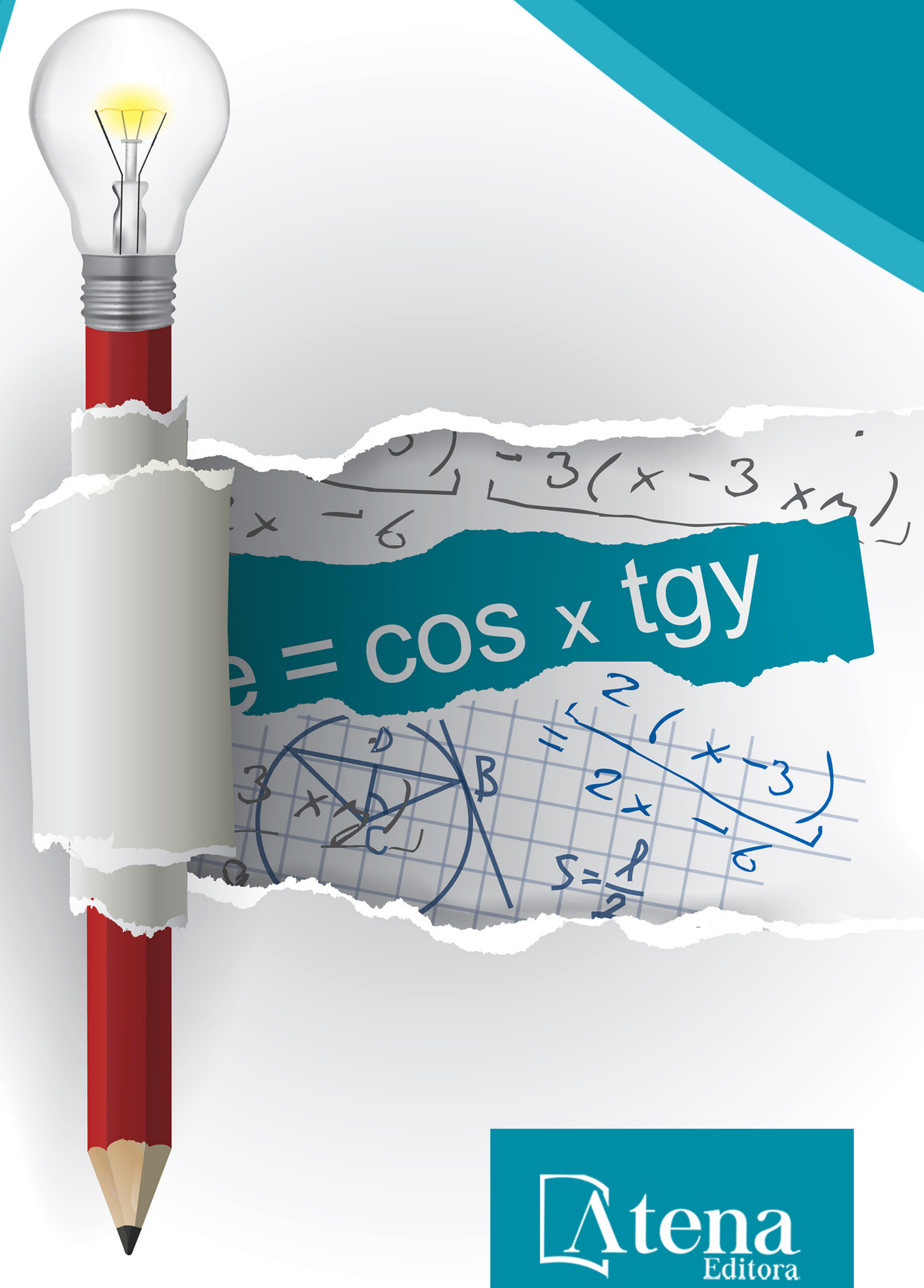
As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 3

Annaly Schewtschik
(Organizadora)

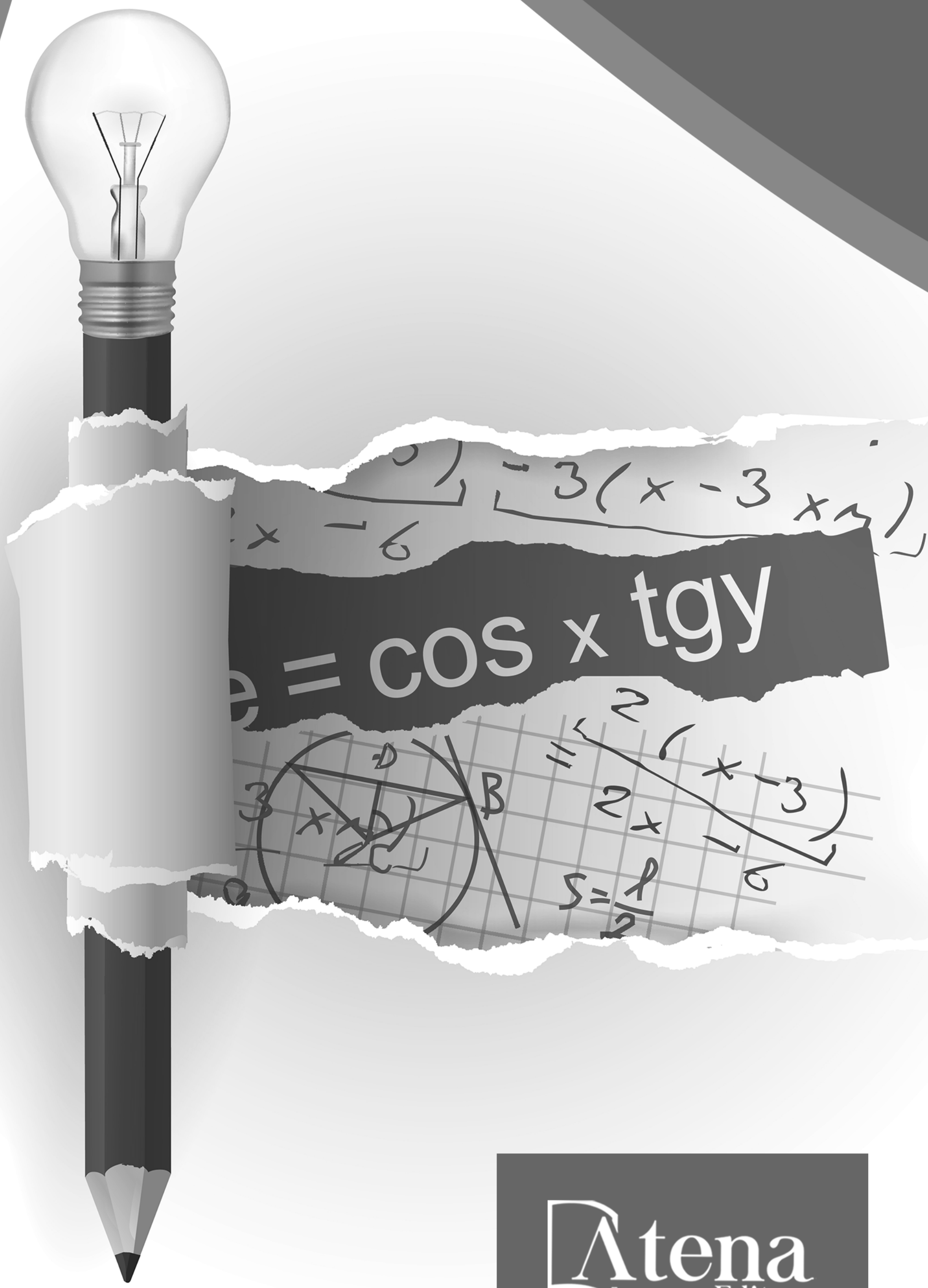


Atena Editora

Ano 2020

As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 3

Annaly Schewtschik
(Organizadora)



Atena
Editora
Ano 2020

2020 by Atena Editora
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2020 Os autores
Copyright da Edição © 2020 Atena Editora
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

D618 As diversidades de debates na pesquisa em matemática 3 [recurso eletrônico] / Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2020. – (As diversidades de debates na pesquisa em matemática; v. 3)

Formato: PDF
Requisitos de sistemas: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-912-7
DOI 10.22533/at.ed.127201301

1. Matemática – Pesquisa – Brasil. 2. Pesquisa – Metodologia. I. Schewtschik, Annaly. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2020

APRESENTAÇÃO

A obra “As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 3” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora. Este Volume em seus 13 capítulos apresenta resultados de pesquisas que trazem a matemática como caminho de leitura, análise e reflexões sobre uma diversidade de temáticas da atualidade, de um ponto de vista crítico e sistemático, apresentando compreensões a partir de um diálogo da educação matemática e da matemática enquanto ciência aplicada em uso social.

Os trabalhos que evidenciam inferências frente ao campo da Educação Matemática expõem conclusões a respeito do uso de tecnologias nas aulas de matemática alavancada pelo uso de softwares educativos, o uso de jogos como uma metodológica ativa para o ensino e para a aprendizagem, incluindo neste escopo o uso de games de consoles para a aprendizagem matemática em sala de educação especial. Traz a transdisciplinaridade, fundamentada pela teoria da complexidade, como aporte para a compreensão da diversidade. Apresenta pesquisa sobre como despertar nos alunos o interesse pela estatística e a probabilidade por meio de suas diversas aplicações, assim como sobre o uso dos números racionais em atividades de compostagem para estimular consciências, ações e atitudes ecologicamente corretas.

No que tange ao uso da matemática como ferramenta para interpretações nos fenômenos sociais, apresenta pesquisas sobre o Número de Euler em constantes financeiras como ferramenta tecnológica na resolução de problemas diários, sobre as ideias de ângulos de contato em casos físico-químicos de molhabilidade na produção de tintas, sobre o uso da modelagem matemática aplicada em casos de dessalinização da água, assim como o seu uso na redução dos riscos de investimentos em pesquisa norteada pela Teoria de Carteiras. O uso de ferramentas matemáticas, como técnicas de verificação estatística também é evidenciada pelas séries temporais na pesquisa sobre modelos numéricos de previsão do tempo. E a estatística em suas séries temporais como uma ferramenta de abordagem quantitativa para questões socioeconômicas.

Este volume é direcionado para todos os pesquisadores que fazem uso da matemática como ferramenta no âmbito da ciência sociais e aplicadas, e aos educadores que pensam, refletem e analisam o ensino e a aprendizagem no âmbito da educação matemática.

Annaly Schewtschik

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

A CONFECÇÃO DOS PENTAMINÓS NO GEOGEBRA

Data de aceite: 05/12/2018

Josevandro Barros Nascimento
Universidade Federal Da Paraíba / Centro de Informática (CI)
josevandrob@ppgmmc.ci.ufpb.br

Gerivaldo Bezerra Da Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano/Campus Floresta,
gerivaldo.bezerra@ifsertao-pe.edu.br;

Glageane Da Silva Souza
Universidade Federal De Campina Grande / Centro De Educação e Saúde (CES)
glageanemat@gmail.com;

Leonardo Lira De Brito
Universidade Federal De Campina Grande / Centro De Educação e Saúde (CES)
leonardoliradebrito@gmail.com;

Sérgio De Carvalho Bezerra
Universidade Federal Da Paraíba / Centro de Informática (CI)
sergio@ci.ufpb.br.

1 I INTRODUÇÃO

O desenvolvimento das novas tecnologias digitais aplicada no ensino de matemática vem proporcionando um trabalho em sala de aula ativo e lúdico em que permite ao aprendiz vivências na prática e o real sentido dos conceitos matemáticos por meio de softwares de ensino-aprendizagem.

A proposta de nosso trabalho é construir as peças dos pentaminós no software GeoGebra explorando conceitos matemáticos da geometria, como polígonos e simetrias, de modo que possibilite os alunos analisarem as construções e tomar decisões com o uso das tecnologias.

Os pentaminós são figuras formadas por cinco quadrados congruentes e justapostos. Estes cinco quadrados podem ser agrupados de modo a formar doze figuras diferentes – excluídos os casos de simetrias, rotações e reflexões. Deste modo, dizemos que há doze pentaminós. Cada peça de pentaminós se assemelha a uma letra do alfabeto de forma que as denotamos por essa semelhança como: F-Pentaminó, N- Pentaminó, Y- Pentaminó N- Pentaminó, W- Pentaminó V- Pentaminó, X- Pentaminó, P- Pentaminó, T- Pentaminó, U- Pentaminó, Pentaminó Reto Z- Pentaminó.

Neste sentido com a confecção das peças dos pentaminós e com uso do GeoGebra e as tecnologias nas aulas de matemática contribua para o ensino e aprendizagem de matemática favorecendo assim uma matemática de conceito.

2 I AS TECNOLOGIAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

As pesquisas quanto ao uso dos meios das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's), indicam que propiciam um ambiente contextualizado e significativo, permitem simulações de situações e novos problemas, promovem abordagem experimental com o seu conhecimento da matemática, favorecem a investigação em ambiente de ensino e aprendizagem (APM, 1988; MATHEMATICAL ASSOCIATION, 1992; PONTE E CANAVARRO, 1997; VELOSO, 1988).

Segundo Almiro (2004), a utilização das tecnologias digitais nas aulas de matemática, possibilita que o aluno encare um novo estilo de atividade educacional em que são desafiados a desenvolver a sua autonomia (ALMIRO, 2004).

Para D'Ambrósio (1989), o uso do computador faz com que a matemática deixe de ser uma associação de conhecimento pronto, que é transmitido aos alunos e passa a ver um instrumento importante no processo de constituição de conceitos matemáticos. Esperar-se que as metodologias com o uso específico dos computadores, promovam a competência criativa e o pensamento matemático.

Entendemos que os computadores podem contribuir com a aprendizagem matemática, uma vez que é um recurso dinâmico, no entanto, se for aliado a outras metodologias, como o jogo e o GeoGebra, pode se tornar uma ferramenta ainda mais potencializadora.

3 I O GEOGEBRA

O GeoGebra é um programa *free* e de fácil acesso, disponível gratuitamente no site *<https://www.geogebra.org/>.* Este software reúne conceitos de Geometria, Álgebra e Cálculo interligando-os na sua janela de trabalho de modo que possibilita visualizar os objetos criados algebricamente e geometricamente de forma simultânea. São disponibilizadas versões do software para plataformas Windows, Linux ou Mac OS (SILVA, 2014).

O software GeoGebra foi desenvolvido nos estudos de pesquisa de mestrado em Educação Matemática por Markus Hohenwarter[1], criado para auxiliar o aluno e o professor no ensino e aprendizagem de matemática da educação básica, como aproveitamentos também no nível superior (OLIVEIRA et al., 2010).

Muitos são os questionamentos acerca do uso do GeoGebra. Neste sentido,

1. Nascido em 24 de maio de 1976 em Salzburgo. É um matemático austríaco e professor da Johannes Kepler University (JKU) Linz . Ele é o diretor do Instituto de Didática da Matemática . Como parte de sua formação universitária (Ciência da Computação Aplicada e Ensino de Matemática), ele desenvolveu o software de ensino matemático GeoGebra , que recebeu vários prêmios de software na Europa e nos Estados Unidos (Prêmio de Tecnologia). Após sua dissertação na Universidade de Salzburgo (2006), trabalhou na Florida Atlantic University e na Florida State University . Em 1 de fevereiro de 2010, tornou-se professor no Instituto de Educação Matemática da JKU Linznomeado. Seu foco de pesquisa é o uso da tecnologia na educação matemática. (Tradução nossa). Disponíveis em: < https://de.wikipedia.org/wiki/Markus_Hohenwarter>. Acesso em: 15 fev. 2019.

Silva (2017) afirma que:

> O *software* GeoGebra oferece muitas possibilidades no ensino da matemática e em especial da geometria pois cria um ambiente rico em imagens, movimentos e animações, proporcionando ao educando um ensino dinâmico onde ele pode construir, visualizar e experimentar, fornecendo assim condições para formar conceitos e compreender propriedades que muitas vezes pelo método tradicional de ensino ficam distantes da compreensão do aluno. (SILVA, 2017, p.20).

Com isso, podemos entender que “O GeoGebra possui uma interface de fácil acesso que não requer conhecimentos prévios de informática” (CYRINO & BALDINI, 2012, p.45).

Neste sentido proporcionando de forma específica as funcionalidades à disposição do usuário para a realização de atividades sugeridas. O ambiente inicial do GeoGebra reúne em uma única plataforma recursos da álgebra, geometria, cálculo, estatística, probabilidade, gráficos 2D e 3D e tabelas apresentando interativamente as representações diferentes e associando ao um mesmo elemento da matemática, propriedade de evidência das aplicações (RAMOS, 2015).

Com o download realizado é fundamental e essencial conhecer a interface (figura 1) do programa, analisando em primeiro momento como o GeoGebra e sua disposição dos conceitos matemáticos presentes (CHEVALLARD, 1999). Ao iniciar o GeoGebra, sua tela inicial apresenta: Barra de menus, barra de ferramentas, janela de visualização, janela de álgebra e campo de entrada.

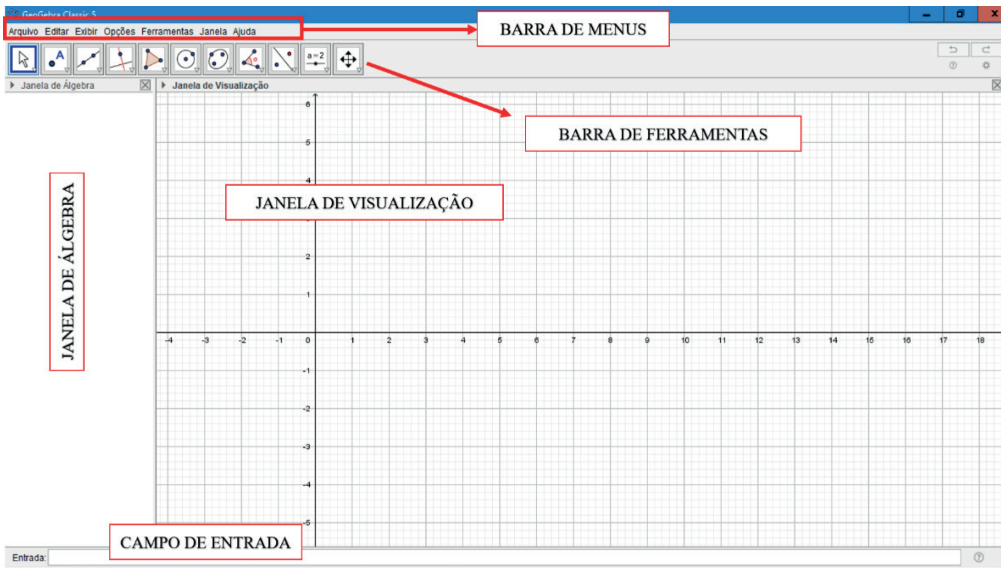


Figura 1: Interface do *software* GeoGebra.

Fonte: Os autores (2019).

A instrução do software é composta de vários aspectos que são indispensáveis para utilização, conforme descritos no quadro abaixo, destacado por Nascimento (2012).

NOME	FUNÇÃO
Menu	Através do menu do programa, podem ser encontradas funções como Arquivo, que disponibiliza carregamento de um projeto criado, salvamento das construções, compartilhamento das construções criadas para o site do programa e visualização do trabalho
Editar	Permite refazer ou desfazer uma ação realizada com o programa, além de copiar, colar e inserir imagem.
Exibir	Em a função de exibição de janelas e planilhas de construção. Exibe todas as ações utilizadas na realização da construção.
Opções	permite realizar modificações necessárias durante a utilização do programa
Ferramentas	Permite configurar a barra de ferramenta e acrescentar novas ferramentas ao programa.
Janela	Permite abrir uma nova janela de trabalho no programa – também pode ser adicionada com a função Contrl+número.
Ajuda	Oferece ajuda e suporte ao usuário do programa.

Quadro 1: Instrução do software

Fonte: (NASCIMETO, 2012, p.5).

Diante de tais considerações, é possível ir nas configurações do programa e colocar de acordo com suas prioridades. Sobre o fácil acesso da aplicação afirma Oliveira (2010) que:

> Assim, elementos geométricos (como pontos, vetores, retas, circunferências, etc.) podem ser construídos ou alterados por meio do clicar-e-arrastar (***dragand-drop***); expressões ou elementos algébricos podem ser definidos por meio de funções e comandos pré-definidos; dados podem ser incluídos no formato tabular (OLIVEIRA et. al, 2010, p.31).

Todos os recursos do GeoGebra estão acessíveis na página oficial das aplicações, na qual existe um cadastro gratuito favorecendo uma assimilação mais ampla da aplicabilidade software.

4 I OS POLIMINÓS

Os Poliminós têm destaque no ano de 1953 com Solomon W. Golomb[2] na conferência do clube de matemática da universidade de Harvard. No qual o mesmo apresenta um quebra-cabeça constituído por composição de quadrados congruentes

2. Nascido em 30 de maio de 1932, matemático americano, engenheiro e professor de engenharia elétrica na Universidade do Sul da Califórnia. Conhecido por seus trabalhos sobre jogos matemáticos, mais notavelmente, ele inventou Cheskers em 1948 e cunhou o nome. Descreveu completamente os pentominós e poliminós, em 1953. Se especializou em problemas de análise combinatória ,teoria dos números , teoria de codificação e comunicações. Seu jogo de pentominó inspirou o conhecido jogo Tetris (Tradução nossa). Disponíveis em: < https://en.wikipedia.org/wiki/Solomon_W._Golomb>. Acesso em: 22 fev. 2019.

(SANTANA, 2006).

Poliminós são figuras formadas por justaposição de quadrados congruentes, em que cada quadrado sempre tem pelo menos uma arresta em comum com outro quadrado e uma rotação ou reflexão não transforma um poliminó em outro. Categorizamos cada poliminó de acordo com o número de quadrados que o compõe. Uma peça de poliminó pode ser categorizada como: monominó, dominó, triminó, tetraminó, pentaminó, etc:

Monominó (1): É o poliminó formado por apenas um quadrado. Dessa forma, existe apenas um monominó.

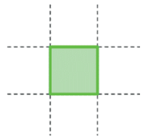


Figura 2: Monominó.
Fonte: Os autores (2019).

Dominó (2): É o poliminó formado por dois quadrados. Como não contamos a rotação como sendo outra forma, temos apenas uma peça de dominó.

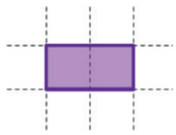


Figura 3: Dominó.
Fonte: Os autores (2019).

Triminó (3): É o poliminó formando por três quadrados. Neste caso, há dois triminós distintos.

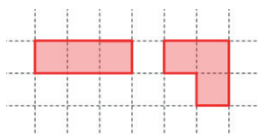


Figura 4: Triminós.
Fonte: Os autores (2019)

Tetraminó (4): É o poliminó formado por quatro quadrados. Há cinco tetraminós distintos.

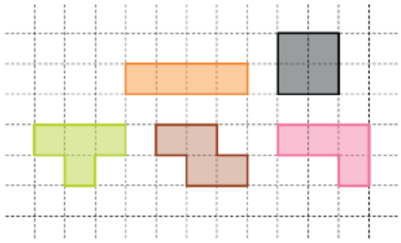


Figura 5: Tetraminós.

Fonte: Os autores (2019)

Pentaminós (5): É o poliminó por cinco quadrados. Há doze pentaminós distintos.

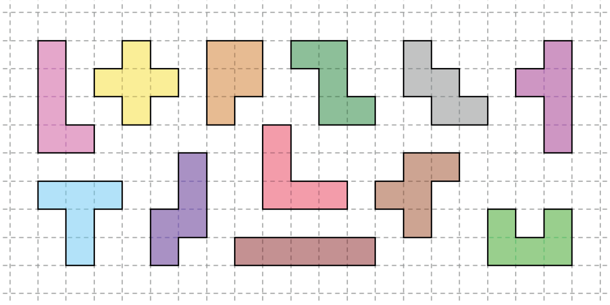


Figura 6: Pentaminós.

Fonte: Os autores (2019)

Barbosa e Gandulfo (2013) ressaltam a importância dos Poliminós como mediador do ensino e aprendizagem de matemática, essencialmente por sua característica de metodologia inovadora. Neste sentido, abordaremos como recurso didático o uso dos pentaminós na construção com o GeoGebra.

5 I PENTAMINÓS

Os pentaminós, como mencionando anteriormente, é a categoria de poliminós que são formados por cinco quadrados de justaposição e são em número de 12 (doze) peças. Para facilitar o entendimento e manuseio, cada peça do pentaminós faz referência a uma letra do alfabeto (DE ALMEIDA, 2007).

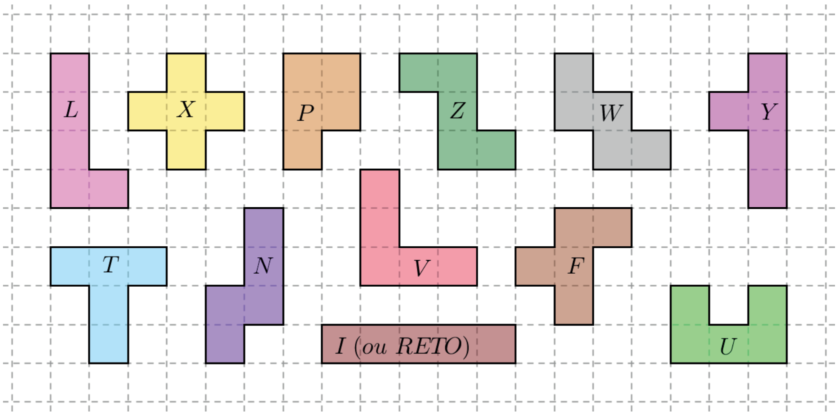


Figura 7: Pentaminó de acordo com as letras do alfabeto.

Fonte: Os autores (2019).

GÖRGEN et al., (2009), relaciona os pentaminós com currículo escolar da educação básica, em que possibilita de forma dinâmica a aprendizagem dos conteúdos de matemática. Existe vários exercícios que podem ser aplicado com este jogo.

Na sequência apresentamos um tutorial para confecção dos pentaminós no GeoGebra. Destacamos que todas as figuras apresentadas foram elaboradas pelos autores desse trabalho.

6 I A CONFECÇÃO DOS PENTAMINÓS COM O GEOGEBRA

Apresentamos a confecção dos pentaminós por meio de um roteiro sequencial de passos descritos a seguir contendo orientações e considerações. Os cinco primeiros passos são para organizar a janela de visualização do GeoGebra e em seguida – a partir do passo 6 – construir-se as peças dos pentaminós. A cada passo da construção, está associado uma figura para facilitar a visualização do comando descrito.

Na figura 8 temos a janela de visualização do programa que apresenta todo o menu ao iniciarmos o software GeoGebra.

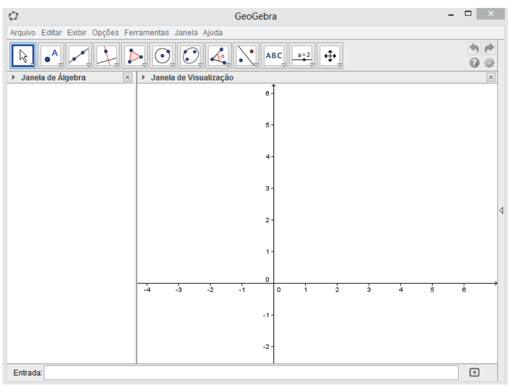


Figura 8: Janela de visualização do GeoGebra

Fonte: Os autores (2019).

Após abrir o GeoGebra, no primeiro passo é necessário fechar a janela de álgebra (conforme figura 9) a fim de uma melhor visualização na construção dos pentaminós.

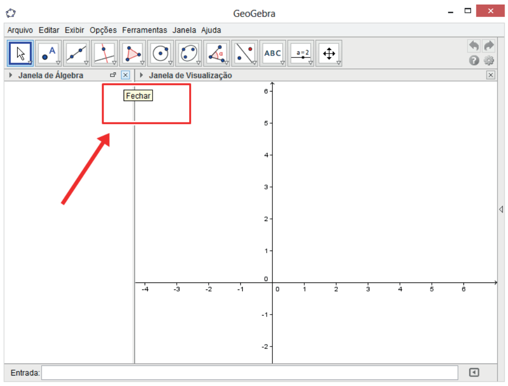


Figura 9: Fechamento da janela de álgebra.

Fonte: Os autores (2019)

O próximo passo é esconder os eixos cartesianos: com o cursor do mouse vá em exibir ou esconder os eixos (conforme figura 10), clique esconder os eixos.

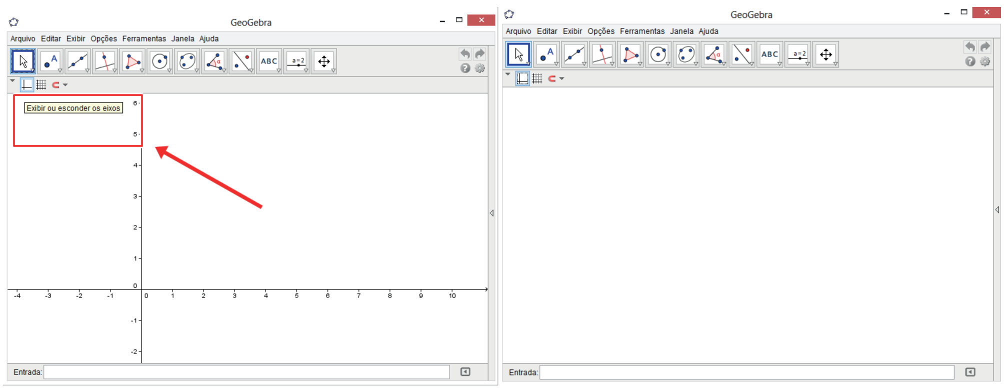


Figura 10: Exibir ou esconder os eixos.

Fonte: Os autores (2019)

O terceiro passo é exibir a malha quadriculada para facilitar o manuseio na construção das peças (conforme figura 11).

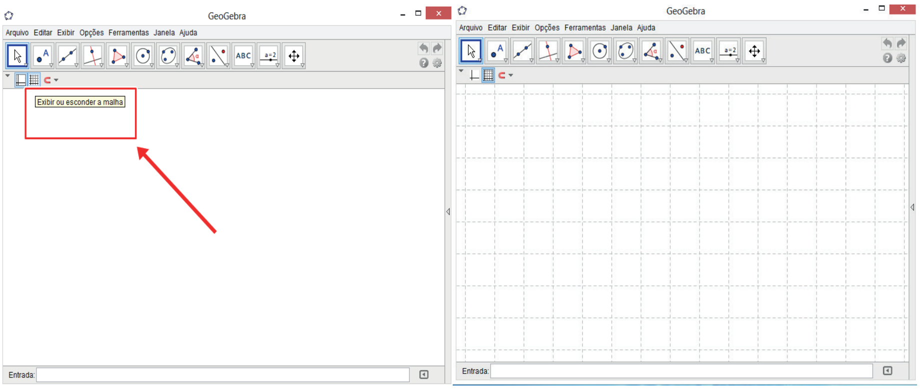


Figura 11: Exibir malha

Fonte: Os autores (2019)

O quarto passo consiste em fixar a malha para facilitar a construção e arraste dos pentaminós: click em menu, depois em opções, pontos sobre a malha e fixar à malha (conforme figura 12).

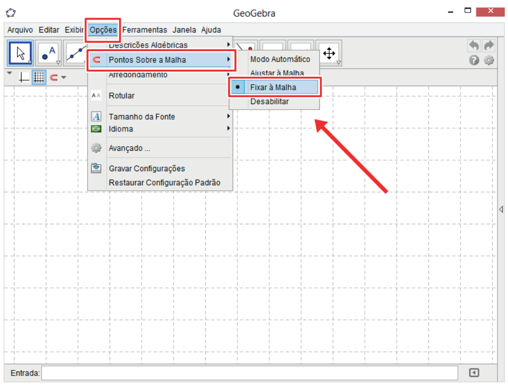


Figura 12: Opções, pontos sobre a malha, fixar à malha.

Fonte: Os autores (2019)

Agora, no quinto passo, deseja-se alterar a configuração dos objetos a serem criados para que estes não apresentem rótulo: na barra de menus click em opções, depois em rotular e click em menos para objetos novos (conforme figura 13).

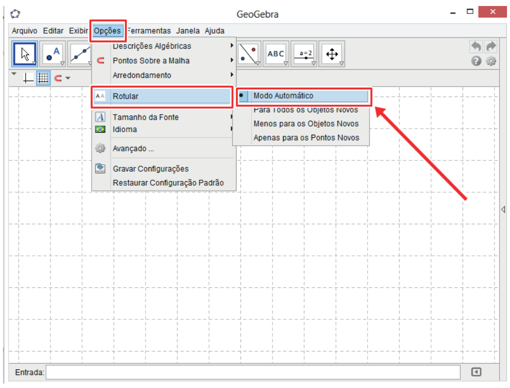


Figura 13: Opções, rotular e click em modo automático

Fonte: Os autores (2019)

Com a janela de visualização organizada, agora iniciamos efetivamente a construção das peças dos pentaminós.

Passo 6: em polígono (na barra de ferramentas), selecione polígono rígido e construa as 12 peças dos pentaminós análogas as da figura 6 (conforme exemplo da figura 14). É opcional a formatação de cores, traços e transparência das peças, porém torna a atividade mais lúdica.

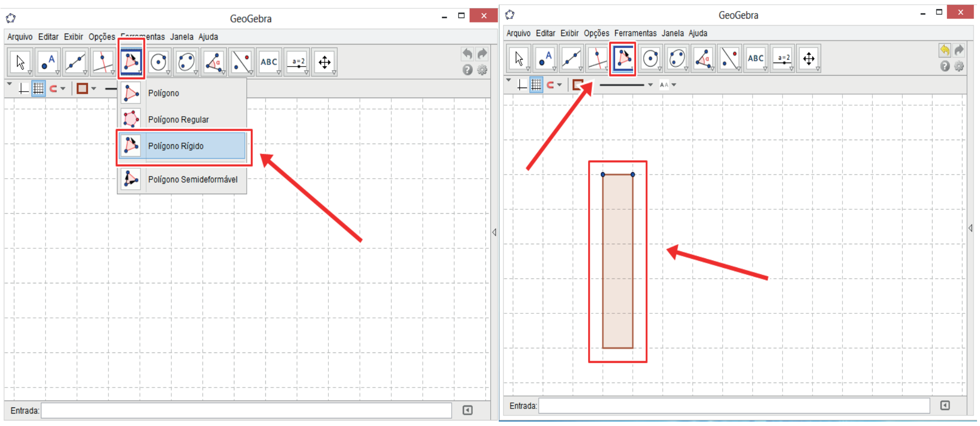


Figura 14: Exemplo de construção de petaminós (pentaminó reto).

Fonte: Os autores (2019)

Em seguida, no passo 7, devemos esconder todos os pontos vértices dos pentaminós, exceto um ponto de cada peça: com o mouse, na barra de ferramentas, click em mover janela de visualização, depois em exibir/esconder objeto (conforme figura 15). Logo após, click em cada ponto que deseja esconder e no final aperte a tecla ESC.

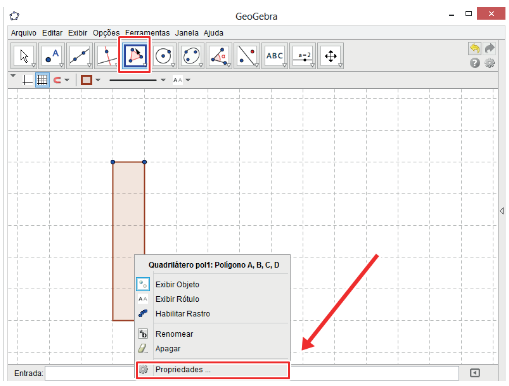


Figura 15: Escondendo pontos dos pentaminós.

Fonte: Os autores (2019)

Assim, finalizamos a construção dos pentaminós. Caso seja necessário, ao realizar uma atividade de encaixe dos pentaminós, rotacionar uma das peças segue-se o oitavo passo, descrito a seguir.

Passo 8, para rotacionar uma peça de pentaminó em torno do seu ponto que ficou visível: em barra de ferramentas, click em mover, depois em rotação em torno de um ponto (conforme exemplo da figura 16). Logo após, click sobre o ponto da peça que se deseja rotacionar, click e arraste a peça até obter o ângulo de rotação desejado.

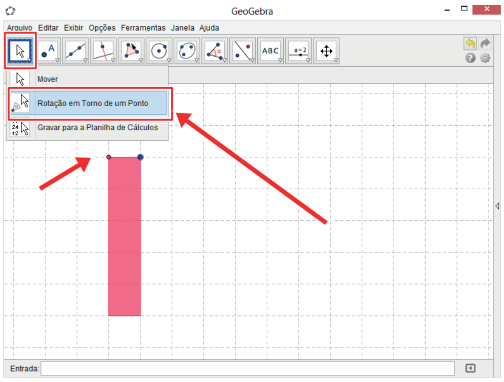


Figura 16: Rotação de uma peça de pentaminó em torno de um ponto.

Fonte: Os autores (2019)

Durante a construção das peças o professor pode propor discussões sobre conceitos de geometria como: polígonos, simetrias, semelhanças, proporção, ângulos, perímetro e área, etc. O intuito deste roteiro é instruir o professor a usar o GeoGebra no desenvolvimento de suas atividades que envolvam o uso dos pentaminós, permitindo que os alunos sejam inseridos no mundo tecnológico que vivemos.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os nossos questionamentos estão associados às pesquisas na área educacional que indicam as tecnologias como ferramentas favoráveis a serem utilizadas como recurso didático pedagógico importante no ensino e aprendizagem de matemática. Neste sentido, instruir os professores no uso do software GeoGebra é de fundamental importância para que estes possam associar suas práticas pedagógicas as tecnologias por meio de adaptação e criação de novos planos de aulas.

Ressaltamos a importância do uso dos pentaminós no processo de ensinar e aprender matemática onde o aluno está inserido numa didática que o permite associar conceitos concretos e abstratos. Serrazinha (1990) traz que: “a construção de conceitos matemáticos é um processo longo que requer o envolvimento ativo do aluno que vai progredindo do concreto para o abstrato” (SERRAZINA, 1990, p.

1). Assim, propomos que o uso das tecnologias, como uso do GeoGebra, possa contribuir para aprendizagem matemática que seja lúdica, interativa e construtiva.

Por meio do roteiro presente neste trabalho, as peças do pentaminós, desenvolvidas no GeoGebra, ficam de fácil acesso para o planejamento e desenvolvimento de uma aula de matemática onde é necessário apenas desenvolver seus conteúdos e aplicações.

REFERÊNCIAS

ALMIRO, João. **Materiais manipuláveis e tecnologia na aula de Matemática. O professor e o desenvolvimento curricular**. 2004.

APM (1998). **Renovação do Currículo de Matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática

BARBOSA, J. A.; GANDULFO, A. M. R. **Explorações geométricas lúdicas com poliminós.** In: VII Congresso Iberoamericano de Educacion Matemática. Montevidéo – Uruguai. Anais**.** Montevideo, 2013.

CHEVALLARD, Y. **L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques**, 1999, vol. 19, n. 2, p. 221 266. Tradução em espanhol de Ricardo Barroso Campos. Disponível em: <http://www.uaq.mx/matematicas/redm/art/a1005.pdf>. Acesso em: 02 dez. 2013.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; BALDINO, Loreni Aparecida Ferreira. O software GeoGebra na formação de professores de matemática: uma visão a partir de teses e dissertações. **RPEM, Campo Mourão**, Pr, v.1, número1, jul-dez. 2012. Disponível em: <http://docplayer.com.br/41520226-O-software-GeoGebra-naformacao-de-professores-de-matematica-uma-visao-a-partir-de-dissertacoes-eteses.html>. Acesso em: 17 de ago. 2017

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje. Temas e Debates**. SBEM. Ano II, v. 2, 1989.

DE ALMEIDA, Vera Lia M. Criscuolo; GUIMARÃES, Diego Dias Machado; DE SOUSA BESERRA, Vagner. **PENTAMINÓS COMO UMA FERRAMENTA DIDÁTICA.** São Paulo: Publicações da UNESP, 2007 (Artigo em Capítulo de Livro Eletrônico dos Núcleos de Ensino da UNESP). Disponível em: < https://www2.unesp.br/portal#!/prograd/e-livros-prograd/ Acesso em: 02 dez. 2013.

GÖRGEN, Ariane Cereça et al. Pentaminós, uma experiência enriquecedora. Revista da Graduação, v. 2, n. 1, 2009. Disponíveis em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/view/5013 > Acesso em: 01 Mar. 2019.

NASCIMENTO, Eimard Gomes Antunes do. **Avaliação do uso do software GeoGebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola** (2012) Disponível em: <http://www.GeoGebra.org.uy/2012/actas/procesadas1370724062/67.pdf >. Acesso em: 25 Fev. 2019.

OLIVEIRA, Carlos Eduardo et al. Investigação e construção de conceitos geométricos possibilitadas pelo GeoGebra. **X Encontro de Educação Matemática**: Educação Matemática, Cultura e Diversidade SBEM/BA, 2010

PONTE, J.P. & Canavarro, A.P. (1997). **Matemática e novas tecnologias. Lisboa**: Universidade Aberta.

RAMOS, David Martins. **Investigação do uso de ambientes gráficos no ensino de funções elementares no ensino médio: explorando o software GEOGEBRA**. 2015. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal De Goiás - Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional - Sociedade Brasileira de Matemática (RG), Catalão, 2015.

SANTANA, Walenska Maysa Gomes de. **O uso de recursos didáticos no ensino do conceito de área: uma análise de livros didáticos para as séries finais do Ensino Fundamental** / Walenska Maysa Gomes de Santana – Recife: O Autor, 2006. 189 f.: il.; tab. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2006

SILVA, Willian Ribeiro da. Aplicação do GeoGebra no estudo de funções quadráticas. **Revista Digital FAPAM,** Pará de Minas, v.5, número5, 160 – 185, abr. 2014. SOARES, Carlos Alberto. **Modelagem por meio de funções elementares** (2014) Disponível em <https://repositorio.bc.ufg.br/tede/bitstream/tede/3944/2/Disserta%C3%A7%C3%A3o %20-%20Carlos%20Alberto%20Soares%20-%202014.pdf> Acesso em 10 nov. 2017.

SILVA, Willian Ribeiro da. Aplicação do GeoGebra no estudo de funções quadráticas. **Revista Digital FAPAM,** Pará de Minas, v.5, número5, 160 – 185, abr. 2014.

SERRAZINA, M. L. **Os materiais e o ensino da Matemática. Educação e Matemática,** n. 13, jan/mar., 1990. (Editorial).

VELOSO, E. (1988). **O computador na aula de Matemática.** Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

CAPÍTULO 2

JOGO MATEMÁTICO DO BOLO DA VOVÓ: EXPLORANDO RAZÃO E PROPORÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 05/12/2018

Data de submissão: 20/10/2019

Bruna Sikora Marchinski
Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO
Irati – Paraná
encurtador.com.br/dtGS4

Joyce Jaquelinne Caetano
Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO
Irati – Paraná
encurtador.com.br/sEFQR

Suelin Jaras
Universidade Estadual do Centro Oeste – UNICENTRO
Irati – Paraná
encurtador.com.br/ghNY0

RESUMO: O ensino da Matemática na maioria das escolas faz uso de metodologias tradicionais, nas quais o aluno acaba se tornando apenas um receptor de conhecimento. Essa forma de ensino desestimula o interesse dos discentes pela disciplina. No entanto, quando o aluno enxerga a aplicabilidade da matemática no seu cotidiano, sente-se motivado a aprender e a resolver desafios matemáticos. Assim, a presente pesquisa teve por objetivo, identificar e apontar a importância da utilização de jogos nas aulas de matemática. Para tanto, foi criado o jogo Bolo da Vovó em que o aluno se depara com vários tipos de receitas em seu dia a dia em sua própria casa. Esse jogo tem como objetivo introduzir o conteúdo de razão e proporção para alunos do 8º ano do ensino fundamental, além de utilizá-lo como uma ferramenta metodológica para dar mais significados as aulas de matemática.

PALAVRAS-CHAVE: jogos, introdução, metodologia, ensino/aprendizagem.

MATHEMATIC'S GAME OF GRANDMA'S CAKE: REASON AND PROPORTION CONTEND IN MATH CLASSES

ABSTRACT: The teaching of mathematics in most schools makes use of traditional methodologies, in which the student becomes only a receiver of knowledge. This form of teaching discourages students' interest in the subject. However, when students see the applicability of mathematics in their daily lives, they are motivated to learn and solve mathematical challenges. Thus, this research aimed to identify and point out the importance

of using games in math classes. To this end, the game Cake Grandma was created in which the student is faced with various types of recipes in his daily life in his own home. This game aims to introduce the content of reason and proportion for students of 8th grade of elementary school, and use it as a methodological tool to give more meaning to math classes.
KEYWORDS: games, introduction, methodology, teaching/learning.

1 I INTRODUÇÃO

A disciplina de matemática é preponderantemente vista pelos estudantes como uma matéria de difícil compreensão e sem vínculo com sua realidade. Algumas abordagens metodológicas pressupõem alternativas de ensino lúdico para adequar a aprendizagem de maneira eficiente e eficaz voltada para o cotidiano do discente. Agranionih e Smaniotto afirmam que o jogo matemático é:

> [...] uma atividade lúdica e educativa, intencionalmente planejada, com objetivos claros, sujeita a regras construídas coletivamente, que oportuniza a interação com os conhecimentos e os conceitos matemáticos, social e culturalmente produzidos, o estabelecimento de relações lógicas e numéricas e a habilidade de construir estratégias para a resolução de problemas (AGRANIONIH E SMANIOTTO apud SELVA, 2009, p.2).

Tendo em vista espaços educacionais em que a pluralidade de conhecimentos culturais, linguísticos, étnicos, sociais, entre outros, se faz presente dentro das salas de aulas, torna-se essencial, metodologias de ensino diversificadas para tentar abranger o máximo dos conhecimentos já adquiridos. Segundo Moura (1992, p. 47), ensinar a matemática através do jogo é “permitir o desenvolvimento operatório do sujeito, partindo de um conhecimento prévio para um conhecimento mais elaborado”.

Utilizar a estratégia da inclusão de jogos para atividades que auxiliem no ensino aprendizagem dentro de um ambiente educacional, requer do profissional um adequado planejamento. O revezamento entre atividades que requerem alta concentração e atividades que possibilitem a satisfação incrementam um melhor desempenho intelectual. Os jogos podem ampliar as experiências dos alunos, de diferentes idades, favorecendo o aprendizado, desde que haja orientação do professor de como proceder com o jogo. Quando se trata de um material concreto ou de um material visual, pode-se perceber melhor o uso da matemática no cotidiano e associar com o conteúdo visto em sala de aula.

Potencializar os jogos educativos é uma forma de estimular o aluno a ter iniciativas de planejamento e controle, o que servirá de base para os demais processos cognitivos, além de que a ação do jogo pode envolver uma competição e esse desafio de “vencer” os motiva a participar da atividade e superar os desafios que nela houver, até mesmo, seus limites e consequentemente, facilitando a aprendizagem. Grando ressalta que:

> Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar (GRANDO, 2000, p.24).

O jogo ou uma atividade lúdica diferente, por si só, não dá conta de abordar todo o conteúdo, deve haver, na maioria das vezes, um conhecimento prévio ou a posteriori sobre o conteúdo, ele deve ser uma maneira de auxiliar o docente no ensino. Assim, de acordo com CAETANO (2018), pode-se aplicar um jogo introdutório, em que serão trabalhadas as primeiras noções do conteúdo, para depois, relacionando às ações do jogo, fechar definições, conceitos, propriedades etc. Pode-se também, utilizar o jogo sistematizador, que vai sistematizar, fixar algum conteúdo já trabalhado, e ainda, utilizar o jogo avaliativo com fins de feed back de determinado conteúdo matemático. Para as três situações, o professor deve ser o mediador desse conhecimento via ação do jogo. Moura afirma que:

> O jogo para ensinar matemática deve cumprir o papel de auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, permitir o desenvolvimento operatório do sujeito e, mais, estar perfeitamente localizado no processo que leva a criança do conhecimento primeiro ao conhecimento elaborado (MOURA, 1992, p. 47).

Os jogos são, ainda, uma forma interessante de propor problemas e desafios aos discentes, estimulando-os pela busca de estratégias para tentar solucioná-lo o mais rápido possível, desenvolvendo assim seu raciocínio lógico. Os Parâmetros Curriculares Nacionais ressaltam que:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações se sucedem rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Para uma melhor abordagem e utilização dos jogos Smole, Diniz e Milani (2007, p. 12) ainda sugerem algumas técnicas para surtir resultados positivos quando utilizarmos este recurso de ensino, que diz:

- Realizar o mesmo jogo várias vezes, para que o aluno tenha tempo de aprender as regras e obter conhecimentos matemáticos com esse jogo;
- Incentivar os alunos na leitura, interpretação e discussão das regras do jogo;
- Propor o registro das jogadas ou estratégias utilizadas no jogo;

- Propor que os alunos criem novos jogos, utilizando os conteúdos estudados nos jogos que ele participou.

Fazer uso de jogos matemáticos em aulas de matemática pode tornar as aulas mais interessantes e divertidas, em que os discentes conseguem observar, entender e compreender melhor a aplicabilidade dos conteúdos estudados ou a estudar. Neste último caso se utilizarmos, por exemplo, um jogo introdutório do conteúdo a ser visto, para que haja uma aproximação com o seu cotidiano, certamente a compreensão sobre aquele tema matemático será mais significativo e sua aprendizagem mais efetiva. Para Masseto,

> A diferenciação e a variedade de técnicas quebram a rotina das aulas e assim os alunos se sentem mais animados em frequentá-las. Além disso, facilitam a participação e incentivam as atividades dinâmicas durante o período das aulas, levando os aprendizes a saírem da situação passiva de espectadores da ação individual do professor (MASSETO, 2007, p. 17).

Quando “quebramos” a rotina do trabalho didático mais tradicional focado em aulas expositivas e buscamos trabalhar de maneira lúdica, mais atrativa, abrangente e, consequentemente, divertida com os alunos, essa diversificação metodológica pode tornar a aula mais interessante, despertando a curiosidade e inventividade dos alunos, implicando em uma aprendizagem mais significativa.

Percebe-se facilmente em nosso cotidiano a dificuldade que a grande maioria dos alunos tem em relação à matemática. Para facilitar a aprendizagem e a compreensão dos conhecimentos matemáticos, necessitamos buscar novas ferramentas metodológicas, novos recursos didáticos, que possibilitem uma nova forma de ensinar e de aprender e que auxilie o trabalho docente na construção do conhecimento dos alunos. Além, é claro, de obter resultados positivos na aprendizagem, tornando a aula mais divertida, prazerosa e interessante para os estudantes.

Vislumbrando as salas de aulas como espaços educacionais com suas peculiaridades, o objetivo desse trabalho foi identificar e apontar a importância da utilização de jogos nas aulas de matemática através da construção do *Jogo Bolo da Vovó* que viabiliza introduzir e fixar os conceitos de razão e proporção.

2 I METODOLOGIA

O presente trabalho de carácter qualitativo, pautou-se na pesquisa bibliográfica e na construção de um jogo didático com vistas à compreensão da importância da ferramenta e de como ela poderia ser útil ao ensino da matemática, mais especificamente no ensino de Razão e Proporção. Para tanto, o jogo foi aplicado e testado durante a aula de Estágio Supervisionado I para os alunos do 3º ano de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Centro- Oeste –

UNICENTRO em Irati no ano de 2018.

Sabemos que os jogos matemáticos podem ser utilizados como uma metodologia de ensino e de aprendizagem. Deste modo, o jogo Bolo da Vovó foi criado para uma apresentação de uma miniaula na disciplina de Estágio Supervisionado I na Universidade Estadual do Centro-Oeste - UNICENTRO Campus de Irati, com o objetivo de introduzir, durante essa aula, o conteúdo de razão e proporção, tema do 8º ano do Ensino Fundamental II.

Esse jogo consiste em uma trilha matemática, em que são permitidos no máximo quatro jogadores. Nessa trilha, há uma receita de bolo que foi denominado Bolo da Vovó e no decorrer dela, há desenhos de alguns dos ingredientes do bolo em algumas “casas”, onde o jogador irá passar com o pino. Cada grupo receberá uma trilha (imagem 1), regras do jogo (imagem 2), quatro pinos de cores diferentes (imagem 3), um dado de instruções (imagem 4) e um dado de pontos (imagem 5), este último serve para saber quantas casas, cada jogador prosseguirá em sua jogada.

O início do jogo se dará para cada jogador, no círculo que há na trilha da cor de seu pino.

O jogador a iniciar a partida é aquele que tirar o maior número no dado. O jogo prosseguirá no sentido horário. Se o jogador cair em uma casa onde haja o desenho de um dos ingredientes, este terá que jogar o outro dado que é o de instruções e seguir a instrução que cair no dado. Se ele acertar o que pede no dado, continua na casa que está. Se, errar volta a casa que estava anteriormente, e assim o jogo prossegue para todos os participantes. Cada jogador terá direito a uma jogada por vez, independente do sucesso ou fracasso dele.

O final do jogo acontece quando alguém chegar na vovó primeiro e este será o vencedor da partida.

Imagem 1: Trilha Bolo Da Vovó

Fonte: arquivo das autoras

REGRAS DO JOGO:

- Cada jogador escolhe um pino. O começo do jogo para cada um é, na casa que tem um círculo da cor do pino;
- O jogador que irá começar é o que tirar maior número no dado numérico.
- O jogador que iniciar a partida joga novamente o dado numérico para saber quantas casas irá andar na trilha, no sentido horário;
- Cada jogador tem direito a uma jogada independente do fracasso ou sucesso do outro.
- Se cair em uma casa que tem o desenho de um ingrediente, o jogador jogará o outro dado, o de instruções;
- Segue essa instrução. Instrução refere- se ao que irá calcular do ingrediente com base na receita do tabuleiro.
- Se errar, volta na casa onde estava;
- Ganha quem chegar primeiro na vovó.

BOA SORTE!

Imagem 2: Regras do Jogo

Fonte: arquivo das autoras

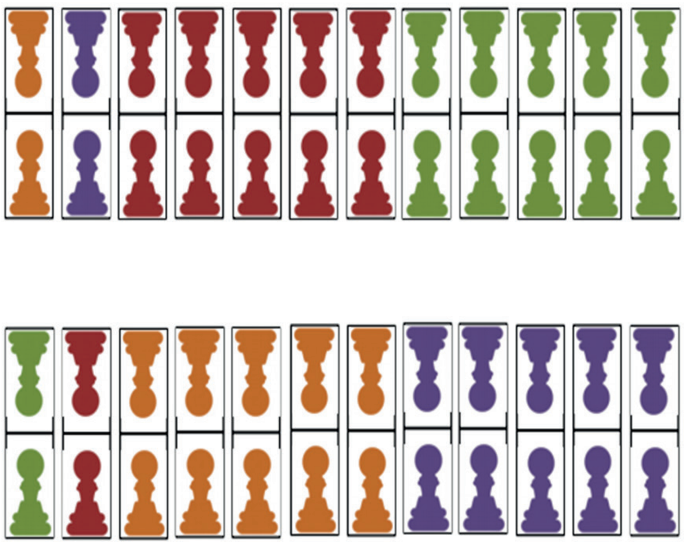


Imagem 3: Pinos

Fonte: arquivo das autoras

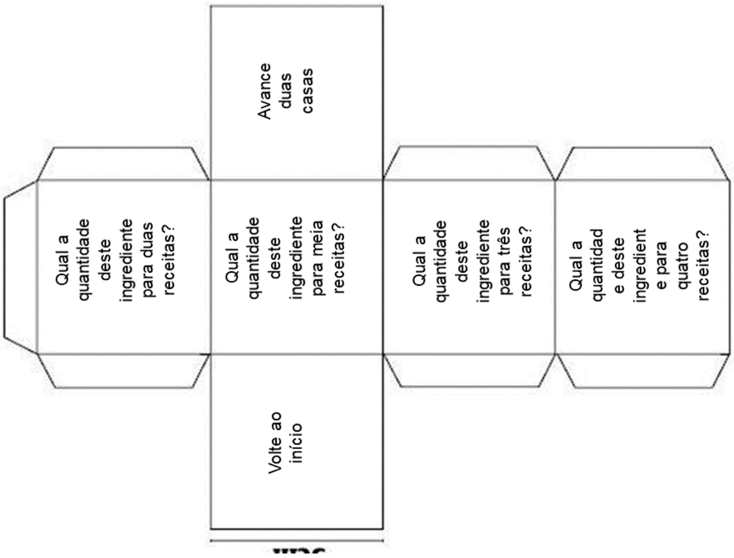


Imagem 4: Dado de instruções

Fonte: arquivo das autoras

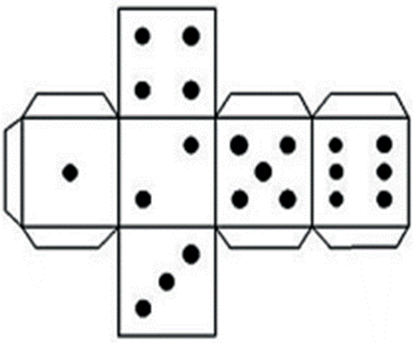


Imagem 5: Dado de pontos

Fonte: arquivo das autoras

3 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

A matemática está presente na nossa vida, embora a maioria das pessoas não a percebam. No entanto, direta ou indiretamente, ela está lá no nosso dia a dia. Em quase todos os momentos do cotidiano, exercitamos os conhecimentos matemáticos. Assim, a presente pesquisa buscou trazer esse cotidiano de forma lúdica para a sala de aula, através do jogo Bolo da Vovó, pois nada mais interessante e instigador do que relacionar a Matemática com uma receita caseira de bolo.

De acordo com Moura (2008, p. 30), o jogo matemático, passa a ter o caráter de material de ensino, quando considerado promotor de aprendizagem.

Nesse sentido, o jogo não pode ser tratado por nenhum dos envolvidos no processo pedagógico, como brincadeira, folga e apenas diversão. É possível ser divertido mas com seriedade. O aluno não pode encarar o jogo como uma parte da aula em que não fará uma atividade escrita, que não precisará tomar notas no caderno, ou não precisará prestar atenção no professor. O jogo precisa ser levado a sério, pois os alunos devem ver o jogo como outra forma de aprender. Para tanto, o jogo deve ser pensado, construído e testado, visando atingir os objetivos de aprendizagem do tema envolvido.

Assim, os jogos devem apresentar um grande caráter desafiador, sempre acompanhado de planejamentos, objetivos e metas. Devem ser escolhidos e preparados pelo docente com muito cuidado para levar o estudante a adquirir conceitos matemáticos de importância, que estimulem a resolução de problemas. O professor deve mediar o jogo e não deixar o aluno participar da atividade de qualquer jeito, sem orientação e sem regras, sem supervisão.

O jogo precisa ser discutido, retomado e, a partir dele, os conceitos matemáticos apresentados e sistematizados. O jogo é meio para se chegar ao conceito, mas também um caminho que deve ser, do início ao fim, acompanhado/trabalhado, para que ao término do jogo todos tenham as condições necessárias para compreender as definições, propriedades do conceito ou conceitos matemáticos envolvidos.

O jogo Bolo da Vovó foi aplicado e testado durante a aula de Estágio Supervisionado I com os alunos do 3º ano de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Centro- Oeste – UNICENTRO em Irati no ano de 2018, tendo como proposta metodológica, introduzir o conteúdo de razão e proporção para o 8º ano do Ensino Fundamental II.

Na oportunidade, aplicamos o jogo na turma e foi possível verificar que o 3º ano do curso de Matemática se envolveu no jogo, divertiram-se e consideraram que o jogo tem muito potencial, argumentando que o jogo traz uma proposta de ensino e de aprendizagem muito motivadora ao envolver tema do cotidiano dos alunos. Assim, segundo a análise dos acadêmicos, é mais fácil para eles jogar este jogo, pois mesmo sem conhecer o conteúdo de maneira formal, a maioria dos alunos já deve ter feito algum bolo ou já viu alguém seguir alguma receita. Ao fazer uma receita, provavelmente a maioria das pessoas já deve ter percebido que os ingredientes são proporcionais a quantidade de receitas, e daí a ideia da criação desse jogo, para introduzir especificamente este conteúdo.

4 I CONCLUSÃO

Os jogos matemáticos se constituem, definitivamente, com base em diversos autores como Grando (2000), Masseto (2007), Moura (1992), Selva (2009), SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I.; MILANI (2007), entre outros, uma excelente ferramenta metodológica para o ensino da matemática.

Os jogos, além de contribuírem para o ensino e a aprendizagem, podem aproximar o cotidiano dos alunos, através de jogos criativos que simulam situações do dia a dia, como uma simples receita de bolo, que pode ajudar o aluno a compreender melhor o conteúdo matemático que está associado a ela.

A aplicação do jogo no curso de Matemática foi extremamente produtiva, pois os acadêmicos puderam a partir de suas participações no jogo, avaliar o jogo jogando e percebendo a potencialidade do jogo, bem como avaliar a condução necessária do professor na condução da aula como um todo.

Diante dos relatos dos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, onde foi aplicado o jogo, podemos perceber que a busca por novas metodologias de ensino, como o jogo, são um motivador para o ensino/aprendizagem dos estudantes e a maioria deles falou que usaria este jogo para a introdução desse tema, segundo eles é uma maneira mais fácil de explicar e entender o tema abordado pelo jogo. Eles ainda relataram que além do jogo ser para introduzir conteúdo ele também pode ser utilizado para a fixação pois ajudará os alunos a entenderem melhor o tema que o jogo está abordando.

Assim, podemos perceber como é importante o uso de novas metodologias, seja para introduzir ou fixar o conteúdo, para que os discentes consigam entender melhor os temas abordados, relacionando-os principalmente com o cotidiano, e nessa perspectiva, os jogos matemáticos são aliados importantes na construção do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAETANO, Joyce J. **Notas de aulas. Metododologia do ensino da Matemática I.** UNICENTRO-Campus Irati, 2018.

GRANDO, R. C.A, **O Conhecimento Matemático e o Uso dos Jogos na Sala de Aula.** Campinas SP, 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

MASSETO, Marcos Tarciso (org). **Ensino de Engenharia: Técnicas para Otimização das Aulas.** Avercamp Editora, São Paulo, 2007.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O jogo e a construção do conhecimento matemático.** Série Idéias n. 10, São Paulo: FDE, 1992. p. 45-53. Disponível em: < http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf> Acesso em: 30 Nov. 2018.

SELVA, K.R. GT 01 – Educação Matemática nos Anos Iniciais e Ensino Fundamental, **O jogou matemático como recurso para a construção do conhecimento**-uri/fw. Trabalhos X EGEM X Encontro Gaúcho de Educação Matemática Comunicação Científica 02 a 05 de junho de 2009, Ijuí/RS.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I.; MILANI, E. **Jogos de matemática do 6° ao 9° ano.** Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed 2007.

CAPÍTULO 3

XBOX 360: APRENDENDO MATEMÁTICA ATRAVÉS DA TECNOLOGIA INTERATIVA NA EDUCAÇÃO ESPECIAL

Data de aceite: 05/12/2018

Jesebel Carla Moccelini Ferreira da Silva
UnC – Universidade do Vale do Contestado, Licenciatura Pedagogia Caçador – Santa Catarina
UNOESC - Universidade do Oeste de Santa Catarina, Licenciatura Educação Física Videira – Santa Catarina

Jeane Pagliari
UNOESC - Universidade do Oeste de Santa Catarina, Licenciatura Informática Joaçaba – Santa Catarina

RESUMO: A tecnologia vem despertando interesse dos profissionais que atuam em instituições de educação especial, por contribuir de forma significativa em diferentes contextos, em especial na área das ciências exatas, aumentando a capacidade funcional do educando com o uso de sites educativos e jogos interativos. A perspectiva da construção do conhecimento, bem como transpor as barreiras existentes, proporcionam ao educando melhora no domínio da coordenação motora ampla, desenvolvimento da criatividade, estímulo visual e auditivo, bem como conceitos, cálculos matemáticos e resolução de problemas. Enriquece a relação de forma interativa e recreativa com seus pares, ampliando experiências sociais em outros seguimentos. O Xbox 360 é um console de videogame que permite ao jogador uma grande variedade de jogos interativos. Um entretenimento de alta tecnologia aliada ao desenvolvimento da matemática. Abrangendo profissionais das áreas de pedagogia e informática educativa em uma ação interdisciplinar. Teve como objetivo trazer à tona, conceitos matemáticos básicos de: noção de espaço, direita e esquerda, frente e trás, em cima e embaixo, dentro e fora, e "entre objetos", cálculos matemáticos básicos, número, quantidade, paridade, maior e menor, casas decimais e resolução de problemas. O projeto foi desenvolvido a partir da experimentação motora e uma planilha de resultados, o intuito de identificar o jogador que obteve maior pontuação, a diferença entre ambos. Onde cada jogada correspondia a um novo problema. Como resultado trouxe a alfabetização matemática um caráter alegre e divertido de aprender. Podemos concluir que novas experiências trazem bons resultados, pois o educando sente-se motivados a participar.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Especial, Tecnologia Interativa, Alfabetização Matemática.

XBOX 360: LEARNING MATHEMATICS FROM INTERACTIVE TECHNOLOGY IN

SPECIAL EDUCATION

ABSTRACT: Technology has been arousing interest from professionals working in special education institutions, as it contributes significantly in different contexts, especially in the exact sciences area, increasing the student's functional capacity through the use of educational websites and interactive games. The perspective of knowledge construction, as well as overcoming existing barriers, provides the student with improvement in the domain of broad motor coordination, creativity development, visual and auditory stimulation, as well as concepts, mathematical calculations and problem solving. It enriches the interactive and recreational relationship with peers, expanding social experiences in other segments. The Xbox 360 is a video game console that allows the player a wide range of interactive games. High-tech entertainment coupled with the development of math. Covering professionals in the areas of pedagogy and educational informatics in an interdisciplinary action. It aimed to bring to light basic mathematical concepts of: notion of space, right and left, front and back, up and down, inside and outside, and "between objects", basic mathematical calculations, number, quantity, parity, higher and smaller, decimal places and problem solving. The project was developed from the motor experimentation and a spreadsheet of results, in order to identify the player who got the highest score, the difference between them. Where each move corresponded to a new problem. As a result it brought mathematical literacy a cheerful and fun character to learn. We can conclude that new experiences bring good results, because the student is motivated to participate.
KEYWORDS: Special Education, Interactive Technology, Mathematical Literacy.

1 I INTRODUÇÃO

O presente artigo foi desenvolvido com duas turmas, nível de AEE (Atendimento Educacional Especializado), totalizando 14 alunos, divididos em dois períodos, vespertino e matutino. Esta proposta vem sendo realizada desde 2014 com foco na tecnologia e movimento, ganhando maior relevância em 2017 quando foi introduzida a matemática, em ação interdisciplinar entre Informática Educativa e Pedagógica.

A tecnologia para a educação especial originou uma nova forma de simbolização e representação do conhecimento, tendo como parâmetro o equipamento interativo, sendo este um facilitador para aquisição dos conceitos matemáticos entre os educandos.

O Xbox 360 é um console de videogame onde o jogador interage com o jogo e com o próprio corpo, sem necessidade de ter algo em mãos, como controles, fios, dispositivos físicos de reconhecimento. O sensor reconhece seus movimentos e os reproduz nos jogos. Assim, o jogador passa a ser o personagem do jogo.

Essa é uma proposta inovadora que foi desenvolvida em ações interdisciplinares, visando remover barreiras, mediante a prestação de um serviço de qualidade, do qual faz jus este público, buscou-se a criação e aperfeiçoamento de métodos e estratégias para o seu atendimento, introduzindo o tema proposto: “Xbox 360: aprendendo matemática através da Tecnologia Interativa na educação especial”, o qual tem como objetivo trazer à tona, conceitos matemáticos básicos de: noção de espaço, direita e esquerda, frente e trás, em cima e embaixo, dentro e fora *e* “entre objetos”, cálculos matemáticos básicos, número, quantidade, paridade, maior e menor, casas decimais e resolução de problemas.

Segundo Orso (1999, p. 7) “a criança precisa ser alguém que joga para que, mais tarde, saiba ser alguém que age, convivendo sadiamente com as regras do jogo da vida. Saber ganhar e perder deveria acompanhar a todos sempre”. Sendo os jogos educativos tecnológicos como um recurso para o desenvolvimento e prática do conhecimento, facilitando o processo de ensino-aprendizagem e ainda tornando-o prazeroso, interessante e desafiador.

O objetivo do estudo fez-se partindo de experiências motoras experimentadas pelo educando, as quais proporcionam o desenvolvimento e maturação neurológica referente à capacidade de movimento próprio e controle do corpo, neste sentido estas situações favorecem a compreensão de conceitos matemáticos básicos.

A educação especial tem por objetivo traçar as diretrizes direcionadas à qualidade do processo de ensino e aprendizagem do educando com deficiência, matriculado na escola especial. Para Kleina (2012, p. 22)

> (...) A educação especial assume o papel de organizar os meios necessários para desenvolver os potenciais das pessoas com necessidades educativas especiais, em escolas especializadas ou não. (...) Assim, podemos conceber a educação especial como o atendimento a todas as pessoas que precisam de métodos, recursos e procedimentos específicos no decorrer da realização das atividades inerentes ao processo de ensino- aprendizagem (...).

2 I CAMINHOS METODOLÓGICOS, RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apropriando-nos da tecnologia a qual foi direcionada para o público especial, com deficiência Intelectual na educação especial, fazendo uso das palavras de Brito (2011, p. 20), “dando origem a novas formas de simbolização e representação do conhecimento”**,** tendo como parâmetro os equipamentos interativos no console Xbox 360, propomos uma metodologia para desenvolver conceitos matemáticos.

Segundo a própria Microsoft, o console possui um Kinect (sensor que possibilita jogar alguns jogos no Xbox 360 sem fazer uso de qualquer controle. Ou seja, o jogador interage com o jogo com o próprio corpo, sem necessidade de ter algo em mãos como controles, fios, dispositivos físicos de reconhecimento. O sensor reconhece seus movimentos e reproduz nos jogos, a imagem ampliada pelo retroprojetor. Assim, o jogador passa a ser o personagem do jogo. Exemplo: Se o jogador chuta, o personagem chuta, se o jogador cai, o personagem cai...) que permite grande interatividade de movimentos, o que nos remete a importância deste para o desenvolvimento dos conceitos básicos.

Explorando sobre o Kinect para Xbox 360 voltado a metodologia educativa a Microsoft (2015, n. p.) se posiciona:

> O Kinect para Xbox 360 dá vida aos jogos e ao entretenimento de formas novas e extraordinárias, sem a necessidade de controle. Fácil de usar e com diversão instantânea, ele envolve seu corpo todo no jogo. Está vendo uma bola? Chute-a. Quer associar um amigo à brincadeira? Basta pular para dentro; o Kinect reconhece você. Imagine controlar os filmes e a música com a ondulação de uma mão ou o som da sua voz. Com o Kinect, a tecnologia evapora, deixando a magia natural de todos nós brilhar.

O próprio fabricante (MICROSOFT, 2015, n. p.) sugere:

> Use o Kinect para:
>
> - Revitalizar as aulas com a conexão do corpo e do cérebro.
> - Energizar a educação física com o Kinect Sports.
> - Dinamizar novamente as atividades extraescolares, promovendo, ao mesmo tempo, o desenvolvimento social e a colaboração com as aventuras do Kinect.

Verificou-se então, que para além do que se pretendia investigar na prática, o console já é indicado pelo próprio fabricante para atividades educacionais que demandam o exercício do corpo e da mente.

Para alcançarmos os objetivos do trabalho formou-se parceria com o professor de informática educativa, pois este é indispensável para a execução do projeto, o qual disponibilizou suas aulas para a realização e execução do mesmo, fazendo parte do grupo de estudo, na montagem e manutenção dos equipamentos, coordenação das atividades, escolha dos jogos;

Professor regente de sala, este atua com os educandos, introduziu o XBOX como uma atividade complementar com foco nos conceitos essenciais matemáticos, falando durante o jogo os conceitos que se pretendia introduzir;

Os educandos com necessidades especiais (turma de AEE) utilizam a nova metodologia, mediante orientação para realização das atividades;

As atividades interativas foram oferecidas aos educandos através de sua participação como um todo: observar, explorar, vivenciar e resolver situações problema, com foco no movimento corporal consciente e a introdução de conceitos matemáticos com um recurso atrativo do console.

Para Brito (2011, p. 121) [...] a tecnologia atinge de tal modo as formas de vida da sociedade que a escola não pode ficar a margem dessas mudanças, sendo que é preciso implantar projetos visando novas maneiras de ter acesso ao conhecimento e de produzi-lo.

No primeiro momento foi apresentado o equipamento, gerando curiosidade e busca pela interação com o mesmo.

Em um segundo momento, após o entendimento do jogo, passou-se as regras que acompanham determinada história, a qual é encenada (o trajeto e os obstáculos oferecidos pelo jogo);

Só então começou as orientações referentes aos conceitos matemáticos, com movimento amplo do corpo (em cima, embaixo, direita, esquerda, frente, atrás, espaço de alcance do sensor);

Posteriormente conhecimento de valores, através dos pontos obtidos durante a partida;

Passando para pequenas competições, visando identificar a maior e a menor quantidade de pontos obtidos pelos participantes;

Por fim introduziu-se uma planilha relatando a pontuação de cada participante, possibilitando identificar quem fez o maior ou menor número de pontos, com a soma de dois participantes (adição) e a diferença (subtração) de pontos entre os competidores.

Para o registro da execução do trabalho foram utilizadas fotos feitas em diferentes sessões.

Figura 1: Jogo XBOX - O jogo, Xbox, proporcionou aos educandos a aquisição de conceitos matemáticos fazendo uso do próprio corpo, de uma forma divertida, conceitos estes de “direita e esquerda”, “frente e trás”, “em cima e embaixo”, “dentro e fora” e “entre objetos”.

Fonte: Escola Especial Tia Ana – APAE/Videira

Figura 2: Planilha para registro de resultados - A planilia é dividida na horizontal pelo número de educando contendo o nome de cada um e na vertical com espaço para unidades e dezenas: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e centena com o número 100, de forma a facilitar o registro das jogadas e organizar a pontuação, onde os educandos fazem uso da mesma, observando e definindo quem fez maior e menor pontuação, e esta serve também para montar as operações de adição e subtração.

Fonte: Escola Especial Tia Ana – APAE/ Videira

Figura 3: Cálculos matemáticos - Foram realizados cálculos matemáticos para observar a diferença de pontos entre os jogadores (subtração) e cálculos de adição para somar duas rodadas, com ajuda do ábaco.

Fonte: Escola Especial Tia Ana – APAE/ Videira

Figura 4: Planilha de cálculos - Os resultados da relação aluno e jogo foram transformados em cálculos partindo de registrados em planilhas para só então fazer análise dos mesmos (adição, subtração, números e quantidades).

Fonte: Escola Especial Tia Ana – APAE/Videira

3 I CONCLUSÃO

A tecnologia vem despertando interesse dos profissionais que atuam em instituições de educação especial, por contribuir de forma significativa em diferentes contextos, inclusive na área das ciências exatas, aumentando a capacidade funcional do educando com o uso de sites educativos e jogos interativos.

A perspectiva da construção do conhecimento, bem como transpor as barreiras existentes, proporcionam ao educando melhora no domínio da coordenação motora ampla, desenvolvimento da criatividade, estímulo visual e auditivo, bem como conceitos, cálculos matemáticos e resolução de problemas.

Toda atividade motora é um processo dinâmico, fruto de experiências renovadas onde o educando adquire conhecimento e habilidade, permitindo expressar-se e elaborar novos conceitos, através da interação com o console.

REFERÊNCIA

BRITO, Glaucia da Silva; PURIFICAÇÂO, Ivonélia da. **Educação e novas tecnologias: um (re) pensar.** Curitiba, Intersaberes, 2011.

KLEINA, Claudio.**Tecnologia assistiva em educação especial e educação inclusiva.**Curitiba: Inter Saberes, 2012.

MICROSOFT. **Microsoft na educação** –Sobre Kinect para Xbox 360. 2015. Disponível em: http://www.microsoft.com/pt-br/education/products/xbox Acesso em: 21 de jul de 2017

ORSO, Darci. **Brincando, Brincando Se Aprende**. Novo Hamburgo: Feevale, 1999. Disponível em: http://www.smartkids.com.br/trabalho/nocoes-espaciais Acesso em: 13 de Jun de 2017

CAPÍTULO 4

ATITUDE TRANSDISCIPLINAR: MATEMÁTICA APLICADA NA HISTÓRIA DA CULTURA AFRO-BRASILEIRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Data de aceite: 05/12/2018

Sueli Perazzoli Trindade
UNOESC, Videira, SC
http://lattes.cnpq.br/2857895918101963

RESUMO: O presente estudo teve como objetivo investigar a possibilidade de desenvolver atitude transdisciplinar na educação básica. Foram envolvidos professora e alunos da Educação Básica, por meio da pesquisa participante e com atividades transdisciplinares, envolvendo os componentes curriculares de arte, história e matemática. A teoria da complexidade, reúne, contextualiza, globaliza e reconhece o ser humano e o concreto a partir de um modelo mental sistêmico que interliga as partes, gerando novas ideias e um conhecimento com propriedades novas. E a transdisciplinaridade busca responder à necessidade de superação da visão fragmentada nos processos do ensino e da aprendizagem, recuperando o caráter da unidade, da totalidade e da integração dos saberes. Assim, a religação das disciplinas torna-se imprescindível na construção de um conhecimento significativo. Evidenciamos que os alunos refletiram sobre o conhecimento construído de forma significativa e, quando incentivados a transcender o saber isolado e a articulá-lo com diferentes áreas do conhecimento e com suas experiências reais, foram capazes de se tornar autores de suas produções intelectuais e emocionais contextualizadas. Consideramos a pesquisa relevante nos processos do ensino e da aprendizagem por ser uma nova maneira de aprender e ensinar, uma prática educacional pautada na conexão entre as áreas do conhecimento que possibilitou a construção de uma didática diferenciada, para compreender o todo nas partes e as partes no todo.

PALAVRAS-CHAVE: Cultura afro-brasileira. Transdisciplinaridade. Educação Básica.

TRANSDISCIPLINARY ATTITUDE: APPLIED MATHEMATICS IN THE HISTORY OF AFRO-BRAZILIAN CULTURE IN BASIC EDUCATION

ABSTRACT: this study aimed to investigate the possibility of developing transdisciplinary attitude in basic education. Were involved teacher and students of basic education, by means of research and interdisciplinary activities involving the curriculum components of art, history and mathematics. The theory of complexity, brings together, in context, globalizes and recognizes the human being and

the concrete from a systemic mental model that connects the parts, generating new ideas and knowledge with new properties. And transdisciplinarity search respond to the need of overcoming fragmented vision in the processes of teaching and learning, retrieving the character of unity, wholeness and the integration of knowledge. Thus, the rewiring of the disciplines becomes essential in the construction of a significant knowledge. It was shown that the students reflected on the knowledge built significantly and, when encouraged to transcend the knowledge and to articulate it with different areas of knowledge and with their actual experiences, were able to become authors of their intellectual and emotional productions contextualised. We consider the relevant research in the processes of teaching and learning being a new way to learn and teach, educational practice based on the connection between the areas of knowledge that enabled the construction of a differentiated teaching, for understand all the parts and pieces in all.
KEYWORDS: Afro-Brazilian culture. Transdisciplinarity. Basic Education.

INTRODUÇÃO

O presente estudo foi desenvolvido por meio de uma pesquisa qualitativa de abordagem participante, com o objetivo de compreender como a atitude transdisciplinar se relaciona nos processos do ensino e da aprendizagem. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola da rede estadual de Santa Catarina no Brasil, a qual envolveu professora titular de arte e os alunos do primeiro ano do Ensino Médio na Educação Básica.

Com o objetivo proporcionar aos alunos da educação básica, a compreensão dos conceitos matemáticos por meio da arte na linguagem do desenho apresentando a história da cultura afro-brasileira, possibilitando assim, a transdisciplinaridade e a contextualização os conteúdos das diferentes áreas do conhecimento. Sendo assim, como a matemática aplicada na historia da cultura afro-brasileira poderá contribuir na compreensão do conteúdo complexo visando a transdisciplinaridade na Educação Básica?

Considerando que a matemática aplicada e a cultura afro-brasileira constituem-se como elemento fundamental no contexto da educação básica, pois, engloba as relações transdisciplinares entre os diferentes conteúdos no ensino médio. Os estudos integrados das questões conceituais da matemática, da história da cultura afro-brasileira e das produções artísticas contextualizadas estimulam a criação do conhecimento significativo nos processos do ensino e da aprendizagem.

A atitude transdisciplinar proporciona novos olhares sobre a educação desenvolvida na escola, no entanto, para este novo olhar acontecer necessita-se que o professor que atua na educação básica, esteja aberto às mudanças nas práticas pedagógicas. Perceber a importância que a transdisciplinaridade tem na construção de um conhecimento significativo para o aluno na educação básica. A partir do momento que práticas pedagógicas transdisciplinar são difundidas e passam a fazer parte das pessoas envolvidas com a escola, seja, alunos, professores, enfim toda a comunidade escolar, se abrem novas perspectivas quanto a qualidade de ensino e aprendizagem.

Para a construção deste estudo realizaram-se observações na educação básica, a fim de diagnosticar a problemática, para então elaborar um projeto de intervenção baseado em autores que tratam sobre a educação básica, bem como a questão da matemática aplicada, da história da cultura afro-brasileira e o ensino de arte e os processos do ensino e da aprendizagem transdisciplinar na educação básica.

COMPLEXIDADE E TRANSDISCIPLINARIDADE NOS PROCESSOS DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM

Em virtude da existência de um ensino e aprendizagem fragmentado que isola o objeto do seu contexto natural, organizado na separação e acumulação de saberes, torna-se necessária a religação das disciplinas e a contextualização da singularidade para a construção do conhecimento significativo. A partir desse cenário do ensino, inicia-se a estimulação do desenvolvimento da aptidão para contextualizar e globalizar os saberes que se torna um imperativo da educação (Morin, 2005). Para tanto, é necessário ter como princípio a transformação e a transposição nas fronteiras do conhecimento, por meio da organização que liga os saberes em sua diversidade contextual.

A atitude transdisciplinar nos processos do ensino e da aprendizagem ocorre quando o aluno entra em contato com o conteúdo e, por meio das atividades propostas, se estabelece a contextualização e a articulação do meio social e cultural, desenvolvendo, assim, a reconstrução dos saberes e, consequentemente, o desenvolvimento da aprendizagem significativa. Quando o professor proporciona ao aluno estudos, reflexões e ações que envolvem o contexto histórico, social e cultural, o aluno consegue ressignificar o conteúdo escolar, socializar e interagir nas vivências do cotidiano.

Segundo Freire (1996, p.28) o homem apreende a realidade por meio de uma rede de colaboração na qual cada ser ajuda o outro a se desenvolver, ao mesmo tempo em que também se desenvolve, por meio de uma rede de colaboração na qual a ajuda é recíproca.

A teoria da complexidade reúne, contextualiza, globaliza e reconhece o ser humano e o concreto a partir de um modelo mental sistêmico que interliga as partes, gerando novas ideias e um conhecimento com propriedades novas. Consequentemente, o pensamento complexo inclui a esses modelos mentais a aleatoriedade, a incerteza, a imprevisibilidade e a impossibilidade de separação entre sujeito e objeto, logo a diversidade de visões possibilita os consensos sociais sobre o ambiente que o ser humano vive.

O pensamento complexo esta por toda parte, em todas as ciências exatas ou humanas, rígidas ou flexíveis. Nas palavras de Candau e Moreira (2007), torna-se necessário repensar e reescrever o currículo nos processos do ensino e da aprendizagem de forma contextualizada e articulada, proporcionando ao aluno uma visão de mundo conectada às mais diversas particularidades do conhecimento.

A transdisciplinaridade significa ir além, traduz a ideia do transcender e ultrapassar uma forma de conhecimento. Para Nicolescu (1999), a transdisciplinaridade é uma forma de ser, de saber, de fazer e de conviver com a diversidade cultural. Ao atravessar as fronteiras epistemológicas de cada ciência, dialogamos com os saberes, sem perder de vista as particularidades do ser humano e a preservação da vida no planeta. Dessa maneira, "o desafio da transdisciplinaridade é originar uma civilização em escala planetária que, por meio do diálogo intercultural, se abra para a singularidade de cada um e para a inteireza do ser" (Morin, 2011, p.32).

Nos processos do ensino e da aprendizagem a transdisciplinaridade significa rever a concepção e as práticas educativas na escola, e não apenas readaptar as propostas vigentes, como aquelas que estão sendo trabalhadas no cotidiano escolar. Dessa forma, é possível repensar a escola em suas partes e no todo, o que, sobretudo, permitiria redefinir o discurso e as ações sobre os saberes escolares.

As atuais habilidades e competências praticadas na maioria das instituições do ensino estão aquém de atender às necessidades do contexto dos alunos, a formação do aluno necessita ser de forma integral, ou seja, uma formação humana que oportunize o aluno a construir e reconstruir o conhecimento por meio da leitura, escrita, criatividade, reflexão, conviver juntos e socialização.

Dessa maneira, a complexidade e a transdisciplinaridade pode despertar o interesse dos professores, a fim de que percebam o que há além do seu componente curricular, ultrapassando outras áreas do conhecimento, tornando-o um ser protagonista, sujeito do saber construído na conexão das disciplinas que contribuem na construção dos saberes.

AÇÕES E INTERLOCUÇÕES NOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Com o avanço tecnológico em todas as áreas profissionais na atual sociedade, o ser humano necessita de uma formação que integre os vários saberes para interpretar o contexto profissional e pessoal. Nesse sentido, a teoria da complexidade e a transdisciplinaridade na educação contribuem para a ressignificação dos saberes por meio da contextualização.

Na concepção de Morin (2011), o importante é criar possibilidades que viabilizem as práticas pedagógicas com um pensamento complexo, ecologizado, capaz de relacionar, contextualizar e religar diferentes saberes ou dimensões da vida. A humanidade precisa de mentes mais abertas, escutas mais sensíveis, pessoas responsáveis e comprometidas com a transformação de si e do mundo.

Sobretudo, atitude transdisciplinar no Ensino Médio abre perspectivas para uma nova maneira de aprender, ensinar, pesquisar, exigindo mudança de percepção e uma reforma do pensamento. Um pensamento que, ao mesmo tempo em que constrói certezas, considera também incertezas.

Nesse sentido, ressignificar a formação do aluno, situando-o como coautor do projeto de aprendizagem, como construtor de seu próprio processo de desenvolvimento, por meio da interação em ambientes colaborativos. Segundo Severino (2002), precisa de educadores que ensinem o aluno a pensar, ou seja, criar estratégias que possibilitem o gosto de pensar, de aprender de dialogar, consequentemente, o estudante pode se reconhecer como sujeito de ideias, de palavras, como uma pessoa que tem o que dizer e que pode dizer, e que será ouvida, porque tem argumentos relevantes ao contextualizar os diferentes saberes.

A contextualização das diferentes áreas do conhecimento contribui no avanço da aprendizagem, logo, possibilita uma construção do conhecimento compreensível e significativo, o aluno de fato aprende o conteúdo matemático dialogando com linguagem do desenho na arte e com a história da cultura afro-brasileira. A partir dos conteúdos de matemática e arte elegidos no Ensino Médio, propomos práticas pedagógicas transdisciplinar na sala de aula. Iniciamos com o estudo da história do afro-brasileiro, em seguida criamos os desenhos com grafite e cores, contextualizados com a matemática aplicada.

Ao trabalhar com uma imagem em sala de aula, é preciso entender que ela se apresenta como um objeto do estudo transdisciplinar, uma vez que “uma obra de arte pode servir de tópico gerador para realizar estudos que visem a desenvolver elevados níveis de reflexão e compreensão sobre arte, história, antropologia e sobre a vida individual e social dos educandos” (Franz, 2003, p.142).

Estudamos a Lei 10.639/03, alterada pela Lei 11.645/08, que torna obrigatório o ensino da história e cultura afro-brasileira e africana em todas as escolas, públicas e particulares, do ensino fundamental até o ensino médio.

Na dança Afro-brasileira (figura 01), refletimos as características marcantes da força em seus movimentos, a grande agilidade na execução dos passos e a sensualidade, que é algo natural dos povos africanos como maracatu, lundu, jongo, cafezal, caxambu. Contextualizada com a matemática aplicada os alunos identificaram nos instrumentos musicais e no corpo humano, os polígonos, figuras fechadas formadas por segmentos de reta e caracterizados pelos elementos: ângulos, vértices, diagonais e lados.

Figura 1- Dança africana. Fonte: 2018.

Nos processos do ensino e aprendizagem se faz necessária uma reflexão pedagógica que contextualize o conhecimento, no qual aluno e professor tornam-se atores do processo de ensino e sujeitos do conhecimento ao construir os saberes articulados no saber ser, fazer, conviver e aprender.

Mercedes Baptista, (figura 2), Mercedes Ignácia da Silva Krieger nasceu em 1921 no município de Campos dos Goytacazes no Rio de Janeiro, filha de João Baptista Ribeiro e Maria Ignácia da Silva, uma família humilde que vivia do trabalho de sua mãe como costureira. Quando jovem trabalhou em gráfica, fábrica de chapéus, empregada doméstica, bilheteria de cinema. Na década de 50, Mercedes ganhou a bolsa de estudos com Katherine Dunham (a matriarca da dança negra norte-americana) nos Estados Unidos. Ao retornar ao Brasil, Mercedes montou seu próprio grupo em 1953 “Ballet Folclórico Mercedes Batista”, A primeira bailarina brasileira negra.

Figura 2 – Mercedes Baptista. Fonte: 2018.

E a Anastácia (figura3), sua história inicia em nove de abril de 1740, com a chegada no Rio de Janeiro do navio negreiro “Madalena” vindo da África com 112 negros Bantus, originários do Congo, para serem vendidos como escravos. Entre eles, estava Delminda, mãe de Anastácia, que foi arrematada por mil réis assim que chegou ao cais do porto. Foi violentada por um homem branco, motivo pelo qual Anastácia, sua filha, nasceu com os olhos azuis.

Figura 3 – Anastácia. Fonte: 2018.

Uma mulher forte, guerreira, reagia e lutava contra a opressão do sistema escravista. Cobiçada pela beleza, ao mesmo tempo seu comportamento despertava raiva na nobreza. Ela foi sentenciada a usar uma máscara de ferro por toda a vida, e retirada somente para se alimentar. Suportou a violência no corpo e na alma que só terminou com sua morte. Hoje, ela é cultuada no Brasil como santa e heroína, considerada uma das mais importantes figuras femininas da história negra escrava.

Nestes dois desenhos, os alunos identificaram no conceito da matemática de assimetria que corresponde aos eixos e formas geométricas diferentes a partir de uma linha vertical traçada no meio do retrato feminino. Segundo Moraes e Navas (2010, p. 195), “o docente transdisciplinar busca a partir de seus níveis de percepção e de consciência, potencializar, construir o conhecimento e acessar as informações que estão presentes nos outros níveis de realidade, mediante o reconhecimento da complexidade constitutiva da vida.

As religiões (figura 04), afro-brasileiras surgiram durante o processo de colonização do Brasil, com a chegada dos escravos africanos. Na Festa do Senhor do Bonfim, em Salvador misturam-se as heranças culturais dos escravos trazidos para o Brasil e as tradições religiosas dos colonizadores portugueses. Em diferentes momentos da história as religiões afro-brasileiras se formaram nas regiões brasileiras, logo, adotam diferentes formas e rituais, diferentes versões de cultos.

Figura 04 – Crenças religiosas. Fonte: 2018.

Nesta imagem, os alunos identificaram o conceito das formas geométricas, de acordo com Dante (2003), Triângulo é um polígono convexo. É a região formada por três semirretas concorrentes entre si, duas a duas a duas, em três pontos diferentes, formando seus três lados. Podemos classificar os triângulos de duas formas: quanto aos lados e quanto aos ângulos internos. Um triângulo é **escaleno** quando nenhum de seus lados é congruente a nenhum outro, ou seja, todos os seus três lados são diferentes. Um triângulo **isóscele** é aquele que apresenta sempre dois lados congruentes, ou seja, dois lados são sempre iguais e um é diferente. Um triângulo **equilátero** é aquele cujo todos os seus lados são congruentes, ou seja, tem sempre a mesma medida (são iguais), **Losango** é uma figura do ramo da **geometria**, um polígono quadrilátero (quatro lados) que tem todos os lados iguais e dois ângulos agudos e dois obtusos. Também descrito como rombo, ele é classificado como um paralelogramo, porque cada lado tem outro lado disposto de **forma** paralela, os quais podem ser identificados na cadeira e nas vestes da africana.

Zumbi dos palmares (figura 05) foi o último dos líderes do Quilombo dos palmares, o maior dos quilombos do período colonial. Zumbi nasceu na Capitania de Pernambuco, na serra da Barriga, região hoje pertencente ao município de União dos Palmares, no estado de Alagoas. A palavra Zumbi ou Zambi vem do termo *zumbe*, do idioma africano quimbundo, e significa *fantasma*, *espectros*, alma de pessoa falecida.

Zumbi foi capturado e entregue a um missionário português quando tinha aproximadamente seis anos. Batizado 'Francisco', ele recebeu os sacramentos, e aprendeu português e latim, e ajudava diariamente na celebração da missa. Prometendo continuar a resistência contra a opressão portuguesa, Zumbi tornou-se o novo líder do quilombo de Palmares. Apunhalado, resiste, mas é morto com vinte guerreiros quase dois anos após a batalha, em 20 de novembro de 1695. Teve a cabeça cortada, salgada e levada ao governador Melo de Castro. Em Recife, foi exposta a cabeça em praça pública no Pátio do Carmo, visando desmentir a crença da população sobre a lenda da imortalidade de Zumbi.

Figura 5 – Zumbi. Fonte: 2018.

Neste desenho, os alunos identificaram o Sistema cartesiano ortogonal, no qual se duas retas se cruzam e formam um ângulo de 90º elas são perpendiculares. Para Dante (2003), A perpendicularidade dessas duas retas forma um sistema cartesiano ortogonal. As duas retas são chamadas de eixos: Eixo das abscissas: reta x. Eixo das coordenadas: reta y. Onde as retas x e y se encontram é formado um ponto, que é chamado de ponto de origem. O sistema cartesiano ortogonal é dividido em quatro partes e cada uma é um quadrante. O sistema cartesiano ortogonal é dividido em quatro partes e cada uma é um quadrante. E a simetria é uma relação de paridade em respeito a altura, largura e comprimento das partes necessárias para compor um todo. Segundo Dante, (2003), a simetria consiste na união e conformidade das partes de um trabalho, em relação à sua totalidade, e na beleza de cada uma das partes que compõem o trabalho no retrato do africano.

Os escravos não tinham uma alimentação farta. Comiam os restos que os seus senhores lhes destinavam. Os ingredientes nobres, o preparo requintado e as maneiras europeias à mesa aconteciam na casa grande. Enquanto isso, a cozinha negra se desenvolvia na senzala, em tachos de ferro.

Hoje, os pratos e temperos da cozinha negra fazem parte da nossa alimentação.

São saboreados no dia-a-dia e também nas festas populares. Os caldos, extraídos dos alimentos assados, misturados com farinha de mandioca (o pirão) ou com farinha de milho (o angu), são uma herança dos africanos. Lembrando que da África vieram ingredientes tão importantes como o coco e o café. Um dos pratos favoritos do país: a *feijoada*, que também se originou nas senzalas. Enquanto as melhores carnes iam para a mesa dos senhores, os escravos ficavam com as sobras: rabo, língua, pés e orelhas de porco, eram misturados com feijão preto num grande caldeirão. De acordo com Saraiva (2007), se alimentava apenas de farinha e água, e dificilmente tinha acesso à carne.

No desenho (figura 06), os alunos identificaram as formas bidimensionais e tridimensionais. As duas dimensões são comprimento e largura. Estas em conjunto estabelecem uma superfície plana, sobre a qual podem ser dispostas marcas visíveis planas que não tem profundidade, podem ser figurativas ou abstratas. É uma criação humana. O desenho, a pintura, a impressão, a escrita são atividades que levam diretamente a formação do mundo bidimensional. Uma imagem com comprimento, altura e largura formando um espaço com profundidade física, encontramos a forma tridimensional no fundo do desenho.

Figura 06 – Culinária africana. Fonte: 2018.

Para Freire (1996), há uma relação de troca horizontal entre educador e educando, exigindo-se, nessa troca, atitude de transformação da realidade conhecida. É por isso que a educação libertadora é, acima de tudo, uma educação conscientizadora, na medida em que, além de conhecer a realidade, busca transformá-la, ou seja, tanto o professor quanto o aluno aprofundam seus conhecimentos em torno do mesmo objeto cognoscível para poder intervir sobre ele. Sendo assim, evidenciamos a importância de articular o conteúdo programático da escola com as vivências e as ações do aluno em seu contexto social.

Apesar do comércio de escravos já ser praticado na África, foi com a chegada dos portugueses nesse continente que o tráfico escravista se configurou na maior migração forçada de povos da história. Os pesquisadores apresentam números diferentes, que vão de oito milhões até cem milhões de pessoas obrigadas a deixar a sua terra natal, atravessar o oceano Atlântico para ser escravo em regiões distantes. E para ter mais valor na venda de escravos, o vendedor passava óleo na pelo do escravo para mostrar mais músculos com o brilho, logo, mais forte.

Os alunos identificaram na (figura 07), o Prisma, a circunferência e o circulo. Segundo Dante (2003), os prismas são sólidos geométricos que possuem duas faces congruentes, paralelas e planas (BASE) e as faces restantes são paralelogramos. As arestas que compõe as bases são chamadas de arestas da base e as arestas que ligam vértices correspondentes das bases são chamadas de arestas laterais. Uma circunferência é um conjunto de pontos pertencentes ao plano que, dado um ponto fixo C, possuem a mesma distância até o ponto C. Na Geometria Analítica, essa equação é chamada de equação da circunferência com centro C (a, b) e raio R. Círculo é o conjunto de pontos resultantes da união entre uma circunferência e seus pontos internos.

Em outras palavras, o círculo é a área cuja fronteira é uma circunferência na roda da carroça.

Figura 7 – Trabalho. Fonte: 2018.

Os africanos não tinham muito descanso, por motivo das longas jornadas de trabalho. Porém, quando tinham a oportunidade se divertiam e criavam seus instrumentos e danças como, por exemplo, o carnaval, que foi criado pelos africanos na véspera da quaresma, e até hoje é comemorado no Brasil todo.

E no desenho (figura 08) as linhas paralelas que são duas retas distintas são paralelas quando possuem a mesma inclinação, ou seja, possuem o mesmo coeficiente angular. Além disso, a distância entre elas é sempre a mesma e não possuem pontos em comum nas paredes da senzala.

Figura 8 – Descanso. Fonte: 2018.

Nos processos do ensino e aprendizagem se faz necessária uma reflexão pedagógica que contextualize o conhecimento, no qual aluno e professor tornam-se atores do processo de ensino e sujeitos do conhecimento ao construir os saberes articulados no saber ser, fazer, conviver e aprender. Segundo Moraes e Navas (2010, p. 195), “o docente transdisciplinar busca a partir de seus níveis de percepção e de consciência, potencializar, construir o conhecimento e acessar as informações que estão presentes nos outros níveis de realidade, mediante o reconhecimento da complexidade constitutiva da vida”.

O ambiente escolar pode ser um espaço propício para as discussões coletivas com o objetivo de ultrapassar a fragmentação do ensino, por meio da articulação das diferentes áreas do conhecimento, logo, a compreensão da realidade na sua totalidade, de forma transdisciplinar, a fim de construir a identidade do ser humano como sujeito participativo de sua própria história.

Segundo Moraes e Navas (2010, p. 49), “para fazer com que o ambiente seja um espaço agradável de convivência e de transformação, que favoreça processos do ensino e da aprendizagem, temos que conhecer novas teorias e saber como aplicá-las, no sentido de facilitar a criação de cenários de aprendizagem significativa”.

Evidenciamos que os alunos refletiram sobre o conhecimento da matemática aplicada e da cultura afro-brasileira, de forma significativa e, quando incentivados e motivados a transcender o saber isolado e a articulá-lo com as diferentes áreas do conhecimento e com suas experiências reais, eles foram capazes de se tornar autores de suas produções intelectuais e emocionais contextualizadas.

A relevância deste estudo nos processos do ensino e da aprendizagem esta na contextualização que os alunos conseguiram construir entre os conteúdos de forma transdisciplinar, logo, a construção de um conhecimento significativo na educação básica. Uma proposta transdisciplinar exige mais integração entre currículos e planejamento, ou seja, entre objetivos, conteúdos, atividades, métodos e avaliação. Isso exige uma relação de planejamento mais estreita entre os professores, o que pode ser traduzido por mais tempo para preparação e avaliação das aulas; mais estudos, leituras, reflexões e discussões.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desafio da educação esta na formação transdisciplinar que tornar os conceitos trabalhados em sala de aula significativos, logo, promover a compreensão crítica dos conteúdos, mediante as relações intersubjetivas, mediadas pelo diálogo. A partir da perspectiva estética entre as partes e o todo, que constitui o centro da pedagogia mediadora da formação de subjetividades capazes de superar as demandas do atual processo histórico, marcado pelas incertezas, no qual o conhecimento precisa estar sempre se reconstruindo para acompanhar as transformações tecnológicas, enfim da historicidade contemporânea.

Na atitude transdisciplinar, o professor e aluno são aprendentes nos processos do ensino e da aprendizagem a partir do pensamento complexo. Isso pode trazer contribuições significativas no desenvolvimento da aprendizagem contextualizada ao ligar as diferentes áreas do conhecimento na formação do ser humano. Faz compreender, também, que o ser humano não aprende apenas racionalmente, mas também com a intuição, as sensações e emoções. Consequentemente, com vistas na complexidade das relações, na auto-organização, no diálogo, na problematização, na atitude crítica e reflexiva ao repensar o ensinar e aprender.

Durante a pesquisa, percebemos que o processo é lento, porém crescente e qualitativo para as professoras e os alunos participantes, já que estes desconheciam atitude transdisciplinar. No decorrer dos encontros, notamos as transformações nos processos do ensino e da aprendizagem, os conceitos preestabelecidos foram sendo refletidos de forma que, ao final, o grupo sentia-se mais seguro e autônomo na contextualização dos conteúdos com outras áreas do conhecimento.

Evidenciamos que os alunos refletiram sobre o conhecimento construído de forma significativa e, quando incentivados e motivados a transcender o saber isolado e a articulá-lo com as diferentes áreas do conhecimento e com suas experiências reais, eles foram capazes de se tornar autores de suas produções intelectuais e emocionais contextualizadas.

Diante do exposto, trabalhar com a transdisciplinaridade no Ensino Médio permitiu construir uma didática diferenciada, pautada na interconexão entre as áreas do conhecimento, possibilitando ao aluno compreender o mundo na sua totalidade e, desse modo, ajudá-lo na construção do seu conhecimento e da sua autonomia. Cada professor pode abordar os conteúdos da sua área de habilitação, porém, precisa preparado para estabelecer analogias e mostrar diferenças em relação às demais áreas de conhecimento, mediante ao sistema de planejamento e avaliação no coletivo.

O presente estudo não esgota todas as possibilidades de compreensão das relações dos conhecimentos da atitude transdisciplinar, é apenas uma contribuição para refletir sobre como os processos vêm ocorrendo e que outras possibilidades podem auxiliar numa intervenção pedagógica comprometida com resultados eficazes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Ministério da Educação. LEI Nº 10.639, DE 9 DE JANEIRO DE 2003**. Estabelece a inclusão no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira”. Disponível em: http://www.ensinoafrobrasil.org.br> Acesso em: 13/04/2000.

CANDAU, Vera Maria, MOREIRA, Antônio F. B. **Indagações sobre currículo:** conhecimento e cultura. Brasília, DF: MEC/SEB, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática**. São Paulo: Ática, 2003 - 6 ex.

FRANZ, Terezinha S. **Educação para uma compreensão crítica da arte**.

Florianópolis: Letras Contemporâneas, 2003.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários á pratica educativa**. São Paulo, Paz e Terra, 1996.

MORIN, Edgar. **Ciência e Consciência.** 8. ed. Rio de Janeiro: Bertrand, 2005.

______, **Os Sete saberes necessários a educaç**ão do f**ut**uro. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2011.

MORAES, Maria Cândida. NAVAS, Juan Miguel B. **Complexidade e transdisciplinaridade em educação: teoria e prática docente.** Rio de Janeiro: Wak, 2010.

NICOLESCU, Basarab. **O manifesto da transdisciplinaridade**. Tradução Lúcia Pereira de Souza. São Paulo: Trion, 1999.

SEVERINO, Antônio. **Educação e Transdisciplinaridade: crise e reencantamento da aprendizagem.** 1. ed. Rio de Janeiro: Lucerna, 2002.

SARAIVA, José F. S. **A formação da África Contemporânea.** 4ª ed. São Paulo: Atual, 1987.

CAPÍTULO 5

TÁBUA DE GALTON: UMA APROXIMAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL PELA DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Data de aceite: 05/12/2018

Rafaella Costa de Almeida
Instituto Federal do Acre – IFAC
Sena Madureira - Acre

Francisca Iris Nunes da Silva Bezerra
Instituto Federal do Acre – IFAC
Sena Madureira - Acre

Naje Clécio Nunes da Silva
Instituto Federal do Acre – IFAC
Sena Madureira - Acre

RESUMO: A distribuição binomial é uma das distribuições mais comum em Estatística. Uma variável aleatória X tem distribuição binomial quando em um experimento realizado n vezes se têm apenas dois resultados possíveis p (sucesso) e q (fracasso). Abraham De Moivre em 1.773 verificou que a distribuição normal aproxima muito bem as probabilidades de uma variável aleatória binomial a medida em que n aumenta. Desta forma, o objetivo desse trabalho é apresentar a tábua de Galton utilizando bolinhas de gude para demonstrar a aproximação da distribuição binomial pela distribuição normal. Após a apresentação do experimento espera-se despertar no aluno o interesse matemático e estatístico para o conhecimento mais aprofundado das distribuições binomial e normal bem como das demais distribuições de probabilidade existentes e suas diversas aplicações no cotidiano.

PALAVRAS-CHAVE: probabilidade; experimento; estatística.

ABSTRACT: The binomial distribution is one of the most common distributions in statistics. A random variable X has binomial distribution when in an experiment performed n times there are only two possible outcomes p (success) and q (failure). Abraham De Moivre in 1773 found that the normal distribution closely approximates the probabilities of a binomial random variable as n increases. Thus, the objective of this work is to present the Galton board using marbles to demonstrate the approximation of the binomial distribution to the normal distribution. After the presentation of the experiment is expected to arouse in the student the mathematical and statistical interest for a deeper knowledge of binomial and normal distributions as well as other existing probability distributions and their various applications in daily life.

KEYWORDS: probability; experiment; statistic.

INTRODUÇÃO

A distribuição normal corresponde a uma das importantes distribuições no meio estatístico, em que seus dados experimentais estão centrados em torno da média, sendo comumente conhecida como distribuição Gaussiana, nome designado pelo filósofo americano Charles S. Peirce (1839 – 1914), pelo antropólogo e geneticista britânico Francis Galton (1822 – 1911) e pelo economista alemão Wilhelm Lexis (1837 – 1914) por volta de 1875. Sua descoberta se deu pelo matemático francês Abraham de Moivre (1667 – 1754) em 1738 (STIGLER, 1999), e à medida que os estudos foram aprofundados por outros matemáticos obtiveram-se resultados consolidados em várias áreas de pesquisa.

Além de descrever fenômenos naturais, físicos e financeiros, a distribuição Gaussiana possui grande relevância na determinação de qualquer probabilidade por intermédio de seus parâmetros (média e desvio padrão) (AQUINO; CERDEIRA, 2017).

O objetivo do presente trabalho é apresentar a tábua de Galton por meio da aproximação da distribuição binomial pela distribuição normal.

CAMINHOS METODOLÓGICOS

Na Figura 1 tem-se a tábua de Galton, sua construção se deu por meio de uma tábua contendo 19 linhas, formadas por pregos, em que utilizou-se espaçamentos de 2,5 cm entre um prego e outro (tanto para o lado como para cima como para baixo), no topo utilizou-se 2 pregos (1ª linha). Considerou-se a 2ª linha abaixo do topo com 3 pregos, a 3ª linha com 4 pregos, a 4ª linha com 5 pregos, e assim sucessivamente até a 19ª linha contendo 20 pregos, tendo esta última linha 19 divisórias.

Figura 1- Foto da tábua de Galton depois de confeccionada.

Fonte: Os autores (2017)

A ideia é soltar n bolinhas sempre do mesmo lugar (entre os dois pregos do topo) e verificar que a probabilidade de uma determinada bola cair mutuamente nas divisórias do meio será maior do que a probabilidade de cair nas divisórias das extremidades (BITTENCOURT; VIALI, 2006).

Suponha que a probabilidade da bolinha ir para a direita é p, e de ir para a esquerda é q = 1- p (pois não existe outra possibilidade).

Se a bola dá n1 colisões para a direita, e n2 colisões para a esquerda (obviamente n = n1+ n2), a probabilidade de uma sequência de n colisões será:

$$(ppp...p).(qqq..q) = p^{n1}q^{n2}.$$

E o número de sequências de colisões de um mesmo tipo será:

$$\frac{n!}{n1!n2!}$$

Então, tem-se que a probabilidade de uma bolinha dar exatamente n1 colisões para direita e n2 para a esquerda (num total de n passos) é dada por:

$$W(n) = \frac{n!}{n1!n2!} p^{n1} q^{n2}. \quad (1)$$

A função (1) é a famosa distribuição binomial.

Para que a bola caia na divisória do meio, $n1 = n2 \Rightarrow n1 - n2 = 0$, ou seja, ela tem que escolher a direita o mesmo número de vezes que ela escolher a esquerda. Como n = n1 + n2, então n = 2n1, e a probabilidade fica sendo:

$$W_{metade}(n1) = \frac{(2n1)!}{n1!n1!}\left(\frac{1}{2}\right)^{n1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n1} \Rightarrow W_{metade}(n1) = \frac{2n1!}{(n1!)^2}\left(\frac{1}{2}\right)^{2n1}.$$

Outro fato importante a se relatar é que se soltar um número n de bolinhas muito grande, será observado que a curva formada pelas bolinhas nas divisórias seguirá uma distribuição normal (Figura 1), ou seja, a distribuição binomial será aproximada pela distribuição normal.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Por meio da equação (1) pode-se determinar a probabilidade de uma bolinha cair em cada uma das divisórias da tábua de Galton (Tabela 1).

Definindo cada divisória com um número, começando da divisória 1 (extrema esquerda) até a divisória 19 (extrema direita) para a tábua de Galton (Figura 1), tem-se o valor teórico das probabilidades:

Divisória (d)	N	n1(direita)	n2(esquerda)	Wd
1	18	0	18	0,00000381
2	18	1	17	0,00006866
3	18	2	16	0,00058365
4	18	3	15	0,00311279
5	18	4	14	0,01167297
6	18	5	13	0,03268433
7	18	6	12	0,07081604
8	18	7	11	0,12139892
9	18	8	10	0,16692352
10	18	9	9	0,18547048
11	18	10	8	0,16692352
12	18	11	7	0,12139892
13	18	12	6	0,07081604
14	18	13	5	0,03268433
15	18	14	4	0,01167297
16	18	15	3	0,00311279

17	18	16	2	0,00058365
18	18	17	1	0,00006866
19	18	18	0	0,00000381

Tabela 1 – Valores teóricos das probabilidades de uma bolinha cair em cada uma das divisórias da tábua de Galton.

Fonte: Os autores (2017)

Note na Tabela 1 que o valor da probabilidade da 10ª divisória (localizada na metade da tábua, na cor vermelha) é o maior valor obtido e que as divisórias centrais têm maiores valores de probabilidade em relação às divisórias que se encontram nos extremos. Além disso, é importante observar que:

I. A soma das probabilidades de todas as divisórias é igual a 1.

II. Quando tem-se $|n1 - n2|$ iguais, então as probabilidades também serão iguais (como por exemplo nas divisórias 9 e 11 da tábua). Portanto tem-se uma simetria de valores que podem ser vistos pelos dados da Tabela 1 como também pelo gráfico dos dados teóricos de Wd (probabilidades) x d (divisórias) (Figura 2).

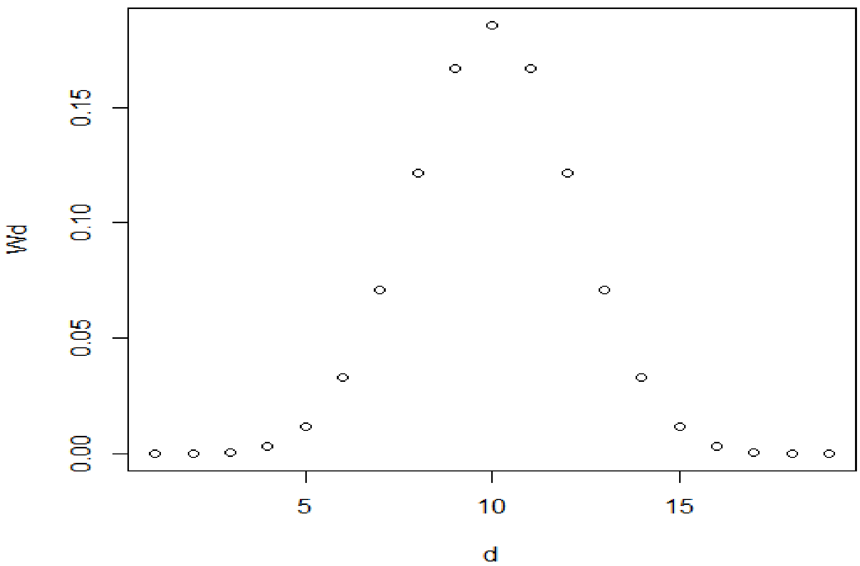


Figura 2: Gráfico teórico de Wd x d para uma tábua com 19 divisórias.

CONCLUSÕES

O uso de experimentos para explicar conteúdos estatísticos amplia o conhecimento do aluno, espera-se que com a análise do experimento da tábua de Galton, desperte no aluno o interesse matemático e estatístico para o conhecimento mais aprofundado da distribuição normal bem como das demais distribuições de probabilidade existentes e suas diversas aplicações no cotidiano.

REFERÊNCIAS

AQUINO P.M; CERDEIRA F. **O estudo da distribuição normal por Galton**, Universidade Estadual de Campinas, Junho/2004. Disponível em: <https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2004/009637_PriscilaA_Cerdeira_F809_RF.PDF>. Acesso em: 13 jan. 2017.

BITTENCOURT, H. R., VIALI, L. Contribuições para o Ensino da Distribuição Normal ou Curva de Gauss em Cursos de Graduação. In: III Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006, Águas de Lindóia, SP. **Anais do III Sipem**. Curitiba (PR): UFPR Editora, p. 1-16. 2006.

STIGLER, Stephen. M. **Statistics on the Table**: The History of Statistical Concepts and Methods. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1999.

CAPÍTULO 6

COMPOSTAGEM

Data de aceite: 05/12/2018

Janete Fuechter
Escola de Ensino Fundamental Roberto Heinzen
Salete- SC

Mayra Caroline Oenning
Escola de Ensino Fundamental Roberto Heinzen
Salete- SC

Taísa Otto
Escola de Ensino Fundamental Roberto Heinzen
Salete- SC

RESUMO: Com este trabalho objetiva-se formar consciências, ações e atitudes que estimulam a comunidade escolar a realizar atividades ecologicamente corretas dando ênfase à prática de compostar. Percebeu-se o quanto importante é dar ao lixo seu destino correto, nos preocuparmos com as questões ambientais, adotarmos técnicas inteligentes como a compostagem e fazermos nosso papel de cidadão. Mas também se observa no decorrer do trabalho algumas etapas *que requerem* alguns conhecimentos em *Matemática*, como o uso dos números racionais, geometria, unidades de medidas, razão e proporção, medidas de comprimento, área e volume, conhecimentos estatísticos e percentuais assim como e outras ideias matemáticas presentes no mesmo.
PALAVRAS-CHAVE: Consciência ambiental. Compostagem. Aprendizagem Matemática.

COMPOSTING

ABSTRACT: This work aims to form consciences, actions and attitudes that stimulate the school community to perform ecologically correct activities by giving emphasis on the practice of composting. It was perceived how important it is to give the waste its correct destiny, to worry about environmental issues, adopt intelligent techniques such as composting and play our role as a citizen. However, we also observe in the course of the work some steps that require some knowledge in mathematics, such as the use of rational numbers, geometry, units of measure, ratio and proportion, measures of length, area and volume, statistical and percentage knowledge as well as other mathematical ideas present in it.
KEYWORDS: Environmental Consciousness. Composting. Mathematical Learning.

1 I INTRODUÇÃO

Um dos assuntos mais comentados em nossa sociedade sem dúvida é o meio ambiente e como os seres humanos estão se organizando para cuidar do meio em que vivem. Nosso trabalho é sobre compostagem, e tem como objetivo não somente reaproveitar os materiais orgânicos produzidos na escola e mostrar a importância de se dar um destino correto a cada material, mas também explorar conteúdos matemáticos, pois o trabalho requer a aplicabilidade de algumas ideias matemáticas que podem vir a contribuir no resultado das atividades e ações desenvolvidas durante a construção do mesmo, e que podemos encontrar em várias situações do nosso cotidiano.

O destino incorreto dos materiais sólidos acaba afetando o meio em que vivemos. Nascimento e Mothé (2007, p. 3) afirmam que “a aplicação de tecnologias apropriadas e ecológicas, com a redução da utilização de recursos naturais, de desperdício, da geração de resíduos e poluição, é uma ação de prioridade mundial”.

Segundo Canto (2012), há uma grande quantidade de restos alimentares no lixo. Eles podem ser transformados em adubo através da compostagem do lixo. No entanto, cabe à nós escola tomarmos essa iniciativa, além de reaproveitarmos o próprio lixo orgânico, conscientizar.

Somos estudantes de uma escola do campo em que a mesma já possui projetos voltados a sustentabilidade, e um dos objetivos da escola é justamente este, cooperar com o meio ambiente, trazendo o meio ambiente para dentro da escola e fazendo com que todos aprendam a preservar e reaproveitar.

2 I MATERIAL E MÉTODOS

Esse trabalho desenvolveu-se nos meses de maio a julho de 2016, com os alunos do 7º ano da Escola de Ensino Fundamental Roberto Heinzen, situada na comunidade de Santa Margarida, município de Salete. As atividades foram conduzidas de acordo com as duvidas e curiosidades que vinham à tona.

Fez-se uso de pesquisas bibliográficas sobre compostagem, socialização de saberes adquiridos, utilização de recursos de multimídia e também maquetes de composteiras para um melhor entendimento. Também ouve a exploração de conceitos e conhecimentos matemáticos a fim de interligar teoria a pratica. A elaboração da planta para a construção da composteira escolar, a construção da mesma no terreno da escola, a conferência de suas medidas e cálculos relacionados a medidas de comprimento, área e volume exigiu dos alunos domínio aritmético, geométrico e muita percepção.

Optou-se ainda em realizar coleta de dados com algumas famílias da comunidade, a fim de saber se estão dando o devido fim para o lixo orgânico e inorgânico produzido em suas residências. Através de estudos estatísticos, os resultados foram organizados e representados graficamente para um melhor entendimento. Detectou-se que algumas famílias da comunidade trabalham com granjas, elas possuem composteiras em suas propriedades. Em busca de mais informações a respeito do assunto, junto com alguns professores visitamos uma granja de suíno bem próximo à escola e tiveram vários esclarecimentos.

Os dados para a elaboração deste relato foram obtidos por meio de pesquisa, experimento, cálculos matemáticos, coleta e organização de dados, registros escritos e fotográficos decorrentes de todas as atividades desenvolvidas.

3 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

Quando surgiu a ideia de trabalharmos a questão da compostagem de materiais sólidos orgânicos, já sabíamos o que era uma composteira, mas não sabíamos exatamente sua serventia, a importância de ter uma composteira, os tipos de composteiras que podemos ter em nossa propriedade, que tipos de materiais que podem ser depositados nela a fim de se obter um composto de qualidade, e nem como acontece o processo de compostagem desses materiais, situação que no momento gerou dúvidas e muitas curiosidades. Então chegou a hora de pesquisar.

Em grupos fomos atrás de informações, pesquisamos em livros, revistas, e sites de internet, depois de concluída nossa pesquisa bibliográfica ouve o momento de socialização. Montamos uma mini composteira em sala, conforme ilustra a Figura 1. Foram utilizados diversos materiais sólidos orgânicos e fomos verificando dia a dia aquele lixo, se transformando em composto orgânico.

Uma das metas da escola era construir uma composteira para dar o devido fim ao material sólido orgânico produzido em suas dependências. A composteira a ser construída seria com paredes de tijolos, seria bem mais prático ter em mãos uma planta com medidas proporcionais no momento de sua construção. Então com o auxílio de nossa professora de Matemática desenhamos a planta da composteira em sala de aula, deu trabalho, exigiu paciência, concentração e várias tentativas. Com essa atividade trabalhamos vários conceitos matemáticos. A composteira tem o formato de bloco retangular, podemos denomina-la um sólido geométrico, e nela analisar os elementos de um poliedro (face, vértices e arestas) além do paralelismo entre as retas.

Para dividi-la em três partes de mesmo tamanho utilizamos de operações básicas com números racionais positivos. Tínhamos que nos preocupar com as medidas, que haviam de ser proporcionais, mediante estudo de e razão e proporção, montamos uma escala (2cm=1m), onde 2 cm no desenho seria equivalente a 1 metro no real. Figura 2.

Figura 1- Maquete da composteira

Fonte: As autoras (2016)

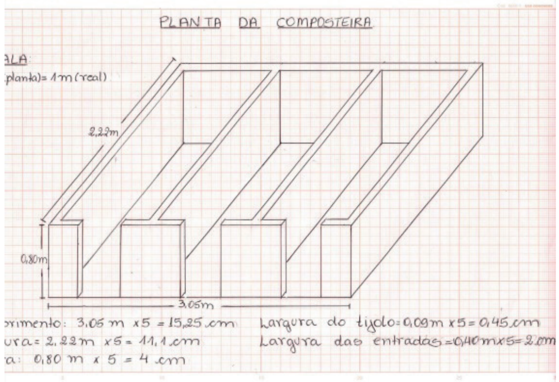


Figura 2- Planta da composteira escolar

Fonte: As autoras (2016)

Depois de a planta estar pronta, em parceria com pais e pessoas da comunidade foi construída a composteira. Conforme Figura 3. Conferimos suas medidas, e como havíamos estudado recentemente medidas de comprimento, área e capacidade, utilizamos o momento para aplicar nossos conhecimentos. Calculamos a área que ela ocupa no terreno da escola, perímetro e sua capacidade em m^3.

Figura 3 – Construção da composteira escolar/ conferindo as medidas

Fonte: Estudantes do 7º ano (2016)

A fim de saber se as pessoas da comunidade estão dando o devido fim para o lixo orgânico e inorgânico produzido em suas residências, optou-se em realizar uma coleta de dados com 55 famílias, estes foram organizados e representados por meio de gráficos estatísticos e dados percentuais, de acordo com a Figura 4, Figura5, Figura6 e Figura 7.

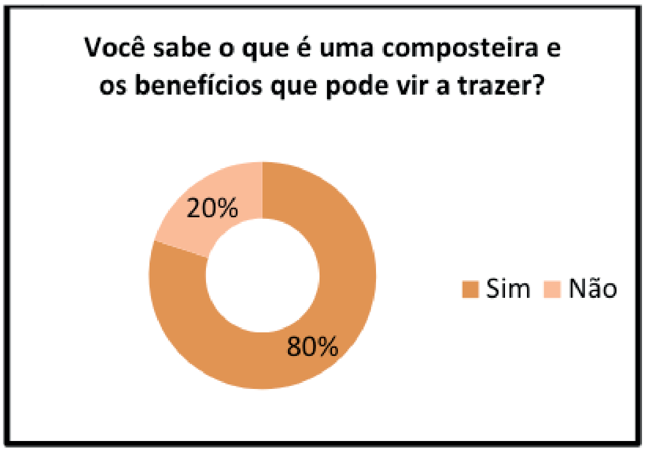


Figura 4- Entrevista com as famílias

Fonte: Autoras (2016)

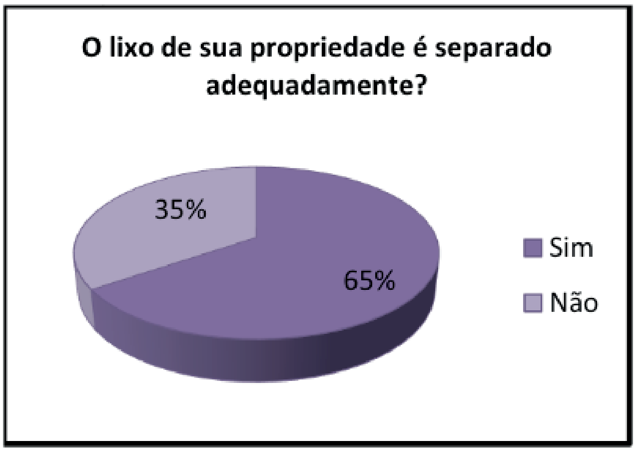


Figura 5- Entrevista com as famílias

Fonte: Autoras (2016)

Figura 6- Entrevista com as famílias da comunidade

Fonte: Autoras (2016)

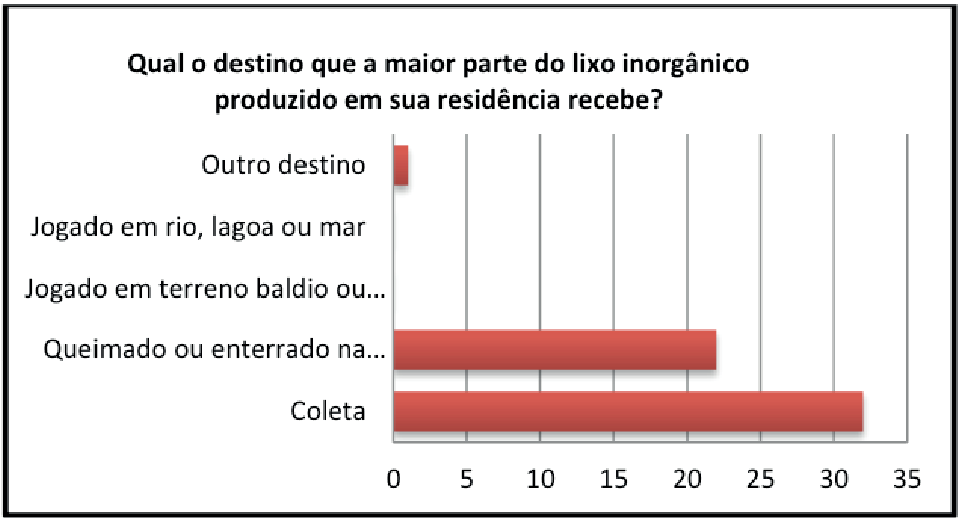


Figura 7- Entrevista com as famílias da comunidade

Fonte: Autoras (2016)

Durante as entrevistas, detectou-se que as famílias que trabalham com granjas, também possuem composteiras em suas propriedades. Em busca de mais informações a respeito do assunto, nós alunos, junto com alguns professores visitamos uma granja de suíno bem próximo à escola e tivemos vários esclarecimentos, conforme Figura 8.

Figura 8- Visita à composteira da granja de suínos

Fonte: Alunos do 7º ano

4 I CONCLUSÕES

A execução desse projeto possibilitou o desenvolvimento e aprofundamento de nossa aprendizagem. Aprofundamos também nossos conhecimentos matemáticos, tínhamos muita dificuldade em trabalhar com as medidas (SI).

Não sabíamos desenhar planta, trabalhar proporcionalidade, e tínhamos ainda um pouco de dificuldade em entender os cálculos relacionados às medidas de comprimento, área e volume. Os resultados obtidos mediante estudos estatísticos em nossa coleta de dados com pessoas da comunidade, nos fez perceber que nosso papel não termina aqui no final deste relatório. Os gráficos indicam que a maioria das pessoas já tem o hábito de fazer a separação adequada em seu lixo, participam da coleta seletiva e possuem conhecimento a respeito do tema estudado "compostagem". Mas ainda existem muitas pessoas que não estão dando o destino correto aos materiais sólidos produzidos, ou seja, não estão dando importância ao assunto.

Percebemos por meio deste estudo que além de participar ativamente das ações dentro da escola, também podemos levar o aprendizado para casa e transmitir aos pais, podendo intervir na comunidade à resolução de parte dos problemas relacionados à questão ambiental.

A compostagem é uma prática interessante e viável na maioria dos espaços. É um ato de cidadania, especialmente quando fazemos isto pensando em todo o nosso lixo orgânico que, ao invés de ganhar um destino incorreto, causar odor e poluir, pode gerar mais verde e mais vida.

REFERÊNCIAS

CANTO, Eduardo Leite do. **Ciências Naturais: aprendendo com o cotidiano**/ Eduardo Leite do Canto. 4.ed. São Paulo,2012.

NASCIMENTO, T C F; MOTHÉ, C G. **Gerenciamento de Resíduos Sólidos Industriais**. Revista Analytica, Fevereiro/Março, n. 27, 2007

CAPÍTULO 7

O NÚMERO DE EULER APLICADO NA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Data de aceite: 05/12/2018

Data de submissão: 14/10/2019

André Alfonso Peixoto
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre (Ifac)
Rio Branco, AC
http://lattes.cnpq.br/1536807722113783

Francisca Iris Nunes da Silva Bezerra
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Acre (Ifac)
Rio Branco, AC
http://lattes.cnpq.br/4582003952935687

RESUMO: O número de Euler é um mecanismo de grande utilidade em diversas áreas do conhecimento. O seu emprego recebeu estímulos para iniciar a partir dos estudos de Napier, um dos formuladores das ideias centrais dos logaritmos, e Euler, importante matemático suíço. Neste trabalho, visa-se a descrever um caso de aplicação desse número transcendente. Nosso objetivo é contribuir para o seu entendimento mediante ferramentas tecnológicas facilitadoras da resolução de situações do dia a dia.

PALAVRAS-CHAVE: Constante matemática. Logaritmo natural. Capitalização contínua. Ensino. Programação.

EULER'S NUMBER APPLIED TO FINANCIAL MATHEMATICS

ABSTRACT: Euler's number is a very useful mechanism in different areas of knowledge. Its use was stimulated to begin through the studies of Napier, one of the formulators of the central ideas of logarithms, and Euler, an important Swiss mathematician. This paper aims to describe a case of application of this transcendent number. Our objective is to contribute to its understanding with technological tools that facilitate the resolution of everyday situations.

KEYWORDS: Math constant. Natural logarithm. Continuous capitalization. Teaching. Programming.

INTRODUÇÃO

A matemática é uma disciplina do ensino básico de grande relevância. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de matemática declaram que "[...] a Matemática desempenha papel decisivo, pois permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares" (BRASIL, 1997, p. 12).

De acordo com a introdução aos PCNs, a matemática objetiva "[...] analisar informações relevantes do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número de relações entre elas, fazendo uso do conhecimento matemático para interpretá-las e avaliá-las criticamente" (BRASIL, 1997, p. 45). Assim, a matemática atua como um mecanismo capaz de solucionar problemas originados de situações observáveis no mundo real.

Os PCNs do Ensino Médio incentivam a interdisciplinaridade e afirmam que "a Informática [...] pode contribuir para reorganizar e estabelecer novas relações entre conceitos científicos [...]" (BRASIL, 2000, p. 77). Vigotsky, por sua vez, expressa que "[...] uma palavra desprovida de pensamento é uma coisa morta, e um pensamento não expresso por palavras permanece na sombra". Nesse contexto, é perceptível o potencial de uso de recursos tecnológicos expressivos no ensino.

Inserido no contexto da matemática, o número de Euler (*e*) é, para Machado (2010), uma constante de grande valor em diversas áreas científicas. Trata-se do logaritmo natural, o qual é frequentemente utilizado no cálculo diferencial e integral devido às suas propriedades peculiares.

Tendo em vista o seu potencial, foi desenvolvido um código na linguagem de programação Java, o qual calcula o montante de capitalização contínua (*A*) a partir de valores referentes a um investimento inicial (*P*), uma taxa de juros em percentagem (*j*) e um período de tempo em anos (*t*).

A experiência de uso do algoritmo pode proporcionar uma melhora na percepção dos juros compostos continuamente, do número de Euler, da lógica e da matemática financeira de modo geral, além de permitir o contato com a tecnologia, a qual, por vezes, não está presente fortemente no cotidiano dos discentes.

CAMINHOS METODOLÓGICOS

Segundo Figueiredo (1985), um número *x* é algébrico quando satisfaz uma equação polinomial com coeficientes inteiros, isto é, existem $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{N}$

para os quais:

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n = 0$$

Como o número de Euler não é raiz de nenhuma equação dessa forma, ele é classificado como transcendente, podendo ser calculado por:

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \cdots$$

Para Baker (1975), o estudo de números transcendentes se desenvolveu em uma teoria fértil e extensa, enriquecendo diversos ramos da matemática. A existência de situações nas quais o emprego de números como π e *e* é essencial enfatiza essa linha de raciocínio.

Tendo em vista tal potencial, foi criado um algoritmo envolvendo juros compostos continuamente utilizando o programa Eclipse Neon Java, do pacote Eclipse Neon 3, acessível na plataforma do Eclipse. O código desenvolvido foi organizado de modo a ser interativo com o usuário, permitindo a inserção de dados em janelas.

De acordo com uma página eletrônica da UFRGS, se uma quantia *P* é investida a juros compostos, à taxa de juros de 100*i* por cento, e os juros são capitalizados continuamente, então o montante após *t* anos é igual a $S(t) = Pe^{it}$.

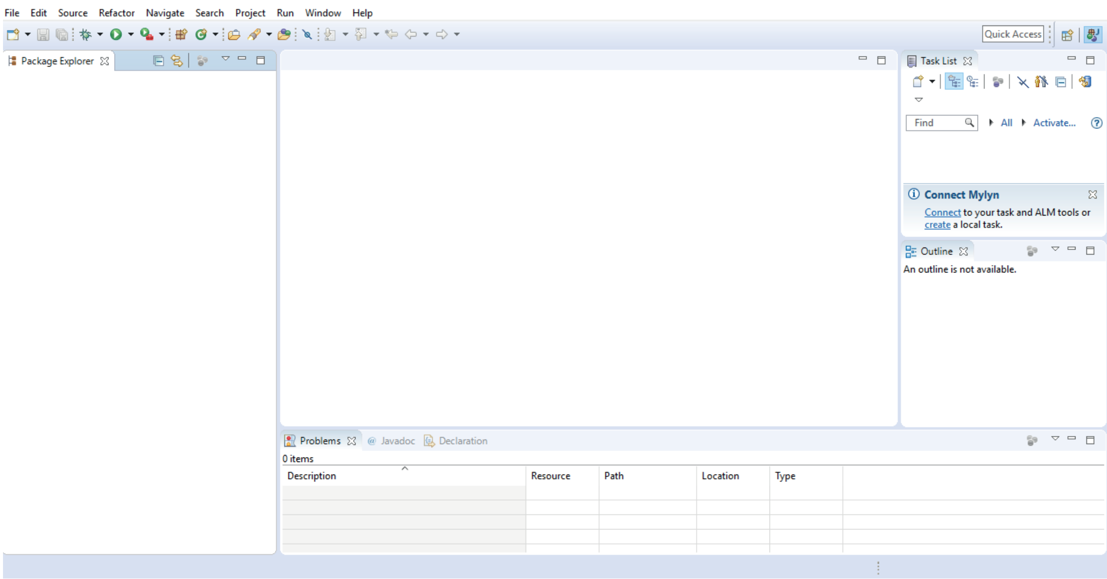


Figura 1 — Ambiente do Eclipse Java Neon.

Fonte: Os autores (2017)

A partir dessas informações e tendo em vista a sintaxe da linguagem de programação Java, a estrutura do código pode ser montada.

CapitalizacaoContinua.java

```java
import javax.swing.JOptionPane;
import static java.lang.Math.*;
public class CapitalizacaoContinua {
    public static void main (String[] args) {
        double P, j, t, r, Ai, A, L, Lp;

        JOptionPane.showMessageDialog(null, "Cálculo do montante de capitalização contínua", "Seja bem-vindo!", JOptionPane.INFORMATION_MESSAGE);

        P = Double.parseDouble(JOptionPane.showInputDialog("Digite o investimento inicial."));
        j = Double.parseDouble(JOptionPane.showInputDialog("Digite a taxa de juros em percentagem."));
        t = Double.parseDouble(JOptionPane.showInputDialog("Digite o período de tempo em anos da aplicação."));

        r = j / 100;

        Ai = P * pow(E, r * t);

        A = round(Ai * 100.0) / 100.0;

        L = round((A - P) * 100.0) / 100.0;

        Lp = round((100 * L / P) * 100.0) / 100.0;

        JOptionPane.showMessageDialog(null, "O montante do investimento de " + P + " a uma taxa de " + j + "% após " + t +" ano(s)"
        + " é igual a " + A + " (lucro de " + L + ", ou seja, " + Lp + "%).", "Resultado", JOptionPane.INFORMATION_MESSAGE);
    }
}
```

Figura 2 — Código desenvolvido em Java.

Fonte: Os autores (2017)

Inicialmente, foram importados dois pacotes: *javax.swing.JOptionPane*, o qual permite o uso de janelas no aparecimento de mensagens e inserção de dados, e *Java.lang.Math.**, que permite o uso simplificado das funções *pow* (potenciação), *E* (aproximação do número de Euler) e *round* (arredondamento) no código.

Na classe *CapitalizacaoContinua*, foram declaradas oito variáveis do tipo *double* (abrange números reais de modo a ocupar oito *bytes*). Elas são *P* (investimento inicial), *j* (taxa de juros em percentagem), *t* (período do investimento em anos), *r* (taxa de juros), *Ai* (montante não arredondado), *A* (montante arredondado), *L* (quantia de lucro) e *Lp* (percentagem de lucro).

A função *JOptionPane.showMessageDialog* é responsável por exibir uma mensagem para os usuários. No algoritmo, os seus parâmetros, entre parênteses e separados por vírgula, são, respectivamente, o componente (determina o *frame* da mensagem, sendo que *null* implica o uso do formato padrão), o objeto (mensagem central), o título da janela e o tipo de mensagem (ícone utilizado).

Localizada posteriormente, a função *Double.parseDouble* é responsável por converter um conjunto de caracteres em um número do tipo *double*. *JOptionPane.showInputDialog*, por sua vez, exibe uma mensagem para o usuário e pede que alguma informação (no caso, um número) seja inserida. Na situação descrita, deve-se digitar, respectivamente, os valores referentes a *P*, *j* e *t*.

Para efetuar a potenciação exigida pela fórmula da capitalização contínua, é empregada a função *pow*, havendo uma vírgula para separar a base (*E*) do expoente ($r \times t$). O uso de *round*, o qual se baseia no que está armazenado em uma certa variável, foi considerado para tornar os valores arredondados e escritos em até duas casas decimais, o que é permitido por meio da multiplicação por 100,0 e da divisão, efetuada após a função, pelo mesmo número.

Por último, é exibida uma mensagem intitulada “Resultado”, a qual mostra o investimento, taxa de juros e período informados, além do montante, do lucro e da percentagem de lucro.

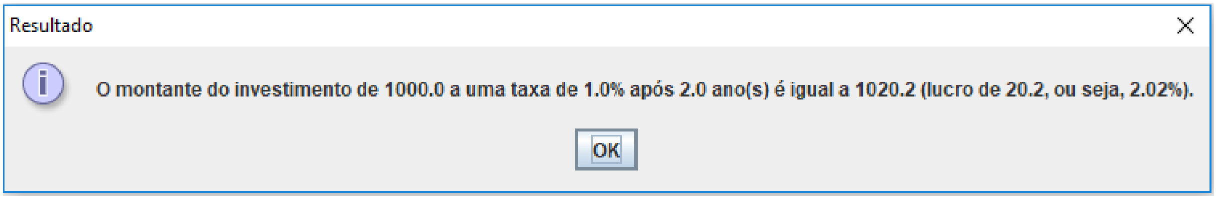


Figura 3 — Exemplo de mensagem de resultado do algoritmo.

Fonte: Os autores (2017)

RESULTADOS E DISCUSSÃO

É perceptível que o emprego de uma ferramenta que une a área da informática à matemática é benéfico. No processo de aprendizagem de cálculos financeiros, a presença de um recurso tecnológico é capaz de facilitar a compreensão do conteúdo abordado e tornar o ensino diferenciado e mais dinâmico do que o tradicional.

Algo importante é notar que uma estrutura adequada é necessária para a utilização do algoritmo, devendo, também, ser prestado auxílio caso os alunos não estejam acostumados a usar dispositivos eletrônicos.

Dessa forma, em condições favoráveis, o ensino pode tornar-se eficiente e diversificado em conteúdo com o emprego do código em um ambiente que pode executá-lo.

Se houver interesse, uma opção a se considerar é instigar os estudantes a buscarem desenvolver novas aplicações com base na lógica observada.

CONCLUSÕES

Ao se aplicar uma metodologia diferenciada, espera-se haver resultados positivos no ensino da matemática financeira e do número de Euler. A explicação poderá auxiliar os discentes a aprenderem os conceitos e a desenvolverem os raciocínios lógico e matemático.

Acredita-se, portanto, que métodos de instrução interdisciplinares proporcionam a oportunidade de enriquecer a maneira de o assunto abordado ser compreendido, constantemente havendo a associação do tema com o cotidiano.

REFERÊNCIAS

BAKER, Alan. **Transcendental number theory**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1975.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília: MEC, 2000.

FIGUEIREDO, Djairo G. **Números Irracionais e Transcendentes**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1985.

MACHADO, Nilson José. **O número de Euler:** Possíveis abordagens no ensino básico. 2010. Seminários de ensino de Matemática — Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul. **Juros compostos continuamente**. Disponível em: <http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_V/desenvolvimento5a.htm>. Acesso em: 25 set. 2017.

VIGOTSKY, Lev S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Ridendo Castigat Mores, 1993.

CAPÍTULO 8

O PAPEL DESEMPENHADO PELA MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DE INOVAÇÕES TECNOLÓGICAS EM TINTAS VOLTADAS PARA A CONSTRUÇÃO CIVIL – ESTUDO DE CASO STOCOAT LOTUSAN

Data de aceite: 05/12/2018

Daniel Santos Barbosa
IFAP - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá Macapá - Amapá

André Luíz dos Santos Ferreira
IFAP - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amapá
Macapá - Amapá

RESUMO: As tintas são um material de grande importância para o ramo da construção civil, visto que, as mesmas servem para embelezar as superfícies em que são aplicadas, assim como, dão um melhor acabamento para interior e faixadas de várias edificações. Por isso, cada vez mais a indústria da Construção Civil investe em novas tecnologias para ampliar o uso e a aplicabilidade deste material, tão utilizado neste segmento. Através da temática, O Papel Desempenhado pela Matemática no Desenvolvimento de Inovações Tecnológicas em Tintas Voltadas para a Construção Civil – Estudo de Caso StoCoat Lotusan, o artigo objetiva elencar as principais características que norteiam a criação de um material autolimpante e que repele a umidade, partindo da fórmula de Young e da formação do ângulo de contato de qualificação de superfícies superhidrofóbicas, o que acarreta num material que mescla, qualidade, eficácia e durabilidade.

PALAVRAS-CHAVE: Molhabilidade. Superfícies Superhidrofóbicas. Efeito Lótus.

THE ROLE PLAYED BY MATHEMATICS IN THE DEVELOPMENT OF TECHNOLOGICAL INNOVATIONS IN CIVIL CONSTRUCTION PAINTS - CASE STUDY STOCOAT LOTUSAN

ABSTRACT: Paints are a material of great importance to the building industry, as they serve to beautify the surfaces on which they are applied, as well as giving a better interior finish and strips of various buildings. Therefore, the construction industry is increasingly investing in new technologies to expand the use and applicability of this material, so used in this segment. Through the theme, The Role Played by Mathematics in the Development of Technological Innovations in Paints for Civil Construction - Case Study StoCoat Lotusan, the article aims to list the main characteristics that guide the creation of a self-cleaning material that repels moisture, starting from Young's formula and the formation of the contact angle of qualification of superhydrophobic surfaces, which results in a material that combines quality, effectiveness and durability.

KEYWORDS: Wettability. Superhydrophobic surfaces. Lotus effect.

1 I INTRODUÇÃO

O presente trabalho surgiu durante a Disciplina de Materiais de Construção, no 2º semestre, em que, a professora responsável pela disciplina, através de um trabalho de cunho individual, desafiou a turma a encontrar materiais voltados para a construção civil, materiais estes, baseados em inovações tecnológicas. Sendo assim, originou-se a ideia de encontrar algum produto voltado para a construção civil que fosse inspirado na folha de Lótus, já que, há diversos e diferentes estudos que dão enfoquem a materiais inspirados na superhidrobia da planta em questão.

Já durante a disciplina Estatística, ministrada no 3º semestre, pelo professor Msc. André Luís, objetivando a participação na IV FEAMAT, teve início à ideia de averiguar como a matemática estava presente na concepção e na compreensão da aplicação da tinta em questão.

O presente estudo tem caráter técnico-bibliográfico, já que, pela ausência de instrumentos e aparatos necessários nos laboratórios do IFAp, não seria possível fazer testes laboratoriais mais precisos e específicos, mas, como a empresa StoCoat Lotusan cedeu uma amostragem do material analisado, deu para revestir algumas superfícies e mesmo sem a instrumentação necessária, foi possível vislumbra o efeito superhidrofóbico do material, além de constatar a caraterística autolimpante do mesmo.

2 I O PAPEL DA MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO CIVIL

A matemática está presente na vida da humanidade desde os primórdios da história do surgimento e evolução do ser humano, a princípio, resumiu-se em auxiliar o homem a contar, realizar trocas comerciais, entre outras situações. Esta ciência com o passar dos anos se reinventou e acompanhou o processo de evolução técnico científico do ser humano, alcançado as mais diversas áreas do conhecimento.

Com o crescimento da indústria da construção civil, e o avanço econômico das classes C e B, na última década, do século XXI, a produção e comercialização de tintas acompanhou este crescimento avassalador, sendo assim, houve a necessidade do aprimoramento por parte das empresas, que fabricam e comercializam este material, em desenvolver produtos dotados de alta qualidade, durabilidade, além dos mesmos, oferecerem economia e rentabilidade ao consumidor.

3 I MOLHABILIDADE DAS SUPERFÍCIES E ÂNGULO DE CONTATO

A molhabilidade de determinada superfície está associada ao líquido conseguir se espalhar ou não sobre a mesma, esta característica, presente em certas superfícies, é extremamente importante no meio ambiente, como em alguns insetos, plantas, etc. Além de ser fator indispensável na criação e desenvolvimento de produtos capazes de evitar contaminações do meio físico a que estão expostos. Materiais que Possuem superfícies autolimpantes, e têm a capacidade de repelirem água, entre outras características, que fazem estes produtos terem um alto índice de utilização em diversas áreas.

O fenômeno da molhabilidade de uma superfície é justamente um parâmetro utilizado para precisar a medição do quanto a água é capaz de se espalhar ou não sobre a mesma. A este processo dá-se o nome de ângulo de contato, que nada mais é do que a medida entre a linha que tangencia a gota nas imediações da superfície e a linha horizontal que compreende a superfície, como exposto na figura abaixo:

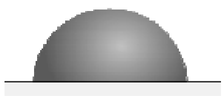
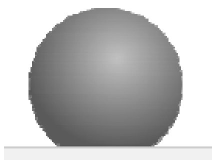
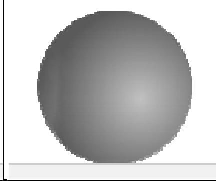
Regime	Super-hidrofílico	Hidrofílico	Hidrofóbico	Super-hidrofóbico
Diagrama da gota				
Ângulo de contato	$\theta < 10^{o}$	$\theta < 90^{o}$	$\theta > 90^{o}$	$\theta > 150^{o}$

Figura 1 – Condições de Molhabilidade de Uma Superfície

Fonte: Oliveira, (2011)

4 I EQUAÇÃO DE YOUNG

A equação de Young é a relação estabelecida pelo ângulo de contato, e que se dá entre um líquido e determinada superfície sólida, por meio das tensões interfaciais líquido-vapor, sólido-vapor e sólido-líquido como demonstrado na figura 2

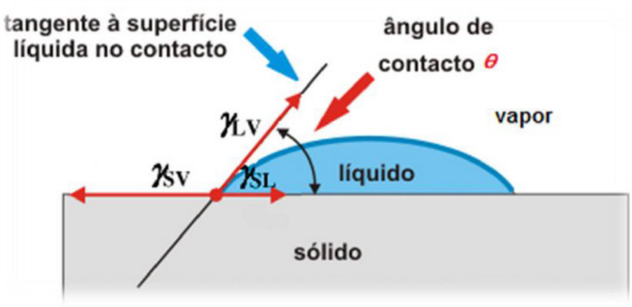


Figura 2 – Definição do Ângulo de Contato e Tensões Superficiais Presentes na Equação de Young.

Fonte: Ferreira, (2013)

Segundo FERREIRA (2013), ao ter-se determinada superfície lisa e a mesma sendo “homogénea, plana e não deformável, a equação que descreve o equilíbrio das forças que atuam no ponto triplo, é dada pela equação de Young”.

$$\gamma_{LV} cos\theta = \gamma_{SV} - \gamma_{SL}$$

Equação 1 – Equação de Young

Fonte: Ferreira, (2013)

É través da equação explicitada anteriormente, que se consegue chegar à medida do ângulo de contato, e se pode classificar, após a realização dos cálculos, a superfície estudada em: hidrofílica; hidrofóbica; superhidrofílica ou superhidrofóbica.

Quando se consegue chegar ao valor do ângulo de contato pode-se precisar o grau de molhabilidaade de determinada superfície, como se pode constatar no fragmento.

> Caso a tensão do sólido em equilíbrio com o vapor seja superior à tensão superficial, entre o sólido e o líquido, na equação de Young, o Cos $^{\theta}$ será positivo e o ângulo de contato será inferior a 90°. Neste caso, diz-se que o líquido molha parcialmente a superfície, obtendo-se uma superfície hidrofílica. Na situação inversa, quando os valos de cos $^{\theta}$ são negativos, o ângulo de contato será superior a 90°. Assim, obtém-se uma superfície hidrofóbica, onde o líquido não molha o sólido. Existem ainda as situações extremas que se referem à superfícies super-hidrofílicas, quando o ângulo de contato é inferior a 10° e às superfícies super-hidrofóbicas quando o ângulo de contato e superior a 150°. (FERREIRA, p.24, 2013).

Sendo assim, para que se tenha um melhor entendimento dos fenômenos da molhabilidade, faz-se necessário a compreensão do que seja energia de superfície.

Segundo (BURKATER, p.16, 2010), a energia de superfície é a condição com que:

> Átomos e moléculas do líquido podem se mover livremente procurando ocupar uma posição de menor energia potencial. Ou seja, um lugar onde as forças

(atrativas e repulsivas), agindo em todas as direções, estejam em equilíbrio[...] A adesão de um material sobre outro será tanto maior quanto maiores forem as energias de superfícies envolvidas. [...] As superfícies hidrofóbicas possuem baixa energia de superfície. (BURKARTER, 2010, p. 15).

5 I SUPERFÍCIES SUPERHIDROFÓBICAS E O EFEITO LÓTUS

Superfícies superhidrofóbicas surgem da íntima relação entre as características química do material da superfície e a constituição desta, sabe-se que as partes constituintes destes materiais contribuem de forma significativa para que se tenha este tipo de superfície. Observando-se o meio ambiente é possível averiguar que inúmeras espécies, entre animais e vegetais, possuem este tipo de superfície como adaptação para driblar as alterações dos fenômenos climáticos, a exemplo pode-se citar folhas de determinadas plantas, asas de algumas borboletas, penas de certas aves, entre outros. Estes seres vivos possuem a incrível característica de terem superfícies superhidrofóbicas.

Uns dos principais fatores e talvez o mais importante presente em superfícies superhidrofóbicas é justamente a capacidade de serem autolimpantes e anticontaminantes, ou seja, quando estas superfícies entram em contato com gotas de águas, e aquelas fiquem inclinadas, as gotículas que ali caem simplesmente não escorrerão, mas sim, rolarão, tirando todo o material contido na superfície, fazendo com que esta fique sempre livre de impurezas e esteja sempre límpida. Como exemplificado na figura 3:

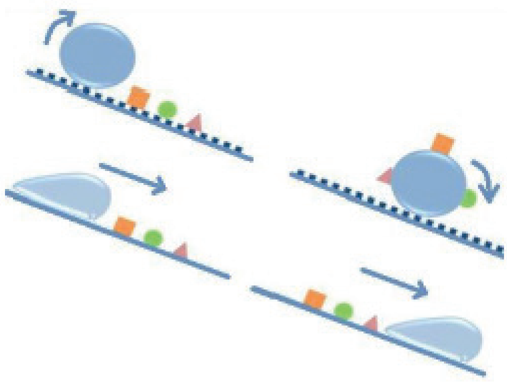


Figura 3 – Exemplo do Efeito Autolimpante de uma Gota de Água Movendo-se sobre uma Superfície Super-hidrofóbica

Fonte: Ferreira, (2013)

O efeito Lótus foi desvendado por W. Bartholtt, na década de 70, em que a principal característica é a repelência a água de forma extrema, superhidrofobia, as folhas da flor-de-lótus, por mais que cresçam em ambientes com elevada sujeira, como lugares lamacentos ou empoeirados, as folhas desta planta sempre estão limpas, isto dar-se-ia, pelo fato das folhas da *Nelumbo Nucifera* serem formadas por micro e nano-estruturas, gerando uma superfície hidrofóbica, não permitindo que partículas de sujeira consigam aderir as folhas, além de não haver a possibilidade do crescimento e proliferação de bactérias ou fungos em sua superfície.

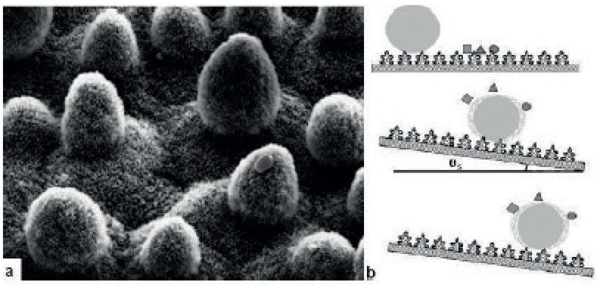


Figura 4 – Ilustração do Funcionamento dos Micronódulos nas Folhas Autolimpantes da Nelumbo Nucifera Lottus

Fonte: Burkarter, (2010)

A nanorrugosidade demonstrada na folha da flor de Lótus, a gota entra em contato com uma área superficial reduzida, o que acarreta num elevado ângulo de contato entre a gota de água e a folha da referida planta, o resultado é o aumento na tensão superficial da gota, fazendo com que a mesma se torne redonda. Sendo assim quando a gotícula de água se encontra com a superfície da folha da flor de Lótus, o resultado é o rolamento da gota, esta que por sua vez, levará consigo toda e qualquer impureza presente na planta.

6 I TINTAS STOCOAT LOTUSAN

As tintas StoCoat Lotusan são um recobrimento exterior que contém a tecnologia Lottus-Effect, podendo ser empregada em superfícies de concreto, estuque e alvenaria, EIFS ou em madeira previamente pintada. A tecnologia Lottus-Effect permite que o recobrimento se assemelhe a característica de autolimpeza da folha de lótus, assim como há uma alta repelência a água.

As superfícies recobertas pelo produto ao entrarem em contato com superfícies líquidas, instantaneamente conseguem simular as características presentes na folha de Lótus, além de estabelecer um ângulo de contato entre a superfície sólida e a líquida, acima de 150º, caracterizado a superfície revestida com o produto como superhidrofóbica. As paredes recobertas com a tinta passam a ter características autolimpantes e anticontaminantes, conferindo durabilidade ao produto após aplicação, duração esta, que pode chegar a até dez anos, o que acarreta numa economia significativa para indústria da construção civil.

7 I CONCLUSÕES

A presente pesquisa centrou-se num estudo técnico bibliográfico, assim como, houve a oportunidade de utilização do produto para recobrimento de uma superfície, testes mais específicos e aprofundados não foram possíveis de serem realizados pela falta de equipamento apropriado para tal realização. Entretanto ao comprar a superfície recoberta com as tintas Sto Coat Lotusan, com outra, recoberta com uma tinta genérica, pode se observar que quando ambas entravam em contato com materiais contaminantes (como terra, lama, café em pó, colorífico), e após este contato, colocava-se as superfícies em contato com água, a primeira superfície mantinha-se limpa, já a segunda, continuava suja.

Além do mais durante a exposição do trabalho na VI Feira Nacional de Matemática, os participantes puderam observar tal acontecimento, pois fora possível fazer um teste durante as explanações do assunto. O material recoberto com as Tintas StoCoat Lotusan, quando as gotículas de água eram postas sobre o material contaminante, era possível perceber que o material ficava preso dentro da gotícula de água, já quando se utilizou um material sem a referida tinta, as gotículas de água simplesmente se espalhavam, sujando a superfície.

Sendo assim, fora possível demonstrar, apesar de não ter havido testes laboratoriais mais precisos e específicos, que o fenômeno da molhabilidade e do ângulo de contato, estão presentes quando se utiliza o material. Ou seja, para que o espalhamento torne-se difícil de ocorrer é necessário que o ângulo de contato seja superior a 90º, o que se pode verificar quando foi realizado um simples teste de gotejamento de água.

REFERÊNCIAS

BURKATER, E. **Desenvolvimento de Superfícies Superhidrofóbicas de Politetrafluoretileno**. 2010. 138f. Tese (Doutorado em Física) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

FERREIRA, L.M.V. **Revestimentos Hidrofóbicos.** 2013. 77f. Dissertação (Mestrado em Engenharia dos Materiais) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2013.

OLIVEIRA, M.R. S. **Superfícies Superhidrofóbicas Obtidas através de Microestruturas Litografadas.** Tese (Doutorado em Ciências) – Escola Politécnica da USP, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

CAPÍTULO 9

TRANSFORMANDO ÁGUAS: O USO DA BIOMATEMÁTICA NA DESSALINIZAÇÃO DA ÁGUA SALOBRA NA REGIÃO DE CAATINGA DO MUNICÍPIO DE POÇÕES - BA

Data de aceite: 05/12/2018

Data de submissão: 12/10/2019

Ingrid Barros Meira
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Vitória da Conquista – BA
http://lattes.cnpq.br/4403352872472449

RESUMO: Os longos períodos de estiagem que ocorrem no sertão nordestino são uma realidade conhecida e que tem como consequência principal a falta de água. Diante disso, os habitantes dessas localidades procuram medidas alternativas de obtê-la, optando frequentemente pela perfuração de poços tubulares que nem sempre garantem água de boa qualidade e que oferece água salobra em grande parte dos casos. Sem outras opções, os moradores acabam consumindo esta água, fator que acarreta diversos problemas de saúde, nas cultivares e no próprio solo. Nessa conjuntura, a pesquisa a ser apresentada teve como objetivo, melhorar a qualidade da água na região de Caatinga do município de Poções - BA, com a criação de dessalinizadores de baixo custo e processos de conscientização. Realizou-se pesquisa bibliográfica, questionários e testes para obtenção de dados. Os resultados mostraram que não havia cuidados com a água a ser utilizada, e que o consumo de água salobra era significativo. Concluiu-se com a pesquisa que, o consumo da água salobra na região de Caatinga do município causa inúmeros problemas e que através dos cálculos matemáticos conseguiu-se comprovar a funcionalidade do dessalinizador.

PALAVRAS-CHAVE: Sertão, água, dessalinização

TRANSFORMING WATERS: THE USE OF BIOMATEMATICS IN THE DESALINATION OF BRACKISH WATER IN THE CAATINGA REGION OF THE POÇÕES - BA MUNICIPALITY

ABSTRACT: The long periods of drought that occur in the northeastern region are a known reality and the main consequence is the lack of water. Given this, the inhabitants of these localities seek alternative measures to obtain it, often opting for the drilling of tubular wells that do not always guarantee good water and that offers brackish water in most cases. Without other options, residents end up consuming this water, a factor that causes various health

problems, in cultivars and in the soil itself. At this situacion, the research to be presented aimed to improve water quality in the Caatinga region of Poções - BA, with the creation of desalter plants and awareness process. Bibliographic research, questionnaires and tests were performed to obtain data. The results showed that there was no care with the water to be used, and that the consumption of brackish water was significant. It was concluded with the research that the consumption of brackish water in the Caatinga region of the municipality causes numerous problems and that through mathematical calculations it was possible to prove the desalter functionality.
KEYWORDS: Backwoods, water, dessalination.

1 I INTRODUÇÃO

A situação de escassez da água no sertão baiano é uma realidade dura e cruel. Situada no polígono da seca, a Bahia sofre constantemente com longos períodos de insuficiência das chuvas tendo como consequência a falta de água na superfície, fator que dificulta o acesso dos moradores dessa região a uma água de boa qualidade.

No início do ano de 2017, o fenômeno da seca atingiu 217 municípios da Bahia, que decretaram estado de emergência, segundo a Superintendência de Proteção e Defesa Civil (Sudec). O problema, como já aconteceu em outros períodos, concentra-se na região do semiárido, que representa, aproximadamente, dois terços do território do baiano.

As principais causas da seca na Bahia e no Nordeste são de caráter edafoclimático. A região está localizada em uma área onde há baixa precipitação pluviométrica e pouca influência de massas de ar úmidas e frias vindas do Sul do Brasil. Logo, uma massa de ar quente e seca permanece durante muito tempo no Sertão nordestino, impedindo uma quantidade suficiente de chuvas. (SEI, 2017)

Além de ser um problema climático a seca é também um fator que gera dificuldades sociais para as pessoas que habitam a região de Caatinga, pois, com a falta de água torna-se difícil o desenvolvimento da agricultura e pecuária.

Diante disso, os habitantes dessas localidades procuram medidas alternativas de obtê-la, optando frequentemente pela perfuração de poços tubulares que nem sempre garantem água de boa qualidade. Sendo essa, na maioria dos casos, salobra (que se encontra sobre rochas de possuem alto teor de sais (como cálcio e magnésio) e possui entre 0,5 e 30 gramas de sal por litro), outros problemas são gerados na saúde da população, na irrigação de cultivares e no solo

De acordo com Reichardt (1978), a água é um fator fundamental na produção vegetal. E sua falta ou seu excesso afetam de maneira decisiva o desenvolvimento das plantas.

Em regiões áridas e semiáridas, o manejo correto implica práticas de economia de água e cuidados com problema de salinidade, que pode levar a improduvidade de extensas áreas, onde o processo de recuperação é, em geral, economicamente proibitivo, como afirma Reichardt (1978). Também provocando a queda na produtividade de cultivares nessas regiões, como acontece na região de Caatinga do munícipio de Poções, na Bahia.

Dentre todas as opções possíveis para solucionar o problema, a mais viável e que melhor se adequa a realidade vivida na região seria a dessalinização por osmose reversa. Nesse processo a água é tratada por separação de soluto e solvente por alta pressão através de membranas.

Conforme afirma Rosemberg (1982), em uma solução de uma substância em outra, a substância dissolvida é denominada soluto. A substância na qual o soluto é dissolvido é denominada solvente.

Segundo ele,

> “Se uma solução e uma amostra do solvente puro estiverem separados entre si por uma membrana porosa permeável às moléculas do solvente, mas não às do soluto o solvente se deslocara em direção à solução, numa tentativa de igualar as concentrações nos dois lados da membrana. Uma membrana divisora com essas propriedades recebe o nome de membrana semipermeável. Se a membrana estiver colocada verticalmente e o recipiente que contém a solução puder se estender indefinidamente, na direção horizontal, para acomodar o material que entra, o solvente continuará a fluir até ser totalmente consumido ou até que a solução se torne tão diluída que não haja mais uma força pulsora devida à diferença entre as concentrações do solvente nos dois lados.” (ROSEMBERG, 1982)

A esse processo dá-se o nome de osmose. Vários materiais podem ser usados como membrana semipermeável (celofane, bexiga animal, cenoura oca.). (NOVAIS, 1993)

Há locais em que a forma mais econômica de se obter água potável é a remoção de sais da água. Utiliza-se processos como o de osmose inversa que consiste em se inverter a tendência natural de passagem do solvente puro para a solução, através de altas pressões sobre a superfície da água. Método mais econômico que a destilação. (NOVAIS, 1993)

Além disso, pretendeu-se utilizar neste projeto a matemática, por estar presente em diversas situações do dia a dia. O seu desenvolvimento está ligado à pesquisa, ao questionamento, ao anseio por descobrir coisas novas e investigar situações. A matemática do dia a dia apresenta diversas formas de interpretação que não estão relacionados apenas com a forma matemática concreta, mas também com suas diversas aplicações, sendo uma delas a biomatemática que é campo interdisciplinar de estudo que se concentra na modelagem de processos biológicos utilizando técnicas matemáticas. Nesse projeto ela se faz necessária ao medir, quantificar, calcular, avaliar, formular, entender e decidir questões importantes para a sua conclusão.

Diante do exposto a pesquisa teve como objetivo avaliar a qualidade da água na região de Caatinga do município de Poções- BA, com base na coleta de água e de informações na localidade e elaborar uma forma de intervenção através da criação de dessalinizadores e da conscientização dos moradores destacando a importância da matemática na criação e execução do método.

2 I CAMINHOS METODOLÓGICOS

Trata-se de um trabalho transversal com a realização de pesquisa bibliográfica, pesquisa de campo com estudo de caso e intervenção. O estudo foi realizado na zona rural do município em períodos com intervalo de três meses, entre cada ida à localidade. Iniciando em junho de 2015 e tendo fim em agosto de 2016, com modificações após esse período.

Para a pesquisa bibliográfica foram utilizados como base websites sobre o tema abordado, livros e artigos científicos sendo apresentada informações referentes aos conceitos de osmose reversa, biomatemática e dessalinização, que contribuíram para identificar a relação entre o tema abordado e a matemática.

Foram aplicados 20 questionários na primeira etapa de pesquisas que ocorreu no ano anterior, e outros 20 questionários na segunda etapa com objetivo de comparação. As questões tinham por objetivo geral analisar a qualidade da água fornecida.

Nesse período foram feitos testes com a água recolhida em um poço semi-artesiano da região e em outras fontes como barragem e cisternas. Medição do pH das fontes pesquisadas, semipermeabilidade do papel celofane (que foi usado como membrana) e evidenciação do método de osmose reversa, foram alguns dos experimentos feitos.

Com base nas informações obtidas na pesquisa bibliográfica, percebeu-se que o uso de dessalinizadores aliado a um processo de conscientização seria uma resolução viável para o problema, mas o custo desse equipamento é muito elevado, fator que impossibilita famílias de baixa renda de adquiri-lo. Calcularam-se os gastos e descobriu-se então que a criação de um dessalinizador próprio seria mais viável do que o convencional, mas ainda existia a indagação de como construir esse produto. Procurou-se então analisar o que seria utilizado nessa construção, bem como quantidade de materiais e medidas usando cálculos matemáticos para chegar ao ponto desejado, sendo esta, a biomatemática.

Para comprovar a funcionalidade do processo de osmose reversa, foi construído um dessalinizador constituído por um sistema de tubulações com 45 cm de largura e 90cm de comprimento, onde a água salobra é captada e pressionada a passar por membranas semipermeáveis onde ocorre a separação dos sais.

Foram utilizados 1,5 metros de cano PVC de 100 polegadas de formato cilíndrico feito de material reciclado e divididos em três partes iguais, a membrana foi feita com papel celofane, cola de PVC, silicone, joelho para cano, 2 joelhos com redução, 1 luva, 1 tampão, 3 conexões T de canos, fita adesiva e materiais para corte como serra, tesoura entre outros. Foi criado dessa forma para suportar a pressão do poço por um longo período (a pressão decorre da força exercida pelo motor, e tem certa vazão a qual para descobri usa-se a fórmula Q= V/t).

Para calcular a quantidade de água dessalinizada foi levado em conta a quantidade de água salobra disponível (em litros por hora - l/h), a quantidade de água potável desejada, (em litros por dia) e a salinidade de água a ser tratada, assim como o tamanho e a quantidade de membranas, a vazão ideal e a vazão esperada e a pressão exercida pelo motor do poço.

Também foi feito uma avaliação de custo – benefício, onde se calcula a quantidade investida e o retorno que iria trazer. A matemática foi usada nessa etapa para medir, calcular e decidir questões relacionadas à construção do protótipo, pesquisa orçamentária, quantidade de água dessalinizada e custo benefício. Criou-se ainda um manual de instruções para explicar melhor a etapa de construção e ressaltar algumas observações.

Foram feitas visitas à região da Lagoa da Pedra, zona rural do município onde aconteceu um processo de conscientização por meio de panfletos. Durante o processo de pesquisa foram gravados documentários com os moradores onde eles falaram sobre os problemas relacionados à água salobra, e ao fim da pesquisa outros vídeos foram gravados falando sobre as melhorias que o uso do dessalinizador trouxe.

Para a realização deste trabalho houve a colaboração de moradores da região da Lagoa da Pedra na zona rural de Poções– BA, que responderam a um questionário com o objetivo de analisar a qualidade da água disponível na região, as questões foram aplicadas em duas etapas, sendo a primeira no ano de 2015 e a segunda no ano de 2016, esses questionários foram utilizados para comparação de informações recolhidas nas aplicações. Todos os questionários foram respondidos.

3 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com o Gráfico 1, o maior uso em 2015 era decorrente de caminhões pipas que são enviados pelo exército num período de três em três meses, e também da captação da água das chuvas que ocorrem por uma pequena faixa de tempo, eram também utilizados em menor número água de poços artesianos que são poços tubulares profundos não jorrantes e como não há pressão a água não jorra e por isso precisa de uma bomba para extraí-la (CONSULTPOÇOS, 2016) e de represas que na maioria das vezes é salobra. Com o agravante da seca, os números sofreram uma alteração, já que no segundo questionário a maior parte da água se origina de poços artesianos, seguidos respectivamente de caminhões pipas e represas, não há mais reserva de água da chuva e não há rios na região.

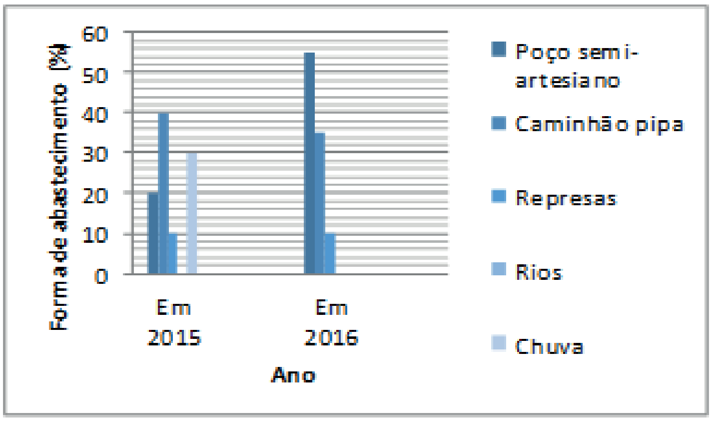


Gráfico 1: Origem da água utilizada no dia a dia

O Gráfico 2 apresenta os resultados referentes à qualidade da água da região. De acordo com os questionários aplicados, no ano de 2015 30% das pessoas entrevistadas consideravam a água de boa qualidade, 55% consideravam mediana e 15% consideravam a água ruim. Em 2016 o resultado mudou 15% consideram a água de boa qualidade, 80% consideram a água de qualidade mediana e 5% considera a qualidade ruim.

A qualidade da água tem sim melhorado no sertão e isso é fato, mas muitas vezes os projetos que são idealizados para melhorar ainda mais essa qualidade acabam não sendo colocados em prática e isso é refletido na vida daqueles que necessitam dessa água para tudo. O acesso à água potável é de extrema importância para o bem-estar de todos e isso faz com que o problema dá água de má qualidade se torne cada vez maior e necessário de ser discutido.

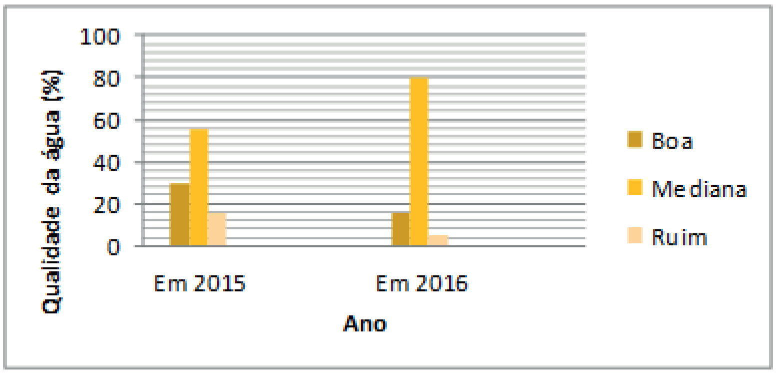


Gráfico 2: Qualidade da água fornecida à região da Lagoa da Pedra nos anos de 2015 e 2016.

O Gráfico 3 discutiu os cuidados que se tem com a água antes da utilização. Em relação aos cuidados que se tem com a água, em 2015 nessa questão 80% dos entrevistados afirmaram ter algum cuidado antes do uso da água, e 20% não tem, entre os que disseram sim 10 utilizavam o cloro e 6 apenas filtravam. O cloro pode ser usado para desinfetar a água e também para oxigenação, já o processo de filtragem acontece depois que os moradores esperam as impurezas se assentarem na caixa e recolhem a água com um balde, coando com um pano, dessa forma tudo que se livra na água são as impurezas visíveis. Já em 2016, 95% afirmam ter cuidado antes da utilização da água e apenas 5% diz não ter. Desses 19, apenas uma pessoa usa cloro, uma ferve e coa e as outras 17 apenas filtram com o coam. Com os testes feitos durante o processo de pesquisa, percebeu-se que, no geral, a qualidade da água da região é ruim e grande parte dela é salobra.

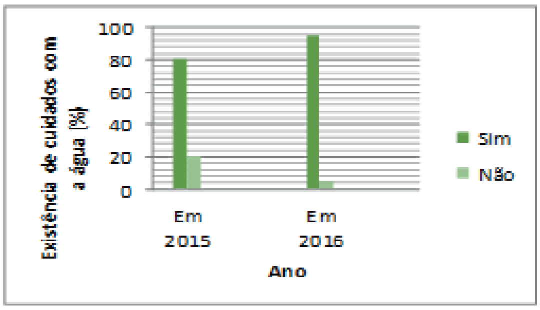


Gráfico 3: Cuidados com a água antes da utilização.

Após a montagem do experimento, os testes de pH serviram para mostrar se a água era ácida ou básica, e os demais testes serviram para apontar se havia ocorrido uma mudança na qualidade da água utilizada. Os cálculos de vazão resultaram em cerca de 300 a 400 L/h de água dessalinizada com um protótipo de três canais. Os cálculos usados para evidenciar o custo-benefício obtido com o projeto resultou em um gasto de menos de R$ 100,00 na construção do protótipo tendo como retorno a melhoria na qualidade da água.

4 I CONCLUSÃO

Conclui-se com esse projeto, que o consumo da água salobra na região de Caatinga do município tem causado problemas sociais, econômicos e de saúde para a população, sendo que se comprovou por meio de testes a má qualidade da água utilizada na região. Com relação aos questionários, é possível perceber o aumento na utilização de poços semi-artesianos como fonte de água, a falta de cuidados básicos com a água antes da utilização e que os métodos, poucas vezes utilizados, não surtem muito efeito. Ao observar os moradores, é visível a importância da conscientização da população em relação ao uso e melhoria da água fornecida a eles.

Finaliza-se ressaltando que os objetivos propostos da pesquisa foram alcançados, pois, detectaram-se formas de melhorar e avaliar a qualidade de água no sertão como também uma forma de tratar essa água, através dos cálculos matemáticos conseguiu-se comprovar a funcionalidade do dessalinizador. Também se percebeu que após a instalação dos dessalinizadores na região a qualidade da água e de vida foi melhorada. Diante disso, a dessalinização da água tanto para o uso rural em agricultura e pecuária quanto para uso doméstico em regiões de escassez, juntamente com um processo de conscientização seriam soluções viáveis para resolução desse problema. Pretende-se ainda, aprofundar a pesquisa para melhorar os resultados obtidos e alcançar os que mais necessitam desse produto.

REFERÊNCIAS

ARTESIANOS. Consult Poços. **Perfuração de poços artesianos e semi-artesianos.** Disponível em: http://consultpocos.com.br/servicos/perfuracao-de-pocos/. Acesso em 15 mai. 2016.

NOVAIS, Vera. **Fisíco-química** e química ambiental. São Paulo – SP. Atual, 1993. p. 105-108.

SILVA. Débora Ariana Corrêa da.; SANTOS. Érika Barbosa. **Utilização da osmose reversa para tratamento de águas.** Disponível em: http://www.fatecgarca.edu.br/revista/Volume3/artigos_vol3/Artigo_6.pdf. Acesso 18 mai. 2016.

SUPERINTENDÊNCIA DE ESTUDOS ECONÔMICOS E SOCIAIS DA BAHIA. **Texto para discussão.** Salvador- BA: SEI, 2017. n. 11. p. 3-4.

REICHARDT, Klaus. **A água na produção agrícola.** São Paulo - SP. McGraw-Hill do Brasil, 1978.

ROSENBERG, Jerome Laib. **Química Geral.** São Paulo - SP. McGraw-Hill do Brasil, 1982. 6ª ed. p. 201.

CAPÍTULO 10

APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ NA OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO DE RISCO

Data de aceite: 05/12/2018

Tuany Esthefany Barcellos de Carvalho Silva
Universidade Federal Fluminense
Niterói – RJ

Marco Aurélio dos Santos Sanfins
Universidade Federal Fluminense
Niterói – RJ

Daiane Rodrigues dos Santos
Universidade Veiga de Almeida
Rio de Janeiro – RJ

RESUMO: Os estudos de Markowitz, 1952 foram a base para a Moderna Teoria de Carteiras, que apresenta a diversificação como principal instrumento para a redução do risco global de uma carteira (portfolio) de investimentos. A Moderna Teoria de Carteiras teve início com a publicação do artigo Portfolio Selection por Markowitz (1952). A utilização da diversificação como forma de redução do risco de uma carteira foi amplamente discutida e comprovada por meio de estudos sobre a correlação entre os ativos. A eficiência de uma carteira é relacionada pelo binômio risco e retorno, ou seja, o investidor pode sempre que desejar reduzir o risco de seus investimentos, alterando a alocação, com o intuito de manter o retorno desejado. Assim sendo, é necessário que carteiras sejam submetidas periodicamente ao monitoramento da performance e da composição dos ativos investidos. Para resolver este problema é de grande utilidade a aplicação de modelos matemáticos que ofereçam suporte às escolhas dos ativos e na definição de seus percentuais em uma carteira. A finalidade deste trabalho, é empregar o modelo de Markowitz para otimizar carteiras de ações atuais. Utilizar o software R-project na modelagem dos dados, bem como aproveitar as atuais funcionalidades de conectividade do software para coletar os dados com isso ser capaz de construir a base de dados necessária para a otimização.

PALAVRAS-CHAVE: Otimização; Markowitz; Diversificação.

APPLICATION OF THE MARKOWITZ MODEL IN THE OPTIMIZATION OF RISK INVESTMENT PORTFOLIOS

ABSTRACT: Markowitz's 1952 studies were the basis for the Modern Portfolio Theory, which presents diversification as the main instrument for reducing the overall risk of an investment portfolio. Modern Portfolio Theory began with the publication of the Portfolio Selection article by Markowitz (1952). The use of diversification

as a way to reduce a portfolio's risk has been widely discussed and proven through studies on the correlation between assets. The efficiency of a portfolio is related to the risk and return binomial, that is, the investor may always wish to reduce the risk of his investments by changing the allocation in order to maintain the desired return. Accordingly, portfolios are required to be periodically monitored for the performance and composition of the invested assets. To solve this problem it is very useful to apply mathematical models that support the choice of assets and the definition of their percentages in a portfolio. The purpose of this paper is to employ the Markowitz model to optimize current equity portfolios. Using R-project software in data modeling, as well as taking advantage of the software's current connectivity features to collect the data, will be able to build the database needed for optimization.
KEYWORDS: Optimization; Markowitz; Diversification.

1 I INTRODUÇÃO

Os estudos de Markowitz foram à base para a Moderna Teoria de Carteiras, que apresenta a diversificação como principal instrumento para a redução do risco global de um portfólio de investimentos. A eficiência de uma carteira é relacionada pelo binômio risco e retorno, ou seja, o investidor pode reduzir o risco de seus investimentos, alterando a alocação, com o intuito de manter o retorno desejado. Para resolver este problema utiliza – se modelos matemáticos que ofereçam suporte à seleção dos ativos.

Apesar de existirem diversos modelos para otimização de investimentos, o presente trabalho utilizará o modelo de Markowitz. O economista Harry Markowitz desenvolveu, pela aplicação de programação quadrática aos ativos que formam o conjunto de possíveis aplicações de um investidor, um processo de otimização que permite a minimização do risco do investidor para um determinado valor de retorno desejado. Ao se realizar o processo para vários valores de retorno, cria-se a denominada curva de Markowitz, que determina a fronteira para a qual as diferentes combinações de proporções de ativos que formam uma carteira de investimentos promovem os maiores retornos com os menores riscos possíveis.

Essa teoria nos mostra que o risco de uma carteira não é dado simplesmente pela soma ponderada do risco dos ativos individuais, para calcular esse risco com eficiência é preciso considerar a correlação entre os ativos. Se os Ativos fossem perfeitamente correlacionados, a diversificação do portfólio poderia eliminar o risco. O fato de os retornos dos ativos terem um alto grau de correlação, mas não serem perfeitamente correlacionados, implica em que a diversificação pode reduzir, mas não eliminar o risco.

2 I OBJETIVO

Aplicar a teoria de otimização de portfólio de investimentos de Markowitz para otimizar carteiras de ações, em um único período, que atualmente são listadas na bolsa de valores brasileira (B3), afim de obter diferentes alocações para as classes de ativos que maximizem o retorno que é tão almejado pelo investidor.

3 I MATERIAL E MÉTODO

3.1 Risco

Na área financeira existem diversos tipos de risco, segundo ASSAF (2006) chama-se de risco o grau de incerteza sobre a rentabilidade de um investimento. A volatilidade, ou desvio padrão, é uma medida de dispersão dos retornos de um título ou índice de mercado, ou seja, quanto mais o preço de uma ação varia num período curto de tempo, maior o risco de se ganhar ou perder dinheiro negociando esta ação. Risco de mercado pode ser definido como as oscilações de preço decorrentes de eventos que atingem sistematicamente todo o mercado. Por isso, também é conhecido como risco sistêmico.

O risco é um dos fatores principais a ser considerado pelos investidores, ao lado da rentabilidade e do prazo de retorno. Visando mensurar o risco de uma carteira, para um retorno pré-definido, foi que surgiu a teoria de Markowitz, a qual traz a equação do risco (desvio-padrão) de uma carteira de dois ativos (i e j) como sendo:

$$\sigma_p = \sqrt{(w_i^2.\ \sigma_i^2) + (w_j^2.\sigma_j^2) + 2.w_i.w_j.cov_{i,j}} \qquad (3.1)$$

Segundo (SHARPE, 1995) as premissas adotadas por Markowitz para a construção de sua inovadora teoria foram: os investidores avaliam as carteiras baseando - se no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos em um dado período, repelem o risco e escolhem carteiras com o menor risco dentre as carteiras de mesmo retorno, são completamente racionais, sejam eles iniciantes ou profissionais da área, sempre escolhendo a carteira de maior retorno dentre as carteiras de mesmo risco, os ativos individuais são continuamente divisíveis, o que possibilita aos investidores a compra de frações dos ativos, existe uma taxa livre de risco, na qual os investidores podem tanto emprestar quanto tomar emprestado, os investidores têm a mesma opinião acerca da distribuição das probabilidades das taxas de retorno dos ativos, havendo, assim, um único conjunto de carteiras eficientes, impostos e custos de transação são irrelevantes. Após o estudo das premissas, Markowitz-1952 afirma que as variáveis que interessam aos investidores na hora de selecionar uma carteira, seriam o retorno esperado e o risco.

3.2 Retorno esperado de uma carteira

No mercado financeiro a expectativa em relação a um investimento é conhecida como retorno esperado do mesmo. É quanto se espera ganhar ao investir em determinado ativo.

Segundo (SAMANEZ, 2007), o retorno esperado de um ativo em uma carteira de ativos é a média central da distribuição probabilística dos retornos desse ativo. O retorno de uma carteira de ativos pode ser estimado calculando-se a soma dos produtos dos retornos dos ativos pelos respectivos pesos de cada ativo na carteira.

3.3 3.3 Modelo de Markowitz: a origem da moderna teoria de carteiras

Na literatura financeira, os agentes econômicos, buscam obter o maior rendimento dos seus investimentos e ao mesmo tempo querem minimizar o risco dos mesmos. A principal contribuição aos modelos de finanças no que diz respeito aos desenhos dos fundamentos da teoria de composição de carteiras deve-se aos trabalhos de Harry Markowitz na década de 1950. A Teoria Moderna de Carteira é utilizada há muitos anos para seleção de carteiras de investimento, demonstrando como investidores podem utilizar o princípio da diversificação para buscar a melhor relação risco versus retorno de suas carteiras de investimentos.

Os conceitos desta teoria foram inicialmente formulados por H. Markowitz, com a publicação do famoso artigo Portfolio Selection em 1952, assim foi instituída a nova abordagem para o conceito de risco dos investimentos. Contrariando a ideia de que a melhor opção para a composição da carteira consistia na concentração de investimentos em ativos que ofereciam os maiores retornos e menores riscos, o que limitava as opções de investimentos e nem sempre fornecia o retorno desejado, Markowitz propôs que seria possível obter combinações mais eficientes de alocação de recursos por meio da diversificação do risco dos ativos que compunham a carteira e, assim, estruturou as bases sobre as quais se firmou a Teoria Moderna de Carteiras. O método de Markowitz possibilita que os investidores sejam capazes de definir todas as carteiras ótimas, em relação ao binômio risco versus retorno formando assim a fronteira eficiente, que nada mais é do que a combinação de um conjunto de ativos que forneça o maior retorno dado um nível de risco ou que forneça o menor risco para um determinado retorno (SANTOS, 2006).

3.4 Fronteira eficiente

O conceito de Fronteira Eficiente trata da combinação de um determinado grupo de ações formando infinitas e diferentes carteiras. As carteiras na fronteira eficiente são chamadas de carteiras ótimas, ou seja, pela definição de Markowitz, fronteira eficiente é a linha das carteiras que apresentam o máximo retorno para um determinado valor de risco.

3.5 Índice Bovespa (IBOVESPA)

A Bolsa de Valores de São Paulo - Bovespa por muito tempo foi a bolsa oficial do Brasil, até se fundir com a BM&F para criação de uma nova instituição, denominada BM&FBovespa no dia 8 de maio de 2008. Nela os investidores podem comprar e vender ações de companhias que funcionam como empresas abertas. A BOVESPA é uma associação civil sem fins lucrativos, com autonomia administrativa, financeira e patrimonial.

O Índice Bovespa[1] é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. É formado por uma carteira das ações com o maior volume negociado nos últimos meses.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram utilizadas funções criadas no R para calcular o modelo de Markowitz média-variância eficiente, essas funções devem ser usadas para mostrar a aplicação da teoria de Markowitz, juntamente com o pacote fPortfolio.

Para a realização da análise foram coletados dados dos retornos diários de 4 grandes empresas de setores que compõem o Índice BOVESPA, ou seja, o mais importante indicador do desempenho médio das cotações das ações negociadas na B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), formado pelas ações com maior volume negociado nos últimos meses. Os dados são referentes ao período de 1 a 9 de janeiro de 2019, totalizando 7 observações para cada ativo.

As quatro ações analisadas, seus códigos e respectivos setores estão relacionados na tabela 1.

1. Ibovespa

Empresa e código	Classificação sectorial
Brasil BBAS3	Financeiro / Intermediários Financeiros / Bancos
CCR SA CCRO3	Bens Industriais / Transporte / Exploração de Rodovias
Gerdau GGBR4	Materiais Básicos / Siderurgia e Metalurgia / Siderurgia
Petrobras PETR4	Petróleo. Gás e Biocombustíveis

Tabela 1 – Ações consideradas

Fonte: Elaboração própria, 2019

Considerando um intervalo de tempo diário, pode - se observar abaixo na tabela 2, as estatísticas descritivas da rentabilidade de cada ativo. Nota - se que o Ativo com menor risco é o GGBR4, o Ativo com maior risco e rendimento diário é o PETR4, e o de maior rendimento BBAS3.

Ativos	Mín	Média	*Máx*	Variância	Desvio padrão
BBAS3	45,39	45,98	46,34	0,14	0,37
CCRO3	11,61	12,04	12,60	0,12	0,35
GGBR4	14,84	15,23	15,73	0,08	0,28
PETR4	23,77	24,59	25,17	0,21	0,46

Tabela 2 – Rentabilidade dos Ativos

Fonte: Elaboração própria com base nos dados publicados

4.1 Análises

Para especificar uma carteira, precisa-se da matriz de covariância dos ativos selecionados para carteira ou portfólio. Para cálculo dos portfólios utilizou – se os seguintes dados:

Nome dos Ativos	`> asset.names <- c(“BBAS3”, “CCRO3”, “GGBR4”, “PETR4”)`
Matriz de Covariância	`> covmat <- cov(dados)`

Tabela 3 – Dados de entrado no programa R-porject

Fonte: Elaboração própria, 2019

Para a criação de portfólios dos ativos selecionados, e para mostrar pontos relacionados a cada ativo individualmente, foram utilizados inicialmente os pacotes **fportfolio** e **timeSeries**. Para uma melhor compreensão sobre a modelagem, foram criadas séries temporais dos ativos com a função **as.timeSeries** do pacote **timeSeries.**

Para realizar a otimização inicialmente aplicou - se a função **tangencyPortfolio**, que retorna o portfólio com a maior relação risco/retorno na fronteira eficiente. Para o modelo de portfólio de Markowitz, isso é o mesmo que o índice de Sharpe.

Na tabela 4 observa - se os pesos e os riscos individuais de cada ativo no portfólio com a maior relação risco/retorno.

Ativos	**Peso**	**Risco(Cov)**
BBAS3	0,457	0,717
CCRO3	0,000	0,000
GGBR4	0,542	0,282
PETR4	0.000	0,000

Tabela 4 – Portfólio de Tangência

Fonte: Elaboração própria com base nos dados publicados

A tabela 5 apresenta o retorno esperado de 29,286 e o risco do portfólio de 0,114. Neste portfólio obteve - se a melhor relação risco/retorno dentre os ativos selecionados, onde há um equilíbrio entre o risco e o retorno esperado pelo investidor.

Retorno	**Risco**
29,286	0,114

Tabela 5 – Retorno e Riscos – geral

Fonte: Elaboração própria com base nos dados publicados

Na figura 1 pode – se visualizar graficamente o portfólio de tangência, observando os pesos dos ativos.

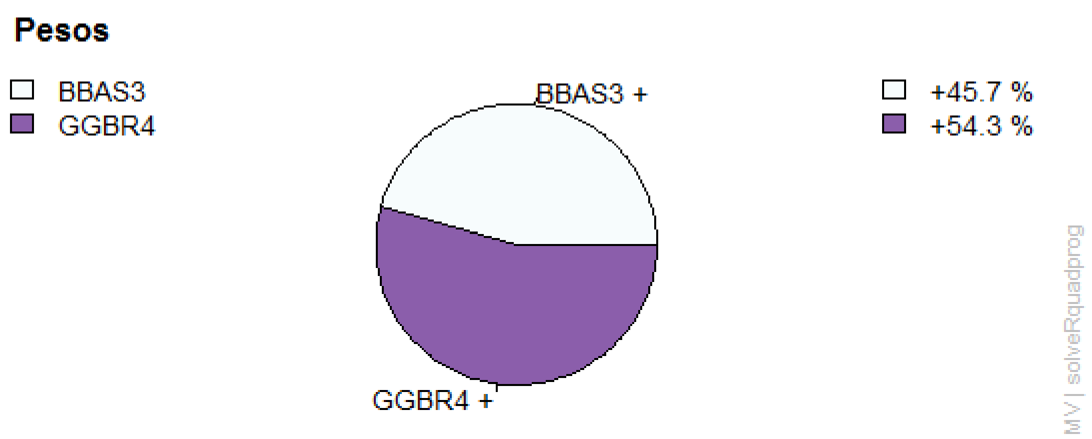


FIGURA 1 – Portfólio de tangência. Fonte: Elaboração própria (2019).

Aplicando o princípio da dominância para todas as combinações possíveis de carteiras, chega - se a um dos pontos principais da teoria do portfólio de Markowitz a Carteira de Variância Mínima (CMV). Com a função *minvariancePortfolio* obteve - se o portfólio da fronteira eficiente com o risco mínimo. Podemos observar os pesos e riscos do portfólio com risco mínimo, na tabela 6.

Ativos	Pesos	Risco
BBAS3	0,420	0,420
CCRO3	0,009	0,009
GGBR4	0,570	0,570
PTR4	0,000	0,000

Tabela 6 – Portfólio de Variância Mínima

Fonte: Elaboração própria com base nos dados publicados

A tabela 7 apresenta as estatísticas da Carteira de Variância Mínima, observa - se um retorno esperado de 28,131, para um risco de 0,111, este é o portfólio de menor risco dentre os Ativos selecionados inicialmente. O processo utilizado para encontrar a Carteira de Variância Mínima (CMV) se resume em encontrar o portfólio de menor desvio-padrão dentre todas as combinações possíveis dos Ativos.

Retorno	Risco
28,131	0,111

Tabela 7 – Retorno e Riscos - geral

Fonte: Elaboração própria com base nos dados publicados

Na figura 2 pode – se visualizar graficamente os pesos dos ativos na carteira de variância mínima (CMV).

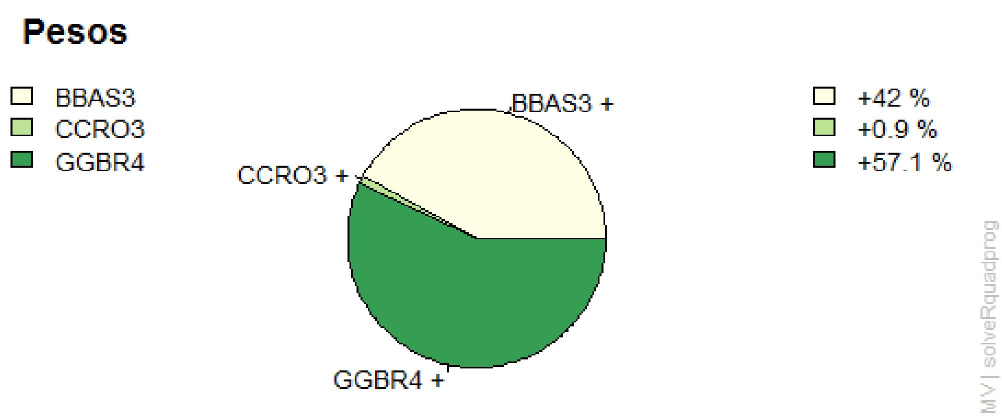


FIGURA 2 – Carteira de variância mínima CMV.

Fonte: Elaboração própria (2019).

Analisando os portfólios que oferecem o maior retorno para um determinado nível de risco foi possível determinar a Fronteira Eficiente (figura 3). Com a variação do nível de tolerância ao risco, as proporções investidas mudam em cada classe de ativo. Os portfólios obtidos neste trabalho foram denominados por Markowitz (1952) de portfólios eficientes, e o conjunto deles de Fronteira Eficiente. Os portfólios que compõem a fronteira possuem o máximo retorno para um dado nível de risco, a partir da CMV, foi feito um ponto em todas as combinações de Ativos que possuem o menor nível de risco para qualquer retorno superior ao da CMV. Ainda observando a figura 3, de acordo com a Teoria de Markowitz, não são indicados investimentos nos portfólios abaixo do ponto destacado em vermelho**,** pois com o mesmo nível de risco pode - se investir nos portfólios a cima do ponto, obtendo um retorno estimado maior. No geral o gráfico inclui a fronteira eficiente, a linha de tangência e o ponto de tangência para uma taxa livre de risco, o portfólio de pesos iguais, nomeado por **EWP**. A linha de Sharpe também é mostrada, com seu máximo coincidindo com o ponto do portfólio de tangência. O intervalo da proporção Sharpe é impresso no eixo do lado direito do gráfico.

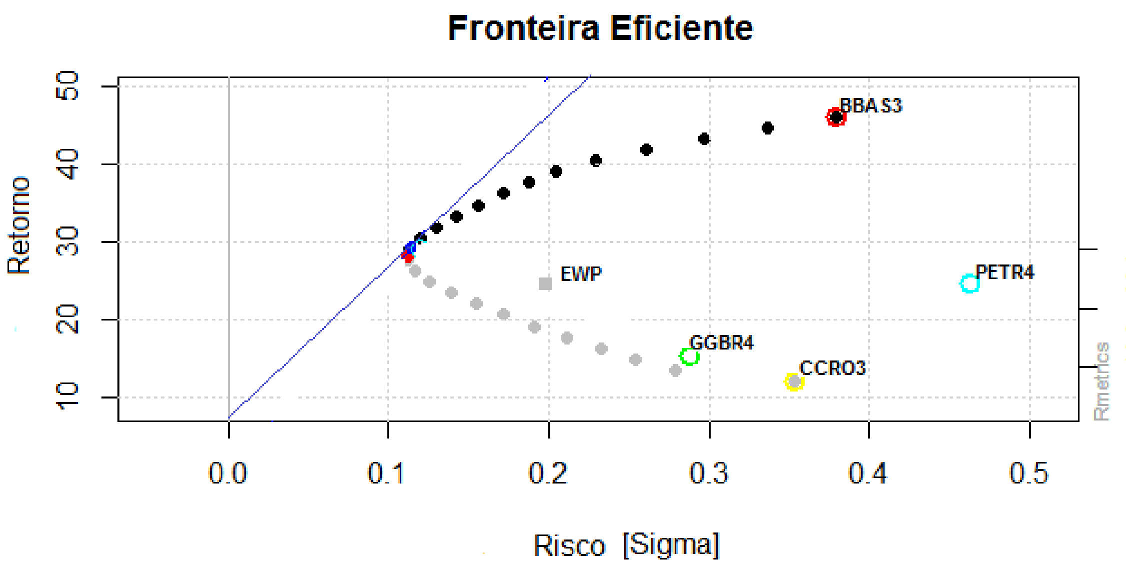
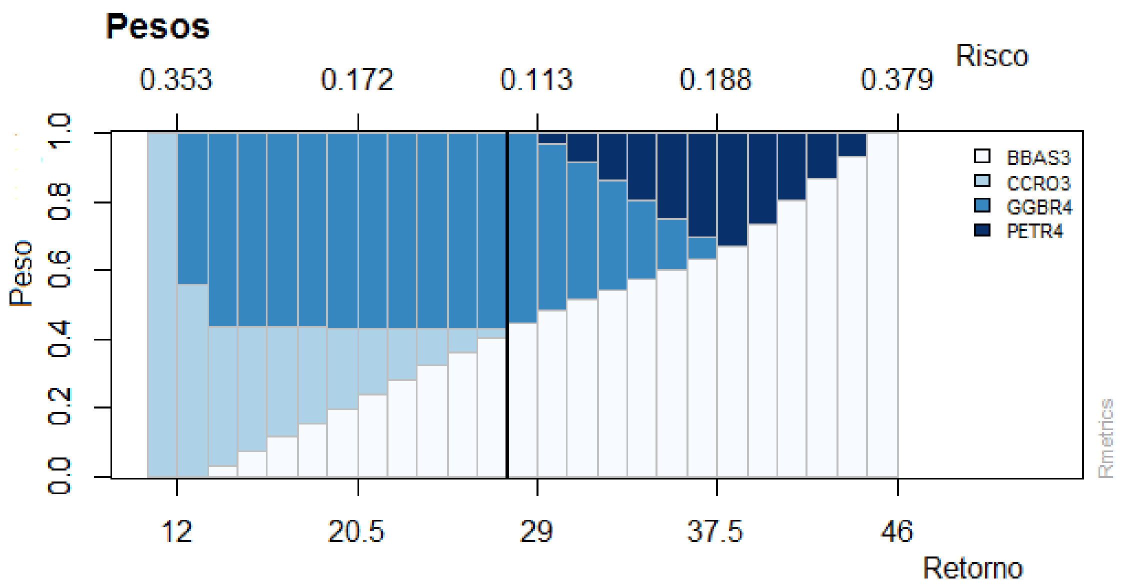


FIGURA 3 – Fronteira Eficiente. Fonte: Elaboração própria (2019).

A diversificação melhora a eficiência do portfólio, pois na medida em que novos ativos são adicionados, o risco total é reduzido, quando favorecidos por correlações negativas, já o retorno do portfólio será determinado pela ponderação dos retornos dos ativos individuais. A diversificação entre investimentos é importante para melhorar a relação risco/retorno do portfólio, deixando-o mais eficiente para se adequar melhor ao perfil de cada investidor, ou seja, a figura 3 propõe a melhor relação possível entre retorno e risco, indicando qual o ponto ótimo da carteira do retorno esperado em relação ao risco a ser tomado.

Na figura 4 observa-se os pesos ao longo da fronteira eficiente, os gráficos de cima para baixo mostram os pesos, os retornos, ou seja, atribuição de desempenho e risco. O eixo superior rotula o risco alvo e o inferior rotula o retorno. A linha vertical separa a fronteira eficiente da variação mínima. O eixo de risco, como pode ser visto, aumenta em valor para ambos os lados da linha vertical separadora.



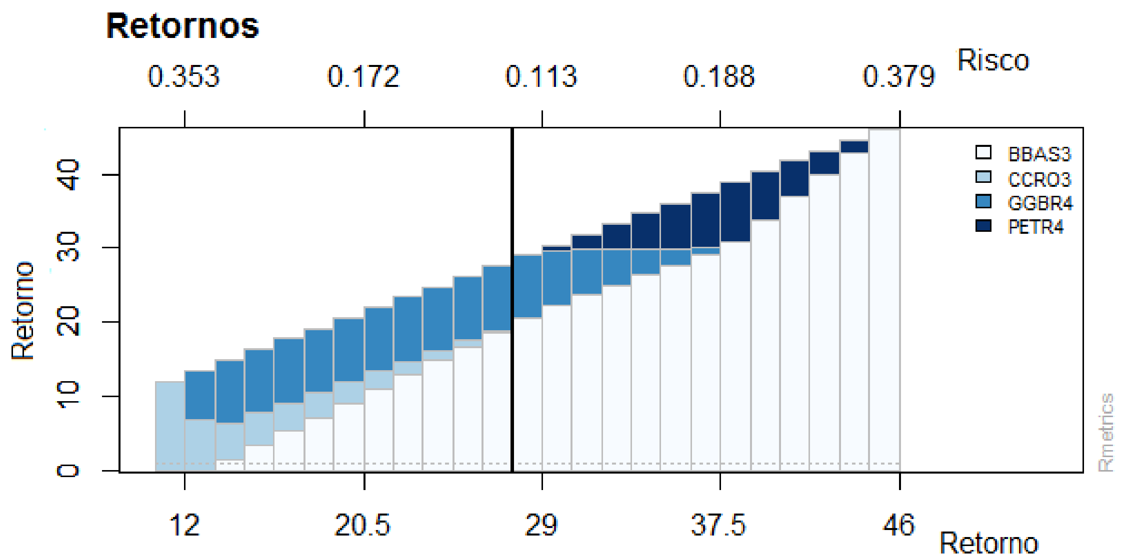


FIGURA 4 – Pesos ao longo da fronteira eficiente de uma variação média.

Fonte: Elaboração própria (2019).

5 I CONCLUSÃO

A Teoria desenvolvida por Markowitz (1952) é muito interessante para o cálculo de proporção de ativos em um portfólio diversificado. Este trabalho objetivou utilizar a Teoria Moderna do Portfólio para aumentar o retorno esperado, no entanto sem o aumento de risco, mostrando que o risco de uma carteira não é dado simplesmente pela soma ponderada do risco dos ativos individuais, precisando considerar a correlação existente entre os ativos, evidenciando as vantagens de uma correlação negativa entre os mesmos, para que estes compensem em suas oscilações diárias as grandes volatilidades. Partindo do entendimento que todo investidor busca o maior retorno possível dado certo nível de risco.

Para qualquer valor de risco, a fronteira eficiente de Markowitz identifica um ponto que é a carteira eficiente de maior retorno para um dado risco, assim como, para qualquer valor de retorno, a fronteira também identifica carteira com risco mínimo. A Fronteira Eficiente é representada por uma linha composta de infinitos pontos correspondentes a diferentes carteiras e se estende da carteira de retorno máximo à Carteira de Variância Mínima. Essa diversidade de carteiras possibilita a escolha da melhor opção para cada investidor de acordo com suas preferências em relação ao risco retorno do investimento (SUCOLOTTI, 2007). A Teoria apresentada é uma ferramenta útil para a composição de carteiras que maximizem a relação risco retorno frente à volatilidade do mercado financeiro, os estudos de Markowitz (1952) trouxeram a diversificação de ativos como forma de redução do risco de uma carteira.

Obteve-se um portfólio de tangência com um nível de retorno esperado igual a de 29,286, para um risco de 0,114, sendo este o portfólio com melhor relação risco e retorno para os ativos selecionados. Para a Carteira de Variância Mínima (CMV) observa-se um retorno esperado de 28,13 com um nível de risco de 0,111, dentre todos os portfólios gerados para tais ativos, este portfólio é o de menor risco.

Os resultados encontrados demonstram o mérito do desempenho da carteira gerada através do modelo Markowitz, com a aplicação do modelo foi alcançado o resultado esperado, determinando a Fronteira Eficiente dos ativos e a carteira de variância mínima (CMV).

REFERÊNCIAS

[1] FILHO ZWINGLIO DE OLIVEIRA GUIMARÃES; LIMA FERNANDO GUSTAVO NOGUEIRA. **Análise Estatística do Índice Ibovespa ed. [S.l.: s.n.],** 2015.

[2] MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection. [S.l.]:** Journal of finance n. 1, v. 7, p.77-91, 1952

[3] NETO, A. A. **Mercado Finaneiro. [S.l.]:** Atlas, 2007.

[4] PEREIRA LEONARDO BOECHAT TAVARES; HENRIQUE, D. C. **Otimização de Investimentos pelo modelo de Markowitz via desenvolvimento de uma ferramenta em excel. [S.l.]:** UFSC, 2016.

[5] SAMANEZ, C. P. **Gestão de investimentos e geração de valor. [S.l.]:** São Paulo: Pearson, 2007.

[6] SANTOS H. P. DOS; AMBROSI, I. L. J. C. B. L. **Análise de risco em quatro sistemas de rotação de culturas para trigo, num per´ıodo de dez anos, em Passo Fundo. [S.l.]:** Pesquisa Agropecuária

Tropical - RS, 1999.

[7] SHARPE WILLIAN F.; ALEXANDER, G. J. B. J. V. I. **New Jersey: Prentice Hall. 5. ed. [S.l.: s.n.],** 1995.

[8] WURTZ DIETHELM.; SETZ TOBIAS.; CHALABI YOHAN.; CHEN WILLIAN.; ELLIS ANDREW. **Portfolio optimization with R/ Rmetrics. [S.l.: s.n.],** 2015.

CAPÍTULO 11

ESQUEMA OPERACIONAL DE BAIXO CUSTO PARA VERIFICAÇÃO ESTATÍSTICA DE MODELOS NUMÉRICOS DE PREVISÃO DO TEMPO

Data de aceite: 05/12/2018

Nilza Barros da Silva
Centro de Hidrografia da Marinha(CHM)–nilza.barros@marinha.mil.br

Natália Santos Lopes
Centro de Mísseis e Armas Submarinas da Marinha (CMASM) –natalia.lopes@marinha.mil.br

INTRODUÇÃO

A Marinha do Brasil, por meio do Centro de Hidrografia da Marinha (CHM), tem por obrigação produzir e divulgar análises e previsões meteorológicas para a área marítima de responsabilidade do Brasil, conhecida internacionalmente como METAREA V. Em virtude disso, o CHM é a organização militar responsável por gerar diariamente previsões oriundas de modelos atmosféricos e oceanográficos a fim de contribuir para a melhoria da qualidade das informações ambientais elaboradas e disseminadas pelo Serviço Meteorológico Marinho. Contudo, a qualidade destas previsões deve ser auferida e medida por meio de técnicas estatísticas, conhecida como verificação.

A verificação estatística é o processo de avaliação da qualidade das previsões e envolve comparações entre previsões e observações. Além disso, a ela também é destinada a outros objetivos, tais como: medir o desempenho dos modelos quando suas características forem alteradas, comparação com outros modelos a fim de identificar qual tem melhor desempenho para cada tipo de parâmetro, monitorar a distribuição espacial e temporal dos erros de modo a permitir que o previsor do tempo conheça as limitações do modelo, entre outros.

Entretanto, até que se obtenha o conjunto de dados a serem validados, faz-se necessário um pré-processamento dos mesmos. Durante a construção do sistema de verificação, a maior parte do tempo é utilizado na extração dos dados, no controle de qualidade e na combinação de pares de observação e previsão (CASATI *et al.*,2008). Isto ocorre, pois muitas vezes o formato dos dados de um determinado modelo numérico difere das observações e vice-versa. Esta etapa, normalmente, exigirá do analista o conhecimento de vários programas para decodificar os dados originais e deixá-los no formato final onde será possível iniciar toda a análise estatística. Além do mais, as variáveis oriundas de modelos numéricos apresentam uma larga variação espacial e temporal o que exigirá uma grande capacidade de síntese e consolidação das informações, de forma a permitir uma análise estatística que seja útil e confiável para os usuários finais.

Desta forma, faz-se necessário a organização e agrupamento de dados que usualmente encontram-se distribuídos em diferentes locais, tais como: servidores, sites na Internet, sistemas de distribuição de dados, etc.

OBJETIVO:

O objetivo deste trabalho é apresentar um sistema de baixo custo, que permitirá a criação de uma estrutura de pré-processamento de informações, a partir do uso de softwares livres.

Embora seja apresentada uma solução aplicada na validação estatística de modelos de previsão do tempo, nada impede que o método ou processo seja adaptado para qualquer tipo de projeto que apresente características como: dados oriundos de fontes diversas, necessidade de organização de um grande volume de dados, grande variação espacial e temporal de dados e apresentação de resultados consolidados em estatísticas, tabelas e gráficos.

O software R, além da geração das estatísticas e dos gráficos, é a ferramenta que faz a ligação entre os diversos aplicativos utilizados neste trabalho, como por exemplo, o MySQL cuja a interface é acessada pelo pacote RMySQL.

MATERIAL E MÉTODOS

Esta solução foi desenvolvida a partir das necessidades listadas abaixo:

- Criação de rotinas de validações estatísticas dos modelos de previsão do tempo operados pelo Centro de Hidrografia da Marinha;
- Organização e agrupamento de dados dispersos; e
- Resultados objetivos que demonstrem se os modelos numéricos, cuja operacionalização exige um grande aporte de recursos humanos e financeiros, apresentam o desempenho esperado.

Todo o sistema foi instalado no sistema operacional Linux. Para que sejam possíveis as funcionalidades aqui citadas há necessidade dos programas listados abaixo:

- **MySQL**: sistema de gerenciamento de banco de dados (BD) que utiliza a linguagem SQL (*Structured Query Language)*;
- **phpMyAdmin** (opcional): permite a administração do MySQL pelo *browser.* A interface amigável permite, para aqueles que não tenham conhecimento da linguagem SQL, acesso e gerência do BD com facilidade;

- **Apache**: servidor Web, dependência exigida para uso do phpMyAdmin;
- **R** (R Development Core Team, 2016): software livre para computação estatística e construção de gráficos;
- **RStudio** (opcional): interface gráfica para uso do R;
- **RMySQL (**OOMS et al.,2016): interface para uso e acesso do MySQL dentro da interface do R;
- **Rscript**: é um *front-end* que permite que o Linux interprete os comandos do R pelo *bash*, o que possibilita que os scripts sejam escritos e executados em R diretamente sem necessidade do uso da interface do R.

Com exceção dos pacotes do R, que devem ser instalados dentro deste programa, os outros podem facilmente ser instalados com os gerenciadores de pacotes disponíveis para Linux como o APT.

Segue abaixo, os conhecimentos mínimos necessários para operacionalização do sistema:

- Sistema operacional Linux (instalação de programas e comandos básicos);
- Básico de Shell Script;
- Utilização Crontab do Linux;
- Básico de SQL; e
- Programação em R.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Resumo Esquema de Validação

O esquema apresentado na figura 1 ilustra o funcionamento do sistema que consiste de:

a. Agendamento de tarefas com utilização do crontab do Linux que permite a alimentação do banco de dados denominado Verificação com dados de diversos modelos de previsão tempo. O mesmo banco de dados é alimentado com dados de observações que podem estar disponíveis tanto em servidores próprios como na Internet;

b. Acesso ao BD, com uso do pacote RMySQL, dentro dos próprios scripts responsáveis pela geração das figuras e pelos cálculos das estatísticas. Isso é possível graças ao uso do *front-end* Rscript que permite que os comandos do R sejam reconhecidos pelo Shell do Linux sem necessidade de acesso à interface do R.

c. Utilização do phpMyAdmin para acesso ao BD, criação de novo bancos ou tabelas, etc.

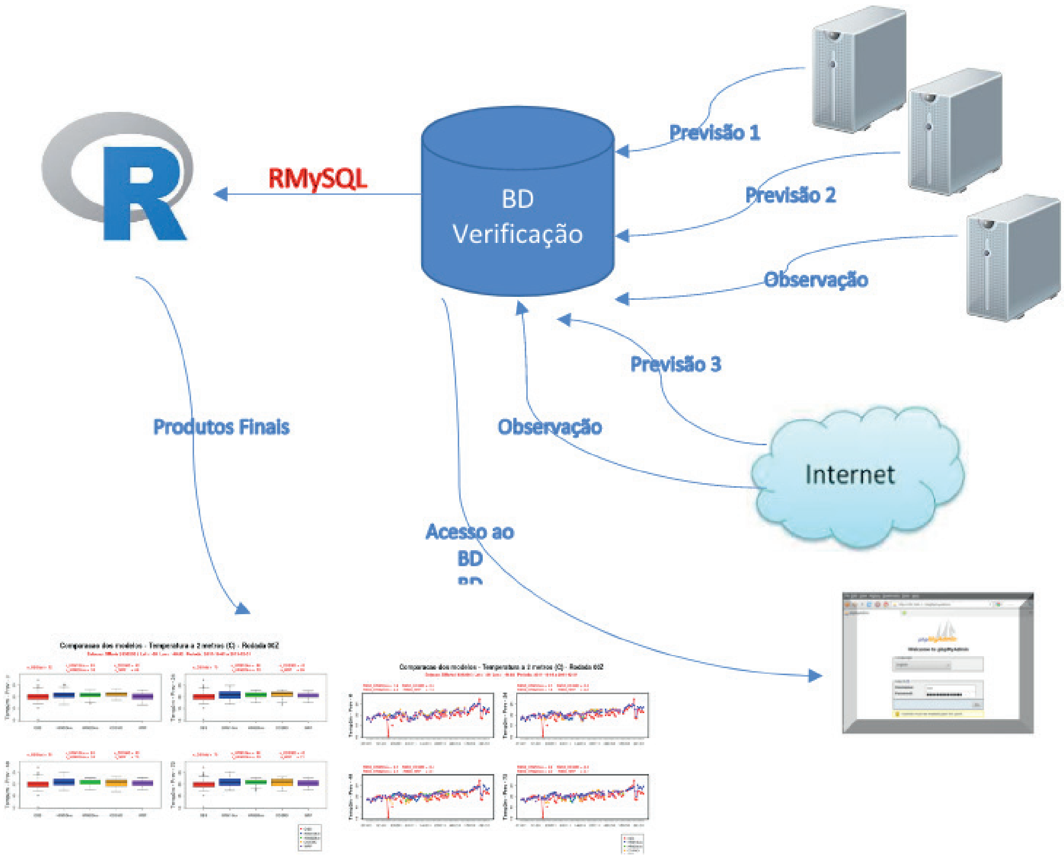


Figura 1 - Esquema de validação estatística.

Todas as etapas acima foram automatizadas e permitem que diariamente sejam armazenados os dados das previsões dos modelos e as observações. Nesta automatização são gerados produtos diários, mensais ou trimestrais. Para estas customizações são utilizados o agendador de tarefas do Linux (Crontab) e todas as funcionalidades dos scripts em R utilizando o Rscript.

USO DO CRONTAB

O uso desta funcionalidade possibilita a automatização dos processos de alimentação diária do banco de dados Verificação e, em período definidos, da geração dos produtos em forma de tabelas e gráficos. Como pode ser observado na figura 2 o Crontab admite a definição do dia, da data e da hora de rodada de determinado script.

A figura 2 exibe o agendamento diário para diversas tarefas como, por exemplo, a extração das previsões dos modelos e a alimentação de diversas tabelas no banco de dados. Os scripts estão escritos em Shell ou em R.

```
# Crontab do usuario gempak
#
#################################################################
#                    Scripts Ativos
##################################################################
#
# Script de extracao SYNOP do IDD para BD  ORMVERIF
#
30 * * * * /home/gempak/ormverif/scripts/extrai_syn.sh 00
55 * * * * /home/gempak/ormverif/scripts/extrai_syn.sh 12
#-----------------------------------------------------------------
# Script  extrai  GRIB (COSMO 10KM )
# Alimenta BD verificacao - tabela FCT_COSMO e FCT_COSMO_near
#
40 02 * * * /home/gempak/cosmo/scripts/geradados.sh 00
#-----------------------------------------------------------------
# Script  extrai  GRIB (WRF )
# Alimenta BD verificacao - tabela FCT_WRF e FCT_WRF_near
#
30 08 * * * /home/gempak/wrf/scripts/geradados.sh 00
#-----------------------------------------------------------------
# Scripts para alimentar BD Verificacao - tabela OBS_idd 00Z
#
30 08 * * * /home/gempak/ormverif/scripts/LeSflistFile 00
#-----------------------------------------------------------------
# Script  gera graficos para verificacao e envia para DPNT01
#
00 09 * * * /home/gempak/ormverif/scripts/verif_fig_modelos dia
30 09 * * * /home/gempak/ormverif/scripts/GrafHorarioModelos.R dia NULL NULL COSMO
#------------------------------------------------------------------------------
```

Figura 2 - Agendamentos do Crontab

Uso do Banco de Dados e do phpMyAdmin

O objetivo principal para uso do MySQL foi tirar proveito das funcionalidades de um BD no que se refere à organização, ao armazenamento e, principalmente, às possibilidades de se fazer o cruzamento das informações e dos registros de forma mais ágil e com menos chances de erro. Uma vez que, neste tipo de validação, faz-se necessário a combinação das observações geradas em determinado dia com as previsões de até 5 dias antes.

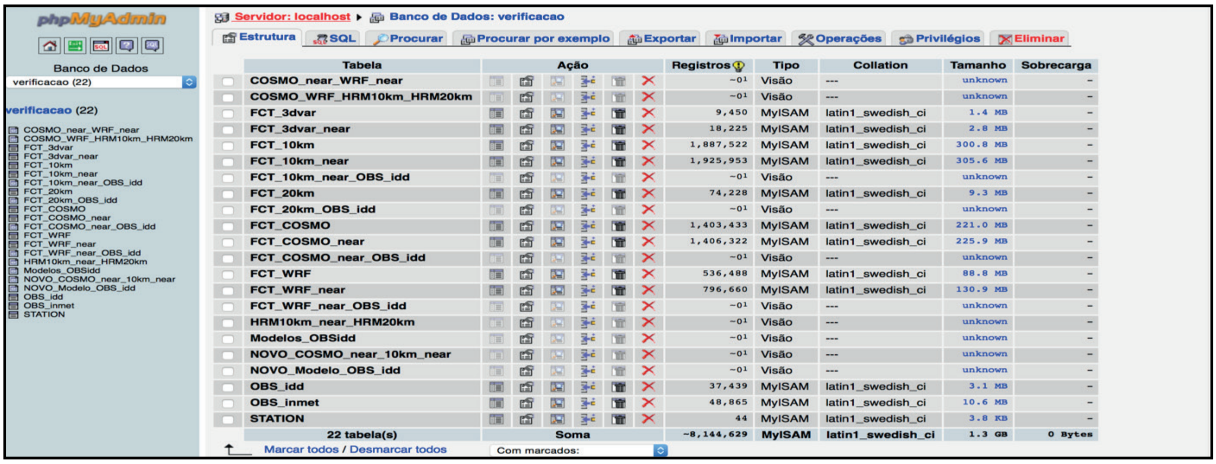


Tabela	Ação	Registros	Tipo	Collation	Tamanho	Sobrecarga
COSMO_near_WRF_near		~0[1]	Visão	---	unknown	-
COSMO_WRF_HRM10km_HRM20km		~0[1]	Visão	---	unknown	-
FCT_3dvar		9,450	MyISAM	latin1_swedish_ci	1.4 MB	-
FCT_3dvar_near		18,225	MyISAM	latin1_swedish_ci	2.8 MB	-
FCT_10km		1,887,522	MyISAM	latin1_swedish_ci	300.8 MB	-
FCT_10km_near		1,925,953	MyISAM	latin1_swedish_ci	305.6 MB	-
FCT_10km_near_OBS_idd		~0[1]	Visão	---	unknown	-
FCT_20km		74,228	MyISAM	latin1_swedish_ci	9.3 MB	-
FCT_20km_OBS_idd		~0[1]	Visão	---	unknown	-
FCT_COSMO		1,403,433	MyISAM	latin1_swedish_ci	221.0 MB	-
FCT_COSMO_near		1,406,322	MyISAM	latin1_swedish_ci	225.9 MB	-
FCT_COSMO_near_OBS_idd		~0[1]	Visão	---	unknown	-
FCT_WRF		536,488	MyISAM	latin1_swedish_ci	88.8 MB	-
FCT_WRF_near		796,660	MyISAM	latin1_swedish_ci	130.9 MB	-
FCT_WRF_near_OBS_idd		~0[1]	Visão	---	unknown	-
HRM10km_near_HRM20km		~0[1]	Visão	---	unknown	-
Modelos_OBSidd		~0[1]	Visão	---	unknown	-
NOVO_COSMO_near_10km_near		~0[1]	Visão	---	unknown	-
NOVO_Modelo_OBS_idd		~0[1]	Visão	---	unknown	-
OBS_idd		37,439	MyISAM	latin1_swedish_ci	3.1 MB	-
OBS_inmet		48,865	MyISAM	latin1_swedish_ci	10.6 MB	-
STATION		44	MyISAM	latin1_swedish_ci	3.8 KB	-
22 tabela(s)	Soma	~8,144,629	MyISAM	latin1_swedish_ci	1.3 GB	0 Bytes

Figura 3 - Banco de Dados Verificação

A figura 3 exibe o Banco de Dados verificação a partir da interface do phpMyAdmin.

Scripts operacionais desenvolvidos com o R

I. Alimentação do BD

```r
#! /usr/bin/Rscript --vanilla
rm (list=ls()) # remove todas as variaveis do ambiente R
args <- commandArgs(TRUE)

##############################################################################
#### Leitura de Dados do COSMO                                           ####
####----------------------------------------------------------------------####
####                                                                      ####
#### Objetivo: ler dados do COSMO, ajustar estacoes e  alimentar o BD verificacao   ####
##############################################################################
#Diretorio de Trabalho
wrk.dir <- "/home/gempak/ormverif/scripts/"
dat.dir <- "/home/gempak/cosmo/saidas/"
date.dir <- "/home/gempak/datas/"
stn.dir <- "/home/gempak/cosmo/scripts/"
setwd(wrk.dir)
library(RMySQL)
drv=dbDriver("MySQL")
con=dbConnect(drv,dbname='verificacao', user='xxxx',password='xxxx')
```

Figura 4 - Acesso ao BD MySQL pelo comando dbDriver e dbConnect do RMySQL

```r
##############################################################################
#         RMYSQL - ALIMENTAR O BANCO
##############################################################################
if( npt.near=="N"){
if(dbExistsTable (con,paste("FCT_COSMO", sep=""))) {
feeddb<-dbWriteTable(con,paste("FCT_COSMO", sep=""),fct.cosmo,append=T,row.names=FALSE)
print(" Resultado alimentacao BD")
print(feeddb)
}else {
feeddb<-dbWriteTable(con,paste("FCT_COSMO", sep=""),fct.cosmo, sep="",row.names=FALSE)
}
dbDisconnect(con)

}else{
if(dbExistsTable (con,paste("FCT_COSMO_near", sep=""))) {
feeddb<-dbWriteTable(con,paste("FCT_COSMO_near", sep=""),fct.cosmo,append=T,row.names=FALSE)
print(" Resultado alimentacao BD")
print(feeddb)
}else {
feeddb<-dbWriteTable(con,paste("FCT_COSMO_near", sep=""),fct.cosmo, sep="",row.names=FALSE)
}
dbDisconnect(con)
}
```

Figura 5 - Comando dbWriteTable para alimentar o BD

As figuras 4 e 5 apresentam os comandos do RMySQL utilizados para o acesso ao banco de dados verificação.

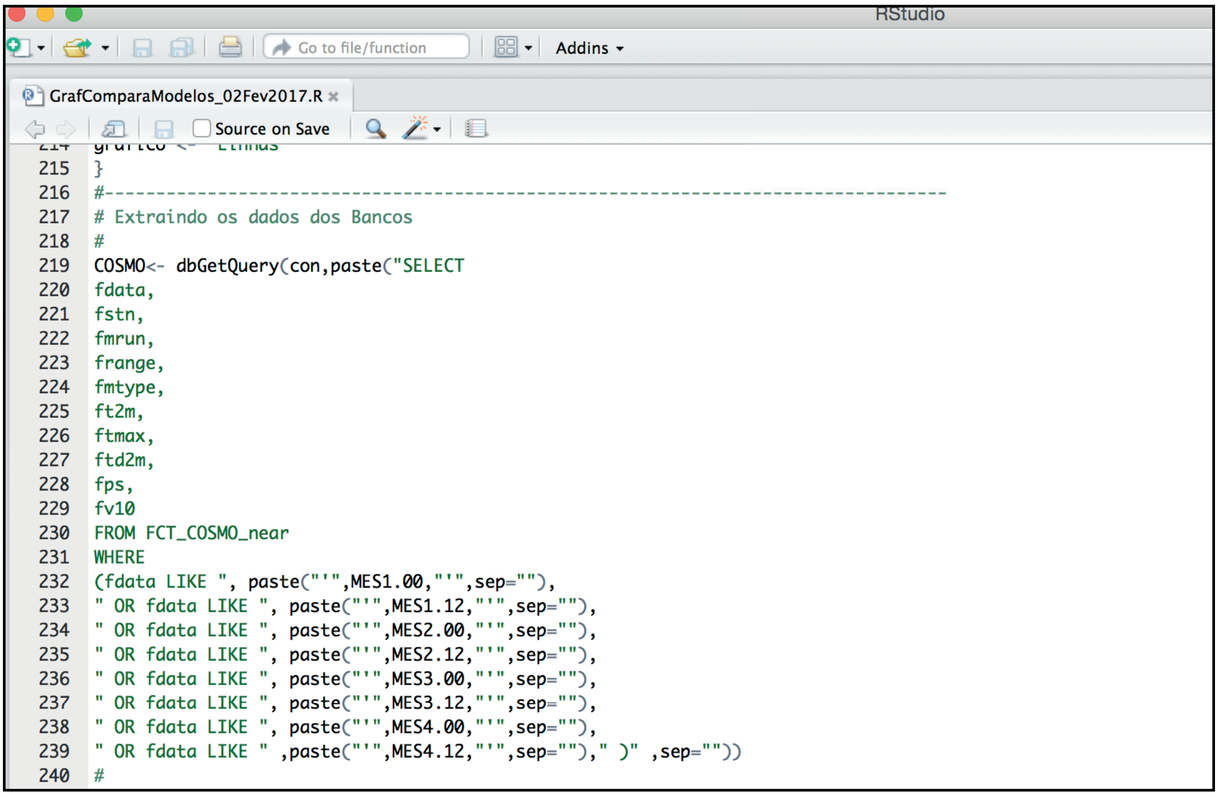


Figura 6 - Uso do comando dbGetQuery

A figura 6 exibe um exemplo de uso de comandos SQL para extração de dados de uma determinada tabela do banco de Dados Verificação. Como pode ser observado os comandos são executados dentro do próprio script do R.

CONCLUSÃO

Destacam-se a seguir os ganhos obtidos com a operacionalização do esquema apresentado:

1. permite a consolidação das informações de interesse em um banco de dados que pode ser facilmente acessado com uso de pacotes disponíveis no próprio R;
2. O uso das funcionalidades de um agendador de tarefas como o crontab do Linux permite a automatização de todas as etapas do processo;
3. o Rscript é um pacote muito importante para aqueles que querem utilizar o R em todas as etapas do esquema, pois evita o uso de programas intermediários entre o R e o banco de dados e entre o R e a geração de estatísticas, gráficos e tabelas;
4. o pré-processamento das informações demandará menos tempo ao analista, que poderá dedicar-se às análises estatísticas e à geração de novos produtos que atendam aos usuário finais, neste caso, aos previsores do tempo; e
5. Uso de softwares livres que implicam em menores custos.

A figura 7 mostra dois exemplos de produtos que são gerados para os previsores do tempo, onde se comparam os dados observados em estações meteorológicas com as previsões feitas pelos modelos para 24, 48 e 72 horas. No mesmo gráfico são exibidas estatísticas recomendadas por WILKS (2006) que permitem identificar qual modelo teve o melhor desempenho no período estudado.

Embora o esquema apresentado tenha sido operacionalizado em Linux, com alguns ajustes poderá ser implementado em qualquer outro sistema operacional. O intuito deste trabalho é mostrar um processo de baixo custo que pode ser utilizado em qualquer organização que necessite analisar uma grande quantidade de dados de forma contínua e sistematizada.

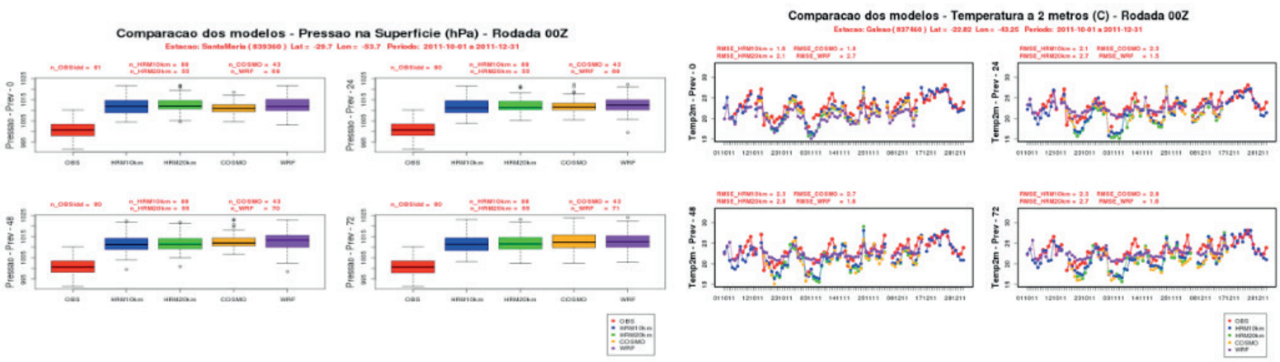


Figura 7 - Observação X Previsão de 4 modelos a) box-plot – b) gráfico de linhas

REFERÊNCIAS

CASATI, B., WILSON, L.J., STEPHENSON, D. B., NURMI, P., GHELLI, A., POCERNICH, M., DAMRATH, U., EBERT, E.E., BROWN, B. G., MASON, S., *Forecast verification: current status and future directions*. Meteorological Applications, v.15, pp. 3-18, Mar. 2008.

OOMS ,JEROEN, JAMES,DAVID, DEBROY, SAIKAT, WICKHAM, HADLEY e HORNER ,JEFFREY (2016). RMySQL: Database Interface and MySQL Driver for R. R package version 0.10.9. https://CRAN.R-project.org/package=RMySQL

R Core Team (2016). R: *A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing*, Vienna, Austria. URL https://www.R-project.org/.

WILKS, D.S., 1995, Statistical methods in the atmospheric sciences. 2nd ed. San Diego: Academic Press, 2006, 627 p.

CAPÍTULO 12

OBSERVATÓRIO SOCIOECONÔMICO DE SANTA CATARINA – OSESC

Data de aceite: 05/12/2018

Guilherme Viegas
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Bacharelado em Economia
Florianópolis - Santa Catarina

Gueibi Peres Souza
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Departamento de Economia e Relações Internacionais (CSE - CNM)
Florianópolis - Santa Catarina

Andréa Cristina Konrath
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Departamento de Informática e Estatística (CTC - INE)
Florianópolis - Santa Catarina

Rodrigo Gabriel de Miranda
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Membro do Núcleo de Normalização e Qualimetria (CTC - NNQ)
Florianópolis - Santa Catarina

RESUMO: O Observatório Socioeconômico de Santa Catarina - OSESC - possui um caráter duplo, ou seja, informativo e didático. Seu propósito, primeiro, é servir como uma ferramenta que possibilita não apenas monitorar o comportamento de indicadores relacionados ao estado divulgados pelo Banco Central, mas também dar suporte a discussão e avaliação de medidas socioeconômicas adotadas pelo Governo do Estado. Paralelamente a isto visa, em um segundo momento, dar suporte ao estudante/pesquisador que deseje desenvolver e/ou aplicar técnicas, métodos e ferramentas relacionados à abordagem quantitativa em questões socioeconômicas, mais ligadas a disciplinas como indução à estatística, estatística econômica e econometria. Portanto, trata-se de uma plataforma desenvolvida com intuito de disponibilizar um espaço que dê suporte, de uma forma geral, a uma análise de conjuntura do estado de Santa Catarina, na medida em que forneceria ao usuário tanto uma análise descritiva acerca de diferentes séries do estado, assim como projeções de valores em períodos futuros destas séries (análise indutiva). Inicialmente a plataforma conta com as séries oriundas do Sistema Gerador de Séries Temporais do Banco Central - SGS/BCB -, contudo, há também a possibilidade de se inserir séries alheias às do BCB, assim como perspectivas de complementação da plataforma através de dados originários de outras fontes. O desenvolvimento desta plataforma foi realizado com base em uma interface criada através do pacote “shinydashboard”, a qual divide a temática entre os diferentes pontos de análise da conjuntura do estado.

PALAVRAS-CHAVE: Economia Catarinense, Análise de Conjuntura, Previsão de Séries Temporais, Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Banco Central do Brasil, *Software* R.

SANTA CATARINA SOCIOECONOMIC OBSERVATORY - OSESC

ABSTRACT: Santa Catarina's SocioEconomic Observatory - OSESC - has a dual character; it is both informative and didactic. Its purpose, first, is to serve as a tool to facilitate not only the monitoring of the behavior of indicators related to the State published by the Central Bank, but also to support the discussion and evaluate the socioeconomic measures adopted by the State's government. In parallel, the Observatory also aims to support students/researchers who wish to develop and/or apply technics, methods and tools related to the quantitative approach in socioeconomic issues closely associated to disciplines such as introduction to statistics, economic statistics and econometrics. Therefore, it is a platform developed with the intention of providing a space that, in general, supports a conjunctural analysis of the State of Santa Catarina, insofar as it would provide the user with both a descriptive analysis about different series of the State, as well as projections of values in future periods of these series (inductive analysis). Initially, the platform relies on the series derived from the Central Bank Time Series Generator System (SGS/BCB); however, there is also the possibility of inserting non-BCB series, as well as perspectives for complementing the platform through data originated from other sources. The development of this platform was carried out based on an interface created through the "shinydashboard" package, which divides the theme between the different points of the conjunctural analysis of the State.
KEYWORDS: Santa Catarina's Economy, Conjunctural Analysis, Time Series Prediction, Central Bank's Manager of Time Series System, *Software* R.

1 I INTRODUÇÃO

Como algo que aflige qualquer pesquisador e/ou estudante de economia que pretenda se aprofundar na destacada temática socioeconômica Catarinense é a escassa e/ou não amplamente difundida acessibilidade a indicadores conjunturais referentes ao Estado, mesmo havendo bases de dados, se viu a oportunidade de criação da plataforma aqui apresentada. A motivação para o desenvolvimento de um ambiente virtual (interativo e dinâmico) que explorasse o comportamento das diferentes e disponíveis séries temporais referentes ao estado Catarinense surgiu com o intuito de ampliar a oportunidade de fundamentação de trabalhos, estudos e análises mais profundas e complexas acerca da economia catarinense. Tal fundamentação se daria a partir da aplicação automatizada de ferramentais relacionados às abordagens quantitativas discutidas em sala de aula nos Cursos de

Economia da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

O *default* da página explora apenas as séries temporais referentes à Santa Catarina contidas no Sistema Gerador de Séries Temporais do Banco Central do Brasil - SGS/BCB -, no entanto, também existe a possibilidade de inserir qualquer outra série de interesse do usuário (inclusive referentes a outras Unidades Federativas, por exemplo).

Nesta primeira versão a plataforma utiliza ferramentais de análise gráfica e descritiva (como Box-Plots, gráficos de densidade, gráficos de linhas, correlogramas, entre outros) que permitiriam embasar uma análise conjuntural do comportamento passado das séries em questão. Além disso, o ambiente permite realizar a estimação de modelos Box-Jenkins (autoregressivos integrados de médias móveis também em suas formas sazonais – ARIMA e SARIMA), possibilitando assim a consideração do provável comportamento futuro de tais indicadores nas análises e pareceres.

Portanto, o usuário da plataforma (a princípio tanto estudantes de economia quanto micro e pequenos empresários demandantes de uma estruturação de análise quantitativa básica para construção de seus planejamentos estratégicos) poderia contar com um ambiente amigável, dinâmico e automatizado tanto para acompanhamento/monitoramento de indicadores econômicos do Estado de Santa Catarina, quanto para suas previsões futuras.

2 I OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é disponibilizar uma plataforma que explore quantitativamente o comportamento dos dados referentes à conjuntura socioeconômica do Estado de Santa Catarina presentes no Sistema Gerenciador de Séries Temporais do Banco Central do Brasil (SGS/BCB). Tal exploração se daria através de análises descritivas e indutivas das mesmas. Seu propósito, portanto, é o de ampliar o suporte à realização de pareceres técnicos que visem não apenas avaliar o impacto da condução das políticas públicas (e anticíclicas) no Estado, mas também apoiar o processo de construção de planejamentos estratégicos em ambas as esferas (pública e privada).

3 I MATERIAL E MÉTODO

Para a construção de tal aplicação foram utilizados os seguintes pacotes do *software* R: a) O pacote “*shiny*” (Chang et al., 2019), o qual permite a conversão do código R em HTML, para que este possa ser exposto sob a forma de uma aplicação online; b) o pacote “*shinydashboard*” (Chang et al., 2019), que facilita a construção da interface do usuário, proporcionando uma página amigável (limpa e de fácil acesso), através de seu cabeçalho e abas laterais; c) o pacote "*ggplot2*" (Wickham et al., 2019), que proporciona gráficos customizados relativamente complexos para o público alvo; d) o pacote "*plotly*" (Sievert et al., 2019), que permite um maior dinamismo nos gráficos criados pelo pacote anterior; e) o pacote "*DT*" (Xie et al., 2019), que permite a criação de tabelas interativas para a exposição de dados; f) o pacote "*forecast*" (Hyndman et al., 2019), que conta com diversas funções relacionadas à análise preditiva, incluindo, mas não somente, a função *auto.arima()*, a qual permite estimar o melhor conjunto de parâmetros para o modelo ARIMA, segundo determinada medida de grau de ajuste selecionada; g) o pacote "*quandl*" (McTaggart et al., 2019), que facilita o *download* das séries temporais do BCB, entre diferentes bancos de dados; e, por fim, h) o pacote "*tidyverse*" (Wickham, 2019), que possibilita a organização e transformação dos dados.

Com relação aos conceitos dos ferramentais de abordagem quantitativa relacionados às abordagens quantitativas discutidas em sala de aula nos Cursos de Economia da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), o suporte teórico foi encontrado em Gujarati (1995), Morettin e Toloi (2006), Box et al. (2008), Bueno (2012), Grolemund e Wickiham (2018) e Athanasopoulus e Hyndman (2018).

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

O arranjo do OSESC se divide em duas partes: a Interface do Usuário (UI) e o e Servidor (Server).

Na primeira, que logicamente se constitui na área de acesso do usuário, é onde se encontram os *Inputs* (locais em que o usuário poderá inserir ou modificar informações de interesse) e também os *Outputs* (locais em que o usuário consultará as saídas de dados e gráficos). Já a segunda, é o local onde os *Inputs* são processados e, posteriormente, devolvidos para os *Outputs* na Interface do Usuário.

Na *UI* são encontrados os seguintes componentes em sua aba lateral: a) "*Home*", que serve como página inicial para a aplicação; b) "*Apresentação*", que faz uma breve introdução do conteúdo da aplicação; c) "*Metodologia*", que procura dar mais detalhes sobre os elementos que compõem a página; d) "*Análise*", que é onde se situa o cerne da aplicação, ou seja, onde é possível ter acesso aos dados e realizar as análises tanto descritiva e indutiva; e) "*Referências*", onde se situam as obras utilizadas para a elaboração da plataforma; f) "*Sobre*", onde se encontram mais detalhes sobre a constituição desta aplicação e os agradecimentos do autor; e, por último, g) "*Contatos*", onde estão os contatos dos autores.

5 I CONCLUSÃO

Após a conclusão da primeira versão do OSESC, aufere-se um resultado positivo com esta iniciativa. Além de se ter desenvolvido uma plataforma que possibilita explorar o comportamento dos dados estaduais (através de análises descritivas e indutivas), com o auxílio dinâmico dos *Inputs* e *Outputs* instantâneos, foi possível perceber e divulgar de uma forma mais ampla entre os estudantes do curso de economia as aplicabilidades do *software* R e seus pacotes que lhes desperta tanto interesse e curiosidade. Sendo assim, fica claro o potencial de aperfeiçoamento tanto nas inferências estatísticas que aplicações "*shiny*" trazem consigo, quanto suas potenciais contribuições em atuais processos de ensino e aprendizagem (e suas aplicações práticas) de métodos quantitativos no ensino superior no país.

REFERÊNCIAS

ATHANASOPOULUS, G.; HYNDMAN, J. R. **Forecasting: Principles and practice**. Monash University, Australia. Disponível em: <https://otexts.com/fpp2/> Acesso em: 20 de outubro de 2018.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **TIME SERIES ANALYSIS**: Forecasting and Control. 4th edition, John Wiley & sons, Inc., 2008.

BUENO, R.L.S. **Econometria de séries temporais**. Segunda edição, Editora Cengage Learning, 2012.

CHANG, W.; CHENG, J; ALLAIRE, J. J.; XIE Y. **shiny**: Web Application framework for R. R package version 1.2.0. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/shiny/index.html>, 2019.

CHANG, W.; RIBEIRO, B. B. **shinydashboard**: Create Dashboards with 'Shiny'. R package version 0.7.1. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/shinydashboard/index.htm>, 2019.

GROLEMUND, G.; WICKHAM, H. **R for Data Science.** Disponível em: <https://r4ds.had.co.nz/> Acesso em: 20 de novembro de 2018.

GUJARATI, D. N. **Basic Econometrics**. 3rd Edition, McGraw-hill Companies, 1995.

HYNDMAN, R.; ATHANASOPOULOS, G.; BERGMEIR, C.; CACERES, G.; CHHAY, L.; O'HARA-WILD, M.; PETROPOULOS, F.; RAZBASH, S.; WANG, E.; YASMEEN, F. **forecast**: Forecasting Functions for Time Séries and Linear Models. R package version 8.5. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/forecast/index.html>, 2019.

McTAGGART, R.; DAROCZI, G.; LEUNG, C. **quandl**: API Wrapper for Quandl.com. R package version 2.9.1. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/Quandl/index.html>, 2019.

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS**. Segunda edição, Editora Blucher, 2006.

SIEVERT, C.; PARMER, C.; HOCKING, T.; CHAMBERLAIN, S.; KARTHIK, R.; CORVELLEC, M.; DESPOUY, P. **plotly**: Create Interactive Web Graphics via 'plotly.js'. R package version 4.8.0. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/plotly/index.html>, 2019.

XIE, Y.; CHENG, J.; TAN, X. **DT**: A Wrapper of the Javascript Library 'DataTables'. R packge version 0.5 Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/DT/index.html>, 2019.

WICKHAM, H.; CHANG, W.; HENRY, L.; PEDERSON, L. T.; TAKAHASHI, K.; WILKE, C.; WOO, K. **ggplot2**: Create Elegant Data Visualizations Using the Grammar of Graphics. R package version 3.1.0. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/ggplot2/index.html>, 2019.

WICKHAM, H. **tidyverse**: Easily Install and Load the 'Tidyverse'. R package version 1.2.1. Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/tidyverse/index.html>, 2019.

CAPÍTULO 13

CRIPTOGRAFIA: O USO DA MATEMÁTICA PARA A SEGURANÇA DE INFORMAÇÕES

Data de aceite: 05/12/2018

Enoque da Silva Reis
Doutor em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Prof. do Departamento de Matemática e Estatística na Fundação Universidade Federal de Rondônia (UNIR/ campus Ji-Paraná) enoque.reis@unir.br

Marconi Limeira Gonçalves dos Santos
Graduado em Licenciatura em Matemática pela Fundação Universidade Federal de Rondônia (UNIR/ campus Ji-Paraná) Marconi.santos39@gmail.com

Jucielma Rodrigues de Lima Dias
Mestranda em Ensino de Ciências da Natureza (PGECN/UNIR campus Rolim de Moura). Graduada em Licenciatura em Matemática pela Fundação Universidade Federal de Rondônia (UNIR/ campus Ji-Paraná) jucielmarodrigues@hotmail.com

RESUMO: O objetivo deste artigo é analisar o uso da matemática para a segurança de informações, aqui em particular os elementos inerentes a criptografia. A motivação inicial parte do princípio fundamental da segurança de dados e privacidade na vida moderna, marcada pelos diversos equipamentos eletrônicos conectados à rede global de internet, onde torna-se cada vez mais necessário conhecimentos aprofundados de assuntos como o apresentado, uma vez que cada vez mais cedo inicia-se o primeiro contato de interação humana com dispositivos eletrônicos. Como referencial teórico adotado tem-se os conceitos fundamentais de Criptografia, como a cifra de Francis Bancon, Código de Morse, Código Enigma Algoritmos *Data Encryption Standard* (DES) e *Rivest-Shamir-Adleman* (RSA). Como referencial metodológico utiliza-se o método bibliográfico. Os resultados, apontam as fortes ligações existentes entre a criptografia e conteúdos matemáticos ensinados no ensino fundamental e médio, como Análise Combinatória, Estatística Básica e Funções, no entanto, a criptografia em si é pouco ou até mesmo inexplorada nestes níveis de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Segurança. Criptografia.

CRIPTOGRAFIA: O USO DA MATEMÁTICA PARA A SEGURANÇA DE INFORMAÇÕES

ABSTRACT: The purpose of this paper is to analyze the use of mathematics for information security, in particular here the inherent elements of cryptography. The initial motivation is based on the fundamental principle of data security and privacy in modern life, marked by the various electronic equipment connected to the global internet network, where it becomes increasingly necessary to have in-depth knowledge of subjects such as the one presented. earlier the first contact of human interaction with electronic devices begins. The theoretical framework adopted is the fundamental concepts of Cryptography, such as the Francis Bancon cipher, Morse Code, Code Enigma Algorithms Data Encryption Standard (DES) and Rivest-Shamir-Adleman (RSA). As methodological reference is used the bibliographic method. The results point to the strong links between cryptography and mathematical content taught in elementary and high school, such as Combinatorial Analysis, Basic Statistics and Functions, however, cryptography itself is little or even unexplored at these levels of education.

KEYWORDS: Mathematics. Safety. Encryption

1 I PRIMEIRAS PALAVRAS

A arte de interagir ou comunicar-se pode ser observado em todos os seres vivos, cada qual com suas características, sejam elas através de sons, sensibilidades, ligações químicas, dentre outros processos, simples ou complexos, mas todos com um mesmo propósito que trata de suprir a necessidade de interagir, trocar informações dentro de um contexto ao qual estejam envolvidas.

Se observarmos a história humana tendo em vista a interação entre seres da nossa espécie. Após sua descoberta na pré-história a comunicação passou a ser fundamental, dando origem, segundo historiadores, ao advento da civilização e a supremacia da raça humana. A partir disso, com a evolução da espécie também se passou a evoluir a comunicação, e assim, surgem grandes grupos vivendo em conjunto dando origem a cidades. Locais onde haviam diversas trocas de informações, vários tipos de conhecimentos e também ordens transmitidas pelos líderes a seus comandados. (EVES, 2002)

Destaca-se que nestes locais, por milhares de anos, se tem a ideia de que quanto mais eficientes a forma de comunicação, melhor controle e mais evoluída era aquela determinada civilização. Consequentemente, ao longo do tempo, foi-se tornando mais perceptível as grandes consequências sofridas se informações importantes transmitidas pelo transmissor a um determinado receptor de alguma forma fosse descoberta por uma terceira pessoa, como por exemplo, se um determinado comandante transmitisse a seu tenente informações sobre quantidade de soldados, localização de tropas ou até mesmo ordens de ataque ou recuar e seu adversário conseguisse receptar tais informações seria o fracasso da tropa. Outro exemplo pode ser observado quando tratamos de informações referentes a recursos essenciais de um uma determinada civilização, ou até mesmo informações sobre seu poder econômico, ou qualquer outra que levasse a fragilização de seu povo, caíssem em mãos erradas.

Em registros históricos vemos inúmeras civilizações, líderes e tropas militares que sucumbiram após informações vitais terem caído em mãos inimigas, sendo assim criou-se a ideia de não somente ocultar, mas sim codificar estas informações de modo que ao se transmiti-las, somente o destinatário pudesse ler seu conteúdo, e assim possibilitando o surgimento da criptografia e a partir de então esta ciência tem como objetivo proporcionar segurança às comunicações.

Com a criação de uma forma segura de comunicação iniciou-se uma guerra que vem sendo travada até os tempos atuais, entre, os que elaboram os códigos, ou seja, criptógrafos que são os responsáveis pela garantia da segurança das comunicações, e opostos a estes, os decifradores inimigos, ou seja, são aqueles que tentam quebrar esses códigos de cifragem para ter acesso forçado, sem permissão, as informações confidencias que estejam sendo protegidas.

Ao observarmos o desenvolver desta forma de escrita protegida, pode-se notar que com o surgimento da criptografia foi implicitamente criada uma “arma intelectual” uma vez que em meio a esta guerra a segurança das comunicações está diretamente ligada à eficiência e qualidade na elaboração de uma cifragem adequada a se aplicar a informações ou dados que necessite de proteção.

Dessa forma destaca-se que este artigo tem início com alguns conceitos referentes à criptografia, em seguida, trata-se exclusivamente da evolução temporal da criptografia, ou seja, como se deu sua ascensão com o passar do tempo bem como as influências do crescimento tecnológico ligados ao processo. Posteriormente, busca-se enfatizar a ligação entre criptografia e matemática de forma a descrever os laços intrínsecos entre ambos. Seguindo, destaca-se a utilização de um sistema criptografado e sua influência no mundo tecnológico, e por fim, é realizada uma análise dos fatos históricos, relacionando a matemática e a criptografia, bem como o aspecto de utilização e relação entre esta ciência e os seres humanos.

2 I EVOLUÇÃO TEMPORAL DA CRIPTOGRAFIA

No decorrer da evolução criptográfica Singh (1999) trata sua progressão evolucional onde subdivide-se em três fases distintas e fundamentais. Devido a extensa parte histórica, nesta pesquisa, destacamos que a cada fase optamos em apresentar somente duas formas de criptografia característica dela. Basicamente sendo na primeira fase a criptografia manual, aqui exemplificada pelas formas conhecidas como Código de César e cifra de Francis Bacon. Logo após com a segunda fase, por implementação de máquinas provenientes da época ao qual temos o Código Morse e Código Enigma, e por fim na terceira fase a criptografia de uso atual com o implemento computacional, trazendo os exemplos de criptografia por algoritmos, sendo eles o Algoritmo DES e o Algoritmo RSA.

Dessa forma, iniciamos com os primeiros relatos advindos dos egípcios onde surge a criptografia em fase manual, como anteriormente dito, o qual são sistemas clássicos e que foram utilizados até a Segunda Guerra Mundial. Pode se observar que se trata de uma forma mais rudimentar em relação às atuais uma vez que eram empregadas com uso de materiais comuns e de caráter manual. Assim temos:

2.1 O Código de Cesar

Conforme Coutinho (2009), é possível compreender que o Código de Cesar está diretamente ligado a uma forma de substituição simples, se observado nos dias atuais, mas de grande eficácia na antiguidade, com o qual se acredita que o imperador Romano Júlio Cesar[1] usufruía com frequência em suas comunicações particulares e de comandos militares. Neste código cada letra utilizada na composição das palavras em uma mensagem era substituída por uma letra três posições seguintes usando com chave o posicionamento destas no alfabeto, ou seja, a letra "A" era substituída por "D", "B" por "E" e assim com todas as letras do alfabeto até "Z". Assim sendo, neste sistema se cifrássemos, por exemplo, "O CODIGO DE CESAR" teríamos "R FRGLJR GH FHVDU", lembrando ainda que o alfabeto romano possuía 26 letras e a quantia de posicionamento de referência das letras podiam ser alteradas de 3 para 4,5,6, ..., sucessivamente garantindo assim então 26 Códigos de Cesar, ou chaves de cifragem.

2.2 A Cifra de Francis Bacon

Filósofo e escritor, o Inglês Francis Bacon[2] deixou seu nome nos conceitos criptográficos com a aprimoração do sistema de substituição pela utilização do alfabeto proporcionada pela aplicação dos conceitos binários ao sistema.

Em seu método, Bacon passou a usar um alfabeto composto de 24 letras igualando a letra "I" ao "J" e "U" a "V", com isto foi possível atribuir um grupo de 5 caracteres para cada letra do alfabeto sendo estes formados por "a" e "b". Por serem os grupos formados por apenas duas letras caracterizou esta cifra como binária, ou seja, cada grupo possui 5 *bits* de caractere e cada caractere 2 possibilidades o que gera $2^5 = 32$ grupos permitindo representar então 32 letras diferentes.

---

1. Júlio Cesar – (100-44 a.C.) foi um político e militar romano. Além da Gália, dominou a Ásia e incorporou ao império uma vasta faixa do Norte da África. Apoiado pelo Senado tornou-se Pontífice Máximo e Ditador Perpétuo. Fonte: https://www.ebiografia.com/julio_cesar/

2. Francis Bacon nasceu em 22 de janeiro de 1561, em Londres, Inglaterra. Filho de uma família de posses, teve uma educação rara para a época. Sua mãe foi quem primeiro se ocupou de sua educação e, mais tarde, Bacon cursaria o Trinity College e, logo depois a Universidade de Cambridge indo depois para Paris. Em 1577, em Paris, Bacon iniciou sua vida política incitado pelo pai que o mandara trabalhar com um amigo, o embaixador inglês na França. A obra mais importante de Bacon, no entanto, permaneceu inacabada. Bacon morreu em 9 de abril de 1626, em Londres. (Fonte: https://www.infoescola.com/filosofos/francis-bacon/)

A formação dos grupos é uma sequência lógica onde “a” e “b” são substituídos por 0 e 1 respectivamente, compondo a cifra de tal forma:

Letra	Grupo	Binário	Letra	Grupo	Binário
A	aaaaa	00000	N	abbaa	01100
B	aaaab	00001	O	abbab	01101
C	aaaba	00010	P	abbba	01110
D	aaabb	00011	Q	abbbb	01111
E	aabaa	00100	R	baaaa	10000
G	aabba	00110	T	baaba	10010
H	aabbb	00111	U/V	baabb	10011
I/J	abaaa	01000	W	babaa	10100
K	abaab	01001	X	babab	10101
L	ababa	01010	Y	babba	10110
M	ababb	01011	Z	babbb	10111

Figura 01 – Grupo de letras associadas ao seu código binário criado por Bacon.

Fonte: http://numaboa.com.br/criptografia/supercifragens/331-cifra-de-bacon

Conforme apresentado, estes seriam os grupos formados pela cifra de Bacon onde ao cifrarmos, por exemplo, a palavra “BACON” teríamos “0000100000000100110101100”, ou seja, subdividindo-se os grupos “00001/00000/00010/01101/01100” logo pela tabela temos B-A-C-O-N.

Com o avanço tecnológico e surgimento de maquinas e ferramentas que passam a auxiliar o homem em seu dia a dia tornando processos e sistemas mais sofisticados e rápidos, a comunicação criptografada, essencial desde seu surgimento, passa a acompanhar tais avanços tornando-se a cifra manual obsoleta passando-se a uma nova fase denominada de criptografia por máquinas. As tabelas, ou chaves como as já apresentadas, passaram a ser utilizadas agregadas a maquinas disponíveis na época, onde um operador de posse de uma tabela predeterminada operava a máquina com o intuito de se enviar uma mensagem criptografada.

2.3 O Código Morse

O famoso código Morse que surgiu por volta de 1840 foi um dos códigos mais utilizados durante as guerras deste período. Seu desenvolvedor, Samuel Morse[3] ao

3. Samuel Finley Breese Morse (1791-1872) nasceu em Charlestown, Massachusetts, Estados Unidos, no dia 27 de abril de 1791. Filho de um geógrafo e pastor protestante estudou no Yale College e mostrou interesse pela eletricidade e pela pintura de retratos. Em 1832, de volta à Europa, abandona a pintura e com base nas experiências do físico Michael Faraday sobre o eletromagnetismo, Morse dedicou-se ao projeto de um aparelho destinado a converter impulsos elétricos em sinais gráficos. O telégrafo elétrico e o código alfabético, usado nas transmissões telegráficas, que leva seu nome, o “Código Morse”, foi concluído em 1939. Em 1843 finalmente obtém crédito do congresso Nacional para instalar a primeira linha telegráfica entre Baltimore e Washington. (Fonte: https://www.ebiografia.com/samuel_morse/)

notar o funcionamento de uma máquina que estava se tornando promissora ao futuro das telecomunicações, o telégrafo, idealizou então transformar sinais elétricos que era como funcionava a estrutura telegráfica, em um código de comunicação que representasse mensagens, e assim o fez.

O código reconhece quatro estados de controle do telegrafo, voltagem ligada e longa representava um traço, voltagem ligada e curta um ponto, voltagem desligada e longa era espaço entre caracteres e palavras, voltagem desligada e curta espaço entre ponto e traços.

Neste código cada caractere seja ela letra, número ou sinais gráficos possuem um único conjunto de pontos e traços, onde o receptor, de posse de um manual desses sinais elétricos decifrava as mensagens que converteram as letras do alfabeto em pontos e traços. Este código é conhecido mundialmente e ainda hoje há a possibilidade de se transmitir informações a distância utilizando qualquer equipamento elétrico de transmissão sendo usado por forças militares e civis treinados em situações de perda de comunicação via rádio ou outro meio comum.

A	•−	J	•−−−	S	•••	2	••−−−
B	−•••	K	−•−	T	−	3	•••−−
C	−•−•	L	•−••	U	••−	4	••••−
D	−••	M	−−	V	•••−	5	•••••
E	•	N	−•	W	•−−	6	−••••
F	••−•	O	−−−	X	−••−	7	−−•••
G	−−•	P	•−−•	Y	−•−−	8	−−−••
H	••••	Q	−−•−	Z	−−••	9	−−−−•
I	••	R	•−•	1	•−−−−	0	−−−−−

Figura 2 – Tabela do alfabeto aplicando o código

Fonte: https://brasilescola.uol.com.br/geografia/codigo-morse.htm

2.4 O Código Enigma

Surgindo no decorrer da Segunda Guerra Mundial, e seu título não é por acaso. O código enigma foi criado pelos alemães e superou toda tecnologia em cifras da época deixando os decifradores, matemáticos, ou qualquer um que tentasse decifrar as mensagens que eram transmitidas com o uso deste método sem sono por dias e ainda não encontravam solução.

Digna de notoriedade e fazendo jus ao nome que lhe foi conferido, a máquina enigma, intitulação esta referente ao dispositivo que proporcionava as mensagens criptografadas, compunha-se de um teclado conectado a um mecanismo codificador onde este era composto por três rotores distintos que determinavam de acordo com seus posicionamentos, como cada letra seria cifrada, sendo isto o que garantia o sucesso das cifras produzidas pela máquina, a numerosa forma de posicionamentos e regulagens diferentes de seus rotores.

Ao se iniciar uma cifragem na máquina, os seus três rotores a serem utilizados eram escolhidos dentro de uma seleção de cinco disponíveis que poderiam ser trocados a qualquer momento para confundir eventuais decifradores espiões. Além disso, cada rotor poderia ser posicionado em vinte e seis modos diferentes e como se não bastassem às conexões do quadro de chaveamento da máquina poderiam ser mudadas manualmente. Assim com toda essa gama de opções de configurações e alterações proporcionadas pela máquina, ela oferecia um total de incríveis 150 trilhões de regulagens ou combinações possíveis. Para garantir a segurança os três rotores da máquina mudavam de orientação continuamente de modo que, a cada transmissão de uma letra alterava-se a combinação e assim o código. Por tanto se em uma palavra de uma mensagem houvesse letras que se repetissem nesta palavra, estas letras eram cifradas de modos diferentes a cada vez que surgissem.

Após o surgimento das máquinas e novas necessidades que surgiam, a evolução destes dispositivos acelerou de forma exponencial onde não podemos deixar de citar as contribuições do matemático britânico Alan Turing ao qual a este é atribuído o incrível feito de criar uma máquina ainda mais sofisticada que foi capaz de decifrar o poderoso Código Enigma do nazistas o qual acaba de ser apresentado. Revolucionando a ciência criptográfica e considerado o pai da ciência da computacional, Turing foi o percursor para que surgissem máquinas cada vez mais velozes e precisas que proporcionavam o feito de cálculos complexos serem resolvidos com mais facilidade, tornando assim um marco histórico sua atuação e contribuição na evolução bem como, sendo atribuído a ele a intitulação de criador da primeira unidade central de processamento, ou mais popular conhecido hoje como computador doméstico, o qual tomou conta desde bases governamentais e militares às residências.

A ciência avança como nunca, evoluções na física, matemática com o advento da computação gerando bilhões de cálculos por segundo em suas unidades de processamento. Surgem laptops, celulares, comunicação a longa distância, cabos de fibra ótica que transportam incontáveis dados de uma ponta a outra do planeta em um segundo, smartphones, tudo ligado a uma rede que agrega todo o planeta, uma rede onde toda e qualquer informação transferida ou guardada permite acesso de qualquer lugar, a rede de interligação global popularmente conhecida como internet.

Com toda essa evolução e necessidade de proteção de informações pessoais, militares ou de qualquer natureza, mais uma vez a criptografia molda-se pela evolução afim de garantir essa segurança e com o emprego do computador e seus algoritmos a criptografia passa a sua nova fase, a terceira e última fase, até o momento, a da criptografia em rede.

2.5 Algoritmo DES

Desenvolvido na década de 70 e conhecida como criptografia simétrica, é a forma mais convencional de criptografar dados em uma rede de acesso global. Como o sucesso da cifra é garantido pelo tamanho da chave, podendo esta ser uma palavra, frase sequência de códigos e etc, que permita de posse do algoritmo, cifrar o decifrar uma mensagem, podemos gerar chaves de 40 a 128 bits onde quanto mais bits mais fortes e seguro será a cifra. O algoritmo pode se dividir em dois modos, cifra de fluxo, que encripta um texto *bit* por *bit* ou cifra de bloco, que usa um conjunto com número fixo de *bits*, geralmente 64 *bits* nas mais modernas.

O algoritmo utiliza uma única chave secreta sendo necessário tanto o emissor quanto o receptor compartilhar entre si suas chaves secretas antes de estabelecer um canal seguro de comunicação, o que atualmente acaba sendo um problema devido ao número de pessoas conectadas comprometendo esta troca segura das chaves e como a criptografia simétrica não identifica quem enviou o recebeu a mensagem a alta quantidade de conexões de usuários na rede dificulta o gerenciamento das chaves.

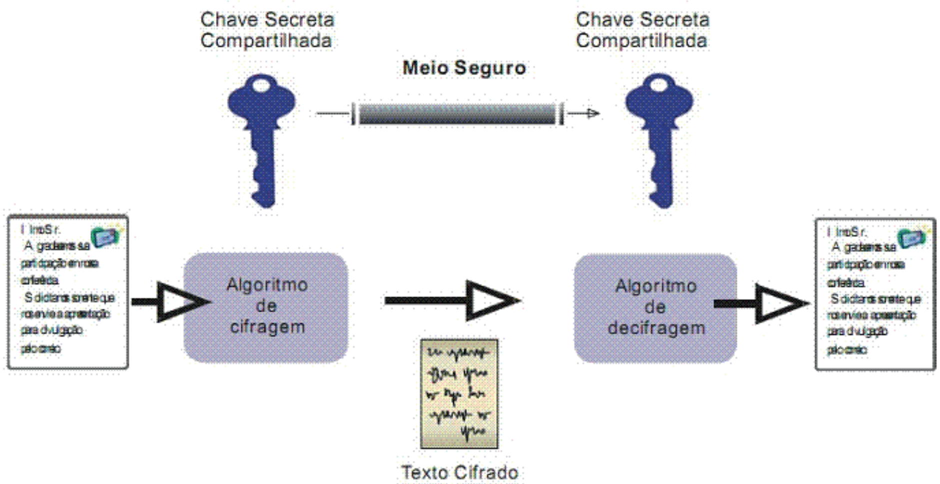


Figura 3 - Exemplo de Cifragem DES

Fonte: http://www.macoratti.net/12/03/net_prot1.htm

2.6 Algoritmo RSA

Para Coutinho (2009), neste algoritmo a diferenciação em relação ao sistema DES está na assimetria. Enquanto o sistema DES elaborava criptografias simétricas, o sistema RSA as elabora de forma assimétrica denominada algoritmo de chave pública. Isto faz com que a chave possa ser de domínio público podendo ser difundida por qualquer meio de comunicação e a qualquer pessoa onde independente de uma dessas que detenham a chave disponível e acessível, possa cifrar uma mensagem, porém somente o criador da chave poderá decifrar a mensagem, pois é o único conhecedor da chave de decodificação.

Assim tem-se nos algoritmos uma chave pública e uma privada o que garante maior segurança ao se transmitir a chave, pois servirá somente para encriptação, à chave decodificadora fica em segurança com seu real portador. É um meio encontrado para garantir a segurança de dados em uma época de livre acesso aos pacotes de informações transmitidas em meio à rede global e que explorar propriedades específicas de números primos e as dificuldades em fatoração se reduzem com uso de computadores mais potentes se torna cada vez mais rápido estas operações, no qual o Coutinho (2009, p.17) a define como:

> O mais conhecido dos métodos de criptografia de chave pública é o RSA. Este código foi inventado em 1977 por R. L. Rivest, A. Shamir e L. Adleman, que na época trabalhavam no Massachussets Institute of Technology (M.I.T.), uma das melhores universidades americanas. As letras RSA correspondem às iniciais dos inventores do código. Há vários outros códigos de chave pública, mas o RSA continua sendo o mais usado em aplicações comerciais.

Sendo este o método de criptografia em rede de uso atual se observarmos com mais detalhes seu desenvolvimento nota-se que sua base teórica é a álgebra abstrata e a teoria dos números, dois importantes conteúdos matemáticos que proporcionam tal feito.

Não podemos deixar de observar que toda a operação é geralmente executada automaticamente por intermédio de softwares e meios de comunicação digital e para cada operação em que se emprega o uso de dados criptografados a segurança ou complexidade da criptografia pode ser menor ou maior, como por exemplo, em operações bancarias se faz necessário utilizar-se de uma encriptação muito mais complexa e segura do que a aplicada em uma troca de e-mails.

Durante os processos criptográficos aplicações matemáticas são de uso frequente, chamamos aqui a atenção que muitos desses tópicos são abordados no ensino médio, tais como, números primos, análise combinatória, aritmética modular, estatística, matrizes, funções e outras.

No processo inicial da encriptação de dados, temos primeiramente a mensagem a ser transmitida e a chave pública que é gerada por $N=P.Q$ onde p e q são primos distintos, assim para se codificar a mensagem usamos N, e para decodificá-la usamos P e Q. Ainda na pré-codificação é necessário que a mensagem seja convertida em uma sequência de números isto após a enumeração do alfabeto, depois quebrados em blocos menores que N onde nenhum bloco comece com zero ou não correspondam a nenhuma unidade linguística, assim passa-se a codificação que é feita separadamente em cada bloco.

As codificações atuais são trabalhosas e operam com números extremamente grandes graças ao auxílio da computação, o tamanho de uma chave, ou seja, N como descrito acima se recomenda para uso pessoal 768 bits o que leva a conter aproximadamente 231 algarismos, sendo assim, precisaríamos de dois números primos, P e Q como vimos, de aproximadamente 100 e 130 algarismos respectivamente. Com tamanha complexidade e o emprego destes números imensos, mesmo com a tecnologia atual, fatorar um número de 231 algarismos e achar seus fatores primos poderia levar milhares de anos, o que torna o sistema RSA atualmente operante quando o assunto é assegurar a transmissão de informações.

Porem apenas codificar os dados não é o suficiente, pois como se trata de um sistema de chave pública, um *hacker* poderia, por exemplo, codificar uma mensagem utilizando uma chave alheia e mandar instruções ao banco para que este transfira dinheiro de uma conta a outra. Vemos então que quando o assunto é segurança de dados, os processos empregados em assegurar o sigilo são variáveis, assim, para o caso exemplificado, é necessário que o banco saiba que a mensagem foi originada por uma pessoa autorizada, ou seja, a mensagem é codificada como uma assinatura digital gerada pela chave pública junto à privada. Ilustrando, denominamos C_b e D_b as funções de Codificação e Decodificação utilizadas pelo banco e C_u e D_u as respectivas funções utilizadas por um usuário.

Sendo X um bloco de uma mensagem que o banco deseja enviar a um usuário, para o mesmo enviá-la assinada, ao invés de cifrar da forma $C_u(x)$ ele o faz através da formulação $C_u(D_b(x))$ sendo assim o banco primeiramente aplica sua chave privada e a codifica com a chave pública do usuário, para acessar a mensagem o usuário primeiramente aplica sua chave privada D_u em $C_u(D_b(x))$ que acarretará ainda na função $D_b(x)$ e depois a chave pública do banco C_b. Se a mensagem fizer sentido, torna-se claro que foi enviada pelo banco. Lembrando que as chaves C_b e C_u são as respectivas chaves públicas, logo as outras duas são privadas.

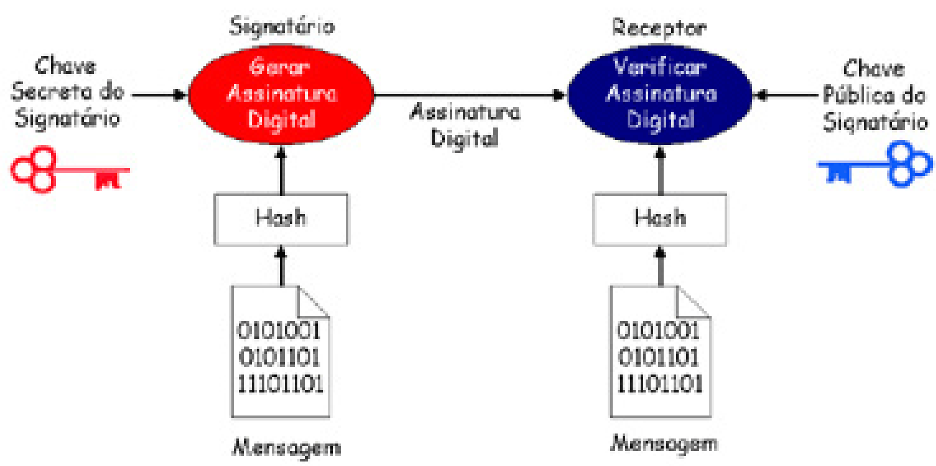


Figura 4 – Exemplo ilustrativo de como funcionam as chaves na Cifragem RSA

Fonte: http://www.lsi.usp.br/~elima/seguranca_cripto.html

3 I MOVIMENTO DE ANÁLISE

Buscamos descrever algumas relações existentes entre a criptografia e o conhecimento matemático, ou seja, se tratando de criptografar, é possível verificar nos procedimentos utilizados no processo o empenho de vários conteúdos de aplicações matemáticas, e ainda muita destas, são abordados com frequência na educação básica em nível de ensino médio, podendo ainda ser encontrado os embasamentos matemáticos em obras de autores renomados como no caso da parte algébrica por Gelson Iezzi (1992). Assim corroboramos com as palavras de Reis *et all* (2019, p.2) quando escreve que “A maioria das pessoas, quando pensam em matemática, se recordam de algo difícil e complicado de entender, e muitas dessas, desconhecem a relação existente desta disciplina com tantas outras [...]” neste caso particular, estamos observando a ligação da matemática com o fator segurança de informações.

Diante disso, passamos a de descrever algumas das aplicações da criptografia, e para finalizar, uma análise no desenvolvimento histórico desta ferramenta.

3.1 Análise Combinatória

A análise combinatória tem uma aplicação muito importante nos processos criptográficos, seu uso já se inicia na fase de pré-codificação, ela define quantas formas de alfabeto de cifras podemos ter à disposição. Em outras palavras, nada mais é do que a quantidade possível de alterações das posições da letra do alfabeto comum a fim de formar um posicionamento novo com intuito de dificultar uma decifração não autorizada.

O alfabeto cifrante precisa conter todas as letras do alfabeto original e sem repetições. Então adotando o alfabeto ocidental atual, com 26 letras, para sabermos quantas formas diferentes podemos combinar as letras usamos um cálculo matemático que é trabalhado no ensino médio, trata-se de uma permutação simples, ou seja, o número de possibilidades é de:

$P_{26} = 26!$
$P_{26} = 26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21 \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$
$P_{26} = 403.291.461.126.605.635.584.000.000$

Figura 05 – Permutação

Fonte: Acervo do Autor

Ou seja, o valor resultante representa mais de 400 septilhões de alfabetos possíveis, o que é notavelmente visível ser impossível humanamente se encontrar o alfabeto correto em uso checando-se as possibilidades.

3.2 Estatística Básica

Com o compreendido na obra de Coutinho (2009), na criptografia por substituição, são utilizados conceitos relativos à estatística básica. Baseado na cultura de linguagem uma simples análise estatística pode revelar características tão importantes que podem até comprometer a cifra. O exemplo disto, se tomarmos o português como a língua em uso na cifra por substituição, nesta língua assim como em outras, existe uma frequência de ocorrência de letras usadas na formação de palavras. O uso de cada letra do alfabeto em percentuais é de:

A = 14.63% ; B = 1.04% ; C = 3.88% ; D = 4.99% ; E = 12.57% ; F = 1.02% ; G = 1.30% ; H = 1.28% ; I = 6.18% ; J = 0.40% ; K = 0.02% ; L = 2.78% ; M = 4.74% ; N = 5.05% ; O = 10.73% ; P = 2.52; Q = 1.20; R = 6.53% ; S = 7.81% ; T = 4.34% ; U = 4.63% ; V = 1.67% ; W = 0.01% ; X = 0.21% ; Y = 0.01% ; Z = 0.47% .

Figura 06- Características das repetições de letras no alfabeto português

Fonte: http://www.numaboa.com.br/criptografia/criptoanalise/310-frequencia-portugues

Sendo assim, conforme as informações apresentadas pelo criador da tabela, bem como o apresentado por Coutinho (2009), denota-se que de acordo com o autor, considerando uma característica da língua portuguesa em uso no Brasil onde o comprimento médio das palavras formadas é de aproximadamente 4.53 letras, ordenando-se então as letras por frequência de uso, e em grupos de formação temos um total de 5 vogais e acrescido a letra Y devido seu ínfimo uso no vocabulário onde juntos representam 48.75% de frequência de uso, 20 consoantes que são divididas em 3 grupos, o primeiro sendo de alta frequência de uso com 5 letras, S, R, N, D, M, com 49.12%.

O segundo grupo sendo de média frequência de uso com 10 letras, T, C, L, P, V, G, H, Q, B, F, com 21.03%. Por fim o terceiro grupo, de baixa frequência com 6 letras, Z, J, X, K, W, com 1.10%, compreendendo assim se juntarmos todos os grupos o total de 100%. Portanto, vemos que as vogais A, E, I, O, U e as consoantes S, R, N, D, M, formam mais de ¾ dos textos em língua portuguesa o que gera uma média de vogais de 4.88 para cada 10 letras.

Funções

O ato de criptografar uma mensagem ou conjunto de dados é basicamente formado por um método de transformação entre dois conjuntos, um de mensagens escritas para o outro de mensagens codificadas, sendo está uma relação bijetora. Ao analisarmos esta pequena exemplificação do processo criptográfico torna-se perceptível a presença de aspectos matemáticos que são particulares do conteúdo de funções. Como o processo é invertível, ou seja, pelos dados resultantes do processo é possível voltar aos dados originais sendo assim, partindo da mensagem codificada podemos chegar à mensagem decodificada onde justamente se deve ter o maior cuidado na codificação que é o de esconder de forma eficiente a chave para a inversão da função de codificação. A fim de tornar mais perceptível à relação entre ambos vejamos uma exemplificação:

Primeiramente vamos enumerar o alfabeto que usamos de forma sequencial onde teremos inicialmente A = 1 sucessivamente até Z = 26. Relembrando que como visto a pouco em Análise Combinatória, é extremamente grande a quantidade de reposicionamentos que podemos formar com as letras do alfabeto e neste caso estamos utilizando-a com a organização padrão de A a Z.

Seguindo com o processo exemplificativo determinamos uma função de primeiro grau no qual irá receber os valores originais convertendo-os em valores distintos de forma a garantir o envio sem conhecimento do que se trata. Matematicamente falando, injetaremos os valores do domínio em f para que sejam transmitidos os valores da imagem de f. Por suposição usaremos a função cifradora $f(x) = 2x + 3$ e a mensagem a ser transmitida será LIMEIRA. Após a enumeração do alfabeto conforme executado no início do processo, passamos a trabalhar com os números que são relativas as letras da mensagem que iremos criptografar, assim teremos, L = 12, I = 9, M = 13, E = 5, I = 9, R = 18, A = 1, aplicando na função teremos:

Para **L** temos $f(12) = 2(12) + 3 \Rightarrow f(12) = 27$
Para **I** temos $f(9) = 2(9) + 3 \Rightarrow f(9) = 21$
Para **M** temos $f(13) = 2(13) + 3 \Rightarrow f(13) = 29$
Para **E** temos $f(5) = 2(5) + 3 \Rightarrow f(5) = 13$
Para **I** temos $f(9) = 2(9) + 3 \Rightarrow f(9) = 21$
Para **R** temos $f(18) = 2(18) + 3 \Rightarrow f(18) = 39$
Para **A** temos $f(1) = 2(1) + 3 \Rightarrow f(1) = 5$

Figura 07 - Aplicando o conhecimento de funções na escrita cifrada – Fonte: Acervo do autor.

Após o processo de cifragem, ou seja, aplicando cada letra da palavra na função cifradora, obtivemos a sequência 27 21 29 13 21 39 5 sendo está a mensagem a ser transmitida e que o destinatário receberá. O Receptor ao se deparar com tal mensagem verá somente uma sequência numeral aparentemente aleatória, mas que ao ser aplica em uma função inversa a que a originou, trará à tona seu real teor informativo. Para a função que utilizamos no início do processo, temos que sua inversa então seria dada por $f^{-1}(x) =$, e assim é possível através desta chave, a recuperação da mensagem contida na sequência numeral, como por exemplo:

Aplicando o valor 27 em $f^{-1}(x)$ temos $f^{-1}(27) =$, logo $f^{-1}(27) = 12$ sendo este valor o correspondente a letra **L** do alfabeto conforme enumeramos no início, e ao prosseguir com os demais valores aplicando-se a função inversa, ao fim do processo teremos novamente a palavra que ciframos anteriormente.

Como podemos notar até aqui, a relação entre a matemática e a criptografia é tão forte ao ponto de sua base de entendimento já estar presente na formação educacional em caráter inicial do homem sendo ela de forma implícita, mas com o advento da era da tecnologia podendo com certeza vir à tona já mesmo nas series inicial do aprendizado matemático.

3.3 Aplicações da Criptografia

Nos dias atuais, partindo de uma visão mais técnica do mundo tecnológico através de conceitos como os de Schneier (1996), é impossível falarmos de dados ou qualquer dispositivo eletrônico de uso pessoal ou coletivo sem mencionarmos a segurança, ou seja, sem voltarmo-nos ao assunto da criptografia.

Após a revolução tecnológica produzida pela popularização dos computadores pessoais, procedimentos e informações que antes eram manuais e mais lentos, passaram a forma digital acelerando os processos envolvidos por estes, ou seja, o que antes se demorava horas dedicadas a pilhas enormes de papeis, com o uso de um computador e pessoas qualificadas eram gastos poucos minutos, uma redução tão significativa que tomou conta rapidamente dos mais variados setores comerciais, desde o caixa de uma simples padaria aos mais avançados sistemas de grandes bancos, e não parou por ai.

Após se demonstrarem altamente eficientes para desempenhar as mais diversas tarefas do dia a dia, a tecnologia e ferramentas tecnologias como os computadores passou a se tornar além de uma ferramenta de trabalho, um equipamento pessoal e a estar presente também nas residências. Desde então sua evolução passou a ser dar de forma considerável com uma rápida expansão de empresas gigantescas do setor tais como, Microsoft, Apple, IBM, entre outras, apresentado taxas surpreendentes de aprimoramento destes aparelhos tornando-os cada vez mais potentes e menores até a chegada dos aparelhos dos dias atuais, smartphones, supercomputadores, redes sem fio, dispositivos que possibilitam controlar tudo eletronicamente, desde monitoração de uma empresa até utensílios domésticos ou a própria residência onde hoje já são possíveis, cidades inteiras controladas por sistemas automatizados como, por exemplo, Nova York.

Porem em toda esta gama de recursos e utensílios desenvolvidos para facilitar a vida humana, e acelerar avanços também pode ser alvo de pessoas mal-intencionadas onde um banco, por exemplo, poderia por intermédio de influência externa alheia a sua vontade executar operações financeiras não autorizadas por seus respectivos clientes, através do acesso remoto de seu sistema digital. Podemos ainda citar a título exemplificativo o furto de dados pessoais de contas digitais ou dos aparelhos moveis como smartphones.

É claro o fato de que a tecnologia e os aparelhos eletrônicos foram primordiais nos avanços científicos e outros através de pesquisas, e ainda na vida particular de cada ser humano com seus benefícios, porem também é fato que toda essa gama de facilidades benéficas possa, e são usadas por pessoas mal intencionadas para proveito próprio, e assim temos a base consolidada do assunto em questão que traz a forma de segurança adequada a garantir o uso destes dispositivos, sendo assim onde ao mesmo tempo em que temos as ferramentas digitais de uso coletivo, sem esta segurança a exposição de informações seria de caráter global, ainda atualmente países altamente desenvolvidos como os Estados Unidos, Japão entre outros fazem o controle de seu poderio bélico através de sistemas informatizados via satélite, o que sem uma segurança adequada colocaria nas mãos de terceiros grande poder de fogo por controle e acesso remoto.

Todas estas exemplificações demonstram a importância e aplicação da criptografia, é ela que proporciona a segurança no tráfego de dados de um banco, ou garante a privacidade dos dados contidos em um dispositivo móvel como um smartphone, contas e cadastros virtuais, e-mails trocados ou ainda a proteção dos sistemas bélicos como supracitado.

Sua aplicação nos dias atuais é totalmente indispensável e mais ainda, é necessário uma contínua evolução de seus métodos, pois são estes que garantem a sua funcionalidade bem como também seu desenvolvimento e desempenho favorável uma vez que a evolução acelerada da tecnologia proporciona cada vez mais equipamentos e sistemas dependentes de segurança, o avanço do mundo digital e ainda a difusão destes aparelhos cada vez mais conectados à rede global de acesso à internet requer segurança cada vez mais eficaz para garantir a privacidade, ordem geral da rede, a segurança de nações, bem como o funcionamento deste complexo sistema compartilhado de informações denominado rede global.

O campo de aplicação da criptografia atualmente é vasto, sendo aumentado sua necessidade a cada nova inclusão de dados e uso de aparelhos na internet, estes são apenas alguns dos principais formas e necessidades de uso de sistemas criptografados. Verifica-se ainda que a criptografia não é aplicada apenas quando um dado ou informação é enviado de um local a outro, ou seja, trafegando pela rede pública, ela é utilizada também em dispositivos de armazenamento de dados com os discos rígidos, pen drives, celulares modernos e dispositivos que são alvos de ataques e roubos mesmo que não virtuais.

De uma forma geral, a criptografia garante a confidencialidade da informação independentemente se esta está compartilhada em uma rede ou não.

3.4 Uma Análise dos Fatos Históricos Relacionados à Matemática e a Criptografia

De acordo com Singh (1996) e Coutinho (2009) a criptografia remonta os tempos antigos desde os grandes impérios faraônicos até os dias atuais sofrendo ao longo deste tempo modificações e melhorias, sendo aprimorada a cada nova descoberta através de pesquisas desenvolvidas para tal fim, sendo está a ideia aqui explanada, e que pudemos observar no decorrer da presente monografia, onde verificamos também com Routo (2000) que, atualmente a criptografia é fundamentalmente utilizada na internet e dispositivos a ela conectados uma vez que tornou-se grande o envio de informações através da rede mundial de computadores exigindo assim segurança no que diz respeito ao sigilo dessas informações, por muitas vezes tratar-se de informações particulares de seus usuários.

Grande parte do avanço da criptografia se deve à matemática, através dos incansáveis esforços em encontrar números primos com milhares de algarismos ou fatorar produtos tão grandes quanto estes, aprimorando cada vez mais a segurança através do grau de dificuldade alcançado nestas técnicas, pois é através deste conhecimento matemático que se estuda e traça estratégias para tornar as codificações mais complexas e difíceis de serem interpretadas por pessoas que queiram possuir informações alheias para uso indevido, atualmente no mundo virtual são os denominados "*hackers*".

Os sistemas de segurança de bancos, lojas, sites e todos os dispositivos eletrônicos conectados à rede global utilizam a criptografia para manter sigilosas as informações de clientes e usuários.

Diferentemente dos tempos antigos, onde está ciência era utilizada principalmente como arma de guerra, com a evolução dos meios de comunicação e a interligação global por meio de rede de dados altamente avançada, possibilitada pelos avanços, tanto matemáticos bem como outras ciências exatas, podemos então dizer que atualmente temos a criptografia em seu auge, de acordo com a tecnologia disponível sendo evidentemente indispensável ao funcionamento de todo equipamento eletrônico existente com conexão global, bem como sistemas e organizações, onde a criptografia é utilizada por grandes empresas, governos e bancos, usuários comuns com seus aparelhos particulares, entre outros, ela realiza cálculos complexos para obtenção de um modelo seguro e quase indecifrável a todo momento, sempre acompanhado as grandes evoluções da humanidade em aspectos tecnológicos, principalmente em matemática, sendo está o pilar de toda sua evolução até os tempos modernos.

Hoje imputamos o aspecto “quase indecifrável” a esta ciência devido ao fato de tornar-se de tamanha complexidade que um processo criptográfico na forma mais simples utilizada digitalmente, se tivesse que ser desenvolvida manualmente, seriam necessário milhares de anos em cálculos nessas fatorações para criptografar ou acessar uma mensagem já protegida, obviamente seria inviável ou impossível este feito. Já com o uso do computador, processadores cada vez mais evoluídos e mais rápidos, processam essas quantidades de cálculos em segundos, o que torna cada vez mais complexo o processo.

Contudo é evidente a intrínseca relação deste procedimento com os conhecimentos matemáticos em que todos têm acesso ao longo da jornada escolar, com os aspectos abordados é notório que desde os grandes impérios antigos a história nos mostra que sempre esteve presente a necessidade de privacidade em certas comunicações ou informações pessoais, e que também a cada modelo de se tornar sigiloso tais interesses, há um conhecimento matemático, lógico, que paira sobre as habilidades ou métodos empregados para o êxito ao pretendido, e que ao longo da história, evoluções, conceitos, estudos e aplicações, caminharam lado a lado com a necessidade de sigilo, particularidades pessoais, segurança, ao ponto de se tornar atualmente a ferramenta mais importante de proteção do mundo.

EM SÍNTESE

Não poderíamos deixar de enfatizar a visão obtida através de todo o caminho percorrido até este momento no que tange ao modo do ensino de conceitos matemáticos, onde persistem até os dias atuais a forma de ensino mecanizada, basicamente aplicada durante as fases iniciais na construção do conhecimento básico até mesmo em muitas matérias de nível superior, já apresentadas na faculdade.

Objetivando uma nova visão de construção de conhecimentos matemáticos, esta pesquisa bibliográfica teve como base um assunto de caráter global, concreto e de suma importância para o momento em que vivemos e cada vez mais necessário no futuro. Extraindo do tema abordado os aspectos matemáticos bem como sua relação com assuntos tecnológicos, acredito ser possível concluir que o objetivo aqui pretendido foi alcançado de forma favorável e de aplicação aceitável em uma modelagem de transmissão do conhecimento matemático uma vez apresentado as diversas características bem como conteúdos vistos durante a vida estudantil, sendo extraídas de um assunto de cunho tecnológico, atual, e não menos importante do que se visa uma grade de ensino.

Assim sendo fato é que, a forma mecanizada do ensino matemático tem por sua caraterística o rápido esgotamento mental ou déficit de atenção uma vez que os processos repetitivos e necessários, por sua vez se tornam com o decorrer de pouco tempo monótono e cansativo, porém, seja possível contornar essa dificuldade na transmissão de conhecimentos que necessitam de sérias repetitivas para fixação através da abordagem, ou de uma modelagem que cominem assuntos atuais dos quais as aplicações necessárias possam ser extraídas e com isto criar um elo de ligação que seja capaz de prender a atenção daquele que está buscando o conhecimento, e nada melhor para isto do que a forma de aprendizado onde é possível perceber a aplicação do que está sendo aprendido.

Concluímos assim com a ideia de que este é apenas um exemplo entre milhares que se possam ser estudados ou até mesmo utilizados nos processos de ensino básico ou superior, ideias de demonstrações da utilização do conhecimento a ser adquirido no âmbito de seu dia a dia, em seu meio de convívio, uma utilização real para que possa servir como exemplo para aprender análise combinatória.

Acreditando no fator de contribuição deste trabalho para novos exemplos dentro do ensino de matemática e ainda no fato de que tal feito somente seria possível com união, respeito bem como afinco em busca de novas alternativas por todos os envolvidos no processo de ensino e ainda na aceitação de uma nova modalidade de transmissão de conhecimentos, seja ela tecnológica ou não, enfim, deixo estas palavras de Raymond Albert Kroc fundador da McDonald’s Corporation, que como não poderia ser diferente do objetivo deste trabalho traz de outro contexto uma aplicação concreta para enriquecimento de tudo o que aqui foi apresentado.

Nenhum de nós é tão bom quanto todos nós, juntos. (Ray Kroc)

REFERÊNCIAS

COUTINHO, Severino; **Números inteiros e criptografia RSA**. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2003.

DOMINGUES, Hygino H.; IEZZI, Gelson. **Álgebra moderna**. 2. ed. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas: Unicamp, 2002.

ROUTO, Terada. **Segurança de dados - criptografia em redes de computador**. Ed. E. Blücher, 2000.

REIS, Enoque da Silva; MENDES, Hemerson Milani ; MILANI, Samanta Margarida . **Relações Entre a Música e a Matemática: uma forma de trabalhar com frações**. *In* Ensino aprendizagem de matemática. Organizador Eliel Constantino da Silva. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. p. 1-13.

SCHNEIER, B.; **Applied Cryptography**. 2ª. ed. New Jersey: John Wiley and Sons, 1996.

S. SINGH. **O Livro dos Códigos.** Traduzido por A. F. Bastos. Lisboa: Temas & Debates, 1999.

S.C. COUTINHO; **Criptografia**. Ed OBEMEP, 2009.

http://www.numaboa.com.br/criptografia/criptoanalise/310-frequencia-portugues (acesso em: Terça Feira 20/02/2018 as 22:48hs)

http://www.bosontreinamentos.com.br/seguranca/criptografia-cifra-de-cesar(acesso em: quarta-feira 09/05/2018 as 22:43hs)

https://www.infoescola.com/filosofos/francis-bacon/(acesso em: 09/05/2019)

http://laumansur.pbworks.com/w/page/39729617/Quem%20inventou%20o%20c%C3%B3digo%20MORSE%20e%20como (acesso em: 09/05/2019)

http://selosdobrasil.forumeiros.com/t9545-inglaterra-2-guerra-mundial-maquina-enigma-e-a-quebra-do-seu-segredo-1941 (acesso em: 19/05/2019)

http://www.macoratti.net/12/03/net_prot1.htm (acesso em: 16/08/2019)

http://www.lsi.usp.br/~elima/seguranca_cripto.html (acesso em: 25/08/2019)

https://www.ebiografia.com/samuel_morse/ (acesso em:14/09/2019)

https://www.ebiografia.com/julio_cesar/ (acesso em: em14/09/2019)

http://www.administradores.com.br/noticias/carreira/ray-kroc-o-homem-que-fez-do-mcdonalds-a-rede-de-franquias-mais-lucrativa-do-mundo/92809/(acesso em:18/09/2019)

https://brasilescola.uol.com.br/geografia/codigo-morse.htm (acesso em: 21/09/2019)

https://www.ebiografia.com/alan_turing/ (acesso em: 19/09/2019)

SOBRE A ORGANIZADORA

ANNALY SCHEWTSCHIK - Mestre em Educação, MBA em Governança Pública e Gestão Administrativa, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e Especialista em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e Licenciada em Pedagogia. Professora da Educação Básica e do Ensino Superior em Pedagogia, Administração e Tecnólogo em Radiologia, assim como em Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 25 anos, tem diversos trabalhos publicados em livros, em periódicos e em anais de eventos pelo Brasil. Atualmente é Empresária em Annaly Schewtschik Coach Educacional atuando em Consultoria e Assessoria Educacional, Avaliação e Formação de Professores, além de estar Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.

ÍNDICE REMISSIVO

L

M

N

O

P

Q

R

S

T