Matemática Financeira variam desde a identificação e associação das variáveis envolvidas nos modelos matemáticos (que são comumente chamados de fórmulas) até o reconhecimento da prática financeira envolvida na aplicação destas fórmulas, isto é, o estudante somente a reproduz, mesmo que apresente lacunas nos conceitos essenciais de Matemática Financeira.

Com base nas orientações das Diretrizes Curriculares Nacionais, as DCNs (BRASIL, 2008) e no que escreve Silva (2016), sob o amparo das sugestões da BNCC (BRASIL, 2018), faz-se necessário que o trabalho da Matemática Financeira em sala de aula possibilite a construção de um diálogo direto entre os conceitos de Matemática Financeira e os instrumentos que a compõem, nesse caso, os métodos utilizados para a resolução de questões, sejam elas exercícios ou problemas, de modo que a construção desse diálogo não se dê somente pelo método expositivo em sala de aula, utilizando-se somente do livro didático, mais do que isso, cabe destacar que para uma aprendizagem, de fato, significativa, isto é, aquela em que o estudante consegue ressignificar os conceitos abordados em sala de aula de acordo com a sua realidade, é importante que o docente apresente um vasto repertório de material didático em suas aulas (MOREIRA, 2011).

Nesse sentido, utilizar-se de recursos didáticos diferentes daqueles já conhecidos permite que novos conhecimentos sejam mobilizados, de acordo com a BNCC (BRASIL, 2018). Em suas orientações, a BNCC (BRASIL, 2018) sugere que o professor acrescente em sua prática pedagógica, instrumentos tecnológicos que insiram os estudantes na cultura digital, como os jogos digitais e os jogos de tabuleiro, que como, descreve Borin (1996), estimulam nos indivíduos atividades de raciocínio como: observar, concentrar, analisar e construir generalizações, fundamentais para o aprendizado da Matemática na educação básica.

Nogueira (2015) coloca que os jogos em sala de aula podem ser justificados por diversos aspectos, como a ludicidade, a formação de relações sociais e, não menos importante, o desenvolvimento intelectual, principalmente por oferecer novos meios para o aluno superar as dificuldades de aprendizagem, entre elas a desmotivação, aspecto presente de modo recorrente nas aulas de Matemática.

Além disso, como explora Rita (2013), a utilização de jogos nas aulas de Matemática estimula o desenvolvimento de novos hábitos essenciais para a construção do formalismo necessário para os conteúdos específicos da Matemática, como a Matemática Financeira, que necessita que os estudantes mobilizem a habilidade de explorar possibilidades e compreender a aplicação de fórmulas matemáticas, estimulando, ainda, a pesquisa matemática.

Ao discutir sobre as potencialidades do jogo, como sendo um instrumento de ensino, Moura (1992) classifica-os em dois tipos de jogos. O primeiro deles é o *jogo desecandeador de aprendizagem,* no qual o aluno constrói o próprio conhecimento, como o jogo de xadrez. Já no *jogo de aplicação*, o professor coloca algum conteúdo ministrado em evidência, de modo a utilizar-se desse jogo como um instrumento para a fixação dos conceitos envolvidos no conteúdo ministrado, como os jogos de perguntas e respostas. Independentemente do tipo de jogo a ser aplicado em sala de aula, o fator que os diferencia é a maneira em que são planejados para serem utilizados em sala de aula, que deve seguir uma íntima relação com os objetivos propostos para a aprendizagem do conteúdo, o que vai determinar a postura tanto do professor quanto do estudante.

Por conta disso, os jogos devem ser escolhidos e preparados com cuidado para que possibilitem que os estudantes adquiram os conceitos e instrumentos importantes para o desenvolvimento do seu raciocínio matemático, o que exige do docente uma sequência didática bem construída, com os objetivos, estratégias e possíveis resultados bem definidos, para que o lúdico dos jogos não se torne somente uma ferramenta de “brincadeira” em sala de aula, conforme expõem Smole, Diniz e Milani (2007).

À vista do elucidado, no tópico seguinte apresentamos a metodologia abordada no estudo.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Para alcançarmos nosso objetivo, consideramos o estudo em uma abordagem qualitativa (LUDKE; ANDRÉ, 1986), com um viés propositivo, dado que temos por finalidade fazer a apresentação e discussão de uma atividade envolvendo a Matemática Financeira. Para a proposição, fizemos a construção de um jogo utilizando o *Wordwall*, considerando as competências e habilidades da BNCC (BRASIL, 2018) que podem ser alcançadas com a sua utilização. Além disso, conforme a classificação de Moura (1992), o jogo construído no *Wordwall*, trata-se de um jogo de aplicação, no qual os estudantes poderão fixar e revisar os conceitos de Matemática Financeira tratados em sala de aula.

Nesse sentido, para a construção do jogo alguns passos foram seguidos, entre eles: acesso e cadastro na plataforma; escolha pelo modelo de atividade (combinação, questionário, roda aleatória, perseguição de labirinto, entre outros); animação; tempo para execução; opção pela visualização do *ranking*. Com isso, após o cadastro optou-se por utilizar um Quiz Show baseado em um questionário de programa de televisão, no qual o jogador terá contato com uma pergunta e algumas opções de resposta, como será visto em breve. Todas as perguntas foram criadas pelos autores deste texto, buscando contemplar as habilidades e competências descritas na BNCC (BRASIL, 2018) através de situações cotidianas que permitam o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo, referente ao estudo da Matemática Financeira. Tratando-se da configuração do jogo, pontuamos que cada questão tem um tempo para solução e que a ele pode ser acrescido de acordo com a solicitação do jogador, e que à medida que as questões vão avançando são atribuídos pontos e bonificações. O *design* e animação também foram pontos considerados dado que contribuem para o envolvimento do estudante/jogador. Assim, apresentamos e discutimos no tópico seguinte a proposta.

RESULTADOS E DISCUSSÃO: APRESENTAÇÃO DA ATIVIDADE (JOGO)

Para fazermos a construção da atividade no *Wordwall*, inicialmente buscamos na BNCC (BRASIL, 2018) competências e habilidades que podem ser contempladas, dentre as quais destacamos a competência específica 2, que consiste na proposição ou participação de ações que tenham por objetivo criar cenários de investigação a partir de desafios do mundo contemporâneo, bem como o estímulo à tomada de decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, com ênfase para a habilidade codificada como EM13MAT203, que orienta o docente para a aplicação de conceitos matemáticos:

> [...] no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões. (BRASIL, 2018, p. 534)

Desse modo, a atividade elaborada consiste em um jogo com perguntas de múltipla escolha, nas quais o jogador deverá, mediante um tempo determinado, escolher a resposta corretamente. No que diz respeito a este tempo, inclusive, poderá variar de acordo com o planejamento do professor, que deverá escolher o tempo que achar necessário para o alcance dos objetivos de aprendizagem propostos para o jogo. Vale destacar, ainda, que esse tempo é um dos aspectos considerados para o cálculo da pontuação dos estudantes, isto é, a pontuação considera o tempo percorrido para chegar à solução, ou seja, quanto mais rápido o aluno responde e acerta, maior será a sua pontuação para a sua questão, o que serve como estímulo para que o estudante elabore uma estratégia de resolução rápida e correta para a pergunta proposta.

Além disso, é importante frisar que na execução do quiz, além dos estudantes lidarem com a utilização de fórmulas ligadas à Matemática Financeira (juros simples e compostos), será possível que eles enxerguem a aplicação da Matemática em situações que consideram contextos reais, uma vez que as situações-problema colocadas na criação do quiz tratam de problematizações ligadas à realidade.

Desse modo, na figura 1, vemos a página de abertura do jogo, que pode ser visitado através do *link*: https://wordwall.net/play/19264/775/467, na qual as portas se abrem e são mostradas perguntas envolvendo a temática de Matemática Financeira.

Figura 1 - Página inicial do quiz

Fonte: elaborado pelos autores.

Como mencionado no parágrafo anterior, após a abertura do jogo, dá-se início ao quiz com perguntas relativas à Matemática Financeira, como exposto na figura a seguir.

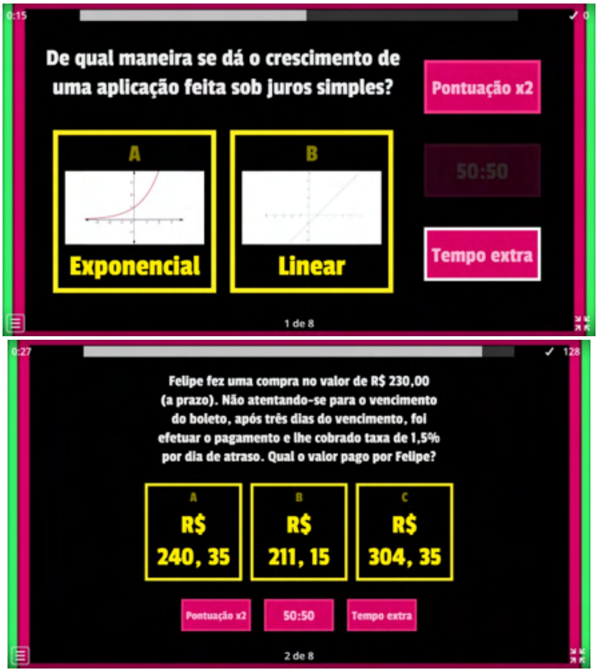


Figura 2 - Exemplos de perguntas do quiz show

Fonte: elaborado pelos autores.

As perguntas colocadas no quiz vão desde questões mais simples, como as que envolvem crescimento de taxa de juros, nas quais retomamos a abordagem conceitual do conteúdo de Matemática Financeira e que necessitarão da mobilização de procedimentos cognitivos para que assim cheguem à solução, ambas as situações também evidenciadas na figura 2.

Segundo as orientações da BNCC (BRASIL, 2018), o professor de Matemática deverá estimular os estudantes a perceberem a variedade de representações matemáticas existentes. Nesse caso, na figura 2, vemos duas representações para o conceito de juros simples, que deverá ser ministrado pelo professor antes da aplicação do quiz e fixado pelo estudante no momento em que irá jogá-lo.

Um outro ponto, não menos importante, é que além do recurso do tempo, o quiz mostra ainda o recurso de dobrar a pontuação e de se ter tempo extra para responder à pergunta, como exposto na figura 3. Esse recurso permite que o aluno avalie a dificuldade de uma questão, discutida por Rita (2013), como sendo essencial que o estudante dê esse retorno para o docente, a fim de aprimorar esse instrumento. Moran (2015) escreve que os *feedbacks* dados pelos alunos em estratégias alternativas a do ensino expositivo são de grande importância, pois possibilitam que o professor faça uma análise desse instrumento, fazendo os ajustes que forem necessários.

Deste modo, quando o aluno escolher o recurso de dobrar a pontuação, pois se sente confiante da própria resposta, possibilita ao professor concluir que o estudante conseguiu aprender corretamente o conceito abordado na questão. Do contrário, quando o estudante precisa de mais tempo para responder e recorre ao recurso do jogo, caberá ao professor mediar essa situação, seja provocando o estudante com questionamentos inerentes ao conceito abordado na questão, seja retomando os conceitos em si.

Nesses casos, o professor passa por um processo de autoavaliação da sua prática, que conforme escreve Zabala (1998), é fundamental para que o professor esteja possibilitando uma avaliação, de fato, formativa ao estudante, bem como obtenha retornos fundamentais para os ajustes de suas futuras práticas.

Figura 3 - Tela do jogo quiz mostrando a pontuação

Fonte: elaborado pelos autores.

Ferreira e Oliveira (2021) asseveram que a cultura digital permite que os estudantes estejam sempre atentos aos jogos eletrônicos, portanto, utilizar-se desses recursos para fins pedagógicos possibilita uma nova visão do conteúdo abordado. Em particular, aos conteúdos de Matemática Financeira permitem que o estudante possa enxergar além do recurso das fórmulas, como esse conteúdo é apresentado nos livros didáticos. No caso do quiz apresentado, a partir do uso de situações reais, do nosso cotidiano, principalmente os de compras parceladas e mal uso do cartão de crédito, o estudante se apropria da problemática, recebendo o estímulo a sua competência crítica (SKOVSMOSE, 2001).

Para Wakamatsu (2012, p. 2), estudar as aplicações da Matemática no campo das finanças "pode lhe trazer benefícios profissionais – afinal, acumular conhecimento sempre é algo bem visto no mercado de trabalho", principalmente, na etapa do ensino médio, quando os estudantes estão se preparando para entrar no mercado de trabalho que está cada vez mais exigente. Desse modo, o quiz elaborado possibilita que o estudante consiga atribuir significados à fórmula de juros simples, percebendo a sua aplicação no próprio cotidiano.

Além disso, com a utilização do jogo digital em forma de quiz, há a possibilidade de reforçar os conteúdos ministrados em sala de aula, apresentando-os de forma desafiadora, o que auxilia na fixação dos conceitos e aplicações da Matemática Financeira, a partir de uma sequência lógica que permite ao estudante visualizar tanto as particularidades dos conteúdos, como também as generalizações, conforme atestam Ramos e Cruz (2018, p. 24) e que complementam ainda que "os jogos digitais podem propor situações e contextos em que os conceitos podem ser aplicados ou revistos, favorecendo a sua aprendizagem".

Assim sendo, o jogo elaborado representa uma possibilidade de o docente trabalhar em suas aulas, os conteúdos de Matemática Financeira sob uma perspectiva do conteúdo de tipo atitudinal, que supõe uma reflexão para que ocorra a tomada de decisões (ZABALA, 1998).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os novos rumos do cenário educacional, diante das constantes transformações do mundo atual, apresentam demandas de novas estratégias para o ambiente da sala de aula, visando relacionar à teoria e à prática, minimizando os aspectos exclusivamente reprodutivos de aprendizagem. Na ótica de Freire (2014, p. 66), não há sentido em educar sem relacionar a teoria com as aplicações dos conteúdos no cotidiano do estudante, isto é, mecanizando o ato educativo.

Essa reflexão do autor não constata somente a ausência do estímulo ao desenvolvimento crítico do estudante, mas também, a não viabilização de novas formas para o aprendizado de procedimentos matemáticos importantes para o formalismo dos conhecimentos, entre eles os que compõem a Matemática Financeira que, diante dos aspectos da sociedade atual, apresenta o seu potencial transformador, enquanto instrumento que estimula a ressignificação de novos conceitos e modelos matemáticos por parte dos estudantes.

Desta forma, a partir deste trabalho, pudemos constatar as possibilidades dos jogos digitais se reinventarem e contribuírem para o processo de ensino-aprendizagem. Em particular, na área da Matemática, conforme Moran (2015) já escreve, há a necessidade de tornar os ambientes escolares mais motivadores para os estudantes, fugindo à regra do ensino puramente expositivo. Diante deste cenário, a imersão digital apresenta caminhos para o estímulo à criatividade dos estudantes, conforme colocado por Barbosa, Viana e Lozada (2021).

Quanto ao uso desse quiz no ensino médio, entendemos que propor essa imersão digital se revela como um potencial para uma aprendizagem mais contextualizada em situações reais. Além de ajudar na preparação do indivíduo para o exercício da sua cidadania, principalmente no que tange ao aspecto financeiro, tendo em vista que as diversas aplicações financeiras do cotidiano desse aluno que está em fase de formação para a sua vida adulta e assumirá diversas responsabilidades com as suas finanças pessoais.

Ademais, é válido destacar que o próprio *Wordwall* permite que o professor possa desenvolver novos jogos na plataforma e ter um retorno do aproveitamento dos estudantes na fixação dos conteúdos ministrados, podendo servir também como uma revisão do conteúdo ministrado, bem como de identificação dos erros na resolução dos problemas.

REFERÊNCIAS

BACICH, L.; TANZINETO, A.; TREVISANI, F. M. (org.). **Ensino híbrido**: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.

BARBOSA, E. A. A.; VIANA, S. L. S.; LOZADA, C. O. Uma análise das potencialidades dos aplicativos Mathup, aventura do bebê panda com matemática e Train Brain para o ensino das operações básicas na educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 8, p. 192-208, 2021.

BANCO CENTRAL DO BRASIL - BCB. **O Programa de Educação Financeira do Banco Central**. Disponível em: https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/pefpublicoexterno.asp?frame=1. Acesso em: 20 dez. 2021.

BORIN, J. **Jogos e Resolução de Problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME-USP, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC, 1998.

______. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais (ensino médio)**. MEC: Brasília, 1999.

______. Ministério da Educação. **Orientações curriculares para o ensino médio**: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. MEC: Brasília, 2006.

______. **Resolução CNE/CEB/2/2008 - Estabelece diretrizes complementares, normas e princípios para o desenvolvimento de políticas públicas de atendimento da Educação Básica do Campo**. MEC: Brasília - DF, 2008.

_______. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

_______. **Parecer CNE/CP Nº** 5/202**0**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=14511-pcp005-20&category_slud=marco-2020-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 12 dez. 2021.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996

FERREIRA, W. C.; OLIVEIRA, C. A. O Jogo Digital Quiz PG nas Aulas de Matemática: possibilidades para o Ensino e Aprendizagem de Progressão Geométrica. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 18, 2021.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. São Paulo: Editora Paz e Terra, 2014.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MORAN, J. Mudando a educação com metodologias ativas. *In*: SOUZA, C.; MORALES, O. (org.). Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens, Ponta Grossa, **Foca Foto - PROEX/UEPG**, v. 2, p. 15-33, 2015.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria Editora da Física. 2011, 179p.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. São Paulo, 1992. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045053_c.pdf. Acesso em: 20 dez. 2021.

NOGUEIRA, C. M. I. Tendências em Educação Matemática escolar: das relações aluno-professor e o saber matemático. *In*: ANDRADE, D.; NOGUEIRA, C. M. I. (org.) **Educação Matemática e as operações fundamentais**. Maringá: EDUEM, 2015.

RAMOS, D. K.; CRUZ, D. M. A tipologia de conteúdos de aprendizagem nos jogos digitais: o que podemos aprender? *In*: RAMOS, D. K.; D. M. (org.). **Jogos digitais em contextos educacionais**. 1. Ed. Curitiba: CRV, p. 20-48, 2018.

REIS FILHO, A. M.; SANTOS, R. A. Matemática financeira: educação financeira por meio dos jogos no 3º ano do Ensino Médio. **Repositório Institucional da Universidade Estadual de Goiás**, Goiás, p. 1-12, 2016. Disponível em: http://aprender.posse.ueg.br:8081/jspui/handle/123456789/59. Acesso em: 20 dez. 2021.

RITA, C. H. **O professor e o uso de jogos em aulas de Matemática**. 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Ciências Exatas) – Faculdade de Ciências Exatas. Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul, 2013.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica:** a questão da democracia. São Paulo: Papirus, 2001.

SANTOS, G. L. C. **Educação financeira**: a matemática financeira sob nova perspectiva. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2005.

SILVA, M. B. M. **Abordagem da Matemática Financeira no Ensino Médio sob a perspectiva da Educação Financeira**. 117 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2016.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Caderno do Mathema**: jogos de matemática. Porto Alegre: Artmed, 2007.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

WAKAMATSU, A. **Matemática financeira**. São Paulo: Pearson, 2012

CAPÍTULO 14

MATEMÁGICA: UMA PROPOSTA DE ENSINO EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Geisiely Santos Meneguelli
Acadêmica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia (IFRO)/ campus Cacoal. Endereço eletrônico: geisiely199@gmail.com.

Gian Willian Tavares de Souza
Acadêmico do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia (IFRO)/ campus Cacoal. Endereço eletrônico: williantpa100@gmail.com.

Samanta Margarida Milani
Doutoranda em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista UNESP/campus Rio Claro. Mestra Profissional em Matemática em Rede Nacional PROFMAT/UNIR. Docente EBTT do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia (IFRO)/campus Cacoal. Endereço eletrônico: samanta.milani@ifro.edu.br.

INTRODUÇÃO

A matemágica é uma mágica que imbui conceitos matemáticos, e pode ser utilizada na introdução e fixação de alguns conteúdos, estimulando os alunos a descobrirem qual o segredo por trás do truque, despertando assim o interesse deles. Associado a isso, o método de resolução de problemas se mostra como uma excelente alternativa na estruturação do conhecimento matemático, auxiliando o professor no processo de ensino e aprendizagem.

Dessa forma, o artigo em questão propõe a resolução e aplicação de matemágicas solucionadas através do Método de Polya, com o intuito de proporcionar aos professores de matemática maneiras de aplicar as matemágicas aliadas à resolução de problemas, objetivando estimular os alunos na compreensão da matemática e possibilitar um melhor aprendizado.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, “[...] é importante destacar que a matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que pode favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação.” (BRASIL, 1997, p. 20).

O uso do lúdico e dos métodos para resolução de problemas são alternativas para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, visto que estimulam o trabalho em grupo, desenvolvem o raciocínio lógico e possibilitam uma aprendizagem participativa. Dessa forma, foi realizada uma pesquisa com o intuito de responder a questões como: quais contribuições para o ensino da matemática, algumas mágicas podem trazer quando apresentadas e solucionadas utilizando os Métodos de Polya para resolução de problemas? Além de abordar algumas matemágicas, bem como relacioná-las com a resolução de problemas, utilizando o Método de Polya (1995), para que sejam utilizadas por docentes da disciplina, como método para o ensino de diversos conteúdos.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Encontrar soluções para dilemas matemáticos pode ser bastante complexo, visto que alguns desses problemas não apresentam nenhuma resposta aparente e acabam exigindo maiores esforços para encontrar uma solução. Nesta situação, surge a necessidade de utilizar a resolução de problemas. A resolução de problemas faz com que os alunos possam refletir acerca de determinadas situações e aplicar seus conhecimentos matemáticos para buscar o resultado, desenvolvendo, assim o raciocínio lógico e outras capacidades.

De acordo com Romanatto (2012, p. 302),

> A resolução de problemas significa envolver-se em uma tarefa ou atividade cujo método de solução não é conhecido imediatamente [...] solucionar problemas não significa apenas resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos.

Dessa forma, a resolução de problemas pode fazer com que o aluno busque informações e conhecimentos que já foram adquiridos e estão em sua mente, para que estes o auxiliem a solucionar os problemas que lhe foram apresentados, refletindo acerca de todos os dados apresentados no enunciado.

Para Romanatto (2012), no momento em que o discente está utilizando a resolução de problemas, ele está desenvolvendo diversas capacidades intelectuais, que vão muito além da matemática, desde sua imaginação e criatividade à interpretação. Na resolução de problemas, o aluno busca suas respostas, baseando-se nos próprios conhecimentos, e nessa busca o estudante otimiza a habilidade de aprender a aprender, então como o professor pode auxiliar o aluno a desenvolver esta tarefa tão desafiadora?

O professor deve ser o mediador deste processo e deve conduzir o aluno até que ele consiga solucionar o problema que lhe foi atribuído, mas não deve intervir de maneira que resolva para o aluno. De maneira mais teórica, o professor deve trabalhar para que o estudante alcance o nível de desenvolvimento potencial, caracterizado por Vygotsky (1991), como o nível no qual os alunos alcançam soluções com o auxílio de outros, neste caso, do professor. Diante disso, o professor deve buscar diferentes metodologias para contribuir com o alcance deste desenvolvimento, utilizando métodos que de primeiro ímpeto, não aparenta ter relação alguma com a matemática, a utilização do lúdico é uma ótima maneira para auxiliar neste processo.

Sobre isso, Araújo (2000, p. 60) afirma:

> Atividades lúdicas são atividades que geram prazer, equilíbrio emocional, levam o indivíduo a autonomia sobre seus atos e pensamentos, e contribuem para o desenvolvimento social. O lúdico está associado ao ato de brincar, de jogar. Desde as épocas mais remotas, o homem joga. Como a linguagem e a escrita também o jogo é uma criação humana. O jogo, por definição, é um exercício ou passatempo recreativo sujeito a certas regras ou combinações, em que se dispõe habilidade, destreza ou astúcia.

Visando um ensino lúdico, a mágica se enquadra perfeitamente no ensino da matemática. É inegável que as pessoas possuem uma certa admiração pela mágica, isso decorre da vontade de compreender se os acontecimentos que permeiam a vida são naturais ou não. Segundo Garat *et al*. (2005), a mágica é uma forma de entretenimento utilizada pelo mágico para atrair e enganar o público. É decorrente desse entusiasmo estimulado pelo jogo lúdico que o mágico consegue manter o interesse do indivíduo e o instiga a compreender o que é, à primeira vista, "incompreensível". Então, sendo a mágica algo tão atraente e descontraído, unir está com a matemática pode mostrar-se muito eficaz para o ensino.

Dessa forma, união da mágica com a matemática, a matemágica pode ser entendida como um método de ensino da matemática que utiliza suas propriedades para instigar os alunos através de brincadeiras, truques e premonições. Conforme Fajardo (2010, p. 3):

> A matemágica pode ser apresentada na forma de um jogo, onde os alunos são desafiados a reproduzir o truque para a classe e descobrir (investigar) como e por que funciona, vislumbrando a matemática velada pelo truque. O truque em questão deve envolver o conteúdo de matemática que se deseja trabalhar.

Assim, a matemágica pode ser desenvolvida pela turma juntamente com a resolução de problemas, o professor, que é o mediador dessa situação, pode criar ou adaptar matemágicas de acordo com os conteúdos que queira introduzir ou concluir, além de solicitar que os estudantes auxiliem na situação problema da matemágica, escolhendo dados para seu enunciado. Essa construção, durante a aula, causa mais interesse nos alunos, pois eles tornam-se participantes ativos desde o início da atividade.

METODOLOGIA

Ao analisarmos algumas pesquisas relacionadas com a matemágica, Almeida (2017) e Santos e Almeida (2018) notaram que o conteúdo proposto se pautava essencialmente em mágicas e suas resoluções. Nesse sentido, originou-se o interesse de unir a matemágica com a resolução de problemas. Assim, realizamos uma pesquisa bibliográfica na qual selecionamos algumas matemágicas e adaptamos sua resolução de maneira que utilizasse as etapas descritas no Método de Polya (1995), no intuito de possibilitar um melhor ensino e aprendizado sobre diferentes conteúdos presentes na matemática, através da resolução de problemas.

Entendemos por pesquisa bibliográfica aquela que "[...] é elaborada com base em material já publicado. Tradicionalmente, esta modalidade de pesquisa inclui material impresso como livros, revistas, jornais, teses, dissertações e anais de eventos científicos." (GIL, 2010, p. 29).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apresentaremos a seguir algumas matemágicas que selecionamos e resolvemos utilizando o Método de Polya (1995) de resolução de problemas. Estas mágicas poderão auxiliar professores de matemática a ministrarem os conteúdos abordados, identificados após cada título da matemágica, além de instigar o interesse dos alunos para introduzir e/ou finalizar novos conteúdos. O utilizado para resolver estes desafios, Método de Polya (1995) possui como etapas:

- Compreensão do problema: compreende-se o problema;
- Estabelecimento de um plano: utiliza-se conhecimentos prévios para encontrar a conexão entre os dados e as incógnitas, chegando a um plano para solucionar o problema;
- Execução do plano: executa-se o plano;
- Retrospecto: verifica-se a solução alcançada.

Mágica - Um número pensado[1]

A matemágica a seguir pode ser utilizada para trabalhar o conteúdo de expressões algébricas: "pense em um número qualquer e o multiplique por 3. Some 6 ao resultado obtido, divida o resultado por 3 e subtraia o número que pensou. Não importa o número pensado, o resultado final será sempre 2." (ALMEIDA, 2017, p. 22).

Resolvendo o problema:

- **Compreensão:** Qual é o problema? Quais são os dados?
  - **Estabelecimento de um plano:** Existe um problema mais específico ou semelhante? É possível reformular ou resolver parte do problema?

Testar alguns números torna o problema mais específico, por exemplo, suponha que

1. Adaptação da dissertação de Almeida (2017).

4 tenha sido o número pensado, temos então (3.4 + 6): 3 = 6 e 6 - 4 = 2.

- **Execução do plano:** Utilizando x para representar o número pensado, temos

$$\frac{3x+6}{3} - x = \frac{3x}{3} + \frac{6}{3} - x = x + 2 - x = 2.$$

- **Retrospecto:** É possível verificar o resultado ou argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Podemos usar outras propriedades, por exemplo, temos que 3x + 6 = 3 (x-2) e ao dividir essa expressão por 3, temos, x + 2 e assim (x + 2) - x = 2.

Mágica - Descobrindo dois números - Peça de dominó[2]

A matemágica, a seguir, pode ser utilizada para trabalhar o conteúdo de expressões algébricas.

> Peça a um amigo que escolha uma peça qualquer de um dominó em segredo. Agora peça-lhe que multiplique um dos números dessa peça por 5, some 7 ao resultado, em seguida multiplique o resultado por 2, adicione a esse resultado o outro número da peça de dominó e que finalmente tire 12 do resultado. Agora revelando o resultado, saberemos qual foi a peça de dominó escolhida. (ALMEIDA, 2017, p. 24)

Resolvendo o problema:

- **Compreensão:** Qual é o problema? Quais são os dados? Qual é a condicionante? Alguma notação adequada?

Temos duas incógnitas e uma notação adequada.

- **Estabelecimento de um plano:** Existe algum problema semelhante? Algum problema que possa ser útil?

Utilizaremos o método da mágica anterior, então conhecemos problemas semelhantes.

- **Execução do plano:** Sendo x e y os números da peça de dominó, x϶N, y϶N, x ≤ 6 e y ≤ 6, queremos determinar x e y. Temos:

(5x + 7).2 + y - 12 = 10x + 14 + y - 12 + 10x + y + 2

Supondo que o resultado final seja 26, temos

10x + + y+ 2 = 26, assim, 10x + y = 24 + 10.2 + 4. Logo, x + 2 e y = 4

2. Adaptação da dissertação de Almeida (2017).

- **Retrospecto:** É possível chegar ao resultado de outra maneira?

Poderíamos utilizar o algoritmo da divisão, isto é, dado $10x + y = 24$ temos que x é o quociente da divisão de 24 por 10 e y é o resto.

Mágica - Descobrindo a cor e o número do cartão[3]

A matemágica a seguir pode ser utilizada para trabalhar os conteúdos de adição, subtração e multiplicação, além de ser utilizada para preparar os alunos para a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), visto que esta questão foi retirada da 2ª fase da OBMEP, nível 1, de 2010.

Para a matemágica precisaremos de 52 cartões, sendo 13 de cada uma das seguintes cores; verde, amarelo, azul e vermelho, numerados em cada cor de 1 até 13.

Figura 1: cartões mágicos

Fonte: arquivo.[4]

Iremos escolher o número 7 e a cor azul para fazermos um teste. O matemágico escolhe alguém da plateia, fica de costas com os olhos vendados e diz: "- Sem que eu veja escolha um cartão e mostre para todos, em seguida e com o auxílio de uma calculadora se julgar necessário siga os passos descritos:

- Multiplique por 2 o número escolhido do cartão: 7 x 2 = 14
- Some 3: 14 + 3 = 17
- Multiplique o resultado por 5: 17 x 5 = 85
- Preste muita atenção:
  - Se o cartão for verde, some 1;

3. Adaptação: OBMEP 2010: fase 2, nível 1. Disponível em: http://www.obmep.org.br.
4. Disponível em: file:///C:/Users/Usuario/Downloads/1921-Texto%20do%20artigo-5368-1-10-20160620.pdf.

- Se o cartão for amarelo, some 2;
- Se o cartão for azul, some 3;
- Se o cartão for vermelho, some 4.

No nosso caso, a cor do cartão é azul, logo teremos: 85 + 3 = 88

- Diga-me o resultado final e eu direi a cor e o número do cartão".

Resolvendo o problema:

- **Compreensão do problema:** Devemos analisar e identificar os dados relevantes do exercício. Qual a proposta do exercício? Existe alguma notação?

Basicamente a mágica nos dá algumas regras que devem ser levadas em consideração na resolução. Devemos desvendar como o mágico descobrirá o resultado final. Temos o número e a cor dos cartões que devemos levar em conta na hora da notação.

- **Estabelecimento de um plano:** Identificamos algum outro problema semelhante? Ele pode ser útil?

Ao multiplicarmos um número qualquer por um número par, o resultado será sempre um número par. Por conseguinte, devemos somar 3 unidades ao número par o que resulta sempre em ímpar, agora devemos multiplicar esse valor ímpar encontrado por 5, o que resultará em um número em que valor das unidades é 5. Por fim, devemos somar ao valor encontrado uma quantia x que depende da cor do cartão. Dessa forma, para identificar qual a cor do cartão, basta subtrair 5 unidades do valor final. E para descobrir qual o valor do cartão, basta subtrair uma dezena do resultado final.

- **Execução do plano:** Sendo 1, o número do cartão, então temos que multiplicar a por 2 (isso sempre gera um número par), somar 3 unidades (resulta em um número ímpar) e multiplicar por 5 (ao multiplicar por outro número ímpar o valor das unidades será 5), ao encontrar o resultado devemos somar uma quantia em relação a cor do cartão selecionado.

$$5.(2.1+3) = 25$$

Supondo que o cartão seja verde devemos somar 1.

$$25 + 1 = 26$$

Agora para descobrir a cor do cartão, devemos subtrair 5 unidades do resultado final e encontraremos o valor 1 na unidade, que corresponde a cor do cartão.

$$26 - 5 = 21$$

Para achar o número do cartão, basta subtrair uma dezena do valor final, no exemplo você irá obter o resultado 11, o valor da dezena corresponde ao número do cartão.

$$21-10 = 11$$

- **Retrospecto**: Existe outra resolução?

Não foi identificada outra forma para solucionar o problema.

Mágica - Soma das faces ocultas[5]

Essa matemágica desenvolve a capacidade dos alunos em resolver problemas com adição e subtração, além de desenvolver o raciocínio lógico.

Nesta matemágica, são utilizados três dados de seis faces. O professor convida um aluno para participar da matemágica, então solicita que o estudante embaralhe e empilhe em uma única coluna os dados (neste momento o professor não pode visualizar a maneira como o aluno está embaralhando e empilhando, está de olhos vendados ou de costas). Quando o discente finaliza, o docente se vira e, em questão de segundos, descobre qual é a soma das cinco faces ocultas.

Resolvendo o problema:

- **Compreensão:** Qual é o problema? Quais são os dados?

Temos três dados de seis faces. A soma das faces opostas é igual a sete. Qual é a soma das cinco faces ocultas dos dados na coluna?

- **Estabelecimento de um plano:** O que devemos fazer para solucionar o problema?

Devemos primeiramente descobrir a soma das seis faces opostas (apenas as faces de cima e de baixo, ignorando as faces laterais) dos três dados na coluna. Em seguida, devemos subtrair deste resultado, o número da face de cima que não está oculta;

- **Execução do plano:** se a soma de todas as faces opostas de um dado é igual a sete, então a soma das seis faces opostas dos três dados da coluna é $3.7 = 21$. Supondo que a face de cima que não está oculta seja 4, então a soma das cinco faces ocultas é $21 - 4 = 17$.
- **Retrospecto:** O problema foi solucionado? Há outra maneira de chegar a este resultado?

Sim, o problema foi solucionado. Não foi encontrada outra maneira para chegar a este resultado.

5. Disponível em: http://www.magicando.com.br/blog/passo-a-passo-de-3-truques-de-magica-super-faceis-para-voce-aprender/.

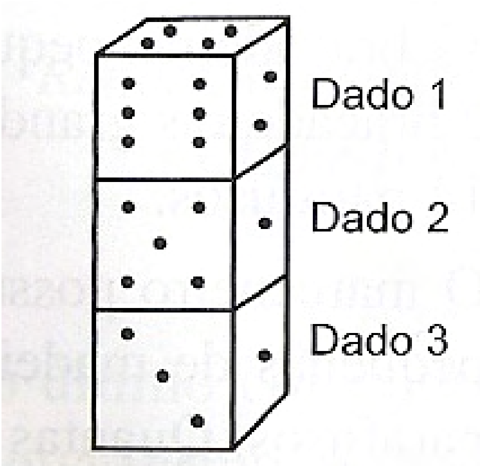


Figura 2: Dados empilhados

Fonte: arquivo.[6]

Mágica da sintonia de pensamentos[7]

Essa matemágica desenvolve nos estudantes a capacidade de desenvolver problemas de adição, subtração e multiplicação.

- Peça a duas pessoas da plateia que pensem, cada uma delas, em um número. Chamaremos essas pessoas de A e B.
- Peça a pessoa B que pense em um número inteiro de 1 a 9. Faremos um exemplo em que B pensou no número 6. Aproxime-se de B e diga que vai adivinhar o número pensado por A, usando forças telepáticas através dele e, nesse procedimento, vai também adivinhar se A e B têm boa sintonia de pensamentos. Diga a B que revele em segredo seu número pensado.
- Voltando-se para A, diga que pense em um número de 1 a 100. Exemplo: número 34. Peça então que A multiplique o número pensado por 5: 34 x 5 = 170, acrescente 5 ao resultado: 170 + 5 = 175 e multiplique o resultado final por 2: 175 x 2 = 350. Então, peça que A subtraia do último resultado um "número estratégico" que será: 10 – (número pensado inicialmente por B): 10 - 6 = 4, então faremos 350 - 4 = 346
- Pergunte para A qual foi o resultado. No nosso caso foi 346. Então, volta-se para A e diga: "- Ah, vocês têm os pensamentos em sintonia, porque seu amigo B pensou no número 6, enquanto que você pensou no número 34!" Alternativamente, é possível trabalhar este truque com várias pessoas da plateia simultaneamente, "adivinhando" o número pensado por cada uma, através do número chave dado por B.

6. Disponível em: http://matematicaef2.blogspot.com/2012/07/questoes-interessantes.html.
7. Disponível em: https://sites.google.com/site/matematicanobusao/magicas-matematicas.

Resolvendo o problema:

- **Compreensão do problema:** Devemos analisar e identificar os dados relevantes do exercício. Qual a proposta do exercício? Existe alguma notação?

A mágica nos proporciona regras que devem ser analisadas na resolução, temos uma escolha de 1 a 9 e uma escolha de 1 a 99, bem como algumas operações com os números escolhidos. Além disso, devemos entender como o mágico adivinhou o pensamento da plateia.

- **Estabelecimento do plano:** Identificamos algum outro problema semelhante? Ele pode ser útil?

Temos o exemplo da matemágica anterior, no qual o matemágico usa a manipulação de números para tendenciar o resultado. Dessa forma, seguindo o exemplo anterior, basta identificar qual manipulação numérica o mágico usa e assim desvendar como ele descobre o número pensado pelos participantes. Em síntese, o mágico pede para o participante efetuar uma conta que resulte em 346, todavia ele utiliza diversos artifícios matemáticos para mascarar o seu objetivo.

- **Execução do plano:** Imaginar um número de 1 à 99. Foi escolhido o 34.
    - Multiplicar o número pensado por 5: assim temos 34.5
    - Somar 5 ao resultado: 34.5+5
    - Multiplicar o resultado anterior por 2: (34.5+5).2
    - Após o resultado, efetuar um cálculo de 10 menos o valor pensado pelo primeiro participante. O número escolhido foi o 6, então temos 10-6: (34.5+5).2-(10-6)
    - Efetuando as operações, temos que: (34.5+5).2-(10-6) = 34.10+10-10+6 = 10.34+6

Dessa forma, o mágico obtém o valor desejado de 346, no qual 34 e 6 podem ser alterados para quaisquer números.

- **Retrospecto:** Existe outra resolução? O problema foi solucionado de acordo com o plano estabelecido?

Não foi identificada outra forma para solucionar o problema. Sim, conseguimos descobrir quais artimanhas numéricas o mágico utiliza para adivinhar o problema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No trabalho em questão, buscamos apresentar uma proposta de ensino que conecta o lúdico da matemágica à resolução de problemas utilizando o Método de Polya, com o intuito de propiciar um ambiente educacional descontraído e, ao mesmo tempo, instigador, promovendo assim um aprimoramento na aprendizagem dos alunos em relação à matemática.

Ao utilizar uma ferramenta lúdica, despertamos a curiosidade do aluno, a partir disso surge a possibilidade de capturar a atenção do mesmo, permitindo que professor tenha um maior sucesso no procedimento de ensino e aprendizagem. Além disso, instigar o aluno a compreender e aplicar as etapas de Método de Polya (1995) propicia não apenas uma forma de analisar e resolver atividades, mas uma nova forma de entender e solucionar os problemas do seu cotidiano.

Em suma, ao empregar a mágica, o docente consegue instigar o interesse do aluno sobre o conteúdo que será estudado. Assim, é perceptível que a resolução de problemas em conjunto com a matemágica pode auxiliar o ensino da matemática e tornar a aprendizagem mais atrativa e significativa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, V. L. de. **Matemágica em sala de aula:** uma proposta lúdica usando a resolução de problemas. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2017.

ARAÚJO, I. R. O. **A utilização de lúdicos para auxiliar a aprendizagem e desmistificar o ensino da matemática.** Florianópolis: EdUFSC. 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais – Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

FAJARDO, R. et al. Matemágica na Sala de Aula. *In*: X Encontro Nacional de Educação Matemática, 2010, Salvador. **Anais**... Salvador: SBEM, 2010 (Publicado em CD-ROM). Disponível em: https://livrozilla.com/doc/1157946/matem%C3%A1gica-na-sala-de-aula-ricardo-fajardo. Acesso em: 3 ago. 2021.

GARAT, F. *et al*. **Abracadabra.** Eclética. Pontifícia Universidade Católica (PUC), Rio de Janeiro, jul./dez. 2005. Disponível em: <http://puc-riodigital.com.puc-rio.br/media/14%20-%20abracadabra.pdf>. Acesso em: 5 ago. 2021.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010. 184p. Acesso em: 28 ago. 2021.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Trad. e adapt.: Heitor Lisboa de Araújo - 2º reimpressão - Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

ROMANATTO, M. C. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos: UFSCar, v. 6, n. 1, p. 299-311, maio 2012.

SANTOS, V. O.; ALMEIDA, V. L. Matemágica e resolução de problemas. **REMAT**, Bento Gonçalves, v. 4, n. 1, p. 147-162, ago. 2018.

VYGOTSKI, L. S. **A formação social da mente.** 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

CAPÍTULO 15

MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL: UMA PROPOSTA INVESTIGATIVA PARA UMA MENTALIDADE MATEMÁTICA DE CRESCIMENTO

Ana Paula Castilho da Rocha
Licenciada em Matemática pela Universidade Presbiteriana Mackenzie. E-mail: ana.rocha@mackenzie.br.
Colégio Presbiteriano Mackenzie

Rita de Cássia Silva e Silva
Mestranda em Educação pela Universidade Presbiteriana Mackenzie. E-mail: cassias1967@gmail.com.
Colégio Presbiteriano Mackenzie

Renata Gerhardt Gomes Roza
Doutoranda em Educação pela Universidade Presbiteriana Mackenzie. E-mail: rgg.gerhardt@gmail.com.
Colégio Presbiteriano Mackenzie

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

Para iniciarmos essa discussão, torna-se necessário compreender, na perspectiva de Dweck (2006), que todas as pessoas, independentemente de sua idade ou contexto cultura, têm uma mentalidade definida pela autora como uma crença essencial sobre o seu modo de aprender. Nessa perspectiva, Jô Boaler (2018) propõe que a relevância crítica das mentalidades pode ser observada nas diversas pesquisas, que como desfecho apontam comportamentos diferenciados de conhecimento, possibilitando, por sua vez, que os alunos vivenciam uma aprendizagem ancorada em resultados diferentes do criar.

A mudança de mentalidade sobre um determinado objeto de conhecimento pode despertar uma mudança na rota de aprendizagem, pois podem promover, nos educandos, a percepção que podem aprender em níveis ainda mais altos, lançando mão da matemática para pensar sobre ideias e relações que tenham sentido, desenvolvendo, assim, uma mentalidade matemática.

A matemática escolar, ao longo de sua história, tem sido permeada por representações sociais que levam professores e alunos a uma formação de mentalidade fixa sobre esse conhecimento. Gerhardt (2019) afirma que as representações sociais que temos de um objeto implicam nas práticas sociais em relação aos mesmos. Nessa perspectiva, quando estas representações definem o conhecimento matemático como distante da realidade dos educandos ou como um conceito fechado marcado pela genialidade e pela representação do poder. O conhecimento matemático tende a distanciar o educando do objeto a ser conhecido, o que implica em dificuldades no processo de aprendizagem do mesmo: “Quando a matemática é ensinada como uma disciplina aberta e criativa, relacionada a conexões, aprendizagem e crescimento, e erros são encorajados, coisas incríveis acontecem.” (BOALER, 2018, p. 19).

Em seu livro *Mentalidades Matemáticas*, Jô Boaler (2018) propõe atividades investigativas práticas no ensino de matemática que revelem sua capacidade de promover um pensamento questionador, reflexivo e criativo. Em um percurso de desconstrução da mentalidade fixa em relação a este conhecimento, aquela que o aluno acredita que não é capaz de adquirir estes conceitos para a construção de uma mentalidade de crescimento: aquela a quem ele começa a acreditar que pode aprender e ainda em níveis mais altos.

Sendo assim, podemos compreender as mentalidades matemáticas como uma "[...] nova trajetória que leve a uma mentalidade matemática, sejam quais forem suas experiências anteriores. Essa nova trajetória envolve uma mudança no modo como se veem e também no modo como encaram a disciplina da matemática." (BOALER, 2018, p. 05).

O presente artigo apresenta uma sequência didática investigativa desenvolvida com alunos do Jardim II - 5 anos, elaborada com base na proposta de mentalidades matemáticas de Jô Boaler (2018).

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

O contexto da educação infantil é o primeiro contato formal que nossos alunos têm com a matemática, muitas das representações têm sua formação nesse processo. A partir de Gerhardt (2019), entendemos que este é um dos primeiros grupos sociais nos quais a criança está inserida e que a "escola é um ambiente onde diferentes grupos sociais se formam e se interagem e nessas interações surgem as Representações Sociais (GERHARDT, 2019, p. 59).

> Na constituição das representações sociais no que tange ao Ensino da Matemática, professores e alunos fazem parte do mesmo grupo social, representações são construídas no mesmo processo em que se constituiu o ensino e aprendizagem, pois a mesma se materializa no ambiente da sala de aula onde a partir da ação comunicativa entre professor e aluno a matemática, objeto deste estudo, ganha uma concretude e é reconstruída pelo sujeito.

Ao estudar as fases do desenvolvimento propostas por Piaget (1973) observamos que o aprendizado infantil é gradativo e parte das características do próprio sujeito e dos estímulos externos, respeitando o ritmo de cada criança, manifestado pelas interações em cada espaço e com o outro. Compreendemos que as faixas etárias estão intrinsecamente relacionadas ao início da escolaridade, por isso apresentam alterações significativas, no que se diz respeito ao desenvolvimento psíquico e social da criança. Sendo assim, as experiências de aprendizagem que vivemos desde o momento do nascimento potencializam significativamente as conexões neurais, diminuindo as diferenças entre as mesmas.

Jô Boaler (2018) afirma que “as diferenças presentes no momento do nascimento são eclipsadas pelas experiências de aprendizagem que vivemos a partir dele” (BOALER, 2018, p. 04). A autora completa sua afirmação concluindo que “a cada segundo do dia, nossas sinapses cerebrais são disparadas e estudantes inseridos em ambientes estimulantes com mensagens de mentalidade de crescimento são capazes de qualquer coisa” (Idem).

A sequência didática desenvolvida e apresentada neste artigo visa demonstrar que, ao se inserir o desenvolvimento de mentalidades matemáticas no contexto da educação infantil, iniciaremos as experiências de aprendizagem ainda na fase pré-operacional (2 a 7 anos) proposta por Piaget, na perspectiva da neurociência para quem a plasticidade cerebral tem maior capacidade de adaptação em crianças, embora ela também ocorra na fase adulta.

Essa sequência didática foi desenvolvida com base nas propostas de atividade, englobando os conceitos de plasticidade cerebral, um ensino que envolva a matemática visual, as conversas numéricas e um nível de dificuldade com “piso baixo, teto alto” as quais definiremos a seguir:

2.1 Plasticidade Cerebral

As experiências que vivemos com o meio geram sempre novas sinapses, que são a base da aprendizagem o que gera plasticidade cerebral. Adultos e crianças possuem a capacidade de plasticidade cerebral, no entanto, as crianças apresentam maior facilidade e por isso precisam de ambientes estimuladores que as tirem da zona de conforto, pois a plasticidade cerebral só ocorre quando saímos da zona de conforto. Ao utilizar os sentidos para interagir com o meio ambiente, o indivíduo tem suas atividades neurais modificadas e adaptadas em conexões comunicativas. Desta maneira, nossa visão de mundo perpassa a um aprendizado subjacente aos estímulos sensoriais. A este processo denominamos percepção, que tem sua constituição via um processo em que os impulsos sensórios de um objeto, tornam-se perceptíveis por meio de uma aprendizagem constante que: classifica, organiza, compara e integra. Portanto, mudanças ambientais interferem na plasticidade cerebral e, consequentemente, na aprendizagem. As sinapses são as relações dos conceitos aprendidos com os já consolidados em nosso cérebro, quanto mais estudamos, mais sinapses realizamos, se aprendemos algo novo todos os dias o cérebro estará em constante trabalho, provocando novas sinapses, desenvolvendo a plasticidade:

Figura: desenvolvimento da plasticidade

Fonte: autores

2.2 Matemática Visual

Nossa aprendizagem é desenvolvida por meio de sistemas representacionais. A neurociência define tais sistemas como as maneiras que assimilamos, armazenamos e codificamos a informação em nossa mente. Todos nós temos um sistema representacional e inclusive podemos ter mais de um:

Visual	Cinestésicos	Auditivos	Digitais
• Captam melhor as mensagens por meio da visão	• Captam através das sensações táteis e emoções e sensações internas	• captam as mensagens por meio da audição	• sentem maior necessidade de perguntar muito e necessitam de informações

Figura : sistema representacional de aprendizagem

Fonte: autores

Um processo de aprendizagem que valoriza os sistemas representacionais, permite que os educandos processem o conhecimento adquirido, valorizando sua capacidade de decodificação e armazenamento do conhecimento. Jô Boaler (2018) defende que quando acrescentamos um componente visual, acrescentamos uma ferramenta incrivelmente poderosa, elevando a um novo nível de compreensão e representação do aprendizado matemático.

2.3 Conversas Numéricas

O tempo todo conversamos sobre vários assuntos, a linguagem permeia nossa vida, nossos relacionamentos e inclusive nossos processos de aprendizagem. As conversas numéricas não só têm o objetivo de fazer com que os professores recuperem o ânimo em ensinar, mas também em fazer com que os alunos se sintam capazes e motivados a aprender matemática, ao observarem que são capazes. Por meio dessas conversas, é possível que os alunos resolvam problemas mentalmente de cálculos e falem sobre suas estratégias, criando novas conexões neurais, se sentindo capazes e ouvindo o outro.

As conversas matemáticas precisam envolver o universo de aprendizagem, conversar sobre os números, levantar e testar hipóteses, valorizar o erro durante esse processo discuti-los e apontar soluções para estes são processos que envolvem as conversas denominadas, como numéricas, e enriquecem o processo de aprendizagem, pois quando a matemática dá lugar ao questionamento, à investigação e ao levantamento de hipóteses, o aluno se sente a vontade para opinar, ainda que não esteja certo dessa opinião.

De acordo com Gerhardt (2019), "a criatividade no ensino da matemática busca a quebra do rigor e da objetividade e dá lugar a construção de conceitos, objetos e abstrações." (GERHARDT, 2019, p. 67). A autora afirma que, neste processo, o grande ganho da matemática está no "extrapolar o cálculo sem perder a sua essência, o cálculo passa a fazer sentido pois o mesmo dá forma à construção e elaboração do pensamento a ser representado, o que antes seria uma matemática do papel passa a ser palpável e trazer significações para o grupo ao qual se propõe." (Idem).

2.4 "Piso baixo e teto alto"

Os problemas propostos buscavam a proposta de "piso baixo e teto alto". A amplitude do espaço dentro deles significa que eles são acessíveis a uma ampla faixa de alunos e prolongam-se a altos níveis." (BOALER, 2018, p. 73). Essa proposta de elaboração de atividade relaciona-se com o conceito da Zona de Aprendizagem Proximal proposta por Vygotsky (1994).

Quando respeitamos os conceitos já construídos pelos nossos alunos, a atividade tem como ponto de partida o "piso baixo" – uma atividade que todos os alunos tenham a capacidade e os componentes necessários para resolvê-la e o ponto de chegada é o "teto alto" – a alta complexidade proposta na atividade que desafia aos alunos, levantam e testam suas hipóteses por meio da investigação.

3 I METODOLOGIA DA PESQUISA

Ao pensarmos em trabalhar o conceito matemático estimativa com as crianças do Jardim II 5 anos, vimos a possibilidade da estruturação e desenvolvimento de conceitos matemáticos que estejam imbricados no tempo e espaço, pois tais conceitos indicam em seu escopo a possibilidade de desenvolvimento da capacidade de compreender operações como a soma, a subtração, a multiplicação e as ordenações seriais, promovendo a noção de reversibilidade[1].

Nosso ponto de partida, foi o levantamento de hipóteses subjacentes aos conhecimentos prévios das crianças. Vygotsky (1994), em seu conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal, afirma que o bom ensino deve ser direcionado às funções psicológicas emergentes, visando estimular os processos de vivências que, quando efetivados, contribuem como base para novas aprendizagens. Sendo assim, formulamos perguntas disparadoras direcionadas às atividades propostas:

"- Quanto vocês acham que mede um pinguim imperador?"

As crianças não tinham noção de que resposta dariam, então fizemos a proposta para pesquisarmos juntos sobre a medida do animal.

Ao terminarmos a pesquisa, descobrimos que um pinguim imperador mede aproximadamente 1,20m, mas como identificar o conhecimento dos pequenos quanto a maneiras de medirmos, foi quando perguntamos com que material poderíamos descobrir o tamanho de 1,20m. A explosão de ideias logo veio à tona: "podemos usar uma régua", "podemos usar uma fita métrica", pois a matemática está inerente às vivências dos alunos, as crianças convivem com conhecimento matemático o tempo todo e interagem com essas situações livremente, buscando uma compreensão que faça sentido como diz Jô Boaler (2018, p. 33) "uma mentalidade Matemática reflete uma abordagem ativa do conhecimento de matemática, na qual os estudantes veem seu papel como o de compreensão e busca de sentido."

1. A reversibilidade lógica é a capacidade de realizar uma ação simultaneamente em dois sentidos, isto é, contempla a inversão e a reciprocidade, que correspondem ao retorno do pensamento ao ponto de partida. (BASTOS, 2018, p. 262)

D'Ambrósio (2018) denomina esse processo como a etnomatemática[2], as linguagens e as etnias da matemática, o conhecimento matemático construído pelo povo e no contexto desta atividade, o conhecimento matemático construído pelas crianças. Compreender a matemática como um conceito aberto, de diversas linguagens, formas e etnias construído e descoberto por diferentes povos, nos permite enriquecer o processo criativo de aprendizagem matemática.

> Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. (D'AMBRÓSIO, 2018, p. 9)

Seguindo estes conceitos, utilizamos a fita métrica para medir um barbante com 1,20m fixando-o na lousa para observação de todos. Por meio desta atividade, foi possível observar que o pensamento da criança ainda necessita do concreto, mas o raciocínio já consegue se apoiar em acontecimentos reais. Ainda que seu pensamento abstrato esteja em suas formações iniciais, todas as representações culturais, porém, experienciadas trazem, em seu bojo, conhecimentos quanto à classificação, sequenciação, formas geométricas, ordem, organização, medidas, cores, noção espacial, noção temporal, quantificação e resolução de problemas. Para estimular a curiosidade das crianças disparamos algumas perguntas como:

- Vocês são maiores ou menores que o pinguim?
- Quem é o maior da turma?
- Quem é o menor da turma?

Depois de muita observação, responderam que aparentemente o maior da turma era o Lucas e a menor era a Isabela, posteriormente foi medido com o barbante que continha a metragem do pinguim os alunos citados pelas crianças. A turma ficou admirada ao perceber que estavam corretos; Lucas não só era o maior da turma, como também era maior que o pinguim e Isabela além de ser a menor da sala, era menor que o pinguim. Para finalizar este primeiro momento, foi realizada a medição de todos os alunos que juntos descobriram que um aluno era maior, uma aluna possui exatamente a mesma medida e os outros eram menores que o pinguim; imersos a tantas descobertas comparações entre as medidas das crianças foram realizadas, nesse desdobramento perceberam e constataram que suas hipóteses estavam corretas.

---

2. A aventura da espécie humana é identificada com a aquisição de estilos de comportamentos e de conhecimentos para sobreviver e transcender nos distintos ambientes que ela ocupa, isto é, na aquisição de o ambiente natural, social, cultural e imaginário de explicar, aprender, conhecer, lidar com modos, estilos, artes, técnicas. (D'AMBRÓSIO, 2018, p. 2)

Essa atividade reafirma o conceito da matemática visual apresentado por Jô Boaler (2018), como essencial para que uma mentalidade matemática de crescimento seja desenvolvida. A experimentação, as conclusões e os desdobramentos por meio de boas perguntas dentro do conceito de "piso baixo, teto alto" proposto pela autora, despertaram nos alunos a curiosidade matemática e o levantamento de hipóteses matemáticas, gerando as conversas numéricas, essenciais para o processo de aprendizagem e familiarização com o conhecimento matemático.

Para retomar o conceito de estimativa na semana posterior, foi apresentado aos alunos um pote com 42 jujubas, com as crianças dispostas em formato de círculo, iniciou-se a aula com a seguinte pergunta: "- Quem sabe quantas jujubas tem dentro desse pote?"

Cada aluno arriscou em falar uma determinada quantidade, porém somente ao final da aula foi revelada a quantidade exata de jujuba. A partir desse estímulo sobre estimativa, retomamos a aula sobre a medida do pinguim. Concomitantemente à evocação da aula anterior apresentamos três novos animais: a foca, a morsa e o narval, objetos para pesquisarmos onde vivem, suas medidas e realizarmos comparações. Por meio da pesquisa, os alunos logo perceberam que os novos animais eram maiores que o pinguim. De acordo com Jô Boaler (2018), "quando você aprende uma nova ideia em matemática, é útil reforçar aquela ideia, e a melhor forma de fazer isso é usando a mesma ideia de maneiras diferentes." (BOALER, 2018, p. 39). Além de reforçar essa ideia, essa atividade proporcionou uma ampliação do conceito de estimativa.

Por ser o espaço escolar um lugar em que permeiam as dificuldades de aprendizagem do ensino da matemática, procuramos proporcionar um ambiente facilitador em que as crianças pudessem expor suas ideias, por meio das conversas numéricas, encontrando assim possibilidades de superarem suas dificuldades quanto ao conceito estudado. Nesse sentido, as crianças foram estimuladas a relembrarem que instrumento utilizaram para a medição do pinguim e qual material seria necessário para medirem os novos animais, já que observaram que eram maiores. Novamente surgiram algumas ideias como: "vamos precisar subir em uma cadeira", "não, vamos precisar de várias cadeiras"; em seguidas, elas foram questionadas sobre o fato de os esses animais serem maiores que as paredes, e que ultrapassavam o teto da sala de aula. Por meio das provocações direcionadas, logo perceberam que cadeiras não seriam suficientes, então sugeriram o corredor ou um espaço fora da sala. Aproveitando a excelente percepção das crianças elas foram convidadas para realizarem as medições no espaço da quadra externa da educação infantil.

Neste ínterim, os educandos foram indagados sobre os instrumentos de medida seriam utilizados para medir animais grandes, eles responderam que necessitariam de uma fita métrica e um pouco mais, então foi-lhes apresentada a trena que possuía 5m. Já acomodados na quadra, marcamos um determinado lugar no chão para inserir o barbante com a medida da foca, 3m de comprimento, posteriormente perguntei se conseguiríamos medir a foca com uma trena de 5m; pelo que prontamente responderam que sim. A seguir, iniciamos a medição da foca, convidamos um aluno para deitar-se na medida de 3m fixada no chão. As crianças perceberam que a foca ainda era muito maior, observaram que havia sobrado barbante, foi então que chamamos mais um aluno para deitar-se na sequência e mesmo assim, a medida dos dois juntos ainda não totalizava 3m, porém, os alunos perceberam que se acrescentassem mais um aluno, ultrapassaria os 3m. Um dos alunos teve uma ideia excelente: "- Podemos tirar os dois alunos que são grandes e colocarmos três menores para dar certo". Juntos executamos a ideia do aluno, de fato, três alunos menores foi a sequência corporal que mais se aproximou dos 3m da foca.

Na sequência, passamos para a medida da morsa 3,5m, as crianças logo disseram que três crianças dariam certo, porque perceberam que a morsa era um pouquinho maior que a foca. A partir da compreensão dos alunos, colocamos sequencialmente as três crianças, que para nossa surpresa conferiu a medida exata de 3,5m. Para finalizarmos este momento investigativo, perguntamos como faríamos para medir o narval de 6m, se a trena só tinha 5m; prontamente dois educandos sugeriram usarmos a trena e a fita métrica juntas. Depois de fixar 6m no chão da quadra, os alunos foram questionados sobre quantos alunos seriam necessários para a medida do narval. Após um pequeno silêncio, parte da turma esboçavam sem pensar quantidades aleatórias, como: dez alunos, quinze alunos, vinte alunos, dentre outras hipóteses, porém algumas crianças observaram as medidas, fizeram comparações e alguns arriscaram dizer que seriam necessários cinco alunos e outros diziam que precisavam de seis.

Logo após as hipóteses, fomos disponibilizando cada educando em sequência e a classe que estava atenta percebeu, logo após o terceiro aluno, que seria necessário de 4 a 5 crianças para obter-se a medida de 6m. Portanto, fomos acrescentando os alunos até que as crianças concluíram que cinco deles seria suficientes para atingir a metragem do narval. Já em sala de aula, para encerrar este processo de aprendizagem, revelamos quantas jujubas estavam contidas no pote apresentado no início da aula, o pote continha 42 jujubas, somente dois alunos aproximaram do número correto uma hipótese de 38 e outra de 44 jujubas.

Depois de muitas conversas numéricas, levantamento de hipóteses e construções enriquecedoras, todos foram merecidamente presenteados com as deliciosas guloseimas.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao observarmos o encantamento e envolvimento dos pequenos em todo processo de desenvolvimento na atividade proposta, percebemos a relevância e aplicabilidade do conceito de "Piso baixo e Teto alto" proferido pela autora Jô Boaler (2018) que coaduna com o pensamento de Vygotsky em relação a Zona de Desenvolvimento Proximal, que leva em consideração a vivência de cada aluno imbricada a seu próprio desenvolvimento. Jô Boaler (2018) relata em seu livro *Mentalidades Matemáticas* que pesquisadores descobriram que o aprendizado e o desempenho matemáticos são otimizados quando os dois hemisférios do cérebro estão se comunicando. Esta descoberta apresenta significativas contribuições para o processo de aprendizagem matemática, pois relaciona eficácia e eficiência no aprendizado formal da matemática quando o aprendizado da mesma pelos alunos está imbricado ao uso de um raciocínio matemático visual e intuitivo.

É possível também atribuir a importância de a criança estar inserida em um ambiente que valoriza a ludicidade, pois nas vivências lúdicas estão subjacentes as várias facetas da arte, da cultura, da história, bem como a educação. Por meio do brincar, a criança aprende, experimenta o mundo, novas possibilidades, aprimora as relações sociais, organiza emoções, explora objetos estruturados e não estruturados.

O professor Alexandre Rezende (2020) apresenta que uma aprendizagem efetiva depende de três componentes:

1. Entender = aula
2. Aprender = estudo individual
3. Fixar = sono

Entretanto, não podemos ignorar que as emoções atuam ativamente em todo processo de aprendizagem, elas auxiliam de forma efetiva na fixação do conhecimento, independentemente do sono.

Foi muito emocionante observar o envolvimento dos alunos no aprendizado individual e coletivo, bem como a cumplicidade contagiante que envolvia o grupo. Foi possível perceber na vivência da turma a narrativa de Jô Boaler (2018, p. 44), que relata o prazer dos alunos em mostrar suas várias estratégias e, geralmente, estão completamente envolvidos e fascinados pelo aparecimento de uma diversidade de métodos. Tal realidade permeou a fala e os diálogos paralelos das crianças, que com entusiasmo diziam que a atividade tinha sido muito legal e que amaram medir os animais. As crianças ficaram muito animadas e supermotivadas com a proposta de medir os animais com o próprio corpo. Estabeleceram novas conexões neurais e demonstraram por meio de suas falas, a compreensão do conceito de comparação, medição, estimativa e composição e decomposição de números.

Ensinar para uma mentalidade de crescimento é mais difícil, envolve mais planejamento, conhecimento e organização, pois ensina uma matemática aberta, ampla e multidimensional, mas pode ser muito mais empolgante e desafiador aos alunos e professores, pois geram resultados satisfatórios.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta de atividade foi elaborada com base na teoria das mentalidades matemáticas de Boaler (2018) na perspectiva que “uma Mentalidade Matemática reflete uma abordagem ativa do conhecimento de matemática, na qual os estudantes veem seu papel como o de compreensão e busca de sentido.” (BOALER, 2018, p. 33), e na definição da Etnomatemática de D’Ambrósio (2018), tendo em vista que o saber matemático é construído e constituído pelo povo. No contexto desta atividade, consideramos o conhecimento matemático prévio das crianças, assim como o desenvolvimento de novos saberes matemáticos adquiridos por meio dessa experiencia. No processo de medição, novas hipóteses e testes foram realizados, nos quais as crianças tiveram a oportunidade de questionar, refletir, relacionar e sugerir.

Essa atividade reafirma o conceito da matemática visual apresentado por Boaler (2018), como essencial para que uma mentalidade matemática de crescimento seja desenvolvida. A experimentação, as conclusões e os desdobramentos, por meio de boas perguntas dentro do conceito de “piso baixo, teto alto” despertaram nos alunos a curiosidade matemática e o levantamento de hipóteses. À medida que experimentaram diferentes exercícios e jogos, por meio da interação pessoal e interpessoal, fizeram uso de seus saberes.

Estas singularidades possibilitaram que cada criança se percebesse diferente de outro indivíduo, possibilitando ao educando a vivência de novas situações de aprendizagem do seu mundo exterior. A esta experiência denominamos jogos de alternância, em que a criança vivencia papéis: o de vítima e o de autor; relacionando e descobrindo a si própria e o outro. Tais jogos viabilizam o processo de constituição da consciência infantil, visto que a ludicidade em geral possibilita e desenvolve uma melhor compreensão de novos conceitos matemáticos, principalmente para a faixa etária de cinco anos, para quem as vivências trabalhadas intencionalmente visam desdobramentos de aprendizagens.

Durante o processo subjacente à atividade, observamos as fases propostas por Piaget que nos apontam alterações significativas, no que se diz respeito ao desenvolvimento psíquico e social da criança, quando ela está inserida ao convívio escolar, momento em que as experiências de aprendizagem vivenciadas desde o momento do nascimento potencializam significativamente as conexões neurais. Foi possível perceber que as crianças ao utilizarem os sentidos para interagir com o meio ambiente, vivenciaram modificações, adaptadas em conexões comunicativas. Desta maneira, ao vivenciarem as atividades matemáticas por meio do lúdico, as crianças puderam classificar, organizar, comparar e integrar conhecimentos por intermédio de uma percepção que perpassa um aprendizado subjacente aos estímulos sensoriais.

As mudanças ambientais interferem na plasticidade cerebral e, consequentemente, na aprendizagem. Sendo assim, as sugestões das crianças para utilização da quadra para realização das atividades, contribuíram como estímulo na sistematização das sinapses dos educandos. De acordo com Gerhardt (2019), a escola é um dos primeiros grupos sociais em que a criança está inserida, espaço formado por interações diversas, onde surgem as representações sociais. Portanto, nesse processo dialógico, os conceitos matemáticos podem fazer sentido de maneira concreta na vivência do aluno por meio da ressignificação. Tal situação foi possibilitada por meio da realização desta atividade.

REFERÊNCIAS

BASTOS, Caroline Benezath Rodrigues; QUEIROZ, Sávio Silveira de. Noções de conservação e de reversibilidade lógica em crianças com transtorno de déficit de atenção/hiperatividade (TDAH). **Rev. psicopedag.** São Paulo, v. 35, n. 108, p. 261-269, dez. 2018. Disponível em <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862018000300002&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 6 set. 2021.

BOALER, Jo. **Mentalidades matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática-elo entre as tradições e a modernidade**. 5. ed. São Paulo: Autêntica, 2018.

DWECK, Carol. **Mindset-updated edition: changing the way you think to fulfil your potential**. Hachette UK, 2006.

FREITAS, Maria Tereza de Assunção. **Vygotsky e Bakhtin, Psicologia e Educação:** um intertexto. São Paulo: Ática, 1994.

GERHARDT, Renata Gerhardt Gomes Roza. **Representações sociais acerca da matemática e seu ensino:** o discurso de professores e alunos. 2019. 200 f. Dissertação (Mestrado em CEFET/RJ) – Programa de Pós-Graduação em Ciência, Tecnologia e Educação, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2019.

PIAGET, Jean. O nascimento da inteligência na criança. 4ª ed. Rio de janeiro: Zahar, 1973

REZENDE, A. 2021. 1 vídeo (14:20 minutos). Entrevistado pelo Jornal da Rede ALESP. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=y0xT23XUYbg. Acesso em: 3 abr. 2021

REZENDE, A. 2020. 1 vídeo (16:00 minutos). Publicado pelo Jornal da Rede ALESP. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=WTjq_4fv9-M Acesso em: 03 abr. 2021

TEODORO, Wagner Luiz Garcia. **O desenvolvimento infantil de 0 a 6 e a vida pré-escolar**. Uberlândia, 2013.

VYGOTSKY, Lev Semenovich *et al*. **The Vygotsky reader**. Basil Blackwell, 1994.

CAPÍTULO 16

O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DE VIVÊNCIAS MUSICAIS: UM CAMINHO PROMISSOR PARA RESULTADOS EFETIVOS NA APRENDIZAGEM

Marcos Rizolli
Universidade Presbiteriana Mackenzie

Rejane do Nascimento Tofoli
Universidade Presbiteriana Mackenzie

1 I INTRODUÇÃO

A matemática e a música estão constantemente presentes no cotidiano. Do ponto de vista pedagógico, esses dois campos do saber têm sido estudados separadamente e, de forma isolada. No consenso geral, estes temas são considerados como áreas que estão distantes entre si e, por vezes, até opostas, classificando a primeira como pertencente às ciências exatas e a última, às artes.

Diante dos desafios que o processo educativo apresenta, nos quais além de ter por objetivo desenvolver habilidades e adquirir conhecimentos, têm-se também a intenção de que os estudantes sejam preparados para se tornarem agentes transformadores na sociedade, é necessário que a metodologia aplicada ao ensino tenha em vista a real apreensão dos significados propostos, para que a aprendizagem e o desenvolvimento pessoal possam realmente ser efetivos.

Sob esta ótica, o ensino da matemática, a depender de sua forma de abordagem, pode não atingir o objetivo esperado. D'Ambrósio (1989) considera que, por muitas vezes, a relação do aluno com a matemática é de passividade, como resultado das metodologias aplicadas.

> Os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno assim, passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 16).

A partir das considerações traçadas até o momento, a proposta do presente capítulo é apresentar a música como uma ferramenta eficiente no ensino da matemática, pois ao contrário do pensamento usual, no qual essas áreas são consideradas díspares, pode-se constatar que a música em sua composição estrutural, enquanto fenômeno físico, é essencialmente matemática. Pode-se ainda observar a presença de padrões e regularidades em sua estrutura, o que também é observado no campo matemático.

Como fundamentação teórica, os autores que prestarão suporte às considerações abordadas são D'Ambrósio (1989), referência mais específica da área matemática, além de Abdounur (2006) e Gomes (2018), que abordam a questão do grande potencial interdisciplinar entre a matemática e a música.

Para um embasamento sólido também na área musical, os principais autores de referência são Gainza (1988), Rocha (1990) e Fonterrada (2008), que abarcam os principais pedagogos da educação musical ativa como Dalcroze (1865-1950), Kodály (1882-1967), Willems (1890-1978), Carl Orff (1895-1982) e Shinichi Suzuki (1898-1998) entre outros.

2 | AS RELAÇÕES INTERDISCIPLINARES ENTRE A MATEMÁTICA E A MÚSICA

Gomes (2018, p. 150) aponta que “a matemática estuda a regularidade presente nas formas e nos números. Na música, busca-se a percepção das regularidades sonoras e temporais”.

Sendo assim, é possível afirmar que existe uma forte relação interdisciplinar entre as áreas matemática e musical e que a última tem um alto potencial para dar suporte à primeira. A matemática está no plano abstrato, desse modo, uma abordagem pedagógica que utilize a música pode contribuir para a construção do pensamento lógico-matemático de forma que os alunos possam vivenciar os fenômenos matemáticos através das vivências musicais, vindo assim a facilitar a apreensão de seus significados.

Dentro dessa proposta, Abdounur considera que “analogias desempenham relevantes papéis, enquanto agentes reveladores de relações ocultas na rede de significados, determinando em muitos casos, modificações em nível cognitivo, afetivo e volitivo.” (ABDOUBUR, 2006, p. 143).

Considerando ainda outros benefícios da participação da música no ensino da matemática, temos de acordo com Gomes (2018, p. 148), a afirmação de que “a Musicalidade é capaz de estimular e desenvolver o Senso Numérico, a Memória de fatos aritméticos e oportunizar elementos constituintes de Cálculos por meio do Raciocínio Matemático.”

É possível afirmar que por si só a música fornece várias possibilidades para analogias com relação à matemática, podendo ser extraídas a partir das propriedades do som a saber: altura, duração, intensidade, timbre e densidade. É importante ressaltar que esta proposta didática interdisciplinar contemplaria não primeiramente a exposição dos aspectos teóricos musicais relacionados à matemática, mas sim as vivências propostas pelas atividades musicais que já se tornaram uma prática comum aplicada ao ensino musical.

3 I A MÚSICA E SUAS DEFINIÇÕES

Para uma melhor elucidação da proposta apresentada neste capítulo, é importante que sejam apontadas algumas definições sobre música para que ela possa ser mais bem avaliada em seu contexto e potencial interdisciplinar.

Embora a primeira menção feita à música nos dicionários é de uma combinação harmoniosa e expressiva dos sons, e tal definição tenha se solidificado de forma consensual ao longo do tempo, sabe-se que para a estética musical contemporânea, essa definição apresenta-se como insuficiente.

Com um caráter mais exploratório, experimental, interativo, vivencial e mesmo social, a definição do termo passa a ter um aspecto mais abrangente sob a ótica dos compositores, dos músicos e dos educadores musicais.

Inicialmente, apresentaremos a definição apresentada pelo compositor, escritor, educador musical e ambientalista canadense Murray Schafer (1933-2021) que define música como "uma organização de sons (ritmo, melodia, etc.) com a intenção de ser ouvida." (SCHAFER,1986, p.35)

De acordo com Sekeff, tem-se a seguinte definição para o fenômeno musical, considerando a música ocidental:

> Tecnicamente falando, música é a sucessão de sons convergindo para um determinado ponto de repouso. Sustentada numa sintaxe de semântica autônoma ela envolve cadeias sígnicas e operações "assemelhadas" à condensação, deslocamento, figurabilidade, duplo sentido (modos de funcionamento dos processos inconscientes), operações que são elaboradas racional, técnica e poeticamente, gerando formas que induzem ao receptor movimentos afetivos correspondentes. A música mexe com nosso tempo, espaço e movimento psíquicos. (SEKEFF, 2009, p. 94)

Sekeff ainda tece alguns comentários adicionais, apontando um parentesco entre a música e a matemática e outras abordagens importantes, como é possível observar na citação abaixo:

> Filha da físico-acústica, irmã da matemática e arquitetura e prima da poesia, ela é uma arte icônica, portadora de qualidades, apresentando analogia com nossos ritmos biológicos, afetivos e mentais. Nasce de nosso corpo, mente e emoções, e atinge nosso corpo, mente e emoções, possibilitando acesso a dimensões não reveladas pela lógica, raciocínio e pensamento discursivos. (SEKEFF, 2009, p. 95)

Com é possível observar, a música possui diferentes perspectivas, sob as quais pode ser definida e analisada, conservando sempre sua riqueza de possibilidades tanto na forma de ser avaliada quanto a sua diversa gama de aplicações, desde o mais simples entretenimento até o objeto de estudo científico e, principalmente, como meio de educação, visando o desenvolvimento integral do ser humano.

Jaime (2020, p.36) faz alusão à atividade cognitiva envolvida em relação à escuta musical, afirmando que o elemento cognitivo, assim como o afetivo, está intimamente relacionado à percepção das simetrias e regularidades musicais. O autor também considera:

> Perceber musicalmente implica a existência de atividade cognitiva complexa: analisar a motivação e as emoções referidas a ela. Os aspectos, que têm a ver com a percepção consciente, constituem motivação relativa a um processo cognitivo que traz consigo um estado de afetividade. Penso que tal estado de saber está relacionado também ao comportamento do indivíduo.

Como afirma WILLEMS (1970, p. 7), "a música, seja ela magia, arte ou ciência, tem estado sempre ligada ao progresso da Humanidade."

4 I AS PEDAGOGIAS ATIVAS DA EDUCAÇÃO MUSICAL

É sabido que o olhar para a educação vai se transformando de acordo com os valores da época estabelecidos pela sociedade. Com todas as rápidas transformações ocorridas na virada do século XIX para o século XX**,** muitos conceitos inovadores, até mesmo revolucionários, tomaram a dianteira nas mais variadas áreas do saber, incluindo também o campo da educação musical.

Antes porém de ser dada a continuidade na explanação sobre as transformações ocorridas na área da música, bem como os conceitos que nortearam a educação musical neste período, é interessante observar que os teóricos já vinham recebendo influências de pensadores como Jean-Philippe Rameau (1683-1764), Jean-Jacques Rousseau (1712-1778), Johann Heinrich Pestalozzi (1746-1827), Friedrich Herbart (1776-1841), Friedrich Fröbel (1782-1852), Hermann von Helmholtz (1821-1894), Carl Stumpf (1848-1936) e Karl Hugo Riemann (1849-1919).

É interessante observar que Rameau já considerava a música a partir de suas características físico-matemáticas como é possível conferir em sua declaração:

> A música é uma ciência que deve ter regras definidas; estas regras devem ser extraídas de um princípio evidente; e este princípio não pode ser, realmente, conhecido, sem a ajuda da matemática ... Não é suficiente sentir os efeitos da ciência ou da arte. É preciso, também, conceituar esses efeitos, para torná-los inteligíveis. (RAMEAU *apud* FONTERRADA, 2008, p. 63)

No Brasil, as novas propostas musicais se fizeram presentes nos períodos de 1950 e 1960. Fonterrada (2008, p. 120) comenta que por diversas razões, entre elas a extinção da disciplina de música nos currículos escolares a partir de 1971, a prática das pedagogias ativas acabou enfraquecida mesmo nas escolas especializadas de música.

Vale mencionar alguns dos nomes que foram responsáveis por difundir as novas concepções pedagógicas musicais e também outros que tiveram uma grande influência na propagação da educação musical no Brasil. São eles: o compositor Heitor Villa-Lobos, o também compositor Hans-Joachim Koellreutter, Anita Guarnieri, Isolda Bacci Bruch., Líddy Chiafarelli Mignone, Sá Pereira, Gazy de Sá, Lorenzo Fernandes, Ernest Mahle, Maria Aparecida Mahle, dentre outros.

Em relação aos pedagogos musicais, esses foram classificados em duas gerações a partir de sua época de atividade, bem como a partir do enfoque dado aos objetivos a serem atingidos com a educação musical.

A princípio, a divisão em termos de tempo se daria da seguinte forma: a primeira geração de pedagogos da música ativa se aporta entre os anos de 1865 até 1945. Como é possível observar, a finalização desse período dá-se coincidentemente com o momento do pós-guerra. A segunda geração inicia a partir de 1945 e ainda não foi estabelecido um tempo para sua finalização.

Os principais pedagogos dos chamados "métodos ativos" considerados da primeira geração são: Émilea Jaques-Dalcroze (1865-1950), Zoltán Kodály (1882-1967), Edgar Willems (1890-1978), Carl Orff (1895-1982) e Shinichi Suzuki (1898-1998).

De maneira muito suscinta, serão apresentadas as principais ideias e proposições dos pedagogos da primeira geração que serviram para fundamentar o trabalho dos pedagogos posteriores.

Iniciando por Dalcroze, sua principal proposição era a integração entre a música e o movimento corporal. Tinha a preocupação de fazer com que o aluno vivenciasse a música antes de teorizá-la e tinha por objetivo que o ritmo fosse incorporado. Atividades relacionadas ao ritmo, solfejo e improvisação são presentes em suas propostas pedagógicas, propostas essas que visam desenvolver tanto habilidades musicais quanto a pessoa em seu aspecto global.

O compositor Kodály tinha como lema: "Que a música pertença a todos". Com o objetivo de tornar o ensino musical acessível, ele desenvolveu sua metodologia com foco no canto coletivo. Também pesquisou o folclore húngaro e criou um sistema de símbolos de duração rítmica além de ter sistematizado um processo de leitura relativa através do solfejo com o dó móvel e a manossolfa, sistema de solfejo com as mãos. Tinha também como objetivo desenvolver a leitura à primeira vista. Sua metodologia veio a ser adotada nas escolas da Hungria.

Willems (WILLEMS *apud* ROCHA, 1990, p. 59) afirmou que “os princípios vitais da música estão dentro do ser humano”. Dentro desse pensamento, teve a preocupação de estabelecer as bases psicológicas para a educação musical. Valorizando também a experiência prática, estimulava a vivência da música através da sensorialidade, afetividade e inteligência musical. Não era favorável a se utilizar recursos extramusicais como recurso pedagógico. Relacionou os três elementos fundamentais da música, a saber, ritmo, melodia e harmonia com os três aspectos da vida humana: “vida fisiológica, vida afetiva e vida mental”, (WILLEMS *apud* ROCHA, 1990, p. 17) respectivamente.

Dando seguimento com Orff, embora esse seja conhecido por ter criado um conjunto de instrumentos musicais que recebeu seu nome, sua proposta tem um caráter muito mais abrangente. Procurava estimular a criação e a improvisação. O trabalho inicial partia da escala pentatônica (escala de cinco sons). Também propôs uma combinação de música e dança, além de trabalhar com o ritmo das palavras e com conjuntos vocais e instrumentais em grupo, visando que a criança tivesse contato direto com o fazer musical.

Finalizando com Suzuki (2008, p.13), para o pedagogo, “educação é amor.” Sua proposta parte do princípio de que da mesma forma que a criança aprende a falar a língua materna, ela pode aprender música também pelo mesmo processo, ou seja, pela imitação e pela repetição. Para Suzuki, o talento não é nato, mas sim desenvolvido através de metodologias adequadas. O acompanhamento familiar também é imprescindível para que o método traga bons resultados.

A primeira geração dos pedagogos musicais acima trouxe consigo uma revolução ideológica profunda (GAINZA, 1988), deslocando a ênfase do aprendizado do conteúdo disciplinar para o aluno e seus processos de desenvolvimento. GAINZA (1988, p.104) ainda salienta:

> O ensino musical que antes consistia na transmissão mais ou menos mecânica e impessoal de um sistema de conhecimentos relativos à música, converte-se, paulatinamente, num ativo intercâmbio de experiências, destacando-se o valor educativo do jogo musical, como consequência da aplicação de um novo conceito de criatividade.

Passando para a segunda geração de pedagogos musicais com enfoque na pedagogia ativa, encontramos entre seus principais teóricos: Hans-Joachim Koellreutter (1905-2005), George Self (1921-1967), Boris Porena (1927), John Paynter (1931-2010), Keith Swanwick (1937), Raymond Murray Schafer (1933-2021), Edwin Gordon (1927-2015), entre outros.

Em relação ao enfoque dado por esses autores, Fonterrada (2008, p. 196) esclarece:

> Enquanto a “primeira geração” de educadores preocupou-se em fazer a criança desenvolver habilidades de escuta, incentivou o movimento corporal e trabalhou suas habilidades de intérprete, como cantores ou instrumentistas, na segunda parte do século XX a preocupação deslocou-se do âmbito da performance para o da composição.

Além da exploração exaustiva da matéria sonora, outras inovações surgiram neste período. A partir de 1950, com as possibilidades oferecidas pela tecnologia, tem-se o aparecimento da música eletroacústica e da música eletrônica. Também surgem novas formas de grafia, improvisação e composição aleatória (GAINZA, 1988).

Como pôde ser observado, o último século foi um período de muitas inovações e efervescências tanto no aspecto do desenvolvimento da arte musical em si, como também de forma relevante, na evolução das pedagogias musicais ativas que têm influenciado os caminhos da educação musical até a atualidade.

5 I A MATEMÁTICA DA MÚSICA

Dentro do objetivo de apresentar uma proposta, na qual as vivências musicais se prestam como mediadoras para o ensino da matemática, serão descritas sucintamente a seguir, as propriedades do som para que se possa melhor compreendê-las a partir de um enfoque matemático.

É importante esclarecer também, que não se pretende com as considerações apresentadas ao longo deste capítulo, esgotar as possibilidades interdisciplinares e relacionais oferecidas por esses dois campos do saber, mas sim, proporcionar uma reflexão produtiva a respeito da abordagem pedagógica aqui proposta.

A primeira propriedade do som a ser considerada será a da *altura*. Para o reconhecimento e estudo da altura dos sons musicais, é possível apresentar gráficos sonoros que acompanharão os movimentos do som, podendo apresentar várias possibilidades a partir da direção sonora, como por exemplo, indo do grave para o agudo, manter-se na mesma altura etc. É importante observar que a propriedade da altura não se refere ao volume do som, e sim à característica do som de ser grave, médio ou agudo, dependendo de sua frequência sonora.

Para a localização dos sons musicais no pentagrama, é usual que se apresentem as 5 linhas e os 4 espaços que o formam e a partir daí, os sons serão localizados de acordo com sua posição no mesmo. Como exemplo, temos a nota Sol da Clave de Sol na segunda linha da pauta da clave mencionada e a nota Fá, da Clave de Fá, na quarta linha da clave referida. A contagem das linhas e espaços é sempre feita no sentido inferior para o superior.

Os intervalos sonoros são as distâncias medidas entre os sons, sendo consideradas pelo número de tons e semitons que essa distância engloba. O semitom é considerado o menor intervalo utilizado na música ocidental.

Uma outra importante estrutura musicalmente estudada é a estrutura da escala, onde a sequência de sons é analisada de forma sucessiva, no sentido de sua horizontalidade. Para cada som da escala é determinado um grau, que também se relaciona com sua função dentro dessa estrutura. Há diversos tipos de escalas, porém, na música ocidental a estrutura mais usual é a da chamada de tonalidade, com os modos maior e menor.

Tem-se ainda a formação dos acordes. As estruturas dos acordes são estudadas a partir da verticalização dos sons da escala, inicialmente partindo de intervalos de terças sobrepostas. Para cada grau da escala, o seu acorde correspondente terá uma função específica. Para o aprofundamento do estudo dos acordes, volta-se para o campo de estudo da harmonia.

Dando continuidade com a propriedade da *duração*, que se refere ao tempo de produção do som, é usual que inicialmente se parta do princípio de pulso, no qual é possível iniciar com a contagem de seus batimentos. As figuras musicais que representam as diferentes possibilidades de duração do som, preservam entre si, uma relação de dobro e metade, sendo que a figura de maior duração sempre terá como valor o dobro de sua sucessora e essa consequentemente, valerá a metade de sua antecessora. Para a organização dos tempos na música, utiliza-se a fórmula de compasso, que tem em seu numerador o número de tempos que se apresentará em cada compasso e em seu denominador, a figura que terá o valor de um tempo no compasso, denominada de unidade de tempo.

Para a propriedade da *intensidade*, são usadas as letras *P* para sons suaves e *F* para sons fortes. Pode-se também utilizar *mP* para meio suave e *mF* para meio forte, além de outras combinações. Os sinais de dinâmica (< e >) são utilizados para representar um som que irá crescer ou diminuir em volume. Esta propriedade se refere à quantidade de energia utilizada na produção do som e também sua velocidade de ataque.

Embora a propriedade da *densidade* não seja abordada por todos os teóricos musicais, ela está implícita no discurso musical e é muito importante para a manipulação do som realizada pelos profissionais de áudio. A densidade vem sendo explorada também nas atividades de musicalização. Trata-se da quantidade de eventos sonoros que estão ocorrendo simultaneamente em um determinado tempo, podendo assim ser também quantificada.

Finalizando com o *timbre*, essa propriedade permite que se reconheça a origem do som, ou seja, a fonte que o origina, como por exemplo, os instrumentos da orquestra.

É através do timbre que conseguimos reconhecer se o som foi produzido pelos violinos, flautas, piano etc. Nesse aspecto, existe a possibilidade de estimar e comparar quantidades além de discriminar e ordenar os instrumentos por diferentes categorias.

É interessante apontar que o estudo dos fenômenos relacionados às propriedades do som possui diversos caminhos. Como já mencionado anteriormente, pelas propostas das pedagogias ativas, dá-se preferência para atividades de exploração e vivências sonoras na apresentação dos conceitos antes de sua teorização, buscando sempre desenvolver a escuta ativa e a acuidade auditiva, além de ter como objetivo também desenvolver a expressividade, a musicalidade e a criatividade.

As práticas das pedagogias ativas já incorporam também diversos conceitos matemáticos. Quando de seu estudo teórico, principalmente com relação à altura e à duração, as referências e análises matemáticas do fenômeno musical são imprescindíveis.

6 I PROPOSTAS DE ATIVIDADES QUE POSSIBILITAM O ENSINO DA MATEMÁTICA MEDIADO PELAS VIVÊNCIAS MUSICAIS PARA OS ANOS ESCOLARES INICIAIS

As propostas a seguir estão baseadas nos teóricos das pedagogias ativas, o que aponta para atividades que levem o aluno a uma experiência prática, através das vivências musicais do fenômeno sonoro, objetivando com igual relevância que a aprendizagem matemática também possa dar-se de forma efetiva e estimulante.

6.1 Atividades com canções

A primeira proposta se trata de estimular o uso das canções que, de acordo com Willems, são o meio mais eficaz para despertar a sensibilidade afetiva (ROCHA, 1990, p. 28).

Através de paródias, os objetos de conhecimento, inclusive os matemáticos, podem ser mais bem fixados, além da possibilidade de se trabalhar a estrutura da canção que também tem um caráter extremamente organizacional.

6.2 Atividades para a aprendizagem da duração das figuras musicais

A educadora musical Josette Feres apresenta em seu livro Iniciação musical brincando, criando e aprendendo (1989), três atividades similares que relacionam as figuras musicais com o andar dos animais, com o andar das diferentes pessoas em uma praça e também com o andar de pessoas amigas que estão passeando, mas que devido à diferença de tamanho entre elas, seus passos serão de tamanhos diferentes para que todos possam caminhar juntos.

Na área da aprendizagem matemática, a sugestão para os objetos de conhecimento a serem trabalhados, enquadram-se na unidade temática de números e também na de grandezas e medidas, podendo-se trabalhar as habilidades de contagem, proporção, além da localização e direcionamento espacial, pertencentes essas à unidade temática da geometria.

6.3 Atividades de batimentos rítmicos com contagem

Esta proposta de atividade foi descrita por Carmen Mettig Rocha (1990), especialista e divulgadora do Método Willems no Brasil.

A atividade consiste em realizar batimentos regulares, contando-os, primeiramente, em quantidades iguais e de diversas maneiras em sequência, como por exemplo: 7 estalos com as mãos no alto da cabeça, 7 palmas na frente do corpo, 7 batidas nas pernas e 7 vezes batendo os pés alternadamente. Pode-se escolher o número de vezes em que os batimentos serão realizados e a forma como serão executados corporalmente, como apresentado no exemplo acima. Como uma interessante variação desta atividade, pode-se fazer em quantidades decrescentes pré-estabelecidas, como por exemplo, iniciando em 5 e chegando em 1, modificando a contagem a cada mudança corporal.

Na área matemática, a atividade proposta possibilita o desenvolvimento das habilidades de coordenação motora e visomotora. Também poderão ser trabalhadas dentro da unidade temática de números e da de álgebra, abordando os números naturais como indicadores de quantidade ou ordem além das sequências figurais e a descrição de padrão e regularidade.

6.4 Atividades para reconhecimento e discriminação do timbre

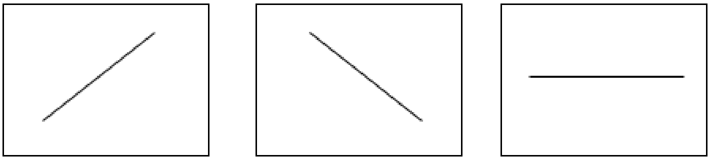
Esta atividade também proposta por Feres (1989, p. 24) é um tipo de cabra-cega. As crianças serão divididas em dois grupos: um será o grupo dos guias e o outro, o das crianças vendadas. Os guias estarão espalhados pelos cantos da sala, cada um tocando um instrumento específico e as crianças vendadas deverão encontrar o instrumento que já foi pré-determinado para ela somente por meio da referência auditiva. Assim que ela encontrar o instrumento determinado, o guia para de tocar.

A atividade sugerida pode ser enquadrada na unidade temática de geometria e desenvolve as habilidades de locomoção e direcionamento espacial além de seu caráter discriminatório.

6.5 Atividades para reconhecimento dos movimentos sonoros

A proposta da atividade a ser descrita encontra-se no livro Explorando o universo da música da educadora musical Nicole Jeandot (1993). O objetivo é o reconhecimento através da vivência musical da direção do som em suas possibilidades ascendente, descendente e sem modificação, também utilizando sons contínuos e segmentados. Para tanto, serão utilizados gráficos sonoros que podem ser tocados, cantados ou mesmo confeccionados pelos próprios alunos.

Segue o exemplo abaixo, com o adendo de que é possível utilizar variações a partir dos possíveis movimentos citados acima.



Fonte: elaborado pelos autores

Na área matemática, a atividade se enquadra na unidade temática da geometria e desenvolve as habilidades de localização e direcionamento espacial além da leitura de gráficos.

6.6 Atividades de codificação e interpretação de mensagens sonoras

A atividade proposta foi elaborada por Vera Regina Cauduro (1989) e tem por objetivo a codificação e interpretação de mensagens sonoras partindo da exploração dos sons do corpo já trabalhadas previamente. Primeiramente, será definido o tamanho da mensagem. A sugestão é que seja dividido o espaço em um quadro ou mesmo em uma folha de papel. O próximo passo, é coletar as propostas das crianças sobre quais sons do corpo serão utilizados. Em seguida, as próprias crianças darão também a sugestão de como representar o som graficamente. Após a composição ser finalizada, haverá o procedimento de leitura.

Na área matemática, a atividade se enquadra nas unidades temáticas de álgebra e dos números e desenvolverá as habilidades de estimar e comparar quantidades, e também descrever padrão ou regularidade.

6.7 Atividade de identificação do som e do silêncio

Baseada em Dalcroze, a atividade nomeada “Os tempos que desaparecem” foi proposta por Robert M. Abramson no livro Jogos rítmicos para percepção e cognição” (ABRAMSON, 2007, p. 36). Os objetivos da atividade são o de controlar movimento, medir silêncio e lembrar uma sequência de eventos.

O professor demonstra oito tempo iguais (andamento moderado), batendo palmas e contando em voz alta, cuidadosamente acentuando a primeira palma. Ao comando verbal "Já", os alunos imitam bater palmas e contar os oito tempos no andamento estabelecido pelo professor. Agora, o professor demonstra como contar e bater palmas em sete tempos, e sussurra o oitavo tempo fingindo bater palmas. O processo continua até se obter todos os oito tempos pausados, seguidos de uma forte pisada no chão ou algum outro sinal sonoro para simbolizar o término das séries.

Também é possível reverter a atividade, com o jogo nomeado "O misterioso reaparecimento dos tempos desaparecidos".

Esta atividade está relacionada à unidade temática de álgebra, desenvolvendo as habilidades de descrever após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas sonoras.

6.8 Atividade de classificação dos instrumentos musicais

O objetivo musical da atividade proposta é conhecer, identificar, classificar e reconhecer sonoramente os instrumentos da orquestra, o que deverá aprimorar a capacidade de apreciação da estética musical. Esta atividade pode ser executada em várias aulas de forma progressiva.

Após a apresentação visual e auditiva dos instrumentos que compõem a orquestra, será apresentada também a classificação de seus instrumentos primeiramente de acordo com a forma como o som é produzido. Assim, a classificação seria entre os instrumentos de corda, sopro (com subdivisão entre madeiras e metais) e os instrumentos de percussão. O próximo passo seria um jogo com as cartas dos instrumentos misturadas com o objetivo de separá-las, de acordo com a classificação já mencionada. Ainda poderão ser apresentadas outras formações instrumentais também.

Na área matemática, a atividade se enquadra na unidade temática de números, desenvolvendo as habilidades de estimar e comparar quantidades de objetos além de discriminar e ordenar.

7 I METODOLOGIA DA PESQUISA

A metodologia está baseada na pesquisa bibliográfica com abordagem qualitativa. Os principais autores abordados cujas obras se fundamentam na relação entre a música e a matemática, como propostas de ensino-aprendizagem são Abdounur (2006) e Gomes (2018). Abdounur oferece uma visão didática-pedagógica das relações entre música e matemática, enquanto Gomes aponta para os benefícios da utilização da musicalidade no ensino da matemática apoiada pela neurociência.

Ainda na construção metodológica, objetivando-se uma sólida fundamentação teórica, recorreu-se aos autores como Gainza (1988), Fonterrada (2008) e Rocha (1990), além da pesquisa sobre os pedagogos da educação musical ativa, com um maior enfoque nos autores da primeira geração, a saber, Dalcroze, Kodály, Willems e Suzuki.

Para a proposta das atividades, recorreu-se a autores e educadores prestigiados no meio musical como Abramson, Jeandot, Rocha, Feres e Cauduro.

8 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Pesquisas têm sido realizadas para avaliar a eficiência da música, como recurso didático no ensino da matemática, e o que pode ser identificado é que além da interação dos alunos no processo, estimulando uma postura de participação ativa e criativa, também se observa a possibilidade de ensinar e aprender matemática de uma forma alegre e prazerosa, o que em muito contribui para uma aprendizagem efetiva.

Levando esses fatores em consideração, Abdounur (2006) salienta o pensamento de Ricoeur sobre a questão afetiva, como sendo um aspecto relevante a ser considerado quando se refere à aprendizagem, pois Ricoeur declara: “sentir, no sentido emocional da palavra, é tornar nosso o que foi colocado à distância pelo pensamento em sua fase de objetivação.” (RICOUER *apud* ABDOUNUR, 2006, p. 136). Encontramos na música também a possibilidade do desenvolvimento tanto da sensibilidade quanto da afetividade, criando assim condições tanto cognitivas quanto afetivo-emocionais favoráveis ao aprendizado.

9 I CONCLUSÃO

A partir das considerações traçadas até o presente momento, é possível concluir que muito embora a matemática e a música sejam vistas em campos de saberes distantes, ambas apresentam muitas possibilidades relacionais a partir de suas estruturas, pois elas possuem padrões e regularidades, além da possibilidade de quantificação. Também tem sido constatado que a música vem sendo analisada nessa ótica por importantes teóricos ao longo do tempo.

Sendo assim, ao ser avaliada a possibilidade e relevância da interdisciplinaridade entre música e matemática, pode-se observar que os resultados são muito positivos.

Ao contrário do que pode ser visto como difícil e desmotivador caso o ensino da matemática não seja bem conduzido em suas estratégias didáticas, por outro lado, pode tornar-se extremamente efetivo ao gerar interação, mudança da postura passiva para a ativa e criativa do aluno, e principalmente, gerar sentimentos de alegria e prazer ao se envolver nas atividades musicais, propiciando assim, condições muito favoráveis ao aprendizado matemático.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, O. J. **Música e Matemática: o pensamento analógico na construção de significados**. 4ª. ed. São Paulo: Escrituras, 2006.

ABRAMSON, R. M. **Jogos Rítmicos Para Percepção e Cognição.** Trad. Clises Marie C. Mulatti. São Paulo: Escola Tom sobre Tom, 2007.

CAUDURO, V. R. **Iniciação Musical na Idade Pré-Escolar**. Porto Alegre: Sagra, 1989.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II, n. 2, p.15-19. Brasília: 1989.

FERES, J. S. M. **Iniciação Musical – Brincando, Criando e Aprendendo**. São Paulo: Ricordi, 1989.

FONTERRADA, M. T. O. **De tramas e fios**. São Paulo: Editora Universidade Estadual Paulista, 2008.

GAINZA, V. H. **Estudos de psicopedagogia musical**. São Paulo: Summus, 1988

GOMES, H. C. **Neurociência + Música + Matemática = Mix Potencial 1: Fundamentação Teórica**. Rio de Janeiro: Autografia, 2018.

JAIME, P. J. G. **Percebendo a melodia com os acordes da ciência**. Curitiba: Ed. CRV, 2020.

JEANDOT, N. **Explorando O Universo Da Música**, São Paulo: Scipione, 1993.

ROCHA, C. M. M. **Educação Musical "Método Willems"**. Salvador: Faculdade de Educação da Bahia, 1990.

SCHAFER, R. M. **O ouvido pensante**. Trad. Marisa Trench de O. Fonterrada, Magda R. Gomes da Silva, Maria Lucia Pascoal. São Paulo: Editora Universidade Estadual Paulista, 1991.

SEKEFF, M. de L. **Música, estética de subjetivação**. São Paulo: Ed. Annablume, 2009.

SUZUKI, Si. **Educação é Amor**. Trad. Anne Corinna Gottberg. Santa Maria: Pallotti, 2008.

WILLEMS, E. **As Bases Psicológicas da Educação Musical.** Bienne (Suíça): Ed. Pro-Musica, 1970.

CAPÍTULO 17

O ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: O USO DO *PROBABILICARDS* COMO FERRAMENTA PEDAGÓGICA

Ewellyn Amâncio Araújo Barbosa
Universidade Federal de Alagoas

Jaciara de Abreu Santos
Universidade Federal de Alagoas

Claudia de Oliveira Lozada
Universidade Federal de Alagoas

INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento norteador da educação básica, afirma a necessidade de o estudante, desde criança, desenvolver a noção de que nem todos os acontecimentos que presenciamos em nosso cotidiano trazem um resultado certo/determinado, mesmo realizados sob a mesma condição e circunstância (BRASIL, 2018). Esta noção tem relação direta com o conteúdo de probabilidade que envolve o acaso, possibilidades e situações que não são determinísticas.

Surgem questionamentos sobre a inserção do conteúdo probabilístico em sala de aula, até mesmo para as crianças dos anos iniciais do ensino fundamental (EF), a orientação dada pela BNCC (BRASIL, 2018) é para o professor iniciar a abordagem da probabilidade, desenvolvendo os conceitos de forma intuitiva e experimental sem fórmulas e cálculos extensos que mais assustam alunos do que os atraem. Outra opção para a inserção da probabilidade em sala de aula pode ser feita através da utilização de ferramentas pedagógicas que auxiliam no processo do aprendizado, como o uso de jogos digitais, que faz parte da vida de muitas pessoas nesta sociedade contemporânea e consegue unir a ludicidade à prática do conteúdo desejado (ALVES, 2008).

Assim, este trabalho tem como objetivo principal analisar como um jogo digital desenvolvido através do *Wordwall* pode auxiliar no processo de aprendizagem do conteúdo de probabilidade dos alunos dos anos iniciais do EF. A justificativa desse trabalho se dá pela necessidade de se ensinar a probabilidade de maneira atrativa, utilizando ferramentas pedagógicas auxiliadoras na aprendizagem desde os anos iniciais do EF de modo que o aluno tenha familiaridade com conceitos e procedimentos importantes para compreender tópicos mais avançados da probabilidade nos anos e séries futuras, além de desenvolver as habilidades previstas pela BNCC (BRASIL, 2018) e o pensamento probabilístico.

Diante disto, propomos a seguinte pergunta de pesquisa: de que modo o uso de um jogo digital desenvolvido no *Wordwall* pode auxiliar no processo de aprendizagem dos alunos dos anos iniciais do EF acerca do conteúdo de probabilidade?.

A BNCC afirma que, desde os anos iniciais, os alunos já devem ter contato com o conteúdo sobre a probabilidade, devendo o aluno até o final do 5º ano, expressar a probabilidade de eventos equiprováveis em forma de fração, analisar o espaço amostral, dentre outros conceitos probabilísticos que devem ser abordados do 1º ao 5º ano (BRASIL, 2018).

Cabe colocar que o Pacto pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) de Matemática em seu caderno de formação intitulado de “Educação Estatística” coloca o ensino de probabilidade nos anos iniciais. O PNAIC recomenda a abordagem de eventos aleatórios por meio de experimentação com dados, moedas, bingo, para que os alunos compreendam a noção de eventos não determinísticos e que pode pelo menos se prever os resultados possíveis (BRASIL, 2014).

O PNAIC pontua que as noções de acaso e incerteza são manifestadas de modo intuitivo, e que a noção de espaço amostral pode ser ensinada por meio da árvore de possibilidades que auxilia a mapear o espaço amostral, mostrando as combinações possíveis e as situações que são mais prováveis.

Diante do que já foi posto, é importante que se teça algumas conceituações básicas sobre a probabilidade. Partindo do contexto de interpretação de cunho comum, percebe-se que a probabilidade está ligada à ideia de ocorrer um determinando evento ou não, ou seja, a chance de ocorrência, principalmente, ligada aos fatores da vida cotidiana dos sujeitos. Assim, do ponto de vista teórico, Magalhães (2006, p. 10) aponta que a probabilidade está ligada aos “subconjuntos unitários equiprováveis”. Nesse sentido, também enfatiza que a partir dessa definição, muitos problemas na área de probabilidade são resolvidos usando técnicas de análise combinatória e de contagem.

Ademais, a probabilidade é um tipo de conhecimento essencial à vida de todos, uma vez que somos expostos a uma série de acontecimentos que podem nos levar à enganação – como no caso dos jogos de loterias – assim como eventos do cotidiano, como os fenômenos da natureza, em que temos que analisar algumas possibilidades de ocorrência para podermos planejar, ou até evitar alguma gravidade, ou nosso bem-estar (DANTAS, 2008). Portanto, é possível perceber que a conceito geral de probabilidade vem de encontro com a de aleatório, e é importante o domínio sobre o este conceito e a compreensão de que mesmo se conhecendo todas a variáveis possíveis, há a possibilidade ou não do evento ocorrer, ou seja, uso do processo de racionalizar e pensar sobre, para poder agir e viver.

REFERENCIAL TEÓRICO

Historicamente, a probabilidade tem em suas origens diferentes fases nas quais o Homem descobriu diversos aspectos que vieram auxiliar em sua constituição teórica e primeiramente é bom atentar que a base da teoria está na compreensão do “acaso”. Como o acaso podia influenciar as ocorrências do dia a dia? No século I a.C., o estadista romano Cícero empregou pela primeira vez o termo probabilidade. Cícero não acreditava que o êxito nas apostas/jogos de azar era fruto da intervenção divina, tanto que percebeu que quando jogava os astrágalos (ossos), a Jogada de Vênus aparecia algumas vezes mesmo com esse princípio observacional, mas, outras ideias não ocorreram provenientes de estudos, pois na Idade Média, a crença na mística e na religião era muito superior a matemática ou outras ciências (UNIVESP, 2017).

Diante desses ocorridos, as primeiras ideias sobre probabilidade têm algumas de suas raízes também ligadas aos comerciantes marítimos da Mesopotâmia e os fenícios, inclusive originaram os primeiros seguros. Esses povos sofriam com constantes roubos durante os traslados marítimos nos períodos das grandes navegações, sendo assim, precisam compreender qual a probabilidade de ocorrência desses eventos durante cada viagem, sendo a partir dessa compreensão, que fora dada a origem aos primeiros seguros, pois era uma maneira de ter a mercadoria resguardada (CALABRIA; CAVALARI, 2013).

Pascal e Fermat, matemáticos, são considerados como precursores das ideias probabilísticas, destacando-se a análise e resoluções de problemas ligados às ideias dos jogos de azar, nas quais faziam observações durante o lançamento de dados e cartas, e a partir das observações e questionamentos, estabeleciam relações com o quantitativo de lançamentos e a probabilidade de sair uma determinada quantidade de pontos. Em geral, eles queriam compreender quão lucrativas seriam as apostas, qual a probabilidade de ser ou não possível ganhar e a maneira mais aproximada para o êxito (ROCCO, 2020).

Quando falamos sobre a probabilidade devemos entender que ela não se baseia apenas no cálculo matemático de se prever determinadas chances de certo evento ocorrer, na verdade é uma consequência e necessidade que surgiu ao longo do tempo com situações presentes na sociedade. Estudos, como o de Gama *et al*. (2018), irão falar da probabilidade, nesta perspectiva mais próxima ao cotidiano, que não se limita ao uso de fórmulas para ser entendida.

É importante que se teça alguns conceitos básicos sobre a probabilidade: partindo do contexto de interpretação de cunho comum, percebe-se que a probabilidade está ligada à ideia de ocorrer um determinado evento ou não, ou seja, a chance de ocorrência, principalmente ligada aos fatores da vida cotidiana dos sujeitos. Assim, do ponto de vista teórico, Magalhães (2004, p.10) aponta que a probabilidade está ligada aos "subconjuntos unitários equiprováveis", e, nesse sentido, também enfatiza que a partir dessa definição muitos problemas na área de probabilidade são resolvidos usando técnicas de análise combinatória e de contagem.

A BNCC afirma que, desde os anos iniciais, os alunos já devem ter o contato com o conteúdo de probabilidade, devendo o aluno até o final do 5º ano, expressar a probabilidade de eventos equiprováveis em forma de fração, analisar o espaço amostral, dentre outros conceitos probabilísticos que devem ser abordados do 1º ao 5º ano (BRASIL, 2018).

O trabalho de Lopes (2008, p. 61) já indicava mesmo antes da BNCC que:

> Os conceitos probabilísticos e estatísticos devem ser trabalhados desde os anos iniciais da educação básica para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social.

O documento vigente no ano de publicação do trabalho de Lopes (2008) eram os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1997, p. 56) que colocavam como principal finalidade do estudo de probabilidade:

> É a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos.

Percebemos que, nessa época, o ensino fundamental o ensino de probabilidade e estatística se limitava muito mais aos conteúdos estatísticos do que probabilísticos, fazendo com que realmente fossem necessárias atualizações acerca dos conteúdos de probabilidade, como foi feito pela BNCC (BRASIL, 2018).

Com isso, fica notório que o ensino de probabilidade é essencial para ser ministrado em todas as etapas da educação básica, mas surge a indagação de como implementar essas ideias efetivamente em sala de aula, pois o que se vê nas práticas docentes não condiz com o que é previsto na BNCC (BRASIL, 2018), fazendo com que o primeiro contato com tópicos probabilísticos seja visto de modo mais enfático apenas no ensino médio. Deste modo, o ensino de probabilidade passa a ser algo inserido de modo abrupto, podendo causar frustração nos estudantes, pois anteriormente, ao longo do ensino básico, não lhes foi dado suporte algum para que este conteúdo pudesse ser interessante e com significado a partir de suas aplicações no cotidiano, como afirma Lopes (2008, p. 61):

> Não é possível esperarmos que nosso aluno chegue ao ensino médio para iniciarmos conteúdos essenciais para o desenvolvimento de sua visão de mundo. É preciso que a escola proporcione a ele instrumentos de conhecimento

que lhe possibilitem uma reflexão sobre as constantes mudanças sociais e o prepare para o exercício pleno da cidadania.

Diante disso, por conta das falhas ainda existentes quanto ao ensino de probabilidade ao longo de todas as etapas de escolarização, o professor não pode ter conclusões precipitadas acerca dos conhecimentos prévios dos estudantes. Sabemos que é bastante natural pensarmos que o estudante conhece os conceitos sobre um evento que é "certo", "impossível", "provável", "pouco provável" e "muito provável", porém percebemos que, na prática, essas definições ainda não são nítidas para muitos estudantes (FERNANDES, 1999).

Em sua pesquisa, Fernandes (1999) coloca que alunos do 9º ano apresentaram diversas dificuldades para entender a diferença entre acontecimentos impossíveis ou quase impossíveis e eventos certos e possíveis, afirmando que "[...] a verificação de que não se trata de um acontecimento certo ou impossível, respectivamente, pode constituir uma estratégia para ajudar os alunos a vencer tais dificuldades." (FERNANDES, 1999, p. 308).

Batanero (2001) pontua que o ensino de probabilidade deve valorizar a experimentação e a resolução de problemas, ou seja, ser trabalhado a partir de diferentes perspectivas que possibilitem aos alunos construírem suas heurísticas e melhorar sua intuição probabilística para lidar com situações do cotidiano que envolvam o acaso e eventos aleatórios. A autora salienta que os conhecimentos de probabilidade devem ser desenvolvidos gradualmente, considerando que erros, ao longo desse processo, são importantes para a evolução do pensamento probabilístico e consequentemente do letramento probabilístico.

Esse desenvolvimento gradual dos conhecimentos aparece na BNCC (BRASIL, 2018) ao inserir os conceitos de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental, para que os alunos desenvolvam a intuição e a noção de probabilidade sem utilização de fórmulas, para que depois nos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio, possam generalizar os conceitos e formalizá-los por meio de modelos matemáticos, que usualmente são chamados de fórmulas. Aliás, Carvalho e Oliveira (2002) criticam o ensino mecanizado de probabilidade por meio de exercícios e problemas-tipo, nos quais os alunos aplicam fórmulas sem compreender o significado do conceito no cotidiano.

Por sua vez, Gal (2005) pontua que o letramento probabilístico deve favorecer uma postura crítica dos alunos na medida em que eles reflitam sobre a natureza da probabilidade no mundo real, visto que as vivências nos diferentes contextos (formais ou informais) são permeadas por eventos probabilísticos e cercadas por crenças que podem inclusive limitar a compreensão dos conceitos, sobretudo, no que diz respeito à riscos, escolhas e tomada de decisão.

Para que o letramento probabilístico se desenvolva é importante que o professor planeje suas aulas com abordagens e recursos didáticos adequados e, nesse sentido, Lopes (2008, p. 68) assevera que:

> Ao longo do exercício de sua profissão, o docente necessitará aprofundar e ampliar conhecimentos de conteúdos conceituais e didáticos, adequar-se ao movimento próprio da evolução humana [...]. Em nossa sociedade atual, a instituição escolar não tem conseguido acompanhar as alterações sociais e tecnológicas ocorridas mundialmente, e cabe ao professor intervir sistematicamente na reversão dessa situação, ao promover interações sociais que gerem processos reflexivos entre os estudantes e que estes também contribuam na reestruturação dos espaços pedagógicos.

Dentre os recursos didáticos, podemos citar os jogos que podem contribuir para a compreensão dos conceitos, pois promover uma abordagem lúdica e atrativa dos conteúdos em sala de aula. Além disso, ao utilizarmos jogos digitais em sala de aula estamos promovendo a inserção das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) nas aulas de Matemática, como recomendam diversos estudos e a própria BNCC para a educação básica, visto que é necessário promover a alfabetização e o letramento digital, de modo a oportunizar a inclusão digital aos estudantes que vivem nessa cultura inerente à toda sociedade (BRASIL, 2018).

Os docentes devem ter em mente que maioria dos estudantes no âmbito da educação básica já se enquadram no que chamamos de nativos digitais, aqueles que nasceram no meio tecnológico digital, e, portanto, é quase impossível falar em educação sem falar em tecnologia digital, principalmente após o início da pandemia da Covid-19, o mundo digital não foi apenas um meio facultativo de se usar, mas imprescindível. Além disso, Barroqueiro e Amaral (2011, p. 5) salientam a importância de o professor de Matemática utilizar elementos virtuais em sala de aula ao expor que é preciso:

> Ter em mente que os alunos do século XXI, alunos nativos digitais, passam a maior parte do tempo em um mundo virtual. O professor de Física ou Matemática necessita trabalhar o processo ensino-aprendizagem de tal forma que faça o aluno aproximar seu mundo virtual do cotidiano dele, mundo real, pois, assim, irá incentivá-los e eles ficarão motivados a aprenderem.

Em complemento, Barroqueiro e Amaral (2011, p. 4) informam que a aprendizagem significativa é a que mais se aproxima do nativo digital, pois “quanto mais se relaciona o novo conteúdo a ser aprendido à estrutura cognitiva prévia que tem um alto grau de relevância (núcleo de aprendizagem significativa é a composição da estrutura cognitiva inicial e o conteúdo relevante a aprender).”

É sabido que o jogo por si só não produz uma aprendizagem almejada, ele deve ser bem-intencionado pedagogicamente e explorado ao máximo, para que o estudante possa aprender de forma lúdica e não apenas jogue porque é puramente divertido. O jogo digital também é um aliado importante, já que faz com que os estudantes tenham maior engajamento e interesse em sala de aula para solucionar desafios e conseguir alcançar o objetivo do jogo proposto.

Alves e Coutinho (2020) levantam a hipótese de que o jogar pode ser capaz de ampliar o leque das possibilidades de aprendizagens, além de uma melhor percepção de seus efeitos por parte dos sujeitos.

Além disso, a intenção de utilizar os jogos em sala de aula não é transformar as escolas em uma espécie de “*lan house*”, como aponta Alves (2008, p. 8), “mas criar um espaço para os professores identificarem nos discursos interativos dos games, questões éticas, políticas, ideológicas, culturais, etc. que podem ser exploradas e discutidas com os discentes”.

Deste modo, o uso do jogo digital em sala de aula promove a inserção dos estudantes na cultura digital que estão habituados e os aproximam da realidade que vivem, além de dar brechas para uma afeição maior para a disciplina (neste caso de Matemática) por conta de uma ferramenta pedagógica que promove ludicidade e aprendizagem de modo mais espontâneo. A partir disso, podemos inferir que uma das estratégias para implementar o ensino dos tópicos acerca da probabilidade, de modo a promover uma aprendizagem eficaz desde os anos iniciais do ensino fundamental, pode ser o uso dos jogos digitais, e neste caso escolhemos a plataforma “*Wordwall*” para exemplificar um jogo probabilístico no mundo digital que logo mais será detalhado.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Este trabalho optou por utilizar o tipo de pesquisa qualitativa que, de acordo com Minayo *et al.* (2001, p. 14), “[...] envolve o trabalho com muitos significados, motivos e atitudes, que corresponde a um espaço profundo das relações, dos processos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”.

A escolha teve como foco de responder ao questionamento proposto, no que condiz com a preocupação em compreender e colaborar para resolução das problemáticas que estão presentes nas demandas atuais do contexto educacional, principalmente quando estas estão diretamente ligadas aos anos iniciais do ensino fundamental, período no qual o aluno está desenvolvendo os sentidos e conceitos dos conteúdos que são bases para sua alfabetização.

Assim, partimos da análise da bibliografia referente ao tema que é pertinente para nosso trabalho e desenvolvimento de um jogo digital na plataforma *Wordwall* nomeado por *Probabilicards* com o intuito de facilitar o ensino e a aprendizagem do conteúdo probabilístico para o 5º ano do ensino fundamental. Diante do desenvolvimento do jogo, propõe-se recurso pedagógico digital como proposta para intervenção no 5º ano do ensino fundamental, a fim de auxiliar no processo de ensino-aprendizagem dos alunos. No que diz respeito à proposta de intervenção, vemos como importante, no sentido de que a intervenção em sala de aula fortalece o olhar do professor, enquanto pesquisador, pois, torna sólida a ideia de buscar soluções para problemas que estão presentes na prática pedagógica, buscando além de ampliar os conhecimentos, contribuir para aquela realidade de sala de aula (GIL, 2010).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O jogo *Probabilicards* foi desenvolvido através do *Wordwall*, a plataforma que fornece vários exemplos de jogos para serem editados conforme o objetivo do criador/professor. A conta pode ser criada de modo gratuito e/ou pode ser logada com o próprio *e-mail* do usuário e senha. Atualmente, há uma limitação na quantidade de cinco jogos que podem ser desenvolvidos por cada professor, mas ainda assim é uma plataforma muito interessante e pode ser explorado de modo holístico pelo docente. Abaixo será apresentado o *Layout* com a diversidade de jogos que podem ser adaptados:

Figura 1: Jogos que podem ser adaptados com o *Wordwall*

Fonte: elaborado pelas autoras.

O *Probabilicards* foi feito com a opção que pode ser vista na figura anterior intitulada como "vire as peças", com a qual o docente pode criar *cards* com questionamentos que achar adequado para o momento de aplicação. O objetivo do jogo *Probabilicards* é fixar os conteúdos probabilísticos previstos até o 5º ano do ensino fundamental, como propõe a BNCC (BRASIL, 2018), podendo ser acessado a partir do *link*: https://wordwall.net/pt/resource/19292888.

É importante frisar que a finalidade do ensino de probabilidade, nesta etapa dos anos iniciais, é fazer com que o aluno compreenda que nem todos os fenômenos são determinísticos. Com isso, o professor pode ter facilmente o acesso aos tópicos específicos acerca da probabilidade que devem ser desenvolvidos a cada ano, e assim adaptar o jogo do melhor modo possível, seja para alguma turma específica ou para o 5º ano que irá englobar todos os tópicos dos anos iniciais do ensino fundamental.

Figura 2: Visualização inicial *Probabilicards*

Fonte: elaborado pelas autoras.

No *Probabilicards*, colocamos questões direcionadas ao 5º ano do EF e é esperado que o estudante consiga responder e argumentar com fatos suas respostas de acordo com seus conhecimentos probabilísticos e prévios acumulados ao longo da educação básica. Além disso, ao clicar no *link* disponível, é possível ver que o *Wordwall* disponibiliza outros modelos para se experimentar o mesmo jogo, e isso é bastante útil, visto que o professor tem a possibilidade de adaptar um jogo e o *Wordwall* fornece outros modelos (outras perspectivas do mesmo jogo). A seguir, é possível observar os cards criados no jogo, sendo eles a visão inicial que o jogador terá quando ingressar no *Probabilicards*:

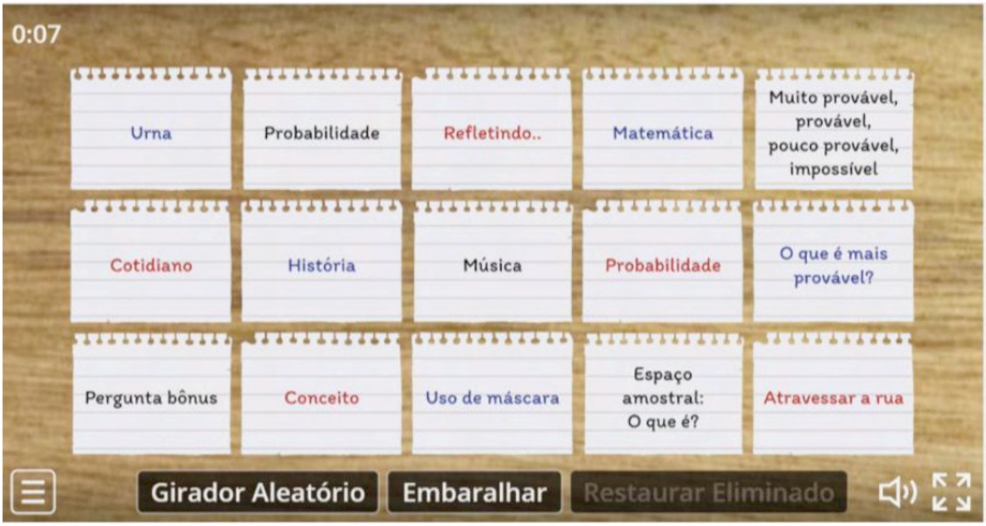


Figura 3: Início do jogo *Probabilicards*

Fonte: elaborado pelas autoras.

O jogo possui 15 *cards* contendo pistas na parte frontal sobre as perguntas que estão na parte traseira. A proposta é fazer com que os alunos respondam aos questionamentos de modo consciente, praticando aquilo que foi visto sobre o conteúdo probabilístico. O *Probabilicards* pode ser aplicado de modo individual ou coletivo, e aqui nós sugerimos que o professor divida a turma em dois grandes grupos e observe a equipe que mais conseguir responder perguntas para ser considerada vencedora.

O planejamento é ponto essencial em cada etapa do processo e é importante que o docente conheça sua turma, para saber lidar do melhor modo com a aplicação, seja ela individual, aos pares ou em grupos. Os *cards* contêm perguntas sobre os conceitos de probabilidade como evento, espaço amostral, história, entre outros, lembrando que até o 5º ano do EF o aluno já deve ser capaz de expressar a probabilidade através de frações e porcentagem. A seguir, veremos alguns exemplos práticos de questionamentos do jogo:

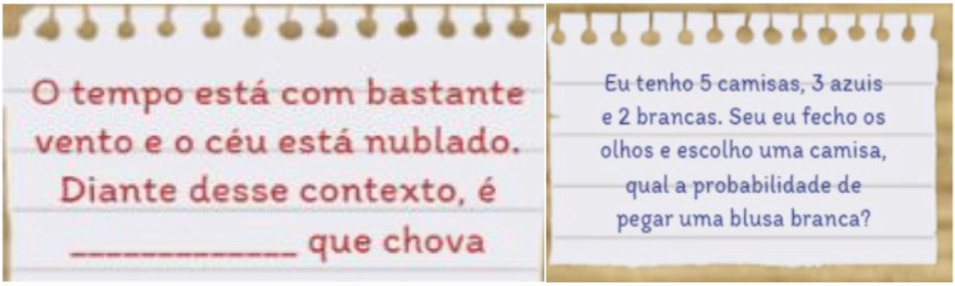


Figura 4: Exemplos de questionamentos do jogo

Fonte: elaborado pelas autoras.

Acima observamos dois questionamentos, um mais simples e um mais complexo de acordo com os graus de dificuldade que vão surgindo ao longo dos anos letivos. No exemplo do canto esquerdo da figura 3, o estudante deve reconhecer se o evento chover é provável, muito provável, pouco provável, certo ou impossível. Já no exemplo do lado direito da figura 3, o estudante pode responder o questionamento em forma de fração, porcentagem ou número decimal e ainda explicar o motivo pelo qual escolheu responder com determinada representação. As formas de abordar e analisar as potencialidades do jogo são diversas e o professor pode ser autônomo para adequá-las aos seus principais objetivos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante de tudo que foi discutido, podemos concluir que a probabilidade está inserida no cotidiano da sociedade, assim como a necessidade de se compreender como analisar as ocorrências dos fenômenos que acontecem na vida humana. Por ser tema essencial para lidar com o mundo que vivemos, o conteúdo probabilístico deve ser ensinado desde os anos iniciais do ensino fundamental como proposto pela BNCC (BRASIL, 2018) e como já vinha sendo apontado em estudos como de Lopes (2008), Batanero (2001) e Gal (2005).

Retomando ao questionamento proposto, acreditamos que o uso desse jogo em sala de aula pode despertar um olhar mais atrativo do aluno para a aula de Matemática, além de proporcionar momentos de competições saudáveis, conscientes, compreendendo e levando o aluno a desenvolver competências gerais e habilidades essenciais para seu crescimento como cidadão crítico (BRASIL, 2018). Ademais, para êxito na execução do *Probabilicards*, o aluno precisa de fato ter as noções probabilísticas e organizar suas ideias, e essa característica do jogo pode fazer com que o aluno tenha mais atenção durante a aula para aprender os conceitos, com o intuito de conseguir êxito na atividade digital, além do professor promover o ensino probabilidade através do uso de tecnologias digitais, neste caso, o *Probabilicards*.

No que se refere aos diferentes modelos que o *Wordwall* disponibiliza para o jogo *Probabilicards*, eles podem auxiliar no processo de aprendizagem de Probabilidade, englobando tanto a função lúdica como a função pedagógica que dá apoio para o aluno fixar/revisar conteúdos de probabilidade e compreender os fenômenos probabilísticos, a fim de que possam perceber e aplicar os conceitos no dia a dia de uma forma mais natural, dando significado para a aprendizagem.

Por fim, é possível refletir sobre a necessidade de se desenvolver materiais pedagógicos que possam promover uma aprendizagem significativa de modo prático, trazendo assim novos olhares que colaborem para a aprendizagem dessas novas demandas educacionais. Perante uma sociedade e um público que estejam inseridos em uma realidade ligada ao mundo digital, que tem uma forma de processamento de informação, de uso e de compreensão tão próprio, moderno e rápido.

REFERÊNCIAS

ALVES, L. Relações entre os jogos digitais e aprendizagem: delineando percurso. **Educação, Formação & Tecnologias**, v. 1, n. 2; p. 3-10, nov. 2008.

ALVES, L.; COUTINHO, I. J. **Jogos digitais e aprendizagem:** fundamentos para uma prática baseada em evidências. Papirus Editora, 2020.

BARROQUEIRO, C. H.; AMARAL, L. H. O uso das tecnologias da informação e da comunicação no processo de ensino-aprendizagem dos alunos nativos digitais nas aulas de física e matemática. **Revista REnCiMa**, v. 2, n. 2, p. 123-143, 2011.

BATANERO, C. **Didáctica de la estadística.** Universidade de Granada: Espanha. Disponível em: <http://www.ugrs.es/~batanero>. Acesso em: 20 dez. 2011

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. Secretaria de Educação Básica. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: Educação Estatística. Brasília: MEC, SEB, 2014.

______. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica**, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília: MEC, 2001.

______. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Brasília: MEC, 1996.

CALABRIA, A. R.; CAVARARI, A. F. **Um passeio histórico pelo início da teoria das probabilidades.** Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/335/o/Um_passeio_hist%C3%B3rico_pelo_in%C3%ADcio_da_teoria_das_probabilidades-Mariana_Feiteiro_Cavalari_e_Ang%C3%A9lica_R._Cal%C3%A1bria.pdf?1409001312>. Acesso em: 20 dez. 2021.

CARVALHO, D. L.; OLIVEIRA, P. C. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura em matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, 25., 2002, Caxambu. **Anais**... Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002. 1 CD.

DANTAS, C. A. B. **Probabilidade:** um curso introdutório. 3. ed. São Paulo: Editora EdUSP, 2008.

FERNANDES, J. A. S. **Intuições e aprendizagem de probabilidades:** uma proposta de ensino de probabilidades no 9 º ano de escolaridade. 1999. 461 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Minho, Braga, Protugal, 1999.

GAL, I. Towards ‘probability literacy’ for all citizens. *In*: JONES, G. (Ed.). **Exploring probability in school:** challenges for teaching and learning. Kluwer Academic Publishers, p. 43-71, 2005.

GAMA, M. A. **Probabilidade:** uma abordagem mais próxima do cotidiano. 2018. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2010.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cadernos Cedes**, v. 28, p. 57-73, 2008.

MAGALHÃES, M. N. **Noções de probabilidade e estatística.** 6. ed. São Paulo: IME/SP: EdUSP, 2004.

MINAYO, M. C. S. *et al*. **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001.

PELIZZARI, A. *et al*. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **Revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002.

ROCCO. L. R. O. **História da teoria das probabilidades.** Disponível em: https://www3.unicentro.br/petfisica/2020/04/02/historia-da-teoria-das-probabilidades/#:~: text=A%20Teoria%20das%20Probabilidades%20surgiu,e%20amigos%20de%20longa%20data. Acesso em: 19 dez. 2021.

UNIVESP. **História da Matemática - Aula 14 – Probabilidade.** Youtube, 02 de outubro de 2017. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=r0GnS_SWU2s. Acesso em: 19 dez. 2021.

CAPÍTULO 18

O USO DE METODOLOGIAS ATIVAS NA APRENDIZAGEM DE MATEMATICA EM NÍVEL SUPERIOR COMO FORMA DE PROMOVER A QUALIDADE NO ENSINO

Rogerio Harada do Nascimento
Especialista em Docência do Ensino Superior (UPM) e em Análise de Data Mining (FIA), graduado em Licenciatura em Matemática (UNINOVE). E-mail: roger.hn@outlook.com.

1 I INTRODUÇÃO E PROBLEMATIZAÇÃO

Desde as séries iniciais até término do ensino médio é comum ouvir relatos sobre as dificuldades enfrentadas pelos estudantes com relação ao aprendizado da matemática. Elas acompanham a maior parte dos alunos durante a educação básica, chegando no ensino superior como uma sobrecarga considerável acumulando uma defasagem no conhecimento dos fundamentos básicos dessa matéria. Em função dessas lacunas, muitos alunos acabam desistindo de sua formação em nível superior por conta das barreiras no entendimento do conteúdo matemático para esse nível.

Os estudos que buscam identificar as causas do baixo rendimento escolar em matemática, em qualquer nível de ensino, acabam convergindo para duas principais razões: a má formação do professor em nível superior e o baixo incentivo para seguir na profissão. Para ajudar a contornar esses obstáculos, nas últimas décadas têm surgido ferramentas que contribuem para uma melhor formação: descobertas relacionadas às neurociências educacionais que direcionam o docente para uma melhor atuação em sala de aula, novas metodologias de ensino que contribuem para uma ação mais eficiente e, tecnologias computacionais que apoiam os professores, tornando o seu trabalho mais produtivo, interativo e dinâmico.

No entanto, ainda há um longo caminho pela frente, para que os indicadores que apontam o Brasil como um dos últimos países em qualidade na educação matemática, possam melhorar. Por enquanto, e por amor à profissão, muitos docentes abraçam as novas tecnologias, as novas metodologias e as bem-vindas pesquisas em neurociências a fim de melhorar sua ação educacional. Não restam dúvidas de que as novas tendências apoiam e elevam a qualidade de ensino. Resta saber se os resultados na educação matemática irão se recuperar tão bem quanto os docentes se recuperam frente aos inúmeros desafios inerentes à profissão de professor.

1.1 Delimitação do estudo

O presente estudo foi desenvolvido tendo como campo para a pesquisa, quatro principais dificuldades relacionadas ao aprendizado da matemática.

Buscou-se correlacionar as dificuldades

apresentadas com uma metodologia ativa de ensino com o objetivo de apresentar uma possível solução para o problema de aprendizado identificado.

Para dar maior apoio na escolha da metodologia apropriada para cada tipo de dificuldade encontrada também, foram utilizadas as recentes descobertas em neurociência na área educacional, com o intuito de ratificar as correlações propostas.

2 | REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico da presente pesquisa foi estruturado em cinco tópicos, a saber: um estudo publicado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a publicação da nota do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (*Programme for International Student Assessment*) – PISA, um estudo publicado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática; as metodologias ativas e as contribuições da neurociência para a educação.

2.1 Um estudo publicado pelo IBGE

Um estudo publicado pelo IBGE (2017) revelou que o Brasil possui cerca de 7% de analfabetos entre pessoas maiores de 15 anos. Nesse grupo, fazem parte pessoas que não sabem ler nem escrever. Ainda no estudo foi identificado que 29% da população brasileira é analfabeta funcional, ou seja, sabem ler e escrever, mas não sabem interpretar o que foi escrito. Quando o assunto é alfabetização matemática, os resultados ficam ainda mais preocupantes. Dentro dos 29% da população informada, encontram-se pessoas que conseguem ler números, mas tem grande dificuldades em entender proporções, bem como interpretar gráficos e tabelas. Cerca de 80% dessas pessoas que fazem parte dos 29% não sabem resolver nenhum tipo de cálculo. Uma realidade bem assustadora em termos de educação matemática brasileira. O analfabetismo matemático, que é a incapacidade de mobilizar conhecimentos associados à quantificação, operações e interpretações gráficas, está associado fortemente ao baixo desenvolvimento de um país. Um levantamento da consultoria Deloitte (IMPA, 2021) aponta que em média 16% do Produto Interno Bruto (PIB) de um país desenvolvido vem de áreas ligadas à matemática.

2.2 Publicação da nota no PISA

A Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) é o órgão responsável pela realização do PISA. A OCDE é um órgão intergovernamental composto atualmente por 38 nações. Para se ter uma ideia de sua influência no mundo seu PIB nominal global representa algo próximo de 62%. O PISA tem como objetivo central identificar possíveis problemas educacionais dos países que participam da avaliação. Atualmente, o PISA conta com a participação de 79 países. Em sua última edição (PISA, 2018), o Brasil amargou a lamentável 74ª posição em matemática. Isso significa que o país está em quase último lugar quando o assunto é educação matemática. Um resultado desanimador para muitos educadores no país.

No PISA, participam alunos do ensino fundamental e médio. O exame é considerado a maior avaliação sobre educação no mundo, pois além da matemática faz avaliações relacionadas à leitura e à ciência. Os resultados do PISA refletem os cuidados com a educação que o país tem.

2.3 Um estudo publicado pela sociedade brasileira de educação matemática

Um resumo das principais dificuldades encontradas na aprendizagem de matemática no ensino superior foi publicado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (MASOLA; VIERIA; ALLEVATO, 2016). São eles: dificuldades em cálculo juntamente com ausência de conceitos básicos matemáticos; as dificuldades com leitura e escrita matemática; e a falta de curiosidade e dificuldades com raciocínio lógico.

2.4 Contribuições das neurociências para a educação

Um dos grandes avanços no estudo do comportamento e aprendizado que vem ocorrendo nas últimas décadas está relacionado à neurociência. Não somente na área educacional, as neurociências buscam solucionar problemas encontrados em diversas frentes, por exemplo, relacionados ao sistema nervoso central, sistema nervoso periférico, funcionamento do cérebro e da cognição humana relacionado ao aprendizado. Na área educacional, Willingham (2011) fez uma grande contribuição com seu livro *Por que os alunos não gostam da escola? Respostas da Ciência Cognitiva Para Tornar a Sala de Aula Mais Atrativa e Efetiva*.

> Ao contrário do que se acredita, o cérebro não é projetado para pensar, ele foi projetado para evitar que você tenha que fazer isso. O cérebro, na realidade, não é muito bom em pensar – o processo é demorado e incerto. Ainda assim, as pessoas gostam quando o trabalho mental é bem-sucedido. Elas gostam de resolver problemas, mas não de trabalhar em problemas sem solução. Se as tarefas escolares sempre são difíceis demais para um aluno, não deve surpreender que ele não goste da escola. (WILLINGHAM, 2011, p. 15)

2.5 As Metodologias Ativas

As metodologias ativas têm como foco o aluno. É uma construção educacional que tem como princípio a ação, a reflexão da ação e ação novamente. O aluno que, no formato tradicional, tinha como objetivos ouvir o professor, decorar as lições, tem, no formato ativo, um papel diferente: autonomia e participação, “metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida". (BACICH; MORAN, 2018, p. 41).

A aprendizagem através da transmissão do conhecimento, meio tradicional, é importante, pois fundamenta o ensino. No entanto, a aprendizagem, envolvendo a participação, o questionamento, a ação, a reflexão, a atitude, ativa na aquisição do conhecimento, se torna o ponto fundamental para o entendimento mais profundo daquilo que se aprende em sala de aula. Portanto, o objetivo desse método é fazer com que os alunos aprendam de forma participativa, considerando a interação professor-aluno e aluno-aluno, baseada em situações e problemas reais que acontecem principalmente no cotidiano de quem está aprendendo. A construção do conhecimento é conjunta e o aluno é uma peça ativa nessa interação.

Para colocar em prática seus princípios de ensino e aprendizagem, o modelo ativo lança mão de uma série de estratégias que buscam dar forma ao conhecimento para uma melhor aquisição por parte dos estudantes. Conheceremos algumas das principais técnicas de aprendizagem ativas encontradas no livro *Metodologias Ativas para uma Educação Inovadora* dos autores e organizadores Lilian Bacich, bióloga e educadora, e José Moran, Doutor em Comunicação pela Universidade de São Paulo (USP). A obra foi publicada no Brasil em 2018, pela Editora Penso (BACICH; MORAN, 2018).

2.5.1 Sala de aula invertida

De forma reducionista, a aula invertida seria ler e pesquisar os materiais referentes à aula e, no momento presencial, fazer discussões e tirar dúvidas em relação ao que foi estudado, ou seja, inverter a ordem da aula tradicional: "[...] porém, a inversão tem um alcance maior quando é combinada com algumas dimensões da personalização." (BACICH; MORAN, 2018, p. 56).

2.5.2 Aprendizagem baseada em problemas

Quando o assunto metodologias ativas é abordado, a aprendizagem baseada em problemas vem se mostrando como um dos caminhos mais interessantes na aprendizagem. A essência desse método é levar ao desenvolvimento do pensamento crítico, investigativo e autônomo do educando. Isso envolve pesquisar, fazer os questionamentos, ir atrás das possíveis soluções em grupo ou individualmente e, por fim, fazer as devidas conclusões: "o foco da aprendizagem baseada em problemas é a pesquisa das diversas causas possíveis para um problema." (BACICH; MORAN, 2018, p. 59).

2.5.3 Aprendizagem baseada em projetos

Parecida com a aprendizagem baseada em problemas, o método de aprendizagem baseada em projetos, em essência, tem como objetivo “[...] desenvolver um projeto que tenha ligação com a vida fora da sala de aula.” (BACICH; MORAN, 2018, p. 60). Uma das importantes finalidades, desse método, é a aprendizagem em realizar as tarefas que são encontradas no dia a dia dos alunos de forma criativa, crítica e competente.

2.5.4 Aprendizagem por jogos ou gamificação

Se a aprendizagem baseada em problemas vem se mostrando uma das formas mais interessantes para desenvolver o pensamento crítico em sala de aula, a metodologia de aprendizagem por jogos é de longe a maneira mais eficiente de se aprender. “Desde sempre a maneira mais eficiente de se aprender é por meio de histórias e por meio de jogos.” (BACICH; MORAN, 2018, p. 67).

As metodologias ativas, tendo como princípio o desenvolvimento do aluno e colocando este no centro do processo de ensino-aprendizagem, vêm ocupar um espaço essencial dentro e fora da sala de aula: envolver o aluno para que ele mesmo possa aprender a descobrir, investigar e resolver problemas: “as metodologias ativas são caminhos para avançar no conhecimento profundo, nas competências socioemocionais e em novas práticas.” (BACICH; MORAN, 2018, p. 69). Em outras palavras, quando as metodologias ativas são utilizadas o processo de descoberta do conhecimento é tal como acontece na vida, onde as soluções elaboradas durante o processo são encontradas durante o caminho.

> Aprendemos desde que nascemos a partir de situações concretas, que pouco a pouco conseguimos ampliar e generalizar, e aprendemos também a partir de ideias ou teorias para testá-las depois no concreto (processo dedutivo), não apenas para nos adaptarmos à realidade, mas, sobretudo, para transformar, para nela intervir, recriando-a. (BACICH; MORAN, 2018, p. 2)

3 | METODOLOGIA DA PESQUISA

Esse artigo é uma pesquisa bibliográfica, de natureza teórica e tem uma abordagem qualitativa. Para Sakamoto e Silveira (2014, p. 48), essa abordagem “não tenta controlar o contexto da pesquisa, e, sim, captar o contexto na totalidade”, além de “analisar as informações narradas de uma forma organizada, mas intuitiva”. E para as mesmas autoras, a pesquisa bibliográfica é aquela que “se destina ao levantamento de referencial bibliográfico acerta de um tema” (SAKAMOTO; SILVEIRA, 2014, p. 51). Por se tratar de uma pesquisa bibliográfica, a fonte de dados e sua análise é conceitual, advindas de fontes teóricas.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

As metodologias ativas cujos principais objetivos são: dar autonomia para o aluno, ensiná-lo a pensar; dar a ele ferramentas de desenvolver o raciocínio; e estimular a cooperação na busca de soluções para os problemas em sala de aula, parecem se encaixar perfeitamente como solução para as dificuldades encontradas no aprendizado da matemática. Segundo os estudos de neurociências, tanto das dificuldades pelas quais passa o ensino de matemática, como também dos professores que precisam de uma nova formação e uma nova maneira de ensinar as ciências exatas para seus alunos que naturalmente não são projetados para pensar.

Sendo assim, ao correlacionarmos as metodologias ativas citadas em Bacich e Moran (2018) e os apontamentos encontrados em Masola, Vieria e Allevato (2016), é possível estabelecer uma correspondência entre as principais metodologias ativas citadas como uma proposta em melhorar as principais dificuldades encontradas na compreensão da matemática embasados nas recentes descobertas das neurociências encontradas em Willingham (2011).

4.1 Sala de aula invertida x falta de curiosidade

As pessoas são naturalmente curiosas, mas a curiosidade é frágil. Um interessante gráfico relacionado com a curiosidade de resolver problemas é apresentado na figura abaixo também encontrado em Willingham (2011).

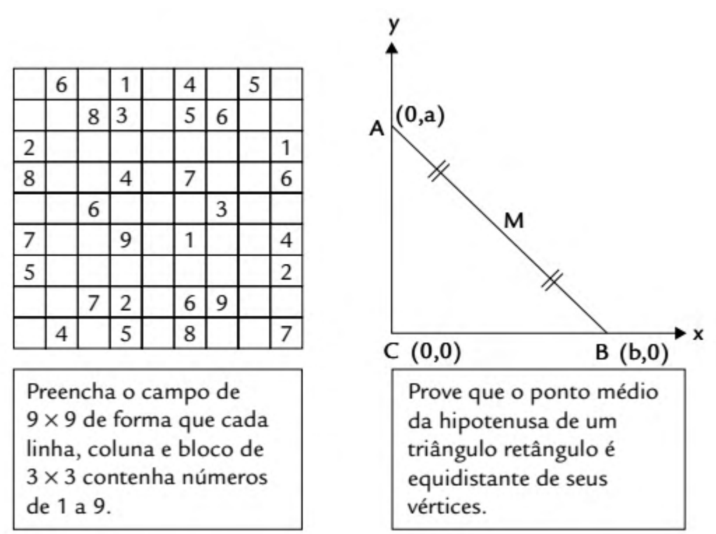


Figura 1 - Por que tantas pessoas ficam fascinadas por problemas como o apresentado à esquerda e pouquíssimas se empenham voluntariamente em cálculos como o da direita?

Fonte: Willingham (2011, p. 22).

A resposta à pergunta, segundo o autor, pode parecer óbvia. Palavras cruzadas são divertidas e a matemática é chata. No entanto, a neurociência revela outra perspectiva:

> Essa análise dos tipos de atividade mental que as pessoas procuram ou evitam pode proporcionar uma resposta sobre o porquê de muitos alunos não gostarem da escola. Trabalhar em problemas de nível de dificuldade adequado é recompensador, mas lidar com problemas simples demais ou complicados demais é desagradável. Os alunos dificilmente podem optar a respeito desses problemas da maneira que os adultos geralmente podem. Se o aluno se depara com atividades difíceis demais rotineiramente, é fácil imaginar que ele não dará muita atenção à escola. Eu não iria querer resolver as palavras-cruzadas do New York Times durante várias horas por dia. (WILLINGHAM, 2011, p. 24)

A questão relacionada à falta de curiosidade matemática é apontada como um dos principais problemas em sua aprendizagem, segundo a neurociência, pode estar relacionada a uma certa “falta de calibragem” na dose certa se tratando no nível de dificuldade oferecido pelas questões que são propostas aos alunos. Nesse sentido, a metodologia ativa denominada sala de aula invertida encontrada em Bacich e Moran (2018), diz respeito a esse assunto sobre curiosidade. A sala de aula invertida é uma técnica na qual o professor pode lançar mão para estimular os alunos a serem produtores e socializadores do conhecimento. O maior benefício da sala de aula invertida é a interação do professor-aluno e aluno-aluno. Como a maior parte do tempo, o professor passa de expositor para um orientador da aprendizagem, o maior benefício está em saber dosar os níveis de materiais, a ponto de despertar a curiosidade nos estudantes.

Inúmeras ferramentas tecnológicas existem para facilitar a abordagem e a orientação do professor no sentido da curiosidade, respeitando os achados da neurociência, por exemplo, o professor tem hoje a disposição tecnologias como filmes, internet, documentários, pode também utilizar redes sociais para compartilharem os achados com todos os outros alunos e pode estimular a produção de conhecimento em ferramentas compartilhadas em nuvem.

Despertar a curiosidade e saber qual a dose correta de dificuldade a ser ensinada pode não ser uma tarefa simples. No entanto, tanto as metodologias ativas quanto à neurociência apoiam as mudanças e norteiam a ação docente rumo a um futuro melhor para aumentar a curiosidade no aprendizado de matemática.

4.2 Aprendizagem baseada em problemas X falta de base

Segundo Willingham (2011), para ensinar bem, você deve prestar grande atenção aquilo que uma tarefa fará os alunos pensarem, porque é disso que eles irão lembrar, e não daquilo que você deseja que eles pensem. Qualquer professor, segundo o autor, já passou por uma situação parecida: faz uma aula cheia de exemplos incríveis, coloca muitas cores, traz conteúdo aprofundado e no dia seguinte os alunos não se lembram de nada a não ser da piada que você fez no intervalo das aulas. E a resposta da ciência cognitiva para essa questão de esquecimento é objetiva: faça-os pensar sobre o que algo significa, utilizando um método para realizar tal tarefa – estrutura de história, por exemplo.

Em Bacich e Moran (2018), a metodologia ativa denominada Aprendizagem Baseada em Problemas geralmente tem a seguinte ordem didática: raio-x da experiência, exploração, investigação, resolução do problema em si e avaliação.

> A articulação entre todas as etapas visa garantir o engajamento cognitivo e o enfoque profundo dos alunos nas situações-problema. E a contextualização cognitiva tem como objetivo propor desafios alcançáveis para uma aprendizagem por meio da experimentação e enfrentamento de situações-problema, partindo do concreto e conhecido para alcançar o mais abstrato e distante. (BACICH; MORAN, 2018, p. 339).

Em Masola, Vieira e Allevato (2016), os autores declaram que nas pesquisas foram identificados que os discentes são condicionados a resolver problemas de forma mecânica, priorizando procedimentos técnicos, sem usar a reflexão, em usar história que tragam significados. E essa é a correlação que as recentes pesquisas na área da neurociência trazem: sem significado os alunos não lembrarão de nada a não ser a piada que o professor fez no intervalo entre as aulas na escola.

Trazer significado é a essência da metodologia ativa baseada em problemas. Diferente dos livros didáticos, que as soluções já estão todas disponíveis, na metodologia baseada em problemas os alunos são estimulados a irem atrás de suas próprias respostas. São estimulados a encontrarem suas próprias soluções. O aluno é estimulado a construir sua própria experiencia de aprendizado, e assim construir sua história que tenha significado fazendo assim que as lições não sejam esquecidas no futuro.

4.3 Aprendizagem baseada em projetos X dificuldade em ler matemática

Durante o aprendizado de matemática grande parte dos alunos mencionam a dificuldade em abstrair seus conceitos e aplicá-los no mundo real (MASOLA; VIERIA; ALLEVATO, 2016). Uma operação aritmética feita em sala de aula, por exemplo, a soma de frações, acaba não sendo utilizada na vida fora da escola porque os alunos não conseguem entender em que momento os conceitos podem ser aplicados fora da aula.

> Abstração é a meta da escolarização. O professor quer que os alunos sejam capazes de aplicar a aprendizagem de sala de aula em novos contextos, inclusive aqueles fora da escola. O desafio é que a mente não se interessa por abstrações, ela prefere o concreto. É por isso que, quando encontramos um

> princípio abstrato – uma lei da física como força = massa X aceleração – nós solicitamos um exemplo concreto para facilitar a compreensão. O princípio cognitivo que orienta esse aprendizado é: Compreendemos novas coisas no contexto de coisas que já sabemos, e a maioria daquilo que sabemos é concreto. (WILLINGHAM, 2011, p. 86)

De maneira geral, as dificuldades apontadas pelos autores citados dizem respeito à falta de habilidades dos alunos em aprender abstrações. Não relacionam os conteúdos com sua vida real e sentem dificuldades em fazer generalizações.

Os desafios da aprendizagem abstrata, segundo a neurociência, passam por sabermos relacionar tudo aquilo que é abstrato com aquilo que seja concreto para nós. Ou seja, tudo aquilo que sabemos de certa maneira que funciona na realidade, na vida prática, na vida concreta. Segundo Willingham (2011), o melhor caminho é expor aos alunos a muitas e diferentes versões da mesma abstração – isto é, fazer os alunos calcularem, área por exemplo, em diversos problemas como áreas de suas próprias mesas na escola, portas, cadernos, quadras, campos de futebol etc. Nesse sentido, a abstração área será aprendida, pois saberemos relacionar facilmente com situações concretas que experimentamos e saberemos como resolvê-las.

A metodologia ativa aprendizagem baseada em projetos traz justamente essa proposta: ensinar os estudantes a tornar o conhecimento aplicável mesmo que não necessariamente em algo concreto.

> Por meio dos projetos, são trabalhadas também suas habilidades de pensamento crítico e criativo e a percepção de que existem várias maneiras de se realizar uma tarefa, competências tidas como necessárias para o século XXI. Os alunos são avaliados de acordo com o desempenho durante as atividades e na entrega dos projetos. (BACICH; MORAN, 2018, p. 61)

Em Resende (2013), uma das principais queixas sobre a aprendizagem em matemática está na dificuldade dos alunos em fazer a relação dos conteúdos aprendidos com a sua vida no dia a dia. Fazer a relação dos conteúdos abstratos da matemática com as questões concretas da vida cotidiana não é uma tarefa simples como muitos docentes imaginam que seja. As neurociências trazem, do ponto de vista científico, uma resposta objetiva para esse problema: expor os alunos, os aprendizes, a diversas situações problemas, a diversos projetos, a diversas versões da mesma questão ao ponto de saberem abstrair diante de inesperados desafios tomando como base as situações concretas que já experimentaram. As neurociências trazem as respostas e as metodologias ativas, os métodos.

4.4 Gamificação X dificuldade com raciocínio lógico

O raciocínio lógico é inerente ao estudo das ciências exatas. As operações matemáticas requerem lógica na sua organização como um todo. Conforme aponta Masola, Vieria e Allevato (2016), o aprendizado e o domínio do raciocínio lógico requerem muito trabalho dos estudantes e acaba por ser uma grande barreira no entendimento da matemática durante a vida escolar. Para driblar esse grande obstáculo, o autor Willingham (2011) propõe muita prática que segundo ele leva a perfeição.

> Você não pode tornar-se um bom jogador de futebol se, enquanto dribla, estiver concentrado na força com a qual deve acertar a bola, em qual parte do pé utilizar etc. Processos de nível mais baixo como esses, devem vir a ser automáticos, abrindo espaço para preocupações mais sofisticadas, como estratégias de jogo. (WILLINGHAM, 2011, p. 102)

Para sustentar ainda mais seus argumentos em favor da prática o mesmo autor propõe um pequeno exercício conforme mostra a figura abaixo.

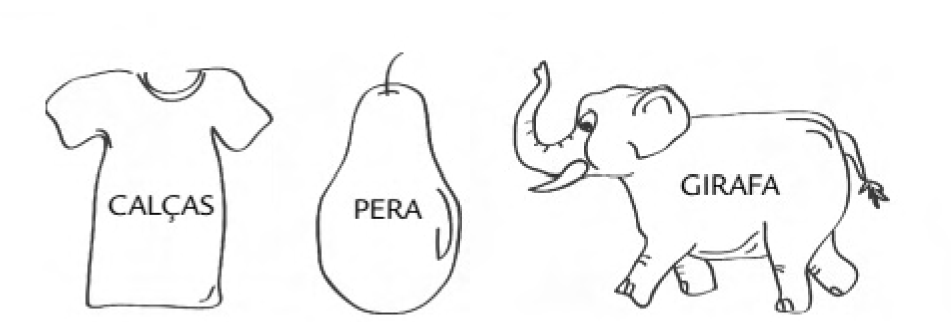


Figura 2 – Nomeie cada figura ignorando o texto. É difícil fazer isso quando o texto não combina com a imagem, pois a leitura é um processo automático

Fonte: WILLINGHAM (2011, p. 106).

> A figura 2 oferece uma ideia de como um processo automático opera, mas ele é um exemplo atípico, porque o processo automático interfere naquilo que você está tentando fazer. Na maioria das vezes, os processos automáticos ajudam em vez de atrapalhar. (WILLINGHAM, 2011, p. 107)

A prática leva a experiência segundo as lições da neurociência. Nesse sentido, as dificuldades relacionadas com o raciocínio lógico encontrados em muitos assuntos que dizem respeito à aprendizagem da matemática tem suas raízes na falta de prática. Resende (2013) apontou esse problema da falta de prática, como sendo um dos motivos citados do ponto de vista dos docentes para explicar as razões do baixo aprendizado em matemática.

As metodologias ativas trazem fluência para a questão da prática com o método da gamificação. Em termos simples, gamificação é trazer o ambiente do jogo, principalmente do videogame, que se tornou muito popular nas últimas décadas, para a sala de aula. Os jogos possuem bastante similaridade com as metodologias ativas: buscam metas e recompensas, estimulam o desenvolvimento (passar fases), provocam competição sadia (quem poderá vencer), resolvem problemas (encontram saídas e soluções) e por fim colabora para o protagonismo (o jogador/aluno vai até o final para receber sua vitória). Não é por acaso que essa metodologia muitas vezes faz brilhar os olhos dos jovens, pois eles estão acostumados com esse território, mas, outras vezes fazem torcer o nariz dos docentes, pois estes não estão habituados com tanta tecnologia.

Jogar, principalmente jogos eletrônicos, envolve lógica. E é justamente essa habilidade requerida com um fator decisivo na compreensão da matemática.

> Se a prática faz os processos mentais se tornarem automáticos, podemos perguntar que processos precisam se tornar automáticos. A recuperação de fatos numéricos parece um bom candidato, assim como a identificação dos sons das letras. Um professor de ciências pode decidir que seus alunos precisam ter internalizados alguns fatos sobre elementos químicos. Em geral, os processos que necessitam se tornar automáticos são a base das habilidades que proporcionarão o máximo de benefícios. Essa base é o que precisa ser praticado em uma matéria específica; dominá-la é o pré-requisito para o avanço na aprendizagem. (WILLINGHAM 2011, p. 117)

Se tratando de aprendizagem não há atalhos. As dificuldades encontradas pelos alunos em “decorar” conceitos matemáticos e com isso não possuírem raciocínio lógico tem respaldo neurocientífico. É necessário prática para internalizá-los. A gamificação aplicada com todos os cuidados por um docente experiente pode fazer toda a diferença.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diversos estudos publicados nas últimas duas décadas sobre a educação matemática no Brasil apontam para um cenário educacional que necessita urgentemente de reformas. A educação, como um todo, ainda sofre no país, mas a educação matemática sofre ainda mais. Em linhas gerais, conforme os estudos identificaram, é possível citar duas principais causas desse problema: a má formação do professor e o baixo incentivo profissional por parte dos poderes públicos. Ainda não foi possível eliminar os problemas relacionados à política educacional brasileira, sendo assim, numa luta heroica, os docentes se antecipam em possíveis soluções para a reforma educacional e uma formação melhor e, trazem para o debate as metodologias ativas para uma educação de qualidade.

As metodologias ativas vêm como uma promessa de melhora na educação. Ainda não é possível afirmar seu papel numa possível mudança de uma baixa qualidade de ensino para um patamar de alta qualidade. No entanto, os estudos identificaram que as metodologias ativas podem contribuir para o objetivo.

Dando força para as metodologias ativas estão as neurociências educacionais. Nas últimas décadas, os estudos sobre como ocorre o aprendizado vêm ganhando cada vez mais consistência e, estão trazendo muita qualidade na aplicação mais eficiente dos métodos de educação. Nesse novo cenário de pesquisa educacional, as metodologias ativas parecem ratificar os achados das neurociências e de caminhos mais eficientes para o aprendizado.

Há vários métodos dentro das metodologias ativas, sendo ainda é necessário colocar à prova numa sala de aula todos eles para se chegar a uma conclusão mais consistentes a respeito da sua eficácia. No entanto, pelos estudos, pelas aplicações práticas de docentes identificados nos diversos artigos, as metodologias apontam para um futuro promissor na educação matemática brasileira aumentando sua qualidade sem precedentes na história.

REFERÊNCIAS

BACICH, L.; MORAN, J. (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora:** uma abordagem teórico-prática. 1. ed. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, matemática e ciências no Brasil**. INEP-MEC, 3 dez. 2019. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/acoes-internacionais/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil. Acesso em: 1 fev. 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (Pnad Contínua) de 2017**. Disponível em: https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-noticias/2012-agencia-de-noticias/noticias/21255-analfabetismo-cai-em-2017-mas-segue-acima-da-meta-para-2015.html. Acesso em: 1 fev. 2021.

INSTITUTO DE MATEMATICA PURA E APLICADA (IMPA). Coordenação de captação de recursos e divulgação da matemática. **Há poucos matemáticos para um novo mercado**. Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: https://impa.br/noticias/no-valor-viana-fala-sobre-matematica-e-mercado-de-trabalho/. Acesso em: jul. 2021.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANISIO TEIXEIRA (INEP). Pisa 2018: **Relatório Brasil no PISA 2018**. Brasília, DF: INEP, 2018. Disponível em https://bit.ly/2Yvjftb. Acesso em: 1 fev. 2021.

MASOLA, W. J.; VIEIRA, G.; ALLEVATO, V. N. S. G. Ingressantes na educação superior e suas dificuldades em matemática: uma análise. **Anais dos X e XI ENEMs**. 2016. Artigo (Comunicação Científica) – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. Disponível em: https://bit.ly/3zZgezq. Acesso em: jun. 2021.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. B. **Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis, MG**. 2013. Artigo (Pesquisa Científica em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, Minas Gerais, 2013. Disponível em: https://bit.ly/3ySn0p1. Acesso em: jun. 2021.

REVISTA DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA (RPM). **RPM 53: A Crise no Ensino de Matemática.** Rio de Janeiro, RJ: Sociedade Brasileira de Matemática, 2003. Disponível em: https://www.rpm.org.br/cdrpm/53/1.htm. Acesso em: jun. 2021.

SAKAMOTO, C. K.; SILVEIRA, I. O. **Como fazer projetos de iniciação científica**. São Paulo: Paulus, 2014.

WILLINGHAM, D. T. **Por que os alunos não gostam da escola?** Respostas da Ciência Cognitiva Para Tornar a Sala de Aula Mais Atrativa e Efetiva. Porto Alegre: Artmed, 2011.

CAPÍTULO 19

OS PILARES DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL: APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM FOCO

Mateus Souza de Oliveira
Doutorando do programa de pós-graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA).
Ocid.org/0000-0003-4902-5527.

INTRODUÇÃO

Muitas áreas do conhecimento vêm se dedicando a compreender como os seres humanos pensam, a neurociência é exemplo disso. Os pensamentos são processos mentais que conduzem o sujeito na tomada de decisões, sendo assim, o ser humano faz uso constante de algum tipo de pensamento: criativo, lógico, sistêmico, dedutivo, indutivo, crítico ou elástico, entre outros. Isso produz um conjunto de métodos de resoluções de problemas que necessitam de resolução. O Pensamento Computacional (PC) é uma abordagem com essa finalidade.

Convém observar que estamos vivendo na era da sociedade digital com acesso a uma infinidade de dispositivos computacionais tanto fixos como móveis, que praticamente demonstram desenvolturas no uso de algoritmos, processamento de dados ou, de uma forma mais simples, capacidade de processamento de informações para solução de problemas. Em meio a esse âmbito, embora os computadores executem comandos pré-programados e a inteligência artificial tenha avançado na configuração de artefatos cada vez mais inteligentes, o computador não pensa, essa ainda é uma habilidade exclusiva dos seres humanos.

Além do mais, o desenvolvimento da sociedade e o emprego de diferentes abordagens metodológicas na educação possibilitou o surgimento de novos processos que favorecem o aperfeiçoamento da capacidade de resolver problemas em diferentes áreas do conhecimento científico. Esses fatores colaboram para aplicação de metodologias educacionais que adotem o Pensamento Computacional com uma série de recursos mentais.

É nessa conjuntura que se insere o objetivo geral desta pesquisa no qual se busca discutir como os pilares do Pensamento Computacional podem contribuir para o processo da aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Para alcançar essa objetividade, vamos apresentar o progresso do alunado com a utilização do PC em um contexto remoto na educação básica que buscou adaptar as aulas para o contexto social, conectando a proposta de ensino às tendências do mundo contemporâneo.

O presente estudo tem sua relevância na perspectiva de fomentar uma discussão sobre o PC na Educação Matemática com uma necessidade que precisa ser aplicada e investigada pelos professores. Nesse sentido, enfatiza que a aplicação desse conceito em sala de aula pode proporcionar muitos benefícios ao alunado, principalmente em relação ao desenvolvimento habilidades sociocognitivas que são essenciais para o século XXI.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Mas o que é o Pensamento Computacional (PC) e por que educadores matemáticos devem conhecê-lo? A disseminação do termo Pensamento Computacional é atribuída à professora e cientista da computação Jeannette Wing, por seu ensaio intitulado de “Computational Thinking”, publicado em 2006. Wing (2016) enfatiza que o PC é um conjunto de habilidades fundamentais para todos os contextos, nos quais a leitura, escrita e aritmética devem estar inseridas nesse modelo para desenvolver as habilidades analíticas de todos os educandos.

Entretanto, existem outros pesquisadores que conceituam esse mesmo termo apresentando definições com interpretações diferentes. Não há um consenso entre eles. Nesse rol de diferentes modos de exibição, destacamos um deles por pontuar que:

> O Pensamento Computacional é uma distinta capacidade criativa, crítica e estratégica humana de saber utilizar os fundamentos da Computação, nas mais diversas áreas do conhecimento, com a finalidade de identificar e resolver problemas, de maneira individual ou colaborativa, através de passos claros, de tal forma que uma pessoa ou uma máquina possam executá-los eficazmente. (BRACKMANN, 2017, p. 29)

Apesar de esse autor induzir a ideia de apropriação dos fundamentos da Computação, o Pensamento Computacional não se relaciona, exclusivamente, com o manuseio de tecnologias da comunicação e informação (TIC), ou de uma linguagem específica de programação, tampouco exige o uso de computadores. Wing (2016) também realça que o PC é formado por ideias, não somente *hardware* e *software*. Dessa forma, não é necessário a utilização de nenhum aparelho tecnológico ou conhecimento computacional no desenvolvimento desse conjunto de habilidades.

O material gasto para construir a embalagem de uma caixa retangular é um bom exemplo para essa afirmação, pois com uma esquematização das fórmulas da Geometria Plana, basta o sujeito substituir as dimensões lineares da caixa no processo resolutivo. Em seguida, fazer pequenos cálculos coerentes que consiste em encontrar a solução desejada sem dificuldades.

Para Dorling e Walker (2014), o Pensamento Computacional pode ser caracterizado como uma forma de idealizar as possíveis construções dos conhecimentos com profundas implicações no progresso sociocognitivo dos seres humanos, em que a concentração da crítica reflexiva está sempre presente. Isso estabelece diferentes relações e conexões que sustentam decisões fundamentadas em princípios e conceitos coerentes.

De acordo com esses pressupostos, o Pensamento Computacional está ligado à maneira de pensar nas resoluções de problemas com capacidade de desenvolver modelos mentais mais adequados que favorecem a conceptualização no sentido de organizar os conceitos envolvidos. Isso faz com que o indivíduo consiga assimilar os desafios confrontados no primeiro contato com o problema com maior facilidade. Em síntese, o PC pode ser entendido como uma estratégia humana usada para esquematizar as soluções que promovem os direcionamentos para a solução de problemas de maneira eficaz em diferentes áreas do conhecimento científico.

Nesse âmbito, os indivíduos envolvidos são capazes de identificar os elementos importantes nos problemas e juntamente com outros tipos de conhecimentos adquiridos, irão desenvolver maneiras novas e criativas de produzir uma resolução. Esse é um dos motivos que faz com que o Pensamento Computacional seja adotado como uma metodologia que potencializa a aprendizagem em sala de aula, sobretudo, no que tange a resolver problemas de assuntos distintos (BARR, STEPHENSON, 2011).

Esse processo de desenvolver maneiras novas e criativas promove, muitas vezes, a reformulação do problema. Conforme Wing (2016), o Pensamento Computacional busca reformular um problema aparentemente difícil em outro que o sujeito sabe resolver, isso pode acontecer com a utilização do método de redução, incorporação, transformação ou simulação. Diante desse fato, é importante analisar como os educadores matemáticos podem se apropriar dessa técnica para favorecer a aprendizagem do educando em relação aos conteúdos de Matemática.

Nesse contexto, a dissertação de mestrado de Silva (2019) intitulada “A relação do Pensamento Computacional com o ensino de Matemática na Educação Básica” busca apresentar uma forma detalhada da correlação entre as habilidades do PC com base no currículo apontado pela Sociedade Brasileira de Computação (SBC), com a componente curricular de Matemática, conforme as habilidades explicitadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nessa produção acadêmica, o autor exibe os resultados de uma revisão sistemática que demonstra a existência de uma ampliação da quantidade de pesquisas com foco na temática PC correlacionado com a Matemática, porém, essa investigação aponta que o total de pesquisadores específicos da área da Matemática no desenvolvimento desses trabalhos é insatisfatório. Essa conclusão induz também que pesquisadores da computação são os mais preocupados em articular essas temáticas.

Vale ressaltar que ao adotar o Pensamento Computacional, como método de ensino não quer dizer que o educador vai transformar o educando em computadores: “pensamento Computacional é uma forma para seres humanos resolverem problemas; não é tentar fazer com que seres humanos pensem como computadores. Computadores são tediosos e enfadonhos; humanos são espertos e imaginativos.” (WING, 2016, p. 4). Para a autora, é a imaginação humana que torna as ferramentas digitais em algo atrativo e quando ela desenvolve o PC gera habilidades que refletem na aprendizagem do sujeito.

Há várias menções da utilização do Pensamento Computacional na BNCC. Muitas vezes, esse conceito está diretamente associado ao componente curricular de Matemática como uma estratégia para explorar as situações-problema. Nesse nexo, destacamos que há:

> Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra, como também aquelas relacionadas a Números, Geometria e Probabilidade e estatística, podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. (BRASIL, 2017, p. 271)

Para os dias atuais no cenário, essa afirmação demonstra que esse importante documento educacional relaciona as unidades temáticas da área da Matemática ao desenvolvimento das abordagens do PC. Nessa lógica, os educadores matemáticos podem atuar para facilitar a compreensão dessa proposta metodológica e, assim, fomentar a capacidade criadora dos educandos. Ao nosso ver, a aplicação desse método pode promover resultados satisfatórios para aprendizagens relacionadas aos conhecimentos matemáticos e para o desenvolvimento de competências e habilidades sociocognitivas dos sujeitos envolvidos, principalmente, quando estão baseados nos pilares do PC.

De acordo com Liukas (2015), o desenvolvimento do PC está ancorado em quatro pilares que não são dependentes entre si. A Figura 1, logo abaixo, tem a intencionalidade de ilustrar essa relação que vamos descrever neste trabalho por meio de uma ordem numérica.

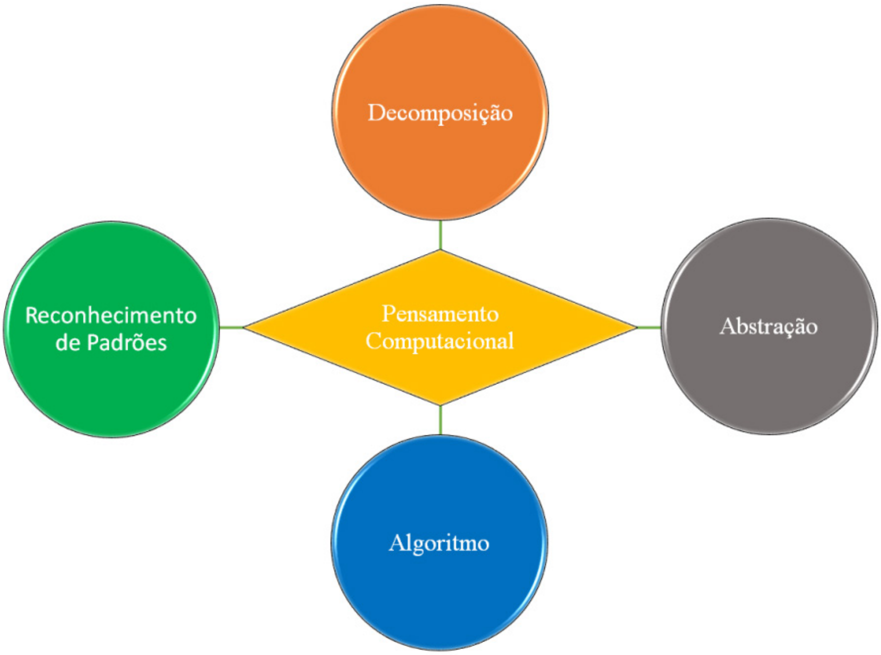


Figura 1 – Os pilares do Pensamento Computacional

Fonte: Elaborado pelo autor.

O primeiro a ser destacado é o da decomposição que representa a quebra de um problema complexo em partes menores, simplificando a resolução como um todo. Essa capacidade de dividir um problema torna a estratégia de solução mais fácil, minimizando as dificuldades encontradas no primeiro impacto com a situação problematizada. É um pilar que favorece a colaboratividade, quando cada componente de um grupo assume o compromisso de resolver uma dessas partes.

O segundo pilar é denominado de reconhecimento de padrões e tem como finalidade encontrar similaridades que permitam gerar a solução. É a capacidade de identificar as tendências de comportamento e analogias incluídas nas construções das soluções. Esse pilar possibilita a reconstrução de soluções para problemas similares de forma inovadora, desenvolvendo os aspectos empreendedores dos educandos.

O terceiro pilar é o da abstração que permite a capacidade de focar nos elementos essenciais da problemática, ignorando as informações menos relevantes. Essa técnica possibilita resolver as tarefas de forma mais rápida, desenvolvendo o processo de filtração e classificação dos dados mais relevantes para a resolução das questões. Assim, os educandos são capazes de desenvolver um diagnóstico mais crítico e atento à essência da temática explorada.

E, por fim, o quarto e último pilar é o do algoritmo que ao gerar um passo a passo para a resolução contempla os elementos anteriores. Ele representa a utilização da lógica e da racionalidade para a solução de problemas. Vale reforçar que apesar do termo algoritmo remeter muito ao contexto computacional, ele também pode ser empregado em outros cenários para simbolizar a esquematização de passos e soluções até conseguir um objetivo.

Esses aspectos fortalecem as ideias acentuadas por Ribeiro e Koch (1998) ao afirmarem que o ensino de Matemática precisa proporcionar experiências diversificadas em contexto de aprendizagem, ricos e variados, que contribua para a resolução de problemas.

METODOLOGIA

Esse estudo é de caráter descritivo e explicativo com uma abordagem de natureza qualitativa. Assim, os dados preliminares apresentados correspondem às questões instrumentais utilizadas na coleta dos dados, a saber: a) decomposição; b) reconhecimento de padrões; c) abstração; e d) algoritmo. Dessa forma, os dados foram categorizados possibilitando uma leitura e interpretação.

A proposta metodológica teve como objetivo provocar os educandos a pensar no processo de resolução de problemas de geometria espacial com o desenvolvimento de habilidades elencadas pelo Pensamento Computacional. Assim, foi aplicada em um campus do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), no período do ensino remoto, para as turmas da componente curricular Matemática III, tanto no curso de técnico de nível médio em Meio Ambiente como no de Informática.

Ao todo foram formados 18 grupos compostos no mínimo quatro e o máximo de sete alunos. Assim, vamos identificar cada grupo pela letra G acompanhada de um número sequencial (G1, G2, G3, ..., G18). De forma similar, cada componente do grupo será representado pela letra C acompanhada também de um número sequencial (C1, C2, C3,..., C7). Cabe destacar que em todas as questões eram necessários descrever o nome do autor da respectiva solução. Na construção dos sólidos geométricos, foi enfatizado que eles poderiam utilizar qualquer material reciclável, além dos recursos tradicionais da geometria: régua, compasso, transferidor etc.

O trabalho foi construído por sete tarefas que abordam inicialmente as construções geométricas dos sólidos, acompanhadas com questionamentos que solicitam a caracterização do objeto, a utilização algébrica das fórmulas e a aplicação de valores numéricos para calcular os comprimentos, áreas e volumes elencados em cada atividade. Assim, os sujeitos foram orientados a construir os sólidos geométricos registrando os passos dessa construção mediante ao uso do aparelho móvel (*smartphone*) para fotografar e, consequentemente, inserir essas imagens no template disponibilizado em doc. (editor de texto *Microsoft Word*). Os procedimentos algébricos e aritméticos deveriam ser realizados também nesse documento. E no final da atividade, o grupo deveria descrever uma conclusão sobre a realização desse exercício. Após a conclusão, foi orientado que um representante de cada grupo fizesse o *upload* do estudo na versão PDF ou doc. na plataforma do curso.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O conteúdo analisado neste estudo é o de Geometria Espacial, pois a visualização de um sólido geométrico em uma folha de papel dificulta a identificação de alguns elementos importantes que colaboram para a resolução dos problemas matemáticos. E para minimizar essa dificuldade, em muitos dos casos, é sugerido à planificação do sólido. Entretanto, a Figura 2 abaixo mostra o processo inverso.

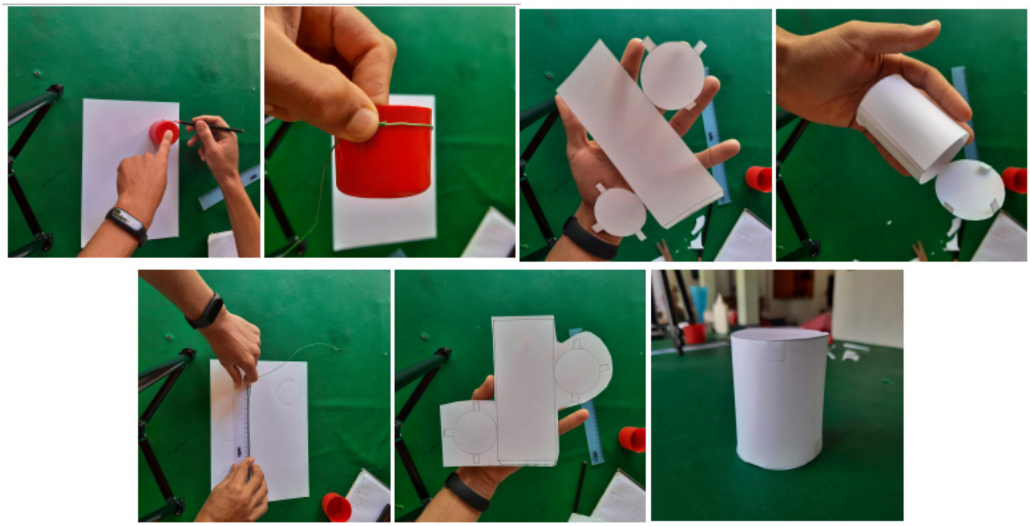


Figura 2 – Construção de um cilindro circular reto

Fonte: Discente A6 do G1.

Essa construção foi solicitada no trabalho com intencionalidade de permitir a visualização do processo de recomposição do sólido geométrico de forma prática. Assim, foi solicitada a produção de prismas, pirâmides, troncos de pirâmide, cones circulares retos, troncos de cones circulares retos, cilindros circulares retos e esferas com matérias descartáveis. Essa primeira, por um lado, favoreceu a autonomia dos educandos, pelo fato de que cada componente do grupo construiu pelo menos um sólido geométrico. Isso fez com que ele deixasse de ser somente consumidor de conhecimento, para exercer uma função ativa de produtor. Por outro lado, evidencia-se que o trabalho teve um perfil colaborativo concretizado, uma vez que todos os discentes participaram na autoria de uma produção que colaborou para o bom desempenho do grupo.

Sabendo que a planificação do sólido geométrico é o processo de transição da visualização do objeto no espaço ($\mathbb{R}^3$) para o plano ($\mathbb{R}^2$). Isso demonstra a necessidade de utilização de um dos pilares da PC denominado de decomposição. Nesse contexto, o objeto é transformado em outros menores que são mais manejáveis e mais fáceis de entender. Esse âmbito faz com que o educando, que possua um conhecimento básico de geometria plana, encontre, de forma mais simplificada, os caminhos para a resolução do problema enfrentado.

Diante desse pressuposto, em algumas tarefas, foi solicitado o cálculo da área da base, da lateral e o total com a intencionalidade de desenvolver esse pilar. Assim, os educandos fizeram a decomposição dos sólidos geométricos. Um desses fatos está sendo ilustrado na Figura 3, na qual usaram a régua e as fórmulas da Geometria Plana para esquematizar o processo resolutivo e encontrar as soluções desejadas.

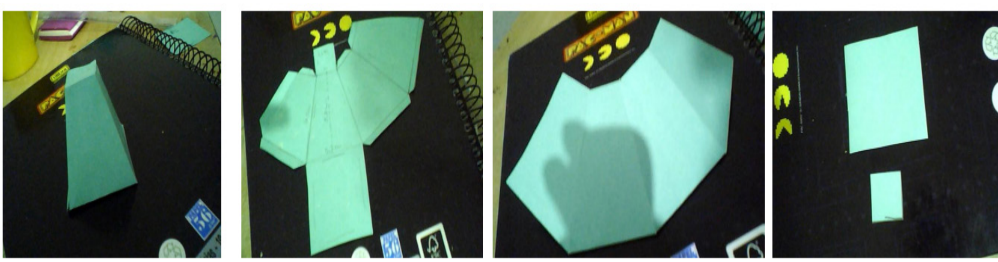


Figura 3 – Decomposição de um tronco de pirâmide quadrangular

Fonte: Discente C3 do G7.

Liukas (2015) afirma que programadores de computadores usam frequentemente esta técnica para repartir um algoritmo em pedaços menores para facilitar sua compreensão e sustentação. Diante do exposto, inferimos que o processo de decomposição favorece a capacidade de aprendizagem de alguns conteúdos de Geometria Espacial com enfoque nos conhecimentos da Geometria Plana.

Nesse processo de construção e decomposição do sólido geométrico, foi possível verificar que os educandos utilizaram outro pilar do Pensamento Computacional que foi o reconhecimento de padrões. A Figura 4 demonstra um desses fatos na construção da Pirâmide Quadrangular.

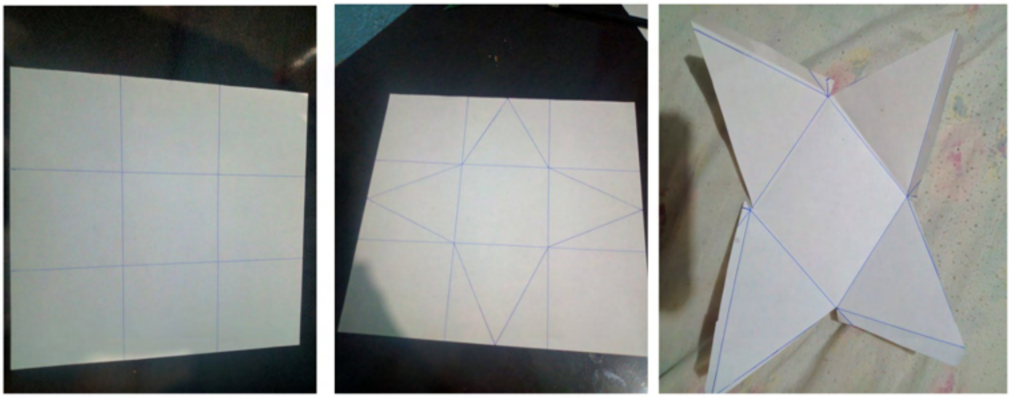


Figura 4 – Construção da pirâmide quadrangular

Fonte: Discente F2 do G4.

Liukas (2015) enfatiza que o reconhecimento de padrões é o pilar do PC que permite encontrar similaridades e padrões com o intuito de resolver problemas complexos de forma mais eficiente. Diante disso, deduzimos que esta técnica favoreceu a construção de alguns sólidos geométricos, como também a capacidade de planejar, executar e gerenciar cada tarefa.

Esse pilar demonstra ser extremamente relevante não somente para a vida acadêmica do sujeito, mas também profissional, pois estimula o raciocínio lógico durante o confronto com os possíveis problemas que necessitam de uma solução. Nesse contexto, o indivíduo precisa desenvolver habilidades de planejamento, levando em conta suas finalidades e seus efeitos.

É importante frisar que algumas questões do conteúdo de Geometria Espacial são abordadas por meio de situações problemas que, muitas vezes, é composto por informações que não serão utilizadas na sua resolução. E para evitar uma confusão sobre quais dados devem ser usados é preciso saber separar o que será útil para o processo resolutivo.

Esse processo de abstração é um dos pilares do Pensamento Computacional que envolve a filtragem dos dados e sua classificação. Nessa técnica, os elementos que não são essencialmente necessários na resolução de problemas são ignorados, possibilitando uma concentração nas informações que são relevantes (LIUKAS, 2015). Desse modo, é importante que o docente de Matemática possibilite situações de aprendizagens com abordagens de temas que seja pertinente e desafiador para os educandos numa perspectiva de abstrair os pensamentos matemáticos.

Nessa perspectiva, foi solicitada em uma das partes das tarefas a seguinte situação problema: No laboratório de geometria, foi encontrado um sólido geométrico, por um dos alunos do terceiro ano do curso Técnico em Nível Médio em Meio Ambiente, do turno vespertino, que imediatamente ao visualizá-lo, nomeou como cone circular reto, e ao usar uma régua, observou que o mesmo era equilátero e tinha raio da base igual a 3 cm. Diante dessas informações, encontre a área da base, área lateral e área total desse sólido geométrico e descrevendo suas tomadas decisões.

Essa situação-problema fomentou alguns olhares em relação ao desenvolvimento de um dos pilares do PC, no que tange à análise dos processos resolutivos realizados pelos componentes dos grupos. Assim, vamos apresentar no quadro a seguir um desses processos.

A base do cone é um círculo de raio r = 3,0 cm. Considerando-se que a equação que relaciona a área do círculo, que neste caso é a área da base (AB), com o seu raio é AB= $\pi \times r^2$, tem-se que: $AB = \pi \times 9 \Rightarrow AB = 9\pi\ cm^2$. *Logo, a área da base (AB) é igual a $9\pi\ cm^2$.* *Visto que o cone é equilátero, a medida de sua geratriz (g) é igual a duas vezes o raio do círculo r de sua base. Sendo assim, g = 6 cm. Além disso, sabe-se que a superfície que constitui a área lateral, ao ser planificado, é basicamente uma fração de uma circunferência de raio g, de modo que o ângulo que "representa" a fração pode ser chamado de α. Basicamente, $\alpha = 360° \times r/g$. Como g = 2r, => α = 180°. Assim, a área lateral (AL) é a metade da área de um círculo de raio g. Sendo assim:* $AL = \pi \times g^2/2 \mid AL = \pi \times 36/2 \Rightarrow AL = 18\pi\ cm^2$ *Como a área total (AT) é igual a soma da área da base (AB) com a área lateral (AL):* $\Rightarrow AT = AB + AL = 18\pi + 9\pi = 27\pi\ cm^2$ *Logo, a área lateral (AL) é igual a $9\pi\ cm^2$, e a área total (AT) é igual $27\pi\ cm^2$.*

Quadro 1 – Um Processo Resolutivo Discente

Fonte: Elaborado pelo autor por meio do recorte da construção de C5 do G18.

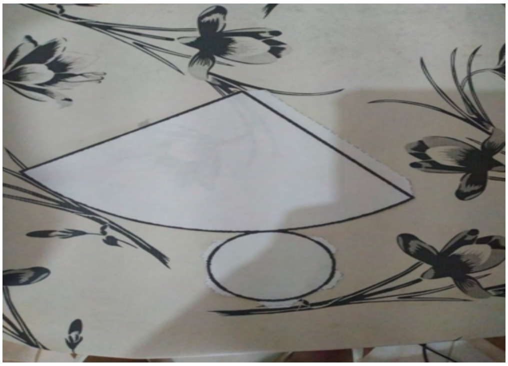
Observando o Quadro 1, nota-se que nesse processo resolutivo, o educando descreve de forma detalhada os procedimentos tomados em cada passo que conduz a resolução da questão. Assim, exibe as fórmulas que são utilizadas em cada resposta e a ligação dela com os próximos passos. Isso demonstra o desenvolvimento do PC por meio da organização das ideias que promovem a solução da situação utilizando os recursos algébricos e aritméticos.

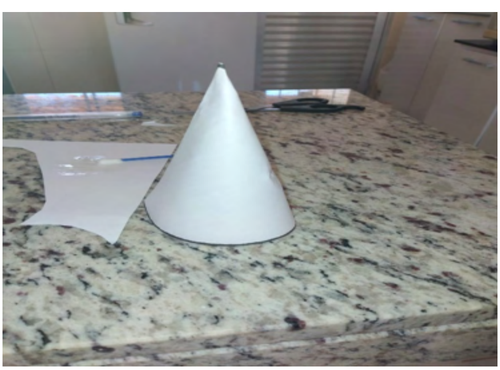
Nota-se a existência de algumas abstrações na tomada de decisão, entre elas estão: a inclusão do valor numérico de entrada com o resultado já elevado ao quadrado ($r^2 = 3^2 = 9\ cm^2$ e $g^2 = 6^2 = 36\ cm^2$) e pelo fato de chegar à conclusão que "*a área lateral (AL) é a metade da área de um círculo de raio g"* destacando a fórmula *"$AL = \pi \times g^2/2$",* que não foi apresentada nas aulas que abordavam esse conteúdo e, sobretudo, ausência da representação geométrica, ou seja, os conhecimentos prévios do educando possibilitou a esquematização do processo resolutivo de forma ágil e eficaz.

Aqui podemos induzir que o Pensamento Computacional foi desenvolvido no educando, colaborando para o progresso do raciocínio lógico destinado ao planejamento que conduz a esquematização da resolução da situação problema. Além disso, evidencia-se, no Quadro 1, o desenvolvimento da análise, interpretação e compreensão de pontos relevantes da questão.

Apesar de o processo resolutivo discente não apresentar ambiguidade na sua construção, evidenciamos a falta de um letramento matemático digital com o uso da ferramenta "Equação" e "Símbolo" pertencente ao editor de texto *Microsoft Word*, plataforma de construção da solução. Nesse nexo, destacamos que o símbolo de 'implica que' (■) foi construído de forma forçada com a junção de dois símbolos do teclado, igualdade e maior que; ao invés de usar AB, AL e AT, poderia ser descrito da seguinte forma AB, AL e AT. Além disso, a utilização da ferramenta Equações no comando frações possibilita uma visibilidade melhor, do que a utilização da barra diagonal à direita (/) para representar as divisões descritas nesse processo resolutivo.

Vamos agora focar no pilar do Pensamento Computacional denominado de algoritmo. Desse modo, vamos apresentar o Quadro 2 para ilustrar a produção autônoma do discente na proposta de trabalho. Assim, de um lado tem-se o desenvolvimento da construção geométrica de um cone circular reto e do outro o desenvolvimento da utilização dos métodos algébricos e aritméticos que possibilitam encontrar os valores da área da base, área lateral, área total e volume.

<table>
<tr><th>Desenvolvimento Geométrico</th><th>Desenvolvimento Algébrico/Aritmético</th></tr>
<tr><td>



</td><td>
Diâmetro: 5cm
Raio: 2,5cm

A área da base é calculada pela fórmula A = π . r², então:

$A = 3{,}14.\ 2{,}5^2$
$A = 3{,}14.\ 6{,}25$
$A = 19{,}625cm^2$

Para calcular a área lateral é usado a fórmula $A_l = \pi.\ r.\ g$, entretanto, é necessário encontrar a geratriz antes.

$g^2 = r^2 + h^2$
$g^2 = 2{,}5^2 + 11^2$
$g^2 = 6{,}25 + 121$
$g^2 = 127{,}25$
$g = \sqrt{127{,}25}$
$g \cong 11{,}28\ cm$

Então a área lateral fica assim:

$A_l = 3{,}14.\ 2{,}5.\ 11{,}28$
$A_l = 88{,}548cm^2$

A área total se dá pela soma da área da base e da área lateral, então:

$A_t = 19{,}625 + 88{,}548 \Rightarrow A_t = 108{,}173cm^2$

Altura: 11cm

Para descobrir o volume do cone é usado essa fórmula: $V = \frac{Ab\ .h}{3}$, então:

$V = 19{,}625.\ 11/3$
$V = 215{,}875/3$
$V \cong 71{,}95cm^3$
</td></tr>
</table>

Quadro 2 – Produção autônoma do discente

Fonte: Elaborado pelo autor por meio do recorte da construção de C3 do G13.

Além de enfatizar o passo a passo da resolução da atividade, essa produção demonstra a organização do pensamento. Isso evidencia que esse pilar colabora para o desenvolvimento das estratégias mentais necessárias na resolução dos problemas.

De acordo a Liukas (2015), o algoritmo é o pilar do Pensamento Computacional que engloba os outros três explorados até aqui, diante disso, define-se como um conjunto de passos específicos usado para solucionar um problema. Diante dessa perspectiva, podemos induzir que é o processo resolutivo da questão formalizado de modo coeso e linear cujas regras são bem definidas e obedecidas.

Constata-se que o desenvolvimento das atividades pontuadas sempre buscou articular a teoria com a prática. Assim, destaca-se que os quatro pilares do Pensamento Computacional podem ser adotados com um poderoso método de ensino que desenvolve o raciocínio do educando diante a construção de resolução de problemas matemáticos. Nesse sentido, é essencial que os conteúdos e as atividades sejam selecionados e abordados de forma bem planejada com a finalidade de atender o desenvolvimento de cada pilar.

Entretanto, para construir essa atividade foi necessário todo um planejamento composto por três momentos: programação das aulas com a produção de *slides* que apresentavam os objetos tridimensionais e suas características; construção do *template*, que foi montado para orientar os passos dos educados nas produções das atividades propostas; e aplicação das abordagens de forma remota. Além disso, a grande quantidade de material produzido gerou uma demanda no tempo de avaliação. Mas todo esse esforço provocou uma sensação de trabalho bem desenvolvido que alcançou os propósitos educacionais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como metodologia, a aplicação dos pilares do Pensamento Computacional possibilitou a exploração de distintos pontos de vista em cada situação problema, gerando conjecturas inovadoras e proporcionando um sistema de aprendizagem dos conteúdos relacionados aos sólidos geométricos.

Os aspectos positivos identificados na aplicação dessa atividade revelam que o Pensamento Computacional potencializa o desenvolvimento da autonomia, capacidade de aprendizado, raciocínio lógico, planejamento e resolução de problemas. Além disso, permitiu aos sujeitos envolvidos, uma aproximação entre teoria e prática durante a construção dos sólidos geométricos.

Um dos pontos fracos deste estudo está relacionado à falta de tempo que os docentes têm no planejamento de uma atividade com essa característica. Cabe destacar que a pesquisa indica a carência de selecionar e reestruturar o conteúdo a ser abordado nas aulas de matemática, bem como as estratégias pedagógicas para que os pilares do Pensamento Computacional se apresentem e se desenvolvam de forma coesa e linear. A necessidade aplicação de letramento matemático digital é um ponto que precisa ser trabalhado antes dessa aplicação.

É desejável e necessária a fomentação das reflexões sobre os quatro pilares do Pensamento Computacional em relação ao processo de aprendizagem dos conteúdos de matemática que necessitam de práticas pedagógicas adequadas, assim como de atividades que favoreçam o desenvolvimento de diferentes competências e habilidades, tendo como foco a possibilidade de os educandos mesclarem teorias com práticas em uma perspectiva de extrair reflexões e ressignificados dos conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIA

BARR, V.; STEPHENSON, C. Bringing computational thinking to K-12: what is involved and what is the role of the computer science education community?. **Inroads**, v. 2, n. 1, p. 48-54, 2011.

BRACKMANN, C. **Desenvolvimento do pensamento computacional através de atividades desplugadas na Educação Básica.** 2017. 226 f. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil, 2017. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/172208/001054290.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 28 jun. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site. Pdf. Acesso em: 8 jan. 2022.

DORLING, M.; WALKER, M. **Computing progression pathways**. 2014. Disponível em: https://www.stem.org.uk/resources/elibrary/resource/35104/computing-progression-pathways. Acesso em: 28 jun. 2022.

LIUKAS, L. **Hello Ruby:** adventures in coding. New York: Feiwel & Friends, 2015.

KOCH, M. C. M.; RIBEIRO, M. J. S. Um professor entre o aluno e o saber matemático. *In.*: XAVIER, M. L. M.; ZEN, M. I. H. **O ensino nas séries iniciais:** das concepções teóricas às metodologias. 2. ed. Porto Alegre: Mediação, 1998.

SILVA, L. C. L. **A relação do pensamento computacional com o ensino de matemática na educação básica**. 2019. 129 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Estadual Paulista (Unesp), Presidente Prudente, 2019. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/191251/silva_lcl_me_sjrp.pdf?sequence=5&isAllowed=y. Acesso em: 28 jun. 2022.

WING, J. Pensamento computacional: um conjunto de atitudes e habilidades que todos, não só cientistas da computação, ficaram ansiosos para aprender e usar. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 9, n. 2, p. 1-10, mai./ago. 2016. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/4711. Acesso em: 28 jun. 2022.

SOBRE OS ORGANIZADORES

VERA LUCIA ANTONIO AZEVEDO - Possui graduação em Matemática e Física pela Faculdade de Filosofia de Campos Rio de Janeiro (1971), graduação em Administração de Empresas pela Faculdade de Ciências Contábeis e Administrativas em Cachoeiro do Itapemirim (1977), graduação em Pedagogia pela Faculdade Campos Salles (1987), mestrado em Administração pela Universidade Presbiteriana Mackenzie (1998), doutorado em Educação: Psicologia da Educação pela Pontifícia Universidade Católica (2009) e pós-doutorado em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2019). Atualmente é professora adjunta e coordenadora do curso de Matemática da Universidade Presbiteriana Mackenzie. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/5575610397366319

ERIKO MATSUI YAMAMOTO - Possui graduação em Matemática (Licenciatura e Bacharelado) pela Universidade Presbiteriana Mackenzie (1976), mestrado em Administração pela mesma instituição (1995), doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2012) e pós-doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2019). Atualmente é professora adjunta II na Universidade Presbiteriana Mackenzie. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9039318805042008

SOBRE OS AUTORES

ALMIR PEREIRA DE MOURA - Professor de Matemática nas redes públicas municipal e estadual de Pernambuco. Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), possui especialização em Ensino de Matemática pelas Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão – FAINTVISA e licenciatura em Matemática pela Universidade de Pernambuco (UPE). Realiza doutoramento pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica na UFPE. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/2672835218517140.

ANA MARIA ANTUNES DE CAMPOS - Doutoranda em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP. Mestre em Educação pela Universidade Federal de São Paulo - UNIFESP. Pós-Graduanda em Neuropsicologia pela Universidade Católica de Petrópolis. Neuropsicopedagoga, Pedagoga, Psicopedagoga, Especialista em Ensino Lúdico, Pós-Graduada em Didática e Tendências Pedagógicas. Possui MBA em Educação Cognitiva pela UBC. Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade de Guarulhos (2007). Tem experiência na área de Educacional, com ênfase em Ensino e Aprendizagem na Sala de Aula, Formação de Educadores. Pesquisadora em Educação Matemática, Ansiedade Matemática, Discalculia e Dificuldades de Aprendizagem. Participa do Grupo de Pesquisa: Professor de Matemática: Formação, Profissão, Saberes e Trabalho Docente - PUC-SP. Participa do grupo de pesquisa: História da educação: intelectuais, instituições, impressos, do(a) Universidade Federal de São Paulo. Autora de artigos e livros na área educacional, livros infanto-juvenil, contos e poesias. Atualmente é Psicopedagoga na Educando os Sentidos e Palestrante. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/7452628710961251.

ANA PAULA CASTILHO DA ROCHA - Professora da Educação Infantil no Colégio Presbiteriano Mackenzie em São Paulo, cursando, Pós-Graduação MBA em Gestão Escolar (USP). Graduada em Pedagogia pela Uninove (2013) e Licenciatura em Matemática pela UniSant'Anna (2008), Extensão em Libras (Língua Brasileira de Sinais) Módulos I e II – Mackenzie, Alfabetização – pensar, falar e escrever: relações entre a oralidade e a escrita na escola – Instituto Singularidades. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/6253991839420201.

ANA PAULA TELES DE OLIVEIRA - Professora Adjunta na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Coordenadora do Projeto de pesquisa *Um estudo sobre educação financeira*. Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Mestre em Ciência pela Universidade de São Paulo (USP). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/2080086023012329.

ANDERSON ALVES - Professor efetivo na rede municipal de educação de Itanhaém (SP). Mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN), especialista em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUCSP), bacharel em Engenharia Civil pela Universidade Santa Cecília (UNISANTA), licenciada em Pedagogia pela Faculdade Casa Branca e licenciada em Matemática pela Universidade Paulista em Santos (UNIP). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/3866692012067646.

ATENILDA DA SILVA ALVES - Professora da Rede Estadual de Ensino (SEDUC-PA) na Escola Estadual de Ensino Médio Inácio Moura. Especialista em Gestão Escolar pelo Centro Universitário Leonardo da Vinci e especialista em Educação Matemática e Graduada em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/6580820943242052.

CARLOS ALBERTO GALVÃO DA SILVA - Mestrando em Engenharia de Produção pela Universidade de São Paulo (USP), possui especialização em Gestão de Projetos pela Universidade de São Paulo (2020), bacharel em Ciências Econômicas pela Universidade Paulista (2018), tecnólogo em Agronegócios pela Universidade Paulista (2020), licenciado em Matemática pela Universidade Presbiteriana Mackenzie (2021) e, graduando em Engenharia de Produção pela Universidade Virtual do Estado de São Paulo – (UNIVESP). Adquiriu experiência corporativa em posições de liderança em inteligência comercial, desenvolvimento de novos negócios, operações comerciais, planejamento de demanda, finanças, controladoria e auditoria em multinacionais nos segmentos de agronegócio, energia e serviços. Na área acadêmica, colaborou em projetos de pesquisa na área de gestão de projetos, engenharia de produção, economia, agronegócios e com suporte pedagógico no ensino de matemática para o ensino básico. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4291994322217322.

CHRISTIANNE TORRES LIRA FARIAS - Possui Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (2011). Especialista em Educação Matemática para professores do Ensino Médio na Universidade Estadual da Paraíba (2014). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (2018). Doutoranda em Ciências da Educação pela Absolute Christian University (USA). É professora efetiva de Matemática em rede Estadual de Ensino. Tem experiência nas áreas de Matemática e Educação Matemática. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/2070418528881446.

CLÁUDIA DE OLIVEIRA LOZADA - Docente e Pesquisadora no Instituto de Matemática e Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Graduada em Licenciatura em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras. Possui mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul. Doutorado em Educação pela Universidade de São Paulo. Pós-Doutorado em Ensino e História das Ciências e da Matemática pela Universidade Federal do ABC. Link do Currículo

Lattes: http://lattes.cnpq.br/0159685938643830.

CRISTIAN ANDREY PINTO LIMA - Professor na Rede Municipal de Ensino de Santo Antônio do Tauá-PA, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Rosa Cardoso Modesto. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Pará. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/6262459277992585.

DAIANA ESTRELA FERREIRA BARBOSA - Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (PPGEC/UFRPE). Mestra em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (PPGECEM/UEPB). Especialista em Ensino de Matemática (IFPB). Graduada em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Professora Substituta do Departamento de Matemática - Centro de Ciências e Tecnologia (CCT), campus I da UEPB. Membro do Grupo de Pesquisa em Leitura e Escrita em Educação Matemática (LEEMAT) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e do Grupo de Pesquisa Formação e Prática Pedagógica de Professores de Ciências e Biologia (FORBIO) da Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Ensino de Matemática, Formação de Professores e Profissionalidade Docente. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/8533267292498956.

ENOQUE DA SILVA REIS - Atualmente professor adjunto no departamento de Matemática e Estatística e do Programa de Pós Graduação *stricto sensu* (mestrado acadêmico) em Educação Matemática da Universidade Federal de Rondônia (UNIR), campus de Ji-Paraná. Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar GEPHEME RO. Tem Pós-Doutorado (2020) pela Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD). Doutor e Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS). Especialista (2008) em Matemática e Estatística pela Universidade Federal de Lavras (UFLA). Graduado (2006) em Matemática Licenciatura Plena com Ênfase em Ciências da Computação, pela Universidade para o Desenvolvimento do Estado e da Região do Pantanal (UNIDERP). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9473552850029489.

ERIKO MATSUI YAMAMOTO - Possui graduação em Matemática (Licenciatura e Bacharelado) pela Universidade Presbiteriana Mackenzie (1976), mestrado em Administração pela mesma instituição (1995), doutorado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2012) e pós-doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (2019). Atualmente é professora adjunta II na Universidade Presbiteriana Mackenzie. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9039318805042008.

EWELLYN AMÂNCIO ARAÚJO BARBOSA - Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas. Graduada em Licenciatura em

Matemática pela Universidade Federal de Alagoas. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9242876280924230.

FELIPE MIRANDA MOTA - Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas. Especialista em Metodologia do Ensino da Matemática e da Física pela Faculdade de Educação São Luís. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade de Pernambuco. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4170700318867000.

GABRIEL DE FREITAS PINHEIRO - Mestrando em Matemática (2020-) pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU) e participante do Grupo de Pesquisa em Corpos Finitos e Aplicações. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9659388771436888.

GEISIELY SANTOS MENEGUELLI - Graduanda em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia, campus Cacoal. Atua principalmente nos seguintes temas: Matemática, Ensino de Matemática, Didática, Microaulas e Resolução de Problemas. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/0399176344206079.

GIAN WILLIAN TAVARES DE SOUZA - Estudante de Direito pela Faculdade de Ciências e Biomédicas de Cacoal (FACIMED) e graduando de licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Rondônia (IFRO). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/3360493920120604.

IRENE MAGALHÃES CRAVEIRO - Atualmente professora adjunta do curso de Matemática da Universidade Federal da Grande Dourados. É pós-doutora (2015) e doutora (2004) em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Mestre em Ciências Matemática (1999) pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) do campus de São José do Rio Preto e graduada em matemática (1996) pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Tem experiência na área de Matemática com ênfase em Matemática Discreta e Combinatória, atuando principalmente nos seguintes temas: identidades do tipo Rogers-ramanujan, coeficiente trinomial, número de Fibonacci, símbolo de Frobenius e códigos Gu. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/3816000897725516.

JACIARA DE ABREU SANTOS - Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Licenciada em Pedagogia pela Universidade Estadual de Alagoas (UNEAL). Especialista em Educação do Campo pela Universidade Federal de Alagoas. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/0023542629777129.

JOÃO SOUSA AMIM - Professor na Rede Estadual de Ensino (SEDUC-PA) na Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Tauriano Gil de Sousa. Especialista em Libras e em Educação Especial Inclusiva pelo Centro Universitário Leonardo da Vinci e em Instrumentalização para o Ensino da Matemática e Física pelo Instituto de Ensino Superior Franciscano. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado do Pará. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/3448757660867807.

MAIRA MENDIAS LAURO - Mestre em Educação – área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática – Faculdade de Educação (FE/USP). Especialista em Matemática – Instituto de Matemática e Estatística - IME/USP e em Tecnologia Educacional (UNINOVE). Graduada em Licenciatura em Matemática – Instituto de Matemática e Estatística - IME/USP. Professora no curso de Licenciatura em Matemática pelo Centro Universitário das Américas (FAM). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/7518003397625026.

MARCOS RIZOLLI - Pós-Doutorado em Artes - DAP/IA-UNESP. Mestre e Doutor em Comunicação e Semiótica: Artes pelo Programa de Estudos Pós-graduados em Comunicação e Semiótica da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Licenciado em Educação Artística com habilitação plena em Artes Plásticas, pela Pontifícia Universidade Católica de Campinas. Professor-Pesquisador no Programa de Pós-Graduação em Educação, Arte e História da Cultura da Universidade Presbiteriana Mackenzie. Líder do Grupo de Pesquisa Arte e Linguagens Contemporâneas – CNPq; Crítico de Arte e Curador Independente; Membro da ANPAP e da CRIABRASILIS – Associação Brasileira de Criatividade e Inovação. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4808339542698874.

MARIA DO SOCORRO LUCINIO DA CRUZ SILVA - Professora de Matemática da Secretaria de Estado de Educação de Mato Grosso. Doutoranda em Educação pela Universidade Federal de Mato Grosso (PPGE-UFMT). Mestra em Educação pela mesma instituição. Especialista em Fundamentos da Docência para a Educação a Distância pelo Centro Universitário de Várzea Grande (UNIVAG). Licenciada em Matemática pela mesma instituição. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4334525128444380.

MATEUS SOUZA DE OLIVEIRA - Doutorando em Ensino pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), mestre em Educação Matemática pela Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), especialista em Tecnologias e Educação Aberta e Digital pela Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB) com dupla certificação pela Universidade Aberta de Portugal (UAb), licenciado em Matemática com enfoque de Informática pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), atualmente lotado no campus de Seabra. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/7952323742399403.

MAYCON SANTOS DE SOUZA - Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9212433442633608.

REJANE DO NASCIMENTO TOFOLI - Mestranda no Programa de Pós-graduação em Educação, Arte e História da Cultura da Universidade Presbiteriana Mackenzie e bolsista pela Capes. Bacharel em Instrumento - Piano pela Universidade São Judas Tadeu. Habilitação Plena em Música Nível Técnico pela UNASP. Participa do Grupo de Pesquisa: Arte e Linguagens Contemporâneas – CNPq sob a liderança do Prof. Dr. Marcos Rizolli. Tem atuado na área da Arte e Educação com ênfase em Música como compositora, arranjadora e educadora. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/9569049441070891.

RENATA GERHARDT GOMES ROZA - Professora de Matemática no Colégio Presbiteriano Mackenzie em São Paulo, doutoranda em Educação pelo Mackenzie/SP, mestre em Ensino de Ciências e Matemática pelo CEFET/RI. É especialista em Educação Matemática e licenciada em Matemática pelo UGB/RJ. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/6442647433107414.

RENATO DUARTE GOMES - Professor de Matemática das redes de ensino estadual de Pernambuco e municipal de Carpina, atuando na função de Coordenação Geral de Planejamento e Articulação na Gerência Regional de Educação da Mata Centro em Vitória de Santo Antão. Mestrando em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Especialista em Processos Educacionais e Gestão de Pessoas - Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão (FAINTVISA/PE). Graduado em Matemática pela Universidade Estadual Vale do Acaraú (UNAVIDA). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/1520731283716857.

RITA DE CÁSSIA SILVA E SILVA - Professora na Educação Infantil Colégio Presbiteriano Mackenzie em São Paulo. Mestranda em Arte, Educação e História da Cultura. É especialista em Língua Brasileira de Sinais (Libras) pela Universidade Presbiteriana Mackenzie, é especialista em Arte e Educação pela Universidade de São Paulo (USP). Pós-Graduação em Psicologia Yunguiana – Instituto Freedom – Incompleto 2020. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/2683656803197518.

ROGERIO HARADA DO NASCIMENTO - Bacharelando em Estatística pela Centro Universitário das Faculdades Metropolitanas Unidas. Especialista em Docência para o Ensino Superior pela Universidade Presbiteriana Mackenzie. Especialista em Análise de Dados e Data Mining pela Fundação Instituto Administração. Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Nove de Julho. Atualmente, é Analista de Custo e Orçamento do Itaú Unibanco S.A. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/6854790731492155.

SAMANTA MARGARIDA MILANI - Possui Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT/UNIR). É especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Física (UNINTER). Graduada em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Atualmente, é professora efetiva do Instituto Federal de Educação Ciências e Tecnologia de Rondônia (IFRO), campus Cacoal, atuando como professora do curso de licenciatura em Matemática nas áreas de Metodologia do Ensino da Matemática I e II, com ênfase na linha de pesquisa de Formação de Professores. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/1852531797620789.

SIDNEY LEANDRO DA SILVA VIANA - Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Graduado em Licenciatura em Matemática pela mesma instituição. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/5629454575459956.

SORAYA SOUSA AMIM - Professora na Rede Municipal de Ensino de Santo Antônio do Tauá (PA), na Escola Municipal de Rosa Cardoso Modesto. Especialista em Libras pelo Centro Universitário Leonardo da Vinci. Graduada em Pedagogia pela Universidade do Estado do Pará. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/7928578457827533.

SUELY DULCE DE CASTILHO - Professora do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso (PPGE-UFMT. Doutora em Educação – Currículo pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Mestra em Educação pela Universidade Federal de Mato Grosso. Licenciada em Letras/Literatura pela mesma instituição. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/3319256499971932.

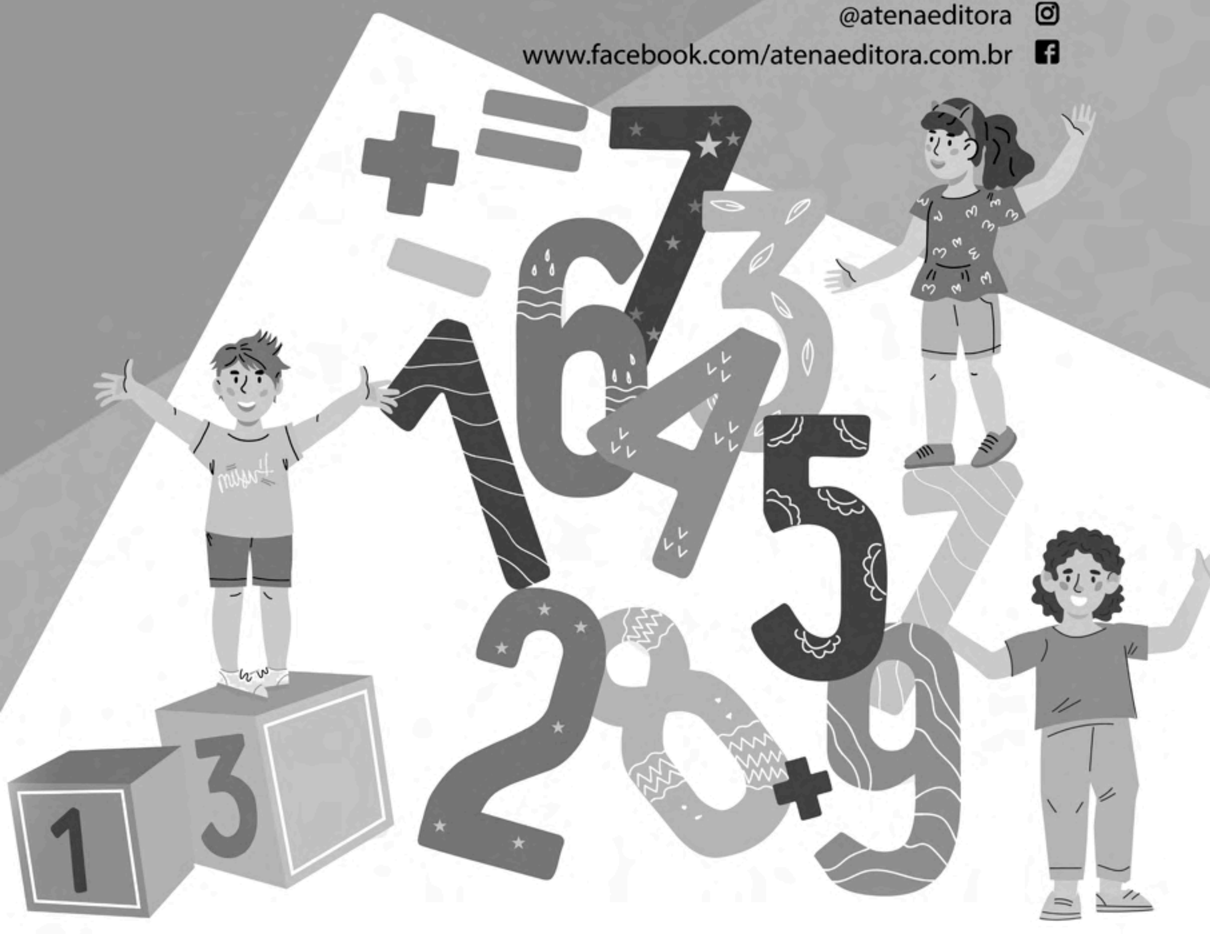
VALDSON DAVI MOURA SILVA - Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Campina Grande (2004), Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) e Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (2018). Atualmente é professor efetivo da Rede Estadual de ensino da Paraíba. Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/4018422210858566.

VALÉRIA AGUIAR DOS SANTOS - Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e bolsista Capes. Possui mestrado em Educação Matemática e Tecnológica pela UFPE e especialização em Ensino da Matemática pela Faculdade Escritor Osman da Costa Lins (FACOL) e graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade de Pernambuco (UPE). Link do Currículo Lattes: http://lattes.cnpq.br/3851769733529550.

Atena
Editora
Ano 2022

Reflexões sobre a
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2022

Reflexões sobre a EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br