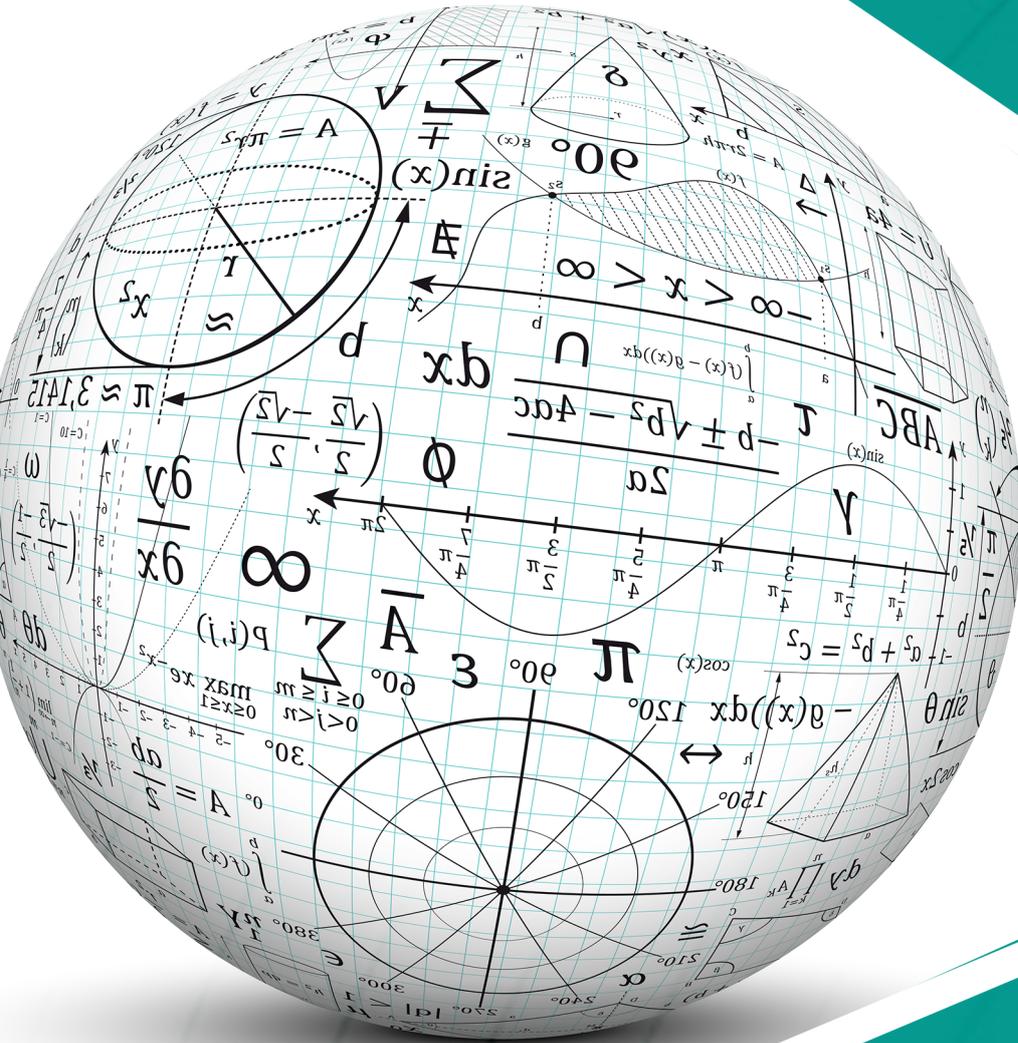


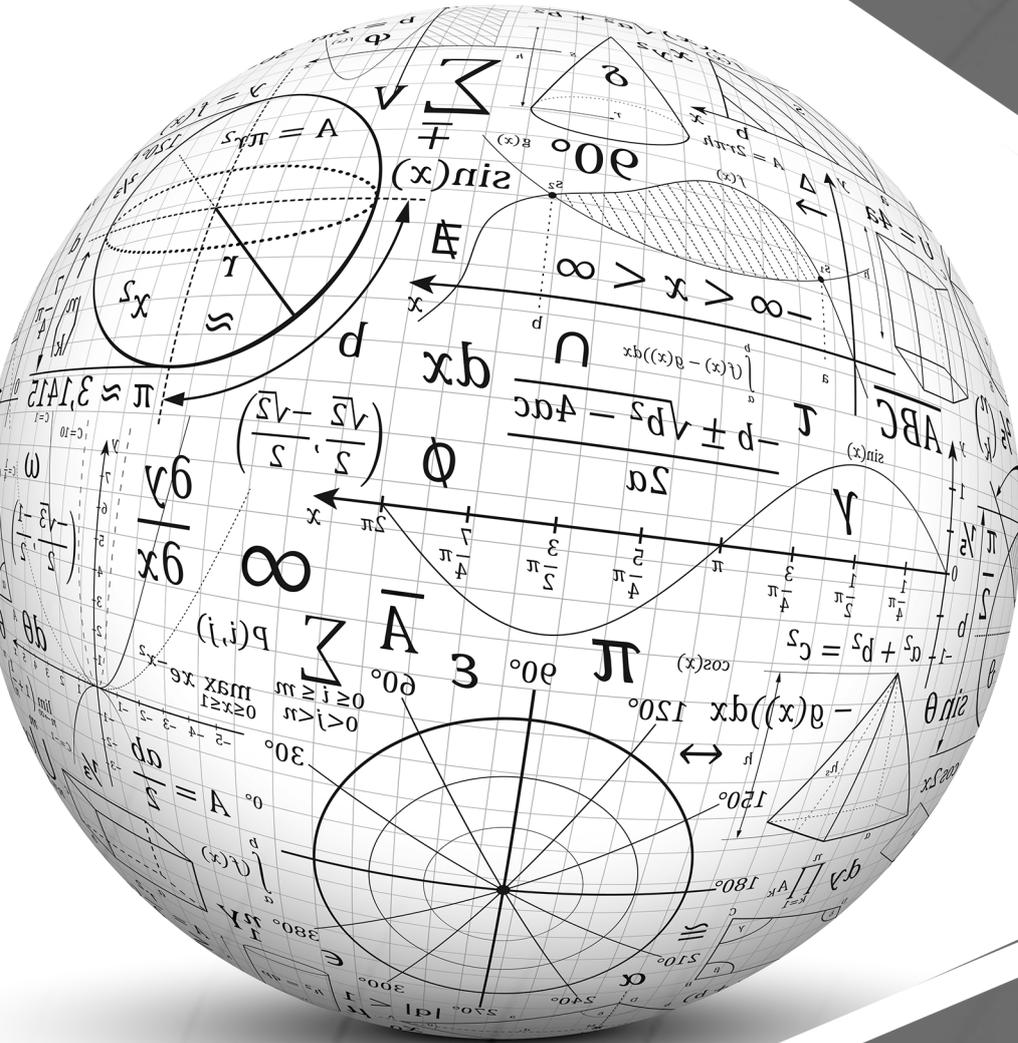
Annaly Schewtschik  
(Organizadora)



# Universo dos Segmentos Envolvidos com a Educação Matemática 2

 **Atena**  
Editora  
Ano 2020

Annaly Schewtschik  
(Organizadora)



# Universo dos Segmentos Envolvidos com a Educação Matemática 2

**Atena**  
Editora

Ano 2020

2020 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do Texto © 2020 Os autores

Copyright da Edição © 2020 Atena Editora

**Editora Chefe:** Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Diagramação:** Geraldo Alves

**Edição de Arte:** Lorena Prestes

**Revisão:** Os Autores



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Profª Drª Adriana Demite Stephani – Universidade Federal do Tocantins

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas

Prof. Dr. Alexandre Jose Schumacher – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Dr. Antonio Gasparetto Júnior – Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais

Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília

Prof. Dr. Carlos Antonio de Souza Moraes – Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa

Profª Drª Denise Rocha – Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia

Prof. Dr. Edvaldo Antunes de Farias – Universidade Estácio de Sá

Prof. Dr. Eloi Martins Senhora – Universidade Federal de Roraima

Prof. Dr. Fabiano Tadeu Grazioli – Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões

Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionale delle Figlie di Maria Ausiliatrice

Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense

Profª Drª Keyla Christina Almeida Portela – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte

Prof. Dr. Marcelo Pereira da Silva – Universidade Federal do Maranhão

Profª Drª Miranilde Oliveira Neves – Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará

Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Rita de Cássia da Silva Oliveira – Universidade Estadual de Ponta Grossa

Profª Drª Sandra Regina Gardacho Pietrobon – Universidade Estadual do Centro-Oeste

Profª Drª Sheila Marta Carregosa Rocha – Universidade do Estado da Bahia

Prof. Dr. Rui Maia Diamantino – Universidade Salvador

Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

Prof. Dr. William Cleber Domingues Silva – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro

Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano

Prof. Dr. Antonio Pasqualetto – Pontifícia Universidade Católica de Goiás

Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná

Profª Drª Diocléa Almeida Seabra Silva – Universidade Federal Rural da Amazônia  
Prof. Dr. Écio Souza Diniz – Universidade Federal de Viçosa  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Fágner Cavalcante Patrocínio dos Santos – Universidade Federal do Ceará  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Júlio César Ribeiro – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Profª Drª Lina Raquel Santos Araújo – Universidade Estadual do Ceará  
Prof. Dr. Pedro Manuel Villa – Universidade Federal de Viçosa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Profª Drª Talita de Santos Matos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Tiago da Silva Teófilo – Universidade Federal Rural do Semi-Árido  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. André Ribeiro da Silva – Universidade de Brasília  
Profª Drª Anelise Levay Murari – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof. Dr. Edson da Silva – Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri  
Profª Drª Eleuza Rodrigues Machado – Faculdade Anhanguera de Brasília  
Profª Drª Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Ferlando Lima Santos – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Igor Luiz Vieira de Lima Santos – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Profª Drª Magnólia de Araújo Campos – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Mylena Andréa Oliveira Torres – Universidade Ceuma  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federaci do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Paulo Inada – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Alexandre Leite dos Santos Silva – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás  
Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Msc. Adalberto Zorzo – Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza  
Prof. Dr. Adailson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Profª Msc. Bianca Camargo Martins – UniCesumar  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Msc. Cláudia de Araújo Marques – Faculdade de Música do Espírito Santo  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Profª Msc. Dayane de Melo Barros – Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Edwaldo Costa – Marinha do Brasil  
 Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita  
 Prof. Msc. Gevair Campos – Instituto Mineiro de Agropecuária  
 Prof. Msc. Guilherme Renato Gomes – Universidade Norte do Paraná  
 Prof<sup>a</sup> Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
 Prof. Msc. José Messias Ribeiro Júnior – Instituto Federal de Educação Tecnológica de Pernambuco  
 Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
 Prof<sup>a</sup> Msc. Lilian Coelho de Freitas – Instituto Federal do Pará  
 Prof<sup>a</sup> Msc. Liliani Aparecida Sereno Fontes de Medeiros – Consórcio CEDERJ  
 Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lívia do Carmo Silva – Universidade Federal de Goiás  
 Prof. Msc. Luis Henrique Almeida Castro – Universidade Federal da Grande Dourados  
 Prof. Msc. Luan Vinicius Bernardelli – Universidade Estadual de Maringá  
 Prof. Msc. Rafael Henrique Silva – Hospital Universitário da Universidade Federal da Grande Dourados  
 Prof<sup>a</sup> Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
 Prof<sup>a</sup> Msc. Solange Aparecida de Souza Monteiro – Instituto Federal de São Paulo  
 Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)</b> <b>(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
U58	<p>Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática 2 [recurso eletrônico] / Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa, PR: Atena, 2020.</p> <p>Formato: PDF            Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader            Modo de acesso: World Wide Web            Inclui bibliografia            ISBN 978-65-81740-16-0            DOI 10.22533/at.ed.160201302</p> <p>1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly.</p> <p style="text-align: right;">CDD 510.7</p>
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
 Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

A obra “Universo dos Segmentos Envolvidos com a Educação Matemática 2” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora. Este volume possui 20 capítulos que trazem uma diversidade de pesquisas em Educação Matemática, relacionadas as práticas de sala de aula, análises de temáticas frente a estudos de revisão bibliográfica, a formação de professores e usos recursos e tecnologias nas salas de aula.

Nos trabalhos que refletem as práticas de sala de aula, veremos experiências desde o Ensino Fundamental ao Ensino Superior, relatando resultados frente ao processo de Ensino e de Aprendizagem da Matemática nas mais diversas temáticas. A Geometria é apresentada em estudos sobre o uso do Desenho Geométrico como estratégia de aprendizagem de conceitos e desenvolvimento de habilidades de percepção do espaço. O Campo Multiplicativo de Vergnaud está nas estratégias dos alunos frente a resolução de problemas neste campo conceitual. O uso de ludicidade é expresso por meio de “Mágicas Matemáticas” (procedimento matemáticos divertidos), evidenciada no trabalho com alunos do Atendimento Educacional Especializado, assim como na pesquisa que traz quadrinhos produzidos após trabalho com Grandezas e Medidas na horta escolar, com objetivo de tornar as aulas mais atraentes, dinâmicas e criativas. O Teorema de Tales presente nos estudos de alturas e sombras com alunos do Ensino Fundamental dimensionado pela metodologia da *Lesson Study*. E o uso da História da Matemática como metodologia para o ensino de Trigonometria a alunos de Ensino Médio.

No que consiste aos estudos de Temáticas da Educação Matemática, por meio de Revisão Bibliográfica, trazemos pesquisas que refletem sobre: a importância de Jogos e Brincadeiras na Educação Infantil, a Aritmética e sua formalização passando pela construção do Pensamento Lógico-matemático e a consolidação do Pensamento Aritmético, o Estado da Arte em relação a Educação Estatística na Formação de Professores, e a análise curricular sobre Transformações Geométricas no Currículo Prescrito de Matemática de Portugal.

Saberes pedagógicos são revelados nos trabalhos de pesquisa que envolvem Formação de Professores: apontando para contribuição da Teoria da Aprendizagem Significativa no ensino de Geometria Espacial, tendo em vista a melhoria da prática pedagógica; e, evidenciando o entendimento docente sobre a Prova Brasil de Matemática e o uso de seus resultados para aprimoramento da prática docente.

Recursos e tecnologias são apresentados em trabalhos que abordam a análise de livros didático e usos de softwares nas aulas de Matemática. O livro didático é evidenciado, em um dos trabalhos, como um dos recursos mais utilizados pelos professores de Matemática em suas aulas, por isso merece toda a atenção frente

sua escolha, devido a conteúdos e ideologias. Em outro, analisa como é apresentado o conceito de Vetor em livros de Geometria Analítica e Mecânica Geral, apontando suas abordagens e os Registros de Representação Semiótica frente aos diferentes significados dados ao conceito e a sua aplicação contextualizada. No uso de softwares apontam trabalhos que abordam: o uso de Games Educativos, em softwares livres, com alunos do Ensino Fundamental II, em laboratório de informática de uma escola pública; o uso do MATLAB em experiência multidisciplinar para o estudo do Cálculo I; as contribuições do uso QR Code para a aprendizagem da Matemática em cursos de formação, tanto inicial como continuada, de professores que ensinam Matemática; o Geogebra no auxílio à aprendizagem de Cálculo Diferencial, em curso de extensão, para alunos de Licenciatura em Matemática; e, também, os resultados sobre usos de Tecnológica Assistiva e Interativa no campo da Educação Matemática para alunos com necessidades específicas.

Este volume apresentado tem como meta atingir educadores que pensam, refletem e analisam a matemática no âmbito da educação matemática e desejam discutir e se aprofundar em temáticas pertinentes a esse campo de conhecimento.

A todos, boa leitura!

Annaly Schewtschik

## SUMÁRIO

### I. PRÁTICAS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
GEOMETRIA NA ESCOLA DE NÍVEL FUNDAMENTAL: DESENHO GEOMÉTRICO COMO UMA PROPOSTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM	
José Augusto Lopes da Silva Jorge Sales dos Santos Maria José Lopes da Silva Elias Fernandes de Medeiros Junior	
<b>DOI 10.22533/at.ed.1602013021</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>12</b>
ESTRATÉGIAS APRESENTADAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES- PROBLEMAS DO EIXO COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA	
Elohá Sheyla Vaz Gomes	
<b>DOI 10.22533/at.ed.1602013022</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>21</b>
GRUPO DE MÁGICA COM MATEMÁTICA NO ATENDIMENTO EDUCACIONAL ESPECIALIZADO	
Tiago Eutíquio Lemes Santana Claudemir Miranda Barboza Renivaldo Bispo da Cruz	
<b>DOI 10.22533/at.ed.1602013023</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>32</b>
MATEMÁTICA EXECUTADA EM FORMA DE QUADRINHOS	
Gabriela da Silva Campos da Rosa de Moraes Débora kommling Treichel Simone Nunes Schulz	
<b>DOI 10.22533/at.ed.1602013024</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>40</b>
TEOREMA DE TALES – SOMBRAS E ALTURAS	
Daniela Santos Brito Viana Kamila Barros Pereira Poliana Ferreira do Prado Roberta D`Ângela Menduni Bortoloti	
<b>DOI 10.22533/at.ed.1602013025</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>48</b>
A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA PARA ENSINO DA TRIGONOMETRIA	
Lucas Ferreira Ananias Carolina Silva e Silva Erika de Abreu Cardoso	
<b>DOI 10.22533/at.ed.1602013026</b>	

**CAPÍTULO 7 ..... 59**

**A IMPORTANCIA DO BRINCAR NA EDUCACAO INFANTIL**

Danielle Souza Barbosa  
Rosa Vicentin  
Kelli Cristina Rodrigues Alves  
Stefane Aparecida Nascimento  
Tamires Costa Paula  
Valéria de Gregório Santos  
Elizabeth Maria Souza  
Michele Ramos Marçal  
Liziria Gabriela Soares Ribeiro  
Cristiane Paganardi Chagas  
Elizabeth Maria Souza  
Josiane de Alves Barboza  
Zulmira Batista Ortega Bueno

**DOI 10.22533/at.ed.1602013027**

**II.ANÁLISE DE TEMÁTICAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**CAPÍTULO 8 ..... 68**

**A ARITMÉTICA E SUA FORMALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Fábio Mendes Ramos  
Daniel Martins Nunes  
Anahil Ancelmo Pereira

**DOI 10.22533/at.ed.1602013028**

**CAPÍTULO 9 ..... 79**

**A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTADO DO CONHECIMENTO**

Thays Rodrigues Votto  
Mauren Porciúncula Moreira da Silva

**DOI 10.22533/at.ed.1602013029**

**CAPÍTULO 10 ..... 91**

**AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO CURRÍCULO PRESCRITO DE MATEMÁTICA DE PORTUGAL**

Júlio César Deckert da Silva  
Ruy César Pietropaolo

**DOI 10.22533/at.ed.16020130210**

**CAPÍTULO 11 ..... 102**

**SABERES PEDAGÓGICOS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE GEOMETRIA ESPACIAL A PARTIR DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

Zelia Beserra Camelo  
Ivoneide Pinheiro de Lima

**DOI 10.22533/at.ed.16020130211**

### III. FORMAÇÃO DE PROFESSORES E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>114</b>
A PROVA BRASIL DE MATEMÁTICA E SEUS RESULTADOS SEGUNDO PROFESSORES DE MATEMÁTICA E SUPERVISORES ESCOLARES	
Ednei Luís Becher Jutta Cornelia Reuwsaat Justo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.16020130212</b>	

<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>121</b>
LIVRO DIDÁTICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA	
Cleiciane Dias das Neves Ana Paula Perovano	
<b>DOI 10.22533/at.ed.16020130213</b>	

### IV. RECURSOS E TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>135</b>
O CONCEITO DE VETOR A PARTIR DA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA, FÍSICA E ENGENHARIA	
Viviane Roncaglio Cátia Maria Nehring Isabel Koltermann Battisti	
<b>DOI 10.22533/at.ed.16020130214</b>	

<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>149</b>
TECNOLOGIA E JOGOS: UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE DIVISIBILIDADE	
Danilo Tavares de Oliveira Brito Carolina Fernandes Araújo	
<b>DOI 10.22533/at.ed.16020130215</b>	

<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>154</b>
INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE CÁLCULO I, ATRAVÉS DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O MATLAB	
Geneci Alves de Sousa Luciano Roberto Padilha de Andrade	
<b>DOI 10.22533/at.ed.16020130216</b>	

<b>CAPÍTULO 17</b> .....	<b>166</b>
PERCORRENDO USOS/SIGNIFICADOS DO QR CODE NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL	
Thayany Benesforte da Silva Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra Adriana dos Santos Lima Anna Carla da Paz e Paes Montysuma Denison Roberto Braña Bezerra Ivanilce Bessa Santos Correia Mário Sérgio Silva de Carvalho	

Mike Wendell Ramos Fernandes  
Otavio Queiroz Carneiro  
Suliany Victoria Ferreira Moura  
Vilma Luísa Siegloch Barros

**DOI 10.22533/at.ed.16020130217**

**CAPÍTULO 18 ..... 179**

GEOMETRIA DO SOFTWARE GEOGEBRA EM CÁLCULO DIFERENCIAL

Rosangela Teixeira Guedes

**DOI 10.22533/at.ed.16020130218**

**CAPÍTULO 19 ..... 194**

O LOCUS DA TECNOLOGIA INTERATIVA E ASSISTIVA NA EDUCAÇÃO  
MATEMÁTICA INCLUSIVA

Érica Santana Silveira Nery

Antônio Villar Marques de Sá

**DOI 10.22533/at.ed.16020130219**

**SOBRE A ORGANIZADORA..... 206**

**ÍNDICE REMISSIVO ..... 207**

## GEOMETRIA NA ESCOLA DE NÍVEL FUNDAMENTAL: DESENHO GEOMÉTRICO COMO UMA PROPOSTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM

*Data de aceite: 06/02/2020*

*Data da submissão: 02/11/2019*

### **José Augusto Lopes da Silva**

Universidade Federal do Pará – UFPA  
<http://lattes.cnpq.br/0300967888288043>  
Belém – Pará

### **Jorge Sales dos Santos**

Universidade Federal do Pará – UFPA  
<http://lattes.cnpq.br/2102424000976287>  
Belém – Pará

### **Maria José Lopes da Silva**

Universidade Federal do Pará – UFPA  
Bragança – Pará  
<http://lattes.cnpq.br/6296536712326949>

### **Elias Fernandes de Medeiros Junior**

Universidade Federal do Vale do São Francisco –  
Univasf  
Juazeiro – Bahia  
<http://lattes.cnpq.br/0786887446926735>

**RESUMO:** Compreende-se que a geometria é de fundamental importância para o desenvolvimento de habilidades necessárias a percepção e a visualização do espaço no qual estamos inseridos. Além de possibilitar o desenvolvimento de conhecimentos relacionados a outras áreas, sejam elas próximas a matemática ou não, possuindo muitas aplicações no mundo real e sendo rica

em possibilidades de exploração, representação e construção. Dentre os conteúdos da disciplina de matemática, a geometria é considerada de suma importância para a formação intelectual do educando, mas nem sempre assuntos relacionados a ela são abordados pelos docentes. Iniciativas como essas fazem com que os alunos sintam dificuldade na resolução de problemas relacionados à geometria em seu cotidiano. Motivado por tais convicções este trabalho tem como objetivo mostrar que o ensino nesta área pode ser aperfeiçoado, partindo do pressuposto de que as construções, proporcionadas pelo desenho geométrico, devem ser resgatadas em sala de aula. Também se propõe a investigar como a aprendizagem dos conceitos geométricos está sendo desenvolvida na escola de nível fundamental, considerando a construção histórica até os dias atuais, bem como as dificuldades enfrentadas no âmbito escolar para aplicação e trabalho com tais conceitos. Para tanto foi realizada uma pesquisa bibliográfica, com levantamento de literaturas que investigam tal temática. Frente à pesquisa desenvolvida, confirma-se a desvalorização do ensino da geometria e as dificuldades enfrentadas pelos alunos na tentativa de entenderem conceitos desvinculados da prática, sendo proposto o trabalho com construções realizadas a partir do resgate do desenho geométrico em sala de

aula, como forma de incentivo ao trabalho com a geometria.

**PALAVRAS-CHAVE:** Geometria. Aprendizagem da geometria. Desenho geométrico.

## GEOMETRY IN FUNDAMENTAL LEVEL SCHOOL: GEOMETRIC DRAW AS A PROPOSAL FOR TEACHING AND LEARNING

**ABSTRACT:** It is understood that geometry is of fundamental importance for the development of skills necessary for the perception and visualization of the space in which we are inserted. In addition to enabling the development of knowledge related to other areas, whether close to mathematics or not, has many applications in the real world and is rich in possibilities of exploration, representation and construction. Among the contents of the mathematics discipline, geometry is considered of paramount importance for the student's intellectual formation, but not always related subjects are addressed by the teachers. Initiatives like these make it difficult for students to solve problems related to geometry in their daily lives. Motivated by such beliefs, this paper aims to show that teaching in this area can be improved, based on the assumption that buildings, provided by geometric design, must be rescued in the classroom. It also proposes to investigate how the learning of geometric concepts is being developed in elementary school, considering the historical construction until the present day, as well as the difficulties faced in the school environment for application and work with such concepts. For that, a bibliographical research was carried through, with survey of literature that investigates such theme. Based on the research developed, the devaluation of the teaching of geometry and the difficulties faced by the students in an attempt to understand concepts detached from the practice are confirmed, and it is proposed to work with constructions made from the rescue of the geometric design in the classroom, as a way incentive to work with geometry.

**KEYWORDS:** Geometry. Geometry learning. Geometric draw.

### 1 | INTRODUÇÃO

Entende-se que a geometria teve um processo histórico rico, que está atrelado às transformações do mundo, pois surge inicialmente para resolver problemas de mensuração das civilizações antigas como a egípcia, por exemplo. Desta forma, não se pode deixar de fazer uma abordagem histórica, o que foi realizado no primeiro tópico da discussão teórica, onde são relatados os principais momentos da trajetória da geometria prática para a geometria dita escolar, dos dias atuais.

Partindo da perspectiva do conhecimento da construção histórica da geometria, é necessário entender de que forma está se dando o ensino da mesma na escola de nível fundamental. Tal temática tem como base estudos e revisões que se aproximam do assunto e que obtiveram resultados esclarecedores em relação ao ensino deste ramo da matemática. É abordada ainda a metodologia da pesquisa, onde se delimita as condições utilizadas para o levantamento da literatura analisada e que norteou o

desenvolvimento da mesma.

Ao se discutir a temática do ensino aprendizagem da geometria na escola fundamental, se enfatiza pontos importantes acerca das dificuldades enfrentadas para a introdução dos conceitos nos currículos escolares, fato este que está intimamente ligado às reformas educacionais ocorridas na época, que deram maior visibilidade a aritmética e a álgebra. A questão da aprendizagem é prejudicada, uma vez que o interesse pelo ensino da geometria influencia diretamente os conteúdos a serem ensinados e conseqüentemente a formação dos alunos.

Entendendo o ensino da geometria como uma importante chave para o desenvolvimento do aluno no nível fundamental, procura-se mostrar a viabilidade da prática pedagógica na matemática, por meio de um trabalho diferenciado a aplicação de construções proporcionadas pelo desenho geométrico, pois se devem ensinar os conceitos desta área de forma acessível ao aluno para que o mesmo possa, a partir disso, resolver as atividades propostas no âmbito escolar e também os demais problemas encontrados em seu cotidiano.

Esta pesquisa contribui de forma significativa com os estudos já existentes na área do ensino aprendizagem da geometria, uma vez que a mesma, como fonte de aprendizagem, ainda não se tornou uma prática realmente efetiva no âmbito escolar. Embora seja uma área de fácil aplicação e associação com conceitos e objetos reais do dia a dia por parte dos alunos, seu nível de exploração ainda deixa a desejar.

## 2 | METODOLOGIA DA PESQUISA

Foi realizada uma pesquisa bibliográfica na biblioteca central UFPA/ UEPA-Belém via sistema *Pergamum*. Em meio eletrônico, consulta na base de dados das plataformas eletrônicas *Google Acadêmico* e *SciELO*, usando-se das palavras-chave: história da geometria, ensino aprendizagem da geometria, desenho geométrico e geometria na escola fundamental, abrangendo um período de 1993 a 2012. Tal delimitação do tempo foi feita de forma bem abrangente, pois se levou em consideração que várias revisões de literatura, que tendem para a mesma temática, adotam trabalhos pioneiros como os de Lorenzato e Pavanello, que discutem os problemas relacionados com o ensino aprendizagem da geometria na escola fundamental.

Foram consultados livros de história da matemática que continham informações sobre a origem da geometria, bem como sua formação, desde os primórdios da civilização egípcia até o desenvolvimento de conceitos abstratos com os gregos. Os artigos selecionados, bem como monografias e dissertações de mestrado, foram capturados em versão completa, apenas em português, que atendiam as necessidades do trabalho, podendo ser de revisão.

Como critérios de exclusão temos: apresentar a história da geometria de forma pouco contextualizada; conter unicamente estudos quantitativos, com pouca revisão de literatura; já para critérios de Inclusão deve: envolver ensino aprendizagem em geometria; foco na experimentação e prática com as construções geométricas; trabalhar com construções geométricas através do desenho geométrico.

### 3 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1 Um breve histórico da geometria

Grandes historiadores como o grego Heródoto indicam a civilização egípcia como berço da geometria, sendo a mesma gerada principalmente pela agrimensura. Aristóteles por sua vez, sugere os lazes de uma classe sacerdotal egípcia como responsável pelo estudo inicial da geometria. Porém, “Heródoto e Aristóteles não quiseram arriscar a propor origens mais antigas que a civilização egípcia, mas é claro que a geometria que tinham em mente possuía raízes mais antigas”. (BOYER, 1996, p. 4).

Entendendo a geometria como originária da civilização egípcia, Mlodinow (2008) afirma que podemos observar sua evolução atrelada à economia movida pela agricultura, onde a população que habitava as margens do rio Nilo, pagava imposto da terra ao rei, porém com as inundações anuais, às terras tinham que ser demarcadas novamente e junto dessa necessidade ampliaram-se os conceitos geométricos, surgindo então a geometria (*geo* = terra e *metria* = medida), ou seja, *medida da terra*.

Os babilônios, por volta de 2000 e 1600 a. C., também comprovaram bons conhecimentos acerca da geometria, sendo que Mlodinow (2008) atribui aos babilônios um sistema matemático consideravelmente mais avançado e sofisticado que o utilizado pelos egípcios. Seus conhecimentos tiveram grande contribuição para a descoberta e entendimento das propriedades geométricas. Os babilônios também apresentavam leis para o cálculo de áreas de figuras planas e o volume de alguns sólidos espaciais, pois:

De numerosos exemplos concretos infere-se que os babilônios [...]. Deviam estar familiarizados com as regras gerais de área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles (e talvez da área de um triângulo genérico), da área de um trapézio retângulo, do volume de um paralelepípedo reto-retângulo e, mais geralmente, do volume de um prisma reto de base trapezoidal. [...]. Também tinham conhecimentos de que os lados correspondentes de dois triângulos retângulos semelhantes são proporcionais, que a perpendicular baixada do vértice de um triângulo isósceles em que incidem os lados congruentes divide ao meio a base e que um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto. (EVES, 2004, p. 60-61)

Cantador (2006) enfatiza que foi através das observações feitas pelo homem, mesmo de forma inconsciente, que os conceitos geométricos foram se formando, sendo que os desenhos antigos ou mesmo as pinturas rupestres são expressões geradas por observações, como por exemplo, a noção de distância que envolve a reta e as observações da lua e do sol.

Os gregos por sua vez foram grandes impulsionadores do desenvolvimento da geometria enquanto ramo matemático, sendo que as primeiras sistematizações foram realizadas por eles que muito contribuíram desde os tempos primitivos, pois:

Foram os primeiros a perceber que a natureza poderia ser entendida usando-se a matemática- que a geometria poderia ser aplicada para revelar não apenas para descrever. Desenvolvendo a geometria a partir de descrições simples de pedra e areia, os gregos extraíram ideias de ponto, linha e plano. (MLODINOW, 2008, p. 15)

Proclus, filósofo grego (410- 485 a. C.), em seus trabalhos que descrevem o desenvolvimento da geometria grega desde os tempos primitivos até Euclides, cita alguns dos principais sábios da antiguidade que contribuíram para a formação da base da geometria até os dias atuais, entre eles estão Tales e Euclides. Ambos de grande importância para a matemática, sendo que o primeiro trabalhou preparando lugar para descobertas matemáticas posteriores até os *Elementos* de Euclides.

Contador (2006) enfatiza a grande importância de Tales de Mileto (640- 540 a. C.) para a geometria, uma vez que o mesmo é considerado como o primeiro grande pensador e geômetra grego, pois se propôs a questionar o sentido das coisas que aconteciam ao seu redor, bem como o ser humano e a natureza, por meio de perguntas filosóficas.

Eves (2004) nos leva a entender que a geometria demonstrativa teve seu início com Tales, sendo que o mesmo é considerado um dos sete sábios da antiguidade, durante a primeira metade do sexto século a. C. Ele também é reconhecido por seu trabalho com a organização dedutiva da geometria, pela criação da geometria das linhas e por muitas outras contribuições dadas a matemática.

Outro grande homem a influenciar o desenvolvimento da matemática e da geometria foi Euclides de Alexandria que, segundo os historiadores, viveu por volta de 300 a. C., no litoral do sul do mar Mediterrâneo, um pouco a oeste do rio Nilo, na Alexandria. Sua outra obra, intitulada *Os Elementos*, é um dos trabalhos mais traduzidos e amplamente lidos de todos os tempos, perdendo unicamente para a Bíblia. Segundo Contador (2006), sabe-se que, Euclides baseado nos trabalhos de Eudóxio, teria desenvolvido esta obra da matemática que nos dias atuais é considerada uma das mais importantes, provindas daquela época.

Compreende-se que o trabalho de Euclides esteve voltado para a junção dos conhecimentos gerados por seus antecessores matemáticos, pois segundo Mlodinow

(2008) Euclides em nenhum momento reivindicou originalidade sua em relação a qualquer um dos teoremas, sendo que o mesmo se mostrava como um organizador e sistematizador da geometria compreendida e estudada pelos gregos.

Para Contador (2006), o estilo axiomático/dedutivo de Euclides, usado para reproduzir os conhecimentos organizados em *Os Elementos*, proporcionou a todos uma maior compreensão da geometria e de seus conceitos. Assim, é notória a importância de Euclides para a matemática e para a geometria, sendo que o mesmo alcançou grande prestígio na Grécia Clássica e é, por muitos historiadores e estudiosos, considerado o “Pai da Geometria”.

Vale ressaltar que além dos pensadores citados no texto acima, outros como Pitágoras, Arquimedes e Apolônio, também foram importantes para a construção da geometria e de seus conceitos até os dias atuais.

### 3.2 Dificuldades no processo de ensino aprendizagem da geometria

A geometria como uma importante parte do currículo no ensino fundamental, é destacada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática como um ramo que desperta o interesse naturalmente, sendo fértil para se trabalhar situações-problema. Através de conceitos geométricos o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento, que permitirá estabelecer conexões entre a matemática e outras áreas do conhecimento, desde que se desenvolva um trabalho atrelado a exploração dos objetos do mundo físico, uma vez que as experiências concretas devem ser valorizadas nas atividades de geometria.

Lorenzato (1995) destaca a importância do ensino da geometria na escola fundamental, partindo da concepção de que, ao lidar com a mesma, o aluno desenvolve o pensamento geométrico e o raciocínio lógico para trabalhar com situações ditas geometrizadas do dia a dia, levando em conta a relação estabelecida com outras áreas do conhecimento humano, pois sem ela a leitura interpretativa do mundo seria incompleta e a transmissão de ideias seria reduzida.

Neste sentido, Brasil (1997) enfatiza que as atividades geométricas, orientadas para o 3º e 4º ciclos do ensino fundamental, devem centrar-se em procedimentos de observação, representação e construção de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazerem conjecturas sobre algumas propriedades, além da construção de outras relações matemáticas.

Observa-se que, especificamente para o 3º ciclo, os PCN de matemática tornam a valorizar o pensamento geométrico, pois este é capaz de possibilitar a exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a resolver problemas matemáticos envolvendo figuras geométricas planas ou não, utilizando procedimentos de composição e decomposição, bem como transformações, ampliação e redução

dessas figuras. Já para o 4º ciclo, os PCN de matemática ressaltam alguns objetivos específicos, tais como:

- \* resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo elementos fundamentais para a constituição de sistemas de coordenadas cartesianas;
- \* estabelecer relações entre figuras espaciais e suas representações planas, envolvendo a observação das figuras sob diferentes pontos de vista, construindo e interpretando suas representações;
- \* resolver situações-problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e composição, transformação, ampliação e redução. (BRASIL, 1997, p. 64-65)

Os PCN de matemática destacam o papel fundamental do professor no trabalho com situações que venham a propiciar ao aluno a visualização e aplicação de conceitos em geometria. Neste sentido, Silva (2006) enfatiza que o professor deve compreender a importância que o ensino da geometria tem nos currículos da educação básica, percebendo que é através das concepções dos alunos que ele pode explorar e trabalhar essa temática em sala de aula, facilitando a compreensão e desenvolvimento da aprendizagem.

Apesar deste vasto campo de atuação levantado pelos PCN de Matemática para o ensino aprendizagem, observa-se ainda hoje o descaso e omissões da geometria na escola fundamental, fato este que teve seu quadro agravado após a promulgação da Lei 5692/71 que, segundo Pavanello (1993) deu ampla liberdade às escolas sobre a decisão da programação de conteúdo a serem seguidos no decorrer dos cursos, o que englobava também a área da matemática.

Pavanello (1993) destaca o papel dos professores de matemática com relação à programação dessas disciplinas, pois os mesmos tinham uma maior flexibilidade e decisão sobre que assuntos da matemática ensinar e que ordem cronológica seguir, dentro do que vinha sendo repassado pelas instituições de ensino da qual faziam parte. Desta forma, a omissão de assuntos relacionados a geometria eram frequentes nas grades curriculares, sendo que os conceitos da aritmética e da álgebra sempre se sobressaíam em sala de aula.

O despreparo do professor de matemática da escola fundamental, quanto ao ensino da geometria, tornou-se bem evidente neste período, pois não havia o conhecimento necessário de geometria para se trabalhar de forma concreta, com segurança e de maneira a exercer uma aptidão a desenvolverem em sala de aula atividades com demonstrações mais complexas ou propriedades de figuras geométricas, por exemplo. Assim, entende-se que:

O professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (LORENZATO, 1995, p. 3-4)

Para Almeida (2009), o abandono da geometria está também associado ao período do MMM, pois neste momento houve apropriações por parte de autores de livros didáticos, professores e alunos em relação a ideias e teorias acerca do ensino de geometria repercutidas na época, onde havia pouco espaço para se trabalhar a geometria. Em contraponto, as estruturas algébricas, mesmo sem o total domínio dos professores, foram colocadas diretamente nos manuais didáticos, sendo bastantes disseminadas nos cursos de formação.

Lorenzato (1995) destaca que o MMM também teve a sua parcela de contribuição para a atual realidade do ensino da geometria na escola fundamental, pois o ensino anterior ao movimento era marcadamente lógico-dedutivo possuindo demonstrações que logo desapareceram com o incentivo da algebrização da geometria, que embora não tenha dado certo deixou uma lacuna nas práticas pedagógicas que se refletem até os dias atuais.

### **3.3 Desenho geométrico como ferramenta de ensino aprendizagem**

As tendências em matemática, que surgiram ao longo do tempo, segundo Fiorentini (1995), tiveram a intenção de ampliar o ensino com enfoque na melhoria e na qualidade, sendo atribuído aos conteúdos uma nova roupagem, onde se privilegiava os significados próprios atribuídos a eles e a forma com que eram ensinados.

Ao se atentar para o ensino da matemática e os meios pelos quais o mesmo está sendo conduzido na escola de nível fundamental, percebe-se a geometria como área ainda pouco explorada em sala de aula, reduzida a conceitos específicos, voltados para a aritmética e a álgebra. Neste sentido, Fainguelernt (1999) enfatiza que, a geometria não pode ser reduzida a aplicações de fórmulas e resultados advindos de teoremas, mas deve preocupar-se em descobrir caminhos para dedução de fórmulas, sem fixar-se unicamente em processos exaustivos de formalização.

Segundo Damazio (1999) a construção do conhecimento só será valorizada quando for proporcionado ao aluno a experimentação, pois o conhecimento matemático foi tomando para si autonomia com relação a utilidade prática que possui, sendo que a capacidade de abstração é uma das características mais fortes da matemática desenvolvida nos dias atuais. Desta forma, torna-se fundamental a valorização da capacidade de saber encontrar a solução, pois é investigando que se chega a experimentação.

Neste sentido, Fainguelernt (1995) fala sobre a adoção de uma aprendizagem que se torne significativa em geometria, pois a mesma têm papel importante na

matemática, sendo que sua essência pode ser observada pela construção da intuição, do formalismo, da abstração e da dedução. Desta forma, a geometria constrói no aluno ideias e métodos pertinentes ao seu desenvolvimento intelectual.

Quando há, por parte do professor, a ligação dos conceitos de geometria com o mundo físico do aluno, as aulas tornam-se mais prazerosas e significativas, pois perde-se o modelo axiomático e abstrato com a qual vem sendo trabalhada em sala de aula. Patrono (2007) enfatiza que, um dos maiores desafios encontrados hoje é tornar a matemática atrativa ao ponto de gerar uma aprendizagem significativa dos conceitos, sendo que a geometria pode contribuir de forma clara para tal feito, uma vez que possui um caráter mais lúdico e menos formal.

Os professores muitas vezes lançam no quadro representações prontas e acabadas de figuras geométricas que poderiam ser facilmente construídas. Em seguida partem para conceitos e propriedades abstratas, que não estabelecem relação alguma com as experiências que os alunos apresentam. Como consequência, as aulas tornam-se extensões do conhecimento inatingível do professor, a geometria perde seu brilho e deixa de ser atraente ao aluno. O que não deveria de forma alguma ocorrer, pois segundo Dante (*apud* OLIVEIRA, 2005, p. 4), a geometria faz parte de tudo o que nos rodeia, pois quando olhamos a nossa volta tudo nos lembra a formas geométricas, que são infinitamente diversas e podem ser encontradas nas artes, na natureza, nas construções, etc.

Partindo da ideia de que a geometria deverá propiciar a experimentação do aluno frente ao conhecimento, tem-se que as construções proporcionadas pelo desenho geométrico podem auxiliar o professor na introdução de novos conceitos. Sua importância deve ser compreendida e levada em consideração na sala de aula. Segundo Maziero (2011), as construções geométricas são até hoje valorizadas como importantes para a compreensão de conceitos da matemática elementar, pois os problemas que envolvem as construções são capazes de desafiar o raciocínio e exigem um conhecimento bem amplo de teoremas e propriedades da geometria.

Destacando a importância das construções geométricas para o ensino da geometria, Lima (*apud* OLIVEIRA, 2005, p. 3), ressalta o desenho das figuras geométricas como sendo parte fundamental para a compreensão, à fixação e também para a imaginação criativa do aluno. Enfatiza ser fundamental que o mesmo desenhe suas próprias figuras, procurando caminhos, imaginando as possíveis construções a serem realizadas, pesquisando as conexões existentes entre os conceitos, forçando o raciocínio e desenvolvendo a mente.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao iniciar esse trabalho de pesquisa com o levantamento bibliográfico, pode-se

entender como a geometria se constituiu ao longo da história, com sua valorização e declínio no ensino fundamental das escolas públicas do Brasil. Foram estudados autores que tornam visíveis, através de seus trabalhos na área, o quadro atual de ensino da geometria, onde há uma nítida desvalorização e privação das construções proporcionadas pelo desenho geométrico.

Os recursos e as metodologias empregadas nas aulas de geometria contribuem de forma significativa para o quadro atual de abandono da mesma na escola fundamental, pois o professor se utiliza de ferramentas de ensino pouco atraentes, tornando as aulas uma exposição de conceitos que muitas vezes não apresentam conexão entre o conhecimento já existente na bagagem cognitiva dos alunos e aqueles que devem ser compreendidos e assimilados.

Observa-se que o ensino da geometria ainda está centrado na aplicação de fórmulas em figuras geométricas prontas, onde o aluno não pode desenvolver suas próprias construções frente aos problemas propostos e se tornar ativo no desenvolvimento de seu próprio conhecimento. Assim, frente a estes problemas de ensino, surge à necessidade de se desenvolver metodologias que possam contribuir e auxiliar os professores e alunos no estudo da geometria.

O resgate do desenho geométrico em sala de aula, realizado através da devida utilização de instrumentos como régua e compasso, por exemplo, pode proporcionar uma real aprendizagem de conceitos da geometria pelos alunos. E por estarem nas listas escolares, serem de fácil manuseio e de baixo custo, se transformam em recursos que podem estar presentes em todas as aulas de matemática, principalmente nas aulas de geometria.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, João da Cruz. **Análise e reflexão do processo de ensino-aprendizagem de geometria através de uma experiência metodológica com alunos de oitava série**. 2009. 74 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade do Estado da Bahia, Bahia, 2009.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história**. V.1 2 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

DAMAZIO, Ademir. **Contexto Histórico-Cultural e a formação de conceitos matemáticos**. Anais II Seminário de Pesquisadores em Educação da Região Sul. Curitiba: ANPED, 1999.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. São Paulo: UNICAMP, 2004.

FAINGUELERNT, Estela Kawfman. **Educação matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FAINGUELERNT, Estela Kawfman. O Ensino de Geometria no 1º e 2º graus. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, ano III, nº 4, p.45–53, 1995.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-37, 1995.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? In.: **Educação Matemática em Revista- SBEM**, Rio Grande do sul, N.4, p.3-13, 1995.

MLODINOW, Leonard. **A janela de Euclides**: a história da geometria: das linhas paralelas ao hiperespaço. São Paulo: Geração Editorial, 2008.

OLIVEIRA, Clézio Lemes. **Importância do Desenho Geométrico**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Católica de Brasília. Brasília. 2005. Disponível em: <<http://www.matematica.ucb.br/sites/000/68/00000002.pdf>>. Acesso em 21 de agosto de 2017.

PATRONO, Rosangela Milagres. O não resgate das Geometrias e o ensino atual: relato de uma experiência. In.: **I Seminário de Ensino de Geometria**, Ouro Preto, 2007.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, N.1, p.7-17, 1993.

SILVA, Cláudio Itacir Della Nina da. **Proposta de aprendizagem sobre a importância do desenho geométrico e da geometria descritiva**. 2006. 103 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

## ESTRATÉGIAS APRESENTADAS POR ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES- PROBLEMAS DO EIXO COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

*Data de aceite: 06/02/2020*

*Data de submissão: 04/11/2019*

**Elohá Sheyla Vaz Gomes**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Faculdade de Educação da Baixada Fluminense

Duque de Caxias - RJ

<http://lattes.cnpq.br/5777400589141055>

**RESUMO:** Este artigo tem o objetivo de analisar os procedimentos de resolução de problemas adotados por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública situada na periferia do município de Paracambi, no estado do Rio de Janeiro. A análise do desempenho dos alunos na resolução de problemas de estruturas multiplicativas, em relação à Comparação Multiplicativa busca compreender os conceitos construídos e as dificuldades apresentadas por esses alunos. Temos como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud. O instrumento de pesquisa foi pensado baseando-se nessa teoria e é composto por seis problemas do eixo Comparação Multiplicativa, contemplando as ideias de “vezes mais” e “vezes menos”. A pesquisa é de cunho qualitativo utilizando a técnica de análise documental. Concluimos que os alunos apresentam dificuldades em relação ao raciocínio multiplicativo e em associar a

expressão utilizada à operação que resolve o problema.

**PALAVRAS-CHAVE:** campos conceituais; estruturas multiplicativas; procedimentos de resolução; compreensão do raciocínio multiplicativo; comparação multiplicativa.

STRATEGIES SUBMITTED BY 5TH  
YEAR STUDENTS OF THE KEY SCHOOL  
IN RESOLUTION SITUATIONS - AXLE  
PROBLEMS MULTIPLICATIVE COMPARISON

**ABSTRACT:** This article aims to analyze the problem solving procedures adopted by 5th grade students from a public school located in the outskirts of Paracambi, Rio de Janeiro State. The analysis of students' performance in solving multiplicative structure problems in relation to Multiplicative Comparison seeks to understand the concepts constructed and the difficulties presented by these students. We have as theoretical contribution the theory of conceptual fields by Gerárd Vergnaud. The research instrument was designed based on this theory and consists of six problems of the Multiplicative Comparison axis, contemplating the ideas of “times more” and “times less”. The research is qualitative in nature using the document analysis technique. We conclude that the students have difficulties in relation to the multiplicative reasoning and to associate the

expression used to the operation that solves the problem.

**KEYWORDS:** conceptual fields; multiplicative structures; resolution procedures; understanding of multiplicative reasoning; multiplicative comparison.

## 1 | INTRODUÇÃO

O interesse por essa pesquisa surgiu no Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação – PPG ECC da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, mais especificamente, durante as reuniões do Grupo de Estudo e Pesquisa em Aprendizagem e Educação Matemática – GEPAEM, em que fazemos parte, onde apoiamos nossos estudos na Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud. Com isso, nos propomos a compreender e analisar os procedimentos utilizados por alunos do 5º do Ensino Fundamental na resolução de problemas relacionados à Comparação Multiplicativa.

As situações-problema pensadas neste estudo apresentam em seu enunciado expressões do tipo “vezes mais” e “vezes menos”. Magina, Santos e Merlini (2011) entendem que os erros apontados pelos alunos não são apenas ligados às operações de multiplicação e divisão, mas se referem na maior parte das vezes na interpretação desses problemas.

Assim, elaboramos uma atividade diagnóstica com o objetivo de analisar de forma qualitativa o desempenho de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. As seis questões que contemplam essa atividade são do eixo Comparação Multiplicativa e foram elaboradas visando abranger as possíveis situações encontradas pelos alunos pertencentes ao eixo estudado.

## 2 | REFERENCIAL TEÓRICO: A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Campo conceitual para Vergnaud (1990, 1994) é um conjunto composto por várias informações. Problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento são campos conceituais que estão sempre interligados e se fundem durante o processo de aprendizagem. A Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud busca analisar de que forma que ocorre o aprendizado. A teoria defende que a parte que fundamenta o aprendizado é a conceitualização, ou seja, deve-se voltar a atenção principalmente aos esquemas que fazem parte do aprendizado e de que forma o aluno lida com essa conceitualização das situações desenvolvendo seus próprios esquemas, tanto dentro da escola como fora dela.

Vergnaud (2009) divide o estudo sobre desenvolvimento cognitivo em três tripés, são eles: situações (S) que representam o referente dos conceitos, invariantes (I) que são seus significados e representações simbólicas (R) que são os significantes.

## 2.1 Comparação multiplicativa

São situações-problema pertencentes à estrutura multiplicativa que envolvem duas quantidades de mesma origem e uma relação entre elas. Essa relação pode aparecer em expressões como “dobro” e “metade” ou ainda em alguns exercícios que exigem um pouco mais de raciocínio envolvendo expressões do tipo “vezes menos” ou “vezes mais”. Magina, Santos e Merlini (2011, p.4) ao analisar esse eixo, comentam “[...] que esta dificuldade não reside na habilidade de se efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação [...]”. Pereira (2015), ainda sobre estrutura Multiplicativa, acrescenta:

[...] os estudantes resolvem as situações procurando uma “palavra-dica” e, quando se tem a presença da palavra “vezes”, eles utilizam uma multiplicação. Quando as expressões linguísticas são acompanhadas de expressões como “vezes mais”, “vezes menos”, “menos do que”, os estudantes tendem a fazer operações de adição e subtração, respectivamente. E, ainda, há os que fazem duas operações como a multiplicação e, em seguida, a adição ou subtração. (PEREIRA, 2015, p.88).

Essas expressões comumente usadas em situações-problemas podem trazer interpretações equivocadas, escolhendo as operações de acordo com as palavras usadas nos problemas, e não se baseando na interpretação. O artigo traz exemplos de três situações-problema abordando cada uma das três classes: relação desconhecida, referente desconhecida e referido desconhecido.

## 3 | SOBRE A NOSSA INVESTIGAÇÃO

Essa pesquisa ocorreu em uma sala de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública situada na periferia do município de Paracambi-RJ, com um quantitativo de 20 alunos.

Após estudarmos detalhadamente os protocolos de resolução dos alunos, foram elaboradas seis categorias que serão analisadas de maneira qualitativa, através de análise documental, de forma que todas as possíveis particularidades de resolução das situações-problema que os alunos apresentaram pudessem ser analisadas. A seguir serão expostas as categorias para análise que foram utilizadas, bem como as descrições de cada uma delas.

1. Aluno identifica a operação que resolve o problema e acerta o procedimento: nesse grupo aparecem os protocolos dos alunos que reconheceram a operação que resolve o problema e o resolveu corretamente, mesmo que utilizando algum algoritmo diferente do esperado, chegando ao resultado final correto.

2. Aluno identifica a operação que resolve o problema, mas não acerta o procedimento: nesse grupo aparecem os protocolos dos alunos que reconheceram

a operação que resolve o problema, mas não resolveram de maneira correta a operação, seja utilizando um procedimento convencional ou algum outro algoritmo não esperado. Sendo assim, o aluno não chegou ao resultado correto.

3. Aluno identifica a operação que resolve o problema, mas não desenvolve. Nesse grupo aparecem os protocolos dos alunos que identificaram a operação que resolve o problema, mas não desenvolveram nenhum tipo de cálculo associado à essa operação e erram a questão.

4. Aluno não identifica a operação (multiplicação ou divisão) mas acerta a questão: nesse grupo aparecem os protocolos dos alunos que não identificaram a operação de multiplicação ou divisão, mas conseguem resolver o problema aplicando conceitos aditivos, somando parcelas sucessivas através de algum algoritmo convencional ou ainda de alguma maneira não convencional, mas resolve o problema corretamente.

5. Aluno não identifica a operação e erra a questão: nesse grupo aparecem os protocolos dos alunos que não identificaram a operação que resolve o problema e erraram no desenvolvimento dos procedimentos, não resolvendo o problema

6. Aluno não resolveu: nesse grupo aparecem os protocolos dos alunos que não resolveram o problema, não fazendo nenhuma tentativa, sendo o aluno que deixou o protocolo “em branco”.

Na sequência, apresentamos uma análise do instrumento escolhido como a base dessa investigação. Como já foi citado anteriormente, esse instrumento faz parte do conjunto de problemas referente ao eixo Comparação Multiplicativa, que contempla as classes Referente desconhecido, Referido desconhecido e Relação desconhecida.

#### 4 | ANÁLISE DOS PROBLEMAS DE COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

Como citado anteriormente, esse instrumento é formado por seis situações-problemas em que 20 alunos participaram. As operações esperadas em cada problema envolvem a multiplicação ou divisão, pois fazem parte das estruturas multiplicativas, como veremos no quadro 1.

Problema	Resolução esperada
1. Na loja um boneco custa R\$6,00 e um carrinho custa 4 vezes mais que o carrinho. Qual o preço do carrinho?	Era esperado que o aluno multiplicasse o valor do boneco pela relação entre os valores, chegando ao resultado de R\$24,00.
2. Comprei uma caixa de canetinhas por R\$15,00 e um lápis por R\$3,00. Quantas vezes a caixa de canetinhas foi mais cara que o lápis?	A solução esperada era que o aluno dividisse o valor das canetinhas pelo valor do lápis, chegando ao resultado de 5 vezes mais.

3. João comprou uma caixa de bombons por R\$12,00 e um biscoito por R\$4,00. O biscoito de João custou quantas vezes menos que a caixa de bombons?''	Era esperado que o aluno dividisse o valor da caixa de bombons pelo valor do biscoito, chegando ao resultado de 3 vezes menos.
4. Mariana tem 18 figurinhas e sua irmã Marcela possui três vezes menos figurinhas. Quantas figurinhas Marcela possui?	Nesse problema, o aluno deveria dividir o número de figurinhas por 3, obtendo o resultado de 6 figurinhas.
5. Lucas possui cinco vezes mais bolinhas de gude que Marcos. Sabendo que Marcos possui 4 bolinhas de gude, quantas bolinhas Lucas possui?	Era esperado que o aluno multiplicasse 4 bolinhas pelo referencial 5, obtendo 20 bolinhas de Lucas.
6. Dona Ana vendeu hoje três vezes menos trufas que ontem. Se ontem ela vendeu 75 trufas, quantas trufas ela vendeu hoje?	Nesse problema, o aluno deveria dividir o número de trufas pelo referencial 3, chegando à resposta de 25 trufas.

Quadro 1 - Detalhamento dos problemas e das respectivas resoluções esperadas

Fonte: Elaborado pela autora

As análises realizadas foram contabilizadas e resumidas no quadro 2.

Categorias	Problema						
	1	2	3	4	5	6	Total
1. Operação esperada, resposta certa	14	0	0	2	11	3	30
2. Operação esperada, resposta errada	3	0	0	4	2	2	11
3. Operação esperada, não tentou	0	0	0	0	0	3	3
4. Operação não esperada, resposta certa	0	2	2	2	0	0	6
5. Operação não esperada, resposta errada	3	17	18	11	7	13	69
6. Não tentou	0	1	0	1	0	0	2

Quadro 2 - Resoluções por categoria

Fonte: Elaborado pela autora

A seguir, apresentaremos alguns protocolos de resolução exemplificando os resultados encontrados, representando as categorias.

Categoria 1: Aluno identifica a operação que resolve o problema e acerta o procedimento.

Com relação à essa categoria, apresentamos o seguinte protocolo:

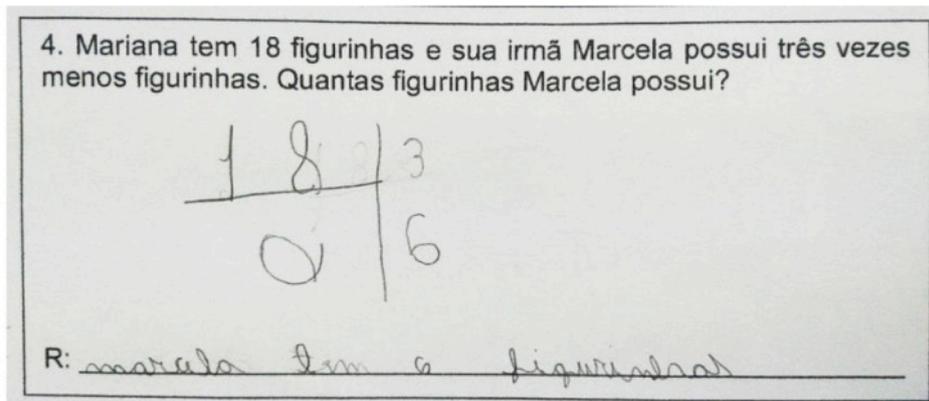


Figura 1 – Protocolo da categoria 1

Fonte: dados da pesquisa

O protocolo da figura 1 mostra que o aluno assimila a ideia da operação necessária para a resolução do problema e aplica corretamente o algoritmo que deve ser utilizado, obtendo a resposta correta.

Categoria 2: Aluno identifica a operação que resolve o problema, mas não acerta o procedimento.

Nesta categoria, apresentamos o protocolo da figura 2 em que o aluno reconhece a operação que resolve corretamente o problema, mas erra na aplicação do algoritmo. Assim, não consegue chegar à resposta correta.

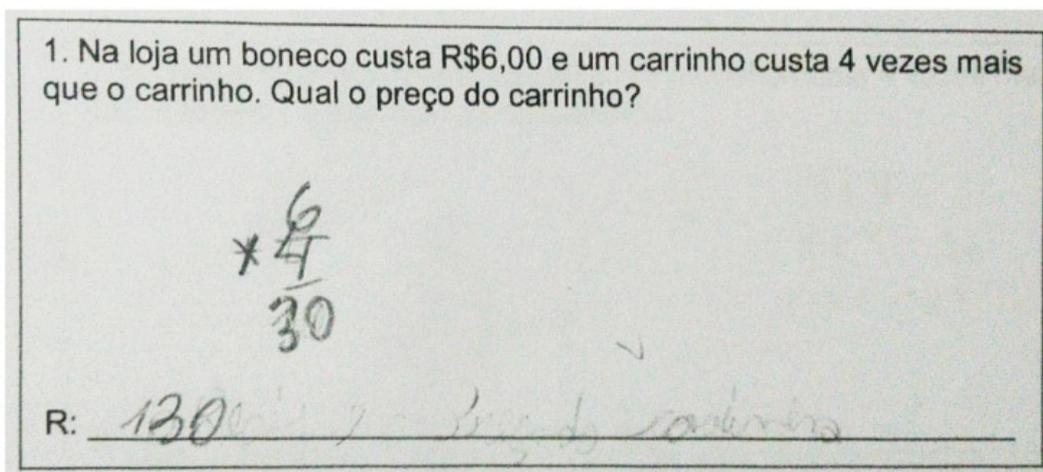


Figura 2 – Protocolo da categoria 2

Fonte: dados da pesquisa

Categoria 3: Aluno identifica a operação que resolve o problema, mas não desenvolve.

Apresentamos na figura 3 o protocolo que descreve a categoria. Observamos que o aluno identificou a operação que resolve o problema, indicando a operação de divisão, mas não desenvolveu a operação, o que pode indicar que ele ainda não

assimilou os conceitos do algoritmo da divisão.

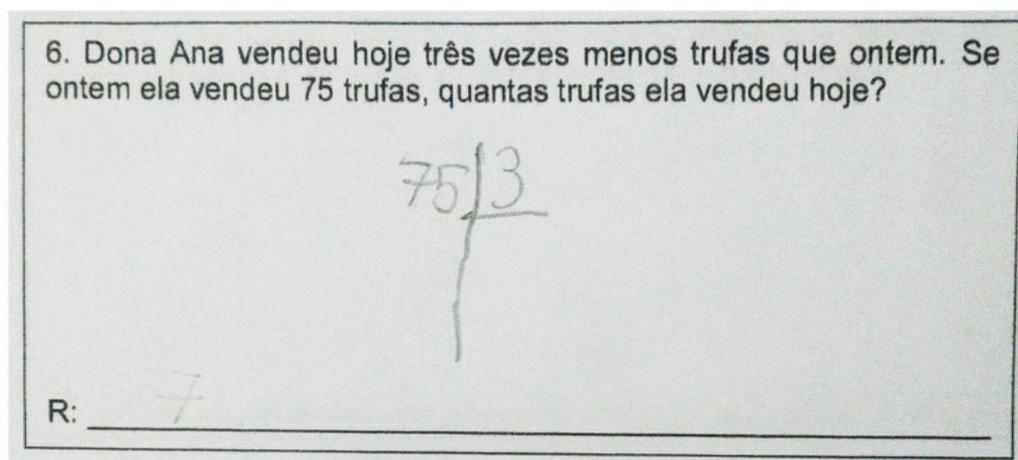


Figura 3 – Protocolo da categoria 3

Fonte: dados da pesquisa

Possivelmente, o aluno apresentou dificuldade pois não conseguiu associar o algoritmo à um significado diante da situação-problema. Nesse caso, o aluno não consegue avançar na estratégia de resolução.

Categoria 4: Aluno não identifica a operação (multiplicação ou divisão) mas acerta a questão.

Nesta categoria, identificamos em após a análise de alguns protocolos, que os alunos não identificaram a operação esperada para resolver o problema, mas utilizaram outros meios para chegar à solução correta. Na figura 4 observamos que o aluno realizou o produto de fatores sucessivos até encontrar a quantia procurada. Esse aluno provavelmente ainda não compreende totalmente os conceitos das estruturas multiplicativas, obtendo o produto de maneira sucessiva ao invés de aplicar o algoritmo da divisão. Isso demonstra que ele ainda não assimilou os conceitos formais do algoritmo.

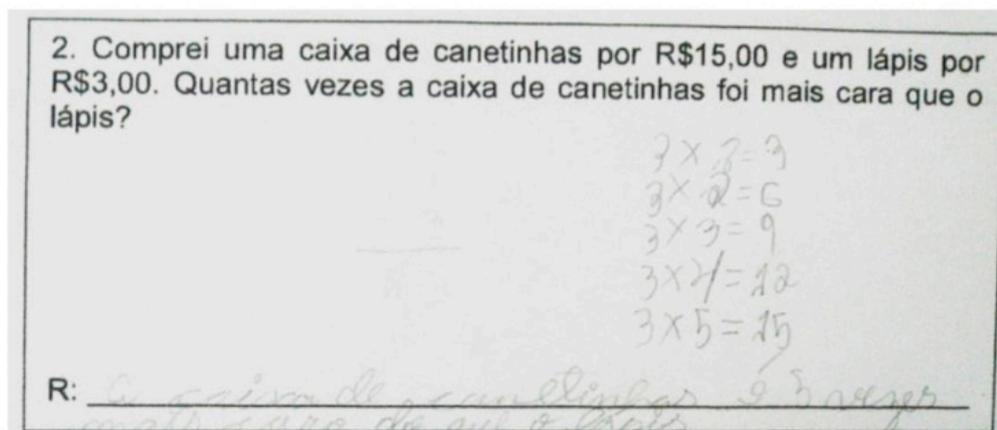


Figura 4 – Protocolo da categoria 4

Fonte: dados da pesquisa

Podemos presumir que este tipo de resolução não é pertinente para a fase de escolarização, de acordo com o que preveem os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), que propõe para esse ano de escolaridade que o aluno já tenha construído os conceitos das operações.

Categoria 5: Aluno não identifica a operação e erra a questão.

No protocolo da figura 5, vemos que o aluno não identificou a operação associada ao problema, onde erroneamente associou “três vezes” à uma multiplicação com fator 3. Isso mostra que o aluno não considerou o real significado do problema, levando em conta apenas o significado numérico.

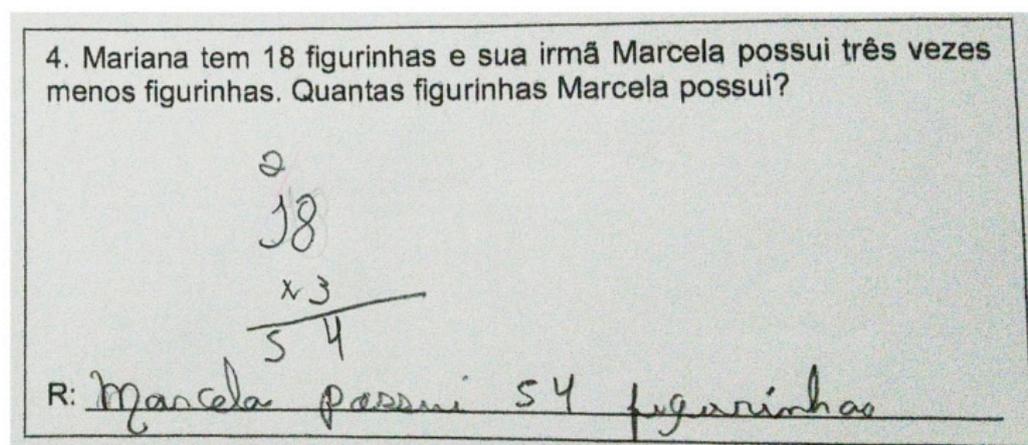


Figura 5 – Protocolo da categoria 5

Fonte: dados da pesquisa

Categoria 6: Não tentou

Nesta categoria, contabilizamos 2 protocolos em que os alunos deixaram as questões “em branco”. Indica que possivelmente o aluno não conseguiu associar o problema a uma operação, ou não conseguiu levantar suposições sobre a solução.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através dessa experiência, analisando o instrumento utilizado na pesquisa, podemos perceber que a maioria dos alunos apresentou dificuldades em identificar a operação correta para a resolução do problema. Com isso, não conseguiram chegar às respostas corretas na maioria dos protocolos. Nos problemas de comparação multiplicativa que utilizam expressões “vezes mais” e “vezes menos”, os alunos não identificaram corretamente as operações que deveriam utilizar, muitas vezes associando as expressões à uma multiplicação apenas, confundindo as expressões “vezes mais” e “vezes menos” com a operação “vezes”.

Por meio dessa análise verificamos que existem muitas dificuldades sobre a

compreensão do raciocínio multiplicativo e que nas questões resolvidas por meio do algoritmo da multiplicação, o número de acertos foi maior quando comparada às questões resolvidas por meio da divisão. Percebemos que alguns alunos que chegaram à compreensão do algoritmo que deveria ser utilizado não conseguiram efetuar a operação, sendo a divisão em maior número. O fato desses alunos estarem migrando para o segundo segmento do Ensino Fundamental e demonstrarem dificuldades na apropriação de conceitos do campo multiplicativo podem acarretar dificuldades na aprendizagem de conteúdos matemáticos que surgirão posteriormente.

Apesar das operações mencionadas serem trabalhadas em um momento posterior no 6º ano de escolaridade, o ideal é que o aluno já estivesse com os conceitos consolidados. A utilização de procedimentos pessoais de resolução como foi apresentado em alguns protocolos pode ser ineficiente em problemas mais rebuscados, que demandarão estratégias específicas de resolução.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; DOS SANTOS, Aparecido; MERLINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

PEREIRA, Emanuella Filgueira. **Esquemas utilizados por estudantes do 9º ano ao resolver situações da Estrutura Multiplicativa**, Dissertação de Mestrado defendida junto ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, UESC, 2015.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative conceptual field: what and why? In: GUERSHON, H.; CONFREY, J. (Ed.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

VERGNAUD, Gérard. **A Criança, a Matemática e a Realidade**. Tradução de: MORO, M. L. F. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

## GRUPO DE MÁGICA COM MATEMÁTICA NO ATENDIMENTO EDUCACIONAL ESPECIALIZADO

Data de aceite: 06/02/2020

Data de submissão: 28/10/2019

### **Tiago Eutíquio Lemes Santana**

Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia – *Campus* Cacoal

Cacoal – Rondônia

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6024724372009264>

### **Claudemir Miranda Barboza**

Docente do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia – *Campus* Cacoal / Professor Orientador do Programa Institucional de Residência Pedagógica

Cacoal – Rondônia

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6218643729285724>

### **Renivaldo Bispo da Cruz**

Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia - *Campus* Cacoal

Cacoal – Rondônia

Currículo Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6848265900671789>

**RESUMO:** Visamos relatar a experiência vivenciada pelos acadêmicos autores em algumas ações do Programa Institucional de Residência

Pedagógica, mais especificamente em um grupo de magia com matemática compostos pelos alunos do Atendimento Educacional Especializado (AEE) da escola EEEFM Bernardo Guimarães, localizada no município de Cacoal – Rondônia. Apresentaremos o início desse grupo, o treinamento dos alunos participantes, a realização das apresentações em sala, bem como a influência dessa prática em nossa formação como futuros profissionais da educação, no intuito de semear uma ideia para a inclusão dos alunos que frequentam o AEE com os demais discentes da escola, proporcionando ao mesmo tempo a desmistificação do Atendimento Educacional Especializado e o aumento no interesse pelos conteúdos matemáticos, pois as mágicas aqui expostas estão inteiramente relacionados com essa matéria.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação Especial. Mágica. Matemática.

### MATH MAGIC GROUP IN SPECIALIZED EDUCATIONAL SERVICE

**ABSTRACT:** We aim to report the experience lived by the academic authors in one of the actions of the Institutional Program of Pedagogical Residence, more specifically in a group of magic with mathematics composed by the students of the Specialized Educational

Attendance (AEE) of the school EEEFM Bernardo Guimarães, located in Cacoal - Rondonia. We will present the beginning of this group, the training of the participating students, the presentation of the classroom presentations, as well as the influence of this practice on our education as future education professionals, in order to sow an idea for the inclusion of students attending ESA with the other students of the school, providing at the same time the demystification of Specialized Educational Care and the increased interest in mathematical content, because the magic exposed here are entirely related to this subject.

**KEYWORDS:** Special Education. Magic. Mathematics.

## 1 | INTRODUÇÃO

A vivência ocorreu na escola EEEFM Bernardo Guimarães no município de Cacoal – RO, com um grupo de alunos do Atendimento Educacional Especializado (AEE) em uma das ações do Programa Institucional de Residência Pedagógica, que é um programa de cunho nacional na formação de professores e possui dentre seus objetivos o desenvolvimento de projetos que fortaleçam o campo da prática e conduzam de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente.

O Programa Residência Pedagógica é dividido em três etapas: ambientação, participação e regência, sendo que na primeira o participante deve dedicar a se familiarizar com todos os espaços da escola, já a participação ocorre o primeiro contato com os alunos em uma sala de aula, auxiliando o professor no desenvolvimento de atividades e por fim a regência, etapa em que o acadêmico descobre-se como professor.

O Atendimento Educacional Especializado (AEE) foi criado para dar suporte aos alunos deficientes e facilitar o acesso ao currículo, conforme o Decreto Nº 7.611 de 17 de novembro de 2011

Art. 3º São objetivos do atendimento educacional especializado:

I - Prover condições de acesso, participação e aprendizagem no ensino regular e garantir serviços de apoio especializados de acordo com as necessidades individuais dos estudantes;

II - Garantir a transversalidade das ações da educação especial no ensino regular;

III - fomentar o desenvolvimento de recursos didáticos e pedagógicos que eliminem as barreiras no processo de ensino e aprendizagem; e

IV - Assegurar condições para a continuidade de estudos nos demais níveis, etapas e modalidades de ensino. (BRASIL, 2011)

O olhar inicial para os alunos do AEE aconteceu por um mero acaso na fase de ambientação e atingiu todas as três etapas do programa, sendo que a experiência vivenciada teve como foco o III objetivo, na ocasião desenvolvemos materiais manipuláveis para a utilização no grupo de mágica com matemática e no presente

relato descreveremos os materiais confeccionados e as mágicas mais relevantes.

## 2 | REALIZAÇÃO DO PROJETO

Partindo do pressuposto que “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção, ou a sua construção” (Freire, 2011, p.24), o projeto foi desenvolvido norteado pela aprendizagem significativa, que em suma é a aprendizagem que realmente tenha sentido para o educando, de maneira que ele seja capaz de se apropriar com maior proveito dos conteúdos, segundo Ausubel

Na aprendizagem significativa há três vantagens essenciais em relação à aprendizagem memorística. Em primeiro lugar, o conhecimento que se adquire de maneira significativa é retido e lembrado por mais tempo. Em segundo, aumenta a capacidade de aprender outros conteúdos de uma maneira mais fácil, mesmo se a informação original for esquecida. E, em terceiro, uma vez esquecida, facilita a aprendizagem seguinte – a “reaprendizagem”, para dizer de outra maneira. A explicação dessas vantagens está nos processos específicos por meio dos quais se produz a aprendizagem significativa onde se implica, como um processo central, a interação entre a estrutura cognitiva prévia do aluno e o conteúdo de aprendizagem. (AUSUBEL, 1982, p. 58)

O intuito de realizar esse projeto foi oportunizar aos alunos do AEE a aprendizagem de mágicas que envolvessem matemática e posteriormente a aplicação dessas mágicas nas turmas regulares, ação que proporcionou a esses alunos a possibilidade de serem agentes ativos no processo de ensino aprendizagem. Foram realizados encontros semanais com 2 horas de duração, sendo estes momentos dedicados a confecção de materiais, treinamento das mágicas e apresentação nas turmas regulares.

### 2.1 Construção das cartolas

Geralmente os mágicos possuem cartolas, por esse motivo decidimos confeccioná-las, para tanto se fez uso de cola, tesoura e papel cartão, levamos os materiais e cada aluno recortou, colou e montou sua própria cartola. O objetivo dessa atividade foi o de conhecer melhor os alunos, verificar suas potencialidades e os pontos fracos, sendo que ainda foi possível conversarmos informalmente com a coordenadora que nos passou as condições e as características de alguns alunos do grupo:

- Aluno A: Ainda não tem laudo, está no AEE devido a percepção da Prof. do AEE. Essa aluna fazia tudo com paciência.
- Aluno B: Possui autismo funcional nível 2, queria fazer tudo perfeito e conseguiu.
- Aluno C: É hiperativo e ansioso, incomodava muito os outros alunos, além

de ter ciúmes quando não dávamos atenção para ele. Foi difícil convencê-lo a deixar a cartola quieta por alguns minutos para que a cola pudesse secar.

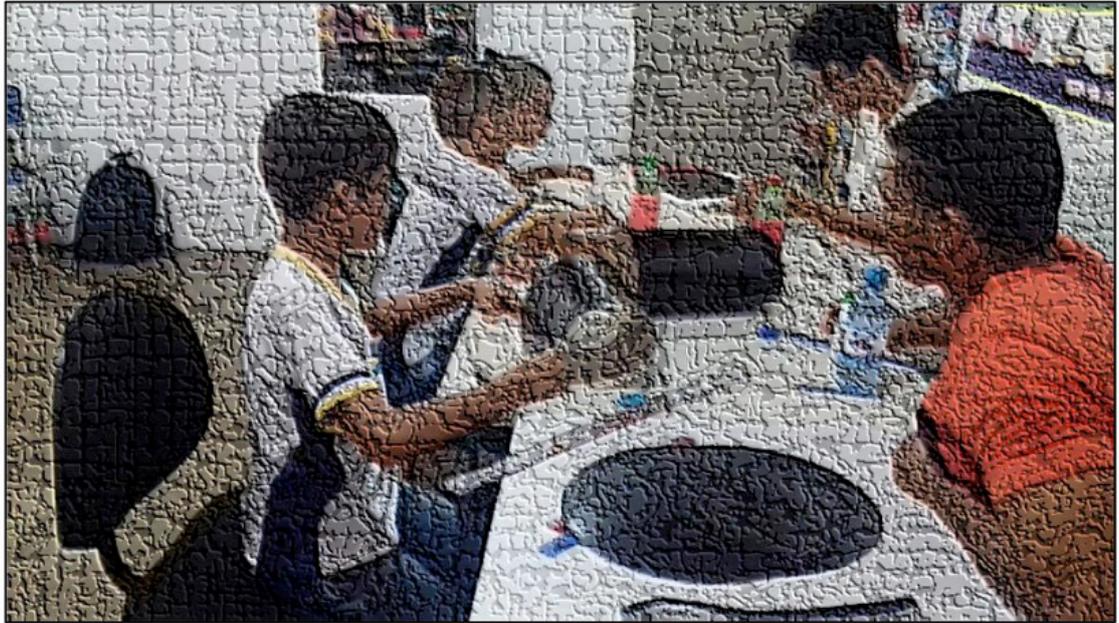


Figura 1 – Confeção das cartolas

Fonte: Autores

## 2.2 Treinamento

Primeiro levamos dois quebra-cabeças matemáticos, encontrados no site do Portal do Saber, escolhemos os desafios “De volta ao planeta terra” e “Desafio dos copos”, os quais construímos materiais manipuláveis com a intenção de desenvolver o raciocínio lógico matemático de forma intuitiva, que posteriormente foi direcionado para a abstração, competência que se fez necessária para o entendimento da matemática envolvida nas mágicas e possibilitou a sua realização com sucesso. No próximo encontro começamos a treina-los para fazer matemáticas descritas a seguir.

### 2.2.1 Soma Oculta

Precisa-se de apenas 3 dados comuns, construímos de papelão e papel cartão para ficarem maiores. O matemático convida uma pessoa da plateia para embaralhar e empilhar em uma única coluna os dados enquanto ele estiver de costas, depois o matemático se vira e coloca a mão em cima dos dados para se “conectar” com eles e descobrir em questão de segundos qual é a soma das cinco faces ocultas.



Figura 2 – Materiais, treinamentos e apresentação da mágica dos dados

Fonte: Autores

**Importância:** Desenvolver o raciocínio lógico-matemático na busca por padrões, pois não importa o quanto seja embaralhado os dados, sempre será possível descobrir a soma das faces ocultas em questão de segundos. **Tem truque:** Os dados foram construídos de modo que a soma das faces opostas sempre resulte em sete, então em três dados a soma das seis faces opostas será  $3 \times 7 = 21$ , no entanto apenas 5 faces estão ocultas e para descobrir a soma dessas faremos 21 menos a face superior do 1º dado da coluna.

### 2.2.2 Descobrimo a Carta Escolhida

São necessárias 16 cartas não repetidas de um baralho, as quais serão organizadas em 4 fileiras e 4 colunas, em seguida convidaremos uma pessoa da plateia para escolher uma carta enquanto o matemágico está de costas. O participante deverá mostrar a todos a carta escolhida e depois devolver no mesmo lugar, nisso o matemágico faz a seguinte pergunta; em qual coluna está a carta escolhida? Depois irá recolher todas as cartas e organizar novamente em 4 colunas e 4 fileiras, fazendo a mesma pergunta pela segunda vez; em qual coluna está a carta escolhida? E então descobrirá a carta que a pessoa da plateia escolheu.



**Importância:** Instigar o aluno para os conceitos de coordenadas no plano cartesiano, pois em vez de trabalharmos com as direções x e y, estamos usando linha e coluna para a localização da carta. **Tem truque:** Quando a pessoa responde pela primeira vez em qual coluna a carta está, o matemágico fica sabendo que poderá ser uma das 4 cartas da coluna, então ele recolhe todas as cartas, pegando a coluna que está a carta escolhida por último. Agora ele irá pegar as 4 primeiras cartas e colocar uma em cada coluna e as outras poderá organizar de forma aleatória, de modo que fique 4 linhas e 4 colunas. Sabemos que a carta escolhida está na primeira linha, mas não sabemos em qual coluna ela está, eis que é realizada a segunda pergunta; em qual coluna a carta que você escolheu está?

### 2.3 Permutação Mágica

Se fez necessário a construção do material descrito no material Oficina Mágica com Fundamentação Matemática (IME, p.7-8). Certifique-se que a parte superior do tubo esteja em uma altura maior do que o campo de visão da plateia, e que a mesma permaneça no mínimo à 1 metro de distância de onde será realizado a mágica. Inicialmente o matemágico apresenta os materiais que serão utilizados, pergunta o que representa cada cor do semáforo e começa a colocar as bolinhas dentro do tubo na seguinte ordem; vermelho, amarelo e verde, enquanto os alunos o acompanham atentamente, em seguida, o matemágico assopra e retira o tubo, revelando as bolinhas com a ordem trocada. Como isso é possível?! Ainda não satisfeito, a mágica é refeita, dessa vez de uma forma diferente, a bolinha vermelha não é mais colocada no tubo, mas em uma “caixa mágica” que é assoprada e depois aberta, mostrando que o interior seu interior encontra-se vazio. Ao levantar o tubo percebe-se que surpreendente a bolinha vermelha esteve o tempo todo junto com as outras no tubo.



Figura 4– Materiais e apresentação da mágica das cartas

Fonte: Autores

**Importância:** Apresentar o conceito de permutação, que é a quantificação das diferentes formas de organizar determinados elementos, sendo em nosso caso as três bolinhas coloridas. Pode-se iniciar a ideia de fatorial com o seguinte problema motivador: Quantos semáforos diferentes são possíveis construir utilizando as 3 cores; verde, amarelo e vermelho? E no decorrer da mágica discutir essa pergunta. **Tem truque:** 1º etapa da mágica: na parte superior do tubo há uma bolinha vermelha e quando colocamos a verde, a bolinha vermelha cai e a verde fica presa, depois a verde cai e a amarela fica presa, por último a amarela cai e novamente uma bolinha vermelha fica presa, agora basta levantar o tubo e verificar que as bolinhas estão em uma ordem diferente. 2º etapa: decorre de forma semelhante a primeira etapa, exceto pelo fato de que a bolinha vermelha não é colocada no tubo, mas, dentro da “caixa mágica”, ao mesmo tempo que de forma discreta o matemágico empurra com uma das mãos a bolinha amarela para que esta não fique presa no tubo. Na caixa a bolinha vermelha fica dentro de um recipiente, de forma que quando aberta a tampa, a bolinha está escondida do campo de visão da plateia e ao levantar o tubo vemos três bolinhas coloridas, é claro que a vermelha nunca saiu de dentro da caixa.

### 2.3.1 Dinheiro no Varal

Utiliza-se uma corda de aproximadamente 1 metro de comprimento, 12 prendedores de roupa e uma nota de 10 reais. O matemágico irá convidar alguém da plateia para participar de uma brincadeira e tentar ganhar o dinheiro. Funciona assim: a pessoa convidada irá retirar 3,2 ou 1 prendedor, depois é a vez do matemágico retirar 3,2 ou 1 prendedor. Ganha o dinheiro quem retirar o prendedor que segura a nota de 10 reais, no entanto esse deve prendedor deverá ser o último a ser retirado. “Matemagicamente” não importa quem começa a brincadeira; o matemágico sempre ganha.



Figura 5– Materiais e apresentação da mágica das cartas

Fonte: Autores

**Importância:** Mostrar com a matemática básica está envolvida em situações

que a princípio parecem ser complexas, pois para desvendar a mágica basta saber fazer a divisão e entender o conceito de múltiplos de um número. **Tem Truque:** vamos por parte; como ganhar quando a pessoa da plateia começa? Iremos dividir os 12 prendedores em 3 grupos de 4 unidades:

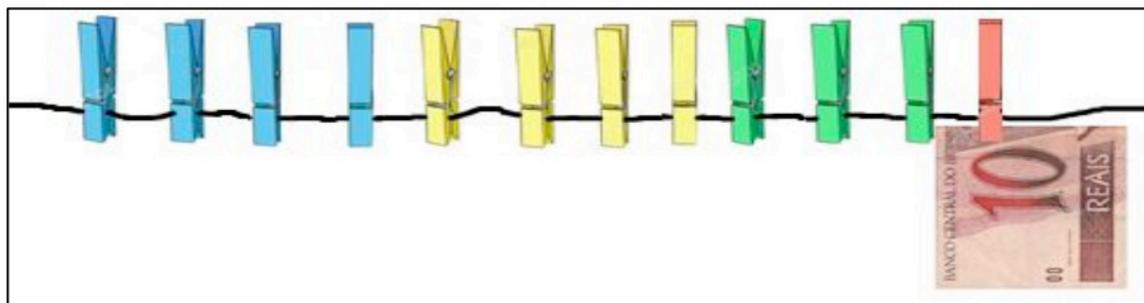


Figura 6 – Esquema da mágica do dinheiro.

Fonte: Autores

O convidado irá retirar 3,2 ou 1 prendedor, para isso basta que o matemágico retire uma quantidade que complete 4. Depois de duas retiradas de cada pessoa teremos 4 prendedores restantes e será a vez do convidado que nessa altura já terá percebido que não irá ganhar, pois se ele retirar um prendedor o matemágico retira 3, entre eles a nota de 10 reais, se ele retirar 2 o matemágico retira também 2 e ganha, e se ele retirar 3 o matemágico retira o último, aquele que prende a nota de 10 reais. Mas como o matemágico ganha quando ele começa? Por meio de uma pequena distração na plateia. Boa sorte para descobrir a segunda parte do truque.

### *2.3.2 Uma Cara ou Coroa Diferente*

Foram necessárias 5 moedas de 1 real e um caderno, construímos as moedas com papelão para ficarem maiores e facilitarem a visualização por parte da plateia. Todas as moedas são deixadas sobre a mesa com o símbolo da cara virado para cima, em seguida são escolhidos 3 participantes para auxiliarem na mágica. Enquanto o matemágico está virado de costas e vendado pedirá para que o 1º participante vire uma moeda, o 2º participante vire uma moeda e o 3º participante vire uma moeda, em seguida todo o processo será repetido e ao final um dos participantes deve esconder uma das moedas. com o caderno. Apenas olhando as outras moedas que restaram sobre a mesa, o matemágico será capaz de descobrir a face da moeda escondida que está virada para cima.



Figura 7– Materiais, treinamento e apresentação da mágica das moedas.

Fonte: Autores

**Importância:** Está mágica foi retirada de uma das apostilas do PIC (Programa de Iniciação Científica) e tem por objetivo incentivar o aluno na resolução de problemas matemáticos que envolvam o conceito de números ímpares e pares. **Tem truque:** Inicialmente temos 5 “caras” e 0 (zero) “coroas”, logo uma quantidade ímpar de “caras” e uma quantidade par de “coroas”. Quando o primeiro participante virar uma moeda teremos necessariamente uma quantidade ímpar de coroas. Quando o 2º participante virar uma moeda, independente se for ou não a mesma que o 1º participante virou, teremos uma quantidade par de coroas. Com o 3º participante teremos uma quantidade ímpar de coroas, e assim segue-se o padrão

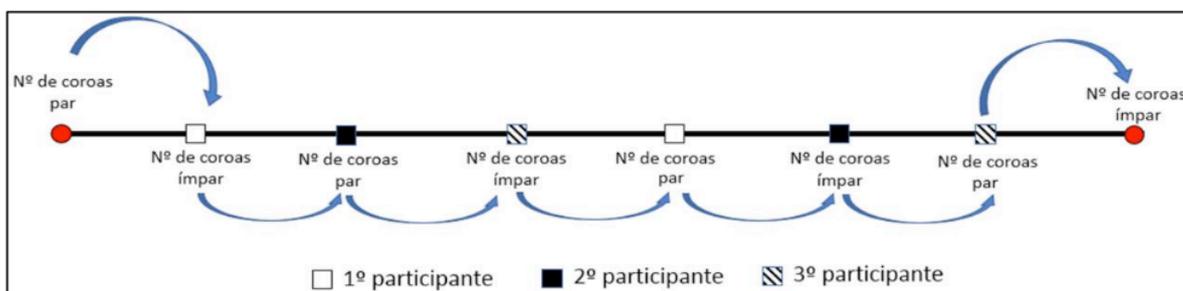


Figura 7 – Esquema de paridade na mágica das moedas.

Fonte: Autores

Nesta mágica os alunos do grupo de matemáticas perceberam o padrão para descobrir qual face da moeda escondida está virada para cima, caso entre as 4 moedas visíveis o matemático visualize uma quantidade par de coroas então a moeda escondida está com a face cara virada para cima e caso contrário estará com a face coroa virada para cima.

## 2.4 Apresentações em sala

Em dos encontros vieram 3 alunos do grupo de matemática, então decidimos realizar as apresentações em sala, por ser nossa primeira vez, optamos por ir na classe do 3º ano do ensino fundamental. Os alunos amarram em nos ver fantasiados

de mágicos, gritaram, nos abraçaram, e se encantaram com as matemáticas. Acredito que os alunos do AEE gostaram muito de toda a atenção que receberam. Apresentamos também nos 8º anos e na turma de reforço. Para os 8º anos percebemos que seria necessário treinar mais, pois ficamos nervosos e como nos relatou um de nossos matemáticos: “Deu um frio na barriga”, mas são em situações como essa que iremos aprender a superar nossos medos. Uma das professoras nos afirmou que seus alunos nunca haviam visto isto (mágica com matemática) e por isso demonstraram tamanha empolgação. A professora do AEE nos falou como foi bom ver a alegria deles na torcida, principalmente na mágica do dinheiro em que colocamos uma nota de 100 em vez de 10 reais.

Houve um dia em que faltava apenas 30 minutos para terminar as aulas da parte da tarde e os alunos do AEE ficaram insistindo para apresentar em mais uma sala, argumentamos que iríamos em outra oportunidade com mais tempo, mas não teve jeito, tivemos que ir. Na sala em questão apresentamos apenas uma mágica e nesse momento percebemos o quanto eles estavam animados por participarem desse grupo.

### 3 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar a ação notamos um aumento na frequência dos alunos na sala do Atendimento Educacional Especializado, sendo que anteriormente muitos tinham vergonha de participarem, percebemos também a evolução desses alunos, no entanto a evolução foi maior em nós, bolsistas, pois inicialmente tínhamos preconceito com a educação especial, não pensávamos em desenvolver projetos voltado a essa área e acreditávamos que eles não eram capazes de aprender. Essa experiência nos possibilitou a quebra de paradigmas e o enriquecimento da nossa bagagem de conhecimento, aprendizagem que levaremos para nossa prática docente, pois agora sabemos que os alunos do AEE possuem dificuldades, mas também potencialidades, que podem ser exploradas com o uso de metodologias diferenciadas.

Essa vivência nos possibilitou a aplicação dos conhecimentos teóricos aprendidos na disciplina de educação inclusiva em acontecimentos reais, criando dessa forma uma ponte, unindo teoria e prática, propiciando o desenvolvimento de habilidades necessárias para a realização de um ensino de qualidade.

### AGRADECIMENTOS

À CAPES pelo fomento da bolsa do Programa Institucional de Residência Pedagógica – PIRP. À Pró-reitora de Ensino do IFRO. Ao IFRO, *Campus Cacoal*. À EEEFM Bernardo Guimarães pela disponibilização do espaço para realização do

projeto.

Agradecemos também a preceptora do PIRP, professora Léia Ferreira Sampaio e a professora da sala do AEE, Fatima Maria Borges, por todo apoio, incentivo e paciência que tiveram para conosco.

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

BRASIL. Decreto n. 7.611, de 17 de nov. de 2011. **Dispõe sobre a educação especial, o atendimento educacional especializado e dá outras providências**, Brasília, DF, nov. 2011.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**: saberes necessários a prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

IMPA. **Quebra-Cabeças de Matemática**. Disponível em <<https://portaldosaber.obmep.org.br/index.php/site/index?a=4>>. Acesso em 09 de março de 2019.

MALAGUTTI, Pedro Luiz. **Mágica com Fundamentação Matemática**. In: Mostra do CAEM de 2015. Disponível em <[https://www.ime.usp.br/caem/anais\\_mostra\\_2015/arquivos\\_auxiliares/oficinas/Oficina01\\_Pedro\\_Malagutti.pdf](https://www.ime.usp.br/caem/anais_mostra_2015/arquivos_auxiliares/oficinas/Oficina01_Pedro_Malagutti.pdf)>. Acesso em 09 de março de 2019.

SAMPAIO, João Carlos; MALAGUTTI, Pedro Luiz. **Mágica, Matemática e outros Mistérios**. 2006. Disponível em: <<http://www.mat.ufg.br/bienal/2006/mini/malagutti.sampaio.pdf>>. Acesso em 09 de março de 2019.

LORENZATO, Sergio. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**: Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. Campinas: Autores Associados, 2006. ISBN 978-85-7496-165-1.

OBMEP. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP** - Disponível em <<http://www.obmep.org.br>>, acesso em 20 de Mai 2017.

# CAPÍTULO 4

## MATEMÁTICA EXECUTADA EM FORMA DE QUADRINHOS

Data de aceite: 06/02/2020

Data de submissão: 03/12/2019

### **Gabriela da Silva Campos da Rosa de Moraes**

Escola Municipal de Ensino Fundamental Heitor  
Soares Ribeiro

[gabrielasilvacampos@gmail.com](mailto:gabrielasilvacampos@gmail.com)

Canguçu – RS

Licenciada em Matemática

Universidade Federal de Pelotas

Pós graduada em Educação Especial e Inclusiva

Instituto Ateneu

Pós graduada em Mídias na Educação

Instituto Sul Rio – Grandense

Pós Graduada Educação Matemática

Instituto Ateneu

<https://www.cnpq.br/cvlattesweb/>

PKG\_MENU.menu?f\_

cod=208EAF2C5F9191D25895D26BF83CB539

### **Débora kommling Treichel**

Escola Municipal de Ensino Fundamental Heitor  
Soares Ribeiro

Graduada em Matemática

Universidade Católica de Pelotas

Mestranda em Educação Ambiental

Cavg – IFsul – Pelotas

[deboratreichel@gmail.com](mailto:deboratreichel@gmail.com)

Canguçu – RS

<https://www.cnpq.br/cvlattesweb/>

PKG\_MENU.menu?f\_

cod=5746FAAB1EAE091CA62D28C462879CA3

### **Simone Nunes Schulz**

Escola Municipal de Ensino Fundamental Carlos  
Moreira

Graduada em Matemática

Universidade Católica de Pelotas

Mestranda em Educação e Tecnologia

Cavg – IFsul – Pelotas

[simonenunesschulz@gmail.com](mailto:simonenunesschulz@gmail.com)

Canguçu – RS

<http://lattes.cnpq.br/8040471568366619>

**RESUMO:** O presente trabalho tem como objetivo tornar as aulas de matemática mais atraentes, dinâmicas e criativas, voltadas para a realidade dos alunos e proporcionando aos educandos da Escola Municipal Heitor Soares Ribeiro, localizada no interior de Canguçu, localidade da Florida, segundo distrito de Canguçu, vivências como: redescobrir e aprender padrões de medidas, utilizar diferentes estratégias para identificar número em situações que envolvem contagem, identificar as unidades de medidas de comprimento mais usadas: metro, quilometro, centímetro e milímetro, utilizando régua, fita métrica, trena, entre outros O projeto foi desenvolvido na disciplina de Matemática, atendendo alunos do 6º ano do ensino fundamental. Tendo como metodologia a prática da horta escolar, levando a matemática no contexto da horta, pois em se

tratando de escola do campo não poderíamos deixar as disciplinas fora da realidade dos nossos alunos, inserindo a matemática dentro de seu contexto do dia a dia do aluno, trabalhando com medidas, quantidades, astrologia, conhecimentos populares sobre a horta, trazendo a comunidade escolar para dentro da escola. Foi trabalhado a estatística e culinária. Portanto o trabalho com a certeza que foi muito válido toda essa caminhada, onde trouxemos a comunidade para dentro da escola e ao mesmo tempo resgatando acontecimentos que estavam esquecidos, os quais são de suma importância para toda comunidade escolar.

**PALAVRA-CHAVE:** Horta – escolar, escola do campo, matemática em quadrinhos e medidas.

## CHART MATHEMATICS

**ABSTRACT:** This paper aims to promote the most attractive, dynamic and creative math classes, focused on the reality of the students. Providing students at Heitor Soares Ribeiro Municipal School, located in the interior of Canguçu, Florida, second district of Canguçu, with experiences such as: rediscovering and learning measurement patterns, using different strategies to identify numbers in situations involving counting, identifying units. of most commonly used length measures: meter, kilometer, centimeter and millimeter, using ruler, tape measure, umlaut, among others The project was developed in the discipline of Mathematics. With the clientele serving students of the 6th grade of elementary school. Having as a methodology the practice of the school garden, taking the mathematics inside the garden, because in the case of school of the field we could not leave the subjects outside the reality of our students, taking the mathematics within its context of the student's daily life, Working with measurements, quantity, astrology, popular knowledge about the garden, bringing the school community into the school, statistics, cooking was worked. I conclude the work with the certainty that this whole journey, where we brought the community into the school, was very valid, while at the same time rescuing events that were forgotten, which are of paramount importance to the whole school community.

**KEYWORDS:** home garden, field school, comic math and measurements.

## 1 | INTRODUÇÃO

Esse relato pretende apresentar a experiência de uma escola pública do interior do município de Canguçu-RS, mais precisamente a prática pedagógica envolvendo métodos alternativos e diferenciados para trabalhar com alunos do 6º ano do ensino fundamental. Esta pesquisa traz a horta escolar como exemplo de prática, oferecendo situações para que a criança possa redescobrir e aprender padrões de medidas, utilizar diferentes estratégias para identificar número em situações que envolvam contagem; Identificar as unidades de medidas de comprimento mais usadas: metro, quilômetro, centímetro e milímetro; - utilizando régua, fita métrica, trena, bem como,

perceber a matemática dentro de um contexto social, cultural e econômico, utilizando a decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental, exato e aproximado; Calcular o perímetro e a área de figuras planas através da horta escolar, despertando no aluno habilidades interpretativas artísticas e de interação com a realidade da escola do campo com os conteúdos curriculares, vinculando teoria X prática, potencializando o desenvolvimento de habilidades e crescimento tanto na área da Matemática quanto nas demais disciplinas. Cabe aqui destacar que este projeto, tem por finalidade proporcionar aos alunos interesse na realização das atividades facilitando a organização dos conteúdos geométricos, presente no dia a dia dos estudantes.

## ESCOLA DO CAMPO

Em 2018 foi lançado na nossa escola Heitor Soares Ribeiro, localizada na Florida, segundo distrito de Canguçu, o desafio de implantar o projeto escola do Campo, a qual é uma obra de produção coletiva que foi elaborada e pensada com base na concepção e entendimento dos valores culturais e sociais do homem do campo, levando em conta a realidade atual. Segundo o Projeto Político Pedagógico da Escola Municipal Heitor Soares Ribeiro, o objetivo da escola do campo é construir uma identidade voltada a zona rural, desenvolvendo um currículo voltado ao interesse dos alunos com tema diversificado e que desenvolvem uma prática pedagógica que considere as especificidades dessas crianças e jovens da zona rural.

Assim, pode-se entender que a educação do campo deve ser pautada na compreensão da ideia de direito e em uma concepção mais ampla de educação. No que se refere à escolarização deve-se pensar em um sistema de ensino que ao invés de promover uma adaptação da educação urbana, propõe-se como uma educação específica e diferenciada e, sobretudo, que visa à formação humana plena. Formação esta que atue no sentido de construir referências culturais e políticas para a intervenção das pessoas e dos sujeitos sociais na realidade, segundo Arroyo a escola deve ser um lugar privilegiado de formação e cultura, valores e identidade, essa identidade voltada ao campo, respeitando crianças, jovens, adultos.

A perspectiva da educação do campo leva-nos a pensar em um novo sentido de escola, levando em conta formação de professores, um olhar no processo ensino aprendizagem, teoria e prática andando junto, elaboração de uma proposta pedagógica diferenciada.

Desta forma pensou - se em trabalhar a matemática em forma de história em quadrinhos, levando em conta os interesses dos alunos com aulas atraentes, criativas.

Além do nosso educandário ser escola do campo, trabalhamos com turno

integral, atendendo alunos desde o pré até o 9º ano do ensino fundamental.

## METODOLOGIA

Esse trabalho identifica, apresenta e discute a horta escolar como estratégia de prática e métodos alternativos para compreender experiências e vivências envolvendo educadores e educandos na horta escolar, escolhemos o 6º ano porque o conteúdo programático vem ao encontro com o projeto da Horta, os conteúdos contemplados nessas atividades foram:

- Conceito de comprimento como medida de uma linha;
- Identificar as unidades de medidas de comprimento mais usadas: metro, quilômetro, centímetro e milímetro;
- Usar corretamente instrumentos para medir comprimento: régua, fita métrica, trena, etc.
- Perceber a matemática dentro de um contexto social, cultural e econômico;
- Realizar cálculo mental, exato e aproximado;
- Identificar as unidades de medidas de área mais usuais: o centímetro quadrado, o metro quadrado, e o quilômetro quadrado;
- Identificar polígonos como figuras planas e os respectivos nomes de acordo com o número de lados;
- Calcular o perímetro e a área de figuras planas em situações problema de forma contextualizada;
- Conceituar área como medida de superfície; - Aplicar o cálculo de área e perímetro em situações cotidianas;
- Identificar e reconhecer as medidas agrárias; Medidas de Superfície Figuras Geométricas Planas
- Perímetro - Área
- Tendo em vista esses conteúdos e por serem alunos que moram na zona rural, mas que possuem dificuldade de entender esses conceitos, foram realizadas as seguintes estratégias de ensino:
- Primeiro foi trabalhado a teoria com explicação;
- A turma foi dividida em grupo de trabalho, contendo 5 componentes cada grupo;
- Após partiu - se para o concreto, onde com a trena medimos os canteiros da horta, nessa medição destacamos o comprimento dos canteiros, altura, largura;



FIGURA 01 – alunos medindo o canteiro da horta.

FONTE: Dados de Experiência



FIGURA 02:–Atividades utilizando régua

Fonte: Dados Da Experiência



FIGURA: 03- medição da horta, utilizando a trena;

FONTE: Dados de Experiência



FIGURA: 04- medição da horta

FONTE: Dados da Experiência

Para finalização do trabalho, através dos conceitos aprendidos em aula foi proposto que realizassem uma história em quadrinhos daquilo que tinham aprendido, utilizando a criatividade.

A busca por métodos de ensino e estratégias que facilitem o ensino e a aprendizagem devem ser constantes para que o aluno tenha sempre os melhores recursos em sala de aula. E, muitas vezes, atividades simples a serem desenvolvidas fazem grande diferença para o entendimento do aluno, neste caso foi o caso da medição da horta.

Foi abordado alguns pontos positivos, propondo situações problemas a serem realizadas em grupo, possibilitou momentos de interatividade que puderam ser confeccionados pelos alunos, sendo que no decorrer do trabalho todos foram capazes de desenvolver as estratégias, levando em conta que todos aprenderam de forma dinâmica, espontânea, criativa e interativa.

Nas aulas destacamos alguns princípios que são:

- Dar significado a aprendizagem;
- Tornar conhecimento concreto, de maneira interativa e colaborativo;
- Oferecer situações para que a criança possa redescobrir relações geométricas;
- Saber utilizar uma trena;

- Criar um ambiente agradável em torno do ensino de matemática, promovendo o sucesso e evitando o fracasso (tirar a ideia que o aluno nunca aprendeu matemática, mostrar que todos somos capazes e que tudo se aprende.)
- Estimular a concentração, perseverança, raciocínio e criatividade;
- Promover a troca de ideia na atividade em grupo;
- Estimular a compreensão do conteúdo através da discriminação visual e concreta, fixação de conteúdo;
- Desenvolver a capacidade de fazer estimativas e cálculos mentais;
- Adquirir estratégias de resolução de problemas e de planejamento de ações;

## RESULTADOS E REFLEXÕES

Portanto foi possível a realização deste trabalho com a participação dos alunos e com a parceria de outros professores, como o professor da disciplina de Agricultura e Administração Rural que cedeu os canteiros para medição, o professor da disciplina de História e Geografia que auxiliaram na estrutura da atividade da história em quadrinhos, professor da disciplina de Arte orientando também na atividade da história em quadrinhos os detalhes do enquadramento, escolha de cores e acabamento do mesmo

Os resultados foram espetaculares, de forma fácil e agradável, baseado no ambiente do cotidiano dos alunos.

Foi abordado de forma sucinta o concreto com conteúdo envolvendo perímetro, área, medidas, problemas matemáticos, realizamos na prática e terminamos de forma de história em quadrinhos.

O trabalho envolveu a horta da escola e a parceria das famílias, pois muitas das histórias em quadrinhos foram auxiliadas com ajuda dos pais, esse trabalho foi considerado colaborativo pois envolveu alunos, professores e os pais.

## CONCLUSÕES E/OU PROPOSTAS

Toda a prática de ensino realizada efetivamente com alunos no espaço da escola vem para acrescentar na aprendizagem, a partir desta prática pedagógica, executada com alunos do 6º ano, foi possível perceber que a abordagem de conceitos matemáticos, vinculados com conteúdos do dia a dia dos alunos e o material concreto manipulável permite a visualização e compreensão dos referido conceito, sendo isso de suma importância para a aprendizagem do educando.

Vale ressaltar que as metodologias de ensino diferenciadas potencializam o trabalho docente e são essenciais para desencadear o processo educativo com a

Matemática no Ensino Fundamental. As metodologias em si desenvolvem o intelectual do aluno e fazem com que o mesmo passe a ser ativo na construção do saber. Desse modo, ele adquire e desenvolve sua autonomia, sua autoconfiança e o entusiasmo pelo aprendizado, bem como visualiza onde os conceitos estão presentes no seu cotidiano.

Pode-se observar através deste trabalho que a utilização de material didático manipulativo instiga o educando a apresentar um melhor desempenho em relação à situação problema, uma vez que possibilitou uma melhor compreensão dos conceitos como área, perímetro, medição, problemas, entre outros. Convém destacar que ao realizarem as atividades propostas, os alunos realmente perceberam a aula diferenciada e de maneira dinâmica e criativa.

Sendo assim, acreditamos que a atividade prática é de extrema importância na formação e no aprendizado do aluno, pois exige dedicação, atenção e comprometimento dos alunos.

Para o fechamento do projeto horta, realizou - se a culminância do mesmo através de uma mostra dos trabalhos desenvolvidos para os demais alunos da escola.



FIGURA 07: apresentação final dos trabalhos.

FONTE: Dados de Experiência



FIGURA 08: apresentação

FONTE: Dados de Experiência



FIGURA 08: Apresentação do trabalho para os colegas

FONTE: Dados da Experiência

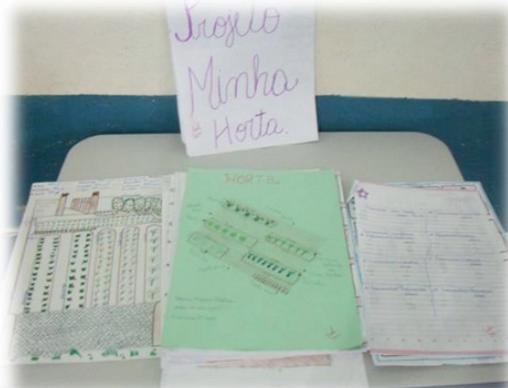


FIGURA 09: Apresentação final

FONTE: Dados da Experiência

## REFERÊNCIAS

RÊGO, R. G. **Formação de Professores Matemática**, 4ª edição, editora Autores Associados Ltda.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental Parâmetros Curriculares *Nacionais*. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, M. R. F. (Org.). **Psicologia na Educação Matemática: Teoria e Pesquisa**. Santa Catarina: Insular, 2005.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994. 263 p. Série Formação de Professores.

ARROYO, M. G. C; R. S; M. M. C. (orgs.). **Por uma educação do campo**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2011

## TEOREMA DE TALES – SOMBRAS E ALTURAS

Data de aceite: 06/02/2020

### **Daniela Santos Brito Viana**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
danibrito001@hotmail.com

### **Kamila Barros Pereira**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
kamilabp13@gmail.com

### **Poliana Ferreira do Prado**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
polianaprado@ymail.com

### **Roberta D`Ângela Menduni Bortoloti**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
robertabortoloti@gmail.com

**RESUMO:** Este artigo apresenta o relato de uma experiência com o Teorema de Tales desenvolvida por um grupo colaborativo, a partir da metodologia *Lesson Study* (LS) realizada em uma turma do 9º ano do ensino fundamental, de uma escola pública municipal do Estado da Bahia. Este trabalho tem por objetivo comunicar como se deu, especificamente, a etapa de retomada do planejamento, a respeito do Teorema de Tales. Os alunos conseguiram calcular satisfatoriamente a altura de um poste e de uma colega sem medi-los, utilizando o teorema de Tales. Aspiramos contribuir com o debate e mostrar que a aplicação dessa metodologia é possível, devido à boa

receptividade e demonstrações de interesse dos alunos nas atividades.

**PALAVRAS-CHAVE:** *Lesson Study*. Grupo Colaborativo. Teorema de Tales.

### **INTRODUÇÃO**

A busca por metodologias que atraiam o interesse do aluno, facilitem o processo de ensino e aprendizagem e melhorem a qualidade de ensino, deve ser uma das preocupações do professor que ensina matemática. Assim, a utilização de metodologias que envolvam os alunos ativamente no processo ensino e aprendizagem, contribuirá para a formação de um ambiente educativo em que a matemática deixe de ser algo distante e desvinculado da realidade do aluno. Nesse sentido, a metodologia *Lesson Study* (LS) pode contribuir significativamente para isso, pois essa metodologia incentiva a participação direta do aluno no seu aprendizado.

A metodologia LS é uma atividade de pesquisa em que o grupo de professores investiga (BALDIN, 2009) e constrói colaborativamente uma sequência de aulas sobre um determinado assunto. Entendemos como grupo colaborativo, aquele que se

propõe a realizar e realiza um trabalho em que todos colaboram em todas as etapas. A experiência foi realizada com alunos da Escola Municipal Baixa da Fartura, situado no município de Vitória da Conquista, Bahia.

A atividade foi desenvolvida na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB, *campus* de Vitória da Conquista, em que membros de um grupo colaborativo utilizaram a metodologia LS para formação dos professores de matemática. A escolha da UESB para o desenvolvimento do planejamento se deu pelo fato de os professores desejarem proporcionar um “momento diferente” para a turma e também pelo fato de a Universidade ser próxima da escola.

O tema escolhido para aplicação da aula foi o Teorema de Tales. A escolha pelo tema partiu das inquietações levantadas por uma das professoras, acerca das abordagens feitas pelos livros didáticos ao introduzir o Teorema de Tales, sendo acolhida pelo grupo. As aulas foram realizadas em uma turma de 9º ano, composta por seis alunos do turno matutino, em dezembro de 2018, durante dois dias, distribuídos em seis aulas de 50 minutos cada uma.

O objetivo desse trabalho é comunicar como se deu, especificamente, a etapa de retomada do planejamento, elaborada por um grupo colaborativo, a respeito do Teorema de Tales.

## COMO TUDO COMEÇOU

Em 2017 foi formado o Grupo de Pesquisa intitulado: Práticas Colaborativas em Matemática- PRACOMAT- formado por professores atuantes na educação básica e no ensino superior de instituições públicas e privadas do estado da Bahia. Um dos objetivos do grupo é desenvolver aulas colaborativamente utilizando a metodologia LS. Essa metodologia é constituída por quatro etapas, que Baldin (2009) e Burghes e Robinson (2009) caracterizam como:

1ª) Planejamento da aula- um plano de aula sobre um determinado conteúdo do currículo é construído pela equipe. Esse plano de aula deve ser feito de forma que o aluno seja o agente central da aprendizagem, com participação ativa na aula, e essa aula deve conter um problema que seja desafiador, que alcance o objetivo do conteúdo programático e que estimule a criatividade dos alunos.

Em um dos nossos encontros uma das professoras compartilhou a sua dificuldade em trabalhar o Teorema de Tales com os alunos do 9º ano. Em busca de inovações para sua aula, devido a não aceitação da abordagem feita pelos livros didáticos e por sempre utilizar dessa metodologia, mesmo não estando satisfeita. Ela sugeriu que a partir dessa inquietação o grupo pudesse trabalhar sob o seu desejo de pensar uma aula que atraísse a atenção dos alunos e facilitasse o processo de ensino e aprendizagem. Ainda em 2017, o grupo desenvolveu uma sequência didática que

foi aplicada no mesmo ano. A atividade planejada pelo grupo consistiu em descobrir a altura de um poste tomando como referência o comprimento da sombra do poste e a altura de um aluno e o comprimento da respectiva sombra. O resultado desse trabalho encontra-se em Amaral, Prado e Viana (2018).

2ª) Condução da Aula - onde a tradução em português Baldin (2009) utiliza o termo execução. Nesse caso, optamos por utilizar a palavra condução no sentido de ser mais flexível, compreendendo que essa parte do ciclo pode sofrer alterações. Prosseguindo, essa é a etapa em que um professor do grupo implementa o plano de aula junto a uma turma de alunos, que seja sua ou não. Enquanto isso, o resto da equipe, sem intervir, observa a atuação do professor, dos alunos e as relações estabelecidas entre esses, registrando elementos que possam fazer parte da etapa seguinte, com fins de aperfeiçoar a aula.

3ª) Análise da Aula- é o momento em que a equipe se reúne com o objetivo de discutir a condução da aula, focando-a no aluno, na sua aprendizagem e buscando o aprimoramento do plano de aula. Além disso, por mais que a sequência didática tenha sido planejada de modo colaborativo, entre um grupo de professores experientes, não há como se fixar em um roteiro. Na condução das aulas aconteceram questionamentos e situações não previstos, como medir a sombra do poste, pois o terreno era irregular, o poste estava na calçada, a projeção da sombra passava por ela e se estendia pela rua, passando por buracos. Esta situação foi alvo de reflexões e de mudanças no plano que ora se reconstruía.

4ª) Retomada - o plano de aula, já reconstruído a partir das críticas dos observadores, é reaplicado em outra turma. Nesse sentido, passamos as seções seguintes a relatar como se deu esse processo.

## **DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DE AULAS**

Apresentamos o desenvolvimento das aulas tendo como foco o Teorema de Tales construído a partir da LS. A situação problema, que detalharemos a seguir, consistiu em descobrir a altura de um poste.

### **Acolhimento**

A atividade no Laboratório de Matemática – Labomat foi iniciada com uma acolhida pela professora Kamila, que apresentou à turma os participantes do grupo que estavam presentes. Estes tinham por objetivos observar e registrar a condução da sequência de aulas planejada em conformidade com a segunda etapa da LS, citada anteriormente.

## Atividade ao ar livre

Na quadra de esporte da Universidade foram mostrados aos alunos dois instrumentos de medida, uma régua e uma trena e lançadas as seguintes perguntas: esse instrumento (régua escolar) já é conhecido de vocês? E esse (trena)? Em relação a trena, o aluno Jeferson atribuiu o nome correto e a aluna Micaele disse que não usava muito.

Foi solicitado que um aluno fosse à frente, selecionasse um objeto qualquer para ser medido e que escolhesse também o instrumento que ele achasse mais adequado para medi-lo. Jeferson se prontificou e escolheu um celular para fazer a medição. Ao ser questionado pela professora sobre qual dos dois instrumentos apresentados ele usaria para medir o celular, ele respondeu que a trena. Nesse momento, um dos colegas disse que com a trena daria “errado”. A professora esclareceu que não daria errado, apenas não era o instrumento mais adequado. Mesmo assim, ele utilizou a trena primeiro e depois concluiu que com a régua seria melhor.

Após a medição feita por Jeferson, foram feitos os seguintes questionamentos: “Por que com a régua foi mais fácil medir o celular? Você acha que a régua é o instrumento mais adequado para medir o comprimento do objeto escolhido?”. Ele respondeu que medir com a trena era difícil, pois não tinha os centímetros escritos e com a régua seria mais fácil por que tinha. Essa dificuldade em manusear instrumentos de medições já havia sido percebida pelo grupo na primeira realização da sequência, em 2017. Por isso iniciamos a segunda sequência de aulas manuseando e (re) conhecendo instrumentos de medidas, já que estes serão necessários para medir sombras e alturas de outros objetos.

Solicitou-se aos alunos, anotar no caderno a medida do comprimento feita pelo colega e perguntou-lhes: “ vocês acham que a trena serve para medir que tipo de objeto?” Concluíram que servia para medir coisas maiores e deram como exemplo altura de paredes, casas e pessoas. Em seguida, os alunos foram convidados a medir a altura de um colega. Surgiu um questionamento por parte dos alunos sobre o tamanho da trena, pois acharam que o instrumento de medida deveria ter o mesmo comprimento ou ser maior que o objeto a ser medido. Foi esclarecido pela professora que a trena media três metros e que seria possível fazer medições independente do comprimento do instrumento de medida. As alunas, Beatriz e Tamires, se dispuseram a fazer parte desse momento e um dos colegas estimou que a altura de Beatriz seria 1,58 m. Tamires mediu a altura de Beatriz e encontrou a medida 1,60 m. O aluno Ricardo discordou dizendo que a medição estava errada devido o sapato, pois deveria começar do “dedão do pé”. Decidiram medir novamente, utilizando a parede como suporte, e o resultado encontrado por Tamires dessa vez foi 1,62 m. Concluíram que se fixassem a colega próximo à parede o resultado seria mais preciso. Por meio da

experiência de medição, os alunos verificaram, que a altura poderia ser encontrada de forma mais precisa se o objeto, alvo da medição, estivesse perpendicular ao chão.

### Medindo sombras

Na atividade utilizando uma trena foram medidas as sombras do poste e dos alunos Beatriz e Jeferson, conforme ilustradas nas figuras 1, 2 e 3, respectivamente.



Figura 1: Medição da Sombra do poste



Figura 2: Medição da sombra de Beatriz



Figura 3: Medição da sombra de Jeferson

Durante o cálculo das alturas foi possível perceber que todos os alunos foram capazes de montar corretamente as proporções e compreenderam quais cálculos eram necessários para realização da tarefa. No entanto, ao efetuarem as operações de multiplicação e divisão, envolvendo números decimais, eles demonstraram bastante dificuldade. Jeferson, por exemplo, encontrou como resultado da altura

do poste 1.125,90 m. Neste momento, uma das integrantes da equipe perguntou se ele achava que a altura do poste poderia ser esse valor e ele respondeu que não e que a vírgula não estava no lugar certo. Depois de algumas tentativas ele conseguiu chegar ao resultado satisfatório. Conforme percebida a dificuldade em realizar os cálculos envolvendo multiplicação e divisão, a professora aproveitou o momento para revisar essas operações envolvendo números decimais.

### Retomando e contextualizando a aplicação do teorema de Tales

Antes de ser enunciado o Teorema de Tales foram exibidos dois vídeos. O primeiro vídeo, disponível em <<https://youtu.be/kmemd29j7hA>>, trata do cálculo da altura de um coqueiro, a partir do comprimento da altura e da sombra de um rapaz. Este vídeo relacionou e sistematizou o que foi realizado na atividade ao ar livre. Já o segundo vídeo, disponível em <<https://youtu.be/cWkU6fGoYA8>>, traz o contexto histórico em que Tales aplicou o teorema das proporções para calcular a altura de uma pirâmide. Após apresentação dos vídeos, a professora Kamila questionou qual a relação entre os vídeos e as atividades realizadas ao ar livre. Os alunos conseguiram associar a atividade desenvolvida na quadra com as experiências demonstradas no primeiro vídeo.

Para formalizar o teorema a professora, utilizou o quadro e fez a demonstração clássica, correlacionando as experiências vivenciadas com os termos que empregamos em seu enunciado, como feixe de retas paralelas e semelhança de triângulos conforme mostrado no segundo vídeo.

### Ilustração da representação clássica do teorema de Tales

Foi construído com fita crepe branca, no chão do laboratório, a representação clássica do teorema de Tales. Todos os alunos foram convidados a ocuparem os pontos demarcados (A, B, C, D, E, F). Em seguida, fizeram as medições de três segmentos ( $\overline{AB}$ ;  $\overline{BC}$  e  $\overline{DE}$ ) e utilizando a proporcionalidade calcularam a medida do quarto segmento  $\overline{EF}$ . Em seguida, conferiram a medida utilizando a trena e constataram que os cálculos estavam corretos.

Para finalizar a aula foi proposta uma lista contendo 6 problemas. Apesar das dificuldades apresentadas anteriormente foi possível perceber um envolvimento e participação de todos. Como o aluno Jeferson, ao convite da professora, prontamente se dispôs a ir ao quadro para resolver um dos problemas, conforme pode ser visto na figura 4.

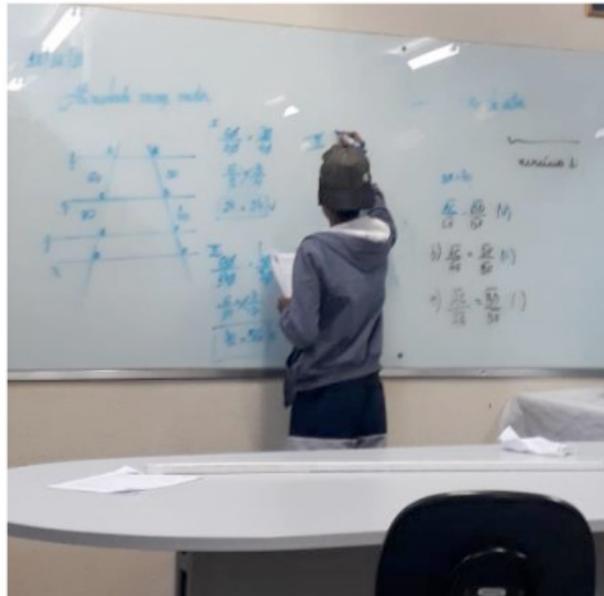


Figura 3: Medição da sombra de Jeferson

## REFLEXÕES E CONCLUSÃO

A experiência realizada em 2018 nos mostrou que apesar de não dispormos de tempo suficiente no cotidiano escolar, sendo necessário pesquisar e planejar além da carga horária trabalhada na escola, é possível aplicar a metodologia LS, para desenvolver outro conteúdo que julgamos mais relevante. Essa mesma experiência confirmou que muitos alunos têm dificuldades em manusear a régua ou a trena, ratificando a necessidade de utilizá-las em sala de aula desde os primeiros anos do ensino fundamental II.

Entendemos que essa etapa, da retomada da sequência, foi extremamente importante para o grupo, pois trouxe novos questionamentos, como por exemplo, fazer as medições de sombras sem luz solar.

De acordo com a professora Kamila implementar a sequência possibilitou enxergar uma nova alternativa para o ensino do Teorema de Tales. Durante todo esse processo da metodologia *Lesson Study*, ricas foram as construções e debates levantados pelo grupo. A experiência de fazer uma sequência didática em um grupo colaborativo por meio da LS, fez valer todos os esforços, tempo e dedicação de todos os envolvidos, especialmente da professora, que conseguiu encontrar uma diferenciada solução para sua inquietação.

Chegar na etapa da LS, retomada da sequência, sua reaplicação, só foi possível com o empenho e contribuição de muitas mãos. Os integrantes do grupo colaborativo, escolas envolvidas (aquelas que aplicamos as sequências e a escola na qual acontecem nossos encontros semanais) e os nossos alunos. Notamos que sem essa parceria e confiança nosso caminho seria muito mais árduo.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos outros componentes do Grupo Práticas Colaborativas em Matemática- PRACOMAT, representado por Denise Rios, Jaysa Gomes de Carvalho, Neuraci Dias Amaral e Renan Coelho pelos comentários à versão preliminar deste texto.

## REFERÊNCIAS

AMARAL, Neuraci Dias; PRADO, Poliana Ferreira do; VIANA, Daniela Santos Brito. **Relato do planejamento de ensino construído por um grupo colaborativo**. 2018. Disponível em: <<https://proceedings.science/geem/geem-2018/papers/um-ensino-construido-por-um-grupo-colaborativo--%28relato-do-planejamento%29->>>. Acesso em: 16 set. 2018.

BALDIN, Y. Y. O significado da introdução da Metodologia Japonesa de Lesson Study nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil. In: XVIII Encontro Anual da SBPN e Simpósio Brasil-Japão, 2009, São Paulo, SP. **Anais da SBPN 09**. São Paulo, SP: SBPN, 2009.

BURGHES, D.; ROBINSON, D. **Lesson Study**: Enhancing Mathematics Teaching and Learning. CfBT Education Trust, 2009.

## A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA PARA ENSINO DA TRIGONOMETRIA

Data de aceite: 06/02/2020

Data da Submissão: 31/10/2019

### Lucas Ferreira Ananias

Universidade do Estado do Pará

Moju – Pará

<http://lattes.cnpq.br/0189733586272047>

### Carolina Silva e Silva

Universidade do Estado do Pará

Moju – Pará

<http://lattes.cnpq.br/3229601281624264>

### Erika de Abreu Cardoso

Universidade do Estado do Pará

Moju – Pará

<http://lattes.cnpq.br/2734525490348431>

**RESUMO:** Este trabalho contém os resultados de uma pesquisa realizada na cidade de Moju – PA, referente ao ensino de Trigonometria utilizando a História da Matemática como recurso didático. A experiência deu-se por meio de oficina realizado com 32 discentes da escola estadual de ensino médio Ernestina Pereira Maia, localizada na cidade em questão, em que foi aplicada uma sequência didática distribuída em três momentos divididos e denominados em: Exploração da história, onde abordamos a história com a metodologia proposta; Assimilação do conteúdo, no qual montamos na lousa um pequeno esquema de

cunho memorizador para que fixassem melhor o que estavam a aprender; Questionário; momento destinado a coletar a opinião dos alunos quanto ao processo. Objetivamos neste trabalho mostrar aos alunos a origem da trigonometria, bem como averiguar se a metodologia apresentada é uma forte aliada no processo de ensino e aprendizagem. Os resultados obtidos serão mostrados através de uma tabela e de um gráfico para ilustrá-los. Depois de resultados colhidos concluiu-se que o método de ensino por História da Matemática teve sua contribuição fundamental ao processo de Ensino e Aprendizagem dos discentes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação; História da Matemática; Trigonometria.

### THE HISTORY OF MATHEMATICS AS METHODOLOGY TO THE TEACHING OF TRIGONOMETRY

**ABSTRACT:** This work contains the results of a research conducted in the city of Moju – PA regarding the teaching of trigonometry using the History of Mathematics as a didactic resource. The experience took place in a workshop accomplished with 32 students in the he school Ernestina Pereira Maia, located in the city in mentioned, in which was applied a didatctic sequence distributed in three moments divided and denominated in: Exploration of history,

where we approach history with the proposed methodology; assimilation of content, in which we mounted on the blackboard a small scheme of memorizer stamp to better fix what they were learning; Questionnaire; moment designed to collect the student's opinion on the process. We aim in this work to show to the students the origin of trigonometry, as well as to find out if the methodology presented is a strong ally in the teaching and learning process. The results obtained will be shown through a table and a graph to illustrate them. After the results obtained, it was concluded that the method of teaching by History of Mathematics had its fundamental contribution on the process of Teaching and Learning of the students.

**KEYWORDS:** Education; History of mathematics; Trigonometry

## 1 | INTRODUÇÃO

De forma a influenciar o aprendizado dos alunos, não raro é encontrarmos profissionais da educação repassando conhecimentos de forma defasada. Seja no ensino fundamental, ou no ensino médio, o ato de escrever e explanar após os alunos copiarem demonstra uma metodologia não agradável aos alunos, gerando um descontentamento e, na maioria dos casos, o dispersar destes em sala.

“Mais amplamente integrado à vida comunitária, o estudante da escola de nível médio já tem condições de compreender e desenvolver consciência mais plena de suas responsabilidades e direitos” (BRASIL, 2000, p. 6). Sendo assim, o professor deve se adequar a este aluno mais consciente de seus atos e em processo de formação do conhecimento. Por isso, D’ambrosio (1996) afirma que é de suma importância metodologias mais modernas de ensino, algo que fuja ao convencional para que os alunos mantenham o foco e para que o dispersar mencionado anteriormente não aconteça. Além deste autor, fundamentamo-nos nos trabalhos de Boyer (1996), Biklen & Bogdan (1994), Marconi e Lakatos (2010) e José Carlos Köche (1997).

A história da trigonometria está relacionada desde seus primórdios à astronomia. Seu surgimento se deu diante a necessidade de se calcular distâncias inacessíveis ou mesmo incompreensíveis ao cérebro humano. Sua evolução ocorreu através de grandes matemáticos e, não por ironia, astrônomos como Aristarco de Samos, que desenvolveu cálculos quanto às distâncias do sistema terra-lua-sol, fundamentando seu estudo nas semelhanças de triângulos. Aristarco, segundo Boyer (1996) baseou-se no Teorema de Pitágoras para relacionar a semelhança existente entre uma simples moeda e a lua para a obtenção dessa distância.

Ainda para este autor, Hiparco, também conhecido como o “pai da trigonometria”, foi o matemático que criou as tabuas de corda, em conjunto com Ptolomeu. O objetivo de ambos foi criar uma corda com medidas que futuramente associaram a ângulos, obtendo valores de senos. Outro matemático bastante reconhecido foi Eratóstenes, um astrônomo de Alexandria que calculou a circunferência terrestre, utilizando os

ângulos que os raios solares formavam em Alexandria tomando outras cidades como referência, onde os raios não formavam ângulo algum, desta forma concretizou seus cálculos.

## 2 | REFERENCIAL TEÓRICO

Como mencionado, baseamos este trabalho nas obras de Marconi & Lakatos (2010), Köche (1997), D’ambrosio (1996), Biklen & Bogdan (1994), Boyer (1996) além da Base Nacional Comum Curricular de 2016 e os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio de 1999.

Agora no ensino médio, o aluno pouco a pouco deve se tornar uma pessoa mais crítica, uma pessoa que se posicione veementemente perante qualquer situação visto que os mesmos já estão chegando à fase adulta e necessitam de desenvolvimento neste aspecto para que tenham maiores chances de sucesso profissional e prosseguimento acadêmico seja ele qual for. Podemos pautar este pensamento conforme afirma a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quando diz que

A juventude que conclui o Ensino Médio deve ser capaz de questionar, analisar e posicionar-se criticamente no mundo; comunicar-se e intervir em diferentes contextos, usando as várias linguagens (oral, escrita, científica, digitais, artísticas e corporais); solucionar problemas de forma criativa e inovadora; interagir com o outro e suas diferenças; reconhecer, expressar e gerir suas emoções; liderar, empreender e aprender continuamente (BRASIL, 2016, p 491).

Sendo assim, podemos concluir que o processo de aprendizagem e de desenvolvimento intelecto e pessoal são processos complementares e que se dão de maneira contínua, voltados a transformações recorrentes ao longo da vida desses indivíduos, envolvendo os mais diferentes aspectos possíveis que vão desde os físicos aos cognitivos. Em se tratando do direito que os estudantes têm quanto ao desenvolvimento e à aprendizagem devemos ter em mente e tomar como perspectiva as diferentes oportunidades que estes terão de obter tal desenvolvimento.

Tendo isto em vista é importante que o estudante disponha de todos os aparatos que lhe forem necessários visando o bom aprendizado do mesmo. Desta maneira ele poderá desfrutar melhor do processo e, no “fim” do mesmo, o aluno terá se tornado uma pessoa mais desenvolvida e apta a se posicionar perante os diferentes tipos de acontecimentos que perpassam o processo de cidadania. Isto fica claro na BNCC quando defende que

Essa nova etapa da escolarização deve oferecer ao/à estudante condições para ampliar, consolidar e complementar sua formação, contribuindo, especialmente, para o desenvolvimento de suas capacidades de abstração, reflexão, interpretação, proposição e ação, essenciais à autonomia pessoal, profissional, intelectual e

“A Matemática [...] ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes” (BRASIL, 1999, p. 9). De acordo com os PCN’s (1999) a matemática do ensino médio começa a se tornar algo mais abstrato e tange muito mais ao imaginário que ao físico, e isto pode se tornar algo impactante, por exemplo, aos alunos do primeiro ano deste grau de ensino, ainda acostumados com uma forma mais lúdica presente no ensino fundamental. A partir deste pensamento, torna-se indispensável que o professor busque maneiras de se atualizar e não cessar seu processo de formação continuada e manter-se sempre estudando.

Não é difícil encontrarmos alunos recém-saídos do ensino médio sem essa base necessária de conhecimentos os quais deveriam ter posse ao se formarem no segundo grau de ensino – o ensino médio. Isto se deve a inúmeros fatores que podem ser apontados como reais razões para tal acontecimento e que devem ser foco de estudos e projetos na tentativa de amenizar este cenário. Quando nos referimos à matemática, por exemplo, a metodologia utilizada pelo professor para ensinar os alunos determinado assunto é importantíssima uma vez que

A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1999, p. 40).

Vista a necessidade de se usar a mesma na vida cotidiana, os PCN’s (1999) defendem a ideia de uma educação mais flexível em que professor e aluno possam interagir reciprocamente durante o processo para que este desenvolva a capacidade de solucionar problemas os quais se manifestam com frequência na vida em sociedade.

Seguindo uma visão grega quanto a métodos e à ciência podemos pautar este trabalho considerando os ideais de Platão (429-348/7 a.C.) em comparação aos de Aristóteles (384-322 a.C.). Segundo Köche (1997) Platão afirmava que o primeiro mundo a se levar em conta era o mundo das ideias, por considerar que “os sentidos são apenas a fonte de opiniões e crenças sobre as aparências do real” (Köche, 1997, p. 46). Adverso a esta ideia, Aristóteles, que foi discípulo de Platão, defendia uma análise das situações baseadas em partes. Estas partes poderiam ser observadas e estudadas para somente então se chegar a alguma conclusão. Aristóteles, segundo o autor, preservava o que chamava de verdade sintática onde afirma que

O conhecimento verdadeiro deve satisfazer os critérios da justificação lógica: deve

ser demonstrado com argumentos que sustentam a certeza e tornam evidente a sua aceitação em função da coerência lógica de suas afirmações com os princípios universalmente aceitos (KÖCHE, 1997, p. 47).

Para ele eram necessários estudos de determinado assunto para que se obtivesse um conceito universal com base nestes estudos e, só então, se formar alguma opinião concreta fundamentada nos resultados e métodos utilizados para tal. Vemos aqui que, mesmo sendo discípulo de Platão, suas ideias quanto a métodos e formas de se perceber e analisar as diferentes situações foram, de fato, diferentes de seu professor.

Nessa vertente, Marconi & Lakatos (2010) afirmam que os métodos nada mais são que a junção de todas as atividades sistemáticas aplicadas, que permitem se chegar a um objetivo pré-estabelecido. Estas atividades traçam o caminho a ser percorrido e permitem que erros sejam detectados, estudados e corrigidos para que conhecimentos válidos e verdadeiros sejam obtidos ao fim do processo. Para isso, é de suma importância o uso de metodologias de ensino diferenciadas, que fujam da rotina habitual do educando.

Já é tempo dos cursos de licenciatura perceberem que é possível organizar um currículo baseado em coisas modernas. Não é de se estranhar que o rendimento esteja cada vez mais baixo, em todos os níveis. Os alunos não podem aguentar coisas obsoletas e inúteis, além de desinteressantes para muitos. Não se pode fazer todo aluno vibrar com a beleza da demonstração do Teorema de Pitágoras e outros fatos matemáticos importantes (D'AMBROSIO, 1996, p. 59).

Tendo isso em vista, D'ambrosio (1996) defende que a história da matemática seja aplicada em sala como metodologia de ensino dessa disciplina, uma vez que, ao fazê-lo, o professor passa ao aluno tudo (ou ao menos as partes mais essenciais) o que se decorreu durante a história até aquele momento em que o aluno aprende determinado conceito, obtendo como resultado final, dependendo da abordagem do educador, um maior interesse do aluno. Para esse autor “a história da matemática é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época” (D'AMBROSIO, 1996, p. 30). Em outras palavras, conhecer historicamente todo o contexto matemático e sua evolução pode, sem dúvidas, nortear o ensino e o desenvolvimento da matemática na atualidade.

### 3 | MÉTODOS E RESULTADOS

A pesquisa por nós elaborada neste trabalho teve cunho qualitativo, uma vez feita coleta e estudo de dados para a culminância do resultado e análise de seu cunho. A pesquisa qualitativa consiste em reunião de dados quanto mais detalhados

com relação ao tema em questão melhor para que em um pós-estudo possa ser feita alguma intervenção na tentativa de contribuir no processo educacional.

Utilizamos a expressão *investigação qualitativa* como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por *qualitativos*, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico (BOGDAN & BIKLEN, 1994, p. 15).

A pesquisa baseou-se na aplicação de uma oficina realizada na Escola Estadual de Ensino Médio Professora Ernestina Pereira Maia na cidade de Moju, em uma das turmas de 3º ano da mesma. Os objetos de pesquisa em questão foram os 32 alunos desta turma, os quais participaram ativamente e corresponderam de forma fundamental para a conclusão da pesquisa. A coleta de dados consistiu na observação e na aplicação de questionário. O processo como um todo se deu de forma bastante sincopada para que não fosse esquecido qualquer detalhe e ocorreu nos seguintes momentos:

**1º MOMENTO:** *Exploração da história;*

Mostramos a história dos três matemáticos citados anteriormente que foram essenciais para o desenvolvimento da matemática bem como dos cálculos trigonométricos. Por meio de recursos lúdicos como um sistema planetário feito em TNT e um globo terrestre em isopor, tornamos a aula interativa e dinâmica. Sempre que possível buscávamos interagir a sala de aula representando cada matemático como sendo um dos alunos. O ensinamento tornou-se bastante divertido visto que em momento algum houve dispersão da turma. Sempre todos muito atentos a tudo o que se passava naquele momento.

**2º MOMENTO:** *Assimilação do conteúdo;*

Após explanarmos o início da trigonometria, montamos um esquema na lousa e fizemos uma breve revisão junto aos alunos para fixação do que tinha sido aprendido anteriormente.

**3º MOMENTO:** *Questionário;*

Repassamos um questionário para cada aluno, contendo três perguntas objetivas com as possíveis respostas dispersas em “sim” ou “não”.

Pergunta 1: Você gostou de aprender matemática através da história da matemática?

Pergunta 2: Você conseguiu entender trigonometria através da história da matemática?

Pergunta 3: Você prefere ver trigonometria através dos métodos que utilizamos ou através do método tradicional? Se for através do nosso método responda “sim” ou se for através do método tradicional responda

“não”.

O objetivo principal do questionário foi avaliar a opinião dos alunos quanto à metodologia apresentada.

Com os dados em mãos, os distribuímos na tabela a seguir para melhor comparação dos resultados obtidos com a oficina ministrada.

	Sim (%)	Não (%)
<b>1</b>	100	0
<b>2</b>	100	0
<b>3</b>	100	0

Tabela 1 – Percentual de respostas dos alunos

Fonte: Próprios Autores (Fevereiro – 2018)



Gráfico 1 – Percentual de respostas dos alunos

Fonte: Próprios Autores (Fevereiro – 2018)

Após análise da tabela e do gráfico anterior, podemos concluir que os resultados obtidos após a aplicação da oficina foram bastante satisfatórios. Observou - se que todos os alunos apreciaram a metodologia a qual foram submetidos e transpareceram claramente sua satisfação ao responderem “sim” em absolutamente todas as questões. Houve casos em que pequenas mensagens foram escritas no questionário manifestando a empatia criada conosco e com o assunto. Isso implica dizer que compreenderam o surgimento da trigonometria além de terem despertado interesse manifestando suas dúvidas através de perguntas em diferentes momentos da aplicação.

Abaixo alguns registros fotográficos de alguns instantes da oficina em que mostrou - se o material e o contato com alguns alunos.



Figura 1: O Sistema Planetário

Assim como Aristarco propôs, aqui também os alunos puderam comparar, de forma genérica, o tamanho de uma moeda comparado ao tamanho da lua e assim entender as intenções deste matemático com tal proporcionalidade.



Figura 2: Taboas de Cordas

Aqui os alunos puderam manusear as representações de tábuas e formar diferentes tipos de triângulos. Utilizando-se do sistema planetário (figura 1) os alunos puderam comparar os tamanhos de uma lua ilustrativa com uma moeda como Aristarco o fez.



Figura 3: Alunos com Taboas de Cordas

Abaixo o globo utilizado para mostrar a ideia de Eratóstenes quanto à medida da circunferência terrestre.



Figura 3: O Globo Terrestre

Era bastante inspirador ver que a astronomia estava, de fato, despertando o interesse em sala para estudar um assunto que boa parte dos alunos não julga interessante ou complicado de se entender. O Cosmos é algo que fascina e conquista a atenção até mesmo de leigos que não entendem seu funcionamento e trazer isso de uma forma proveitosa abre as portas a um mundo de possibilidades infinito de novos métodos de se repassar o conhecimento ao aluno de forma a conseguir sua

atenção e não necessitar a cobrança da mesma.



Figura 4: Alunos e o Globo

Foi notado também a o grande interesse dos mesmos em entender de onde o assunto surgiu uma vez relatado por eles o não ensinamento desta parte da trigonometria, a história.



Figura 5: Alunos com Taboas de Cordas

De fato, através da História da Matemática os alunos realmente se sentiram a vontade e empenhados em estudar. Isso mostra que este recurso tomado como metodologia e exposto de forma interativa, são uma ótima forma de exercer o

processo de ensino e aprendizagem. Concluímos, então, que a metodologia utilizada foi satisfatória e alcançou seu objetivo.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito deste trabalho foi fomentar nos alunos o desejo de se conhecer a trigonometria e suas origens através de sua história utilizando um método dinâmico e julgar se este método surtiria efeito significativo. Os resultados foram totalmente satisfatórios e atenderam nossas expectativas, pois com a utilização deste material podemos dizer que através da história da matemática, criamos um diálogo entre os alunos e despertamos neles a curiosidade e a vontade de saber mais sobre o assunto de trigonometria, tornando a aula mais interativa e proveitosa. De fato, as ideias de D’ambrosio (1996) se concretizaram quanto aos métodos mais modernos de ensino.

#### REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B., **História da Matemática**, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BIKLEN, Sari; BOGDAN, Robert. **Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas**. In: *Investigação qualitativa em educação*. Portugal: Porto Editora, 1994, p. 15-80.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF: 2016.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN - EM)**. Brasília, DF: 1999.

D’AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Campinas, SP: Papyrus, 1996.

KÖCHE, José Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica: teoria da ciência e iniciação científica**. 21. ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 1997.

MARCONI, Marina de Andrade. LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 7. ed. – São Paulo: Atlas, 2010.

## A IMPORTANCIA DO BRINCAR NA EDUCACAO INFANTIL

Data de aceite: 06/02/2020

**Danielle Souza Barbosa**  
**Rosa Vicentin**  
**Kelli Cristina Rodrigues Alves**  
**Stefane Aparecida Nascimento**  
**Tamires Costa Paula**  
**Valéria de Gregorio Santos**  
**Elizabeth Maria Souza**  
**Michele Ramos Marçal**  
**Liziria Gabriela Soares Ribeiro**  
**Cristiane Paganardi Chagas**  
**Elizabeth Maria Souza**  
**Josiane de Alves Barboza**  
**Zulmira Batista Ortega Bueno**

**RESUMO:** O presente artigo objetiva argumentar sobre a relevância da brincadeira e jogos na Educação Infantil, dado que o brincar desenvolve a coordenação com atividades motoras, trabalha o foco, criatividade, lateralidade, entre outros aspectos importantes para o desenvolvimento geral do aluno. Dessa forma, é importante que o corpo docente saiba aplicar diversas brincadeiras na Educação Infantil para trabalhar conteúdos cotidianos, geralmente transmitidos por meio do método tradicional de ensino. Assim, para realizar uma pesquisa neste campo, empregou-se como método de Pesquisa a Bibliográfica que através

de um complexo de atos, tem diversos modos para solucionar um problema. Com base nesta conjuntura, foram feitos os seguintes objetivos: - Objetivo Geral: - Compreender a importância do brincar na Educação Infantil. Objetivos Específicos: - Verificar se a brincadeira ao ser inserida na Educação Infantil é realmente importante para desenvolvimento dos alunos; - Demonstrar exemplos de brincadeiras que podem ser inseridas na Educação Infantil; - Dar publicidade ao material recolhido em forma de artigo científico. Nesse diapasão, esse artigo busca demonstrar como a brincadeira é importante na vida das crianças e como esta deve ser inserida na Educação Infantil.

**PALAVRAS-CHAVE:** Brincar; Educação Infantil; Aluno; Corpo Docente.

**ABSTRACT:** The present article aims to argue about the relevance of play and games in Early Childhood Education, given that play develops coordination with motor activities, work focuses, creativity, laterality, among other aspects important for the general development of the student. In this way, it is important that the faculty know how to apply various jokes in Early Childhood Education to work on everyday contents, usually transmitted through the traditional method of teaching. Thus, to perform a research in this field, it was used as a method of Bibliographic Research that through

a complex of acts, has several ways to solve a problem. Based on this conjuncture, the following objectives were made: - General Objective: - To understand the importance of playing in Early Childhood Education. Specific Objectives: - To verify if the joke when being inserted in the Infantile Education is really important for the development of the students; - Demonstrate examples of play that can be inserted in Early Childhood Education; - Publicize the collected material in the form of a scientific article. In this passage, this article seeks to demonstrate how play is important in children's lives and how it should be inserted in Early Childhood Education.

**KEYWORDS:** Play; Child education; Student; Faculty.

## 1 | INTRODUÇÃO

O brincar está presente no cotidiano de todos, mas principalmente na vida das crianças, pois faz parte do seu processo de aprendizagem, uma vez que é por meio dela que aprende-se a ganhar e a perder, não desistir, entre outros aspectos como lateralidade, reflexão, criatividade. Dessa forma torna-se perceptível que o brincar está totalmente ligado ao aprender.

Assim, se há vínculo entre o brincar e o aprender, por que a brincadeira não está inserida na escola como método pedagógico?; Pois vemos o brincar na maioria das vezes na Educação Física, dificilmente na sala de aula.

Nesse interregno, é necessário que a brincadeira seja inserida na educação infantil, pois além de envolver todos no mundo lúdico, ainda existe um aproveitamento curricular brincando.

Dessa forma, notou-se que ao inserir a brincadeira na educação infantil como forma de ensinar é uma atividade importante que proporciona um desenvolvimento individual e coletivo.

Logo, foram elaboradas as seguintes questões: - Qual a importância do Brincar na Educação Infantil? Com base nesta indagação, constituíram-se outras entrelaçadas a primeira pergunta: - Como inserir a brincadeira na sala de aula? – Quais benefícios à brincadeira proporcionam para os alunos?

Procurando uma resposta para as perguntas, surge o tema para a pesquisa, que utilizará como método a pesquisa Bibliográfica. Segundo Meneses e Silva (2001, p. 20) pesquisa nada mais é que “um conjunto de ações, propostas para encontrar a solução para um problema, que têm por base procedimentos racionais e sistemáticos”.

Por sua vez, a pesquisa bibliográfica possui um conceito mais amplo, que segundo Gil (2008, p. 10) a “pesquisa bibliográfica: é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”, Fonseca (2002, p.32) conceitua de forma mais abrangente, segundo ele:

A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem, porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta.

Insta salientar, que foram especificados os seguintes objetivos: - Objetivo Geral: - Compreender a importância do brincar na Educação Infantil. Objetivos Específicos: - Verificar se a brincadeira ao ser inserida na Educação Infantil é realmente importante para desenvolvimento dos alunos; - Demonstrar exemplos de brincadeiras que podem ser inseridas na Educação Infantil; - Dar publicidade ao material recolhido em forma de artigo científico.

Nesse sentido, este artigo possui três itens: - O ato de Brincar; - A Importância do Brincar na Educação Infantil; - Como acrescentar a brincadeira no Ensino Fundamental.

Por conseguinte, ao desenvolver uma pesquisa nesse aspecto, adquire o ensejo de pesquisar ainda mais na área de Aprendizagem Infantil, que é relevante para toda a população, pois muitas crianças possuem Déficit de Atenção, ato, por exemplo, que pode ser trabalhado com o brincar, ou seja, além da pesquisa contribuir para as crianças relaxarem no ambiente escolar é proveitoso para levar a aprendizagem.

## 2 | O ATO DE BRINCAR

Brincar segundo o Dicionário Online é conceituado como: “distrair-se com jogos infantis, representando papéis fictícios; entreter-se com (um objeto ou uma atividade qualquer)”.

Ao mencionar a palavra brincar esta geralmente é relacionada a crianças, infância, ou seja, é associada a juventude, mas o que muitos não percebem é que a brincadeira está presente no cotidiano de todos, a brincadeira deve fazer parte da vida do ser humano, como forma de divertir-se, como um lazer.

Para Oliveira (2000, p. 24), o ato de brincar:

[...] não significa apenas recrear, é muito mais, caracterizando-se como uma das formas mais complexas que a criança tem de comunicar-se consigo mesma e com o mundo, ou seja, o desenvolvimento acontece através de trocas recíprocas que se estabelecem durante toda sua vida. Assim, através do brincar a criança pode desenvolver capacidades importantes como a atenção, a memória, a imitação, a imaginação, ainda propiciando à criança o desenvolvimento de áreas da personalidade como afetividade, motricidade, inteligência, sociabilidade e criatividade.

Dessa forma, a brincadeira no princípio da vida do ser humano é de extrema importância, pois ajuda o mesmo a desenvolver-se, criando coordenação, criatividade e outras qualidades importantes para o crescimento motor e intelectual de cada pessoa.

Segundo Campos (2010, p.1):

Brincar é fundamental para o desenvolvimento da criatividade, coordenação motora, noções de tempo e espaço, lateralidade, ritmo e equilíbrio. A criança começa a entender a importância da socialização, convivência em grupos com suas regras, valores e, sobretudo a importância da união das diferenças para o crescimento saudável, tanto físico como o intelectual, onde para ela não importa se ganha ou perde, mas sim participar.

Nesse sentido, se a brincadeira auxilia o desenvolvimento em geral da criança, porque não utilizar a brincadeira como método de ensino para os alunos da Educação Infantil?

O Referencial Curricular Nacional da Educação Infantil (BRASIL, 1998, p.27) destaca outra função da brincadeira:

O principal indicador da brincadeira, entre as crianças, é o papel que assumem enquanto brincam. Ao adotar outros papéis na brincadeira, as crianças agem frente à realidade de maneira não-literal, transferindo e substituindo suas ações cotidianas pelas ações e características do papel assumido, utilizando-se de objetos substitutos.

Neste interregno, a brincadeira é importante para a infância das crianças, dado que as desenvolvem de diversas maneiras, pretexto pelo qual essa prática deve ser inserida nas escolas como meio de ensino para os menores.

### **3 | A IMPORTÂNCIA DO BRINCAR NA EDUCAÇÃO INFANTIL**

O papel do professor na sala de aula é transmitir o conhecimento de um determinado conteúdo, buscando sempre a aprendizagem de todos. Dessa forma, esse profissional deve procurar diversos métodos para transmitir com destreza o conteúdo aos alunos.

Segundo o Centro de Referências em Educação Integral (2013, p.2), o professor:

[...] deve ser um mediador, facilitador e articulador do conhecimento e não apenas aquele que detém a informação. Ele deve atuar como um pesquisador, que provoca o aluno a ser também curioso e descobrir a partir de seus próprios questionamentos. Deve convidar o estudante a ver a realidade como seu objeto de estudo. Ele é um mediador que deve negociar os conhecimentos que todos têm e apoiar os estudantes a juntos sintetizarem o conhecimento compartilhado.

Nesse sentido, o brincar deve fazer parte do conteúdo programático da

Educação Infantil, pois por meio do lúdico que a criança vive no ato brincar o conteúdo transmitido é absorvido muitas vezes sem a percepção da criança.

Destarte, Goés (2008, p.37) frisa que:

(...) a atividade lúdica, o jogo, o brinquedo, a brincadeira, precisam ser melhorado, compreendidos e encontrar maior espaço para ser entendido como educação. Na medida em que os professores compreenderem toda sua capacidade potencial de contribuir no desenvolvimento infantil, grandes mudanças irão acontecer na educação e nos sujeitos que estão inseridos nesse processo.

Desse modo, é importante que o professor direcione as crianças nas brincadeiras, mas nunca interfira no lúdico que está sendo aplicado pelas mesmas naquele momento. Logo, o professor não deve brincar com os alunos sem deixar que o lúdico esteja presente.

Na brincadeira os menores criam um cenário no qual imaginam a situação que estão vivendo, melhorando a criatividade e o relacionamento social entre as crianças.

Em alguns casos é normal o professor apenas entregar os brinquedos as crianças e deixar os menores brincando sozinhos, ou em outros casos os levem para um local aberto como uma quadra e os abandonem com algumas bolas, não é isto que nos referimos ao dizer que o professor não deve interromper o lúdico.

Nas brincadeiras em geral é necessário a orientação de um profissional, mas este não deve interferir no que está imaginado pelas crianças, não deve intervir no lúdico presente no ambiente, porém deve orientá-las na brincadeira.

Dessa forma, a vida do menor move-se em torno da brincadeira, e esse é um dos motivos que faz com que o brincar deva ser inserido na Educação Infantil e utilizado pelos pedagogos, pois as atividades recreativas são extremamente importantes para a construção da personalidade, logo, esta deve ser atribuída como método para obter conhecimento.

Para Oliveira (1997, p.57):

Aprendizagem é o processo pelo qual o indivíduo adquire informações, habilidades, atitudes, valores, etc. A partir de seu contato com a realidade, o meio ambiente, as outras pessoas. É um processo que se diferencia dos fatores inatos (a capacidade de digestão, por exemplo, que já nasce com o indivíduo) e dos processos de maturação do organismo, independentes da informação do ambiente (a maturação sexual, por exemplo). Em Vygotsky, justamente por sua ênfase nos processos históricos sociais, a ideia de aprendizado inclui a interdependência dos indivíduos envolvidos no processo. [...] o conceito em Vygotsky tem um significado mais abrangente, sempre envolvendo interação social.

Nesse diapasão, por meio da brincadeira a criança melhorará sua comunicação, criatividade e desenvoltura pelo simples fato de estar brincando, além de aprender a atividade, conteúdo, que está sendo transmitida de forma leve e descontraída.

Gonzaga (2009, p.39) aponta que o professor não deve esquecer que está lhe

dando com crianças, o que é muito comum no sistema atual de ensino que temos, onde existem planos e conteúdos exatos para serem trabalhados em cada bimestre, isso faz com que muitos docentes se preocupem apenas em passar a matéria em sala de aula, e os momentos divertidos, brincadeiras desaparecem, pois acabam tornando corriqueiro o ato de chegar passar a matéria e ir embora.

(...) a essência do bom professor está na habilidade de planejar metas para aprendizagem das crianças, mediar suas experiências, auxiliar no uso das diferentes linguagens, realizar intervenções e mudar a rota quando necessário. Talvez, os bons professores sejam os que respeitam as crianças e por isso levam qualidade lúdica para a sua prática pedagógica.

Assim, é perceptível que o método atual é falho, pois torna a escola um ambiente monótono, chato, o que faz com que muitas crianças percam o interesse em estudar, ou simplesmente não gostem de ir para escola, é o momento em que começam aparecer alunos dispersos e sem interesse.

Logo, ao inserir a brincadeira junto com um conteúdo que está sendo trabalhado, consequentemente o profissional já chama a atenção das crianças para a atividade, dessa maneira temos uma diversidade de trabalho, e o ócio desaparece, fazendo com que as crianças consequentemente absorvam mais o conteúdo que está sendo trabalhado.

O jogo é considerado uma atividade lúdica que tem valor educacional, a utilização do mesmo no ambiente escolar traz muitas vantagens para o processo de ensino aprendizagem, o jogo é um impulso natural da criança funcionando, como um grande motivador, é através do jogo obtém prazer e realiza um esforço espontâneo e voluntário para atingir o objetivo, o jogo mobiliza esquemas mentais, e estimula o pensamento, a ordenação de tempo e espaço, integra várias dimensões da personalidade, afetiva, social, motora e cognitiva. (KISHIMOTO, 2002, p. 31).

O Referencial Curricular Nacional da Educação infantil (BRASIL, 1998, p. 23) conceitua o educar de maneira ampla:

Educar significa, portanto, propiciar situações de cuidado, **brincadeiras e aprendizagem orientadas de forma integrada e que possam contribuir para o desenvolvimento das capacidades infantis** de relação interpessoal de ser e estar com os outros em uma atitude básica de aceitação, respeito e confiança, e o acesso, pelas crianças aos conhecimentos mais amplos da realidade social e cultural. (grifo nosso).

Desse modo, é relevante que o profissional tenha conhecimento e preparo para estar na sala de aula, pois ele é fundamental no processo de aprendizagem dos alunos, nesse sentido, é relevante que o professor saiba como inserir o brincar nas aulas como um processo de aprendizagem.

## 4 | COMO ACRESCENTAR A BRINCADEIRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Como ficou claro, a brincadeira chama a atenção das crianças, pois está presente no dia-a-dia das mesmas, como modo de lazer e diversão, dessa forma, ao acrescentar um conteúdo envolvendo uma brincadeira, faz com que os menores absorvam melhor o que está sendo transmitido pelo professor.

Assim, a brincadeira facilita o processo de aprendizagem do aluno, mas é necessário que o educador saiba incluí-la no processo pedagógico de aprendizagem.

Destarte, é importante a formação continuada do professor, pois o preparo adequado do profissional é muito importante.

Insta salientar ainda, que é relevante a escola proporcionar uma estrutura adequada, além de a equipe pedagógica inserir esta recreação como modo para transmitir conhecimento, ou seja, é preciso que esse método esteja na grade curricular da escola.

Outro ponto importante é o apoio que o profissional deve ter para trabalhar o conteúdo dessa forma, uma vez que preparar diversas atividades demanda tempo e trabalho árduo do professor, que em muitos casos não recebe se quer aula atividade para preparar aula e corrigir o conteúdo já transmitido. Desde que todos esses itens sejam cumpridos, o profissional conseguirá realizar um bom trabalho, aplicando os jogos e brincadeiras na sala de aula para obter sucesso e ensinar de outra forma utilizando um método divergente do tradicional já aplicado atualmente, para Vygotsky (1998, p.36) é necessário que:

[...] o educador poderá fazer o uso de jogos, brincadeiras, histórias e outros, para que de forma lúdica a criança seja desafiada a pensar e resolver situações problemáticas, para que imite e recrie regras utilizadas pelo adulto.

Outro aspecto importante ao aplica uma brincadeira para os alunos, é levar em consideração a faixa etária deles e outros requisitos conforme demonstra Konrath (2005, p. 4):

- Respeitar a realidade e as especificidades da faixa etária;
- Observar as reações de cada criança e do grupo como um todo;
- Proporcionar e acompanhar situações que favoreçam a autonomia;
- Organizar um ambiente amplo, variado e desafiador, favorecendo o movimento das crianças e suas interações;
- Proporcionar atividades que desenvolvam as suas dificuldades e interesses;
- Valorizar o espaço e recursos disponíveis como desencadeadores do jogo simbólico;
- Estimular a utilização de diversas linguagens, fazendo uso de livros de histórias, experiências musicais, jogos e diversidade de materiais;
- Oferecer materiais e brinquedos que apresentem várias possibilidades de exploração e desafios;
- Proporcionar o acesso e manejo das novas tecnologias de informação e

comunicação, tais como: computadores;

-Incentivar a pesquisa, criação e criatividade das crianças através dos recursos digitais.

**Algumas brincadeiras tradicionais podem ser utilizadas na sala de aula como método de ensino aprendizagem:**

CACHORRO E GATO CEGO: IDADE: 7 anos. Objetivos específicos: Audição, atenção. MATERIAL: Lenços. LOCAL: Sala, quadra, pátio. Formação: círculos. Organização: alunos em círculos que irão dois para o centro; um será o cachorro e outro o gato. Veda-se os olhos de ambos. Execução: toda vez que o cachorro latir o gato miará e o cachorro tentará pega-lo. Se conseguir, irão outros ao centro. QUAL O PERFUME? IDADE: 9 anos em diante. SEXO: Ambos. Objetivos específicos: Desenvolver o olfato. MATERIAL: Frutas, perfumes, loções, etc. Formação: círculos. Organização: alunos em círculos, sendo que um irá para o centro com olhos vendados. Execução: o professor dará aos alunos do centro algo para cheirar o perfume e dirá: - deverás reconhecer este aroma entre outros que vou te dar. Em seguida dará outras coisas (frutas, alvejante, etc.). Este deverá identificar quando lhe derem para cheirar algo que tenha o mesmo cheiro do primeiro, (CUNHA, 2014, p.).

Por conseguinte, a brincadeira deve ser utilizada pelos professores como forma de metodologia de ensino, pois é atrativo aos alunos aprender de forma diferente, o que conseqüentemente faz com que os mesmos tenham um proveito maior do conteúdo que está sendo transmitido.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a pesquisa Bibliográfica realizada neste artigo, ficou claro que o método de ensino atual se tornou corriqueiro e chato para os estudantes, uma vez que não há inovação ou algo novo para chamar a atenção dos alunos.

Dessa forma, notou-se que a brincadeira deve ser inserida na sala de aula, pois enquanto brinca a criança estará aprendendo, logo conseguirá desenvolver melhor as atividades, além de aprender muito mais.

A criança cria uma relação com as brincadeiras e jogos, pois estes já estão presentes no seu dia-a-dia, logo quando inserida na escola por meio de orientação profissional, o discente conseguirá demonstrar seus sentimentos, e estabelecer melhor comunicação e se enquadrar socialmente, sair do tradicional e ir para o lúdico algumas vezes, tira o stress rotineiro que a escola traz, e proporciona ao profissional trabalhar o potencial individual de cada aluno, ajudando no desenvolvimento de cada aluno.

Assim, os objetivos elencados no início deste trabalho foram cumpridos, uma vez que a importância do brincar na Educação Infantil foi demonstrada, bem como como os exemplos que podem ser aplicados em sala de aula.

Portanto, a brincadeira deve ser inserida na escola e na metodologia de ensino nacional, pois traz muitos benefícios para a sala de aula.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Referencial curricular nacional para a educação infantil**/Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, volume: 1 e 2, 1998.

CAMPOS, G. **O ato de brincar contribui para que a criança adquira autoconfiança e autonomia**. 2010. Disponível em: < <http://www.diariofeminino.com/psicologia/autoajuda/materias/brincar-infancia/>>. Acesso em: 10. Out. 2017.

CUNHA, E. O. **30 Dinâmicas e Brincadeiras para crianças e jovens**. 2014. Disponível em: < <http://www.portaldafamilia.org/sclazer/jogos/dinamicas-para-criancas.shtml>>. Acesso em: 30 out. 2017.

FERREIRA, A. B. Mini Aurélio Escolar Século XXI: **o minidicionário da língua portuguesa**. 4 ed. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 2003.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em: <<http://wp.ufpel.edu.br/ecb/files/2009/09/Tipos-de-Pesquisa.pdf>>. Acesso em: 30 out. 2017.

GÓES, M. C. **A formação do indivíduo nas relações sociais: Contribuições teóricas de Lev Vigotski e Pierre Janet**. Educação e Sociedade. Campinas, Unicamp, 2008.

GONZAGA, R. R. **A importância da formação lúdica para professores de educação infantil**. Revista Maringá Ensina nº 10 – fevereiro/abril. 2009.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. São Paulo: Cortez, 2002.

KONRATH, M. L. P. **Utilização de jogos na sala de aula: Aprendendo através de atividades digitais**. 2005. Disponível em: < <http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/13011/000573016.pdf>> .Acesso em: 10 out. 2017.

MENEZES, E. M; SILVA, E. L. da. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 3. Ed. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2001. Disponível em: <http://projeto.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia%20da%20Pesquisa%203a%20edição.pdf>> Acesso em: 30 out. 2017.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico**. 4. ed. São Paulo: Scipione, 1997.

OLIVEIRA, V. B. **O brincar e a criança do nascimento aos seis anos**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2000.

VYGOTSKY, L.S; LURIA, A.R. & LEONTIEV, A.N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone: Editora da Universidade de São Paulo, 1998.

## A ARITMÉTICA E SUA FORMALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 06/02/2020

### Fábio Mendes Ramos

Instituto Federal do Norte de Minas – IFNMG,  
Departamento de Ensino  
Januária – Minas Gerais

### Daniel Martins Nunes

Instituto Federal do Norte de Minas – IFNMG,  
Departamento de Ensino  
Januária – Minas Gerais

### Anahil Ancelmo Pereira

Acadêmico da Pós-graduação em Ensino da  
matemática para o ensino médio pelo Instituto  
Federal do Norte de Minas – IFNMG.  
São João da Ponte – Minas Gerais

**RESUMO:** Este trabalho apresenta uma breve reflexão acerca da aritmética e suas concepções. Aborda ainda o rigor matemático relacionado às definições de conjuntos naturais e descreve a formalização dos números, além de tratar da investigação matemática como proposta de ensino. A metodologia utilizada para o desenvolvimento desta pesquisa é de caráter qualitativo e baseou-se em revisão bibliográfica. O objetivo dessa abordagem é aplicar a aritmética em conteúdos interdisciplinares e na formalização matemática com ideias do cotidiano. Propõe-se, ainda, estabelecer a contextualização da aritmética a

partir da resolução de problemas, estimulando-se uma reflexão que favoreça a construção de um pensamento lógico-matemático, ao consolidar seu pensamento aritmético. Conclui-se que a utilização da aritmética favorece formalizações matemáticas, o que possibilita ensinar matemática por meio da resolução de problemas. Desse modo, o método de ensino da aritmética auxiliará os discentes a concretizarem seu conhecimento, possibilitando, assim, um melhor desempenho no processo de ensino-aprendizagem.

**PALAVRAS-CHAVE:** Investigação Matemática; Aritmética; Conjuntos Numéricos.

### ARITHMETIC AND ITS FORMALIZATION IN MATHEMATICS TEACHING

**ABSTRACT:** This paper presents a brief reflection on arithmetic and its conceptions. It also discusses the mathematical rigor related to the definition of natural sets and describes the formalization of numbers, besides dealing with mathematical research as a teaching proposal. The methodology used for the development of this research is qualitative and was based on literature review. The purpose of this approach is to apply arithmetic to interdisciplinary content and mathematical formalization with everyday ideas. It is also proposed to establish the contextualization of arithmetic from problem

solving, stimulating a reflection that favors the construction of a logical-mathematical thinking, by consolidating its arithmetic thinking. It is concluded that the use of arithmetic favors mathematical formalizations, which makes it possible to teach mathematics through problem solving. Thus, the teaching method of arithmetic will help students to realize their knowledge, thus enabling a better performance in the teaching-learning process.

**KEYWORDS:** Mathematical Research; Arithmetic; Numerical sets.

## 1 | INTRODUÇÃO

Nossa sociedade é altamente numérica, uma vez que os números estão por toda parte: nas embalagens dos produtos, na temperatura, no peso, nos balanços financeiros, nos saldos bancários, nos saldos de gols, entre outros.

Eles foram essenciais para a evolução humana, pois, através deles, começaram a surgir as representações simbólicas que contribuíram significativamente para uma nova forma de comunicação.

É notório ressaltar que a concepção de números está relacionada à quantidade, à grandeza, à posição e à representação. Nesse sentido, a quantidade relaciona-se à quantificação; a grandeza, à dimensão do objeto. Já a posição refere-se ao local onde se posiciona determinado elemento, e a representação, ao significado de determinado elemento.

A partir dessas informações, observa-se que os números fazem parte da história da humanidade e estão constantemente presentes na vida dos seres humanos, entretanto muitas vezes há dificuldades em conceituá-los; por isso se acredita que para o melhor entendimento dos números, é necessário antes conceituar o que é conjunto. Nesse contexto, de acordo com Dienes e Golding (1969),

o número é um conceito muito complexo e, para aprender a harmonizar ente si os elementos conceptuais que o constituem, é indispensável, antes de tudo, conhecer esses elementos. Os números são propriedades dos conjuntos. Por exemplo, o número 2, o número 3, ou outro número qualquer, não podem aplicar-se a objetos únicos. É vazio de sentido falar em uma mesa 2 ou em uma mesa 3. Pode-se falar de uma mesa redonda, de uma casa quadrada, mas não de uma casa dois. Fala-se em duas casas. Quer dizer que dois se refere a um conjunto de casas (DIENES e GOLDING, 1969, p. 6).

Em relação à ideia de Matemática, os primeiros conceitos que se criam é o intuitivo e para haver um aprendizado mais eficaz, é importante partir da realidade dos alunos, associando o conteúdo a algo do cotidiano deles e com os conjuntos não seria diferente. Por exemplo, ao citar os objetos carteiras de uma determinada sala de aula com 30 alunos, partir-se-á do pressuposto de que, em uma sala de aula, deveria existir uma determinada quantidade de carteiras para acomodar os alunos.

Assim, pode haver “n” maneiras de exemplificar o conceito de conjunto, para tal, utiliza-se a definição de Caraça (2003):

Em geral, dizemos que dado um conjunto de certos elementos quando:

Eles são, de si, entidades determinadas;

Além disso, há a possibilidade de averiguar se um elemento qualquer, dado ao acaso, pertence ou não ao conjunto (CARAÇA, 2003, p. 12).

A citação supracitada permite compreender, por exemplo, que as pessoas que estão no estádio de futebol pertencem a um conjunto de torcedores que foram ao estádio para assistir ao jogo. O torcedor que está acomodado na cadeira do campo de jogos esportivos pertence a esse conjunto, pois ele entrou no estádio. Por outro lado, em se tratando de um torcedor que ficou em casa, não se poderia defini-lo como elemento pertencente ao conjunto de torcedores que foram ao estádio, pois a definição “(a)” porém “(b)” não se aplica.

A ideia de Caraça sobre conjunto é bem generalizada, visto que através dela pode-se verificar tanto os conjuntos finitos, como os infinitos. Veja-se outro exemplo: o conjunto de torcedores no estádio de futebol é um conjunto finito, pois não se conseguiria alocar infinitas pessoas num estádio. Contudo, é também um conjunto infinito, se se imagina uma reta formada por infinitos pontos. Pode-se constatar então que o conjunto de pontos que a forma é infinito e, dessa maneira, torna-se bem intuitiva a verificação dos teoremas de Caraça.

Para uma melhor percepção sobre a ideia de conjunto, é necessário fazer um comentário sobre sua representação simbólica. Sabe-se que é relevante esse tipo de linguagem matemática, porém é preciso que o professor tenha muito cuidado quando estiver ensinando essa simbologia para os alunos, porque Dienes e Golding (1969) afirmam que

os mestres não têm sempre consciência do abismo profundo que existe entre as experiências das crianças e a expressão simbólica desta experiência. Sim, quando uma criança chega à escola sabe falar, mas o faz inconscientemente. Ela não executa efetivamente o jogo enquanto no-lo está narrando; por isso, quando fala de seus brinquedos, o faz por intermédio de símbolos, isto é, de frases composta de palavras que ela sabe utilizar com muita eficácia (DIENES e GOLDING, 1969, p. 6).

Evidentemente que os estudantes possuem um conceito simbólico, que é a linguagem, e conseguem representar suas ideias de forma que possam compreendê-la, entretanto, na Matemática, é diferente. É preciso padronizar as representações da linguagem e, por isso, utilizamos símbolos matemáticos para tal.

Nesse contexto, muitos alunos deparam-se com a linguagem matemática e não conseguem compreender a sua aplicabilidade, daí muitas vezes, o desinteresse com essa representação simbólica. O professor, embora perceba essa lacuna

comunicativa, continua apresentando informações mecanizadas e estimulando a memorização dos símbolos para que os alunos possam obter nota e não uma aprendizagem significativa.

Lins e Grimenez (1997) reforçam que, apesar da criança ter contato ou conhecimento das existências de determinados símbolos, isso não implica que ela possa compreendê-los. Dessa maneira, ainda conforme os autores,

embora o mundo real proporcione as bases para esse sentido, este se consolida no momento em que se aplica o conhecimento adquirido a novas situações de mundo real. Isso não quer dizer que sempre se estabeleçam as relações adequadas e se associem sempre significados adequados aos conteúdos do mundo numérico. Assim uma criança de 8 anos talvez tenha visto o símbolo 645, porém não tenha consciência de seu valor numérico, mesmo morando no número 645 da rua de uma grande cidade, ou já tenha visto uma nota fiscal de 645 reais (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 39).

Sendo assim, deve-se ter muito cuidado com a inserção dos símbolos matemáticos no ensino, pois existe grande dificuldade de compreensão dos alunos sobre o assunto. Segundo Dienes e Golging, não se pode esperar que uma criança aprenda imediatamente símbolos complexos de Matemática, uma vez que é necessário que elas passem por experiências variadas para que possam absorver os conceitos.

Desse modo, muitos matemáticos questionam os principais motivos da dificuldade em se pensar matematicamente, como a reflexão sobre o raciocínio numérico, as formulações de seus conceitos e a complexidade dos números. Nesse contexto, Lins e Grimenez (1997) apresentam algumas dificuldades nos trabalhos com os números:

Existem diversos tipos de dificuldades específicas no trabalho dos números naturais. Entre outras: i) falta de sentidos diversos da contagem e valores diversos que se associem a ideias de números; ii) dificuldades específicas do sistema numérico associadas a agrupamentos ou decomposições. Outras são próprias dos distintos conjuntos numéricos; iii) problemas de interpretação simbólicas; iv) tarefas de ordenação e compreensão do valor relativo; v) dificuldades com a estimação; vi) erros associados à ineficácia operativa por falta de significação ou erros na execução de algoritmos clássicos (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 45).

É notório, portanto, que as dificuldades na aprendizagem da matemática não se baseiam apenas nas formulações simbólicas e é sabido que ela é um contribuinte nesse processo, conforme Lins e Grimenez. Observa-se ainda que as dificuldades em se compreender a definição de números e de seus significados interferem no entendimento da matemática.

Afinal o que é número? De acordo com Dienes e Golding, são propriedades de conjuntos de elementos aos quais nos referimos. Assim, os números estão relacionados diretamente com os conjuntos e suas relações com equivalência,

conservação dos números, conceitos de sucessão, adição, subtração, multiplicação e divisão.

## 2 | FORMALIZAÇÃO NUMÉRICA

O ser humano tem a necessidade de ver a aplicação de toda ciência, por isso o professor se depara com diversos questionamentos dos estudantes, tais quais: “Para que serve isso? Onde se aplica? Onde vou usar isso? Para que estudar isso?” Como diversas situações estão muito sistematizadas, alguns professores têm dificuldades de esclarecer o uso (aplicabilidade) de determinados conceitos.

Quando alguns alunos perguntam “para que definir conjuntos e números?”, certamente ouvem algumas respostas, como: “É preciso estudar conjuntos numéricos para compreender conjuntos naturais, conjuntos inteiros, conjuntos racionais, conjuntos irracionais e conjuntos reais”. Assim, os alunos obtiveram uma resposta, no entanto ela foi realmente satisfatória?

Nota-se que, nas escolas, os alunos estão estudando a matemática tão mecanizada, que quando se abordada um problema que precisa ser relacionado ao cotidiano dos discentes, eles não conseguem formulá-los de maneira adequada, porque sempre receberam modelos matemáticos prontos. Nesse contexto, Lins e Grimenez afirmam que

simplesmente oferecemos modelos prontos: se você tem que calcular o troco, faça a subtração adequada, e subtração se faz assim. Ora, qualquer bom profissional que seja chamado a ajudar uma empresa ou grupo de pessoas a organizar uma atividade vai, em primeiro lugar, procurar estudar as condições nas quais o problema está sendo calculado (LINS e GRIMENEZ, 2007, p. 20).

Ainda, segundo os autores, a escola não se preocupa em estudar o problema; ela parte do princípio de que a essência é o troco, ou seja, a subtração é ensinada como operação que deve ser feita apenas posicionando um número abaixo do outro, sendo estudada, portanto, como processo mecânico e não contextualizado.

Sendo assim, é preciso fazer a representação numérica em determinadas situações reais, porque, em um conjunto de números naturais, não seria impossível incluir todos os elementos. Nesse momento, existiria a necessidade de haver uma boa formalização do conteúdo. Dienes e Golding afirmam:

Claro, não é necessário representar todos elementos do conjunto. Se forem muitos numerosos, não será sequer praticável. Quando os elementos de um conjunto forem muitos numerosos, haverá muita probabilidade para que este último tenha sido definido por um atributo que todos elementos devem possuir para pertencer a ele (DIENES e GOLDING, 1969, p. 23).

Para ficar mais evidente a representação matemática, mostrar-se-ão algumas

maneiras diferentes de representação de conjuntos dos números naturais. Dessa forma, acredita-se que ficarão mais concretizadas as diversas maneiras de se apresentar a formalização da matemática. Assim,

1. os números naturais formam um conjunto cujos elementos são descritos ordenadamente, como segue:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, . . .

Ou ainda de modo mais sugestivo:



2.  $\mathbb{N}$  é o conjunto dos números naturais composto pelos números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, . . .

3. O conjunto  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  é denominado conjunto dos números naturais.

4. Seja  $\mathbb{N}$  um conjunto dos números naturais, se  $\mathbb{N}$  possui as seguintes propriedades:

i)  $0 \in \mathbb{N}$

ii)  $1 \in \mathbb{N}$

iii)  $k + 1 \in \mathbb{N}$  sempre que  $k \in \mathbb{N}$

Então  $k \in \mathbb{N}$ , ou seja, possui todos os números do conjunto.

Sendo assim, independentemente do tipo de representação, o importante é a formalização da Matemática para facilitar a compreensão, o raciocínio e suas representações matemáticas. Diante do exposto sobre as ideias de conjunto, de números e suas representações, será feita uma abordagem acerca da aritmética.

Para Lins e Grimenez, a aritmética não é apenas uma relação de contagem, que manipula coleções de objetos ou simplesmente os representam formalmente. Segundo eles,

tem-se esquecido frequentemente que a aritmética inclui também: a) representações e significações diversas (pontos de referência e núcleos, que ampliam a ideia simples do manipulativo); b) análise do porquê dos algoritmos e divisibilidade (elementos conceituais); c) uso adequado e racional de regras (técnicas, destrezas e habilidades) e d) descobertas ou “teoremas” (descobertas, elaboração de conjecturas e processos de raciocínio (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 33)

Dentro dessa perspectiva, para os autores, a aritmética não está apenas contribuindo com a formalização de determinados problemas, mas também tem sua contribuição histórica e cultural na formalização dos diálogos, pois sua representação auxilia as interpretações de determinadas informações.

### 3 | INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM PROPOSTA DE ENSINO

Muitos professores, ansiosos pela aquisição dos conhecimentos matemáticos por parte de seus alunos, buscam maneiras diferenciadas de ensinar. Creem que o sistema tradicional, muitas vezes, é falho e ao se criar um facilitador, os discentes obteriam êxito de maneira mais imediata. Corroborando essa ideia, acredita-se que uma das opções para melhorar o ensino seria através do processo de investigações matemática.

A investigação matemática é abordada com maestria por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). Para esses pesquisadores, investigar é procurar conhecer o que não se sabe, isto é, pesquisar. É a partir da investigação matemática que se pode descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades.

Ainda segundo esses autores, o primeiro grande passo na investigação é identificar claramente o problema a resolver e é evidente que, na matemática, existe uma relação entre problemas e investigação.

Na pedagogia tradicional, quando se sugere a análise de algum problema pelos alunos, espera-se, certamente, que eles deem uma resposta satisfatória, logo, quando não se obtém uma resolução esperada, recebem nota zero, e sua resposta é considerada errada. Na investigação matemática, esse fato não ocorre. Assim,

quando trabalhamos um problema, o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outra descoberta que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original. Outras vezes, não se conseguindo resolver o problema, o trabalho não deixa de valer a pena pelas descobertas imprevistas que proporciona (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA, 2013, p. 17).

O processo de investigação poderia auxiliar, sobremaneira, no ensino da matemática, uma vez que poderá ser utilizada na análise ou estudo de determinados problemas, contribuindo para a melhoria da aprendizagem dos alunos, pois, mesmo que eles não consigam, naquele momento, resolver o problema, refletirão sobre o assunto e, conseqüentemente, construirão algum conhecimento sobre os princípios matemáticos posteriormente. Mediante esse processo, pode-se, por conseguinte, identificar quais foram as dificuldades, formulações, conceitos e processos que faltaram para que chegassem ao resultado esperado.

Com o processo de investigação matemática, o aluno deixará de ser mero espectador, ou seja, aquele que absorve as informações dadas pelo professor e se torna produtor do próprio conhecimento e, assim, o professor passa a ser o facilitador da aprendizagem do aluno. Essa questão também é abordada por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) ao afirmarem:

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e professores (PONTE, BROCARD e OLIVEIRA, 2013, p. 23).

Na tentativa de superação do modelo tradicionalista do ensino de matemática, o conceito de investigação apresenta-se como um mecanismo de ressignificação da transmissão do saber. Nesse contexto, o aluno será levado a apresentar uma nova postura, visto que passará a agir como um matemático, ao desenvolver sua capacidade de reflexão e de crítica, o que fará com que ele seja mais rigoroso não só nas formulações e resoluções de problemas, como também de questionamentos, conquistando mais independência em seus estados.

No processo de investigação, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) defendem que sejam trabalhados os seguintes momentos:

Podemos dizer que a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e à avaliação do trabalho realizado (PONTE, BROCARD e OLIVEIRA, 2013, p. 20).

Desse modo, em uma investigação matemática não se trabalha necessariamente todos os momentos, porém é preciso desenvolver uma análise rigorosa do problema, para que se tenha uma melhor e eficaz abordagem do objeto estudado e, conseqüentemente, aprendizado efetivo por parte do aluno.

#### 4 | RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

A matemática é uma ciência complexa, e a construção de um pensamento lógico abstrato para as crianças é vista como um desafio, pois a aprendizagem matemática não atrai muito esse público, uma vez que frequentemente não conseguem compreender a disciplina.

Nessa perspectiva, Dienes e Golding afirmam que, na Matemática, as crianças não se preocupam em formalizar a linguagem matemática, isto é, em transformá-la em forma algébrica, e muito menos têm pressa em aprendê-la, porque as experiências que esses símbolos descrevem são estranhas. Apesar disso, a linguagem simbólica matemática fornece a elas um número enorme de experiências, que, se vividas, dar-lhes-ão uma grande capacidade de conhecimentos, sendo necessário para isso que seja desenvolvido um efetivo trabalho e cabe aos professores essa missão de

ensinar.

Partindo da ideia de Dienes e Golding, segundo a qual o processo de ensino da matemática deve ser vivenciado, crê-se que, ao se trabalhar aritmética com os alunos, não se deve preocupar apenas com as formas simbólicas, e sim com o modo como isso pode ser útil ao seu cotidiano; permitindo que eles façam uma reflexão sobre as situações que os rodeiam e busquem compreender a aprendizagem da matemática de maneira significativa.

Desse modo, no ensino atual, embora as tecnologias estejam mais presentes em nosso cotidiano, o sistema escolar parece cada vez mais distante dessa realidade. Vale lembrar, contudo, que não será proposta aqui nenhuma atividade com o uso da tecnologia, visto que tal comentário apenas ilustra a necessidade de haver mudanças no ensino a fim de uma melhor visualização do perfil dos alunos hoje.

De acordo com Lins e Grimenez (1997), para que se tenha um bom trabalho no ensino da aritmética, o professor deverá:

- a) Reconhecer a necessidade de mudança curricular que sirva para desenvolver um sentido numérico, ou seja, colocar para que o aluno seja capaz de interpretar e formular textos numéricos, reconhecer visualizações, relacionar ao máximo os conteúdos que conhece na prática situações de cada momento, utilizar métodos originais para distintos tipos de situações, avaliar se são razoáveis e eficazes.
- b) Integrar diversos tipos de raciocínios na produção de conjecturas ante os problemas apresentados, superando os erros, as dificuldades e os obstáculos;
- c) Assumir o papel dos distintos cálculos, que não se reduza à obtenção de resultados, e contribuam para aprimorar processos como planificar, desenvolver estratégias diferentes, selecionar as mais adequadas etc.; e, por último,
- d) Fomentar uma avaliação que contemple a regulação e controle constante do processo de ensino proposto (LINS e GRIMENEZ, 1997, p. 87).

Sabe-se que as instruções primárias da aritmética são as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) e, em alguns momentos, será possível trabalhar com os alunos os problemas de divisibilidade, sendo esta uma das maiores dificuldades do alunato, segundo professores. Por esse motivo, destacam-se os problemas de divisibilidade que serão ilustrados a seguir.

- ✓ **Problema.** Mostre as seguintes propriedades importantes da divisibilidade: dado um número qualquer, e sabendo que este é divisível por outros dois números distintos entre si e que o número dado é divisível pela soma e pela diferença deles. Se o número dado for divisível pela soma ou pela diferença dos dois números distintos, e se ele for divisível por um deles, ele também será divisível pelo outro. Logo, conclui-se que o número dado é divisor comum dos dois se, e somente se, ele for divisor comum de um pela subtração do outro por esse.

Nota-se a complexidade do problema aritmético, que poderia ser melhor compreendido caso fosse codificado e escrito na forma da linguagem matemática.

Como foi dito, o problema seria bem mais trabalhado na investigação matemática, permitindo ao aluno criar suas conjecturas. Dessa maneira, com a condução do professor, o estudante realizaria a construção de seu próprio conhecimento, além de reforçar a importância da formalização dos números e sua importância simbólica. Veja o mesmo problema na linguagem matemática.

✓ **Problema.** Mostre as seguintes propriedades importantes da divisibilidade:

Se  $d \mid a$  e  $d \mid b$ , então  $d \mid (b + a)$  e  $d \mid (b - a)$ .

Se  $d \mid (b + a)$  ou  $d \mid (b - a)$  e  $d \mid a$ , então  $d \mid b$ .

Conclui-se que  $d$  é um divisor comum de  $a$  e  $b$  se, e somente se,  $d$  for um divisor comum de  $a$  e de  $b - a$ .

Sendo assim, percebe-se que, na aritmética, apesar de se trabalhar apenas com números, em alguns momentos, existe a necessidade de representação desse número de uma forma mais generalizada. Nessa perspectiva, o importante não será o símbolo, mas sim o que ele representa.

## 5 | CONCLUSÃO

Com a utilização da aritmética, o docente pode ensinar matemática utilizando suas conceituações teóricas e práticas, mediante a resolução de problemas. Ao estimular o discente com problemas interdisciplinares, o professor possibilita o ensino da aritmética partindo-se do concreto e proporcionando a construção da generalização teórica necessária. Ao discente, a reflexão desse trabalho possibilita apreender conhecimentos teóricos e práticos do ensino da aritmética, visto que o conteúdo seria abordado de forma aplicável, o que favorece a construção de um pensamento lógico matemático.

Assim, é importante que o professor de matemática, além do conhecimento teórico bem concretizado, estabeleça relações de aplicação do conhecimento com situações-problemas contextualizadas, como sugestões aqui apresentadas, conduzindo, portanto, os discentes aos saberes mais concretizados da aritmética.

## REFERÊNCIAS

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. **Primeiros passos em matemática**: conjuntos, números e potências. São Paulo: Herder, 1969.

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

## A EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTADO DO CONHECIMENTO

Data de aceite: 06/02/2020

Data de submissão: 04/11/2019

**Thays Rodrigues Votto**

Universidade Federal do Rio Grande –  
FURG, Rio Grande – RS <http://lattes.cnpq.br/3624764119994449>

**Mauren Porciúncula Moreira da Silva**

Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Rio  
Grande – RS  
<http://lattes.cnpq.br/8922557481979497>

**RESUMO:** O ensino da Estatística nos Anos Iniciais está preconizado nos documentos que norteiam a educação brasileira desde 1997. Nesse contexto, o presente estudo, de caráter bibliográfico, teve como objetivo analisar quais elementos do currículo prescrito e principais resultados são evidenciados nas produções de Pós-Graduação sobre formação de professores em Estatística dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Neste levantamento bibliográfico foram descortinadas 41 teses e dissertações, as quais foram analisadas a partir da Análise conteúdo, originando 4 categorias. No entanto, considerando o escopo deste estudo, apenas a categoria referente à formação de professores, educação inicial e continuada, foi analisada. Sobre a formação inicial os resultados sugerem a existência de um equilíbrio entre as

habilidades elencadas no currículo prescrito que são investigadas nas pesquisas, pois estas englobam representações gráficas e tabulares, assim como a realização de pesquisas. No entanto, nas pesquisas sobre educação continuada, houve uma ênfase nas habilidades acerca da construção e interpretação gráfica e tabular, em detrimento de habilidades envolvendo o ciclo investigativo de uma pesquisa. Face ao exposto, compreende-se que a maioria das habilidades elencadas no currículo prescrito nacional estão presentes nas pesquisas de Pós-Graduação. Este estudo revela uma lacuna nas pesquisas na formação continuada de professores: o estudo e o desenvolvimento com alunos e professores de habilidades relacionadas à realização de pesquisas científicas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Estatística. Ensino Fundamental. Formação de professores. Currículo.

STATISTICAL EDUCATION IN TRAINING  
TEACHERS IN THE EARLY YEARS OF  
ELEMENTARY SCHOOL: A STATE OF  
KNOWLEDGE

**ABSTRACT:** The teaching of statistics in the early years is advocated in the documents that guide Brazilian education since 1997. This study, of the bibliographic character, aimed to

analyze which elements of the prescribed curriculum and main results are evidenced in the postgraduate productions on teacher education in statistics of the early years of elementary school. In this bibliographic survey, 41 theses and dissertations were unveiled, which were analyzed from the Content Analysis, originating 4 categories. About the initial formation, the results suggest the existence of the balance between the skills listed in the prescribed curriculum that are investigated in the research because which includes both graphical and tabular representations, as well as conducting research. However, in research about continuing education, there was an emphasis on skills regarding the construction and graphical and tabular interpretation, to the detriment of skills involving the investigative cycle of research. Thus, it is understood that most of the skills listed in the nationally prescribed curriculum are present in postgraduate research. This study uncovers a research gap in continuing teacher education: the study and development with students and teachers of skills related to conducting scientific research.

**KEYWORDS:** Statistics. Elementary School. Teacher training. Curriculum

## 1 | CONTEXTUALIZANDO

As motivações que levam pesquisadores a realizar um Estado da Arte ou do Conhecimento acerca de determinado tema, é a sensação de desconhecimento da totalidade do conhecimento produzido na área de interesse (FERREIRA, 2002). Nessa direção, apresentamos o presente capítulo como um estudo inicial da tese de doutorado da primeira autora, que para além do objetivo de pesquisa, subsidiará a atuação da pesquisadora no grupo colaborativo que se pretende criar. Assim, ao final desse estudo são discutidas quais as habilidades estatísticas recebem maior ou menor ênfase em espaços formativos docentes nos Anos Iniciais.

Salientamos que a Estatística foi incluída no currículo brasileiro para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, em 1997 (BRASIL, 1997) e atualmente é corroborada pela Base Nacional Comum Curricular, aprovada em 2018 (BRASIL, 2018). A partir desse cenário, tem-se construído e desconstruído diversas crenças em relação ao ensino e aprendizagem estatística na infância, uma vez que alguns professores têm a concepção de que conceitos estatísticos são de difícil compreensão por estudantes dos anos iniciais, tal crença justificava-se, pois, essa área do conhecimento era abordada principalmente na Educação Superior (BORBA et al., 2011).

Nessa direção, estudos apontam que o ensino da Estatística nos Anos Iniciais ainda é incipiente (BORBA, et. al, 2011), ou que preconizam a Estatística Descritiva em prol do desenvolvimento de pesquisas (VOTTO, SHEREIBER, PORCIÚNCULA, 2017; VOTTO, 2018). Enfatiza-se que a construção de conhecimentos acerca dessa ciência, nas escolas, torna-se necessária, tendo em vista o grande número de

informações as quais somos submetidos diariamente por meio das mídias digitais e/ou impressas. Tal demanda faz com que os cidadãos precisem desenvolver habilidades e competências específicas para compreender, de forma reflexiva, tais informações, nos âmbitos escolar, profissional ou pessoal (GAL, 2002).

Tendo em vista os apontamentos acima, emerge a necessidade de cursos de formação continuada, bem como a revisão do currículo dos cursos de formação inicial a fim de apreender essa área do conhecimento (BORBA et al., 2011; CAZORLA, 2009; GUIMARÃES et al., 2009). Nesse contexto, cabe destacar que o conceito de currículo elucidado por Sacristán (2000) perpassa cinco níveis de objetivação, a saber: Currículo Prescrito; Currículo Apresentado; Currículo Moldado; Currículo em Ação; Currículo Realizado; e, Currículo Avaliado. Dentre esses se destaca a compreensão do autor acerca do Currículo Prescrito, no qual são apresentados aspectos que atuam como referência na ordenação do sistema curricular, como por exemplo, os documentos nacionais os PCN e a BNCC (BRASIL, 1997; 2018).

Face ao exposto, este capítulo tem como um de seus objetivos identificar quais os elementos do *currículo prescrito* são abordados nas produções de Pós-Graduação em relação à formação de professores, acerca da Estatística nos Anos Iniciais. Desse modo, justifica-se a partir de pesquisas que refletem a necessidade de o professor ter domínio dos conteúdos, para que seja capaz de ensiná-los e assim desenvolver com os alunos as habilidades correspondentes (OLIVEIRA, 2016; ARAÚJO, 2017). Nessa direção, alguns autores elucidam como um dos saberes docentes àquele relacionado à compreensão do conteúdo, a partir de diferentes nomenclaturas: saber disciplinar (TARDIF, 2002; GAUTHIER, 1996), conteúdo (SHULMAN, 1986), conhecimento (PIMENTA, 1999; NÓVOA, 2011).

Na sequência, são apresentados os caminhos metodológicos, os resultados e discussões acerca da produção de conhecimento em pesquisas de Pós-Graduação, acerca da formação inicial ou continuada de professores para a Educação Estatística, e quais elementos do currículo prescrito são evidenciados nas formações.

## 2 | CAMINHOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa constitui-se num estudo preliminar da tese de doutorado da primeira autora sob orientação da segunda. Este, de caráter qualitativo, tem o intuito de analisar quais elementos do currículo prescrito e principais resultados são evidenciados nas produções de Pós-Graduação sobre formação de professores em Estatística dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com Ferreira (2002), as pesquisas que compreendemos por Estado da Arte, ou Estado do Conhecimento, possuem caráter bibliográfico. Estas apresentam o desafio de mapear certa produção acadêmica, tentando responder que aspectos

e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados e em que condições têm sido produzidas (FERREIRA, 2002).

A fonte para a coleta de dados foi primeiramente a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), criada em 2002 pelo Instituto Brasileiro de Informação e Tecnologia (IBICT) e, o catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de nível Superior – CAPES. Nessas bases utilizaram-se os seguintes descritores: “Tratamento da Informação” ou “Estatística” correlacionado aos termos “Séries Iniciais” ou “Anos Iniciais”.

No que tange à análise das produções utilizar-se-á Análise de Conteúdo de Bardin (2010). Através dessa metodologia, podemos realizar um recorte do texto em unidades comparáveis de categorização para análise, e de modalidade de codificação para o registro dos dados. Para tanto, Bardin (2010) ressalta que a análise de conteúdo abrange três polos cronológicos: a pré-análise; a exploração do material; tratamento dos resultados obtidos e interpretação.

Ressalta-se que após um primeiro momento de levantamento e leitura dos resumos das teses e dissertações que compõe o corpus de análise (primeira fase), foi realizada a exploração do material (segunda fase), esta permite a criação de unidades de registro que são posteriormente categorizadas. Neste capítulo, as categorias foram estabelecidas *a posteriori*, ou seja, emergiram a partir das análises, estas foram denominadas: Processos de ensino e aprendizagem Estatística de alunos; Concepções e processos de ensino e aprendizagem de professores; Formação Inicial ou Continuada de professores para e na Educação Estatística; Análises teóricas e/ou documentais e ferramentas para o ensino e aprendizagem Estatística. A partir dessa categorização foi possível adentrar na última fase da análise, a interpretação dos resultados.

Tendo em vista o escopo do presente estudo, somente a categoria referente à formação de professores é analisada a partir de um detalhamento das pesquisas e discussões com autores da área. As demais serão apresentadas por meio da Estatística Descritiva.

### 3 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em um primeiro momento apresentam-se os quantitativos das produções coligidas nesse estudo. Retornaram do levantamento na BDTD e CAPES, um total de 41 teses e dissertações que versam sobre Estatística nos Anos Iniciais. Tais pesquisas apresentam maior concentração nos anos de 2016 e 2017, com 7 e 6 estudos defendidos respectivamente. No que tange as instituições nas quais foram desenvolvidas tais pesquisas, o levantamento descortinou que as Universidades Federal de Pernambuco e Católica de São Paulo têm mais de 55% do quantitativo

de pesquisas na área da Educação Estatística.

A partir da Análise de Conteúdo de Bardin (2010), as 41 pesquisas coligidas nesse capítulo foram categorizadas em quatro eixos, os quais são apresentadas no Gráfico 1, a seguir,

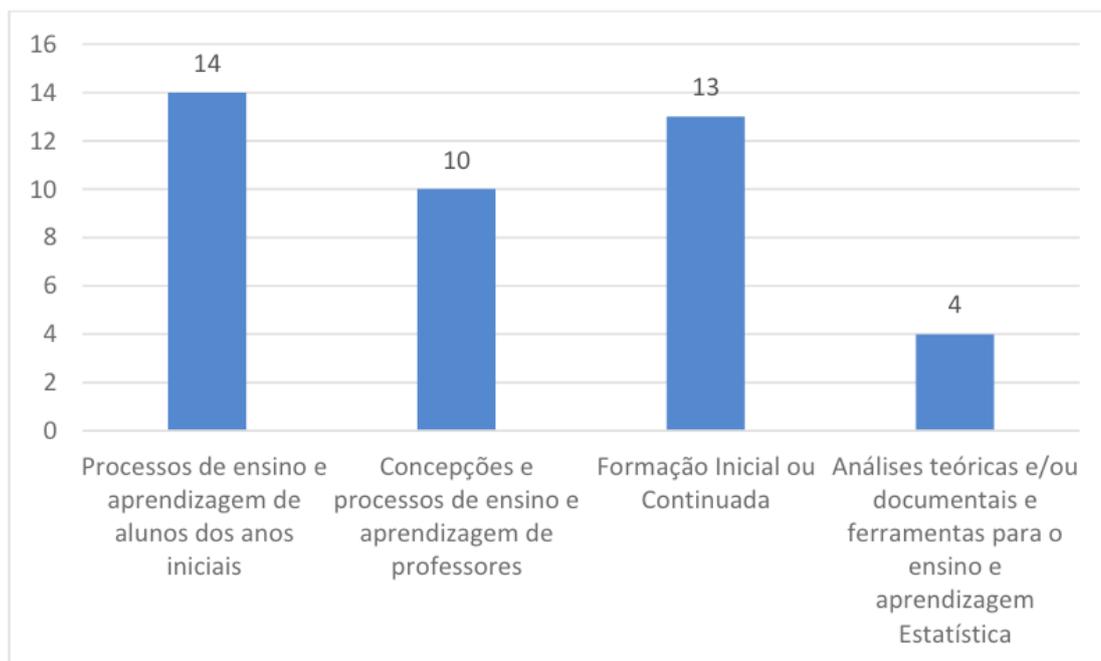


Gráfico 01 – Categorização das pesquisas acerca da Educação Estatística nos Anos Iniciais

Fonte: produzido pelas autoras

Face ao exposto no gráfico 1, as categorias que compreendem um maior número de pesquisas são: Processos de ensino e aprendizagem de alunos dos anos iniciais; e Formação Inicial ou Continuada. A seguir, apresenta-se a discussão dos resultados referentes à categoria “*Formação Inicial e Continuada de professores para e na Educação Estatística*”, na qual são aprofundados os conhecimentos produzidos pelas pesquisas coligidas nesse estudo que versam sobre a temática. Destacamos ainda, que esta foi subcategorizada em “Formação Inicial” e “Formação Continuada”, dando origem as próximas subseções do capítulo.

### 3.1 Formação Inicial

Na presente subseção são descritas e discutidas as pesquisas coligidas na subcategoria intitulada “*Formação Inicial*”, as quais discorrem acerca da formação inicial de professores no curso de Pedagogia. Primeiramente apresentamos um quadro e na sequência as discussões.

Autor / Ano	Título
AMARAL (2007)	A estatística e a formação inicial com alunos de um curso de pedagogia: reflexões sobre uma sequência didática

RENAUX (2017)	O uso de objetos de aprendizagem de estatística em um curso de pedagogia: algumas possibilidades e potencialidades'
SILVA, MARCÍLIO (2017)	Estudo da aprendizagem sobre variabilidade estatística: uma experiência de formação com futuros professores dos anos iniciais da educação básica'
SILVA, ELVYS (2016)	Saberes estatísticos mobilizados na formação docente de professores dos anos iniciais do ensino fundamental'

Quadro 1 - Formação Inicial de professores para e na Educação Estatística

Fonte: Elaborado pelas autoras

A partir do quadro exposto acima percebemos que, com exceção da pesquisa de Silva Marcílio (2017) – que buscou estudar um aspecto da estatística, a variabilidade – todas as pesquisas visaram a construção de conhecimentos acerca de todas as habilidades concernentes à Educação Estatística (AMARAL, 2007; SILVA, ELVYS, 2016; RENAUX, 2017).

Por exemplo, a pesquisa de Renaux (2017) evidencia que a utilização dos Objetivos de Aprendizagem – na referida pesquisa conceituado como “qualquer recurso virtual multimídia, que pode ser usado e reutilizado com o intuito de dar suporte à aprendizagem de um conteúdo específico, por meio de atividade interativa, apresentada na forma de animação ou simulação” (RENAUX, 2017, p. 39) – auxiliou na compreensão do conteúdo de Estatística elucidado no currículo prescrito, e fez com que os futuros professores vislumbrassem uma nova alternativa para as suas práticas pedagógicas, a incorporação de recursos visuais multimídias. Além disso, constatou a importância de desenvolver a atitude de pesquisa nos futuros professores, uma vez que, eles foram levados a investigar suas próprias práticas e a refletir sobre elas, mudando sua postura frente à aprendizagem.

Por outro lado, constatou-se como obstáculo ao desenvolvimento do letramento estatístico, de licenciandos em Pedagogia: o uso de escala numérica na construção de box-plots. A análise mostrou que o nível de conhecimento de conteúdo estatístico apresentado pelos futuros professores encontra-se em desenvolvimento, não atingindo o nível cultural de letramento estatístico, como definido por Gal, embora apresente indícios de vivências com elementos pertinentes ao conhecimento estatístico (SILVA, MARCÍLIO, 2017).

Há uma intersecção entre as pesquisas de Amaral (2007) e Renaux (2017), esta consiste na ênfase atribuída à prática de investigação que ambos propuseram aos participantes dos estudos. Nessa direção, destacamos que a pesquisa é referida tanto como uma habilidade a ser desenvolvida pelos estudantes desde os anos iniciais (BRASIL, 1997; 2018) quanto um princípio pedagógico, por meio do qual se torna relevante cotidianizar a pesquisa, por meio do questionamento reconstrutivo

(DEMO, 1997).

Face ao exposto nessa subcategoria, entende-se que as habilidades elucidadas no currículo prescrito para estatística nos anos iniciais são desenvolvidas em pesquisas que compreendem a formação inicial do professor, tanto acerca de construção e representação gráfica e tabular, quanto sobre a pesquisa, como princípio pedagógico ou científico.

### 3.2 Formação Continuada

Na presente subseção são discutidas as pesquisas coligidas nesse estudo presentes na subcategoria intitulada “*Formação Continuada*”, as quais compreendem reflexões acerca da formação continuada de professores, com ênfase para as habilidades estatísticas que estas se propõem a desenvolver com os docentes. Para tanto, primeiramente apresentamos um quadro e na sequência as discussões.

Autor / Ano	Título
ARAÚJO, ELIZANGELA (2008)	Tratamento da informação nas séries iniciais: uma proposta de formação de professores para o ensino de gráficos e tabelas.
SILVA, NAYSA (2016)	Objetos de aprendizagem na educação estatística: recursos didáticos no 1º ano do ensino fundamental'
BIFI (2014)	Conhecimentos estatísticos no ciclo I do ensino fundamental: um estudo diagnóstico com professores em exercício'
OLIVEIRA, SERGIA (2016)	Educação estatística em escolas do povo xukuru do ororubá'
CONTI (2015)	Desenvolvimento profissional de professores na perspectiva do letramento estatístico em contextos colaborativos'
VERAS (2010)	A estatística nas séries iniciais: uma experiência de formação com um grupo colaborativo com professores polivalentes
ARAÚJO, MARIA (2017)	Práticas investigativas e webquest: construindo interfaces para o ensino sobre tratamento da informação para além do paradigma do exercício
DIAS, CRISTIANE (2016)	Ambiente virtual de aprendizagem para o ensino de probabilidade e estatística nos anos iniciais do ensino fundamental
SANTOS, S. S. (2003)	A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco tratamento da informação: um estudo de caso no ambiente computacional.

Quadro 2 – Formação continuada

Fonte: Elaborado pelas autoras

No que se refere às habilidades estatísticas previstas nos documentos (currículo prescrito), evidenciou-se – nas ações de formação de professores propostas pelas pesquisas coligidas nesse capítulo – a construção de gráficos e tabelas (OLIVEIRA, 2016; ARAÚJO, 2008; VERAS 2010), além de ressaltar as

características interdisciplinares da pesquisa científica (OLIVEIRA, 2016).

Destaca-se que o uso de situações cotidianas, potencializam as investigações e ampliam a visão interdisciplinar da educação estatística, compreendendo que o ensino e aprendizagem desta deve ser assumido como um compromisso social (ARAÚJO, 2017).

Os resultados de algumas pesquisas aqui analisadas descortinam a desenvoltura dos professores frente à leitura, construção e interpretação de gráficos e tabelas, no âmbito da formação continuada (ARAÚJO, 2008; VERAS 2010). Tais habilidades estão presentes no currículo prescrito – tanto nos PCN quanto na BNCC – para o ensino de Estatística nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997; 2018).

Por outro lado, algumas pesquisas observaram um conhecimento pedagógico e específico do bloco ‘Tratamento da Informação’ insuficiente para atender às necessidades dos alunos (BIFI, 2014). Indo ao encontro do observado por Silva, Naysa (2016), no que tange ao uso de recursos digitais para o ensino de Matemática, reconhecendo este como uma prática irrisória. Face ao exposto, justifica-se a construção e a oferta de formações continuadas que versem sobre os processos de ensino e aprendizagem estatística, uma vez que, estes recebem pouca orientação para o trabalho com a Estatística na formação inicial (OLIVEIRA, 2016), e compreendem que para ensinar é preciso conhecer o conteúdo matemático (ARAÚJO, 2017).

A pesquisa de Dias (2016), evidenciou que os professores declararam trabalhar a maioria dos conteúdos propostos no currículo prescrito (documentos curriculares). Entretanto, existem lacunas que precisam ser preenchidas, como a falta de atividades que instiguem a reflexão a partir de dados, e superem a utilização superficial do livro didático. Este achado vai ao encontro da pesquisa de mestrado da primeira autora (VOTTO, 2018), que abrangeu em forma de questionário, um *Checklist* Estatístico, no qual constava uma sistematização das habilidades preconizadas nos PCN e BNCC (BRASIL, 1997; 2018), aplicado a docentes dos anos iniciais. Neste, a lacuna observada versou sobre a realização de todo o ciclo investigativo de uma pesquisa.

De modo geral, destaca-se que às habilidades elencadas pelo currículo prescrito, que são alvo de formações continuadas são prioritariamente referentes à construção e interpretação gráficas e tabular, e secundariamente vinculadas à realização de pesquisas.

Face ao exposto, salientamos que os currículos que incluem a Estatística, na sua totalidade, podem contribuir para que os estudantes desenvolvam os requisitos para serem considerados letrados em Estatística, tais como: saber por que os dados são necessários e como podem ser produzidos; ter familiaridade com termos e

ideias básicas relacionadas à estatística descritiva e exibições gráficas e tabulares; compreender as noções básicas de probabilidade; saber como as conclusões ou inferências estatísticas são alcançadas (Gal, 2002). A construção deste conhecimento, de forma reflexiva, pode contribuir para o exercício da cidadania, por viabilizar a interpretação de informações, nos âmbitos escolar, profissional ou pessoal (Gal 2002, 2015).

Entretanto, observou-se, tanto na formação inicial ou continuada, que o estudo acerca da realização de pesquisas somente atrelado a outras habilidades estatísticas, ou seja, nenhuma das pesquisas coligidas nesse estudo objetivou estudar especificamente o ciclo investigativo de uma pesquisa.

#### 4 | ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O objetivo deste estudo compreendeu identificar e analisar quais os elementos do currículo prescrito, e principais resultados são descortinados nas produções de Pós-Graduação em relação à formação de professores, acerca da Estatística nos Anos Iniciais.

A partir do levantamento realizado na BDTD e CAPES, um total foram encontradas 41 teses e dissertações que versam sobre Estatística nos Anos Iniciais de forma geral. Estas foram categorizadas em quatro eixos, e em sua maioria foram realizadas nas universidades Federal de Pernambuco e Católica de São Paulo. Tendo em vista o escopo do presente capítulo, analisaram-se especificamente as pesquisas coligadas na categoria “Formação Inicial ou Continuada de professores para e na Educação Estatística”.

No que tange à formação inicial, a pesquisa descortinou que existe um equilíbrio entre as habilidades elencadas no currículo prescrito que são objeto de estudo de pesquisas de Pós-Graduação. Estas compreendem tanto representações gráficas e tabulares, quanto a realização de pesquisas. Por outro lado, nas pesquisas que realizaram ações de formação continuada, observou-se ênfase nas habilidades acerca da construção e interpretação gráfica e tabular, em detrimento da pesquisa como objeto de estudo. Salienta-se ainda que os resultados de algumas pesquisas descortinaram que diversos professores não encontram-se letrados em Estatística.

Nessa direção, compreendemos como um dado de pesquisa a lacuna em espaços formativos de professores, referente ao desenvolvimento de habilidades acerca do ciclo investigativo de uma pesquisa. Enfatizamos o quanto o desenvolvimento da pesquisa como princípio pedagógico em sala de aula torna-se importante, uma vez que, por meio dela o aluno desenvolve a sua criticidade, autonomia e compreende como são produzidos os dados estatísticos. Além disso, a pesquisa pode ser apreendida como um princípio científico, por meio do qual o professor pode refletir e

analisar a própria prática, sendo, portanto, um pesquisador.

Compreende-se que as pesquisas de Pós-Graduação englobam a maioria as habilidades elencadas no currículo prescrito nacional, embora o desenvolvimento da habilidade de pesquisa, como princípio pedagógico e científico, entre os docentes não tenha sido o objetivo principal de nenhuma das pesquisas. De modo geral, os dados sugerem que os participantes dessas pesquisas podem ter construído conhecimentos acerca da Estatística. Por conseguinte, têm subsídios para o desenvolvimento de tais habilidades com os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A partir desses resultados compreende-se a importância da realização de pesquisas e formações continuadas que tenham como objetivo desenvolver a habilidade de pesquisa com os docentes. Dessa forma, ressaltamos que a pesquisa de doutorado da primeira autora pretende possibilitar um espaço colaborativo de formação de professores com esse objetivo.

## REFERÊNCIAS

- AMARAL, M. H. **A estatística e a formação inicial com alunos de um curso de pedagogia: reflexões sobre uma sequência didática** 01/05/2007 87 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC-SP, São Paulo, 2007.
- ARAÚJO, E. G. **Tratamento Da Informação Nas Séries Iniciais: Uma Proposta De Formação De Professores Para O Ensino De Gráficos E Tabelas.** 01/07/2008 178 f. Mestrado em Educação Científica E Tecnológica Instituição De Ensino: Universidade Federal De Santa Catarina, Florianópolis. Santa Catarina, 2008.
- ARAUJO, M. J. L. **Práticas Investigativas E Webquest: construindo interfaces para o ensino sobre tratamento da informação para além do paradigma do exercício** 11/04/2017. Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Belém Biblioteca Depositária, 2017.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** 4. ed. Lisboa: Edições70, 2010.
- BIFI, C. R. **Conhecimentos estatísticos no Ciclo I do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico com professores em exercício** 25/04/2014 134 f. Doutorado em Educação Matemática Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo Biblioteca Depositária: PUC/SP. São Paulo, 2014.
- CAZORLA, I. M. **O ensino de estatística no Brasil.** 2009. Disponível em: <[http://www.sbem.com.br/gt\\_12/arquivos/cazorla.htm](http://www.sbem.com.br/gt_12/arquivos/cazorla.htm)>.
- CONTI, K. C. **Desenvolvimento profissional de professores na perspectiva do letramento estatístico em contextos colaborativos** 20/02/2015 273 f. Doutorado em EDUCAÇÃO Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Campinas, 2015.
- DIAS, C. F. B. **Ambiente Virtual De Aprendizagem Para O Ensino De Probabilidade E Estatística Nos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental** 26/08/2016 174 f. Mestrado Profissional em Ensino De Ciência E Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal Do Paraná. Paraná, 2016.
- D'AMBROSIO, U. Educação matemática: uma visão do estado da arte. **Pro-posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 7-17, 1993.

DEMO, P. **Educar pela Pesquisa**. Campinas: Autores Associados, 2015.

FERREIRA, A. C. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, A. M.;

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “Estado da Arte”. **Educação & Sociedade**, ano XXIII, n. 79, p. 257-272, ago. 2002.

GAL, I. (2002). “Adults statistical literacy: meanings, components, responsibilities.” **International Statistical Review**, v. 70, n. 1. Netherlands, pp. 1-25.

GAUTHIER, Clermont et al. Por uma teoria da Pedagogia. Ijuí: Unijuí, 1998.

GUIMARÃES, G; GITIRANA, V; MARQUES, M. & CAVALCANTI, M.R. A Educação Estatística na educação infantil e nos anos iniciais. **Zetetiké – Cempem – FE – Unicamp – v. 17, n. 32, jul/dez 2009.**

OLIVEIRA, S. A. P. **Educação Estatística em escolas do povo Xukuru do Ororubá**’ 11/03/2016 152 f. Mestrado em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, Recife Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UFPE. Pernambuco, 2016.

NÓVOA, A. **O regresso dos professores**. 19. ed. Pinhais, PR: Editora Melo, 2011.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores: identidade e saberes da docência. In: PIMENTA, Selma Garrido. (Org). Saberes pedagógicos e atividade docente. São Paulo: Cortez Editora, 1999.

RENAUX, C. D. Z. **O Uso De Objetos De Aprendizagem De Estatística Em Um Curso De Pedagogia: Algumas Possibilidades E Potencialidades**’ 12/05/2017 110 f. Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ, Curitiba Biblioteca Depositária: UFPR. Paraná, 2017.

RIBEIRO, S. D. **As pesquisas sobre o Ensino de Estatística e Probabilidade no período de 2000 a 2008: uma pesquisa a partir do banco de teses da CAPES**. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Matemática). PUC, São Paulo, 2010.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “Estado da Arte”. **Diálogos Educacionais**, v. 6, n. 6, p. 37–50, 2006.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SANTOS, R. M. **Estado da arte e história da pesquisa em educação estatística em programas brasileiros de pós-graduação**. 2015. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

SANTOS, S. S. **A formação do professor não especialista em conceitos elementares do bloco tratamento da informação: um estudo de caso no ambiente computacional**. 2003. 307 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

SHULMAN, L. S. Those Who Understand: Knowledge Growth. in Teaching. Educational Researcher. pp.4-14 v.15, n.2. fev. 1986.

SILVA, E W. F. **Saberes Estatísticos Mobilizados Na Formação Docente De Professores Dos Anos Iniciais Do Ensino Fundamental**’ 03/05/2016 f. Mestrado em Educação Em Ciências E Matemáticas Instituição De Ensino: Universidade Federal Do Pará, Belém Biblioteca Depositária: Pará, 2016.

SILVA, M. F. **Estudo Da Aprendizagem Sobre Variabilidade Estatística: Uma Experiência De Formação Com Futuros Professores Dos Anos Iniciais Da Educação Básica**' 27/09/2017 147 f. Doutorado em Educação Matemática Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica De São Paulo, São Paulo, 2017.

SILVA, N. T. **Objetos De Aprendizagem Na Educação Estatística: Recursos Didáticos No 1o Ano Do Ensino Fundamental**' 21/09/2016 142 f. Mestrado Profissional em Educação Em Ciências E Matemática Instituição de Ensino: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, Vitória Biblioteca Depositária: (Biblioteca Nilo Peçanha do Instituto Federal do Espírito Santo). 2016.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

VERAS, C. M.. **A Estatística nas séries iniciais: uma experiência de formação com um grupo colaborativo com professores polivalentes.**' 01/06/2010 117 f. Profissionalizante em EDUCAÇÃO MATEMÁTICA Instituição de Ensino: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO, SÃO PAULO Biblioteca Depositária: PUC/SP

VOTTO, T. R.. **As potencialidades lúdicas nas estratégias para o ensino e a aprendizagem estatística nos anos iniciais do ensino fundamental**' 30/07/2018 175 f. Mestrado em Educação Em Ciências (UFSM - FURG) Universidade Federal Do Rio Grande, Rio Grande, 2018.

VOTTO, T. R.; SCHREIBER, K. e PORCIÚNCULA, M. Educação estatística nos anos iniciais do ensino fundamental. **Cad. Pesq.**, vol. 24, n.º especial, São Luís, pp. 143-158. 2017.

## AS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO CURRÍCULO PRESCRITO DE MATEMÁTICA DE PORTUGAL

*Data de aceite: 06/02/2020*

*Data de submissão: 01/11/2019*

### Júlio César Deckert da Silva

Universidade Anhanguera de São Paulo,  
Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação  
Matemática  
São Paulo – São Paulo  
<http://lattes.cnpq.br/8365752346254327>

### Ruy César Pietropaolo

Universidade Anhanguera de São Paulo,  
Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação  
Matemática  
São Paulo – São Paulo  
<http://lattes.cnpq.br/2747970094543043>

**RESUMO:** Em tempos atuais os currículos escolares têm sido objeto de discussão de muitos educadores, tanto no que se refere às finalidades de ensino dos conteúdos disciplinares como à utilização de métodos e procedimentos didáticos para o desenvolvimento desses conteúdos no contexto escolar. Além disso, o estudo das transformações geométricas tem sido enfatizado pelos educadores matemáticos como um recurso indispensável ao desenvolvimento do ensino da Geometria, viabilizando a construção de conceitos geométricos pelos alunos relacionados à congruência e à semelhança de figuras. As pesquisas referentes ao ensino

de um determinado conteúdo escolar nos currículos prescritos conduzem grande parte dos pesquisadores a realizar investigações no campo dos estudos curriculares e da cultura escolar. No entanto, os estudos bibliográficos que se inserem nesses campos de pesquisa não podem indicar para os pesquisadores se as orientações dos currículos foram seguidas na prática durante o trabalho docente. Por meio desse estudo fazemos uma descrição das principais indicações do currículo prescrito de Portugal para o ensino das transformações geométricas no Ensino Fundamental II. Nossos procedimentos metodológicos consistem na consulta da reforma curricular de matemática mais recente de Portugal para o Ensino Fundamental e na análise das indicações desse documento para o ensino das transformações. As orientações didáticas da reforma curricular de Portugal para o ensino das transformações indicam que o estudo das isometrias deve ser priorizado pelos docentes do Ensino Fundamental II, com o intuito de fazer com que os alunos estabeleçam conexões entre a Geometria e a Álgebra. Acreditamos que nosso trabalho pode motivar reflexões dos educadores relacionadas à necessidade de renovação do ensino da Geometria através das transformações.

**PALAVRAS-CHAVE:** Transformações Geométricas. Currículo Prescrito. Reforma

## THE GEOMETRIC TRANSFORMATIONS IN THE MATHEMATICS PRESCRIBED CURRICULUM IN PORTUGAL

**ABSTRACT:** At the present school curriculum has been the subject of discussion for many educators, as regards both its teaching purposes of school contents and the utilization of didactic methods and procedures for the development of these contents in the educational context. Additionally, the study of geometric transformations has been emphasized by mathematics educators as an indispensable resource for the development of Geometry teaching, enabling the construction of geometric concepts by learners related to congruence and similarity of plane figures. Researches concerning by teaching of certain school content in the prescribed curriculum lead many researchers to carry on research in the field of curriculum studies and of school culture. However, these bibliographic studies that follow these research fields cannot indicate to researchers if curriculum guidelines were followed in practice during teachers' work. Through this study we make a description of the main indications of the prescribed curriculum in Portugal for teaching of geometric transformations in Elementary Teaching. Our methodological procedures consist of inquiry of the most recent mathematics curricular reform in Portugal on Elementary Education and on the analysis of the indications of this document for the teaching of geometric transformations. The didactic guidelines of the curricular reform in Portugal for the teaching of transformations indicate that the study of isometries must be prioritized by elementary school teacher, with the intention of making students establish connections between Geometry and Algebra. We believe that our paper can be motivate reflections on the part of educators raised by the need for renewal of Geometry teaching by transformations.

**KEYWORDS:** Geometric Transformations. Prescribed Curriculum. Curricular Reform. Elementary Teaching. Geometry.

### 1 | INTRODUÇÃO

Nosso trabalho foi concebido a partir de nossa tese de doutorado em desenvolvimento, a qual se concentra na linha de Estudos relacionada à Formação Docente, campo em que realizamos uma pesquisa bibliográfica documental inspirada nas teorias dos Estudos Curriculares. Por meio desse estudo objetivamos analisar o desenvolvimento do conteúdo transformações geométricas na recente reforma curricular de Portugal para o Ensino Fundamental II. Optamos por analisar o currículo de Portugal devido aos progressos obtidos pelo país nas avaliações do PISA nos últimos anos. Dessa maneira, com o objetivo de melhor direcionarmos nossas investigações foi consultado o programa curricular intitulado Aprendizagens Essenciais: articulação com o perfil dos alunos (2018) para o Ensino Fundamental.

Assim, procuramos embasar nossas concepções nas teorias de Dominique

Julia (2001) a respeito da cultura escolar e nos princípios de Antônio Viñao (2007) e de Gimeno Sacristán (2013) para discutir os principais aspectos das reformas educacionais. Esperamos que esse estudo possa contribuir para as reflexões dos educadores sobre os diferentes caminhos a serem seguidos no ensino da Geometria, bem como na adoção de novos métodos didáticos no ensino dos conteúdos matemáticos.

## 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A cultura que historicamente emergiu do contexto escolar e que, dentre outras finalidades, contempla as práticas educativas associadas aos processos de ensino e de aprendizagem, tem sido atualmente investigada por estudiosos que tentam compreender o desenvolvimento do campo educacional. Hoje, a cultura escolar se constitui como um campo de pesquisa importante por possibilitar aos pesquisadores estudar o contexto escolar e suas finalidades educacionais. (JULIA, 2001)

Em sua pesquisa, Julia (2001) salienta que essa cultura é constituída pelas relações que são determinadas entre um conjunto de regulamentos pelos quais os conhecimentos pertinentes ao ensino escolar são definidos, bem como as atividades escolares referentes ao desenvolvimento desses conhecimentos e por um conjunto no qual estão imersas as práticas pedagógicas que refinam esses conhecimentos, adaptando-os ao ensino e agregando as atividades escolares ao campo educacional.

[...] Para ser breve, poder-se-ia descrever a cultura como um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos [...] (JULIA, 2001, p. 10).

Julia (2001) enfatiza que as instituições de ensino, para serem compreendidas pelos pesquisadores, devem ser analisadas por meio de sua funcionalidade interna, e não pelos processos externos à sua dinâmica funcional. Dessa maneira, os documentos normatizadores do contexto escolar, os quais determinam as suas finalidades educativas, são fontes de estudo importantes para consultas.

As disciplinas representam construções específicas das instituições de ensino que possibilitam aos pesquisadores estudar os pressupostos dos sistemas educacionais.

A análise precedente remete-nos a um estudo daquilo que hoje se chama disciplinas escolares: estas não são nem uma vulgarização nem uma adaptação das ciências de referência, mas um produto específico da escola, que põe em evidência o caráter eminentemente criativo do sistema escolar [...] (JULIA, 2001, p. 33).

A cultura escolar contempla as funções educativas das instituições de ensino, as

quais interagem significativamente na reestruturação do seu trabalho. Nos currículos essa cultura está presente. Portanto, as modificações curriculares pelas quais são reformuladas as disciplinas constituem-se, dentre outros fatores intrínsecos ao campo educacional, por meio de novos pressupostos culturais do ensino escolar. Essas disciplinas explicitam em seu desenvolvimento os fundamentos que alicerçam essa cultura, os quais predominam nas práticas escolares e nos processos de ensino (JULIA, 2001).

Em nossa pesquisa investigamos as finalidades pelas quais o ensino das Transformações Geométricas foi prescrito no currículo português de Matemática do Ensino Fundamental II, a fim de motivar reflexões dos educadores acerca da elaboração de novas reformas curriculares. Dessa forma, procuramos fundamentar nossas discussões no campo dos estudos curriculares, um campo de pesquisa que têm possibilitado aos pesquisadores compreender o funcionamento do contexto escolar, bem como os princípios estruturantes dos processos de ensino.

Embora o campo dos estudos curriculares como área de pesquisa não intencione especificamente solucionar as problemáticas do campo educacional, seus estudos propiciam aos pesquisadores análises mais consistentes dessas problemáticas.

Independentemente da época em que é instituído, o currículo contempla os preceitos modernos do campo educacional, adequando o trabalho desse campo ao contexto social no qual é concebido. Os programas curriculares são implementados mediante princípios sociopolíticos distintos, os quais determinam as funções do campo disciplinar. Esses programas motivam questionamentos nos pesquisadores referentes às finalidades do contexto escolar no ensino dos conteúdos.

Os currículos constituem fontes de estudos imprescindíveis às pesquisas referentes ao campo educacional. A análise dessas fontes possibilita aos pesquisadores compreenderem a construção dos processos organizativos que norteiam as atividades do campo educacional, bem como o desenvolvimento do ensino das disciplinas. As disciplinas escolares constituem outra maneira de investigar os pressupostos dos currículos que contemplam os sistemas educacionais.

Para Gimeno Sacristán (2013), os currículos possuem dupla finalidade no contexto escolar, sendo sistematizadores e também unificadores dos processos de ensino e de aprendizagem. Os currículos determinam novas funções educativas para as disciplinas escolares. Logo, esses documentos representam recursos que, dentre outras funções, promovem externamente o controle do contexto escolar, no qual se produz cultura, orientando efetivamente o seu funcionamento e o seu ensino. É pelos currículos que se podem planejar as atividades do campo disciplinar e determinar padrões adequados para o desenvolvimento dos processos de ensino.

Seja por bem ou por mal, o fato é que o ensino, a aprendizagem e seus respectivos

agentes e destinatários – os professores e alunos – tornaram-se mais orientados por um controle externo, uma vez que este determinou a organização da totalidade do ensino por meio do estabelecimento de uma ordem sequenciada. Um dos efeitos desse regramento foi o reforço da distinção entre as disciplinas e a determinação concreta dos conteúdos que os professores deveriam cobrir, bem como o refinamento dos métodos de ensino. Dessa maneira, o conceito de currículo delimitou as unidades ordenadas de conteúdos e períodos que têm um começo e um fim, com um desenvolvimento entre esses limites, impondo uma norma para a escolarização. Não é permitido fazer qualquer coisa, fazer de uma maneira qualquer ou fazê-la de modo variável (SACRISTÁN, 2013, p. 18).

Os conteúdos escolares representam componentes culturais que possibilitam a construção dos conhecimentos do contexto escolar. No campo cultural há significados distintos para os elementos estruturantes do ensino. É por meio da interatividade desses elementos que se concebe, no contexto escolar, o conhecimento. Os currículos não são documentos que determinam as realidades escolares, mas são imprescindíveis ao campo educacional por possibilitarem nesse campo a inserção de aspectos culturais na construção do ensino e em seu desenvolvimento (SACRISTÁN, 2013).

Embora o campo pedagógico, em suas finalidades, não se limite apenas a viabilizar o ensino dos conteúdos escolares, são esses conteúdos que permitem a aplicação dos pressupostos dos currículos nas instituições de ensino. Com isso, o contexto escolar se desenvolve por meio das reformulações didáticas desses conteúdos.

Segundo Sacristán (2013), os pressupostos dos currículos são ineficazes para aprimorar o trabalho do contexto escolar se os educadores são inaptos para promover as capacidades que os estudantes necessitam para desenvolver de maneira coesa suas aprendizagens. Mesmo que as orientações dos currículos proponham aos professores novos procedimentos e métodos didáticos para o ensino dos conteúdos, a ausência de estratégias eficazes para o desenvolvimento desses conteúdos acarreta falhas nos processos de ensino (SACRISTÁN, 2013).

Para esse pesquisador, as distintas concepções dos estudiosos referentes às finalidades dos currículos nos sistemas educacionais estabeleceram outras funções para o trabalho pedagógico no ensino das disciplinas, tal como a criação de competências associadas aos processos de aprendizagem.

Em níveis educacionais precedentes ao universitário, essas competências são recursos sistematizadores e também controladores dos preceitos curriculares relacionados ao ensino dos conteúdos, planejando-os e organizando-os em uma configuração distinta das fragmentações disciplinares habitualmente explicitadas pelas listas de conteúdos, as quais são extensas e inaplicáveis ao ensino, para que os professores possam promover de maneira consistente as aprendizagens do público estudantil.

Nos níveis não universitários, as competências estão sendo utilizadas como um procedimento para regular e controlar os objetivos e conteúdos mínimos do currículo exigido de todos, como uma guia para ordená-los a partir de uma lógica distinta à dos agrupamentos das matérias, disciplinas ou áreas tradicionais, assim como para orientar as atividades de ensinar-aprender. A regulação se realiza por meio das prescrições escritas correspondentes impostas a todo o sistema e aos fabricantes dos textos escolares [...] (SACRISTÁN, 2013, p. 278)

Em sua pesquisa Viñao (2007) enfatiza que os sistemas educacionais se desenvolvem por meio de uma interação entre as diferentes culturas escolares e os programas curriculares a qual define como “gramática escolar”. Através dessa interação as escolas passam a seguir um direcionamento no qual definem, em conjunto com docentes e legisladores suas finalidades educacionais. Dessa maneira os sistemas educacionais, ao sofrerem modificações, alteram o funcionamento de todas as escolas que vinculam.

Essas modificações podem permanecer vigentes durante muitos anos quando são provenientes do campo sócio-educativo ou podem ser instauradas parcialmente nas escolas por uma necessidade de reorganização curricular. Embora tenham procedências distintas, essas mudanças se desenvolvem no contexto escolar de maneira integrada e ambas devem ser analisadas pelos pesquisadores que estudam as relações entre os pressupostos das reformas curriculares e sua relação com a cultura escolar.

Os currículos prescritos, desde a sua elaboração seguem uma cultura distinta daquela que provém das práticas escolares. Trata-se da cultura das autoridades reformadoras que visam estruturar esses documentos mediante aos seus interesses administrativos, procurando reorganizar as diversas atividades escolares de maneira conservadora, sistemática e até mesmo burocrática, por meio da qual os aspectos formais das reformas e os objetivos dos reformadores são muito enfatizados.

Para Viñao (2007) as macroreformas, ao serem implantadas promovem alterações na cultura das escolas. Os professores, por não conhecerem a cultura reformadora não conseguem compreender as prescrições curriculares e integrá-las ao seu trabalho. Assim as reformas sofrem problemas para serem aplicadas, são muitas vezes ignoradas pelos docentes que, por sua inaptidão cultural, optam por seguir aleatoriamente pressupostos burocráticos e diante desses fatos essas macroreformas se deparam com o insucesso.

As macroreformas estruturais e curriculares elaboradas desde a consolidação dos campos político e administrativo modificam, pois, a cultura das instituições escolares. Em plena supremacia, no geral elas se opõem – por sua característica e natureza omnicompreensiva – esta última, assim como, de modo particular, a cultura acadêmica docente, todo o conjunto de crenças, mentalidades, práticas de interação e de trabalho adquiridas no decurso do tempo, enraizadas e transmitidas, mas não imutáveis, que passam de uma geração para outra, contra as ações dos professores diante de suas tarefas cotidianas, em suas aulas ou fora delas no modo

de conceber e aplicar no seu trabalho as prescrições e orientações administrativas. É daí que surgem os atrasos na aplicação das reformas, a desvalorização dos seus objetivos iniciais, sua substituição por procedimentos formais burocráticos e por último o evidente fracasso de todas elas. (VIÑAO, 2007, p. 11, tradução do autor)

Durante o seu trabalho, os docentes sofrem muitas pressões para cumprir as determinações estabelecidas por autoridades internas ou externas ao contexto escolar. Em consequência dessas pressões e da falta de conhecimento de políticas educacionais os professores, em muitos casos, alegam não dispor de um período de tempo adequado para analisar ou seguir todas as recomendações dos programas curriculares.

### **3 | O SISTEMA DE ENSINO DE PORTUGAL**

O sistema educacional português está organizado em ciclos sequenciais. Inicia-se com a Pré-escola, com um ciclo dos 3 aos 6 anos de idade. Depois dessa etapa inicia-se o Ensino Básico (que equivale ao Ensino Fundamental), o qual se divide em três ciclos.

1º ciclo com duração de 4 anos (dos 6 aos 10 anos de idade):

2º ciclo com duração de 2 anos (dos 10 aos 12 anos de idade):

3º ciclo com 3 anos de duração (dos 12 aos 15 anos de idade)

O 1º ciclo compreende do primeiro ao quarto ano de escolaridade. O 2º ciclo compreende do quinto ao sexto ano. E o 3º ciclo compreende do sétimo ao nono ano de escolaridade.

Após a conclusão do Ensino Básico, os alunos ingressam no Ensino Secundário (que é equivalente ao Ensino Médio). Esse nível de ensino constitui um ciclo com duração de três anos, dos 15 aos 18 anos de idade. O Secundário possui sete cursos distintos. Esses cursos são os seguintes: cursos profissionais, cursos científico-humanísticos, cursos artísticos especializados, cursos com planos de ensino próprios (cursos científico-tecnológicos), cursos de ensino e formação, cursos de aprendizagem e também Ensino Secundário na condição de ensino recorrente.

### **4 | O CURRÍCULO PRESCRITO DE PORTUGAL E O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS NO ENSINO FUNDAMENTAL**

A reforma curricular do Ensino Básico, denominada “Aprendizagens Essenciais”, foi implantada no ano de 2018, pelo primeiro ministro Augusto Ernesto Santos Silva. Instituída pelo Decreto nº 55/2018 de 6 de Julho, essa reforma apresenta os objetivos a serem atingidos nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática para os alunos dos três ciclos que estruturam o Ensino Básico.

As indicações do documento explicitam para os educadores que os processos de ensino e de aprendizagem de matemática têm como foco a compreensão dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Dessa maneira, objetiva-se desenvolver as capacidades dos estudantes para utilizar os conhecimentos matemáticos em contextos diversificados, fazendo com que a matemática possa contribuir para a formação dos alunos, não somente no contexto escolar, mas também em toda a sua trajetória no âmbito pessoal, social e profissional.

#### **Finalidades do ensino da Matemática**

Respeitando os princípios de equidade e qualidade, o ensino da Matemática, ao nível da escolaridade básica, deve visar aprendizagens matemáticas relevantes e sustentáveis para todos os alunos. Neste sentido, privilegia-se uma aprendizagem da Matemática com compreensão, bem como o desenvolvimento da capacidade de os alunos em utilizá-la em contextos matemáticos e não matemáticos ao longo da escolaridade, e nos diversos domínios disciplinares, por forma a contribuir não só para a sua autorrealização enquanto estudantes, como também na sua vida futura pessoal, profissional e social. (PORTUGAL, 2018, p. 2)

No Ensino Básico, noções e conceitos matemáticos devem ser compreendidos pelo aluno para viabilizar o seu desenvolvimento pessoal e lhe proporcionar a aquisição de elementos necessários para as aprendizagens de conteúdos disciplinares diversificados, isto é, o conhecimento matemático adquirido pelo aluno do Ensino Básico deve contribuir para o desenvolvimento de suas capacidades de aprendizagem durante toda a sua formação acadêmica, em qualquer área de conhecimento que o aluno escolha estudar, bem como em todas as atividades profissionais de sua preferência e nas etapas de sua formação como cidadão.

Na escolaridade básica, o ensino da Matemática deve, pois, proporcionar uma formação na disciplina centrada na aprendizagem que contribua para o desenvolvimento pessoal do aluno e lhe propicie a apropriação de instrumentos conceptuais e técnicos necessários na aprendizagem de outras disciplinas ao longo do seu percurso académico, qualquer que seja a área de prosseguimento de estudos escolhida. Deve contribuir igualmente para a atividade profissional por que venha a optar e para o exercício de uma cidadania crítica e participação na sociedade, com sentido de autonomia e colaboração, liberdade e responsabilidade. (PORTUGAL, 2018, p. 2)

Nesse nível procura-se desenvolver também uma formação em matemática, através da qual os estudantes tenham apreciação pelas aprendizagens dos conteúdos matemáticos, reconhecendo a importância da matemática não somente como uma disciplina escolar, mas como uma ciência que possui valores culturais e sociais que são fundamentais no desenvolvimento de diversos campos científicos, de tecnologias e em outras áreas do conhecimento.

No 2º ciclo o estudo das transformações geométricas é enfatizado pelo currículo no bloco geometria e medida. Além do estudo das propriedades das figuras planas

e dos sólidos tridimensionais e também dos cálculos de perímetros, de áreas e de volumes, o estudo das transformações de figuras no plano é prescrito pelo currículo. As orientações didáticas do documento sugerem para o professor explorar com os alunos o estudo da rotação e da reflexão como isometrias.

### **Geometria e Medida**

Os alunos prossigam no desenvolvimento da capacidade de visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas, alargando-se o estudo de sólidos geométricos e de figuras planas e o estudo das grandezas geométricas e das isometrias do plano. Neste ciclo, o perímetro é trabalhado com outras figuras geométricas, como o círculo e polígonos irregulares, e é introduzido o estudo das fórmulas para o cálculo de áreas e volumes — do triângulo e do círculo, e dos prismas retos e do cilindro, respectivamente. Nas isometrias dá-se especial atenção à reflexão e à rotação. (PORTUGAL, 2018, p. 49-50)

No 5º ano do 2º ciclo o estudo das figuras geométricas é prescrito pelo currículo com a finalidade de fazer com que os alunos construam figuras com régua e compasso. Os estudantes devem utilizar os conhecimentos adquiridos em anos do 1º ciclo para construir as figuras, como no caso da construção dos triângulos, na qual as noções e os conceitos de segmentos e de ângulos são muito importantes.

Para o 6º ano as orientações didáticas do currículo sugerem para o professor desenvolver o estudo das isometrias propondo para os alunos que construam e identifiquem reflexões e rotações de figuras representadas no plano. Além disso, os estudantes devem identificar e analisar as simetrias rotacionais e de reflexão das figuras geométricas em diferentes contextos, tanto na matemática como na natureza, nas artes, no cotidiano, entre outros.

Identificar e construir o transformado de uma dada figura através de isometrias (reflexão axial e rotação) e reconhecer simetrias de rotação e de reflexão em figuras, em contextos matemáticos e não matemáticos, prevendo e descrevendo os resultados obtidos. (PORTUGAL, 2018, p. 63)

As indicações do documento explicitam para o professor que o estudo das transformações pode ser desenvolvido utilizando-se diferentes recursos didáticos para motivar as aprendizagens dos estudantes em diversas situações que favoreçam a construção de noções e conceitos geométricos.

Nesse ano de escolaridade o estudo das transformações geométricas tem como finalidade fazer com que os alunos realizem reflexões e rotações de figuras no plano de maneira algébrica, modificando as coordenadas dos vértices das figuras e explorando as propriedades geométricas das figuras obtidas por transformação. Também objetiva-se ampliar os conhecimentos dos alunos referentes às aplicações das simetrias de figuras geométricas em diferentes contextos de aprendizagem para facilitar a sua compreensão acerca da importância da utilização dessas transformações na prática.

No 3º ciclo do Ensino Básico o ensino da Geometria é prescrito com ênfase no estudo das transformações geométricas. No bloco Geometria e Medida aprofunda-se o estudo das propriedades geométricas das figuras, das grandezas e também das transformações com o objetivo de fazer com que os estudantes compreendam propriedades e conceitos geométricos relacionados ao estudo da congruência e da semelhança de figuras e desenvolvam capacidades relacionadas à visualização.

#### **Geometria e Medida**

Os alunos prossigam no desenvolvimento da capacidade de visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas, alargando-se o estudo de sólidos geométricos e de figuras planas e das grandezas geométricas, bem como das transformações geométricas. (PORTUGAL, 2018, p. 67)

Para o 7º ano as indicações do currículo sugerem para o professor explorar com os alunos as propriedades geométricas dos polígonos para que possam classificar essas figuras por meio de suas propriedades.

No 8º ano as orientações didáticas do currículo sugerem para o professor propor para os alunos que identifiquem e representem as isometrias, inclusive as translações de figuras geométricas no plano utilizando noções de vetores e também por meio de composições de duas ou mais transformações. Para construir as figuras geométricas através de transformações os estudantes podem utilizar todos os tipos de materiais, inclusive softwares matemáticos, com a finalidade de habilitar os alunos a aplicarem as transformações geométricas em diversos contextos para que possam compreender as relações entre as propriedades das figuras.

Reconhecer e representar isometrias, incluindo a translação associada a um vetor, e composições simples destas transformações, usando material e instrumentos apropriados, incluindo os de tecnologia digital, e utilizá-las em contextos matemáticos e não matemáticos, prevendo e descrevendo os resultados obtidos. (PORTUGAL, 2018, p. 72)

Para o 9º ano as indicações do currículo sugerem para o professor desenvolver o estudo das transformações por meio de construções geométricas. Os alunos devem construir e identificar os seguintes lugares geométricos: circunferências, círculos, bissetrizes e mediatrizes. Objetiva-se capacitar os estudantes a utilizar essas construções na resolução de problemas de geometria. Durante a realização das atividades de construção de lugares geométricos os alunos podem utilizar diversos materiais de manipulação, tais como malhas geométricas, softwares matemáticos e também calculadoras.

As construções geométricas de mediatrizes e de bissetrizes são importantes para a compreensão dos alunos referente aos conceitos de congruência, pois as atividades de construção podem ser exploradas pelos estudantes para que possam

identificar e analisar a invariância geométrica obtida através de simetrias. Os alunos podem observar a equidistância dos pontos das figuras, bem como a preservação das medidas e dos ângulos das figuras em relação ao eixo de simetria.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio da análise das prescrições do programa curricular português do Ensino Fundamental, observamos que o ensino das transformações geométricas tem como finalidade viabilizar aos alunos o desenvolvimento de noções e conceitos geométricos através da identificação, da caracterização, da visualização e da compreensão da invariância geométrica das figuras obtidas por transformações.

Além disso, o estudo das transformações, em especial o estudo das isometrias, está integrado ao ensino de Geometria com o objetivo de auxiliar os estudantes a ampliarem os seus conhecimentos no estudo da congruência e da semelhança de figuras geométricas. Dessa maneira, podemos notar que o currículo prescrito de Portugal, tal como enfatizado por Sacristán (2013), exerce dupla finalidade no contexto escolar, promovendo a sistematização e a unificação dos processos de ensino e de aprendizagem de Geometria.

No entanto, as divergências existentes entre a cultura reformadora e a cultura dos docentes, tal como explicitado por Viñao (2007) pode fazer com que o ensino das transformações geométricas não seja desenvolvido de forma adequada nas escolas, devido ao desconhecimento que muitos docentes do Ensino Fundamental demonstram em relação a esse conteúdo.

## REFERÊNCIAS

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico**. História da Educação, Campinas/SP, n. 1, p. 10-47, jun. 2001.

PORTUGAL. Ministério da Educação. **Aprendizagens essenciais: Articulação com o perfil dos alunos**. Lisboa, p. 2-116, jul. 2018.

SACRISTÁN, J. G. **Saberes e incertezas sobre o currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013.

VIÑAO, A. **Culturas escolares y reformas (sobre la naturaleza histórica de los sistemas e instituciones educativas)**. Historia de la educación, Murcia, v. 9, n. 13, p.1-25, set. 2007.

## SABERES PEDAGÓGICOS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE GEOMETRIA ESPACIAL A PARTIR DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

*Data de aceite: 06/02/2020*

*Data da submissão: 04/11/2019*

### **Zelia Beserra Camelo**

Universidade Estadual do Ceará – UECE  
Programa de Pós-Graduação em Educação –  
PPGE  
Fortaleza – Ceará  
<http://lattes.cnpq.br/9155076338577363>

### **Ivoneide Pinheiro de Lima**

Universidade Estadual do Ceará – UECE  
Programa de Pós-Graduação em Educação –  
PPGE  
Fortaleza – Ceará  
<http://lattes.cnpq.br/4783483818809180>

**RESUMO:** A formação de professores com excelência é primordial para a obtenção de uma educação de qualidade e deve propiciar um espaço para reflexões, discussões e desenvolvimento de novos conhecimentos, de modo a possibilitar a integração entre formação e prática docente. Assim, este trabalho tem como objetivo identificar os saberes docentes e as contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa e dos recursos tecnológicos no desenvolvimento de saberes pedagógicos dos professores de Matemática no ensino de Geometria Espacial, relacionando a teoria ao processo de ensino e à aprendizagem. A base

metodológica inicial consiste em referências bibliográficas para a compreensão da temática abordada, seguindo-se do planejamento de uma pesquisa-ação que envolverá a participação de professores que ministram a disciplina de Geometria Espacial, tendo esta por propósito, propiciar um espaço de reflexão sobre sua prática educativa dentro do espaço escolar que estão inseridos e promover uma reflexão sobre os saberes pedagógicos a partir da Teoria da Aprendizagem Significativa no conteúdo de Geometria Espacial. Com a presente pesquisa, espera-se contribuir para a produção de um conhecimento didático capaz de influenciar na melhoria das práticas docentes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Saberes docentes. Formação de professores. Teoria da Aprendizagem Significativa. Geometria Espacial.

### **PEDAGOGICAL KNOWLEDGE IN SPATIAL GEOMETRY TEACHER EDUCATION BASED ON THE MEANINGFUL LEARNING THEORY**

**ABSTRACT:** The excellence in teacher education is preeminent to obtain quality education. and it should provide some space for reflection, discussion and development of new knowledge in order to enable the integration between teacher education and teaching practice. Thus, this study aims at identifying the

teaching knowledge and the contributions of the Meaningful Learning Theory as well as the technological resources in the development of mathematics teachers' pedagogical knowledge in the teaching of spatial geometry, relating theory to teaching-learning process. The initial methodological base consists of bibliographic references for comprehending the approached topic, followed by the planning of an action research that will involve the participation of teachers who teach Spatial Geometry. Such investigation has the purpose of providing these professionals with a space for reflection on their educational practice within the school environment they are inserted and promoting a reflection on the pedagogical knowledge based on the Meaningful Learning Theory in Spatial Geometry subject. With this study, it is expected to contribute to the production of didactic knowledge capable of influencing the improvement of teaching practices.

**KEYWORDS:** Teaching knowledge. Teacher education. Meaningful Learning Theory. Spatial Geometry.

## 1 | INTRODUÇÃO

O presente artigo faz parte de uma pesquisa de mestrado, ainda em andamento, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Ceará – PPGE/UECE. Enquadra-se nas discussões que abordam a formação de professores, trazendo reflexões sobre a formação continuada dos professores que atuam na Educação Básica. Entende-se que a formação continuada deve propiciar ao professor o estudo de teorias de ensino para ampliação dos seus conhecimentos, bem como elucidar a práxis permitindo refletir sobre alternativas que possam minimizar os obstáculos vivenciados pelos docentes em seus cenários de atuação, que são as salas de aula.

A constituição de saberes pedagógicos é essencial para o exercício da carreira docente e relaciona-se a conhecimentos de temas inerentes à sua atuação como currículo, planejamento de atividades docentes, avaliação etc. Esses saberes articulam o conhecimento da disciplina ao conhecimento pedagógico colaborando para o processo de composição de identidade do professor, além de favorecer a aprendizagem do educando (SHULMAN, 1986). Deste modo, compreende-se que, através da mobilização do repertório de saberes pedagógicos de conteúdo, o professor tenha maior embasamento para refletir sobre sua prática docente na perspectiva do aprimoramento.

No tocante à prática docente no ensino de Geometria, as reflexões foram realizadas a partir de autores como Santos et al (2015), Nacarato (2011), Souza (2012), Fainguelernt e Nunes (2012). Esses autores têm em comum o fato de considerarem que o seu ensino se dá de maneira distante do contexto real dos alunos, que, nas escolas, ainda predomina o modelo de ensino tradicional, cujas aulas são desenvolvidas de forma expositiva, visando à memorização por meio de

fórmulas e regras que são acompanhadas por listas de exercício. O professor, desta forma, demanda obter e mobilizar um conjunto de saberes docente que não vise somente o conteúdo a ser ensinado, mas a inclusão de um conjunto de atividades necessárias para promoção do conhecimento pelo aluno na perspectiva de uma aprendizagem significativa, descrita por Ausubel (2003).

Meu envolvimento com o tema deu-se nos últimos seis anos quando atuei como professora de Matemática em diversas turmas de segundo ano do Ensino Médio em uma escola da rede pública estadual de ensino, em que ministrei o conteúdo de Geometria Espacial. A partir dessa minha vivência, comecei a perceber que faltava para nós, professores, essa articulação entre o conhecimento do professor ao conhecimento científico e isto poderia estar sendo refletido no desempenho dos alunos, pois apresentavam grandes dificuldades na aprendizagem e, portanto, baixos níveis de desempenho de aprendizagem tanto em avaliações internas, quanto nas avaliações externas, no tocante ao estudo deste conteúdo.

Motivada por essa experiência, considero importante o ensino do conteúdo de Geometria Espacial no Ensino Médio e o desafio de trabalhar esse conteúdo, que carece de abordagens que favoreçam a compreensão, a mensuração e construção da aprendizagem do educando. Para tornar, assim, possível a formação de um professor de Matemática, na área de Geometria Espacial, mais completa, meu estudo buscará responder a seguinte questão: como a Teoria da Aprendizagem Significativa e os recursos tecnológicos poderão contribuir para mobilização de saberes pedagógicos dos professores de Matemática no ensino de Geometria Espacial?

Diante deste questionamento, o objetivo geral deste estudo é identificar os saberes docentes e as contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa e dos recursos tecnológicos no desenvolvimento de saberes pedagógicos dos professores de Matemática no ensino de Geometria Espacial.

Para elucidar a solução do problema, formulamos os seguintes objetivos específicos: (i) conhecer os métodos de ensino empregados atualmente nas práticas docentes dos professores no estudo de Geometria Espacial; (ii) refletir sobre os saberes pedagógicos com os professores de Matemática por meio de um processo formativo direcionado ao estudo de Geometria Espacial; (iii) constatar os saberes pedagógicos mobilizados pelos professores a partir do estudo da Teoria da Aprendizagem Significativa e do software Geogebra no ensino de Geometria Espacial.

Para responder a questão de pesquisa e atingir os objetivos, o presente trabalho terá como proposta de coleta de dados a realização de uma etapa formativa, dando ênfase a esses saberes pedagógicos, com dois professores de Matemática da Educação Básica que ministram o conteúdo de Geometria, em uma escola estadual de Fortaleza – Ceará. Nesta formação, propõe-se uso das tecnologias para abordar

os conteúdos de poliedros e prismas, fazendo-se uso do software Geogebra nos smartphones dos pesquisados.

Para corroborar com a proposta, buscaremos apoio nos aportes teóricos em Ausubel (2003), Bairral (2005), Barbier (2002), Fainguelert e Nunes (2012), Fiorentini e Lorenzato (2012) Nacarato (2011), Silva (2018), dentre outros pesquisadores.

A pesquisa seguirá uma abordagem qualitativa com foco investigativo baseado na pesquisa-ação. Para Barbier (2002), essa pesquisa é concebida como ação-pesquisa, devido à circunstância em que o pesquisador intervém e desenvolve propostas de mudanças requeridas no contexto de realidade da pesquisa, dando ênfase ao processo e não ao resultado. A inserção do pesquisador na escola na qual os professores pesquisados atuam dar-se-á mediante proposta de intervenção para o conteúdo de ensino de Geometria Espacial, porém é permitido aos pesquisados expressarem suas angústias, dificuldades, percepções e contribuições sobre a proposta e também sobre a realidade que eles atuam.

## 2 | PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Nesta seção apresentaremos os referenciais teóricos que fundamentam a nossa pesquisa. Iniciamos com os saberes docentes e reflexões sobre a importância do domínio desses conhecimentos como essenciais à prática docente para que o professor possa transformar a matéria que ensina em informações que produzam significados para seus educandos.

### 2.1 Saberes na Docência de Matemática

A atividade docente desenvolvida pelos professores favorece a produção e ampliação de seus conhecimentos, habilidades e competências, constituindo-se em saberes docentes para transformar a organização e a realização do trabalho do professor no contexto escolar, em especial na sala de aula.

Mattos e Mattos (2018) consideram que a atividade docente envolve muito mais do que ensinar, envolve ações como saber-fazer, saber-agir e saber-ser que englobam professores, alunos, escola, comunidade, conhecimentos acadêmicos, didáticos e pedagógicos. Assim, a formação docente deverá contemplar integralmente o desenvolvimento de competências e habilidades inerentes à prática docente embasadas em saberes e fazeres voltados para o efetivo exercício da sua práxis pedagógica.

Os estudos sobre os saberes pedagógicos se apoiam nas contribuições de Mishra e Koehler (2006), Shulman (1986), Therrien (2006, 2012), além de outros pesquisadores. Neste trabalho, destacamos somente o pensamento dos autores acima citados.

Apesar dos estudos de Shulman (1986) não serem direcionados exclusivamente à formação de professores de matemática, ele se volta ao conhecimento dos professores, suas ideias e as razões da dicotomia entre teoria-prática. Para classificar o conhecimento dos professores, o autor os definiu através de categorias e dentre as quais destacamos – conhecimento do conteúdo, conhecimento curricular e conhecimento do conteúdo a ser ensinado.

O conhecimento do conteúdo refere-se ao conhecimento do professor relacionado à organização do conhecimento, incluindo fatos, conceitos, princípios e categorias explicativas da disciplina. No tocante ao conhecimento curricular, este envolve a compreensão sobre os programas, materiais de instrução da sua disciplina, os parâmetros e a capacidade de articulação horizontal e vertical nos conteúdos curriculares. Já o conhecimento do conteúdo a ser ensinado constitui-se pela intersecção do conhecimento do conteúdo e do conhecimento sobre o que ensinar e a forma como o aluno aprende, resultando em um conhecimento que é específico do professor (SHULMAN, 1986).

No último século, as transformações sociais vêm acontecendo de modo acelerado e requer dos docentes a diversificação de suas práticas e a inserção de novos saberes em suas ações educativas. Inspirados nas ideias de Shulman, Mishra e Koehler (2006) defendem que a integração entre conteúdo, pedagogia e tecnologia passou a constituir um novo saber docente e o denominaram de Conhecimento Pedagógico de Conteúdo Tecnológico (TPACK) e assim o definiram como:

[...] o conhecimento que os professores precisam ter para ensinar com e sobre tecnologia em suas áreas disciplinares e nível escolar de atuação. Inclui questões instrucionais e de gestão de sala de aula, relações entre tecnologia e conteúdo específico, concepções e usos pedagogicamente apropriados da tecnologia. (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 67)

Lobo da Costa e Prado (2013) enfatizam que o TPACK inclui a compreensão do professor na representação de conceitos utilizando tecnologias; de técnicas pedagógicas construtivas para ensinar conteúdos; de como a tecnologia pode auxiliar a enfrentar as dificuldades na aprendizagem de conceitos; dessa forma, podendo auxiliar no conhecimento prévio dos alunos e nas teorias epistemológicas e ajudar a lidar com dificuldades e construir conhecimentos significativos.

Ainda sobre saberes docentes, Therrien (2006) assevera que estes são múltiplos e heterogêneos, construídos em todo o percurso formativo e destaca quatro saberes – os saberes das ciências, os saberes disciplinares, os saberes pedagógicos e os saberes experienciais.

Para o autor, os saberes das ciências são resultados de um conjunto de conhecimentos que o sujeito sistematiza e aprofunda, possibilitando compreender e ampliar a leitura do mundo; os saberes disciplinares são ofertados pelas instituições

e se referem ao seu campo de formação profissional; os saberes curriculares limitam-se às áreas específicas da sua atuação docente; os saberes da formação pedagógica constituem as técnicas de ensino e aprendizagem, as teorias e as metodologias, além dos fundamentos das políticas educacionais, e os saberes da experiência que envolvem a trajetória de vida pessoal, cultural, social e de trabalho profissional.

Ao explanar o pensamento dos autores sobre os saberes docentes, que embora tenham definições e conceitos diferentes, enfatiza-se que estes são essenciais na formação de cada professor e devem compor o seu repertório de saberes, mesmo que sejam incorporados ao longo do seu processo de profissionalização.

## 2.2 A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel

A teoria é balizada em vários princípios de organização, interação e em mecanismos cognitivos que interferem para aumento ou diminuição de sua estabilidade na estrutura cognitiva do aprendiz. Para Ausubel (2003), a estrutura cognitiva é o principal construto para explicar a aquisição e a retenção do conhecimento e a aprendizagem dos indivíduos. Se a estrutura cognitiva for clara, estável e bem organizada, os significados serão precisos e inequívocos, entretanto, se a estrutura cognitiva for instável, ambígua e desorganizada, tende a inibir a aprendizagem e a retenção dos significados.

Na concepção de Ausubel (2003, p. ix), só há aprendizagem significativa quando as ideias expressas interagem de maneira substantiva e não arbitrária com algum conhecimento relevante já existente na estrutura cognitiva do sujeito que aprende. Ele ainda enfatiza que “a aquisição e a retenção de conhecimentos são atividades profundas e de toda uma vida, essenciais para o desempenho competente, a gestão eficiente e o melhoramento das tarefas quotidianas”.

Para Moreira (2011, p. 33), a aprendizagem significativa é “um processo que envolve uma negociação de significados entre discente e docente e que pode ser longo”, o “significado é a parte mais estável do sentido e este depende do domínio progressivo de situações-problema, situações de aprendizagem”. Portanto, é evidente a importância do professor para demonstrar o significado das práticas educativas e a compreensão destas por parte dos alunos.

Ausubel (2003) observa ainda que existem diversas variáveis cognitivas que influenciam a aquisição e a retenção de conhecimentos de matérias, dentre elas, a disponibilidade, a especificidade, a clareza, a estabilidade, a prática, a análise, os materiais de instrução que refletem diretamente naquilo que os aprendizes já sabem e na forma como o sabem.

Já segundo Ausubel (2003), para alcançar uma aprendizagem significativa é necessário que três condições essenciais ao processo de ensino e aprendizagem

sejam atendidas: 1) predisposição para aprender por parte do aprendiz; 2) elementos relevantes na sua estrutura cognitiva do aprendiz; 3) O material de aprendizagem potencialmente significativo.

A predisposição, portanto, para aprender por parte do aprendiz influi diretamente para que os conhecimentos sejam incorporados na estrutura cognitiva do sujeito aprendente, pois sentimentos de aceitação ou rejeição são propícios ou não para facilitar a aprendizagem.

Quanto aos elementos relevantes na estrutura cognitiva, Fernandes (2015) assevera que, quando o professor consegue identificar o conhecimento prévio do aprendiz, facilita a promoção de novas conexões a partir desse conhecimento na aquisição de um novo conhecimento, ou seja, a relação entre o conhecimento existente e o novo conhecimento permite criar pontes entre as ideias já ancoradas e as ideias novas, dando origem a novos significados.

No que se refere ao material potencialmente significativo, Ausubel (2003) defende que são instrumentos que permitem a transformação de significado lógico em significado psicológico. No entanto, o material para ser considerado potencialmente significativo deve atender às seguintes condições: 1<sup>a</sup>) precisa ser relacionável com a estrutura cognitiva e 2<sup>a</sup>) o aprendiz precisa ter disposição para relacionar o novo material a sua estrutura cognitiva.

Moreira (2011) recomenda que, se o aprendiz não possuir subsunçores que lhes permitam atribuir significados aos novos conhecimentos, os professores e especialistas devem procurar utilizar os organizadores prévios na preparação de suas aulas, começando com uma visão geral do conteúdo a ser estudado, em um nível de abstração mais alto, antes do seu confronto com tarefas mais detalhadas; quando os elementos mais inclusivos forem apresentados os aprendizes já possuirão um “ancoradouro” e conseqüentemente, terão uma “estabilidade” maior na estrutura cognitiva, que permanecerá por muito mais tempo.

### 2.3 A Formação Contínua dos Professores

Ao analisarmos os resultados dos programas de avaliações da Educação Básica tanto a nível internacional “*Programme for International Student Assessment (PISA 2015)*”; quanto a nacionais “Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB 2017) e Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE 2018)”, percebemos que a Matemática da Educação Básica no Brasil e no estado do Ceará encontra-se em níveis críticos de proficiência.

Para Santos et al (2015), o professor deve ter compreensão dos resultados dessas avaliações para orientar sua ação pedagógica a partir da ciência das aptidões e conhecimentos que os estudantes desenvolveram até então, de modo que

estabeleça um comparativo entre aprendizagem e a série escolar correspondente identificando os empecilhos que interferiram na aquisição de forma efetiva dos conceitos.

Frente a essa realidade, o professor necessita definir estratégias pedagógicas para alcançar o objetivo do ensino que consiste na aprendizagem dos alunos. Para isso, é preciso que o professor esteja referenciado por conhecimentos sobre as teorias pertinentes a aprendizagem e de metodologias de ensino apropriados na apresentação dos conteúdos disciplinares.

No tocante à prática docente no ensino de Geometria e sua relação com os resultados das avaliações, estudos como de Souza (2012) apontam que a abordagem dos conteúdos em sala de aula tem priorizado questões que focam em conceitos e aplicação de fórmulas, tornando o ensino dessa área de conhecimento completamente algébrico.

Bairral (2005) aponta que o ensino dessa disciplina tem sido marcado por técnicas ultrapassadas, deficientes e superficiais, destacando a necessidade de um trabalho de formação docente integradora para atuar com a Geometria, bem como a relevância de apropriar-se de conhecimentos que contribuam para o desenvolvimento profissional do professor nos processos de formação e ensino.

Por isso, faz-se necessário que os professores desenvolvam e mobilizem saberes pedagógicos, além dos saberes disciplinares, para efetivarem o ensino de Geometria com qualidade e que propicie a promoção do raciocínio geométrico nos aprendizes. Nessa perspectiva, concebemos que a formação continuada é um dos caminhos para conseguir a reflexão dos professores de matemática sobre os dilemas e desafios que envolvem o ensino de Geometria Espacial.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, já apontavam a utilização dos recursos didáticos como um dos princípios norteadores do ensino, interagindo com situações que propiciem situações reais práticas e a abstração dos conceitos. Entretanto, os PCN alertam que “eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão”. (BRASIL, 1997, p. 19).

Fainguelernt e Nunes (2012, p. 128) afirmam que tanto os materiais manipuláveis quanto os recursos tecnológicos favorecem a construção do conhecimento e “para o desenvolvimento realmente de um trabalho eficiente e significativo com o tema poliedros devemos aliar ao uso de softwares de geometria dinâmica e de materiais manipuláveis, o desenvolvimento de atividades investigativas”.

Contudo, para trabalhar com qualquer tecnologia, o professor deve possuir conhecimentos específicos para manuseá-los, pois, segundo Silva (2018):

o essencial não é somente o acesso a tecnologia, mas saber usá-la em paralelo aos conteúdos de forma a promover a aprendizagem”, visto que “são inúmeras as possibilidades de aproveitamento deste recurso tecnológico, complementando a

Neste sentido, essa investigação propõe o uso dos smartphones na ação formativa com os professores trabalhando conteúdos de Geometria Espacial, com o intuito de aliar os aspectos teóricos da Teoria da Aprendizagem significativa ao ensino do conteúdo de Geometria Espacial, na intenção de mobilizar novos saberes pedagógicos nos docentes da Educação Básica.

### 3 | PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Essa sessão tem por finalidade descrever os procedimentos e técnicas de coleta de dados que serão aplicados no processo de investigação científica desta pesquisa. Para análise do problema, a pesquisa trilhará os caminhos metodológicos com abordagem qualitativa que será capaz de fornecer informações descritivas mais aprofundadas, primando por significados mais convincentes.

Sob essa perspectiva, utilizaremos os princípios da pesquisa-ação que é entendida como um processo de intervenção investigativo em que as práticas – investigativa, reflexiva e educativa – caminham juntas. A prática educativa, quando investigada, produz orientações e compreensões que são transformadas, gerando novas situações de investigação. Nessa concepção, seus principais objetivos são: (i) promover melhorias nas práticas pedagógicas dos professores; (ii) articular o desenvolvimento curricular centrado na escola; (iii) proporcionar o desenvolvimento de um grupo autorreflexivo na escola; (iv) refletir sobre melhorias de condições de trabalho pedagógico e investigativo. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 113) descrevem essa pesquisa como uma espiral autorreflexiva composta por um movimento de sucessivos ciclos: “planejamento; ação; observação; registros; sistematização/reflexão/análise; avaliação; planejamento de novas ações; novas ações; novas observações; novos registros; novas análises e avaliações; e assim por diante...”, que só deve ser finalizada quando a problemática é sanada.

A etapa formativa será realizada com dois (2) professores que ministram o conteúdo de Geometria Espacial no Ensino Médio em uma escola da Educação Básica de Fortaleza – Ceará e almejam trilhar seguintes aspectos: (i) propiciar um espaço de reflexão sobre sua prática educativa dentro do espaço escolar que estão inseridos; (ii) promover uma reflexão sobre os saberes pedagógicos a partir da Teoria da Aprendizagem Significativa no conteúdo de Geometria espacial; (iii) analisar as potencialidades didáticas/pedagógicas do software Geogebra para o processo de ensino de Geometria Espacial.

Para desenvolvimento da etapa formativa com os professores implicados, será realizado o ciclo que compõem uma espiral autorreflexiva, baseado na técnica da pesquisa-ação proposta por Fiorentini e Lorenzato (2012).

Contemplam a fase do planejamento a elaboração dos objetivos da proposta formativa e a elaboração do roteiro a ser seguido no trabalho de campo com os atores da pesquisa. A seleção dos professores sujeitos da pesquisa foi feita através do contato inicial com a coordenação da escola onde se desenvolverá a etapa formativa, onde realizamos uma breve apresentação da proposta formativa.

Com o acolhimento da proposta pela coordenação, agendamos um encontro para explaná-la a todos os professores de Matemática que lecionam na unidade de ensino. Após a explanação da proposta de pesquisa e etapa formativa, houve a adesão de dois (2) professores para participarem das sessões formativas. Esse momento antecedeu à etapa da coleta de dados.

Logo após, foi ajustado com os dois (2) professores a observação de uma aula ministrada por estes que contemplasse o conteúdo de Geometria Espacial, precedendo os encontros formativos. Esta etapa tinha como objetivos analisar a prática docente dos pesquisados em sala de aula, examinar a existência ou não de elementos da TAS no processo de ensino com os discentes e verificar quais os recursos didáticos os professores utilizavam ao ministrarem o referido conteúdo.

No primeiro encontro foi definido o cronograma dos encontros formativos, além da realização de uma entrevista que subsidiará na construção do diagnóstico inicial do perfil dos professores, sua experiência no ensino de Geometria Espacial, a metodologia e recursos didáticos empregados em suas práticas diárias e as dificuldades relacionadas ao processo de ensino desse conteúdo.

A fase da ação (a ser realizada) será constituída por cinco encontros presenciais, que buscará intermediar diretrizes de ações junto aos professores envolvidos. Durante os encontros, refletiremos sobre os pressupostos teóricos da TAS, os saberes pedagógicos do conteúdo, o ensino de Geometria Espacial e o uso do Geogebra nos dispositivos móveis trabalhando os conteúdos de prismas e poliedros.

A referida fase será concluída com a aplicação de uma atividade prática pelos pesquisados em suas salas de aulas, com os discentes, utilizando o software Geogebra no smartphone dos envolvidos, abordando o conteúdo trabalhado na formação. Nesta etapa, espera-se que os professores apropriem-se tanto da teoria quanto da metodologia para melhoria do ensino e da aprendizagem dos discentes.

A fase da observação contemplará, além da observação participante, um conjunto de técnicas metodológicas que nos exigirá um grande envolvimento com a situação estudada. Essa fase será executada durante todos os encontros formativos, sob o olhar atento da pesquisadora.

A fase do registro requer procedimentos rigorosos e metódicos dos dados

recolhidos durante o processo de pesquisa. Nessa etapa, faremos uso das anotações obtidas no campo da pesquisa, dos diários do pesquisador e pesquisados, além de ajustes e complementações nas referências bibliográficas construídas ao longo da pesquisa.

A fase da sistematização/reflexão/análise será realizada após a etapa formativa com os sujeitos. A reflexão tomará como base todo o processo contínuo realizado durante a etapa formativa. Para análise dos dados, utilizaremos a análise de conteúdo na perspectiva de Bardin (2009) que tem por objetivo a seleção, organização e tratamento das informações coletadas para melhor compreensão dos objetivos da pesquisa.

Serão constituídos, como objetos de análise, os dados coletados na entrevista inicial, na observação do participante, nas sessões formativas e nas aulas práticas dos professores. Serão considerados também as anotações constantes nos diários do pesquisador e pesquisados, áudios e filmagem das formações e sessão reflexiva em que os atores da pesquisa compartilharão suas experiências vivenciadas no processo formativo (a ser realizada no último encontro da formação). Esta fase é considerada como a etapa fundamental da pesquisa, pois é nela que o pesquisador obtém os resultados consistentes e as respostas expressivas para as questões inicialmente formuladas na investigação (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

A fase da avaliação acontecerá após a conclusão dos encontros formativos com os sujeitos, embasada, assim, no material coletado no lócus da pesquisa.

## 4 | CONSIDERAÇÕES

As inspirações teóricas, para o desenvolvimento dessa pesquisa, levam-nos a acreditar que investir em formação de professores é construir caminhos para reflexões sobre suas práticas, buscando sempre melhorá-las.

Esperamos que esta investigação possa desenvolver competências e habilidades fundamentais aos saberes dos docentes pesquisados, numa perspectiva de aperfeiçoamento e superação de dificuldades, possibilitando trabalhar com metodologias de ensino diferentes do modelo tradicional, utilizando a teoria, a metodologia e instrumentos didáticos de forma harmoniosa nas práticas educativas de sala de aula.

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BAIRRAL, M. A.. *Desenvolvendo-se criticamente em Matemática: a formação continuada em*

ambientes virtualizados. In: FIORENTINI, D. NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**. Campinas: Musa, 2005. p. 49-67.

BARBIER, R. **A pesquisa-ação**. Brasília: Liber Livro, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 1999.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES, K. R. A.. **Matemática: Práticas Pedagógicas para o Ensino Médio**. Porto Alegre: Penso, 2012.

FERNANDES, L. T. **Aprendizagem significativa: uma proposta de ensino e aprendizagem da geometria euclidiana espacial no ensino médio**. 2015. 153 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, RN, 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S.. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

LOBO DA COSTA, N. M. L.; PRADO, M. E. B. B.. Formação continuada e uma abordagem exploratório-investigativa em geometria espacial de posição. **Actas... VII CIBEM** ISSN, v. 2301, n. 0797, p. 5143.

MATTOS, S. M. N.; MATTOS, J. R. L.. **Formação continuada de professores de matemática**. Curitiba: Appris, 2018.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. **Teachers College Record**, Nova Iorque, v. 108, n.6, p.1017-1054, Jun. 2006.

MOREIRA, M. A; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: A Teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2011.

NACARATO, A. M.. A formação do professor de Matemática: práticas e pesquisa. In: Formação de professores de Matemática. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, UFRN, ano 6, n. 9, p. 75-94, 2011.

SANTOS; et all. **SPAECE: perspectiva de acompanhamento da aprendizagem dos alunos cearenses através de seus resultados**. Revista Ensino Interdisciplinar, v. 1, n. 1, Julho/2015. UERN, Mossoró, RN.

SILVA, E. R. P.. **A utilização do aplicativo geogebra para *smartphone* como recurso didático nas aulas de matemática do ensino fundamental**. 2018. 77 f. Dissertação (Mestrado - Matemática em Rede Nacional/ccet) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018.

SOUZA, C. F. O estudo de sólidos geométricos: a utilização de materiais didáticos manipuláveis no ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICAS DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais**. Campinas: Unicamp, 2012. p. 24 - 32.

SHULMAN, L. S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **Educational Researcher**, Whashington, v. 15, n. 2, p. 4-14, Fev. 1986.

THERRIEN, J. Os saberes da racionalidade pedagógica na sociedade contemporânea. **Revista Educativa**, v. 9, n. 1, p. 67-81, 2006.

## A PROVA BRASIL DE MATEMÁTICA E SEUS RESULTADOS SEGUNDO PROFESSORES DE MATEMÁTICA E SUPERVISORES ESCOLARES

Data de aceite: 06/02/2020

**Ednei Luís Becher**

Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Campus  
Osório

ednei.becher@osorio.ifrs.edu.br

**Jutta Cornelia Reuwsaat Justo**

Universidade Luterana do Brasil

jcrjusto@gmail.com

**RESUMO:** Este artigo<sup>1</sup> apresenta um recorte de uma investigação realizada com professores de Matemática e supervisores escolares em um município da região metropolitana de Porto Alegre durante os anos de 2015 e 2016. A investigação teve como objetivo investigar o que os participantes sabiam sobre a Prova Brasil de Matemática, como explicavam os resultados de suas escolas na avaliação e como utilizavam, caso utilizassem, os resultados da Prova Brasil nas suas escolas. Realizou-se uma investigação qualitativa e como instrumentos para a produção de dados foram utilizados questionários, entrevistas semiestruturadas e notas de campo do pesquisador e a transcrição das gravações de encontros realizados com os participantes. A análise dos dados obtidos inspirou-se na análise textual discursiva, buscando identificar

categorias que sintetizassem os diferentes grupos de respostas que depois tentaram ser compreendidos e explicados tendo como referência o contexto e a percepção dos participantes. Os resultados apresentados aqui indicam que os participantes sabem pouco sobre a Prova Brasil e que não utilizam os resultados por não os compreenderem. O que inviabiliza o uso dos resultados da avaliação para o aprimoramento das práticas docentes e do currículo das escolas sem que seja feita a capacitação dos professores.

**PALAVRAS-CHAVE:** Prova Brasil; Matemática; Avaliação; Formação de Professores.

### INTRODUÇÃO

O uso de avaliações externas em larga escala como elemento de gestão das políticas públicas educacionais tem sido uma prática fomentada internacionalmente (CORSETTI, 2012; BORGES, 2003). Não sendo diferente no Brasil onde elas, ao longo do tempo, passaram a exercer um papel de protagonismo para muitos gestores no que se refere à produção de informações sobre a realidade educacional (SOUSA; MAIA; HAAS, 2014).

Conforme Dalben e Almeida (2015), com

1 Este capítulo é uma revisão de um trabalho apresentado no ano de 2018 no XV Encontro Gaúcho de Educação Matemática.

a implementação das avaliações educacionais externas de larga escala no final da década de 1980, se estabeleceu implicitamente, em vários setores da sociedade, uma correlação entre a aprendizagem dos alunos e os resultados dos testes usados nas avaliações.

A consolidação destas práticas de avaliação também é evidenciada pela multiplicação dos sistemas de avaliação nas diferentes esferas governamentais (BAUER, 2012; BAUER; REIS, 2013). Contudo, conseguir aproximar os professores das avaliações ainda é um desafio (GIMENES et al., 2013), pois os resultados das avaliações pouco influenciam no cotidiano da sala de aula. O que também é dificultado pela sofisticação utilizada na elaboração das avaliações, o que gera entraves para a compreensão, tanto pelos professores como pela população em geral (SOLIGO, 2015).

Percebe-se que a literatura nacional sobre avaliação enfoca principalmente a sala de aula e a prática do professor (LUCKESI, 1996; FREITAS et al., 2009) tendo só recentemente começado a preocupar-se com as avaliações externas em larga escala.

A partir deste contexto, este recorte de uma investigação realizada com professores de Matemática e supervisores escolares de um município da região metropolitana de Porto Alegre apresenta resultados relacionados ao nível de conhecimento dos participantes sobre as avaliações externas, como eles explicavam os resultados de suas escolas nas avaliações que participavam e como utilizavam os resultados.

## **PROVA BRASIL E SAEB**

A criação de um sistema nacional de avaliação no Brasil remonta a década de 1980 (GATTI, 2002) quando são feitos os primeiros ensaios para o desenvolvimento de tal sistema. Todavia, isso somente se materializa em 1990, com a primeira edição do Saep, que em 1991 passou a ser chamado de Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).

Ao longo dos anos, o sistema sofreu alterações e adequações devido ao desenvolvimento das técnicas de avaliação e, sobretudo, devido às mudanças sofridas no sistema educacional brasileiro e no enfoque dado pelas políticas públicas para educação. Neste sentido, a reestruturação ocorrida em 7 de junho de 2013 é importante pois determinou o formato do sistema que é utilizado até hoje, no qual o Saeb é formado pelas: Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb), Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), conhecida como Prova Brasil; e pela Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA).

Conforme site do Inep (BRASIL, 2016a), o Sistema de Avaliação da Educação

Básica (Saeb) enquadra-se no contexto internacional de acompanhamento das redes de ensino através do uso de avaliações externas em larga escala e, ainda conforme o site do Ministério da Educação, o Saeb é desenvolvido pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), que é uma autarquia do Ministério da Educação (MEC) responsável pela elaboração e aplicação da avaliação.

As avaliações são realizadas por meio de testes desenvolvidos para medir o desempenho cognitivo dos participantes em determinadas situações, objetivando a obtenção de informações que permitam a realização de inferências sobre o processo educacional vivenciado. Além das provas também integram as avaliações instrumentos contextuais respondidos por alunos, professores e diretores. Os testes utilizados pelo Inep usam Teoria Clássica dos Testes (TCT) para análises descritivas e Teoria de Resposta ao Item (TRI) para a análise dos itens e das provas (BRASIL, 2016b).

A participação dos professores da Educação Básica é viabilizada através da participação como elaboradores de itens, desenvolvidos tendo como referências as Matrizes de Referência, para o Banco Nacional de Itens<sup>2</sup> (BNI), o que ocorre através de editais públicos.

A Prova Brasil é aplicada de forma censitária a todos os estudantes da 4<sup>a</sup> série/5<sup>o</sup> ano e 8<sup>a</sup> série/9<sup>o</sup> ano do Ensino Fundamental, nas escolas públicas urbanas e rurais que tenham mais do que 20 alunos matriculados, objetivando fornecer informações sobre o desempenho de cada escola participante, cada um dos municípios, unidades da federação, regiões e Brasil (BRASIL, 2016b), avaliando a proficiência dos estudantes em Língua Portuguesa, com foco em leitura; e Matemática, com foco na resolução de problemas.

Os resultados da Prova Brasil, além de serem utilizados para avaliar programas e políticas governamentais, é um dos indicadores utilizados para a composição do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), criado pelo governo federal em 2007 para servir como indicador da qualidade da educação ofertada pelas redes e instituições.

## **METODOLOGIA**

Apresenta-se neste artigo um recorte de uma investigação na qual se utilizou uma abordagem qualitativa sob uma perspectiva compreensiva e/ou interpretativa da realidade (ALVES-MAZZOTTI; GEWANDSZNAJDER, 1998), que pretendeu compreender as motivações e interpretações dos participantes no contexto em que estão inseridos.

---

2 <http://portal.inep.gov.br/banco-nacional-de-itens>

São apresentados um conjunto de excertos que sintetizam o que os participantes sabem sobre a Prova Brasil de Matemática, qual o uso ou impacto desta avaliação nas escolas dos participantes, segundo a sua percepção, e como eles compreendem o processo de avaliação realizado. Para alcançar os objetivos estabelecidos, foram realizados encontros com supervisores e com professores de Matemática nos quais se estudou a estrutura, as características, a legislação e os resultados da Prova Brasil de Matemática. Durante os encontros foi possível registrar, utilizando vídeo e audiograções as opiniões, dúvidas e as dificuldades dos participantes para compreenderem e utilizarem os resultados da Prova Brasil. Além disso, também foram realizadas entrevistas semiestruturadas e aplicados questionários.

A análise do material obtido durante a investigação inspirou-se na análise textual discursiva (MORAES, 1999), sendo desenvolvida indutivamente a partir da descrição e interpretação do conjunto de documentos, textos ou transcrições produzidas visando à interpretação e compreensão dos significados atribuídos.

## RESULTADOS E ANÁLISES

A compreensão e utilização dos resultados da Prova Brasil pelos professores e escolas, apesar dos seus quase 30 anos de existência, ainda parece ser um desafio não superado (GIMENES et al., 2013). Os excertos apresentados a seguir evidenciam que, nas escolas dos participantes, existem apenas debates pontuais sobre os resultados da Prova Brasil, os quais são produzidos principalmente pelo impacto da divulgação dos resultados pela imprensa.

No primeiro excerto, uma professora de Matemática, que atuou durante alguns anos na Secretaria Municipal de Educação, destaca a falta de discussão efetiva e sistemática dos resultados das avaliações externas, o que, segundo ela, é um dos fatores que leva a responsabilização do professor que está à frente da turma avaliada. Muito embora a Prova Brasil não avalie uma série em particular, mas sim um período de escolarização.

...

P6MT: Mas isso não é discutido, né XXXX. Tipo assim... eu voltei pra escola em 2013, e estava na secretaria. Fiquei 12 anos fora de sala de aula mas na parte pedagógica. E... desses anos que eu estou, de 2013 até agora nós nunca paramos pra discutir isso dentro da escola e eu tenho certeza que esta discussão não aconteceu antes também. Então quer dizer... quem carrega o peso de uma avaliação é o professor que a turma é submetida.

...

O excerto seguinte reforça a falta de conhecimento dos participantes sobre a Prova Brasil, nele uma professora, questiona a finalidade da realização da Prova Brasil e declara não saber o seu propósito e nem quais seriam os seus objetivos.

...

P5MT: Tá, mas vamos supor... é uma política pública de implantação a nível nacional e qual é o objetivo final, então dizer o que pro aluno.... [...] Mas a contrapartida? Eu não consegui entender. O que vem em contrapartida. Uma escola vai muito bem e outra vai muito mal, o que uma tem de diferente?

...

O próximo excerto, de uma conversa entre os participantes, mostra como a divulgação dos resultados induz os gestores a proporem soluções para os problemas evidenciados pela imprensa quando divulga os resultados. Entretanto, tais iniciativas parecem ser pontuais e ocasionais, faltando um debate crítico dos resultados e a efetiva integração das iniciativas ao processo de planejamento das escolas participantes.

...

P1MT: A cobrança da Secretaria de Educação depois que sai o resultado. Ai a Secretaria se organizou devido a Prova Brasil, o resultado. A S3 faz parte de um desses itens que o 5º ano tem, este curso aqui pras professoras pra [inaudível] para seus alunos. As séries iniciais tem...

P5MT: Em função do Ideb baixo?

SUP3: A gente começou em função do Ideb baixo, mas a gente... na verdade o que a gente trabalha aqui é o que cai na Prova Brasil. Porque eu já... mas deixa...

...

Atitudes, produzidas pela divulgação dos resultados e do impacto social (AMARO, 2013), fazem com que as escolas e os gestores adotem medidas ou implantam projetos geralmente pouco eficazes. Entretanto, como já destacado por Werle (2010) o mais adequado seria analisar os dados com maior minúcia, oportunizando debates e análises críticas sobre os resultados com a comunidade escolar, ampliando assim a compreensão deles e complementando-os qualitativamente.

Esta falta de integração e reflexão sobre os resultados são alguns dos fatores que produzem nos participantes uma percepção, sobre a Prova Brasil, que transita entre a indiferença e o descrédito, como pode ser percebido no excerto abaixo.

...

SUP1: [...] é que o problema às vezes é que a função da avaliação ela já ficou meio mal vista. Que até eu como supervisor eu me sinto assim meio... meio acanhado em chegar e dizer "olha, vamos fazer isso em vista da Prova Brasil", especificamente da Prova Brasil. Por que o pessoal... ah! mas a Prova Brasil só avalia os conhecimentos, a Prova Brasil é um índice só pra... os professores e supervisores, enfim as escolas elas têm uma visão meio que que ruim da avaliação.

...

As dúvidas, equívocos e falta de conhecimento identificados são elementos indicativos de oportunidades para o aprimoramento do processo de avaliação realizado. Apesar das evoluções ocorridas ao longo do tempo, o Saeb ainda precisa dedicar mais atenção às escolas e aos professores, pois estes são os que poderão implementar efetivamente mudanças no cotidiano dos estudantes.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização cada vez maior das avaliações externas em larga escala parece ser uma tendência na gestão das redes de ensino brasileiras. Diante desta opção realizada por muitos gestores e, ao mesmo tempo, pelo desconhecimento dos participantes sobre este tipo de avaliação, conforme apresentado neste artigo, acreditamos que seja oportuno a realização de estudos que busquem viabilizar o maior e o melhor uso dos resultados destas avaliações por escolas e professores.

Além disso, valorizar as escolas e os professores é essencial, pois a melhoria efetiva da aprendizagem dos estudantes se concretiza de fato nas escolas e nas salas de aula de Matemática. Logo, embora a divulgação pela imprensa tenha como um dos seus resultados a conscientização sobre os problemas educacionais, ela não implica necessariamente na adoção de melhores práticas e metodologias de ensino.

Por fim, é essencial reconhecer que é necessária a capacitação dos professores para que consigam compreender e discutir os resultados das avaliações externas, o que passa por aprimoramentos nos cursos de formação inicial e continuada. Pois, somente com a ampla compreensão da avaliação de sala de aula e das avaliações externas as escolas e os professores serão capazes de transformar a realidade educacional.

## AGRADECIMENTO

A CAPES pela bolsa concedida pelo edital nº19/2016 – PDSE e ao Instituto Federal do Rio Grande do Sul.

## REFERÊNCIAS

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisas quantitativas e qualitativas**. São Paulo: Editora Pioneira, 1998.

AMARO, I. Avaliação Externa da Escola: repercussões, tensões e possibilidades. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 24, n.54, p. 32-55, jan/abr. 2013.

BAUER, A. Estudos sobre Sistemas de Avaliação Educacional. **Revista @mbienteeducação**, São Paulo, v. 5, p. 7-31, 2012.

BAUER, A.; REIS, A. T. **Balço da produção teórica sobre avaliação de sistemas educacionais no Brasil: 1988 a 2011**. In: REUNIÃO NACIONAL DA ANPED, 36., 2013, Goiânia - GO. Disponível em: <[http://www.36reuniao.anped.org.br/pdfs\\_trabalhos\\_aprovados/gt05\\_trabalhos\\_pdfs/gt05\\_3375\\_texto.pdf](http://www.36reuniao.anped.org.br/pdfs_trabalhos_aprovados/gt05_trabalhos_pdfs/gt05_3375_texto.pdf)>. Acesso em: 10 jan. 2015.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação: Uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto/Portugal: Porto Editora, 1994.

BORGES, A. Governança e Política Educacional: a agenda recente do Banco Mundial. **Revista Brasileira de Ciências Sociais**, São Paulo, v. 18, n. 52, p. 125-138, jun. 2003.

BRASIL. **Histórico – Inep**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/historico>>. Acesso em: 18 janeiro 2016a.

BRASIL. **Semelhanças e Diferenças – Inep**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/semelhancas-e-diferencas>>. Acesso em: 18 janeiro 2016b.

CORSETTI, B. O Banco Mundial e a influência na avaliação da Educação Básica brasileira. In: WERLE, F. O. C. (Org.). **Avaliação em larga escala: questões polêmicas**. Brasília: Liber libro, 2012. p. 117 – 134.

DALBEN, A.; ALMEIDA, L. C. Para uma avaliação de larga escala multidimensional. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v.26, n. 61, p. 12-28, jan/abr. 2015.

FREITAS, L. C.; SORDI, Mara R. L.; MALAVASI, Maria Marcia S.; FREITAS, H. C. L. **Avaliação Educacional: caminhando pela contramão**. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2009.

GATTI, B. Avaliação Educacional no Brasil: pontuando uma história de ações. **EccosS Revista Científica**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 17-41, jun. 2002.

GIMENES, N.; SILVA, V. G.; PRÍNCIPE, L. M.; LOUZANO, P.; MORICONI, G. M. Além da Prova Brasil: Investimento em sistemas próprios de Avaliação Externa. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v.24, n.55, p. 12-32, abr/ago. 2013.

LARA, I. C. M. de. **Exames Nacionais e as “verdades” sobre a produção do professor de Matemática**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. São Paulo: Cortez, 1996.

MORAES, R. Análise de Conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

SOLIGO, V. IDEB e indicadores sociais na região sul: relações entre condições sociais e qualidade da educação. In: CORSETTI, Berecine; WERLE, F. O. C.; FRITSCH, R. (Org.). **Avaliação em Larga Escala: políticas e práticas**. São Leopoldo: Oikos, 2015. p. 67 – 79.

SOUSA, S. Z.; MAIA, M. M. V. da; HAAS, C. M. Avaliação, Índices e Bonificações: controvérsias suscitadas por dados da Rede Estadual Paulista. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 25, n. 58, p. 188-209, mai/ago, 2014.

WERLE, F. O. C. Sistema de avaliação da educação básica no Brasil: abordagem por níveis de segmentação. In: WERLE, F. O. C. **Avaliação em larga escala: foco na escola**, São Leopoldo: Oikos; Brasília: Liber Livros, 2010. p. 21 – 36.

## LIVRO DIDÁTICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 06/02/2020

### Cleiciane Dias das Neves

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia –  
UESB  
Vitória da Conquista – BA  
<http://lattes.cnpq.br/0684558817424428>

### Ana Paula Perovano

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia –  
UESB  
Vitória da Conquista – BA  
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita  
Filho” – UNESP  
Rio Claro – SP  
<http://lattes.cnpq.br/8892821688981110>

**RESUMO:** É inegável que o livro didático assume uma posição de destaque no âmbito escolar uma vez que tem potencial para auxiliar os docentes na elaboração das aulas. A forma como esse recurso é implementado na prática pedagógica interfere no processo de ensino e de aprendizagem e por isso, é importante assumir uma postura crítica sob esse instrumento sendo fundamental que o educador analise o livro observando características tais como: disposição dos conteúdos ao longo do livro, como os conceitos são abordados, dentre outros elementos que constituem o livro didático. A existência dos livros didáticos

remonta a época do Brasil colônia e ganham maior visibilidade com a criação da imprensa. Devido ao seu grande potencial de disseminar conteúdos e ideologias o livro tornou-se uma das preocupações do governo, este por sua vez implementou políticas para atuar sob esse recurso seja para regulamentar sua produção, distribuição e, posteriormente, para avaliar esse recurso. Neste texto apresentaremos uma breve reflexão sobre a trajetória e a contribuição do livro didático no processo de ensino e aprendizagem.

**PALAVRAS-CHAVE:** Livro didático; Matemática; Ensino; Aprendizagem.

### TEACHING BOOK IN MATHEMATICS

**ABSTRACT:** It is undeniable that the textbook assumes a prominent position in the school environment as it has the potential to assist teachers in the preparation of classes. The way this resource is implemented in the pedagogical practice interferes in the teaching and learning process and, therefore, it is important to take a critical stance under this instrument. It is essential that the educator analyze the book observing characteristics such as: content disposition throughout how the concepts are approached, among other elements that make up the textbook. The existence of textbooks dates back to the time of colonial Brazil and

gained greater visibility with the creation of the press. Due to its great potential to disseminate contents and ideologies, the book has become one of the government's concerns, which in turn has implemented policies to act on this resource either to regulate its production, distribution and, subsequently, to evaluate this resource. In this text we will present a brief reflection on the trajectory and the contribution in the teaching and learning process.

**KEYWORDS:** Textbook; Mathematics; Teaching; Learning.

## 1 | INTRODUÇÃO

Falar sobre o livro didático implica considerar a sua trajetória e a sua valiosa contribuição no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Abordaremos, neste texto, a importância desse recurso no processo formativo dos educandos e também apresentaremos uma breve retrospectiva histórica desses livros nas aulas de Matemática, e as políticas públicas brasileiras direcionadas a esse recurso.

O Livro Didático (LD) é o livro que será utilizado sistematicamente em sala de aula e “que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática” (LAJOLO, 1996, p.4). Abarcando conhecimentos validados pela sociedade, o LD busca estar em conformidade com os conteúdos curriculares de uma disciplina específica e com os documentos que orientam a educação. Nessa perspectiva, espera-se que o livro não disponha de conteúdos aleatórios, e sim, que contenha conteúdos e conhecimentos pensados e organizados, sistematicamente, para auxiliar os professores e o alunado.

Os significados que, em torno do livro didático, o aluno vai construir ou alterar, precisam, por um lado, corresponder aos padrões de conhecimento da sociedade em nome da qual a escola estabelece seu projeto de educação. Por outro, os significados que o livro veicula podem também questionar o conhecimento até então aceito como legítimo. (LAJOLO, 1996, p. 6).

Na perspectiva da autora, apenas o professor pode fazer a passagem entre os conhecimentos de mundo que os alunos já possuem e os conhecimentos que os LD e a escola abordam. Dessa forma, o professor precisa estar ciente de que tem nas mãos um recurso que é constituído por “uma rede complexa de características e funções que, quando pensadas em conjunto, constituem a unicidade do livro didático” (SILVA, 2010, p. 21).

A respeito das funções do LD, Choppin (2004) assevera a existência de quatro funções essenciais, que podem variar consideravelmente, de acordo com o ambiente sociocultural à época, com as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de sua utilização. São elas:

1. Função *referencial*, também chamada de curricular ou programática, desde que existam programas de ensino: o livro didático é, então, apenas a fiel tradução do programa ou, quando se exerce o livre jogo da concorrência, uma de suas possíveis interpretações. Mas, em todo o caso, ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações.

2. Função *instrumental*: o livro didático põe em prática métodos de aprendizagem, propõe exercícios ou atividades que, segundo o contexto, visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de competências disciplinares ou transversais, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problemas, etc.

3. Função *ideológica e cultural*: é a função mais antiga. A partir do século XIX, com a constituição dos estados nacionais e com o desenvolvimento, nesse contexto, dos principais sistemas educativos, o livro didático se afirmou como um dos vetores essenciais da língua, da cultura e dos valores das classes dirigentes. Instrumento privilegiado de construção de identidade, geralmente ele é reconhecido, assim como a moeda e a bandeira, como um símbolo da soberania nacional e, nesse sentido, assume um importante papel político. Essa função, que tende a aculturar – e, em certos casos, a doutrinar – as jovens gerações, pode se exercer de maneira explícita, até mesmo sistemática e ostensiva ou, ainda, de maneira dissimulada, sub-reptícia, implícita, mas não menos eficaz.

4. Função *documental*: acredita-se que o livro didático pode fornecer, sem que sua leitura seja dirigida, um conjunto de documentos, textuais ou icônicos, cuja observação ou confrontação podem vir a desenvolver o espírito crítico do aluno. Essa função surgiu muito recentemente na literatura escolar e não é universal: só é encontrada – afirmação que pode ser feita com muitas reservas – em ambientes pedagógicos que privilegiam a iniciativa pessoal da criança e visam favorecer sua autonomia; supõe, também, um nível de formação elevado dos professores. (CHOPPIN, 2004, p. 553)

Pela citação, depreendemos que o livro considerado didático não possui apenas conteúdos, existe uma variedade de características que permeia esse recurso, as quais, juntas, o constituem como livro didático. Assim, por exemplo, a presença de ilustrações legíveis e com a finalidade de colaborar no entendimento das tarefas ou mesmo do conteúdo e conceitos estudados, tabelas, gráficos, textos que dialoguem com os conhecimentos e que façam sentido para os estudantes, ou seja, a união dessas e de outras características diferencia o livro didático de um livro comum, principalmente pela sua finalidade de disseminar o conhecimento específico de um dado componente curricular.

A inserção do LD nas escolas está associada a mudanças de paradigmas que vieram acontecendo na sociedade, ao longo dos séculos. Entre elas, é destacado por Silva (2010) o surgimento da concepção de infância, assim como da escola moderna, e dos sistemas públicos de ensino que, na sua opinião (2010), foram algumas das motivações que ocasionaram a necessidade de abrir campo para os livros e para as edições didáticas. Ainda de acordo com o autor, a invenção da Imprensa por Gutemberg acabou impulsionando a presença de livros como recurso

pedagógico. Nas palavras do autor,

A gradativa integração da imprensa terminou por abalar a característica tradicional da transmissão oral do conhecimento, já que os estudantes podiam agora ter os livros em mãos, abandonando uma postura mais estática e possibilitando estudar por conta própria, abrindo oportunidades pra novas ideias.” (SILVA, 2010, p. 23).

O LD é destinado aos professores e aos alunos e lhes confere uma maior autonomia para realizar seus estudos e aprofundar os conhecimentos contidos nesse recurso. Porém, o livro não é capaz de substituir o papel que o docente assume como mediador entre o conhecimento e o aluno. Lopes (2000, p. 39) alega que “[...] por si só, o livro não se presta para a obtenção de uma aprendizagem que possa ser considerada eficaz: a ação do professor perante este instrumento é fundamental”. Desse modo, compreendemos que a autonomia conferida pelo livro didático aos alunos está sujeita às intervenções do professor para que, de fato, seja satisfatória. Entendemos que o livro funciona (ou deveria funcionar) como um recurso que viabiliza a ampliação e a consolidação da aprendizagem.

Dante (1996), ao discorrer sobre a importância do LD, afirma que, para o professor, esse recurso contém contribuições essenciais, uma vez que, devido às inúmeras demandas do seu trabalho, eles não têm tempo suficiente para elaborar atividades, problemas, jogos e dinâmicas que desafiem e suscitem a criatividade dos alunos, instigando-os a aprender os conteúdos de forma mais prazerosa e divertida.

No ponto de vista desse autor, algumas razões podem ser elencadas para justificar a presença frequente do livro didático na prática docente. Segundo Dante,

- Em geral, só a aula do professor não consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno; uma parte deles como problemas, atividades e exercícios pode ser coberta, recorrendo-se ao livro;
- O professor tem muitos alunos e afazeres e atividades extracurriculares que o impedem de planejar e escrever textos, problemas interessantes e questões desafiadoras, sem ajuda do livro didático;
- A matemática é essencialmente sequencial, um assunto depende do outro, e o livro didático fornece uma ajuda útil para essa abordagem;
- Para professores com formação insuficiente em matemática, um livro didático correto e com enfoque adequado pode ajudar a suprir essa deficiência;
- Muitas escolas são limitadas em recursos como bibliotecas, materiais pedagógicos, equipamentos de duplicação, vídeo, computadores, de modo que o livro didático constitui o básico, senão o único recurso didático do professor;
- A aprendizagem da matemática depende do domínio de conceitos e habilidades. O aluno pode melhorar esse domínio resolvendo os problemas, executando as atividades e os exercícios sugeridos pelo livro didático. (DANTE, 1996, p. 83).

Embora seja possível vislumbrar avanços importantes na Educação, os professores ainda se deparam com salas de aulas superlotadas, recursos insuficientes para o desenvolvimento das aulas e, desse modo, o livro constitui uma

ferramenta de grande valia. Além disso, a formação inicial do professor dos Anos Iniciais, conforme apontado pela literatura, tende a ser aligeirada e, no tocante à Matemática, geralmente não há um aprofundamento sobre seus conteúdos.

De acordo com Oliveira Filho, Gessinger e Santos (2016)

A formação do professor que ensina matemática dos anos iniciais é ainda muito generalista, em função das diretrizes curriculares, dificultando o aprofundamento de conhecimentos específicos das diferentes áreas que, futuramente, serão ensinadas pelos futuros professores como, por exemplo, a matemática. (OLIVEIRA FILHO; GESSINGER; SANTOS, 2016, p. 2)

E, nesse sentido, um bom livro didático apresenta-se como um recurso pertinente, pois pode auxiliar o docente e sugerir situações-problema, jogos e atividades que favoreçam de maneira prazerosa a apreensão dos conteúdos matemáticos pelos alunos.

Diante disso, fica evidente que o livro didático assume um papel de grande valor no âmbito escolar; todavia, é preciso salientar que esse recurso não deve ser o único utilizado pelo professor. É importante que o docente incorpore outros, como a inserção dos aparatos tecnológicos, inserção de Artes, literatura, jogos, por exemplo; assim, as aulas serão mais diversificadas e, conseqüentemente, mais interessantes.

## 2 | UMA BREVE HISTÓRIA DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA NO BRASIL

A origem do ensino escolar no Brasil esteve atrelada a influências religiosas, uma vez que, inicialmente, os jesuítas estiveram no comando da educação dos filhos dos colonos e dos filhos dos indígenas no período colonial (SAVIANI, 1999). Nesse período de colonização, segundo Lopes (2000) o LD já se fazia presente, mesmo que de forma precária; entretanto, ele destaca que, nesse período, as discussões sobre a Matemática eram praticamente inexistentes, “O livro didático de Matemática teve e tem sua importância na realidade escolar brasileira, mesmo precariamente no Brasil colônia, por volta de 1700, quando o ensino, como um todo, estava a cargo dos padres jesuítas” (LOPES, 2000, p. 18). Assim, a presença desse recurso no Brasil não é algo recente, visto que remonta ao período do Brasil colonial.

Com a expulsão dos Jesuítas, houve o surgimento das aulas régias. A nova proposta, entretanto, não foi efetivada satisfatoriamente, tendo em vista que a intenção pombalina de romper com as influências religiosas na educação defrontou-se com alguns obstáculos, tais como:

A escassez de mestres em condições de imprimir a nova orientação às aulas régias, uma vez que sua formação estava marcada pela ação pedagógica dos próprios jesuítas; a insuficiência de recursos, dado que a Colônia não contava com uma estrutura arrecadadora capaz de garantir a obtenção do “subsídio literário” para financiar as “aulas régias”; [...] e, principalmente, o isolamento cultural da Colônia,

Com a chegada da Coroa Portuguesa, esse cenário educacional passou por significativas modificações, uma vez que “[...] [foi] criada, entre outras instituições necessárias para o funcionamento da metrópole colonial, a Imprensa Régia.” (SILVA, 2010, p. 39). A Imprensa Régia possibilitou a produção de livros didáticos no Brasil e, de certo modo, impulsionou a popularização desse recurso como instrumento didático, conforme o ratificado por Alencar (2014) – citando as considerações de Bittencourt (2004) – os primeiros livros didáticos produzidos aqui no Brasil datam do início do século XIX, tendo como motivadores dessa produção a chegada da Corte portuguesa e a presença da Imprensa Régia.

Segundo Alencar (2014), esses primeiros livros seriam um suporte a ser utilizado nas academias militares e no ensino secundário, o que significa que, “[...] tinham o objetivo de atender aos interesses da elite dominante, uma vez que ainda não existiam projetos governamentais de instrução pública massiva e a escola era um bem acessível a poucos.” (p. 48). Conforme Alencar (2014), inicialmente os livros eram destinados a atender a uma parcela da sociedade, no caso a elite, uma vez que ainda não havia política destinada à escolarização da classe trabalhadora; então, assim, a escola era um espaço a que poucos tinham acesso.

O surgimento dos livros didáticos e o curso de Matemática possuem uma estreita relação, conforme pode ser observado nas palavras de Silva (2017), quando explica, citando Morales et al. (2003), que

Os primeiros livros brasileiros de matemática surgiram juntamente com os cursos de Matemática, entre eles “Exame de Artilheiros”, em 1744 e “Exame de Bombeiros”, escrito em 1748, ambos escritos por José Fernandes Pinto Alpoim (1695-1765) com o objetivo de facilitar suas aulas de artilharia e fortificações no ensino militar. (p. 80).

**Ainda no que diz respeito à relação dos livros didáticos e a Matemática, Valente (2008) também ratifica que**

Talvez seja possível dizer que a matemática constitua a disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. Das origens de seu ensino como saber técnico-militar, passando por sua ascendência a saber, de cultura geral escolar, a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática escolar no Brasil pode ser lida nos livros didáticos. (VALENTE, 2008, p. 141)

Os antecedentes da produção dos dois livros de Alpoim, citados anteriormente, podem ser verificados nas considerações de Valente (2008), quando ele esclarece que, por volta dos anos 1699, a Coroa Portuguesa manifestou interesse em proteger a Colônia e, para atingir tal intento, julgou necessário investir na formação de militares, uma vez que

[...] Era preciso ter no Brasil oficiais bem treinados no manuseio das peças de artilharia e com competência para construir fortes. A costa brasileira, imensa, exigia inúmeras construções para preservar as terras conquistadas e proteger as riquezas que dela se iam extraindo. Foi criada, então, a *Aula de Fortificações*. [...] (VALENTE, 2008, p. 140)

Ainda de acordo com Valente (2008), a concretização desse curso deparou-se com a falta de livros que viabilizassem a instrução militar, pois tudo o que poderiam dispor eram

Verdadeiros tratados, pesados, em volumosos tomos que tinham como conteúdo um curso de matemática, seguido de instruções para o manuseio de armas. Pode-se imaginar quão inviável teria sido trazer à colônia caixas desses tratados estrangeiros, caríssimos e confiá-los às mãos de alunos que mal sabiam ler. (VALENTE, 2008, p. 140).

Diante do exposto, podemos observar o surgimento de um ambiente totalmente dependente dos conhecimentos matemáticos, embora a Matemática não tivesse sido o centro da instrução que ocorria na Aula de Fortificação.

A esse respeito, Silva (2017) pontua que:

[...] apesar de as obras de Pinto Alpoim serem consideradas os primeiros livros didáticos brasileiros de matemática, essas obras não tinham objetivos matemáticos; seus objetivos eram exclusivamente militares, para a artilharia e o lançamento de bombas. Dessa forma, são tidas como obras que não foram construídas [com a] de didática de matemática propriamente dita. (SILVA, 2017, p. 80)

Em 1830, começou a surgir uma variedade de livros didáticos, decorrente da fundação das universidades brasileiras e, também, pela criação do Colégio Pedro II (SILVA, 2017). Conforme exposto por Alencar (2014), a grande maioria dos autores de livros didáticos eram professores vinculados ao Colégio Pedro II ou à Academia Militar, tendo como interesse “[...] formar intelectuais para os quadros da administração pública, autoridades e lideranças militares.” (p. 49).

O LD é um recurso que permite a cristalização do saber sistematizado e pode ser replicado, alcançando um maior número de leitores. Sobre esse instrumento pedagógico circulam vários interesses, sejam ideológicos, mercadológicos, sejam para atender a uma exigência curricular. Com isso, compreendemos que essa ferramenta é poderosa e exerce grande influência na sociedade e no processo educativo.

Com a popularização dos livros, o Governo começou a sinalizar preocupação acerca desse recurso e, por conseguinte, criou órgãos e políticas públicas voltados para a regulamentação, fomento, elaboração e, posteriormente, avaliação. Alencar (2014, p. 49) pontua que, a partir de 1930, durante o governo de Getúlio Vargas, “[...] instituiu-se uma política nacional de reforma da educação e a indicação

governamental de obras didáticas para o país inteiro. [...]”. Dada a sua capacidade de interferir na educação, os livros passaram a ser uma ferramenta para a inserção dos ideais nacionalistas e patriotas, ou seja, um forte aliado na propagação não apenas de conteúdo sistematizado, mas também de interesses e ideologias dominantes.

Desse modo, as políticas públicas e os órgãos formulados desde então, tinham por objetivo atuar sobre o LD, fosse para regular sua produção, fosse para impulsionar sua disseminação por toda a rede pública de ensino e, posteriormente, para avaliar o conteúdo contido naquele recurso. Nesse sentido, Alencar (2014) aponta alguns órgãos que surgiram no citado período, os quais sinalizaram a preocupação do Governo, diante desse recurso pedagógico, mencionando que

[...] em 1938, por meio do Decreto Lei nº 1.006, de 30/12/38, é instituída a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no País (BRASIL, 2012 apud ALENCAR, 2014, p. 49)

Inicialmente, a legislação não estava direcionada para avaliar a qualidade ou mesmo o conteúdo dos livros, mas sim no sentido de atuar no processo de produção e circulação do LD.

Já em 1966, período em que o país estava sob regime militar, foi criada a Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático (COLTED), que visava orientar a produção e distribuição dos livros. Em 1971, a COLTED extinta, teve suas funções assumidas pelo Instituto Nacional do Livro (INL), que passou a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), determinar como deveria se dar a elaboração de programas editoriais, além de dirigir as finanças, que antes eram gerenciadas pela COLTED. Em 1976, quem fica encarregada das questões acerca do livro didático é a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME). É nesse período que o livro didático começa a ser associado à criança carente. Criada em 1983, a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE) passa a administrar o PLIDEF que existia desde 1971. (BIFFI, 2016, p. 3-4)

Logo depois da criação da FAE, foi criado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) em 1985, período em que o país vivenciava a redemocratização. No entendimento de Carvalho (2008), citando Brasil (1985), esse programa substituiu o PLIDEF. Inicialmente pouca atenção era dada à qualidade do LD. Conforme podemos depreender das palavras de Silva (2017), só a partir de 1994, no âmbito da FAE, a qualidade do livro começou a ser discutida, ganhando mais visibilidade com o PNLD.

Em 1996, além da aquisição e distribuição, o PNLD iniciou o processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos, sendo elaborado e publicado o primeiro “Guia de Livros Didáticos” de 1ª a 4ª série. Em 1999, foi realizada uma nova avaliação dos livros inscritos no PNLD de 5ª a 8ª. (SILVA, 2017, p. 85)

O PNLD é um programa de grande importância, pois, a partir da sua implementação houve uma ampla distribuição de livros didáticos passando a atender

os estudantes da rede pública, desde os anos iniciais de escolarização até ao Ensino Médio, conforme apontado por Silva (2012) ao ressaltar que esse programa “tornou o livro didático um objeto acessível para praticamente todos os estudantes de escolas públicas brasileiras” (apud DI GIORGI et al., 2014, p. 1034). Além disso, essa política pública se destacou, pois abriu espaço para a participação do professor na escolha dos livros didáticos a serem adotados pela escola. Isso é crucial, pois cada localidade possui especificidades próprias que a Comissão do MEC desconhecia; assim, o professor, ao ter a possibilidade de participar da escolha do LD, tem a chance de adotar o livro que melhor atenda às características locais e regionais do público da instituição escolar, bem como escolher o livro que esteja mais alinhado à proposta pedagógica da Instituição.

Na próxima seção, buscamos discorrer um pouco mais sobre o PNLD.

### 3 | PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO E DO MATERIAL DIDÁTICO – PNLD

Na visão de Lajolo (1996), como o LD desfruta de uma grande relevância na educação brasileira ele precisa estar incluído nas políticas educacionais que garantam uma educação de qualidade para todos.

Inicialmente, a legislação e os órgãos criados para atuar sobre o livro didático tinham o objetivo de cuidar da sua produção e distribuição. A questão da avaliação da qualidade só começou a ser debatida no âmbito da FAE e ganhar força no bojo do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, especificamente, a partir de 1996.

Um dos aspectos importantes, presentes nesse programa, consiste na abertura de espaço aos professores para participarem do processo de escolha do livro que será adotado pela escola. No portal do MEC<sup>1</sup> é explicitado que

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público.

Ainda como base no explicitado pelo site, em 2017, com o decreto nº 9.099 a nomenclatura do Programa foi alterada, passando a chamar-se Programa Nacional do Livro e do Material Didático.

Com nova nomenclatura, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD também teve seu escopo ampliado com a possibilidade de inclusão de outros materiais de apoio à prática educativa para além das obras didáticas e literárias: obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar,

1 <http://portal.mec.gov.br/busca-geral/318-programas-e-aco-es-1921564125/pnld-439702797/12391-pnld>  
Acesso em: 3 de jun. de 2019.

entre outros.

No tocante à elaboração e divulgação dos livros didáticos Di Giorgi et al. (2014) argumentam ser possível sistematizar em seis, as etapas que conduzem, em linhas gerais, o funcionamento do PNLD:

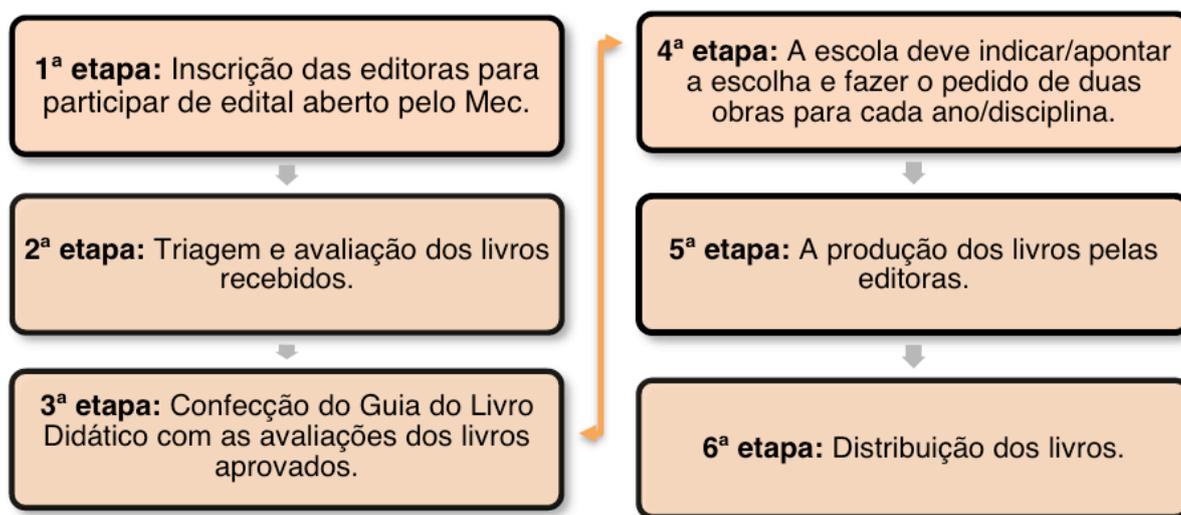


Figura 1: Síntese das etapas do PNLD

Fonte: Elaborado com base em Di Giorgi et al. (2014)

Conforme pode ser observado, até chegar às escolas públicas, os livros passam por um longo processo. Di Giorgi et al. (2014) explicam que, inicialmente, acontece a inscrição das obras pelas editoras para avaliação, seguindo o estabelecido em edital próprio. Depois, essas obras são encaminhadas para o Instituto de Pesquisas Tecnológicas da Universidade de São Paulo (IPT) onde ocorre a

[...] avaliação da qualidade técnica da publicação. Em seguida, os livros selecionados são encaminhados à Secretaria de Educação Básica (SEB/ MEC), órgão responsável pela avaliação pedagógica. Atendidas as etapas iniciais, a SEB/ MEC convida universidades públicas para analisar os livros didáticos, considerando a especificidade de cada área do conhecimento. (DI GIORGI et al., 2014, p. 1034).

Após a avaliação, acontece a elaboração de Resenhas das obras aprovadas. Essas resenhas são publicadas no Guia de Livros Didáticos (GLD), no sitio eletrônico do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), e também são enviadas às escolas a versão impressa do Guia, a fim de colaborar na escolha do livro que melhor atenda à proposta educacional de cada escola, e à realidade sociocultural na qual a Instituição se encontra inserida (DI GIORGI et al., 2014). Depois, é a vez de as escolas manifestarem o interesse pelas obras que desejam.

Após a compilação dos dados dos formulários impressos e dos pedidos feitos pela internet, o FNDE inicia o processo de negociação com as editoras. A aquisição é realizada por inexigibilidade de licitação, prevista na Lei 8.666/93, tendo em

vista que as escolhas dos livros são efetivadas pelos professores. Concluída a negociação, o FNDE firma o contrato e informa os quantitativos e as localidades de entrega para as editoras, que dão início à produção dos livros, com supervisão dos técnicos do FNDE. (DI GIRGI et al. , 2014, p. 1035)

Por fim, os livros ficam prontos para sua distribuição nas escolas da rede pública. Di Giorgi et al. (2014) relatam que essa distribuição é efetivada

[...] pelas editoras diretamente com as escolas, por meio de um contrato entre o FNDE e a Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos (ECT). Cabe esclarecer que essa etapa do PNLD também conta com o acompanhamento de técnicos do FNDE e das Secretarias Estaduais de Educação. (DI GIORGI et al., 2014, p. 1035-1036)

Alencar (2014) aponta que os primeiros livros avaliados pelo PNLD foram os de 1º a 4º série, a partir de 1996, havendo, no ano seguinte, a elaboração e publicação do Guia de Livros Didáticos; em 1999, foi a vez de avaliar os livros de 5º a 8º série. Assim, embora a existência de iniciativas voltadas para o livro didático que remetam à década de 1930, a questão da avaliação da qualidade tornou-se pauta de discussões bem recentemente.

Acerca da dimensão avaliativa dos livros didáticos pelo MEC, Alencar (2014) pontua que, a princípio, a avaliação enfocava a questão de erros conceituais, indução de erros, se o livro apresentava algum tipo de preconceito ou discriminação, ou mesmo alguma desarticulação. Todavia, segundo esse autor, o PNLD vem se aperfeiçoando ao longo dos tempos e já inclui outros quesitos pertinentes para avaliar os livros, tais como a contextualização, interdisciplinaridade, adequação metodológica, linguagem, entre outros critérios. Esse aperfeiçoamento advém de um olhar mais acurado para os livros didáticos, seu conteúdo e suas intencionalidades e as possibilidades de garantir um trabalho pedagógico de qualidade.

#### **4 | A RELAÇÃO ENTRE O GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS E O PROCESSO DE ESCOLHA**

No Guia do Livro Didático (GLD) – PNLD 2019 de Matemática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, divulgado em 2018, é abordado que, pela primeira vez, as obras a serem avaliadas precisam estar em conformidade com os pressupostos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Nesse GLD são apresentadas resenhas que conferem ao docente uma orientação a respeito das obras, o que é possível porque apresenta resenha das obras aprovadas em cada área do conhecimento e segmento de ensino.

No Guia PNLD 2019, encontramos uma breve introdução sobre a Matemática, salientando que essa ciência deve promover a inclusão, o respeito, bem como deve ser apresentada como um conhecimento advindo de necessidades humanas,

ressaltando que os saberes matemáticos não surgiram por acaso, mas em resposta às necessidades impostas pela sociedade.

Além disso, esboçam-se reflexões que giram em torno da Matemática, discutindo sobre os desafios em ensinar, à medida que também tecem orientações aos docentes em como interferir e complementar o livro didático, tendo em vista que algumas coleções podem apresentar certas fragilidades, como por exemplo, o pouco incentivo à investigação.

Desse modo, é importante que o (a) professor (a) problematize as tarefas propostas e as resoluções apresentadas pelos alunos, proponha questões de variados tipos (problemas com mais de uma ou nenhuma solução), valorize as descobertas e os diferentes tipos de registros apresentados pelos alunos. (BRASIL, 2019, p. 23)

Também são explicitados os princípios e critérios que conduziram a avaliação das obras de Matemática, ressaltando suas características e a apresentação da ficha de avaliação e, também, as resenhas, que são elaboradas em quatro seções: Visão geral; Descrição da obra; Análise da obra e Em Sala de Aula. No tocante aos critérios para avaliação são apresentados critérios de análise das coleções como um todo e critérios específicos por área do conhecimento.

Entendemos que ler o GLD é de fundamental importância, uma vez que fornece elementos capazes de orientar o docente na sua prática pedagógica, pois tece considerações sobre a Matemática nos Anos Iniciais, enfatizando a necessidade de um resgate dos conteúdos que as crianças viram na Educação Infantil. Orienta, também, que o ensino de Matemática nos Anos Iniciais não pode ser limitado à resolução do algoritmo das quatro operações, havendo a necessidade de oportunizar aos alunos contextos que os motivem a realizar cálculo mental, cálculo aproximado e por estimativa, sendo capazes de identificar os contextos apropriados ao uso de cada uma dessas estratégias.

Além disso, é explicado no GLD, que cabe ao professor autonomia e capacidade de enriquecer suas aulas, ou seja, não se limitar apenas ao que está no livro, mas apresentar atividades alternativas. Nesse sentido, o Guia apresenta elementos essenciais que precisam ser levados em consideração, a fim de que seja escolhido o livro que melhor atenda ao público da Instituição Escolar e que, de fato, promova a aprendizagem significativa de forma mais prazerosa e envolvente.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O LD é um recurso frequentemente requerido pelo professor para auxiliar na elaboração das suas aulas e, devido à sua forte presença, precisa ser criteriosamente analisado pelo professor, a fim de que colabore de forma efetiva no processo de

ensino e na aprendizagem dos educandos. É pertinente que o professor o utilize como um aliado e como uma ferramenta que não é exclusiva, ou seja, além do livro didático, é recomendável que o docente inclua outros recursos e diferentes estratégias, de modo a tornar as aulas mais dinâmicas e mais interessantes para os alunos.

Como forma de nortear os professores sobre a escolha do livro didático, foi elaborado pelo MEC o Guia de Livros Didáticos. No livro didático de Matemática, são expostas considerações sobre o ensino de Matemática e, além disso, são disponibilizadas resenhas das obras aprovadas. É importante que o processo consulte o GLD para proceder na escolha do livro que melhor se adequa à realidade dos educandos e que esteja aliado aos objetivos educacionais explicitados no Projeto Político Pedagógico.

Além de consultar as considerações expostas no GLD é de fundamental importância folhear o livro página por página, com um olhar atento sobre a forma como os conteúdos são organizados ao longo do livro, além de observar a linguagem empregada tendo em vista perceber se é de fácil entendimento tanto para os alunos quanto para os docentes. Com essa análise, é possível vislumbrar as possibilidades de trabalho na sala de aula.

Em suma, o presente trabalho visa colaborar nas discussões a respeito do livro didático e também contribuir com a prática de docentes e futuros docentes da Educação Básica. Aqui, chamamos a atenção sobre a importância de considerar o livro como um aliado que auxilia na elaboração das aulas e colabora com o trabalho do docente e também na aprendizagem do aluno.

## REFERÊNCIAS

ALENCAR, Alexandro Coelho. **História da matemática no livro didático de matemática**: prática discursivas. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2014.

BIFFI, Lorena Carolina Rosa. **História da Matemática nos Livros Didáticos do Ensino Médio**: Uma Investigação. In: XX EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba – PR, 12 a 14 de novembro de 2016. Disponível em: [http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd5\\_lorena\\_biffi.pdf](http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd5_lorena_biffi.pdf) acesso em: 05 de mar. de 2019

BRASIL, Ministério da Educação. **PNLD 2019**: Matemática – guia de livros didáticos – Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF. 2018.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. **Políticas Públicas e o Livro Didático de Matemática**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº29, 2008, pp.1-11.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e pesquisa**, v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Livro didático de matemática**: uso ou abuso? Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

DI GIORGI, Cristiano Amaral Garboggini. MILITÃO, Silvio Cesar Nunes. MILITÃO, Andréia Nunes. PERBONI, Fábio. RAMOS, Regina Célia. LIMA, Vanda Moreira Machado. LEITE, Yoshie Ussami Ferrari. **Uma proposta de aperfeiçoamento do PNLD como política pública**: o livro didático como capital cultural do aluno/ família. Ensaio: aval. Pol. Públ. Educ., Rio de Janeiro, v. 22, n.85, p.1027 – 1056, out./dez. 2014.

LAJOLO, Marisa. **Livro Didático**: um (quase) manual de usuário. Em Aberto, Brasília, ano 19, n.69, jan./ mar. 1996.

LOPES, Jairo de Araújo. **Livro didático de Matemática**: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática. Campinas, SP, 2000. (Tese de doutorado)

OLIVEIRA FILHO, Vicente Henrique de. GESSINGER, Rosana Maria. SANTOS, Gilberto Tavares dos. **A percepção dos professores que ensinam matemática sobre os processos de ensino e aprendizagem**. In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM, São Paulo – SP. Jul, 2016. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6547\\_3535\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/6547_3535_ID.pdf)

SAVIANI, Dermeval. **A nova lei da educação**: trajetória, limites e perspectivas . 5. Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1999 (Coleção educação contemporânea)

SILVA, Daniel Romão da. **Livro didático de Matemática**: lugar histórico e perspectivas. São Paulo: USP/ Faculdade de Educação, 2010. (Dissertação de mestrado)

SILVA, Francisco Adeilton da. **Potencialidades pedagógicas da história da matemática nos livros didáticos do ensino médio no conteúdo de trigonometria**. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual do Paraná, Centro de Ciências e Tecnologia, 2017.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livro didático e Educação Matemática**: uma história inseparável. Zetetiké – Cempem – FE – Unicamp – v.16 – n.30 – Jul./dez. 2008.

## O CONCEITO DE VETOR A PARTIR DA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA, FÍSICA E ENGENHARIA

Data de aceite: 06/02/2020

### Viviane Roncaglio

Doutoranda em Educação nas Ciências – UNIJUÍ.  
Integrante do GEEM. roncaglioiviviane@gmail.com

### Cátia Maria Nehring

Professora UNIJUÍ - PPGEC – DCEEng –  
UNIJUÍ. Líder do GEEM. catia@unijui.edu.br

### Isabel Koltermann Battisti

Professora UNIJUÍ - DCEEng – UNIJUÍ.  
Integrante do GEEM. isabel.battisti@unijui.edu.br

**RESUMO:** Este artigo tem por objetivo investigar em livros didáticos da bibliografia básica das disciplinas de Geometria Analítica e Vetores, de Física I e de Mecânica Geral I, quais as abordagens conceituais e os registros de representação semiótica utilizados para o conceito de vetor, que possibilitam processos de internalização do conceito. A base teórica deste estudo é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e a Teoria Histórico-Cultural de Vigotsky. A partir das análises realizadas, concluímos que nos Livros Didáticos (LDs) de matemática há centralidade no rigor do conceito e pouca ênfase na exploração de contextos diferentes, as definições são dadas com ênfase no registro da língua natural. Já na física ocorre o contrário, pouco rigor na definição e exploração de diferentes contextos mobilizando as operações, assim como nos LDs

de mecânica, os quais apresentam situações para demonstrar a aplicação do conceito que possui relação com situações da futura profissão do engenheiro. Considerando que os LDs, são utilizados para organizar o ensino torna-se necessário o trabalho conjunto entre os professores das disciplinas para articular a aprendizagem, considerando a necessidade do rigor conceitual e a exploração deste em diferentes contextos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensino Superior; Processos de Significação; Processos de Internalização; Registro de Representação Semiótica; Histórico-Cultural.

### 1 | O CONCEITO MATEMÁTICO DE VETOR – PROCESSOS DE (RE)SIGNIFICAÇÕES

Existem dois tipos de grandezas, as *Grandezas Escalares*, que são aquelas definidas por um número real associado a uma unidade de medida, como por exemplo, temperatura, massa, densidade, volume, área e comprimento, e as *Grandezas Vetoriais*, que não ficam definidas apenas por um número real. Para que essas grandezas possam ser determinadas precisamos conhecer seu módulo (comprimento e/ou intensidade), sua direção e seu sentido. São exemplos de grandezas vetoriais, a velocidade, a

aceleração e a força. Uma grandeza vetorial, geometricamente, é representada por um segmento de reta orientado que possui três características importantes: módulo (comprimento, tamanho do vetor); direção (ângulo de inclinação que o vetor forma com uma base horizontal); e sentido (da origem para a extremidade, por exemplo, de A para B). Características da grandeza vetorial indicam que este é um conceito utilizado em situações problemas que envolvem conceitos da física.

Conceitos constitutivos da física são essenciais nos cursos de engenharia civil, tanto nos cálculos de velocidade e aceleração de um “objeto”, como as forças que agem sobre este “objeto”, quantidade de movimento (descrição de um movimento - cinemática) e campo eletromagnético, são descritas por vetores. Desse modo, o entendimento do conceito de Vetor é de fundamental importância para os estudantes de engenharia civil (nosso recorte para esta pesquisa), pois este é um conceito que integra o sistema de relações conceituais dos conteúdos tratados nas demais disciplinas do curso, como é o caso de disciplinas como Física I e Mecânica Geral I, por exemplo.

Nas discussões aqui apresentadas defende-se o entendimento de que o acadêmico precisa ter necessidade de apropriar-se do referido conceito, ou seja, de significar vetor em nível conceitual por meio da produção de sentidos. Tais entendimentos fundamentam-se na ideia de que o processo de significação de um conceito consiste numa lei geral do desenvolvimento cultural expressa por Vygotsky (1991), de que as funções psicológicas superiores aparecem duas vezes no desenvolvimento cultural de um indivíduo: primeiro em nível social, interpessoal, e depois em nível individual, intrapessoal que envolve processos de internalização. O processo de internalização considera duas questões centrais da investigação de Vigotski (2001, p. 359): “todo conceito é uma generalização” e “os conceitos estão inseridos em um determinado sistema de conceitos”.

Assim, a instituição de relações conceituais pelos acadêmicos na apropriação do conceito de vetor é fundamental. Um conceito não se forma sozinho, mas sim em relação com outros, inserido em um sistema conceitual. Na perspectiva histórico-cultural, quando o sujeito se apropria da significação de conceitos científicos a relação que este sujeito estabelece com um objeto é mediada por outro conceito. Para Vigotsky (2008, p.104)

[...] um conceito é mais do que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já tiver atingido o nível necessário.

Ou seja, para que os acadêmicos signifiquem o conceito de vetor, é necessário o estabelecimento de relações com outros conceitos. Tal conceito está inserido

em uma rede de significações, ou nas palavras de Vigotski (2008), num “sistema conceitual”. Para que o estudante compreenda este conceito, é preciso que outros conceitos já tenham sido (ou estejam em processo) internalizados ou apropriados, como por exemplo, o conceito de reta, semi-reta, segmento de reta, plano cartesiano, coordenadas de pontos, identificação de ponto no plano e outros conceitos matemáticos que fazem parte do currículo da educação básica.

Na perspectiva histórico-cultural a significação de um conceito está intimamente relacionada à processos de abstração e de generalização e corresponde à evolução de níveis de apreensão e significação das palavras. A apropriação dos conceitos matemáticos acontece por meio de abstrações e generalizações, as quais relacionam-se à mobilização de diferentes tipos de representação de um conceito expressas por um sistema de signos, no caso, pela linguagem matemática. Neste sentido, o aprendizado do conceito de vetor está não apenas na mobilização de suas diferentes representações, mas também na generalização (síntese) do mesmo. Para tanto, no processo de ensino e de aprendizado de conceitos matemáticos, em especial do conceito de vetor, é necessário propor situações didáticas e pedagógicas que permitam aos estudantes processos de abstração e generalização, aspectos fundamentais para o aprendizado em matemática.

Para Vigotski (2008) um conceito expresso por uma palavra representa um ato de generalização.

Quando uma palavra nova é apreendida pela criança, o seu desenvolvimento mal começou: a palavra é primeiramente uma generalização do tipo mais primitivo; à medida que o intelecto da criança se desenvolve, é substituído por generalizações de um tipo cada vez mais elevado – processo este que acaba por levar a formação dos verdadeiros conceitos. O desenvolvimento dos conceitos, ou dos significados das palavras, pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade de comparar e diferenciar ( p.104).

Sendo assim, a apropriação do significado do conceito de vetor pelo acadêmico, envolve o desenvolvimento de funções mentais superiores, e estas estão relacionadas à estrutura do conceito, à sua formação, ao sentido produzido em diferentes contextos e no estabelecimento de relações conceituais.

A apropriação por parte do estudante de engenharia do conceito de vetor, dá a ele condições de atribuição de novos sentidos para o seu mundo, ou seja, para o contexto da profissão, amplia seus horizontes de percepções e possibilita modificar a forma de interação com a realidade que o cerca. Essa internalização ou apropriação do conceito ocorre de fora para dentro, do social para o individual, é um processo complexo que necessita de mediação. Não basta apresentar o conceito ao estudante, este necessita compreender o contexto histórico e cultural, ou seja, significa apropriar-se das experiências sociais construídas historicamente

pela humanidade. Uma vez internalizado este conceito faz parte das aquisições do desenvolvimento dos sujeitos.

Um conhecimento ou um conceito tem sentido na medida em que se torna um instrumento cognitivo para o estudante, deste modo, não basta o sujeito ter acesso aos conceitos científicos, para internalizá-los há necessidade do mesmo ter acesso a um processo de ensino que possibilite, por meio da mediação pedagógica entre ele e os conceitos, serem internalizados, caso contrário um

[...] ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo (VIGOTSKY, 2008, p.104).

Existem diversos fatores que compõem o processo de ensino e aprendizagem e que podem influenciar a forma como os conceitos são disponibilizados aos estudantes, dentre eles destacamos o livro didático. Este configura-se em um instrumento essencial do processo, o qual constitui o material utilizado tanto pelo professor quanto pelo estudante em todos os níveis da educação formal. O livro didático (LD) é um instrumento que interfere no aprendizado dos estudantes, sendo a forma como apresentam os conteúdos, os teoremas, definições e atividades, elemento fundamental para organização de processos de aprendizagem pelo estudante. Deste modo, nesta escrita buscamos discutir e problematizar a abordagem atribuída ao Conceito de Vetor pelos LDs de Matemática, Física e Mecânica.

## **2 | TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A REPRESENTAÇÃO DO CONCEITO DE VETOR**

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) (Duval, 2003), tem sido utilizada, principalmente, em pesquisas que visam à aquisição de conhecimento e à organização de situações de aprendizagem. O autor defende a ideia de que para o estudante aprender Matemática é preciso que ele saiba coordenar as diferentes representações provenientes de distintos registros. Toda comunicação em Matemática ocorre por meio de RRS. Desse modo, é imprescindível que ao aprendê-la, os estudantes não confundam os objetos e suas respectivas representações semióticas, pois o objeto matemático é diferente de sua representação.

Para analisar a atividade Matemática na perspectiva de ensino e de aprendizagem, Duval (2003) afirma ser necessária uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações, consideradas fundamentais para esta análise: os tratamentos e as conversões. Por meio delas é possível analisar as atividades Matemáticas desenvolvidas pelos estudantes em uma situação de ensino.

Os tratamentos são as transformações de representação dentro de um mesmo registro, por exemplo, resolver um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números, já as conversões, são as transformações de representações que consistem em mudar de registro, por exemplo, passar de um registro algébrico de uma equação para a sua representação gráfica.

Damm (2012, p. 175) reforça que “[...] o ensino/aprendizagem de qualquer conhecimento está estreitamente vinculado à compreensão de diferentes registros de representação”. E continua: “[...] sem as representações semióticas torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que apreende” (p. 177). Deste modo, dada a natureza não real dos objetos matemáticos, os registros de representação semiótica possibilitam o acesso a esses objetos. Duval (2003) aponta para três tipos de registros de representação semiótica: o registro figural, o simbólico e o da língua natural, cujas representações apresentam dois aspectos: a forma (representante) e o conteúdo (representado).

Duval (2003) aponta para três tipos de registros de representação semiótica: o registro figural, o simbólico e o da língua natural, cujas representações apresentam dois aspectos: a forma (representante) e o conteúdo (representado). De acordo com Castro (2001, p. 13),

Um vetor  $\vec{v}$  pode ser representado pelos três tipos de registros, indicados por Duval. No simbólico através de n-uplas, ou como combinações lineares de vetores em relação a uma base fixada. No figural, por uma flecha, registro de um representante da classe de equipolência de  $\vec{v}$ . E na linguagem natural, “vetor”.

Com base em Castro (2001) e Duval (2003), apresentam-se os registros de representação utilizados nesta pesquisa. A representação do vetor pode ser realizada de diferentes maneiras, isto é, no plano e no espaço, mas sempre por meio dos registros de representação semiótica.

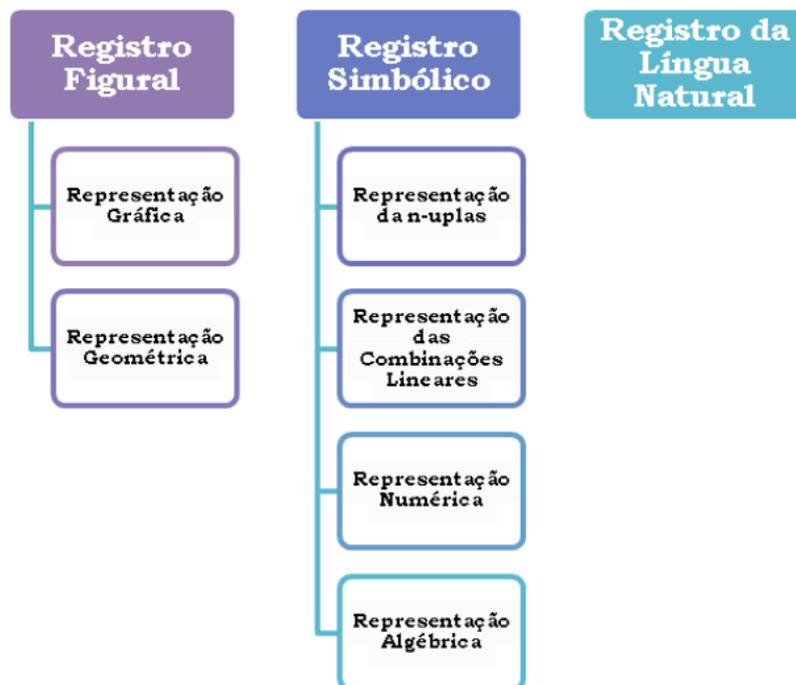


Figura 1 – Tipos de registros de representação do vetor.

Fonte: RONCAGLIO; NEHRING (2019, p.87).

### 3 | ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta escrita se constitui a partir da Análise Textual Discursiva (ATD) de Moraes e Galiazzi (2016). Identificamos os LDs indicados na bibliografia básica das disciplinas de Geometria Analítica e Vetores, Física I e Mecânica Geral I, de uma universidade, que desenvolvemos a pesquisa de doutorado da primeira autora. Cada disciplina apresenta três livros na listagem da bibliografia básica, totalizando nove livros didáticos, os quais compõem nosso material de análise. Consideramos para esta produção, a análise do capítulo de cada livro que apresenta o conceito de vetor, pois a análise de todo o livro ainda está em desenvolvimento. A análise compreende a forma como o conceito de vetor é apresentado. A Figura 2 a seguir apresenta as referências bibliográficas dos livros analisados.

Matemática	<b>Livro M1:</b> BOULOS, Paulo. <b>Geometria analítica:</b> um tratamento vetorial. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2003.
	<b>Livro M2:</b> CAMARGO, Ivan de. <b>Geometria analítica:</b> um tratamento vetorial. 3. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2012.
	<b>Livro M3:</b> STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. <b>Geometria analítica.</b> São Paulo: Person Makron Books, 1987.

<b>Física</b>	<b>Livro F1:</b> HALLIDAY, David; RESNICK, Robert. <b>Fundamentos de Física: Mecânica.</b> 9ª edição, v.1. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
	<b>Livro F2:</b> NUSSENZVEIG, Herch Moyses. <b>Curso de Física Básica 1: Mecânica.</b> 3ª edição. São Paulo: Edgard Blucher, 1981.
	<b>Livro F3:</b> YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A. Sears e Zemansky. <b>Física 1: Mecânica.</b> 12ª edição. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2008.
<b>Mecânica</b>	<b>Livro G1:</b> BEER, Ferdinand P.; JOHNSTON JR., E. Russel. <b>Mecânica vetorial para engenheiros: estática.</b> São Paulo: Markron Books do Brasil, 1994/2012.
	<b>Livro G2:</b> HIBBELER, R. C. <b>Estática: mecânica para engenharia.</b> São Paulo: Pearson Prentice Hall, 1999/2015.
	<b>Livro G3:</b> MERIAM, J. L.; KRAIGE, L. G. <b>Mecânica para engenharia: estática.</b> [Rio de Janeiro]: LTC, 1999/2013. v. 1.

Figura 2 - Referência dos livros de Matemática, Física e Mecânica, analisados nesta produção.

Na primeira etapa da ATD, a unitarização é o movimento inicial da análise, que exige uma leitura cautelosa e profunda dos dados permitindo marcar as principais unidades significativas. Esta primeira etapa é marcada pela desordem, o momento de desconstrução dos dados, na qual o pesquisador ao analisar os dados realiza várias interpretações. Considerando este movimento é que emergem as unidades significativas.

Na segunda etapa da ATD, a categorização, é realizado um movimento construtivo, na qual se organiza as unidades de análises. A terceira e última etapa da ATD, o captar o emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada. É a construção de um metatexto pelo pesquisador realizando considerações em relação as categorias de análise que construiu. É uma escrita que busca apresentar de forma clara e objetiva o entendimento do pesquisador em relação a análise dos dados relacionando com a fundamentação que sustenta o estudo. A Figura 3, apresenta as unidades de análise, as categorias e as proposições definidas a partir do *Corpus* analisado.

<b>Unidade de Análise</b>	<b>Categorias</b>	<b>Proposições</b>
1. O Conceito Vetor	1.1. A abordagem do Conceito de Vetor nos LDs de Matemática, Física e Mecânica	1.1.1. A diferença entre grandeza escalar e vetorial como elemento fundamental para o entendimento do Conceito de Vetor 1.1.2. A Sistemática do Conceito de Vetor

Figura 3 - Unidades de Análise, Categorias e Proposições do Corpus.

No processo de ensino o livro didático se apresenta como um dos instrumentos fundamentais de referência tanto para o docente quanto para o discente. Sendo assim,

buscamos a partir da análise dos referidos livros didáticos, discutir e problematizar que a abordagem dada ao Conceito de Vetor pelos LDs de Matemática, Física e Mecânica.

## **4 | A ABORDAGEM DO CONCEITO DE VETOR NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA, FÍSICA E MECÂNICA**

Esta categoria de análise tem o objetivo de discutir a forma como o conceito de vetor é apresentado nos livros didáticos de Matemática, Física e Mecânica, quais os principais elementos e registros utilizados para a abordagem de tal conceito. A partir das análises nos livros didáticos buscamos identificar elementos que podem influenciar no processo de ensino e de aprendizagem. A seguir apresentamos a proposição desta unidade de análise.

### **4.1 A diferença entre as grandezas escalar e vetorial como elemento fundamental para o entendimento do Conceito de Vetor**

Os livros M1 e M2, antes de apresentarem a definição em relação ao conceito de vetor, trazem a diferença entre as grandezas escalares e vetoriais, e o fazem por meio dos registros da língua natural e figural. Como defendido por Roncaglio (2015), o registro figural é um elemento essencial que precisa ser explorado de maneira mais efetiva no trabalho com os vetores, e em ambos os livros estes registros são apresentados de forma breve. Utilizam as grandezas força e velocidade para definir uma grandeza vetorial e marcar a diferença da grandeza escalar. Essa diferença é fundamental para o entendimento do estudante quanto à conceituação do vetor, pois sustenta a necessidade dos elementos para a formação de uma grandeza vetorial tais como, o sentido e a direção. Os livros fazem a apresentação de maneira bastante sucinta, apesar da importância do entendimento dessas grandezas no momento em que o estudante precisa aplicar o conceito de vetor ou uma grandeza vetorial. Existem muitas possibilidades de explorar essa diferença entre as grandezas escalares e vetoriais, possibilitando o entendimento do estudante. Uma delas seria apresentar diferentes situações reais que necessitam de mais de um elemento, ou seja, que explorem sentido, direção e módulo.

O M3 inicia a apresentação definindo elementos do vetor, ou da grandeza vetorial, como reta orientada, segmento de reta, entre outras definições fundamentais à compreensão do conceito vetor e, na sequência, apresenta a sua definição. Este livro traz as definições de forma detalhada e, na maioria delas, apresenta um registro figural, relacionando com as propriedades apresentadas, ou seja, o registro simbólico (n-uplas, combinações lineares e algébricas). Os autores não apresentam a diferença entre as grandezas escalares e vetoriais.

Os livros de matemática apresentam definições fundamentais para o entendimento do conceito de vetor, em especial a definição de segmentos equipolentes, sem a compreensão destas definições, o processo de aprendizagem pode não ocorrer, tornando-se um processo decorado ou mecanizado, sem sentido para o estudante. Destacamos dois pontos negativos, o primeiro relacionado a pouca exploração das representações geométricas nos livros M1 e M2, e o segundo a falta do trabalho com a diferença entre as grandezas.

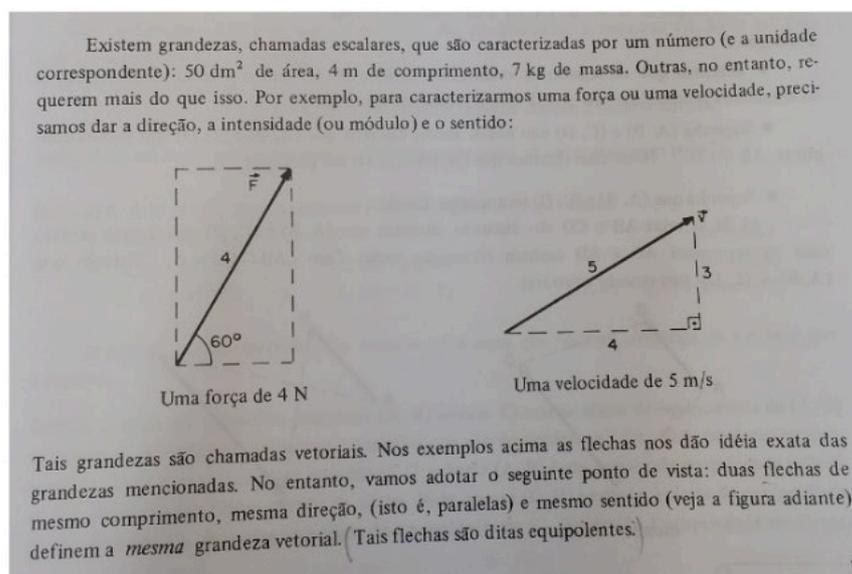


Figura 4 - Diferença entre as grandezas no M1.

Fonte: BOULOS, 2003, p.3.

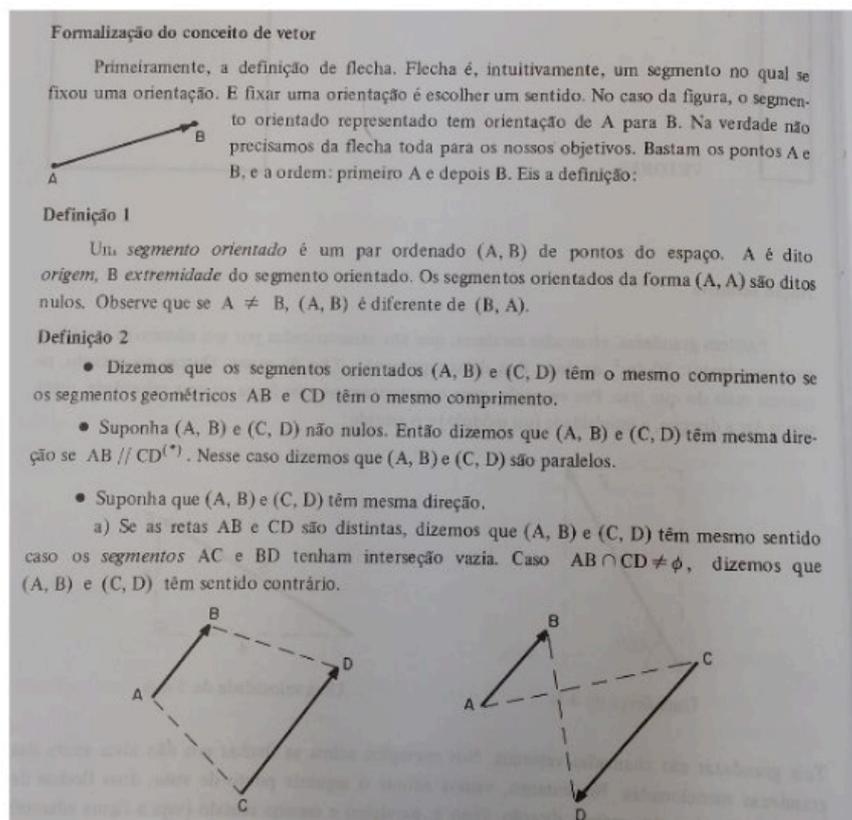


Figura 5 - Apresentação do Conceito de Vetor no M1.

Fonte: BOULOS, 2003, p.4.

Os livros de física, F1, F2 e F3 iniciam a apresentação deste conceito destacando que existem dois tipos de grandezas, a escalar e a vetorial, e trazem como exemplo para diferenciar tais grandezas o fenômeno de deslocamento. Um aspecto a ser destacado é que nos LD de física, não é apresentada uma definição para este conceito. Este é apresentado como um ente geométrico, caracterizando-o como uma linguagem matemática fundamental, utilizado para descrever algumas situações e fenômenos físicos. Além disso, toda descrição é realizada no registro da língua natural, e o único registro figural do vetor é uma representação geométrica de uma flecha com origem no ponto A ou no ponto  $P_1$  e extremidade no ponto B ou no ponto  $P_2$ .

### 3-1 Vetores e Escalares

Uma partícula confinada a uma linha reta pode se mover apenas em uma direção. Podemos considerar o movimento positivo em um sentido e negativo no outro. Para uma partícula que esteja em movimento no espaço, porém, um sinal positivo ou negativo não é suficiente para indicar a direção e o sentido do movimento. Em vez disso, precisamos de uma seta para mostrar a direção e o sentido, chamada de **vetor**.

Um vetor tem um módulo, uma direção e um sentido e obedece a certas regras de combinação, que discutiremos mais adiante. Uma **grandeza vetorial** é uma grandeza que pode ser representada por um vetor, isto é, uma grandeza que pode ser caracterizada por um módulo, uma direção e um sentido. Entre as grandezas físicas que podem ser representadas por vetores estão o deslocamento, a velocidade, a aceleração, a força e o campo magnético.

Nem todas as grandezas físicas envolvem uma direção. Não podemos, por exemplo, associar uma direção no espaço as grandezas como a temperatura, a pressão, a energia, a massa e o tempo. Essas grandezas são chamadas de **escalares** e nós as combinamos através das leis da álgebra comum.

Os mais simples de todos os vetores é o **vetor deslocamento**, usado para indicar uma mudança de posição. Se uma partícula muda de posição deslocando-se de A para B na Fig. 3-1a, dizemos que sofreu um deslocamento de A para B, o qual representamos por uma seta, que é o símbolo de um vetor, apontando de A para B. Para distinguir os vetores de outros tipos de setas, usamos um triângulo vazado como ponta do vetor.

As setas de A para B, de A' para B' e de A'' para B'' na Fig. 3-1a representam a mesma *mudança de posição* da partícula e não fazemos distinção entre elas. Todas as três setas têm o mesmo módulo, a mesma direção e o mes-

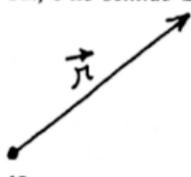
Figura 6 - Apresentação do Conceito de Vetor no F1.

Fonte: HALLIDAY; RESNICK, 2012, p.39.

### 3. 2. Vetores

O sistema de coordenadas escolhido para descrever o movimento na Seção 3.1 tem um caráter acessório; o mesmo movimento pode ser descrito com eixos de orientação diferente, ou em coordenadas polares, por exemplo. Vamos ver agora que é possível dar uma descrição *intrínseca* do movimento, independente da escolha do sistema de coordenadas, com o auxílio do conceito de *vetores*.

Para dar uma caracterização intrínseca do deslocamento de uma partícula em sua trajetória em relação a uma origem dada, não basta conhecermos a *magnitude* do deslocamento (distância à origem): é preciso também especificarmos a *direção* e o *sentido* do deslocamento. Por exemplo, não basta dizer que um carro se deslocou de 100 Km em relação ao ponto de partida. Definiríamos completamente o deslocamento, por outro lado, dizendo que ele se deu segundo a direção Norte-Sul, e no sentido Sul para o Norte.



Uma representação geométrica do deslocamento pode ser obtida por uma *flecha*, que dá diretamente a direção e sentido, e cujo comprimento mede a magnitude do deslocamento (fig.); usamos a notação  $\vec{r}$  para nos referirmos ao deslocamento assim representado.

Figura 7 - Apresentação do Conceito de Vetor no F2.

Fonte: NUSSENZVEIG, 1981, p. 42.

E os livros de mecânica G1, G2 e G3, iniciam o capítulo que trata de vetores destacando que todas as quantidades físicas na mecânica para a engenharia são medidas usando grandezas escalares ou vetoriais, e assim como os demais, deixam claro esta diferença entre as grandezas escalares e vetoriais. Além disso, definem

vetor como uma linguagem matemática para representar situações que envolvem grandezas como força, posição e momento. O registro mais utilizado é o registro da língua natural, porém o registro figural também foi considerado, mas de forma mais simples, apenas uma representação geométrica de um vetor, destacando intensidade, sentido e direção, exceto o G3 que apenas apresenta a definição.

## 2.1 Escalares e vetores

Todas as quantidades físicas na mecânica para engenharia são medidas usando escalares ou vetores.

### Escalar

Um *escalar* é qualquer quantidade física positiva ou negativa que pode ser completamente especificada por sua *intensidade*. Exemplos de quantidades escalares incluem comprimento, massa e tempo.

### Vetor

Um *vetor* é qualquer quantidade física que requer uma *intensidade* e uma *direção* para sua completa descrição. Exemplos de vetores encontrados na estática são força, posição e momento. Um vetor é representado graficamente por uma seta. O comprimento da seta representa a *intensidade* do vetor, e o ângulo  $\theta$  entre o vetor e um eixo fixo determina a *direção de sua linha de ação*. A ponta da seta indica o *sentido da direção* do vetor (Figura 2.1).

Neste livro, as quantidades vetoriais são representadas por letras em negrito, como **A**, e sua intensidade aparece em itálico, como *A*. Para manuscritos, em geral, é conveniente indicar uma quantidade vetorial simplesmente desenhando uma seta acima dela, como  $\vec{A}$ .

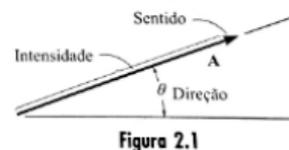


Figura 8 - Apresentação do Conceito de Vetor no G2.

Fonte: HIBBELER, 20151, p. 11.

Como podemos observar, os LDs de mecânica, assim como os de Física, ao apresentarem o conceito de vetor, marcam a diferença entre as grandezas escalares e vetoriais. Diferença essa essencial para a apropriação do conceito por parte dos estudantes, pois a partir deste entendimento o estudante pode compreender de forma mais significativa o conceito de vetor, talvez até permitindo com que ele possa de fato dar sentido a este conceito tão fundamental para a sua profissão.

## 4.2 A Sistemática do Conceito de Vetor

Módulo, sentido e direção, são os elementos que definem a necessidade de uma grandeza vetorial, ou seja, são os elementos que constituem o vetor. Elementos estes que precisam ser significados no processo de ensino e aprendizagem e que marcam o delimitador da grandeza escalar, destacando a necessidade de uma grandeza vetorial. Os LDs analisados fazem esta distinção, apontando para a diferença entre as grandezas e pontuando a necessidade de uma que considere outros elementos, ou seja, marcando a importância do vetor para representar fenômenos nos quais existem outros fatores envolvidos, módulo, sentido e direção.

Significar estes elementos de formação do vetor, pode tornar o processo de

ensino e aprendizagem mais significativo, além de possibilitar aos estudantes a construção de uma rede de significados com outros conceitos matemáticos, a Figura 9, a seguir traz o mapa conceitual do conceito de vetor, desenvolvido por Battisti (2016).

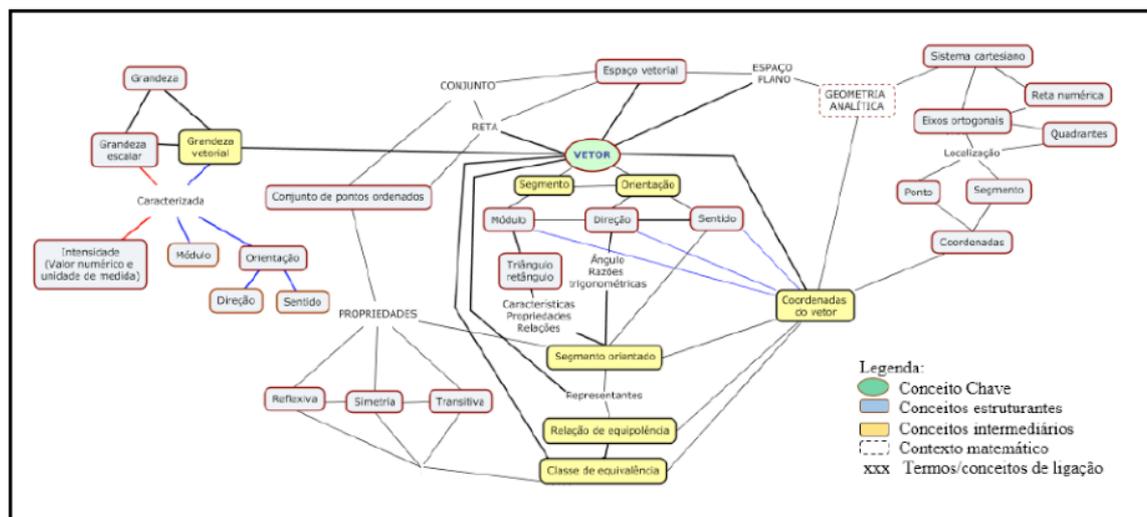


Figura 9 - Mapa conceitual do conceito de vetor.

Fonte: BATTISTI (2016, p.141).

Como podemos observar o mapa conceitual do vetor, os elementos de formação do vetor possuem especificidades e também estão inseridos em uma rede de generalizações.

[...] São as relações de generalidade que vão possibilitar ao acadêmico uma elaboração conceitual, como também a evolução nos níveis dessa conceituação. Apropriar-se do significado de conceitos científicos por meio de processos de análise (abstração) e de síntese (generalização) implica que o acadêmico coloque o conceito vetor em uma determinada rede de significações, como também que considere que cada conceito tem estruturas específicas, com pensamentos e raciocínios específicos (BATTISTI, 2016, p.140).

Deste modo, o conceito precisa ser explorado em suas várias representações, seja no registro figural, simbólico ou da língua natural, sendo o primeiro o mais frágil no processo de ensino e aprendizagem, como podemos afirmar a partir das análises realizadas nos LDs das três áreas aqui discutidas.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vetor, é um conceito matemático utilizado pela física e pelas engenharias como uma linguagem para descrever fenômenos que necessitam de elementos como sentido, direção e módulo (intensidade), geralmente utilizado para descrever um deslocamento ou então situações que envolvem grandezas, como por exemplo,

força. Nos LDs considerados nesta escrita, é possível perceber o quão importante é deixar claro aos estudantes a diferença entre as grandezas escalares e vetoriais, além disso, é possível perceber que estes apresentam diferentes formas de apresentação do conceito de vetor. Nos LDs de matemática há uma centralidade no rigor do conceito e pouca ênfase na exploração de contextos diferentes, as definições são dadas com ênfase no registro da língua natural. Já na física ocorre o contrário, pouco rigor na definição e exploração de diferentes contextos mobilizando as operações, assim como nos LDs de mecânica, nos quais apresentam situações para demonstrar a aplicação do conceito que possui relação com situações de sua profissão. Considerando que os LDs, são utilizados para organizar o ensino torna-se necessário o trabalho conjunto entre os professores das disciplinas para articular a aprendizagem, considerando a necessidade do rigor conceitual e a exploração deste nos diferentes contextos.

A forma como o conceito é apresentado nos LDs analisados influenciam de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem relacionada a apreensão conceitual do vetor, os livros de matemática exploram de forma muito superficial o registro figural, além de apenas um trazer os elementos como, segmentos equipolentes, segmento de reta orientado, dentre outros que são fundamentais para o entendimento de tal conceito. De acordo, com a teoria que embasa esta escrita para que os estudantes se apropriem de um conceito é necessária a relação com outros conceitos, como, reta, semirreta, segmento de reta, equipolência. Neste ponto, os LDs de matemática falham neste processo.

Os LDs de física e mecânica, trazem a discussão em relação ao conceito de vetor de forma simples e objetiva, fazendo relação ou trazendo situações como forma de explicação, situações relacionadas a diferentes contextos, onde a representação vetorial é a forma de solução do problema apresentado. O vetor é utilizado por estas áreas como linguagem matemática que permite a representação de fenômenos de tais áreas.

## REFERÊNCIAS

BATTISTI, Isabel Koltermann. **Mediações na Significação do Conceito Vetor com Tratamento da Geometria Analítica em Aulas de Matemática.** Tese (Doutorado em Educação nas Ciências), UNIJUÍ, 2016.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: Uma (nova) Introdução.** 3 ed. – São Paulo: EDUC, 2012.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** Campinas – São Paulo: Papirus, 2003.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise Textual Discursiva.** 3.ed.rev. e ampl. – Ijuí:

Ed. Unijuí, 2016.

PATRÍCIO, Rafael Silva. **As Dificuldades Relacionadas à Aprendizagem do Conceito de Vetor à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Científica), Universidade Federal do Pará, 2010.

PIETROCOLA, Maurício. A Matemática como Estruturante do Conhecimento Físico. **Cad. Cat. Ensino de Física.**, v.19, n.1: p.89-109, ago. 2002.

RONCAGLIO, Viviane. **Registros de Representação Semiótica: atividades de conversão e tratamento em vetores e suas operações a partir da argumentação de estudantes de engenharia.** Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

RONCAGLIO, Viviane; NEHRING, Cátia M. **Registros de Representação Semiótica: conversão e tratamento em vetores.** 1.ed. – Curitiba: Appris, 2019, 181 p.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch,. **A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** Tradução José Cipolla Neto. 5° ed. – São Paulo: Martins Fontes, 1994.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch, 1896-1934. **Pensamento e Linguagem.** Tradução Jefferson Luiz Camargo. 4° ed. – São Paulo: Martins Fontes, 2008.

## TECNOLOGIA E JOGOS: UMA ABORDAGEM SIGNIFICATIVA PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE DIVISIBILIDADE

Data de aceite: 06/02/2020

Data da submissão: 03/11/2019

### Danilo Tavares de Oliveira Brito

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia -  
UESB

Vitória da Conquista – Bahia

<http://lattes.cnpq.br/6666407736216309>

### Carolina Fernandes Araújo

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia -  
UESB

Vitória da Conquista – Bahia

<http://lattes.cnpq.br/2162419799027052>

**RESUMO:** Este artigo é fruto de um relato de experiência que descreve a realização de uma oficina de matemática com os alunos do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal, localizada na cidade de Vitória da Conquista, na Bahia. A proposta da atividade era utilizar uma metodologia que tornasse o aprendizado mais dinâmico. Para isso, buscou-se inserir, nas aulas de matemática, jogos e recursos tecnológicos oferecidos pela escola.

**PALAVRAS-CHAVE:** Labirinto da tabuada. Tecnologia. Jogos. Divisibilidade.

**TECHNOLOGY AND GAMES: A SIGNIFICANT APPROACH TO DIVISIBILITY TEACHING AND LEARNING**

**ABSTRACT:** This article results from an experience that describes the implementation of a mathematics workshop with the elementary school students of a municipal public school, located in the city of Vitória da Conquista, Bahia. The activity aim was to use a methodology that would make learning process more dynamic. For this, we sought to insert, in the mathematics classes, games and technological resources offered by the school.

**KEYWORDS:** Multiplication table labyrinth. Technology. Games. Divisibility.

### 1 | INTRODUÇÃO

Observando como a educação se desenvolve, percebemos que a contínua forma tradicional de ministrar aulas tem afastado e desestimulado grande parte dos alunos. Nesse momento, é necessário partir do professor a percepção de buscar a melhoria para que os discentes possam voltar a interagir em sala de aula. Martins (1997) afirma que: “quando imaginamos uma sala de aula em um processo interativo, estamos acreditando que todos terão possibilidade de falar, levantar suas hipóteses e, nas negociações, chegar a conclusões que ajudem o aluno a se perceber parte de um processo dinâmico de construção”.

A partir dessa percepção podemos afirmar que o professor muda sua postura, deixa de ser apenas o comunicador do conhecimento e passa a ser observador, organizador, consultor, mediador, interventor, instigador, questionador, controlador e incentivador da aprendizagem.

O jogo vem a ser uma dessas atividades que podem ser desenvolvidas nas escolas para tornar a aula mais divertida. No entanto, o jogo correto deve ir além da fase do acerto ou do erro, ir além do jogo só pela diversão, deve ter metodologia de trabalho, desenvolver raciocínio lógico e intuitivo, e desenvolver a habilidade de questionar.

Este jogo foi adaptado pelo site da Nova Escola que fez uma versão eletrônica e disponibilizou gratuitamente para que crianças e adolescentes possam aprender brincando. O software livre, Labirinto da Tabuada, trabalha o conteúdo de divisibilidade utilizando as regras do tema para alcançar o objetivo do jogo. É possível, ainda, trabalhar o conteúdo de conjuntos.

A competitividade favorece nesse tipo de atividade, pois estimula os alunos a pensarem de forma rápida, ágil e correta. Dessa forma, este trabalho surge com intuito de levar os avanços tecnológicos, aliado com a educação matemática, para a sala de aula, motivando um pouco mais os discentes ao mesmo tempo em que eles ampliam o conhecimento brincando.

## 2 | MATERIAL E MÉTODOS

O relato de experiência foi desenvolvido em uma escola pública municipal localizada no município de Vitória da Conquista – Ba, com alunos do Ensino Fundamental 2, no turno matutino.

Para o desenvolvimento desta atividade, era de fundamental importância que os alunos tivessem o conhecimento prévio sobre o conteúdo de divisibilidade. Por isso, antes da realização, fizemos uma revisão do tema.

Utilizamos o laboratório de informática da escola, como a turma tinha uma quantidade grande de alunos, foi-se necessário dividi-la de forma que ficassem a mesma quantidade de discentes por máquina. Então, ditamos as regras para os alunos e iniciamos o software Labirinto da Tabuada, deixando-os à vontade para construir a melhor estratégia para alcançar o objetivo do jogo.

O software traz como tela inicial um campo de futebol, onde para alcançar o objetivo final, o gol, o jogador deve passar por casas que contém números que devem ser divisíveis pelo número que o professor determinou (no início). Durante o percurso, o aluno pode errar por 5 vezes (o que o jogo chama de falta), no penúltimo erro ele toma um cartão amarelo, no último, um vermelho e acaba o jogo.



Figura 01: Tabuleiro do Jogo Labirinto da Tabuada

A ideia de conjuntos pode ser construída pelos próprios alunos no momento em que percebem, durante o jogo, que vários números podem ser divididos por um único. Observa-se então um conjunto numérico divisível por um determinado número.

### 3 | REFERENCIAL TEÓRICO

A tecnologia em sala é qualquer material utilizado para facilitar o ensino-aprendizagem. Quando falamos nesse tema, pensamos logo em TV, DVD, entre outros; mas, como afirma Moran (2003):

Tecnologia são os meios, os apoios, as ferramentas que utilizamos para que os alunos aprendam. [...] O giz que escreve na lousa é tecnologia de comunicação e uma boa organização da escrita facilita e muito a aprendizagem. A forma de olhar, de gesticular, de falar com os outros, isso também é tecnologia. O livro, a revista e o jornal são tecnologias fundamentais para a gestão e para a aprendizagem e ainda não sabemos utilizá-las adequadamente. O gravador, o retroprojetor, a televisão, o vídeo são tecnologias importantes e muito mal utilizadas, em geral. (MORAN, 2003, p. 153)

Ao passar do tempo, a tecnologia vem se incorporando cada vez mais na educação, e influenciando na forma de ensinar/aprender. Televisão, computador e internet estão desempenhando um papel fundamental na educação das pessoas. Assim, a escola deixa de ser a única fonte para que os estudantes busquem o conhecimento.

Não é suficiente apenas ter equipamentos tecnológicos numa escola, o docente deve saber manuseá-los e entender qual o melhor momento para utilizá-los. Ao

exibir um filme, é necessário que se faça um planejamento de que conteúdo cobrar baseado naquele título. Ao utilizar o computador, é preciso que ele tenha o domínio da classe, pois várias ferramentas podem desviar a atenção dos estudantes, como, por exemplo, jogos, internet, entre outros. Caso o docente resolva trabalhar com softwares, é necessário que ele tenha conhecimento sobre o mesmo, a fim de auxiliar os alunos a utilizarem essa ferramenta da melhor forma possível, conforme afirma Valente (1999):

Em todos os tipos de softwares, sem o professor preparado para desafiar, desequilibrar o aprendiz, é muito difícil esperar que o software por se crie situações para ele aprender. A preparação desse professor é fundamental para que a educação dê um salto de qualidade e deixe de ser baseada na transmissão da informação e na realização das atividades para ser baseada na construção do conhecimento pelo aluno. (VALENTE, 1999, p. 84)

Mas o que é, de fato, um software? Em sua definição mais comum, são programas de computador. Ferreira (2004) nos dá uma definição mais aprofundada para tal palavra: software “em um sistema computacional, é o conjunto dos componentes que não fazem parte do equipamento físico propriamente dito e que incluem as instruções e programas (e os dados a eles associados) empregados durante a utilização do sistema”.

Atualmente já existem vários programas para área de matemática, o Labirinto da Tabuada é um deles, e outros mais específicos, tais como: Geogebra, Winplot, entre outros. Tais aplicativos, em nosso entendimento, tornam-se necessários no ensino de exatas, afinal, conforme Taneja (1997) “o uso do software na educação amplia a capacidade de entendimento, velocidade e precisão das operações”. (TANEJA, 1997, p. 13)

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A junção entre a tecnologia e os jogos, quando bem acompanhados, pode se tornar um aliado importante para a educação. Porém não deve ser utilizado apenas como um atrativo, faz-se necessário que venha acompanhado de aprendizado. Em matemática, recursos mais simples, como calculadora, DVD, entre outros, também podem auxiliar no ensino-aprendizagem de determinados conteúdos. Enfim, tais recursos podem, de forma prática e interativa, mudar o “pré-conceito” de nossos discentes para com a matemática.

#### REFERÊNCIAS

FERREIRA, A. B. de H. **Novo Dicionário Eletrônico**. 2004.

MARTINS, João Carlos. **Vygotsky e o papel das interações sociais na sala de aula: reconhecer e desvendar o mundo**. In: Série Idéias. São Paulo: FDE, n. 28, pg 111-122, 1997. Disponível em:<[http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias\\_28\\_p111-122\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_28_p111-122_c.pdf)>. Acesso em: 27 de setembro de 2018.

MORAN, J.M. **Gestão Inovadora com Tecnologias**. In: Gestão Educacional e Tecnologia. VIEIRA, ALMEIDA E ALONSO, Alexandre Thomaz, Maria Elisabeth Bianconcini, Myrtes (org). São Paulo: Avercamp, 2003.

TANEJA, I. J. MAPLE V. **Uma abordagem computacional ao ensino de cálculo**. Florianópolis: Edita UFSC. 1997.

VALENTE, J. A.. **Análise dos diferentes tipos de softwares usados na Educação**, In. O Computador na Sociedade do Conhecimento – organizado por José Armando Valente- Coleção Informática para a Mudança na Educação. Ministério da Educação. Secretaria da Educação a Distância. Programa Nacional de Informática na Educação, 1999. Disponível em:<[http://www.nuted.ufrgs.br/edu3375\\_2009\\_2/links/semana\\_3/analise\\_soft.pdf](http://www.nuted.ufrgs.br/edu3375_2009_2/links/semana_3/analise_soft.pdf)>. Acesso em: 13 de janeiro de 2019.

## INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE CÁLCULO I, ATRAVÉS DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O MATLAB

Data de aceite: 06/02/2020

Data da submissão: 03/11/2019

### Geneci Alves de Sousa

SENAI/CETIQT; SEEDUCRJ; SMERJ; Projeto  
Fundão -UFRJ

<http://lattes.cnpq.br/9108902970246881>

### Luciano Roberto Padilha de Andrade

SENAI/CETIQT; UNIG; SEEDURJ;

<http://lattes.cnpq.br/2584795248053796>

lucpad2013@gmail.com

**RESUMO:** As dificuldades no ensino de Cálculo são, ainda, objeto de diversos estudos nacionais e internacionais que buscam identificar as causas e propor soluções que minimizem tal quadro. Este trabalho apresenta os resultados de uma experiência em sala de aula desenvolvida a partir da integração de duas disciplinas do curso de Engenharia Química de uma instituição localizada no município do Rio de Janeiro, com aplicação da Teoria de Representação dos Registros Semióticos de Duval e utilização do software MATLAB. Os resultados apontam que a interação das disciplinas, utilização de ferramentas computacionais e atividades que envolvam situações do segmento profissional proporcionam maior envolvimento dos alunos apresentando resultados satisfatórios. É necessário ainda continuação dessas atividades

para consolidar tais resultados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Cálculo I, Informática, Representação, Ferramentas Tecnológicas.

### INTRODUCTION TO CALCULUS I STUDY THROUGH THEORY OF SEMIOTIC REPRESENTATION RECORDS AND MATLAB

**ABSTRACT:** The difficulties in calculus teaching are also the object of several national and international studies that seek to identify the causes and propose solutions that minimize such picture. This search presents the results of a classroom experience developed from the integration of two disciplines of the Chemical Engineering course of an institution located in the city of Rio de Janeiro, with the application of the Duval Semiotic Records Representation Theory and the use of the MATLAB software. The results indicate that the interaction of the disciplines, the use of computational tools and activities involving situations of the professional segment provide greater involvement of the students presenting satisfactory results. Further activities are required to consolidate these results.

**KEYWORDS:** Calculus I, Informatics, Representation, Technological Tools

## 1 | INTRODUÇÃO

É fato que os alunos ingressantes nos cursos de Ensino Superior, em que a disciplina de Cálculo Diferencial I faz parte da grade curricular, ainda apresentam alto índice de reprovação e evasão. Diversos são os elementos indicados por pesquisas como causadores desse quadro. Sugestões de prováveis soluções para esse problema têm sido apresentadas por pesquisadores em nível nacional e internacional, que buscam eliminar ou reduzir tais efeitos, seja no campo pedagógico quanto na área da pesquisa.

Segundo Rezende (2003), alguns desses problemas possuem uma natureza epistemológica e, portanto, estão além dos métodos e das técnicas de ensino ou, até mesmo, que se iniciam com o próprio estudo do Cálculo. Sendo assim,

[...] um dos grandes desafios no ensino superior de matemática ainda é, sem dúvida, o tão prolapado "fracasso no ensino de Cálculo". Creio que, se investigarmos a origem histórica de tal "fracasso", verificaremos que este tem início desde o momento em que se começa a ensinar Cálculo. (REZENDE, 2003)

A pesquisa de um grupo de trabalho da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) - Projeto Fundão - que há algum tempo vem pesquisando como se dá a transição do Ensino Médio para o Superior, vem buscando encontrar ou propor soluções, através da análise de testagens de diferentes atividades com alunos do Ensino Médio e alunos ingressantes (calouros) em alguns cursos de Graduação (NASSER, SOUSA e TORRACA, 2012).

Este estudo, que foi desenvolvido a partir do trabalho do grupo do Projeto Fundão, que buscou analisar se a representação de o registro de representação de um objeto matemático, com auxílio do software MatLab, poderia auxiliar no trato matemático dos conceitos de limite de uma função, derivada e integral. Dessa forma, os resultados colhidos, após análise, poderiam servir para contribuir na pesquisa mais ampla.

A aplicação se deu em uma instituição de Ensino Superior localizada no município do Rio de Janeiro, com 12 alunos matriculados, nas disciplinas de Cálculo I e Informática, no primeiro período do curso de Engenharia Química.

Na disciplina de Informática foi trabalhado o desenvolvimento da construção de algoritmo, também chamado de Português Estruturado ou PORTUGOL, ou seja, é um algoritmo escrito na língua materna, porém, estruturado para que possa ser interpretado por um computador. O Portugol consiste em um conjunto de extensões de linguagem com comandos específicos, operadores, funções, funções recursivas, organizadas (estruturadas) e outros construtores complexos.

Na disciplina de Cálculo I, os alunos iniciaram com o estudo de funções, seguido dos conceitos intuitivos de limites e fundamentando a seguir com o conceito

de derivada.

O algoritmo escrito, na disciplina de Informática, necessita ser testado para verificar eventuais erros ou não. Dessa forma, o software MatLab, foi o escolhido para tal fim por:

- ser um programa computacional em um ambiente de computação técnico-científica para o desenvolvimento de sistemas sofisticados;
- ser extensivamente usado para exploração, análise e resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento;
- apresentar diversos pacotes de ferramentas "toolbox" que são um conjunto de algoritmos especialmente desenvolvidos para aplicações específicas;
- possuir uma linguagem de alto-nível para computação técnica e ferramentas interativas para exploração, desígnio, resolução de problemas e Ferramentas para construção de interfaces com usuário;
- possuir funções matemáticas para álgebra linear, estatísticas, análise de Fourier, filtragem, otimização, e integração numérica; funções para visualizar dados de gráficos 2-D e 3-D;
- ser de fácil interação pois, as funções que integram MATLAB funcionam como base de algoritmos com aplicações externas e idiomas, como C, C++, Fortran, Java, COM e Microsoft Excel.

Além dos itens acima, o MatLab é um elemento curricular constante na ementa da disciplina e, por esse fato, possui disponibilidade em diversos equipamentos da instituição, inclusive em salas de aula.

Com o entendimento dos docentes dessas disciplinas, buscou-se a transversalidade dos conteúdos, com o objetivo de, a partir da representação de uma ideia ou um objeto do saber, obtida da mobilização de um sistema de sinais característicos e específicos, no estudo em questão, o MatLab, – como representação semiótica – obter o registro numérico do objeto - resultado.

Vale ressaltar que todos os alunos inscritos na disciplina de Cálculo I (12 no total) estavam também inscritos na disciplina de Informática, sendo esses pertencentes ao primeiro período da grade curricular do curso de Engenharia Química.

Na disciplina de Informática, ao final do semestre, após ter sido desenvolvido todo o conteúdo, foi solicitado aos alunos que implementassem uma estrutura aplicada a uma outra disciplina, que pudesse ser verificada com a aplicação do software e comparada com os conhecimentos teóricos obtidos nessa segunda disciplina. Entre os diversos trabalhos podemos destacar a aplicação na Introdução à Engenharia Química, onde foi desenvolvida uma estrutura que realizava o equilíbrio de reações químicas e cálculo de limites e derivadas.

## 2 | REFERENCIAL TEÓRICO

Como metodologia, optamos pela Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS) proposta por Raymond Duval, que busca analisar a influência das representações dos objetos matemáticos, tendo em vista que buscamos trabalhar com diferentes representações de um objeto matemático. Dessa forma, acreditamos ser adequada para nossa proposta.

Almouloud e Henrique (2016, p. 246), definem a TRRS, como:

uma representação semiótica é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua *forma* no sistema *semiótica* e de outro lado, pela *referência* do objeto representado.

Nessa ótica são representações semióticas, entre outras, o enunciado de um problema escrito na língua materna, uma fórmula algébrica, o gráfico de uma função ou até mesmo uma forma geométrica, um conjunto de números, o algoritmo (Portugol), etc.

Partimos do princípio que para estudar fenômenos relativos ao conhecimento é necessário possuir uma noção de representação. Segundo Duval (2009), o conhecimento deve ter uma atividade de representação para que possa ser mobilizado pelo sujeito. Portanto, em Matemática, não podemos compreender se não é possível que consigamos efetuar uma distinção entre o objeto e sua representação.

A noção de representação surge, inicialmente com Piaget, quando em 1924-1926 apresentou seu estudo sobre a *Representação do Mundo da Criança*, que buscava estudar as crenças e as explicações das crianças relativas aos fenômenos naturais e psíquicos. Já em 1955-1960, a noção de representação, em especial, a representação interna ou computacional é citada pela primeira vez, quando a teoria é privilegiada em relação ao tratamento, por um sistema, formado pelas informações recebidas de tal modo a produzir um resultado adaptado. A representação é citada pela terceira vez, dezenas de anos após, já como representação semiótica. Duval diz que

a especificidade das representações semióticas consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações "equivalentes" em um outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza. (DUVAL, 2009)

Podemos dizer que, simplificada, consiste em modificar a forma com que um certo conhecimento está sendo representado. Tal fato ganhou grande importância no campo da Psicologia Cognitiva e na Didática.

Porém, essa modificação pode não ser tão simples assim. Duval (2009) destaca

obstáculos encontrados em sua análise, são elas:

- a) **Diversificação dos registros de representação semiótica:** a linguagem natural e as línguas simbólicas não podem formar um mesmo registro. Assim como os esquemas, as figuras geométricas, os gráficos ou as tabelas, por se tratar de sistemas de representações muito diferentes entre si, portanto, possuem requisitos de aprendizagens específicas.
- b) **Representante e representado:** está associada à compreensão do que cada representação representa e a possibilidade de poder associar, a ela, outras representações e de integrá-las nos procedimentos de tratamento.
- c) **Coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica disponíveis:** determina que somente o conhecimento de regras de correspondência entre dois sistemas semióticos diferentes não é suficiente para que eles possam ser mobilizados e utilizados juntos.

Outro item importante é diferenciar entre tratamento e conversões das representações. Podemos dizer que um tratamento é uma transformação realizada no mesmo registro, ou seja, tratamento de representação interna a um registro (utiliza apenas um registro de representação). Por exemplo, no Cálculo há um tratamento interno, ao substituir novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escritura. Exemplificando: a apresentação da função composta por duas ou mais funções, a representação da resposta de uma integral, dentre outros. A conversão é uma transformação que resulta na mudança de registro. Requer a coordenação dos registros no sujeito que o efetua. Segundo Duval (2009) as operações que designamos pelos termos "tradução", "ilustração", "transposição", "interpretação" são operações que fazem corresponder um registro dado em um outro registro em outro sistema. Essas coordenações são consequência do aprendizado conceitual.

Para este trabalho necessitamos transformar um algoritmo (registro computacional) em uma representação numérica. Nesse aspecto Duval (2009, p. 48) diz que:

as representações computacionais são todas aquelas cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objeto, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra. Essas representações traduzem a informação externa a um sistema sob uma forma que a deixa acessível, recuperável e combinável no interior desse sistema.

### 3 | DESENVOLVIMENTO

Para que se pudesse desenvolver adequadamente esse trabalho, a turma foi dividida em três grupos com quatro alunos cada. A cada grupo foi atribuído um tema (equilíbrio de reações químicas, cálculo de limites e derivas e cálculo da energia de ativação de uma reação química) e solicitado que efetuassem a estruturação

PORTUGOL e posteriormente testagem no software MATLAB.

Os grupos utilizavam os tempos de aula das disciplinas para eliminarem dúvidas e tempos extraclasse com assistência de um dos professores das disciplinas. Vale ressaltar aqui que o trabalho foi apresentado aos alunos no início do semestre, com o objetivo seria de, ao fim do semestre, apresentar um minicurso na Semana de Ciência e Tecnologia da Instituição, evento esse participante da 14ª Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, o qual o cujo tema era "A Matemática está em Tudo".

Na primeira parte de ambas as disciplinas (aproximadamente 2 meses) utilizou-se para fundamentar teoricamente os alunos de forma que pudessem conhecer o que era um PORTUGOL, ter conhecimento do software MATLAB e conceitos de limite e derivada.

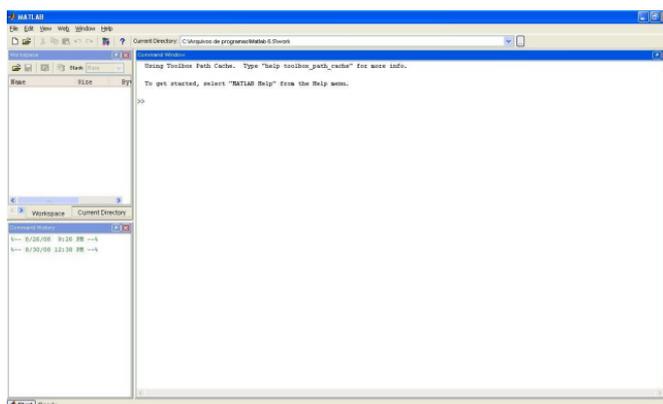


Figura 1- Interface do programa MATLAB - Apostila do Minicurso "Noções Básicas de Programação em MATLAB", elaborado e ministrado pelos bolsistas do PET Matemática da UFSM.

A figura 1 mostra a interface do programa a qual é o passo inicial para que o aluno possa se familiarizar com o software. Na figura 2, ele aprende os comandos e operações básicas.

Comando	Descrição
<b>abs(x)</b>	Valor absoluto ou módulo de um número complexo
<b>acos(x)</b>	Arco cosseno
<b>acosh(x)</b>	Arco cosseno hiperbólico
<b>angle(x)</b>	Ângulo de um número complexo
<b>asin(x)</b>	Arco seno
<b>asinh(x)</b>	Arco seno hiperbólico
<b>atan(x)</b>	Arco tangente
<b>atan2(x,y)</b>	Arco tangente em quatro quadrantes
<b>atanh(x)</b>	Arco tangente hiperbólica
<b>ceil(x)</b>	Arredondar para inteiro na direção de mais infinito
<b>conj(x)</b>	Conjugado complex
<b>cos(x)</b>	Cosseno
<b>cosh(x)</b>	Cosseno hiperbólico

Figura 2 - Exemplo de operações básicas - Apostila do Minicurso "Noções Básicas de Programação em MATLAB", elaborado e ministrado pelos bolsistas do PET Matemática da UFSM.

A interação com a disciplina Cálculo se deu através das ferramentas "zeros de funções" que permite ao MATLAB determinar os zeros da função a partir de um comando; o cálculo de máximo e mínimo de funções, também através da aplicação de comando, entre outros exemplos.

Selecionamos a seguir um dos trabalhos solicitados ao grupo. Trata-se do cálculo do valor da Energia de Ativação de uma reação química.

Em um sistema de reações químicas os reagentes tendem a colidir, ou seja, se chocarem para formar produtos. Esta colisão deve ser efetiva para que gere a energia necessária para iniciar a reação, denominada de energia de ativação, esta é a quantidade de energia necessária para que uma reação ocorra.

A velocidade da maioria das reações químicas aumenta à medida que a temperatura também aumenta. Svante August Arrhenius foi o primeiro cientista a reconhecer a dependência da constante de velocidade com a temperatura, através da expressão matemática

$$\ln k = \ln A - \frac{E_a}{RT} \quad k = A \cdot e^{-\frac{E_a}{RT}}$$

Onde:

- $k$  é a constante de velocidade;
- $A$  é conhecido como "constante de Arrhenius" ou "fator pré-exponencial";
- $E_a$  corresponde à "energia de ativação";
- $R$  é a constante dos gases ( $8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ );
- $T$  é a temperatura absoluta (Kelvin).

Questão proposta 1:

A velocidade de decomposição do  $\text{N}_2\text{O}_5$  foi estudada em uma série de temperaturas diferentes. Os seguintes valores de constante de velocidade foram encontrados:

Temperatura (K)	$k$ ( $\text{s}^{-1}$ )
273	$7,86 \times 10^{-7}$
298	$3,46 \times 10^{-5}$
308	$1,35 \times 10^{-4}$
318	$4,98 \times 10^{-4}$
328	$1,50 \times 10^{-3}$
338	$4,87 \times 10^{-3}$

Quadro 1 - Registro obtidos ao longo da experiência

Fonte: Atividade extraída do livro Química Geral, p. 659

Calcule o valor da energia de ativação para esta reação

Resolução apresentada por um grupo:

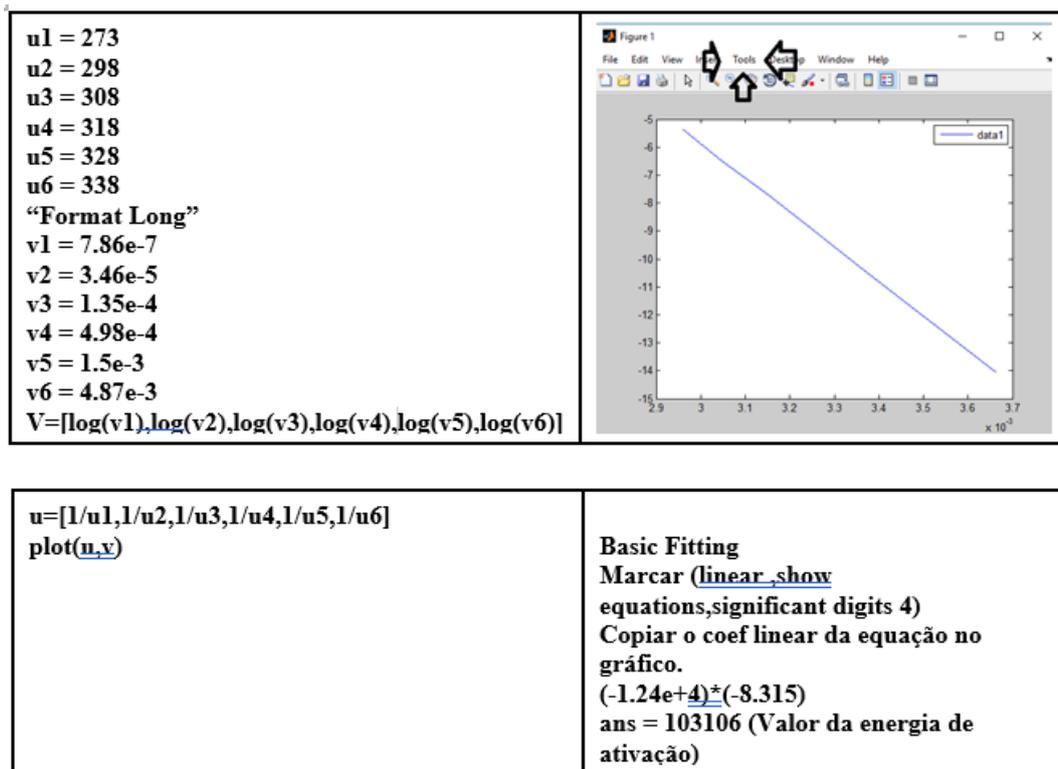


Figura 3 - Desenvolvimento apresentado pelo grupo 1.

Questão proposta 2:

Desenvolva uma estrutura organizada que permita calcular o limite de uma função e que dê a opção de integrá-la.

Resolução apresentada por um grupo:

```

disp('                                     #PROGRAMA PARA CALCULAR O LIMITE DA
FUNÇÃO#')
disp(' ');
disp(' ');
syms x
syms Limite
syms Limite_pela_esquerda
syms Limite_pela_direita
syms d
syms c
y=input('Entre com a equação => ');
a=input('O limite tende a => ');
Limite=(limit((y),x,a));
Limite_pela_esquerda=(limit((y),x,a,'left'));
Limite_pela_direita=(limit((y),x,a,'right'));
fprintf(' '),Limite
fprintf(' '),Limite_pela_esquerda
fprintf(' '),Limite_pela_direita
if Limite_pela_esquerda ~= Limite_pela_direita;
    fprintf('          -> ESSE LIMITE NÃO EXISTE <-          ')
    disp(' ')
end
disp('Deseja Derivar a função?');
var=input('Sim(1) ou Não(2) => ');
if var==1;
    disp(' ')
    disp(' ')
    n=input('Derivada em função de x ou y? ');
    Derivada =diff(y),n;
else var==2;
    disp(' ')
    disp('Pressione qualquer tecla para limpar a tela');
    pause
    clc
end
disp(' ')
disp(' ')
disp('Deseja Integrar? ');
var=input('Sim(1) ou Não(2) => ');
if var==1;

```

Figura 4 - Programa apresentado pelo grupo 3

Nas atividades acima, questões 1 e 2, o objetivo era fazer com que o aluno compreendesse o processo de construção dos conceitos de Cálculo, por meio da atividade de construção do algoritmo buscando a generalização dos processos, de forma a atender as variadas formas que o conceito possa aparecer. Essas atividades mobilizam os estudantes a aprender de acordo com fundamentação teórica flexionada pela abstração de um algoritmo.

O pensamento lógico da construção do algoritmo auxiliou na compreensão e resolução das atividades, sendo relacionados aos conhecimentos de cálculo diferencial, algoritmo e área de aplicação, conforme a primeira atividade. Os estudantes de engenharia possuem a necessidade de se atualizarem em diversos contextos da sociedade moderna. Sendo assim, a representação semiótica dos conceitos de Cálculo Diferencial através do pensamento computacional proporcionou aos estudantes, além de aquisição de conhecimento e habilidades, uma chance de atualização sobre os recursos tecnológicos disponíveis, tornando-os mais preparados para lidarem com os desafios da sociedade moderna em tempos de indústria 4.0.

O desenvolvimento dessas atividades proporcionou uma discussão sobre o desenvolvimento uso do pensamento computacional no ensino de cálculo diferencial,

com o intuito de sensibilizar para a importância de se investigar, propor e experimentar formas diferentes de representar os conceitos para uma melhor aquisição.

O pensamento computacional definiu competências e habilidades que se tornaram fundamentais para a compreensão dos conceitos de limites nas aulas de Cálculo I. Dessa forma, incorporar o pensamento computacional às aulas de Cálculo Diferencial sugere uma potencial sinergia que existe entre o conhecimento matemático e outras áreas do conhecimento, no caso da atividade de equilíbrio de equação química e cálculo de energia de ativação. Portanto, realizamos com as atividades um mapeamento que permitiu agrupar competências relacionadas ao ensino de Cálculo Diferencial, tais como:

- articulação de símbolos
- identificação de padrões e regularidades
- construção de modelos representativos e explicativos.

O agrupamento realizado permitiu identificar o uso das representações semióticas para o ensino de Cálculo Diferencial, pois, os grupos apresentaram lógicas de algoritmos diferentes para resolução do mesmo problema.

Observando os algoritmos dos grupos, verificamos diversos registros de representação semiótica utilizados, os quais permitiram identificar as diferentes formas de solucionar o problema, seja por meio do uso de equação algébrica, de tabela, ou mesmo, de recursos computacionais.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho permitiu a formação de uma reflexão em relação aos saberes matemáticos quanto à relação entre o que se representa e o que é representado a partir deste.

Através da teoria dos registros de representação de Duval, foi possível aprender que saber Matemática é saber conhecer quem é o objeto matemático nos mais diversos registros de representação, ou ainda, saber e converter esses registros.

Vale destacar que a partir da apresentação proposta do trabalho aos alunos, sujeitos desta pesquisa, com atividades que envolviam duas disciplinas e situações profissionais contextualizadas, a motivação para a sua realização superou as expectativas iniciais. Verificou-se que todos se empenharam em desenvolver os estudos e as atividades propostas com um único objetivo de apresentar a resolução correta.

Acreditamos que tal motivação se justifica pelos itens a seguir:

- Utilização de ferramentas computacionais;

- Proposta de solução de atividades correlatas ao desenvolvimento profissional;
- Interação com a disciplina de Cálculo que permitiu a solução de problemas inicialmente "complicados" sob a ótica discente.

A construção e análise de gráficos, o cálculo do máximo e mínimo e obtenção dos zeros de uma função ficaram facilitados com a utilização dessas ferramentas.

Dentre os alunos que participaram deste trabalho, 9 apresentaram rendimento satisfatório na disciplina de Cálculo, não necessitando de avaliação complementar para aprovação. Na disciplina de Informática, 11 alunos tiveram rendimento satisfatório sem a necessidade de avaliação complementar para a sua aprovação na disciplina.

Não foi efetuado um teste diagnóstico antes e após a conclusão do trabalho. Como sugestão para trabalhos futuros, tal prática poderia enriquecer a conclusão do trabalho, adicionado com novas atividades que possam ser conduzidas com encontros sequencias, trabalhando a resolução desses problemas através da utilização de ferramentas computacionais e a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S.; HENRIQUE, A., **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple**. *Revista Ciência & Educação*, Bauru, SP, V.22, n.2, p. 465-487, 2016. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v22n2/1516-7313-ciedu-22-02-0465.pdf>>. Acesso em: 03 de dezembro de 2017.

DUVAL, R., **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. p.37-38.

FREITAS, B.F.G., **Aprendendo a Programar Utilizando o MATLAB**. In: WORDPRESS. Blog Aprendendo a programar utilizando o Matlab. São Paulo. Disponível em: <<https://matlabifsp.wordpress.com/sobre/>>. Acesso em: 09 de abril de 2018.

MAIA, Daltamir Justino; BIANCHI, José Carlos A., **Química Geral: fundamentos**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

MENEZES, E. T.; SANTOS, T. Verbete transversalidade. *Dicionário Interativo da Educação Brasileira - Educabrazil*. São Paulo: Midiamix, 2001. Disponível em: <<http://www.educabrazil.com.br/transversalidade/>>. Acesso em: 03 de dez. 2017.

NASSER, L., SOUSA, G. & TORRACA, M., **Transição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, V, 2012, Petrópolis, RJ. *Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Petrópolis, RJ, SBEM, Petrópolis, RJ, 2012. 1 CD-ROM.

REZENDE, W. M., **O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica**. 2003. 450f. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

RUSSEL, John B., **Química Geral**, 2-ed, 2 vols. Traduzido por: Márcia Guekezian; Maria Cristina Ricci; Maria Elizabeth Brotto; Maria Olívia A. Mengod; Paulo César Pinheiro; Sonia Braunstein Faldini; Wagner José Saldanha. São Paulo: Makron, 1994. p.659.

SILVA, D. M.I. e HELMUTH, F., **Noções Básicas de Programação em MATLAB**. UFSC, Santa Maria, out. 2010. Disponível em: <[http://www.inf.ufsc.br/~bosco.sobral/ensino/ine5201/Apostila\\_MATLAB.pdf](http://www.inf.ufsc.br/~bosco.sobral/ensino/ine5201/Apostila_MATLAB.pdf)>. Acesso em: 18 de janeiro de 2018.

## PERCORRENDO USOS/SIGNIFICADOS DO QR CODE NO ENSINO DE MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL

Data de aceite: 06/02/2020

Data de submissão: 04/11/2019

### **Thayany Benesforte da Silva**

Secretaria de Estado de Educação, Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/3129272251483597>

### **Simone Maria Chalub Bandeira Bezerra**

Universidade Federal do Acre, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Doutora em Educação, Ciências e Matemática (REAMEC/UFMT/UEA/UFPA)

Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/2526434368355538>

### **Adriana dos Santos Lima**

Secretaria de Estado de Educação, Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/3992021570380418>

### **Anna Carla da Paz e Paes Montysuma**

Universidade Federal do Acre, Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/8268077369465991>

### **Denison Roberto Braña Bezerra**

Secretaria de Estado de Educação, Mestre em Educação (MED/UFAC)

Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/5999216255179129>

### **Ivanilce Bessa Santos Correia**

Universidade Federal do Acre, Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/0359053266291111>

### **Mário Sérgio Silva de Carvalho**

Universidade Federal do Acre, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/9030179328903622>

### **Mike Wendell Ramos Fernandes**

Graduando do Curso Bacharel em Engenharia Florestal – UFAC  
Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/5447438591952590>

### **Otavio Queiroz Carneiro**

Secretaria de Estado de Educação, Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/7024811911810096>

### **Suliany Victoria Ferreira Moura**

Secretaria de Estado de Educação, Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre

CV: <http://lattes.cnpq.br/0747152017122177>

### **Vilma Luísa Siegloch Barros**

Instituto Federal do Acre, Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM/UFAC). Rio Branco – Acre.

CV: <http://lattes.cnpq.br/9336804685161682>

**RESUMO:** O presente estudo objetiva-se percorrer usos/significados do *QR CODE* no ensino de Matemática em contextos formativos da Educação Básica e na Formação de Professores de Matemática da Universidade Federal do Acre - UFAC. Busca-se explorar situações de ensino com atividades relacionadas ao cotidiano dos alunos em formação, com o intuito de possibilitar um outro olhar para esses conceitos, com a intervenção de uma tecnologia móvel. O *QR CODE*, ou código QR (*Quick Response*), é utilizado para armazenar informações dos mais variados produtos, serviços, que depois são direcionadas para um site, vídeo, entre outros. A intenção inicial foi possibilitar aos professores em formação inicial, as várias formas de utilizar o *QR CODE* visando possibilitar uma outra forma de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos com o uso desse recurso. Dessa forma o *QR CODE* deverá ser baixado no celular e a ideia seria direcionar o estudante para um *link* contendo vídeos educativos sobre determinado assunto. Trata-se de uma abordagem qualitativa de pesquisa, em que se faz uso da terapia desconstrucionista como atitude metódica, tendo como idealizadores Wittgenstein (1999), Derrida (1991) e outros pesquisadores como Bezerra (2016) e Bezerra e Moura (2015, 2014) procurando significar a Matemática nas Práticas Culturais que dela participam. A pesquisa iniciada em 2019 no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática (MPECIM) que traz alusão na terapia filosófica wittgensteiniana e na desconstrução derridiana, com o intuito de ampliar o aporte de significação dos usos/significados da “Matemática”, problematizando seus usos e significados em práticas decorrentes do uso do *QR CODE*. Acreditamos que as atividades propostas possibilitem uma ressignificação das aulas de Matemática e sirvam de motivação aos alunos para o aprendizado dessa disciplina.

**PALAVRAS-CHAVE:** *QR Code*. Formação Inicial. Usos/Significados. Exploração de Conceitos Matemáticos.

## CURRENT USES / MEANINGS OF QR CODE IN MATH TEACHING IN INITIAL FORMATION

**ABSTRACT:** The present study aims to study the uses / meanings of QR CODE in mathematics teaching in formative contexts of Basic Education and in the training of mathematics teachers at the Federal University of Acre - UFAC. We seek to explore teaching situations with activities related to the daily lives of students in training, in order to enable another look at these concepts, with the intervention of a mobile technology. The *QR CODE*, or QR code (Quick Response), is used to store information of various products, services, which are then directed to a website, video, among others. The initial intention was to enable teachers in initial training, the various ways to use the QR CODE aiming to enable another form of teaching and learning mathematical concepts with the use of this resource. Thus the QR CODE should be downloaded on the mobile phone and the idea would be to direct the student to a link containing educational videos on a particular subject. This is a qualitative research approach, in which deconstructionist therapy is used as a methodical attitude, having as its creators Wittgenstein (1999), Derrida (1991) and other researchers such as Bezerra (2016) and

Bezerra e Moura (2015, 2014) trying to mean mathematics in the cultural practices that participate in it. The research started in 2019 at the Professional Master's Degree in Science and Mathematics Teaching (MPECIM), which alludes to Wittgensteinian philosophical therapy and Derridean deconstruction, in order to broaden the meaning of the uses / meanings of "Mathematics", problematizing its uses. and meanings in practices arising from the use of *QR CODE*. We believe that the proposed activities allow a resignification of mathematics classes and serve as motivation for students to learn this subject.

**KEYWORDS:** *QR Code*. Initial formation. Uses / Meanings. Exploration of Mathematical Concepts.

## 1 | INTRODUÇÃO

Atualmente estamos vivenciando a entrada de uma era *pós-moderna* onde os sistemas interativos e digitais estão se atualizando constantemente. Analisando essa situação, é importante dentro da sala de aula, possibilitarmos o uso de tecnologias móveis como ferramenta no auxílio de atividades produzidas e vivenciadas pelos professores em formação inicial de Matemática e em outras áreas de conhecimento como possibilidade de uma outra forma de ver esse ensino.

Alguns autores preferem nomear esse paradigma de "pós-modernos" ou mesmo "pós – racionalista", uma vez que o termo "construtivismo" já possui inúmeras significações em vários contextos, como na arte, na literatura e na economia – para citar apenas alguns (APPOLINÁRIO, 2012, p. 40).

Considerando a dificuldade na qual alguns professores enfrentam com determinados discentes, no quesito produtividade, rendimentos e índices satisfatórios de aproveitamento escolar, entendemos que seria válido, entrarmos com um projeto piloto introduzindo uma tecnologia móvel – pouco usada atualmente, porém que vem ganhando seu espaço na mídia e por que não em sala de aula com a finalidade de ampliar o campo de significação do tema abordado.

Partindo desse princípio, e sabendo que nossos alunos em Formação Inicial do Curso de Licenciatura em Matemática, serão os futuros professores das Escolas de Ensino Fundamental e Médio e onde os alunos possuem um contato frequente com *Smartphones*, acreditamos que a implementação dessa ferramenta tecnológica servirá de auxílio aos professores que a utilizarem, pois se trata de uma tendência nova e se espera que a mesma, de alguma forma, possa ser compreendida e significada no uso em momentos de atividades conforme preconiza Wittgenstein (1999), ao se referir que "o significado de uma palavra é seu uso na linguagem". Dessa forma, o *QR CODE* passa a ser compreendido como mais uma linguagem que ao ser compreendida possibilitará o aprendizado de conceitos matemáticos diversos.

A atividade aqui descrita contará com alunos da Formação Inicial de Matemática (30 discentes). Inicialmente explicaremos os passos para a instalação do aplicativo leitor de *QR CODE* e, como fazemos a emissão dele através de um computador, *laptop*, *notebook*, *tablets*, entre outros tipos de máquinas destinadas ao processamento de dados.

Em seguida disponibilizamos uma atividade referente ao uso do Código 2D no ensino de Matemática, também ministrada durante a disciplina. Importante dizer que essas atividades têm rastros na tese de Bezerra (2016) intitulada, “*Percorrendo Usos/ Significados da Matemática na Problematização de Práticas Culturais na Formação Inicial de professores*” em que fui sujeito da pesquisa, na época em andamento.

Acreditamos que as atividades propostas possibilitem uma ressignificação das aulas e como consequência da utilização desta ferramenta, uma melhora dos índices educacionais, mais interesse dos estudantes e principalmente progresso na qualidade do aprendizado da Matemática.

## 2 | UMA BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO

A pesquisa teve início no ano de 2016, durante a minha graduação no Curso de Licenciatura em Matemática, precisamente cursando a disciplina de Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa I, turno vespertino. Observamos a dificuldade de determinados professores, relacionado a compreensão do conteúdo pelos alunos do curso de Matemática, da Universidade Federal do Acre – UFAC, referente as matérias específicas que envolvem cálculos como: Cálculo I, Análise Real, entre outras. Entendemos a partir daí que existem maneiras nas quais essas matérias sejam ministradas de forma a uma melhor compreensão de seus conceitos se possibilitarmos a inclusão de outras ferramentas que promovam o ensino e aprendizagem da mesma.

Passei a investigar a temática em sites de eventos e encontrei dois artigos relacionados ao tema, de Bezerra e Moura (2015) e Bezerra e Moura (2014) em ambos os artigos as autoras utilizaram o *QR CODE* em Práticas Matemáticas na Formação Inicial.

A partir dessas investigações e observações, encontramos algumas questões que nos intrigaram, motivando-nos assim a encontrarmos as respostas. Uma questão que foi muito pertinente e que nos incomodou bastante foi a seguinte: *De que maneira poderíamos utilizar esta ferramenta tecnológica, visando auxiliar os professores em formação inicial nas atividades de ensino e a aprendizagem dos vários conceitos matemáticos?*

Daí mais uma pergunta nos veio à cabeça: *Como poderíamos inserir uma ferramenta tecnológica junto a essas atividades, sendo que os professores não*

*sabem ao menos que ferramenta é essa?*

Então, refletindo essas questões, percebemos a necessidade da implementação de algum conteúdo produzido por nós sobre o assunto. A seguir teremos algumas informações básicas sobre o *QR CODE* e suas características.

### 3 | CONHECENDO O “CÓDIGO DE RESPOSTA RÁPIDA”

O *QR CODE*, em inglês *Quick Response*, traduzido para o português “*Resposta Rápida*”, é um código 2D criado em meados do ano de 1994 em uma empresa Japonesa, com intuito de identificação de peças automobilísticas.

Sua aparência difere dos demais códigos existentes, como por exemplo o código de barras, ele tem um aspecto de forma quadrada, geralmente está em preto e branco (Vide Figura 01), porém vale ressaltar que já há alguns estudos sobre o *QR Code Colors*, que seria a sua versão colorida.

Dentre os estudos do *QR Code Colors* podemos citar a dissertação do Sousa (2016, p. 5) que apresenta em seu texto dissertativo “a importância dos códigos em nossa vida diária, especialmente o código de barras e o código QR”.

Bezerra (2016, p. 182 – 199) traz em sua tese de doutoramento um diálogo intitulado “*Problematizando o uso do QR CODE*”, em que através da cena criada vem mostrando como conheceu o código através de suas participações em eventos e como passou a aplicar em suas aulas de Prática de Ensino de Matemática e Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa na Formação Inicial de Professores de Matemática para esclarecer alguns conceitos matemáticos que alunos sentiam dificuldades. Além de atividades práticas diárias, como os boletos de supermercados e encaminhá-los a vídeos de educadores matemáticos.

O *QR CODE* é utilizado para anexar arquivos de áudio, vídeo, texto, entre outros nos quais podem ser lidos através de câmeras fotográficas de celulares ou *smartphones* que a tenham e, que tenham também o aplicativo leitor do mesmo.

Apesar de ser uma ferramenta ainda pouco utilizada pela falta de conhecimento sobre ela, o *QR CODE* vem ganhando seu espaço. Podemos encontrá-lo em diversos lugares como por exemplo, nas notas de supermercados entregues ao final de cada compra, nela contém os valores do produtos e tributos que o consumidor pagou no ato da compra; encontramos também nas embalagens e etiquetas de alguns produtos, geralmente quando são produtos comestíveis, identificamos os QR’s e fazemos a leitura, onde a partir disso, em geral, somos redirecionados ao site da marca do produto onde podemos encontrar todos os outros pertencentes a mesma marca.

Ao olhar para a imagem da figura 01 abaixo descrita nos vem a pergunta. O que esse Qr Code significa? Como também nos vem à tona um educador matemático

que nos diz que “ O professor precisa estar “consciente de que todo por quê? Exige dele conhecimento sobre como ensiná-lo” (LORENZATO, 2010, P. 98). Veja a seguir um desses usos do *QR CODE*.



<https://www.todamateria.com.br/equacao-do-primeir>

**TodaMatéria** MENU

Busque um tema

MATEMÁTICA > ÁLGEBRA

## Equação do Primeiro Grau

 **Rosimar Gouveia**  
Professora de Matemática e Física

As equações de primeiro grau são sentenças matemáticas que estabelecem relações de igualdade entre termos conhecidos e desconhecidos, representadas sob a forma:

$$ax+b = 0$$

Figura 01 - *QR CODE* contendo uma página da *internet* com o Conteúdo Matemático

Fonte: Pesquisadora, 2018.

Alguns Bancos já aderiram os pagamentos de compras através dos *QR CODES*, Banco do Brasil e Bradesco são exemplos disso. Mais como se trata de uma ferramenta tecnológica que funciona como mediação para algo, ainda é pouco utilizado, por falta de conhecimento sobre a tecnologia esse é um dos meus palpites da não utilização. A seguir teremos uma breve descrição de como fazer a leitura de um Código 2D.

#### 4 | APLICATIVOS LEITORES DE QR CODES VERSUS SISTEMA OPERACIONAL

A busca por leitores de *QR CODE* são intensas, e por conta disso, há uma variedade imensa de aplicativos disponíveis para baixar, que se dão de acordo com o sistema do seu celular e, por meio dos respectivos aplicativos responsáveis.

A leitura dos QR's, são feitas por smartphones que contém uma câmera fotográfica traseira e um aplicativo baixado no celular ou algum leitor de códigos 2D que já venha nas configurações iniciais dos aparelhos.

Para os Smartphones com o sistema operacional Android – alguns exemplos de modelos são: Samsung, Motorola, LG, Asus, Nokia, entre outros – encontraram os aplicativos leitores através do *play store* e, para os aparelhos que possuem o

iOS (iPhone OS: sistema operacional móvel da Apple), como exemplo por exemplo o iPhone, os aplicativos a serem baixados serão encontrados no *App Store*. (Vide Figura 02).

Desenvolvido pela Google, o *playstore* é um aplicativo que vem nas configurações iniciais dos aparelhos com o sistema operacional Android e serve como distribuição de dados e conteúdos de cunho digital. Já o *App Store* é a loja oficial de aplicativos desenvolvido pela Apple, os conteúdos estão disponíveis apenas por meio dele. Disponível apenas em aparelhos com o iOS.

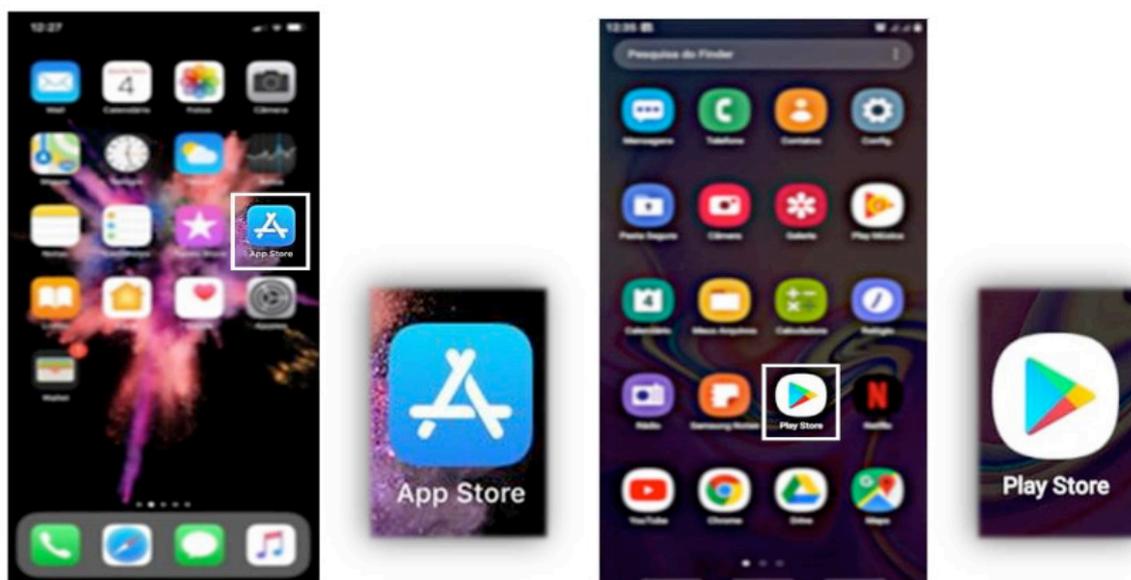


Figura 02: Print (imagem da tela) dos smartphones com destaque nos aplicativos, de um lado: sistema iOS modelo: iPhone XR e do outro sistema Android modelo: Samsung j6 Plus

Fonte: Everton Reis e Autora, 2019.

## 5 | TUTORIAL: COMO BAIXAR APLICATIVOS LEITORES DE QR CODE

Construímos a seguir, um tutorial básico para que possamos baixar em nossos *smartphones*, um ou vários – dependendo da sua necessidade ou gosto – leitores de *QR CODE*. Separamos também, uma lista contendo os aplicativos disponíveis que são gratuitos, simples porem eficientes na leitura dos códigos 2D.

1º Passo: Identificar o sistema operacional do seu celular e respectivamente qual o meio de distribuição virtual (App Store ou Play Store) que irá selecionar.

2º Passo: Após a identificação, na barra de pesquisas digite: “leitor e gerador de *Qr Code*” e pesquise. (Vide Figura 03)

Utilizaremos o sistema Android para fazer o restante do tutorial

3º Passo: Após a pesquisa, iram notar que existe uma grande variedade de aplicativos disponíveis. Particularmente, no sistema Android escolhi o aplicativo: QR Code Reader, após a escolha do aplicativo de seu interesse selecione-o e faça a instalação dele.

4º Passo: Após a instalação, a utilização é simples. Abra o aplicativo leitor de *QR CODE* baixado e aponte a câmera para um código 2D escolhido, e ele automaticamente fará a leitura do mesmo.

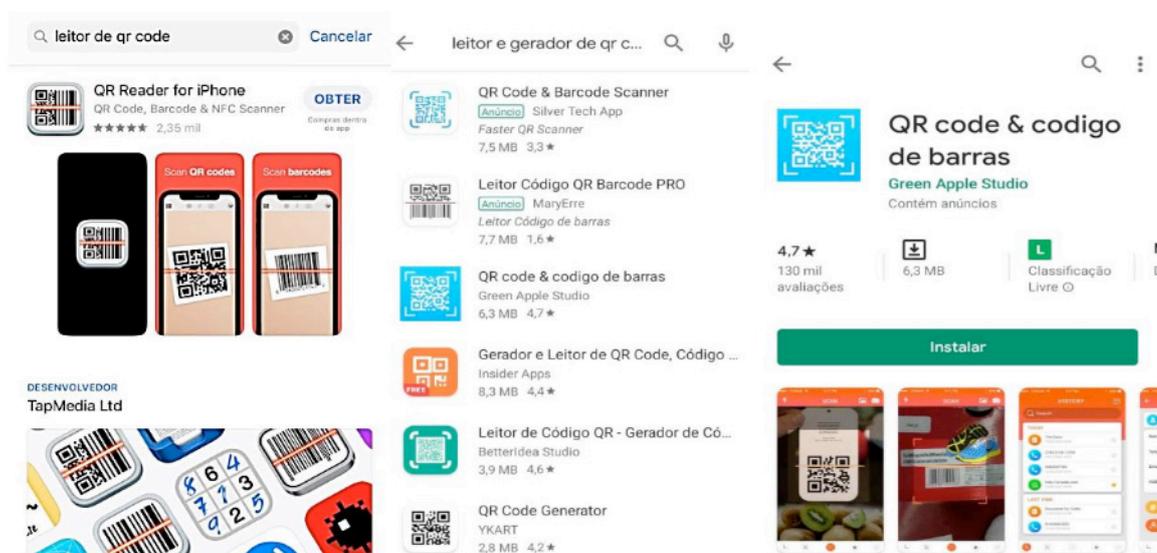


Figura 03 - Pesquisa no *Play Store*, pesquisa no *AppStore* e identificação do aplicativo: QR Code & código de barras

Fonte: Autora, 2019.

Esses e outros aplicativos são utilizados para a leitura do *QR CODE*, porém tudo é questão de precisão ou gosto. Como visto anteriormente, há uma variedade de escolha, então, fizemos uma pequena lista de alguns aplicativos leitores, gratuitos e disponíveis nas lojas de distribuições do seu aparelho:

- ✓ QR Code & código de barras
- ✓ Barcode Scanner
- ✓ I-Nigma
- ✓ Scan Life
- ✓ QR Barcode Scanner

## 6 | GERANDO CÓDIGOS 2D

Há também inúmeros sites que fazem a emissão de códigos, porém a maioria deles cobra por esses ou outros serviços a mais que disponibilizam. A emissão de *QR CODES* pode se dar de forma gratuita através de alguns sites existentes na internet e pelo celular. Abaixo temos uma pequena lista desses sites que podemos utilizar para fazer gerar códigos 2D de maneira rápida e fácil.

- ✓ <http://mqr.kr>

- ✓ <http://goqr.me>
- ✓ <http://qrcode.kaywa.com>
- ✓ <http://app.qreateandtrack.com>

Dessa vez optaremos por fazer um mini tutorial de como gerar pelo computador.

1º Passo: Acesse seu navegador (Internet Explore, Google Chrome, Mozilla Firefox, entre outros) no site <http://mqr.kr>;

2º Passo: Escolha a opção que você quer criar e selecione, no nosso caso click na opção: “Texto formatado livre”; (Vide Figura 04)

3º Passo: No campo específico escreva: “Gerador de QR Code”;



Figura 04 - Página inicial do site <http://mqr.kr>

Fonte: Autora, 2019.

4º Passo: selecione uma “configuração rápida” ou click em “mostrar” para alterar o aspecto físico do QR Code final; (Vide Figura 05).



Figura 05 - Página com QR CODE já gerado

Fonte: Autora, 2019.

5º Passo: Ao final click “Gerar”, daí selecione o link do arquivo ou se preferir, baixe a imagem no formato desejado.

Ao fixar o olhar para a imagem nos vem à tona uma das características do pensamento Derridiano (1991) em que “a escritura é repetível”. E conforme Bezerra (2016, p. 190) “o que distingue a linguagem (como extensão da escrita) é a sua citacionalidade: ela pode ser sempre retirada de um determinado contexto e inserida em um contexto diferente.

## 7 | UMA IDEIA DE COMO USAR O QR CODE

Separamos uma atividade que foi feita no ano de 2016, na turma do curso de Matemática, cursando a disciplina de Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa I, vespertino.

Estávamos trabalhando o assunto: Regra de Três simples, encontramos um meio de unir uma situação do cotidiano envolvendo o *QR CODE* e que poderíamos trazer uma situação de regra de três.

Um dos nossos objetivos foi associar o que mais interessava os adolescentes nesta fase da vida – *a internet* – com os conteúdos matemáticos, tendo também a oportunidade de associar a situação cultural, que no caso são os valores dos produtos no mercado.

Aplicamos o tutorial de como baixar o aplicativo leitor com os acadêmicos e por fim fizemos uma atividade através da leitura do código de uma nota de supermercado.

**Atividade Proposta:** Quando vamos ao supermercado e compramos alguns produtos, recebemos dos operadores de caixa uma nota fiscal chamada: “DANFE NFC-e – Documento auxiliar da nota fiscal de consumidor Eletrônica”, ao final temos um *QR Code*. Ao consultarmos por meio da leitura do *QR Code* que está na nota, somos redirecionados a uma página na internet com informações mais precisas emitidas pela Secretaria de Estado da Fazenda, onde mostram os produtos comprados, a quantidade de produtos, os tributos pagos ao final das compras, entre outras informações sobre a compra feita. (Vide Figura 06).

Ao fazermos a leitura do QR, identificamos o valor dos tributos e surgiu se uma pergunta, qual o percentual pago pelo usuário na compra efetivada?

Partindo dessa pergunta, decidimos utilizar a regra de três para resolução da atividade, segue o passo a passo da resolução da atividade.

**ACDA IMPORTAÇÃO E EXPORTAÇÃO LTDA**  
 CNPJ: 04.308.889/0001-84  
 ISAIARA PARENTE, 722 - ISAIARA PARENTE - RIO BRANCO - AC

Documento Auxiliar da Nota Fiscal de Consumidor Eletrônica

Detalhe Pedido

ITEM	COD.	DESC.	QTD.	UN.	VL UNIT	ST	VL ITEM
001	00000000003902	PAO DOCE ESPEC	0,246KG	X 14,90	17,004		3,66
002	07894900011715	REF COCA COLA 10N F1					3,49
003	00000000021890	CUECA VIRADA X	0,162KG	X 9,90	17,004		1,60
QTD. TOTAL DE ITENS							3
VALOR TOTAL							R\$ 8,75
VALOR A PAGAR							R\$ 8,75
Dinheiro							R\$ 10,00
TROCO							R\$ 1,25

Numero 00018470 Serie 121 Emissao 30/08/2016 16:26:11  
 Via Consumidor  
 Consulta pelo chave de acesso em  
<http://sefaznet.ac.gov.br/nfce>  
 1216 0884 3089 8000 0184 6512 1000 0184 7013 0162 6104  
 CONSUMIDOR NÃO IDENTIFICADO

Prot. Autorizacao: 312160016088089 30/08/16 16:26:15  
 Tributos Incid. Lei Federal 12.741/12 - R\$ 2,91  
 Tributos do cupom R\$ 2,91 (33,26%)  
 N:02744 0:013717 E:027591-000148 ON  
 30/08/2016 L1:00001 PDU:121 COD:027591 Visual Mix

**NFC-e**

ACDA IMPORTAÇÃO E EXPORTAÇÃO LTDA  
 CNPJ: 04.308.889/0001-84 IE: 06.000.13.70/m-18  
 ISAIARA PARENTE, 722, ISAIARA PARENTE, RIO BRANCO/AC

**DANFE NFC-e Documento Auxiliar da Nota Fiscal Eletrônica para Consumidor Final**  
 NFC-e não permite aproveitamento de crédito de ICMS

Código	Descrição	Qtd	Un	Vlun	VlTributo	VlTotal
124110	PAO DOCE ESPEC	0,246	kg	R\$ 14,90	R\$ 0,26	R\$ 3,66
1007620	REF COCA COLA	1,0	un	R\$ 3,49	R\$ 0,00	R\$ 3,49
124790	CUECA VIRADA K	0,162	kg	R\$ 9,90	R\$ 0,11	R\$ 1,60

QUANTIDADE DE PRODUTOS 1,403  
 VALOR TOTAL R\$ 8,75

FORMA DE PAGAMENTO Dinheiro VALOR PAGO R\$ 8,75  
 Valor Total de Tributos (Lei 12.741/12) R\$ R\$ 0,37

**EMISSÃO: NORMAL**

**Número: 18470 Série: 121** Data de emissão: 30-08-2016 16:26 - 05:00 - Via Consumidor  
 Consulte a chave de acesso em: [www.sefaznet.ac.gov.br/nfce/consulta](http://www.sefaznet.ac.gov.br/nfce/consulta)

**CHAVE DE ACESSO**  
**1216 0884 3089 8000 0184 6512 1000 0184 7013 0162 6104**

Consumidor: -  
 -.-.-/-

Protocolo de autorizacao: 312160016088089  
 Data / Hora: 30-08-2016 16:26 - 05:00

Figura 06 - Documento Auxiliar da Nota Fiscal de Consumidor Eletrônica (DANFE NFC-E), documento gerado após a consulta via *QR CODE*

Fonte: Material produzido pela autora durante a disciplina *Estágio Supervisionado na Extensão e na Pesquisa I*, 2016.

1º Passo: O valor final da compra foi de R\$ 8,75, e o valor total dos tributos identificados na nota foram R\$ 0,37, ou seja, armemos a conta da seguinte forma. R\$ 8,75 equivale a 100% e R\$ 0,37 é o valor que vamos identificar, temos então o

esquema abaixo:

R\$	%
8,75 -----	100
0,37 -----	X

2º Passo: As grandezas são diretamente proporcionais, portanto, classificamos como uma Regra de Três Simples, fazemos então a multiplicação “cruzada”.

R\$	%
8,75	100
0,37	X

3º Passo: Após a multiplicação temos o seguinte esquema, seguindo resolvendo obteremos o resultado do percentual de tributos da nota.

$$\begin{aligned}8,75 \cdot X &= 0,37 \cdot 100 \\8,75 \cdot X &= 37 \\X &= \frac{37}{8,75} \\X &= 4,22 \%\end{aligned}$$

Percebe-se que o valor percentual de tributos corresponde a 4,22%.

## 8 | CONCLUSÃO

Na aplicação da atividade citada no decorrer do texto, tivemos uma boa aprovação dos acadêmicos em relação a utilização da ferramenta tecnológica. É interessante frisar as várias utilidades no ensino, por consequência do uso do *QR CODE* pois ele permite anexar listas de exercícios, artigos científicos, vídeos educativos, anais de eventos e outras utilidades que flexibilizem o entendimento das matérias ministradas.

Ainda encontramos uma dificuldade real na sala de aula, devido a algumas gestões de escolas que não permitem a utilização dos celulares nas salas de aula, e entendemos que dessa maneira, utilizaremos esta ferramenta como benefício para todos, tanto professores, como alunos e a própria escola. Os alunos terão mais interesse nas aulas por se tratar de um recurso didático diferente dos demais.

Entendemos que cada um receberá da sua maneira única, o aprendizado por meio da utilização do *QR CODE* e, acreditamos também que esta tecnologia pode ser utilizada pelas outras disciplinas de ensino, pois se trata de uma ferramenta de fácil manuseio, onde na maioria das vezes a sua utilização se dá de forma gratuita podendo assim, elevar o nível das aulas e consequentemente do aprendizado.

## REFERÊNCIAS

APPOLINÁRIO, F. **Metodologia da Ciência: Filosofia e Prática da Pesquisa**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012.

BEZERRA, S. M. C. B. **Percorrendo usos/significados da matemática na problematização de práticas culturais na formação inicial de professores**. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática). Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2016.

BEZERRA, S. M. C. B.; MOURA, A. R. L. de. Problematização de Práticas Culturais na atividade docente numa perspectiva de tendências de Educação Matemática. *In: Simpósio Linguagens e Identidades da/na Amazônia Sul-Ocidental*, 9., 2015, Rio Branco. **Anais...** Editora da Ufac – Edufac, 2015, p. 1239 - 1249. 1 CD-ROM.

BEZERRA, S. M. C. B.; MOURA, A. R. L. de. Problematização de Práticas Culturais na Formação Inicial de Matemática à luz da Terapia Wittgensteiniana. *In: Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino*, 7., 2014, Rio Branco. **Caderno de resumos...** Fortaleza: EDUECE, 2014, p. 192.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2010.

SOUSA, Deivison Porto de. **Dos hieróglifos ao QR code: códigos como ferramenta na sala de aula**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista - BA, 2016.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999. (Coleção Os pensadores).

## GEOMETRIA DO SOFTWARE GEOGEBRA EM CÁLCULO DIFERENCIAL

Data de aceite: 06/02/2020

### Rosângela Teixeira Guedes

Universidade Tecnológica Federal do Paraná,  
Cornélio Procópio, Departamento de Matemática,  
Cornélio Procópio, UTFPR, rtguedes@utfpr.edu.br

**RESUMO:** O objetivo desta pesquisa é apresentar atividades e análise dos conteúdos da disciplina de Cálculo Diferencial do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná do Câmpus de Cornélio Procópio (UTFPR-CP). A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral é base para importantes aplicações científicas e tecnológicas na maioria dos campos das ciências pura e aplicada e no entanto, mas nota-se que os alunos apresentam dificuldades no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina, o que acarreta em um alto índice de reprovações e evasões em cursos de graduação. Pensando nisto, a professora que ministrou a disciplina de Cálculo Diferencial no segundo semestre de 2017 e primeiro semestre de 2018, propôs um Projeto de Extensão, que começou em outubro de 2017 e ainda está em andamento, pautado em construções e animações no Software Geogebra como possibilidade de aprendizagem. Os alunos participantes do Projeto são alunos que estavam cursando ou já haviam cursado a

disciplina de Cálculo Diferencial. A metodologia empregada foi análise, construção e animação dos conteúdos de Cálculo Diferencial no Software Geogebra, e os reuniões semanais para o desenvolvimento das atividades no Laboratório de Informática da Matemática (LIM) da UTFPR-CP.

**PALAVRAS-CHAVE:** Álgebra; Aprendizagem; Cálculo Diferencial; Geogebra; Geometria.

### 1 | INTRODUÇÃO

No ambiente educacional uma das grandes buscas dos docentes em relação aos alunos é a aprendizagem. Este processo é complexo, uma vez que o aprender acaba sendo um conjunto de ações, na qual o indivíduo adquire informações, expande as ideias e conceitos, constrói novos significados, para assim utilizar esse conhecimento na resolução de problemas da vida cotidiana. Na busca de estratégias para compreender as interfaces do processo de ensino e aprendizagem muitos estudiosos têm se dedicado sobre diferentes perspectivas e dentre elas encontra-se a inserção de situações onde o aluno sintasse motivado a aprender, aproximando os conceitos às situações vivenciadas no cotidiano, tornando a aprendizagem mais

relevante e significativa ao aluno. Sendo assim, é possível perceber em encontros e eventos científicos de Educação Matemática que existe, por parte dos professores, uma busca e interesse por materiais, recursos e atividades diversificadas que tornem suas aulas mais atrativas aos olhos dos alunos.

A introdução da Informática na Educação, segundo a proposta de mudança pedagógica, exige formação bastante ampla e profunda dos educadores. Não se trata de criar condições para o professor simplesmente dominar o computador ou o software, mas sim, auxiliá-lo a desenvolver conhecimento sobre o próprio conteúdo e sobre como o computador pode ser integrado no desenvolvimento desse conteúdo. Nesse enfoque, a questão da formação do professor mostra-se de fundamental importância no processo de introdução da Informática na Educação, exigindo soluções inovadoras e novas abordagens que fundamentem os cursos de formação (VALENTE, 2005).

As disciplinas de Matemática são consideradas pelos alunos, mesmo por aqueles que frequentam cursos da área de ciências exatas, como sendo as mais difíceis de suas grades curriculares e, como consequência desta dificuldade, são elas as que geram maiores índices de reprovação. Em particular, nas Universidades, a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, propostas nos primeiros e segundos semestres dos cursos tem sido a principal protagonista desses elevados índices de reprovações e evasões estudantis. No entanto, observa-se que o ensino da matemática tem enfrentado dificuldades no que diz respeito ao seu ensino/aprendizagem. Encontra-se, na literatura, estudos que buscam entender as razões dessas dificuldades e, ao mesmo tempo, encontrar alternativas que possam contribuir para a aprendizagem dos conteúdos estudados nessas disciplinas (CURY, 2006; FERREIRA & BRUMATTI, 2009 e SILVA & FERREIRA, 2009).

As dificuldades tornam-se bastante visíveis pela referida disciplina, por apresentar um alto grau de abstração e necessidade de representações gráficas e/ou algébricas, motivos esses considerados pelos acadêmicos como sendo difíceis. Dessa maneira, desenvolveu-se nesse Projeto de Extensão a utilização do conceito matemático ligado à tecnologia do Software Geogebra, com o objetivo de auxiliar os acadêmicos na compreensão dos principais conteúdos da disciplina de Cálculo Diferencial, abordando os principais conceitos de funções, limites, derivadas de função de uma única variável real e suas representações gráficas.

## 2 | REFERENCIAL TEÓRICO

A utilização de novas tecnologias como os *softwares* educacionais podem auxiliar na solução de problemas encontrados no âmbito educacional desde o ensino fundamental ao superior. Os *softwares* matemáticos são apresentados como

uma nova proposta pedagógica, utilizados para a motivação da aprendizagem e a participação mais ativa do aluno. O *Geogebra* é um *software* matemático livre, desenvolvido por Markus Hohenwarter no início de 2001 na *University of Salzburg*, na Áustria, para ser utilizado em ambiente de sala de aula, tendo continuidade na *Florida Atlantic University*.

Pelo *Geogebra* se tratar de um *software* livre, os colaboradores podem realizar alterações em seus códigos fontes atualizando ou acrescentando novas ferramentas, a fim de disponibilizarem melhoramentos a todos que o utilizem.

O Cálculo Diferencial e Integral foi desenvolvido por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) e por Isaac Newton (1643-1727). O Cálculo Diferencial e Integral tem importância nas diversas ciências, tais como, na matemática pura e aplicada, química, física, engenharias.

O estudante de Cálculo Diferencial e Integral deve ter um conhecimento em certas áreas da matemática, como funções (modular, exponencial, logarítmica, par, ímpar, afim e segundo grau, por exemplo), trigonometria, polinômios, geometria plana, espacial e analítica).

### 3 | PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia empregada foi de reuniões semanais realizadas no Laboratório de Informática da matemática (LIM) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná na cidade de Cornélio Procópio (UTFPR-CP), sendo os participantes, alunos que estavam cursando a disciplina de Cálculo Diferencial no segundo semestre de 2017, novos alunos entraram no Projeto no primeiro semestre de 2018 e alguns que já cursaram a disciplina em outros períodos, e a professora coordenadora do Projeto é a mesma da disciplina.

Nessas reuniões desenvolveu-se atividades do conteúdo de Cálculo Diferencial utilizando o *Geogebra*. Após a construção geométrica e animação das atividades, eram feitas análises e discussões dos resultados. Em seguida, fazia-se as formalizações da definição, teoremas e resultados matemáticos desta disciplina.

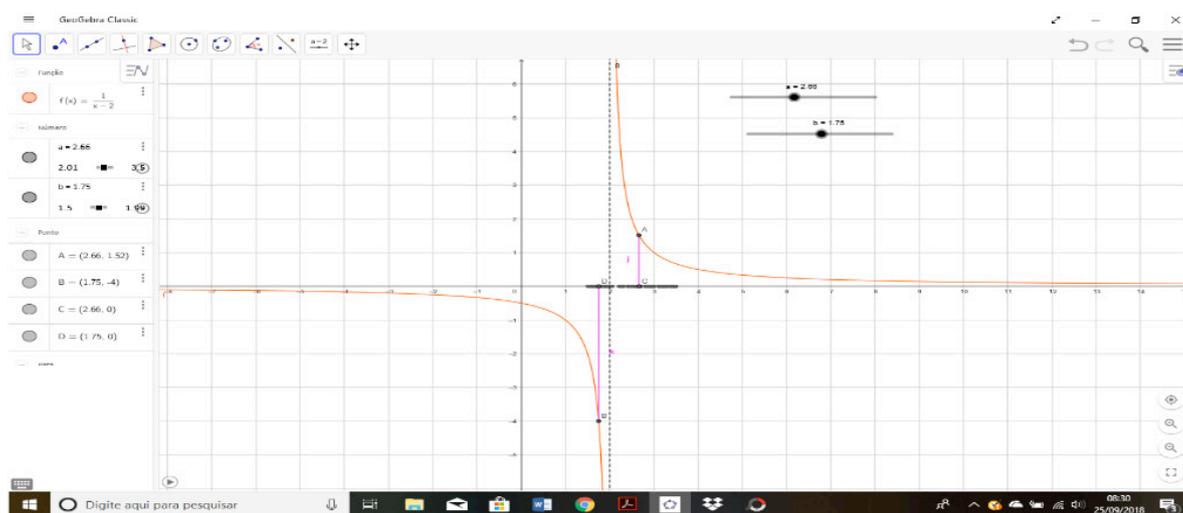
Aqui apresentamos algumas das atividades realizadas nesse Projeto de Extensão, apresentando os comandos para serem realizadas as atividades no *Geogebra* e a formalização dos conteúdos.

#### **Atividade 1:** Assíntota Vertical

- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = 1/(x-2)$ ;
- Digite na caixa de entrada a reta  $x=2$ (coloque opção tracejado nesta reta);
- Selecione a opção CONTROLE DESLIZANTE e clique sobre a tela, criando

o controle deslizante  $2.01 \leq a \leq 3.5$ . Repita o processo e crie o controle deslizante  $1.5 \leq b \leq 1.99$ ;

- Digite na caixa de entrada os pontos  $A = (a, f(a))$  e  $B = (b, f(b))$ ;
- Selecione a opção RETA PERPENDICULAR, clique no ponto A e o eixo x, criando a reta perpendicular g. Da mesma forma, clique sobre o ponto B e o eixo x, criando a reta perpendicular h;
- Selecione a opção INTERSECÇÃO ENTRE DOIS OBJETOS, clique sobre o ponto A e o eixo x, e clique em seguida sobre o ponto B e o eixo x, criando os pontos C e D, respectivamente;
- Selecione a opção SEGUIMENTO e crie os seguimentos AC e BD;
- Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto C, e marque a opção EXIBIR RASTRO. Faça o mesmo com o ponto D;
- Clique sobre os controles deslizantes com o botão direito do mouse e selecione a opção ANIMAÇÃO.



Fonte: Autoria Própria (2018).

### Atividade 2: Assíntota horizontal

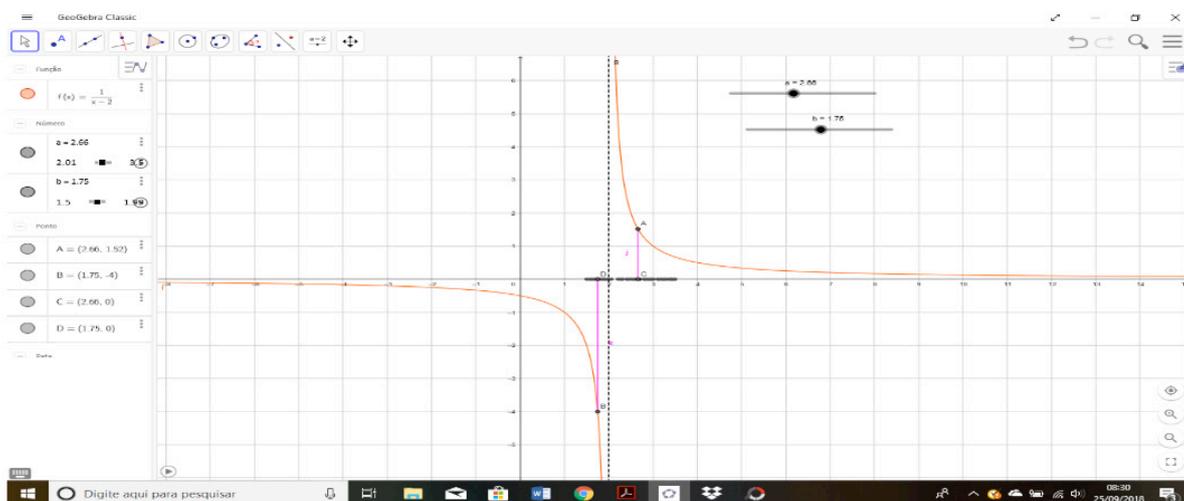
- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = 1/(x-2)$ ;
- Digite na caixa de entrada a reta  $x=2$ ;
- Digite na caixa de entrada a reta  $y=0$ (eixo x);
- Selecione a opção CONTROLE DESLIZANTE e clique sobre a tela, criando o controle deslizante  $3 \leq a \leq 10$ . Repita o processo e crie o controle deslizante  $-5 \leq b \leq 1$ ;
- Digite na caixa de entrada os pontos  $A = (a, f(a))$  e  $B = (b, f(b))$ ;
- Selecione a opção RETA PERPENDICULAR, clique no ponto A e o eixo x,

criando a reta perpendicular g. Da mesma forma, clique sobre o ponto B e o eixo x, criando a reta perpendicular h;

- Selecione a opção INTERSECÇÃO ENTRE DOIS OBJETOS, clique sobre o ponto A e o eixo x, e clique em seguida sobre o ponto B e o eixo x, criando os pontos C e D, respectivamente;
- Selecione a opção SEGUIMENTO e crie os seguimentos AC e BD;
- Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto C, e marque a opção EXIBIR RASTRO. Faça o mesmo com o ponto D;
- Clique sobre os controles deslizantes com o botão direito do mouse e selecione a opção ANIMAÇÃO.

**Definição 2:** A reta  $y=b$  é denominada uma assíntota horizontal do gráfico da função  $f$  se pelo menos uma das seguintes afirmações for válida:

- (i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$  e para um número  $N$ , se  $x > N$ , então  $f(x) \neq b$ ;
- (ii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$  e para um número  $N$ , se  $x < N$ , então  $f(x) \neq b$ .



Fonte: Autoria Própria (2018).

### Atividade 3: Limite de Função Trigonométrica

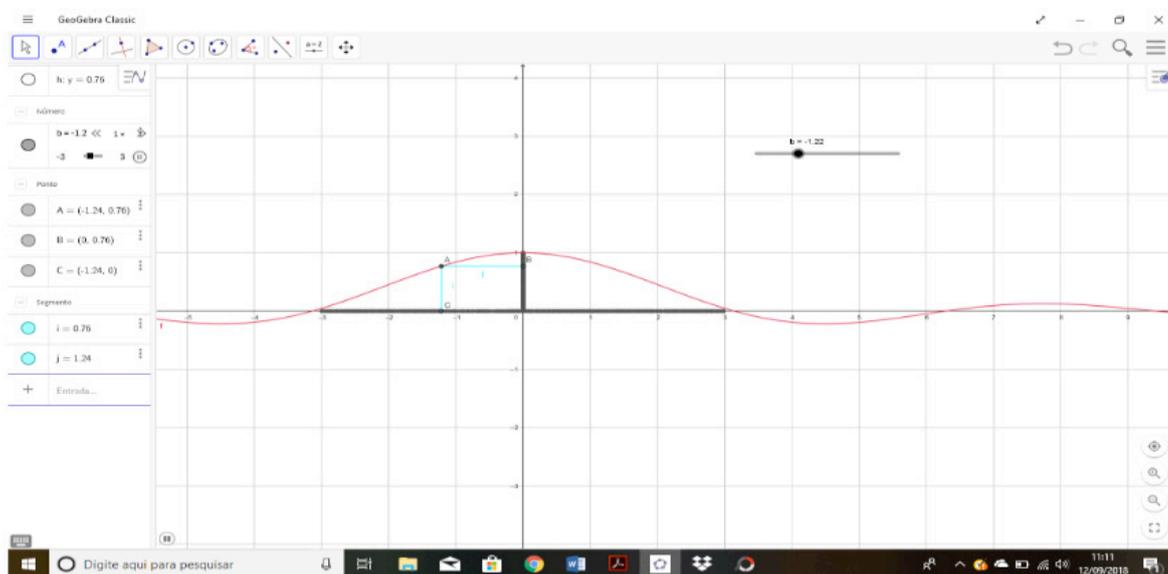
- Ative a ferramenta CONTROLE DESLIZANTE (janela 10) e crie um controle  $-3 \leq a \leq 3$ ;
- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = (\sin x)/x$ ;
- Digite na caixa de entrada o ponto  $A = (a, f(a))$ ;
- Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR (janela 4), a seguir trace uma reta perpendicular ao eixo x, passando por A. Essa reta será rotulada auto-

maticamente como reta g;

- Trace agora uma reta perpendicular ao eixo y, passando por A. Essa reta será rotulada automaticamente como reta h;
- Ative a ferramenta INTERSECÇÃO DE DOIS OBJETOS (janela 2), e marque a intersecção da reta g com o eixo x. Da mesma forma marque a intersecção da reta h com o eixo y. Os pontos de intersecção serão rotulados como B e C, respectivamente.
- Ative a ferramenta SEGUIMENTO (janela 3), e crie o seguimento AB e AC;
- Ative a ferramenta EXIBIR/ESCONDER OBJETO (janela 11) e clique sobre as retas g e h;
- Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto B, e marque a opção EXIBIR RASTRO. Faça o mesmo com o ponto C;
- Clique com o botão direito do mouse sobre o controle deslizante e selecione a opção ANIMAÇÃO.

**Definição 4:** Considere a função  $f(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}$ , definida em  $\mathbb{R} - \{0\}$ . Avaliando o comportamento da função para valores de x próximos a 0, temos:

**Teorema 4:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$

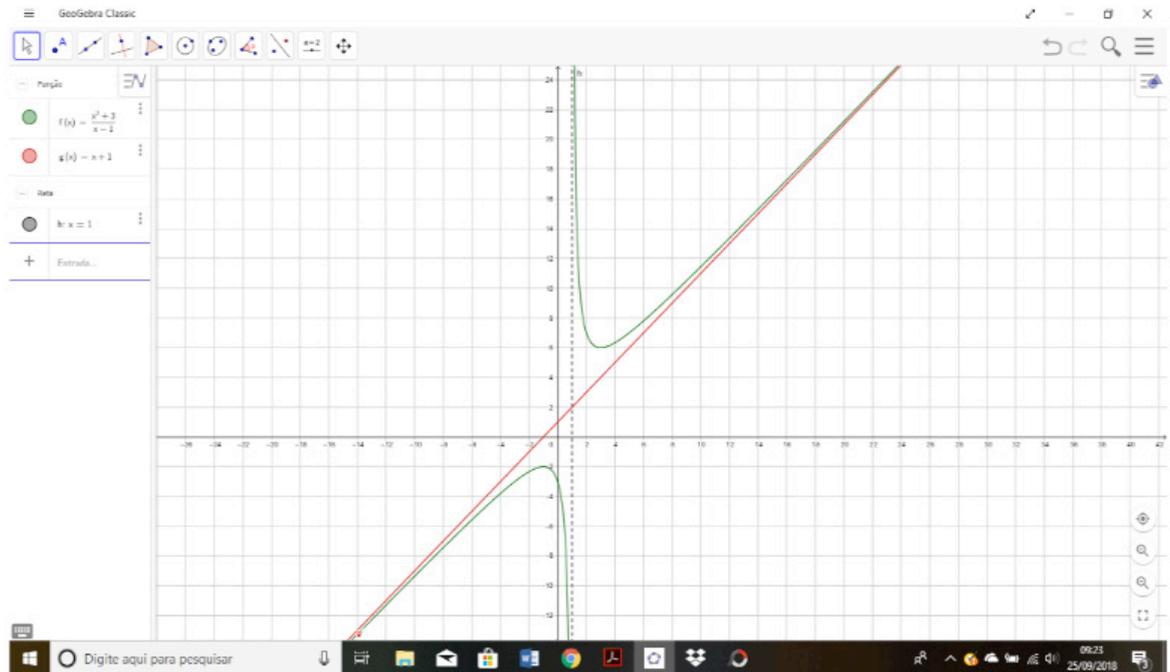


Fonte: Autoria Própria (2018).

#### Atividade 4: Assíntota Oblíqua

- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = (x^2 + 3) / (x-1)$ ;
- Digite na caixa de entrada a reta  $h = 1$ ;
- Digite na caixa de entrada a função  $g(x) = x+1$ .

**Definição 4:** A reta  $y = mx + b$  é denominada uma assíntota oblíqua do gráfico da função  $f$  se  $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (mx + b)] = 0$ , onde  $m \neq 0$ .



Fonte: Autoria Própria (2018).

#### Atividade 5: Teste da Derivada Primeira

- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ ;
- Digite na caixa de entrada também a função  $m(x) = 3x^2 - 6x$ ;
- Ative a ferramenta CONTROLAR DESLIZANTE e crie o controle de  $-5 \leq a \leq 5$ ;
- Digite na caixa de entrada o ponto  $P = (a, f(a))$ ;
- Insira na caixa de entrada o comando Raiz [f], obtendo assim três pontos que serão nomeados automaticamente como A, B e C;
- Digite na caixa de entrada o comando Extremo [f], obtendo assim os pontos D e E;
- Novamente digite na caixa de entrada o comando  $b = x(D)$  e  $c = x(E)$ ;
- Insira na caixa de entrada, o comando: Se [ $a < b$ , “decrecente”, Se [ $b < a < c$ , “decrecente”, Se [ $a > c$ , “crescente”]]];
- Na caixa de entrada digite o comando, Tangente [E,f], criando assim a reta tangente a  $f$ , no ponto E, nomeada automaticamente por d;
- Digitando Inclinação [d], na caixa de entrada, obtemos a inclinação;
- Na caixa de entrada digite o comando, Tangente [D,f], criando assim a reta

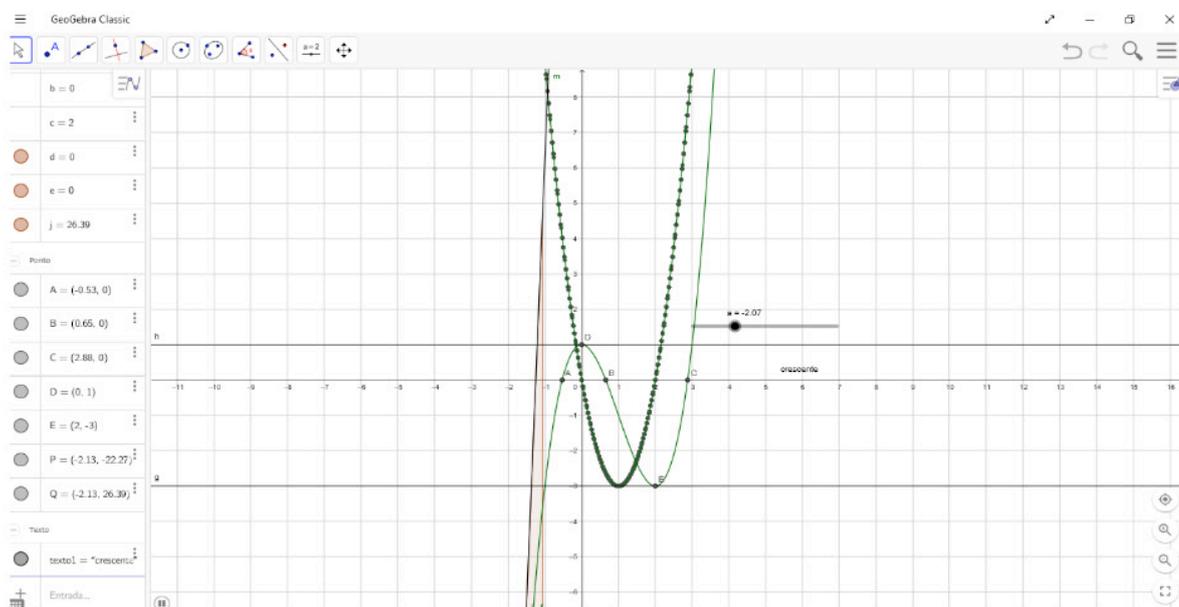
tangente a  $f$ , no ponto  $D$ , nomeada automaticamente por  $g$ . Após digite o comando: Inclinação [ $g$ ];

- Na caixa de entrada digite o comando, Tangente [ $P,f$ ], criando assim a reta tangente a  $f$ , no ponto  $P$ , nomeada automaticamente por  $j$ . Após digite o comando: Inclinação [ $j$ ];
- Insira na caixa de entrada:  $Q = (x(P), j)$ ;
- Selecione a opção HABILITAR RASTRO, no ponto  $Q$ ;
- Ative a opção ANIMAÇÃO, clicando com o botão direito do mouse e depois o esquerdo sobre o controle deslizante.

**Teorema 5:** (Teste derivada de primeira): Seja  $f$  uma função contínua em todos os pontos do intervalo aberto  $(a, b)$  contendo um número  $c$  e suponha que  $f'$  exista em todos os pontos de  $(a,b)$  exceto possivelmente em  $c$ :

i) Se  $f'(x) > 0$  para todos os valores de  $x$  em algum intervalo aberto tendo  $c$  como extremo direito e se  $f'(x) < 0$  para todos os valores de  $x$  em algum intervalo aberto tendo  $c$  como extremo esquerdo então  $f$  terá um valor máximo relativo em  $c$ .

ii) Se  $f'(x) < 0$  para todos os valores de  $x$  em algum intervalo aberto tendo  $c$  como extremo direito e se  $f'(x) > 0$  para todos os valores de  $x$  em algum intervalo aberto tendo  $c$  como extremo esquerdo, então  $f$  terá um mínimo relativo em  $c$ .



Fonte: Autoria Própria (2018).

### Atividade 6: Sinal da Derivada de Primeira Ordem

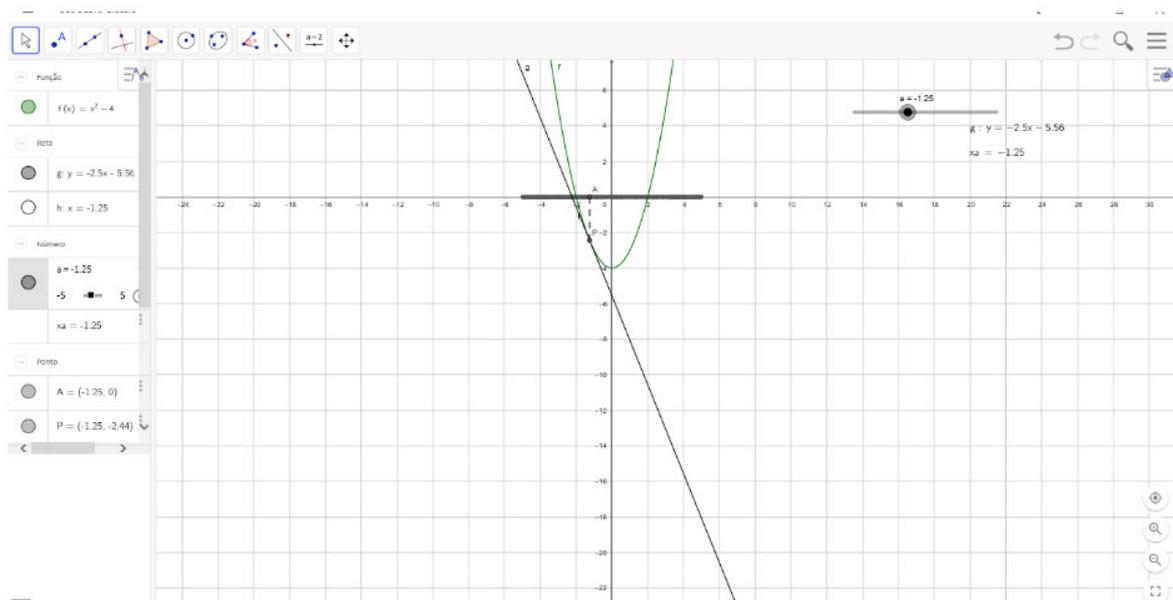
- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = x^2 - 4$ .
- Selecione a opção CONTROLE DESLIZANTE e clique sobre a tela, criando

um controle deslizante de  $-5 \leq a \leq 5$ .

- Digite na caixa de entrada o ponto  $P = (a, f(a))$ .
- Digite na caixa de entrada o comando, Tangente  $[P, f]$  criando assim uma reta tangente em  $P$  à curva  $f$ , nomeando automaticamente por  $g$ .
- Selecione a opção RETA PERPENDICULAR, clique sobre o ponto  $P$  e depois sobre o eixo  $x$ .
- Selecione a opção INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS, clicando sobre a reta perpendicular  $g$  e sobre o eixo  $x$ , obtendo assim o ponto  $A$ .
- Desative a opção EXIBIR OBJETO, clicando com o botão direito do mouse e depois o esquerdo sobre a reta perpendicular  $h$ .
- Ativando a ferramenta SEGMENTO, crie o segmento  $\overline{AP}$ , com o botão direito do mouse, selecione a opção
- Digite na caixa de entrada  $x_a = a$ , arraste da janela de visualização  $x_a = a$  e deixe sobre a tela perto do controle deslizante.
- Selecione na janela de visualização a equação da reta tangente e arraste-a para próximo do controle deslizante.
- Selecione a opção HABILITAR RASTRO no ponto  $A$  e com o botão direito do mouse clique sobre o controle deslizante e selecione a opção ANIMAR.

**Teorema 6:** Seja  $f$  uma função contínua no intervalo fechado  $[a,b]$  e derivável no intervalo aberto  $(a,b)$ :

- se  $f'(x) > 0$  para todo  $x$  em  $(a,b)$ , então  $f$  será crescente em  $[a,b]$ ;
- se  $f'(x) < 0$  para todo  $x$  em  $(a,b)$ , então  $f$  será decrescente em  $[a,b]$ .



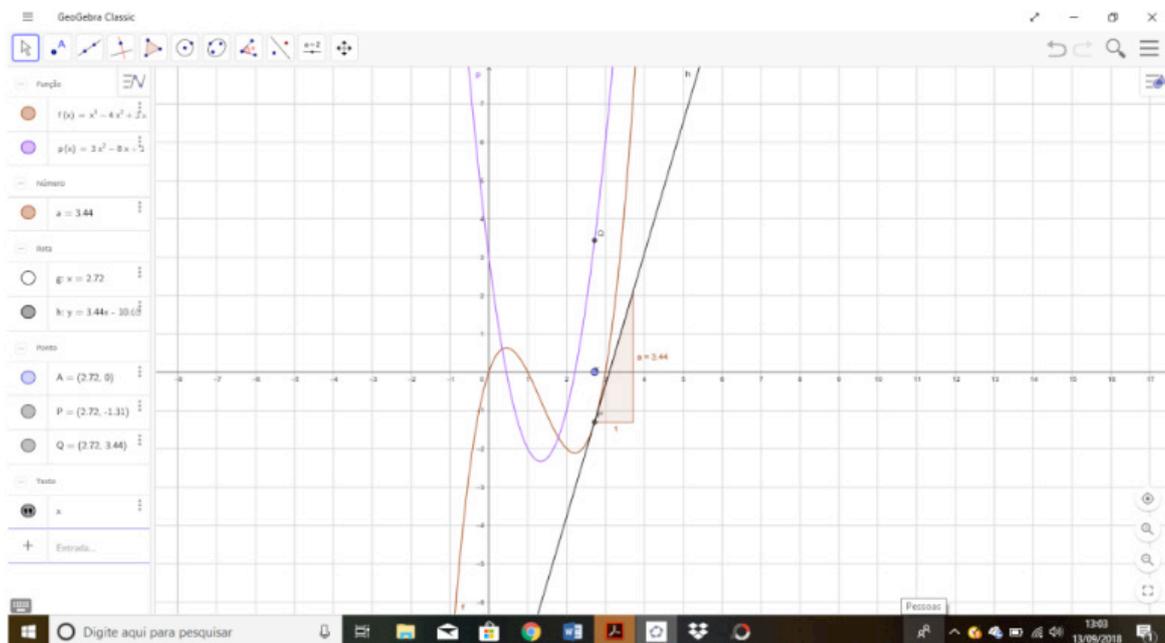
Fonte: Autoria Própria (2018).

### Atividade 7: Gráfico da Função da Derivada

- Digite na caixa de entrada a função  $f(x)=(x^3) - (4*x^2) + (3*x)$ ;
- Ative a ferramenta PONTO (janela 2) e marque um ponto qualquer sobre o eixo x. Esse ponto será rotulado automaticamente como ponto A;
- Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR (janela 4), a seguir trace uma reta perpendicular ao eixo x passando pelo ponto A. A reta será rotulada automaticamente como reta g;
- Ative a ferramenta INTERSECÇÃO DE DOIS OBJETOS (janela 2), e marque a intersecção entre a reta perpendicular g e a função f. Esse ponto será rotulado automaticamente como ponto B;
- Ative a ferramenta EXIBIR/ESCONDER OBJETO (janela 11) e clique sobre a reta g;
- Ative a ferramenta RETA TANGENTE (janela 4), a seguir trace a reta tangente a função f passando pelo ponto B. Essa reta será rotulada automaticamente como reta h;
- Ative a ferramenta INCLINAÇÃO (janela 8), e marque a inclinação da reta tangente h. Essa inclinação será rotulada automaticamente como inclinação a;
- Digite na caixa de entrada o ponto  $C=(x(B),a)$ ;
- Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto C e marque a opção EXIBIR RASTRO;
- Clique com o botão direito do mouse sobre o ponto A e desmarque a opção EXIBIR RÓTULO;
- Ative a ferramenta TEXTO (janela 10) e clique num lugar próximo do ponto A. Ao aparecer uma janela texto, digite x e clique em ok;
- Clique com o botão direito do mouse sobre o texto x e selecione PROPRIEDADES;
- Clique sobre a guia POSIÇÃO na caixa de seleção e vincule o texto ao ponto A, assim teremos o ponto X;
- Clique sobre o ponto X e arraste sobre o eixo x.

**Definição 7:** Dizemos que  $f'(a)$  representa a derivada de uma função f em um número a do domínio de f, ou seja, a inclinação da reta tangente a f em a. Se deixarmos o número a variar, substituindo-o por pela variável x, chegamos à definição de função derivada:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right), \text{ onde } \Delta x \text{ é a variação em } x.$$



Fonte: Autoria Própria (2018).

### Atividade 8: Limite de Função Exponencial

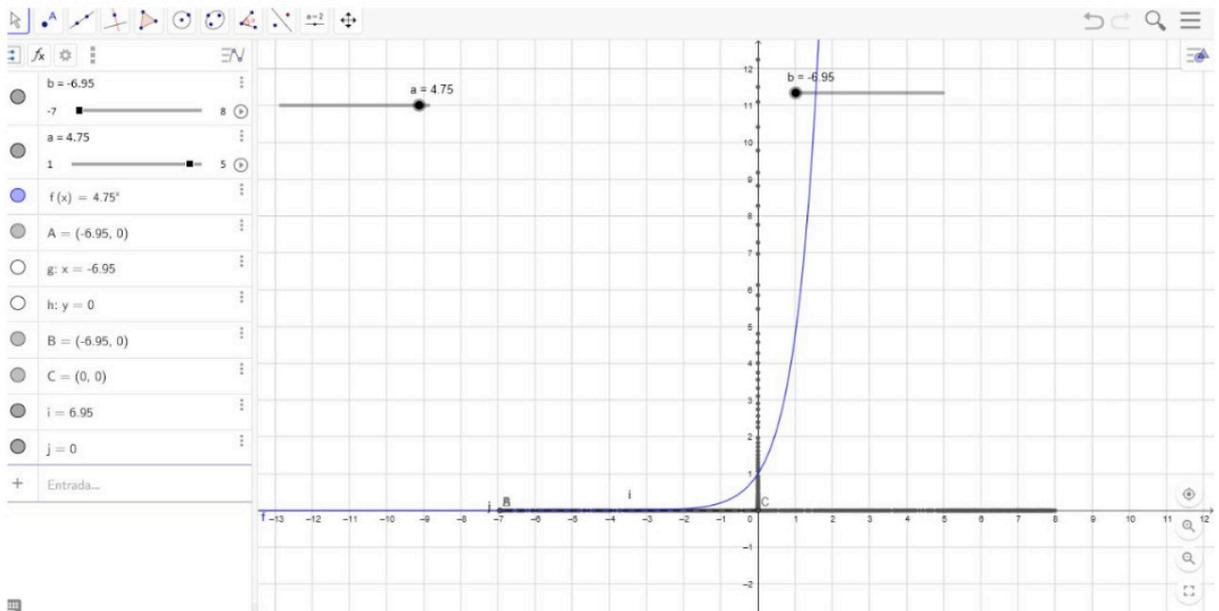
i)  $a > 0$ ,  $f$  é crescente

- Ative a ferramenta CONTROLE DESLIZANTE e crie o controle de  $1 \leq a \leq 5$ , com incremento igual a 0,01
- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = a^x$ , observe assim o comportamento do gráfico de  $f(x) = a^x$ , onde  $a > 0$  e  $a \neq 1$ .
- Ative a ferramenta CONTROLE DESLIZANTE e crie o controle de  $-7 \leq b \leq 8$ , com incremento igual a 0,01
- Digite na caixa de entrada o ponto  $A = (b, f(b))$ .
- Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR, clicando com o botão esquerdo sobre o ponto A e depois sobre o eixo x, obtendo uma reta perpendicular por A ao eixo x. Será nomeada automaticamente como g.
- Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR, clicando com o botão esquerdo sobre o ponto A e depois sobre o eixo y, obtendo uma reta perpendicular por A ao eixo y. Será nomeada automaticamente como h.
- Selecione a opção INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS, clicando com o botão esquerdo do mouse sobre as retas g e h.
- Clique com o botão direito do mouse sobre as retas g e h, desativando a opção EXIBIR OBJETO.

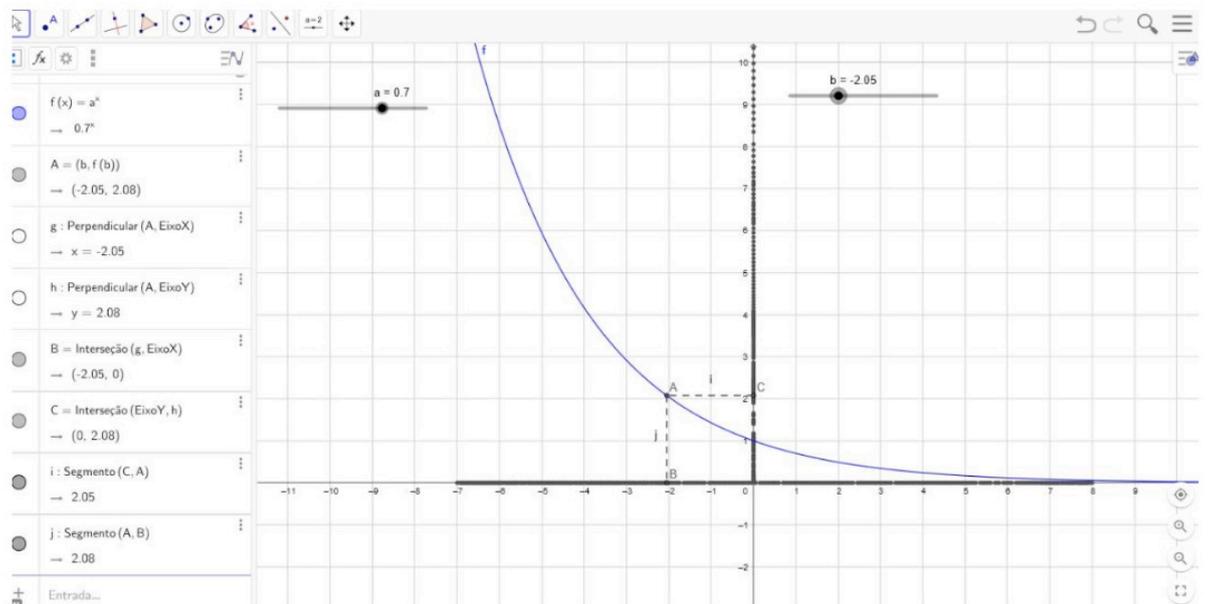
- Selecione a opção SEGMENTO, clicando primeiramente sobre o ponto A e depois sobre o ponto B. Ative novamente a opção SEGMENTO clicando primeiramente sobre o ponto A e depois sobre o ponto C, com isso obtemos os segmentos  $(AB)$  e  $(AC)$ .
- Clicando com o botão esquerdo do mouse sobre o ponto A, ative a opção EXIBIR RASTRO, refaça o mesmo procedimento para os pontos B e C.
- ii)  $0 < a < 1$ ,  $f$  é crescente
- Ative a ferramenta CONTROLE DESLIZANTE e crie o controle de  $0 \leq a \leq 1$ , com incremento igual a 0,01
- Digite na caixa de entrada a função  $f(x) = a^x$ , observe assim o comportamento do gráfico de  $f(x) = a^x$ , onde  $0 < a < 1$ .
- Ative a ferramenta CONTROLE DESLIZANTE e crie o controle de  $-7 \leq b \leq 8$ , com incremento igual a 0,01
- Digite na caixa de entrada o ponto A = (b, f(b)).
- Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR, clicando com o botão esquerdo sobre o ponto A e depois sobre o eixo x, obtendo uma reta perpendicular por A ao eixo x. Será nomeada automaticamente como g.
- Ative a ferramenta RETA PERPENDICULAR, clicando com o botão esquerdo sobre o ponto A e depois sobre o eixo y, obtendo uma reta perpendicular por A ao eixo y. Será nomeada automaticamente como h.
- Selecione a opção INTERSEÇÃO DE DOIS OBJETOS, clicando com o botão esquerdo do mouse sobre as retas g e h.
- Clique com o botão direito do mouse sobre as retas g e h, desativando a opção EXIBIR OBJETO.
- Selecione a opção SEGMENTO, clicando primeiramente sobre o ponto A e depois sobre o ponto B. Ative novamente a opção SEGMENTO clicando primeiramente sobre o ponto A e depois sobre o ponto C, com isso obtemos os segmentos  $(AB)$  e  $(AC)$ .
- Clicando com o botão esquerdo do mouse sobre o ponto A, ative a opção EXIBIR RASTRO, refaça o mesmo procedimento para os pontos B e C.

**Teorema 8:** Seja  $a > 0$  e  $a \neq 1$  um real qualquer. Existe uma única função  $f$ , definida e contínua em  $\mathbb{R}$ , tal que  $f(x) = a^x$ , para todo racional  $x$ .

**Propriedade 8:** i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (a)^x = +\infty$   
 ii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (a)^x = 0$



Fonte: Autoria Própria (2018).



Fonte: Autoria Própria (2018).

## 4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nestas reuniões desenvolveu-se atividades do conteúdo de Cálculo Diferencial ministrado nas aulas do curso de Licenciatura em Matemática fazendo o uso do Software Geogebra, os quais foram realizadas atividades em relação aos seguintes conteúdos: Função definida por partes, limites de função definida por partes, limite de função quadrática, limites no infinito e assíntotas horizontais, limites infinitos e assíntotas verticais, assíntota oblíqua, continuidade de funções, Teorema do Confronto, limite de uma função exponencial, logarítmica e trigonométricas, reta tangente ao gráfico de funções, derivada pela definição de limite, derivada de função constante, derivada de função seno e cosseno, derivada de função logarítmica,

derivada de função de polinômios, Teorema de Weirstrass, sinal da derivada primeira, sinal da derivada segunda, Teste da Derivada Segunda e Teorema do Valor Extremo. Primeiramente, foi feita uma discussão e questionamentos de como seriam realizadas as atividades, em seguida, os alunos do Projeto faziam as etapas das construções no Geogebra, e com as animações dos gráficos discutimos e analisamos a formalização matemática das definições e Teoremas apresentados da disciplina de Cálculo Diferencial.

## 5 | CONCLUSÃO

Considerando a relevância da utilização de recursos computacionais na sala de aula e tendo em vista a importância da abordagem conceitual de Cálculo Diferencial, este Projeto de Extensão auxiliou os alunos no ensino de Cálculo Diferencial a partir da interpretação geométrica, o qual foi explorado graficamente os conteúdos e os alunos puderam visualizar e investigar. É importante no estudo de Cálculo Diferencial e Integral, a parte teórica conciliada com a parte geométrica. Com relatos dos alunos do Projeto, as atividades realizadas no Projeto de Extensão com o Software Geogebra foram importantes na aprendizagem de Cálculo Diferencial, pois conseguiram uma melhor visualização das teorias estudadas em sala de aula, bem como, auxílio no processo de ensino- aprendizagem. Observaram também, que através do software Geogebra como ferramenta de ensino, foi possível evidenciar hipóteses e conceitos matemáticos aliando software educacional juntamente com o conhecimento já obtido nesta disciplina, com propósito de alcançar e ampliar a compreensão dos conceitos. Diante deste contexto, esta experiência vivenciada semanalmente no âmbito da Universidade pretende auxiliar o ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos por intermédio da visualização gráfica do software Geogebra, podendo favorecer o discente na compreensão dos conteúdos matemáticos, bem como estimular o docente em suas atividades pedagógicas. Com a manipulação e aprendizado das ferramentas no Software Geogebra, este Projeto de Extensão também contribui para os alunos em outras disciplinas. A professora deste Projeto também aproveitou as atividades desenvolvidas nas reuniões para auxiliar em suas aulas na disciplina de Cálculo Diferencial que ministrou.

## REFERÊNCIAS

CURY, H. N. **Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores**. III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, Anais.. Águas de Lindóia: SBEM, CD-ROM. 2006.

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo**. Rio de Janeiro: LTC, 2001, v.1

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com Geometria Analítica**. 3. ed. São Paulo: Harbra Ltda., 1994.

RICHIT, A., FARIAS, M.M.R. **Cálculo Diferencial e Integral e Tecnologias Digitais: Perspectivas de Exploração no Software GeoGebra**. I CEMACYC, República Domini- cana, 2013.

SILVA, J. I. G.; FERREIRA, D. H. L. **O uso de tecnologias na disciplina de cálculo diferencial e integral I**. Anais do XIV Encontro de Iniciação Científica da PUC-Campinas. 29 e 30 de setembro de 2009.

VALENTE, J. A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Brasília: Estação Palavra - USP. 2005.

VAZ, D.A.F, JESUS, P.C.C. **Uma sequência didática para o ensino da matemática com o software Geogebra** *Revista Estudos*, Goiânia, v.41, n. 1, p. 59-75, jan./mar. 2014.

## O LOCUS DA TECNOLOGIA INTERATIVA E ASSISTIVA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Data de aceite: 06/02/2020

Data de submissão: 02/11/2019

### Érica Santana Silveira Nery

Universidade de Brasília - Faculdade de  
Educação

Brasília – Distrito Federal

<https://orcid.org/0000-0002-0571-1560>

### Antônio Villar Marques de Sá

Universidade de Brasília - Faculdade de  
Educação

Brasília – Distrito Federal

<https://orcid.org/0000-0001-8815-9216>

**RESUMO:** Este ensaio teórico tem por objetivo discutir o lugar que as Tecnologias Interativas e Assistivas vêm ocupando no âmbito do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Para isso, compreendemos a Educação Matemática enquanto uma práxis emancipatória que envolve os conteúdos específicos da Matemática e os mecanismos que compõem o processo de ensino e aprendizagem. Além disso, consideramos as Tecnologias Interativas e Assistivas como uma composição de Tecnologias da Informação e Comunicação e de Tecnologias Assistivas. Esta última, sendo concebida, enquanto uma área interdisciplinar que visa dar oportunidade para que todos possam vir a atuar e a participar nas mais variadas atividades, seja no meio social

ou educacional. Assim, estas tecnologias podem se manifestar por meio de metodologias e/ou ferramentas que instrumentalizem os usuários que delas necessitam. Destarte, defendemos neste ensaio, o incentivo, a produção e disseminação das Tecnologias Interativas e Assistivas, no âmbito do ensino da Matemática e das inúmeras outras áreas do conhecimento. Ademais, considerando o seu caráter interdisciplinar, acreditamos que estas podem possibilitar maior autonomia, ampliação da participação social e garantia dos direitos dos usuários com as mais variadas Necessidades Específicas. Para isso, faz-se necessário que estas tecnologias recebam mais incentivos para abranger um número cada vez maior de pessoas e, com isto, contribuir para a construção de uma sociedade mais justa e igualitária e um ensino de Matemática para todos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação Matemática Inclusiva. Ensino para todos. Tecnologia Interativa. Tecnologia Assistiva.

### THE LOCUS OF INTERACTIVE AND ASSISTIVE TECHNOLOGY IN INCLUSIVE PRACTICES IN MATHEMATICAL EDUCATION

**ABSTRACT:** This theoretical essay discusses the places that have been occupied by Interactive and Assistive Technologies within the processes of learning and teaching

Mathematics. Mathematical Education can be considered an emancipatory praxis that involves the specific contents of Mathematics and the mechanisms that conform the processes of teaching and learning. Interactive and Assistive Technologies, which are also composed by ICTs, are conceived as an interdisciplinary area that aims to provide equal opportunity for everyone to participate in various activities, whether in the social or educational environment. Therefore, these technologies must be manifest through different methodologies and/or tools, which will instrumentalize users who need them. Thus, in this essay, we strongly advocate towards the encouragement, production and dissemination of the mentioned technologies within mathematics teaching, but also in several other areas of knowledge, as an emerging aspect in education. Moreover, considering their interdisciplinary character, we believe that Assistive Technologies and ICTs can provide greater autonomy for users of different Specific Needs, expanding their possibilities of social participation and guaranteeing their rights. In order to accomplish this, Assistive Technologies demand greater incentives to reach more and more people, contributing to the construction of a just and more egalitarian society, and guaranteeing mathematics education for all.

**KEYWORDS:** Inclusive Mathematics Education. Teaching for all. Interactive Technology. Assistive Technology.

## 1 | INTRODUÇÃO

Na contemporaneidade, constata-se um crescimento e um fortalecimento das pesquisas desenvolvidas no âmbito das Tecnologias Interativas e Assistivas. Neste contexto, ao refletirmos sobre o quadro teórico que sustenta as temáticas relacionadas às Tecnologias Interativas e Assistivas, enfatizamos a importância da acessibilidade no ensino. Buscamos compreender as práticas pedagógicas mediadas pelas tecnologias, com o intuito de sistematizarmos uma abordagem geral sobre a acessibilidade, como forma de inclusão social, além de investigarmos as experiências de relações educativas mediadas por essas tecnologias.

Destarte, tais reflexões e estudos nos possibilitaram momentos de caracterização, levantamento de indagações e reafirmação de novas críticas em relação às Tecnologias Interativas e Assistivas frente à Educação Matemática Inclusiva. Diante disso, temos por objetivo, no âmbito deste texto, discutir o lugar que as Tecnologias Interativas e Assistivas vêm ocupando no âmbito do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Para iniciarmos a apresentação das nossas indagações e críticas frente ao lugar que tais tecnologias ocupam na Educação Matemática Inclusiva, ressaltamos que estamos compreendendo a Educação Matemática, enquanto um campo de pesquisa e atuação profissional, pertencente às ciências sociais e humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da Matemática e que se caracteriza com uma

práxis, envolvendo assim, o domínio dos conteúdos matemáticos e dos processos pedagógicos relativos ao seu ensino e aprendizagem (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

Ademais, dentre os enfoques das pesquisas que compõem os grupos de trabalhos (GT) na Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Sbem), encontramos as novas tecnologias no GT nomeado por “Educação Matemática: novas tecnologias e Educação à distância”. Além destas, há também o processo de ensino e aprendizagem da Matemática para todos, inserido no GT intitulado “Diferença, Inclusão e Educação Matemática”.

Vale ressaltar que, o primeiro grupo supracitado discute pesquisas que tratam da Matemática e do seu ensino e aprendizagem com a utilização de Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC). Já o segundo, tem como objetivo agregar pesquisadores engajados com o desenvolvimento de uma Educação Matemática *para todos*, na qual as particularidades associadas às práticas pedagógicas do ensino de Matemática para os diferentes aprendizes são valorizadas e entendidas. Assim, estes grupos desenvolvem estudos que buscam caminhos para uma cultura educacional que respeite a diversidade dos aprendizes que estão presentes nos diferentes contextos educacionais.

Com estas considerações sobre a Educação Matemática e a partir da sua preocupação em relação ao processo de ensino e aprendizagem, discutiremos aspectos relacionados ao uso das Tecnologias Interativas e Assistivas, bem como, à necessidade da presença do usuário na elaboração e avaliação destas tecnologias. Além de nos fundamentarmos nos estudos desenvolvidos por: Coll (2004); Galvão Filho (2013); Jesus e Cunha (2012); Moran, Masetto e Behrens (2018); Souza, Fiorentini e Rodrigues (2010); entre outros. Sentimos o anseio por escrever este ensaio, tendo como cerne de discussão a inclusão e as Tecnologias Interativas e Assistivas, perpassando aspectos sobre a mediação pedagógica e a inovação no processo de ensino e aprendizagem de Matemática com vistas à inclusão.

Neste contexto, iniciamos a tessitura deste ensaio apresentando-lhes alguns questionamentos que nos inquietaram e impulsionaram a pesquisar e investigar aspectos relacionados a temática em questão, a saber: Para que se preocupar com tecnologias que possam colaborar com o processo de ensino e aprendizagem de Matemática frente ao processo de inclusão escolar? Não basta o domínio dos conteúdos de Matemática como todos apregoam? Quais as características que as Tecnologias Interativas e Assistivas devem possuir para que se possa garantir seu potencial para transformar práticas, processos educativos de ensino e aprendizagem em cenários inclusivos de educação formal e informal? Quais as mudanças que as Tecnologias Interativas e Assistivas propiciam nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática?

Ressaltamos que não temos a pretensão de esgotarmos as discussões no âmbito deste ensaio, nem tão pouco, trazer respostas prontas, mas intencionamos expor o nosso posicionamento frente a estes e a outros questionamentos que serão apresentados ao longo deste texto. Além disso, explicitaremos críticas e novos direcionamentos, relacionados ao quadro atual em que o ensino de Matemática se encontra. Na continuidade, apresentaremos o quadro teórico que sustenta a escrita deste ensaio, o qual perpassa por discussões sobre a Educação Matemática, as Tecnologias Interativas e as Tecnologias Assistivas.

## **2 | A COMPOSIÇÃO DO HORIZONTE: O ENCONTRO DOS APORTES TEÓRICOS**

Como composição do horizonte teórico que sustenta o que estamos defendendo neste ensaio, apresentamos autores que trazem em seu seio de discussão aspectos relacionados à Educação Matemática Inclusiva, tais como, Fabris e Lopes (2013) e Mantoan (2015). Além de leis que asseguram a inclusão, enquanto uma política de Estado que visa garantir os direitos e deveres de todos. Na continuidade, ressaltamos o conceito de Tecnologias Interativas, enquanto uma das Tecnologias da Informação e Comunicação e, na sequência, descrevemos aspectos sobre o conceito de Tecnologia Assistiva e a necessidade atual de apresentarmos mais discussões relacionadas a estas tecnologias no âmbito educacional e social com vistas à efetivação do processo de inclusão.

### **2.1 A educação inclusiva no ensino de matemática**

Tecer considerações sobre a Educação Matemática Inclusiva é reconhecer que se faz necessário discutirmos a inclusão em uma perspectiva ampla que perpassa pelas diversas Necessidades Educacionais Específicas (NEE) existentes, isto é, alunos cegos, surdos, superdotados, oriundos de comunidades carentes, quilombolas, indígenas, pertencentes a grupos potencialmente vulneráveis, entre outros. Tal discussão é emergente e de grande relevância na atual conjuntura educacional e social, isto pelo fato de que as várias mudanças e crises, vividas nos séculos XIX e XX, influenciaram e possuem reflexos até os dias de hoje, sendo que estas modificaram significativamente a vida da população e fizeram aparecer ainda mais desigualdades (FABRIS; LOPES, 2013).

Frente a esse desafio, constata-se que muitas foram as leis criadas com o intuito de normatizar e incentivar o processo inclusivo. Em âmbito nacional, temos como marco de incentivo a promulgação da Constituição Federal de 1988, a qual, apresenta em seu artigo 205 que “a educação, direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida e incentivada com a colaboração da sociedade, visando ao pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da cidadania e

sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1988, on-line).

Destarte, a educação é para todos, assegurando assim, a equidade de oportunidades para participar do processo de ensino e aprendizagem nas várias áreas do conhecimento. Acreditamos que há muito o que ser feito, pois o processo de inclusão e de educação para todos ainda não se efetivou. Além disso, acreditamos que as Tecnologias Interativas e Assistivas podem trazer contributos inigualáveis para tal efetivação; no entanto, o desenvolvimento e a aplicabilidade dessas tecnologias na Educação anda a passos ainda pequenos, mas, algo que devemos levar em consideração e conhecer com maior profundidade são as leis que regem e garantem essa inclusão.

Diante disso, destacamos, também, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (BRASIL, 1994). Esta lei apresenta e define a Educação Especial, em seu artigo 58, como sendo “a modalidade de educação escolar oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação” (BRASIL, 1994, p. 39). Desta forma, a Educação Especial deve perpassar por todo o período de escolarização.

Na continuidade, muitas foram as leis criadas para assegurar o acesso dos alunos com deficiência ao ensino especial e regular. Entretanto, esse acesso não garantiu e ainda não garante, a efetiva inclusão, pois, por muito tempo as pessoas que possuíam alguma NEE, foram silenciadas e colocados à margem da sociedade, sofrendo assim práticas de segregação, exclusão e até de extermínio.

Assim, a emergência e a abrangência das discussões sobre a inclusão vem sendo impulsionada, mas, ainda necessitamos de um eco maior, para que possam contemplar a todos e para que se possa superar a postura das escolas como reprodutoras de estruturas sociais discriminatórias. Reafirmamos que a educação inclusiva já deu alguns passos rumo à efetivação da inclusão, mas, ainda há muito o que se fazer. Acreditamos que essa inclusão será possível na medida em que cada um dos membros, da comunidade escolar, contribuir para a equidade de oportunidades nos sistemas de ensino e isso, poderá refletir também, na sociedade.

Ao analisarmos a atual conjuntura do nosso sistema educacional, ressaltamos, de acordo com Mantoan (2015), que este caminha em uma direção em que pensamentos recortam a totalidade, como fotografias, que retratam uma realidade estática e limitada, fato que permite classificar aprendizes como *normais* e *anormais*, além de distinguir classes *regulares* de classes *especiais*. Neste sentido, a inclusão vem romper com esse modelo escolar e produzir uma reviravolta no sistema de ensino, ao mencionar a não existência de sujeitos *normais* e reafirmar que as salas de aula são ambientes férteis de heterogeneidades.

A inclusão causa toda essa reviravolta, pelo fato de exigir que as escolas

atendam a todos os estudantes sem discriminações, sem trabalhar à parte com alguns deles, sem estabelecer regras específicas para planejar, ensinar e avaliar alguns de maneira diferenciada (MANTOAN, 2015). Incluir pressupõe então, o tratamento de todos enquanto sujeitos que são produtos e produtores de conhecimentos e que devem ser tratados com equidade tanto em sala de aula quanto fora dela.

Neste interim, a inclusão vem ao encontro das práticas que reconhecem, valorizam e aceitam as diferenças, enquanto, produtoras de conhecimentos e isso possibilita que seja sinalizada “a necessidade de se garantir o acesso e a participação de todos, a todas as oportunidades, independentemente das peculiaridades de cada indivíduo e/ou grupo social” (ARANHA, 2004, p. 8).

Assim, é necessário que sejam desenvolvidas ações para que todos sejam incluídos nas instituições de ensino, buscando o desenvolvimento de cidadãos participativos e atuantes na sociedade e no meio em que vivem. Por conseguinte, no âmbito escolar, torna-se imprescindível que os alunos comecem a se sentirem cidadãos com direitos e deveres, para que fora dele, busquem o atendimento e o respeito a estes direitos, que por muitos anos foram renegados.

No âmbito do ensino de Matemática, a Educação Matemática vem discutindo e incentivando pesquisas que tratam da inclusão e da elaboração de novas metodologias de ensino para atender a todos os aprendizes; entretanto, há muito o que ser realizado, considerando que a Matemática, foi por muitos anos, caracterizada como uma ciência para poucos. Sendo que esta, possibilitava organizar as pessoas em grupos com e sem aptidões para aprendê-la, isso de acordo com gênero, faixa etária e até mesmo *status* sociais.

A partir do século XX, esse cenário foi se alterando e com a reafirmação da Educação Matemática, os horizontes foram, então, se abrindo e as possibilidades de criação e de construção de novas maneiras de se ensinar e aprender foram adentrando as salas de aula. Trazendo assim, uma maneira de encarar a Matemática e seu ensino como sendo para todos e por todos.

Na continuidade, destacaremos as tecnologias interativas e suas potencialidades frente ao processo de inclusão escolar e ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

## 2.2 Tecnologias interativas

Vale ressaltar que o mundo está imerso nas tecnologias, o que ocasiona uma revolução no processo de comunicação e disseminação de informações entre os povos; assim, as tecnologias estão presentes em inúmeros setores e adentraram, também, os espaços escolares. Com isso, se faz necessário que os professores e os estudantes tenham a oportunidade de aprender e de ensinar com o uso das novas

ferramentas tecnológicas. Para isto, há um grande incentivo pelo desenvolvimento de novos *softwares* e programas interativos que possam vir a auxiliar nesse processo (DALMON; BRANDÃO, 2013). No âmbito deste texto, estaremos tecendo comentários relativos às Tecnologias Interativas enquanto uma composição das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).

Neste contexto, consideramos que as tecnologias interativas são ferramentas auxiliares perante o processo de ensino e aprendizagem e da inclusão escolar. Assim, elas não resolverão todos os impasses e as demandas que se fazem presentes nos ambientes educacionais. De acordo com Moran, Masetto e Behrens (2018, p. 12): “como em outras épocas, há uma expectativa de que as novas tecnologias nos trarão soluções rápidas para o ensino. Sem dúvida as tecnologias nos permitem ampliar o conceito de aula, de espaço e de tempo”, desta maneira, aumentam-se as nossas possibilidades, mas, o nosso maior desafio, ainda consiste em democratizar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática para todos os alunos.

Corroborando com isso, Moran, Masetto e Behrens (2018) destacaram que ensinar e aprender são os maiores desafios que enfrentamos em todas as épocas e de maneira mais enfática na atualidade, em que estamos presenciando a Era da Informação e do Conhecimento. Entretanto, para utilizarmos as tecnologias interativas, enquanto aliadas ao processo de ensino e aprendizagem, necessitamos conhecer suas potencialidades e limitações; assim, enfatizamos que, dentre as suas potencialidades, elas podem proporcionar a facilidade em representar, provar, transformar e compartilhar informações.

Ademais, levando-se em consideração, conforme destacado por Coll (2004), que as TIC por si só não garantem a efetivação do processo de ensino e aprendizagem. Tudo dependerá de como estão sendo conduzidas e de quais recursos e mecanismos estão sendo valorizados pelo professor, em seu planejamento e execução das aulas. Assim, não basta utilizarmos as TIC, por si mesmas, faz-se necessário, estabelecermos metas e objetivos que possam ser alcançados tendo as TIC enquanto estratégias que venham a favorecer o processo de ensino e aprendizagem.

Diante disso, o processo de ensino e aprendizagem exige “muito mais flexibilidade espaço-temporal, pessoal e de comunicação” (MORAN; MASETTO; BEHRENS, 2018, p. 29), sendo que tais flexibilidades se não forem bem administradas poderão se apresentar enquanto empecilhos e dificuldades a serem superados, pois estamos contando com uma variedade de fontes de informação que devem ser administradas e julgadas quanto a sua pertinência e veracidade.

Ademais, os professores podem aproveitar as potencialidades das Tecnologias Interativas enquanto TIC, isto é, formalismo, interatividade, dinamismo, multimídia, hipermídia e conectividade, como circunstâncias que podem proporcionar a inclusão. Além de utilizar as possibilidades para elaboração de condições inéditas para operar

com a informação, representá-la, processá-la, acessá-la e transformá-la. São estas condições que as caracterizam enquanto um sistema simbólico e que apresentam as TIC com capacidades específicas, isto é, como sendo instrumentos psicológicos, no sentido vigotskiano (VYGOTSKY, 1991).

No âmbito da Educação Inclusiva, acreditamos e corroboramos que “para as pessoas sem deficiência a tecnologia torna as coisas mais fáceis. Para as pessoas com deficiência, a tecnologia torna as coisas possíveis” (RADABAUGH, 1993 apud BERSCH, 2017, p. 2). Isto, ao considerarmos que com o advento dos computadores, *softwares* e aplicativos acessíveis, as possibilidades para as pessoas que possuem alguma NEE se tornaram possíveis de serem realizadas, pois antes desses avanços, estas pessoas eram consideradas como incapazes, acreditando que, por terem alguma limitação, não poderiam participar e atuar no meio social como as demais pessoas.

Na perspectiva do ensino de Matemática, com o advento das tecnologias interativas, foi possível representar os objetos de maneira inédita no meio digital, além de oferecer oportunidade de discutir tais representações com pessoas de diversas partes do mundo, o que tornou a interatividade mais efetiva frente ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Entretanto, há espaços em que esta interatividade ainda não é para todos, fato que nos permite levantarmos as seguintes indagações: será que todas as informações matemáticas em ambientes interativos estão à disposição de todos? Será que não há informações matemáticas disponíveis em meio interativo com limitações para pessoas que possuem deficiência visual, auditiva, mobilidade reduzida, ou outras Necessidades Educacionais Específicas? Como tornar estas informações disponíveis para todos?

Para abranger o maior número de pessoas na utilização das Tecnologias Interativas existem as Tecnologias Assistivas, que se constituem enquanto uma área interdisciplinar e que visam atender as necessidades específicas de cada sujeito. Na seção a seguir, apresentaremos autores que defenderam a necessidade de discutir e conceituar estas tecnologias como uma maneira de trazer novas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem.

### 2.3 Tecnologias assistivas

Os avanços tecnológicos facilitam a realização de inúmeras atividades cotidianas, assim, podemos mencionar, corroborando Bersch (2017), que é possível perceber os impactos das tecnologias e o fato destas caminharem na direção de tornar a vida mais fácil. Sem nos apercebermos, utilizamos constantemente, ferramentas que foram especialmente desenvolvidas para favorecer e simplificar as atividades cotidianas, tais como: talheres, canecas, computadores, automóveis, telefones

celulares, relógios; enfim, inúmeros objetos que nos auxiliam nas atividades diárias. Diante disso, porque não ampliarmos o campo de utilização destes materiais e torná-los mais acessíveis, para que todos tenham condições de participar efetivamente das atividades do cotidiano?

Isto é o que fundamenta e incentiva o processo de produção de novas Tecnologias Assistivas; entretanto, a trajetória e a definição deste tipo de tecnologias passaram por diferentes fases e por inúmeras compreensões. Assim, Galvão Filho (2013) destacou que esse crescimento pelo interesse e a presença destas tecnologias, nas atividades cotidianas daqueles que delas necessitam, traz consigo o imperativo de que seja dada continuidade na busca de uma precisão conceitual cada vez maior.

Esta precisão é necessária ao considerarmos que, em âmbito nacional, foi sublinhado por Galvão Filho (2013) que de um período de quase desconhecimento da população com relação à existência das Tecnologias Assistivas se iniciou um período em que o significado e a importância destas ferramentas adquiriram uma nova dimensão, passando a compor comitês e reuniões que visavam a construção de projetos de leis que viessem a incentivar e disponibilizar recursos específicos para serem revestidos em programas essenciais relacionados a tais tecnologias.

Assim, a compreensão e a conceitualização tornaram-se necessárias, tendo em vista que, por serem destinadas às pessoas com deficiência, os profissionais da saúde ou os órgãos responsáveis por licitações e compras de tecnologias para tratamento médico, poderiam utilizar estas verbas para tais compras, as quais não se caracterizavam como Tecnologias Assistivas. Tendo em vista, que uma das principais características destas ferramentas, refere-se ao fato de terem um caráter interdisciplinar e envolverem as diversas áreas do conhecimento, não se resumindo às ferramentas ligadas à saúde, tais como, órteses, cadeiras de rodas, bengalas, entre outros produtos.

Neste contexto, a definição de Tecnologia Assistiva, foi discutida pelo Comitê de Ajudas Técnicas em 2009 e então definido na Ata VII, como:

[...] uma área do conhecimento, de característica interdisciplinar, que engloba produtos, recursos, metodologias, estratégias, práticas e serviços que objetivam promover a funcionalidade, relacionada à atividade e participação, de pessoas com deficiência, incapacidades ou mobilidade reduzida, visando sua autonomia, independência, qualidade de vida e inclusão social (BRASIL, 2009, on-line).

Assim, as Tecnologias Assistivas possuem uma grande aplicabilidade e não envolvem apenas os produtos, mas, perpassam por metodologias, estratégias e práticas que venham a promover a funcionalidade, participação e emancipação da população no meio social em que vivem. Tais tecnologias facilitam a vida das pessoas que possuem alguma necessidade específica, além disso, possibilitam igualdade de condições perante a atuação e a vida social. Neste ensaio, defendemos

a produção e a disseminação destas tecnologias, pelo seu caráter interdisciplinar e pela autonomia que podem proporcionar às pessoas com deficiência.

Neste contexto, estamos considerando que as pessoas são iguais em direitos e deveres e que as limitações físicas, psicológicas ou motoras, não devem se constituir em impeditivos para que estas possam participar ativamente da sociedade, pois quando se oferecem ferramentas que venham auxiliá-las na realização das atividades, tais pessoas participam de maneira efetiva e autônoma.

### 3 | ONDE QUEREMOS CHEGAR?

Ao nos questionarmos onde queremos chegar, explicitamos que em uma sociedade mais inclusiva, em que todos têm direitos e deveres garantidos em leis e colocados em prática. Uma sociedade que busca a melhoria da qualidade de vida de todos e para todos, levando em consideração que o sujeito é quem melhor entende suas necessidades e que sua voz deve ser ouvida, perante o processo de inclusão; diante disso, ele pode auxiliar na avaliação daquilo que lhe é oferecido.

Queremos alcançar uma sociedade que não concebe a Necessidade Específica que cada um possui como sendo uma doença ou uma incapacidade, mas que respeita o outro enquanto um cidadão com direitos e deveres que devem ser assegurados. Uma sociedade que não compactua com injustiças e discriminações e que garanta a equidade de oportunidades. Uma sociedade em que os alunos com NEE adentrem os espaços escolares e estes espaços se adequem às suas necessidades e sempre estejam aptos para recebê-los e incluí-los, sem que eles necessitem se adaptar aos espaços e às metodologias tradicionais.

Almejamos alcançar um ensino de Matemática desenvolvido para todos e por todos; isso, ao considerarmos que todos são capazes de aprender a serem protagonistas do seu processo de aprendizagem. No qual, os professores reconhecem seu papel enquanto mediadores do ensino e buscam desenvolver atividades e ações que coloquem os estudantes como corresponsáveis pelo processo, dando-lhes autonomia e voz ativa, perante a aprendizagem dos conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula. Assim, ao concluirmos este ensaio, ressaltamos que se faz necessário olharmos o processo de inclusão pelo viés daqueles que dela necessitam, pois só assim conseguiremos enxergar se este processo está sendo efetivo ou não.

### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao nos reportarmos ao nosso objetivo de estudo, a saber, discutir o lugar que as Tecnologias Interativas e Assistivas vêm ocupando no âmbito do processo de

ensino e aprendizagem da Matemática. Destacamos que as tecnologias encontram-se presentes em inúmeras atividades que desempenhamos em nosso dia-a-dia. No âmbito escolar, estas se fazem presentes em alguns momentos; entretanto, faz-se necessário explorarmos mais as suas potencialidades e levarmos mais tecnologias com um caráter interativo e assistivo para as nossas aulas. Isso, com o intuito de favorecermos a inclusão e a participação de todos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim, concluímos este ensaio ressaltando que as Tecnologias Assistivas, em sua maioria, não precisam ser rebuscadas, estas precisam ser eficazes e eficientes em sua utilização, pois uma adaptação que possa se mostrar simples, pode fazer toda diferença para aqueles que necessitam de tal adaptação. Ademais, estas devem sempre levar em consideração que os principais avaliadores são os usuários, pois são eles quem avaliarão e explicitarão as potencialidades, limitações e as necessidades de alterações, para torná-las mais eficazes e eficientes.

Assim, não se pode dizer que uma dada Tecnologia Assistiva e Interativa poderá ser utilizada por um grande número de pessoas, com as mesmas ou diferentes Necessidades Específicas, sem antes ouvir destes usuários, se realmente, elas são utilizáveis e úteis. Desta maneira, destacamos, então, que a inclusão pode ser conceituada como dar oportunidades para que todos possam atuar na sociedade e no meio em que vivem, garantindo igualdade de direitos. Tendo em vista que todos têm potencialidades a serem exploradas e as Tecnologias Interativas e Assistivas, podem contribuir para que esses potenciais venham ao encontro do processo de inclusão educacional e social.

## REFERÊNCIAS

ARANHA, Maria Salete Fábio. **Inclusão social e municipalização**. 2004. Disponível em: <<http://cape.edunet.sp.gov.br/textos/textos/10.doc>>. Acesso em: 20 nov. 2018.

BERSCH, Rita. **Introdução à tecnologia assistiva**. Porto Alegre: RS, 2017. Disponível em: <[http://www.assistiva.com.br/Introducao\\_Tecnologia\\_Assistiva.pdf](http://www.assistiva.com.br/Introducao_Tecnologia_Assistiva.pdf)>. Acesso em: 22 set. 2018.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF, 1988. Disponível em: <<http://www.tse.jus.br/legislacao/codigo-eleitoral/constituicao-federal/constituicao-da-republica-federativa-do-brasil>>. Acesso em: 23 nov. 2018.

BRASIL. **Lei 9.394**: Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. 1994. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm)>. Acesso em: 21 nov. 2018.

BRASIL. Comitê de Ajudas Técnicas. **Tecnologia assistiva**. Brasília: Secretaria Especial dos Direitos Humanos da Presidência da República (CORDE/ SEDH/ PR). 2009. Disponível em: <<http://www.pessoacomdeficiencia.gov.br/app/sites/default/files/publicacoes/livro-tecnologia-assistiva.pdf>>. Acesso em: 1 nov. 2018.

COLL, César. Psicología de la educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de

la información y la comunicación: una mirada constructivista. **Sinéctica - Revista Electrónica de Educación**, Jalisco, México, n. 25, p. 1-24, jul./dez. 2004. ISSN 2007-7033. Acesso em: 20 ago. 2018.

DALMON, Danilo Leite; BRANDÃO, Leônidas de Oliveira. Sobre o desenvolvimento de software educacional: proposta de uma linha de produto de software para módulos de aprendizagem interativa. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 21, n. 3, 2013, p. 113-130. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/profile/Leonidas\\_Brandao/publication/269222838\\_Sobre\\_o\\_Desenvolvimento\\_de\\_Software\\_Educacional\\_proposta\\_de\\_uma\\_Linha\\_de\\_Produto\\_de\\_Software\\_para\\_Modulos\\_de\\_Aprendizagem\\_Interativa/links/5484d3f90cf283750c370aa2.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Leonidas_Brandao/publication/269222838_Sobre_o_Desenvolvimento_de_Software_Educacional_proposta_de_uma_Linha_de_Produto_de_Software_para_Modulos_de_Aprendizagem_Interativa/links/5484d3f90cf283750c370aa2.pdf)>. Acesso em 22 out. 2019.

FABRIS, Eli Terezinha Henn; LOPES, Maura Corcini. **Inclusão e educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

GALVÃO FILHO, Teófilo Alves. A construção do conceito de tecnologia assistiva: alguns novos interrogantes e desafios. **Revista Entreideias**, Salvador, v. 2, n. 1, p. 25-42, jan./jun. 2013. Disponível em: <[www.galvaofilho.net/assistiva.pdf](http://www.galvaofilho.net/assistiva.pdf)>. Acesso em: 20 out. 2018.

JESUS, Deise Lourenço de; CUNHA, Murilo Bastos da. Produtos e serviços da web 2.0 no setor de referência das bibliotecas. **Perspectivas em Ciência da Informação**, Belo Horizonte, v. 17, n. 1, p. 110-133, jan./mar. 2012. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/pci/v17n1/a07v17n1.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2018.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Inclusão escolar**: O que é? Por quê? Como fazer? São Paulo: Summus, 2015.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. Campinas: Papirus, 2018.

SOUZA, Amaralina Miranda de; FIORENTINI, Leda Maria Rangearo; RODRIGUES, Maria Alexandra Militão (Org.). **Educação superior a distância**: Comunidade de Trabalho e Aprendizagem em Rede (CTAR). Brasília: Universidade de Brasília, 2010. Disponível em: <[http://forumeja.org.br/sites/forumeja.org.br/files/livro\\_ctar.pdf](http://forumeja.org.br/sites/forumeja.org.br/files/livro_ctar.pdf)>. Acesso em: 21 set. 2018.

VYGOTSKY, Liev Semionovich. **A formação social da mente**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (Capes) - Código de Financiamento 001.

## **SOBRE A ORGANIZADORA**

**Annaly Schewtschik** - Mestre em Educação, MBA em Governança Pública e Gestão Administrativa, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Especialista em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e Licenciada em Pedagogia. Professora da Educação Básica e do Ensino Superior em Pedagogia, Administração e Tecnólogo em Radiologia, assim como em Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 25 anos, tem diversos trabalhos publicados em livros, em periódicos e em anais de eventos pelo Brasil. Atualmente é Empresária em Annaly Schewtschik Coach Educacional atuando em Consultoria e Assessoria Educacional, Avaliação e Formação de Professores, além de estar Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Aplicativos 152, 171, 172, 173, 201

Atendimento educacional especializado 21, 22, 30, 31

Avaliação 75, 76, 103, 108, 110, 112, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 164, 196, 203, 206

### B

Brincadeiras e jogos 66

### C

Cálculo diferencial 155, 162, 163, 179, 180, 181, 191, 192, 193

Cálculo i 154, 155, 156, 163, 169

Campo multiplicativo 20

Conceitos geométricos 1, 4, 5, 6, 91, 99, 100, 101

Conteúdos e ideologias 121

Currículo prescrito 79, 81, 84, 85, 86, 87, 88, 91, 97, 101

### D

Desenho geométrico 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11

Divisibilidade 73, 76, 77, 149, 150

### E

Educação básica 7, 41, 84, 90, 103, 104, 108, 110, 115, 116, 120, 129, 130, 133, 137, 167, 206

Educação infantil 59, 60, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 89, 129, 132

Educação matemática inclusiva 194, 195, 197

Ensino superior 41, 135, 155, 164, 206

Estatística nos anos iniciais do ensino fundamental 85, 86, 88, 90

Exploração de conceitos matemáticos 167

### F

Ferramentas tecnológicas 154, 200

Formação de professores 22, 31, 34, 39, 79, 81, 82, 85, 87, 88, 89, 102, 103, 106, 112, 113, 114, 167, 206

### G

Geogebra 104, 105, 110, 111, 113, 152, 179, 180, 181, 191, 192, 193

Geometria analítica e vetores 135, 140

Geometria espacial 102, 104, 105, 109, 110, 111, 113

### H

História da matemática 3, 10, 48, 52, 53, 57, 58, 133, 134

## I

Investigação matemática 68, 74, 75, 77

## L

Lesson study 40, 46, 47

Livro didático 86, 121, 122, 123, 124, 125, 128, 129, 131, 132, 133, 134, 138, 141

## M

Matemática em quadrinhos 33

## P

Pensamento aritmético 68

Prova brasil de matemática 114, 117

## Q

Qr code 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 175, 176, 177

## R

Registro de representação semiótica 135

Representação 1, 6, 10, 45, 69, 70, 72, 73, 77, 85, 106, 135, 137, 138, 139, 140, 144, 145, 147, 148, 154, 155, 156, 157, 158, 162, 163, 164

Rigor matemático 68

## S

Saberes docentes 81, 90, 102, 104, 105, 106, 107

## T

Tecnologia assistiva. 197, 204

Tecnologia e jogos 149

Tecnologia interativa 194

Teorema de tales 40, 41, 42, 45, 46

Teoria da aprendizagem significativa 102, 104, 107, 110

Transformações geométricas 91, 92, 94, 97, 98, 99, 100, 101

Trigonometria 48, 49, 53, 54, 57, 58, 134, 181

 **Atena**  
Editora

**2 0 2 0**