Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 2

Atena
Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

As Diversidades de Debates na Pesquisa em Matemática 2

Atena
Editora
Ano 2019

2019 *by Atena Editora*
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Geraldo Alves
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

D618 As diversidades de debates na pesquisa em matemática 2 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (As diversidades de debates na pesquisa em matemática; v. 2)

Formato: PDF
Requisitos de sistemas: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-847-2
DOI 10.22533/at.ed.472192012

1. Matemática – Pesquisa – Brasil. 2. Pesquisa – Metodologia. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.
CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “A diversidade em debates de pesquisa em matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão das diversidades. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas à inclusão e a sociedade.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

O ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL POR MEIO DO USO DE MATERIAL CONCRETO: REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Andrey Alves do Couto
Secretaria de Educação de Goiás
Posse - Goiás

Ana Cristina Gomes de Jesus
Instituto Federal de Goiás
Goiânia - Goiás

RESUMO: Uso de material concreto no ensino de Geometria é um dos muitos métodos de ensino; tratando-se de conhecimento Geométrico, em todas as direções que você olhar, haverá uma figura ou representação fazendo jus a essa noção. Essa pesquisa buscou compreender as possibilidades e os reflexos que o uso do material concreto podem trazer para o ensino de Geometria Espacial. Os sujeitos dessa pesquisa foram 10 alunos do 7º período do Técnico Integrado em Cozinha na modalidade PROEJA do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Goiânia. A abordagem dessa pesquisa é na perspectiva qualitativa com levantamento de dados por meio de: questionários e diário de campo. Essa pesquisa chega ao final entendendo como satisfatória a utilização do material concreto como ferramenta mediadora no ensino de Geometria Espacial e destacamos também a motivação e o empenho dos alunos nas atividades aplicadas. Os mesmos se sentiram motivados na aprendizagem de Geometria utilizando materiais concretos e se dispuseram a realizar as atividades propostas em sala para esse fim.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino, Aprendizagem, Geometria Espacial, Material Concreto.

THE TEACHING SPACE GEOMETRY THROUGH THE USE OF CONCRETE MATERIAL: REFLECTIONS ON THE TEACHING AND LEARNING PROCESS

ABSTRACT: The use of concrete material in the teaching of geometry is one of many teaching methods; When it comes from Geometric knowledge, in every direction you look, there will be a figure or representation that lives up to that notion. This research sought to understand the possibilities and reflexes that the use of concrete material can bring to the teaching of Space Geometry. The subjects of this research were 10 students from the 7th period of the Integrated Kitchen Technician in PROEJA modality of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Goiás - Câmpus Goiânia. The approach of this research is in the qualitative perspective with data collection through: questionnaires and field diary. This research is realize and ending taking into account how is satisfactory the understanding use of concrete material as a mediator tool in the teaching of

Space Geometry and also highlight the motivation and commitment of the students in the applied activities. They were motivated to learn geometry using concrete materials and were willing to perform the proposed classroom activities for this purpose.
KEYWORDS: Teaching, Learning, Space Geometry, Concrete Material

1 I INTRODUÇÃO

A ideia inicial deste trabalho surgiu a partir de uma experiência ocorrida na disciplina de Estágio Supervisionado do Curso de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG) – Câmpus Goiânia com alunos do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica, na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA) do próprio IFG – Câmpus Goiânia.

Ocorreram a ministração de aulas durante tal Estágio Supervisionado e durante e após o encerramento do mesmo pôde-se constatar uma grande dificuldade dos alunos com a disciplina de matemática. Como sugerido por Lamas et al. (2012, p. 196), através das ideias de Gomes (2000), Secco (2007) e Braguim (2006), "[...] essas dificuldades podem ser amenizadas quando os professores em sala de aula inovam suas práticas com novas metodologias que permitem a participação dos alunos de forma ativa no seu processo de aprendizagem".

Com essa ideia surgiu a realização dessa pesquisa com o intuito de aplicar uma metodologia de ensino que pudesse facilitar e estimular o ensino-aprendizagem do conteúdo de Geometria Espacial para os, também, alunos do PROEJA do IFG – Câmpus Goiânia na modalidade de Técnico em Cozinha.

Movido por essa experiência e indexado ao conteúdo de Geometria Espacial, vimos no uso de material concreto um grande potencial de auxílio para o ensino-aprendizagem do conteúdo a ser ministrado durante a realização da pesquisa. Segundo Mendes (2009, p. 25) "o uso de materiais concretos no ensino da Matemática é uma ampla alternativa didática que contribui para a realização de intervenções do professor na sala de aula". Esse tipo de intervenção pode contribuir significativamente para o aprendizado do aluno, possibilitando uma interação professor-aluno e criando um ambiente favorável para a troca de conhecimento.

O trabalho foi realizado no 2º Semestre de 2015; sendo as atividades em sala iniciadas dia 16 de novembro desse ano e terminadas em 25 de Janeiro de 2016. A metodologia de pesquisa desenvolvida nesse trabalho foi de cunho qualitativa e o método utilizado foi o estudo de caso. Como instrumento de coleta de dados utilizamos: questionário, observação e diário de campo. Utilizamos a aplicação de questionários a fim de levantar diversos dados sobre os participantes da pesquisa e acerca de seus conhecimentos específicos de Geometria Plana e Espacial. O diário de campo, com os relatos de cada aula, foi utilizado para apurar o desenvolvimento das aulas durante o período de realização da pesquisa.

A pergunta central dessa pesquisa visa investigar quais são as contribuições do uso de material concreto para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial no contexto do PROEJA por meio da análise da observação das aulas ministradas, buscando a motivação e o envolvimento dos alunos nas atividades propostas realizadas.

2 I A IMPORTÂNCIA DO USO DE MATERIAIS CONCRETOS COMO FERRAMENTA METODOLÓGICA NO ENSINO DE GEOMETRIA ESPACIAL

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Geometria desenvolve o raciocínio, a criatividade, e permite a valorização do aluno, pois o mesmo pode desenvolver-se através manipulação dos objetos e entender propriedades e particularidades das figuras geométricas. Especificamente, ao que se refere ao ensino da Geometria Espacial, os PCN (BRASIL, 2006) discorrem acerca da importância desse conteúdo, juntamente com a proposta de um ensino voltado à manipulação de materiais em sala, pois

> o estudo de poliedros, o Teorema de Euler e a classificação dos poliedros platônicos compõem um interessante tópico, em que a construção dos poliedros, via planificações feitas com régua e compasso, pode ser uma atividade de grande satisfação estética (BRASIL, 2006, p. 93).

Dessa forma, o uso do material concreto pode favorecer o ensino e aprendizagem de Geometria. E quanto mais precoce começar a sua utilização no espaço escolar, melhor, pois de acordo Santos (2015, p. 29), “o ideal é que a utilização de material concreto para o ensino da geometria ocorresse desde os primeiros contatos do aluno com a matemática”.

Ainda segundo a perspectiva de Santos (2015, p. 29), por mais que a sala de aula, ou a escola, não possibilite o acesso ao uso desses materiais, “o professor de matemática é capaz de utilizar materiais concretos fazendo uso de meios alternativos, recicláveis, organizando-se com a comunidade escolar a confecção e/ou aquisição desses materiais”.

Entretanto, no pensamento de Fiorentini e Miorim (1990), o professor deve estar atento ao uso desses materiais. Para os autores, muitas vezes o professor não é ciente da real finalidade do uso desses materiais e os aplica somente por serem atrativos aos alunos. Nessa perspectiva, os professores de matemática devem estar atentos à utilização de ferramentas metodológicas que auxiliem de fato o processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos. O emprego correto pode favorecer o ensino, mas o ensino aleatório, sem um estudo correto, pode inviabilizar o processo.

3 I METODOLOGIA DA PESQUISA

Discorremos sobre a abordagem de pesquisa escolhida (a qualitativa), explicitando o método, que se baseou no estudo de caso (sendo o de caso único), a respeito de seus participantes, e os instrumentos utilizados na coleta de dados.

Nossa inquietação se referiu ao ensino de Geometria Espacial no Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos (PROEJA) e ao uso do material concreto. Dessa forma, chegamos ao seguinte problema de pesquisa: Quais as contribuições do uso de material concreto para o processo de ensino e aprendizagem de Geometria Espacial no contexto do PROEJA?

3.1 Tema e objetivos

Admitimos, aqui, o material concreto como uma ferramenta metodológica que pode favorecer o aprendizado de Matemática no contexto da Educação de Jovens e Adultos (EJA).

Nessa perspectiva o nosso trabalho teve como objetivo geral: compreender o reflexo da utilização do uso do material concreto no ensino e aprendizagem de Geometria Espacial no contexto do PROEJA. Aliado a esse objetivo geral delineamos os seguintes objetivos específicos:

a) Analisar, por meio da observação, a motivação e o envolvimento dos alunos na planificação e construção dos sólidos geométricos; b) Identificar as contribuições do uso do material concreto no ensino de Geometria Espacial.

3.2 Abordagem e método

A abordagem dessa pesquisa é de cunho qualitativo, ela tem como característica uma maior preocupação com o processo desenvolvido do que com os resultados finais. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 16).

> Utilizamos a expressão investigação qualitativa como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos. [...] As questões [...] são formuladas com o objectivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural.

Juntamente temos o método utilizado, que foi o estudo de caso. Segundo Yin (2005, p. 32), “um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga o fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real”. Mais especificamente, trata-se de um estudo de caso único, sendo a turma de 7º Período de Técnico Integrado em Cozinha do IFG – Câmpus Goiânia na modalidade PROEJA. Uma das características principais desse estudo é que o pesquisador pode destinar toda sua atenção a um único ambiente de trabalho, o que pode facilitar a sua ação e pode, também, possibilitar uma melhor análise dos dados coletados.

O estudo de caso, dentro da perspectiva de uma abordagem qualitativa, corroborou para uma coleta e análise sucinta dos dados referentes à turma em que se realizou a proposta metodológica que caracteriza esse trabalho. A atual pesquisa, também, enquadra-se na perspectiva de Vianna (2003) como participação *aberta.* Esse tipo de participação evidencia, aos sujeitos participantes, que está sendo realizada uma pesquisa e que os mesmos fazem parte.

3.3 Instrumentos de coletas de dados

Segundo Marconi e Lakatos (2003, p. 166) "são vários os procedimentos para a realização da coleta de dados, que variam de acordo com as circunstâncias ou com o tipo de investigação".

Nesse trabalho foram utilizados os seguintes instrumentos: questionário e diário de campo.

Foi utilizado **questionário** com o intuito de apuração de dados acerca dos sujeitos envolvidos. Dentro da perspectiva de Marconi e Lakatos (2003, p. 201), "o questionário é um instrumento de coleta de dados, constituído por uma série ordenada de perguntas". Seu uso possibilitou a obtenção de informações pessoais, de cunho matemático, do conhecimento geométrico adquirido durante a pesquisa e, principalmente, referente à perspectiva dos discentes sobre o uso do material concreto durante as aulas.

Utilizamos a notação: **Diário de campo,** para referirmo-nos ao registro das informações feitas ao longo das observações, ou seja, "o relato escrito daquilo que o investigador, ouve, vê, experiencia, e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados do estudo qualitativo" (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.150). Após as aulas, fazíamos relatos e apurações recorrentes das mesmas. Os registros desses relatos foram feitos por escrito, caracterizando uma análise crítico-reflexiva da metodologia utilizada e de como os sujeitos da pesquisa se portaram diante tal método de ensino.

3.4 Sujeitos da pesquisa

A turma era composta por dez alunos, sendo nove do sexo feminino e um do sexo masculino. Quatro desses alunos acima dos 50 anos de idade, um aluno com 35 anos, um aluno com 24 anos e os outros quatro alunos não informaram suas respectivas idades. Todos eles diziam possuir filhos com a exceção do aluno de 24 anos. Quatro deles eram casados, três eram solteiros e os outros três não responderam. Constatamos que a maioria dos sujeitos participantes dessa pesquisa ficaram ausentes em sala de aula por muito tempo, em decorrência de fatores diversos.

Em relação às suas atuações profissionais, temos que: dois alunos exerciam atividade remunerada dentro de sua área de atuação, quatro exerciam atividade remunerada fora de sua área de atuação e outros quatro não exerciam atividade remunerada.

Também apuramos, através da análise de questionário, com respeito à motivação dos alunos em adentraram o curso de Técnico em Cozinha. Para cinco, o motivo era a pretensão de conquistar uma melhor condição financeira com a atuação profissional que o curso oferece. Outros quatro tinham como objetivo a conclusão do ensino médio. O aluno restante não informou.

Esses resultados dialogam com os resultados das pesquisas de Coura (2008) e Dias et.al. (2011) que destacam a evidente dificuldade do público da EJA em voltar ao ambiente escolar depois de certo período de afastamento. No entanto, segundo as pesquisas citadas, muitos desses sujeitos, que retornam a escola, sentem-se realizados no aspecto pessoal e a maioria tem sua qualidade de vida melhorada em decorrência dessa reinserção. Para Couto e Mesquita (2015, p. 3-4)

> Isso pressupõe uma educação desafiadora, pois necessita de uma organização curricular integrada, bem como, dentre outros fatores, de uma metodologia que favoreça a permanência e a aprendizagem do estudante nesses cursos. Ainda há de se considerar a diferenciação da faixa etária e da escolaridade anterior de cada aluno, bem como a motivação que os levaram a estar ali, que são as mais diversas possíveis. Assim, cabe ao professor de jovens e adultos uma habilidade especial para saber lidar com tantas exigências e heterogeneidade.

4 I PROPOSTA DE ENSINO E ATIVIDADES APLICADAS

Os conteúdos de Matemática trabalhados nos encontros foram: Geometria Espacial de Posição; Geometria Espacial (Poliedros) e Planificação e montagem de Poliedros.

Utilizamos os seguintes materiais concretos: Sólidos geométricos de madeira; Sólidos construídos a partir de suas planificações com o papel A4; Sólidos geométricos prontos de papel cartão e Material dourado.

Com os conteúdos definidos e as atividades planejadas, a próxima etapa foi o desenvolver das mesmas, definidas como sendo as propostas de ações didáticas a serem desenvolvidas pelos alunos sob a orientação do pesquisador durante as aulas. As **atividades aplicadas** também se encaixaram como parte integrante da coleta de dados dessa pesquisa ao possibilitar a reunião de informações acerca do desenvolvimento dos discentes quando realizadas. As atividades foram: Geometria Espacial de Posição no *software Geogebra*; Investigação para obtenção da Relação de Euler; Poliedros de Platão?; Cubos e Construção dos Poliedros.

O primeiro encontro foi dedicado à aplicação do questionário inicial. Ele nos trouxe informações pertinentes em relação ao perfil dos nossos participantes e deixou claro que o contato dos discentes com a Geometria, ao longo de suas formações escolares, foi praticamente nulo.

A partir daí, planejamos o próximo encontro com o objetivo de explanar noções básicas de Geometria. A atividade aplicada foi **Geometria Espacial de Posição no *software Geogebra***, cujas aulas ocorreram no Laboratório de Matemática, do IFG – Câmpus Goiânia, e o seu conteúdo da aula teve como suporte o *software Geogebra,* juntamente com sólidos geométricos. Foi explicado as noções básicas de ponto, reta, plano, e suas relações.

Após a familiarização dos alunos com as noções básicas da Geometria Espacial de posição, relacionamos essas noções com o uso do material concreto (sólidos redondos e poliedros). Foi possível fazer uma relação entre a Geometria Plana e a Geometria Espacial em um mesmo contexto. Para Lima (2010, p.31) é possível observar que “as formas planas ‘ficam’ no plano e as não-planas ‘saem do plano’, ainda podemos verificar que as figuras planas formam os lados das figuras não-planas”.

A atividade **Investigação para a obtenção da Relação de Euler** ocorreu nas Aulas 5 e 6, no Laboratório de Ensino de Matemática (LAEMAT), do IFG – Câmpus Goiânia. Primeiramente, fez-se necessária uma recorrência à noção de poliedros já desenvolvida nas últimas aulas. Utilizamos, como recurso didático, o projetor com o objetivo de dar qualidade às imagens geométricas, como por exemplo, as imagens das Pirâmides de Gizé, contextualizando a noção de poliedro no mundo real.

Utilizamos, também, como recurso, alguns poliedros do próprio LAEMAT. Os sólidos foram utilizados para mostrar a noção de vértice, aresta e face. De posse dos mesmos, a atividade de investigação iniciou-se com a formação de 3 grupos. Aplicamos um quadro. Fora pedido aos alunos para que completassem os espaços em branco com valores relacionados ao número de faces, arestas e vértices a fim de obtermos a relação presente na última coluna (não foi falado que havia uma “Relação de Euler que sempre resultava em 2”). Os poliedros aplicados foram o Tetraedro, o Prisma de base hexagonal e a Pirâmide de base quadrada.

“Poliedros de Platão?” foi uma atividade proposta aos alunos com o intuito de investigar se os poliedros apresentados no projetor eram Poliedros de Platão. Essa atividade ocorreu nas Aulas 7 e 8 onde, é relevante ressaltar, foram definidos os Poliedros Regulares e Poliedros de Platão antes da realização da atividade. Também foram trabalhadas as nomenclaturas dos poliedros regulares.

Essa atividade deixou claro que é “importante observar que o uso do material concreto não dispensa de modo algum a passagem para o abstrato” (BITTAR e FREITAS, 2005, p.29), ou seja, as discussões matemáticas precisam acontecer. Também como parte avaliativa das Aulas 7 e 8, foi proposta uma atividade presente no livro *Matemática: Contexto & Aplicações, volume 2* do autor Luiz Roberto *Dante*, que chamamos de Atividade do **Cubo***.* A atividade consistiu em contar a quantidade de cubos, a quantidade de faces ocultas e a quantidade total de faces existentes na figura.

A figura foi visualizada no projetor. Utilizamos, também, o material dourado com o objetivo de melhorar a visualização da figura em 3 dimensões com material manipulável. Os alunos fizeram uso dos cubos, dispuseram os mesmos de modo que ficassem no formato semelhante ao da figura dada.

A **Construção dos Poliedros** foi o último trabalho realizado pelos participantes da pesquisa. Essa atividade foi aplicada nas Aulas 9 e 10, e, 11 e 12, onde trabalhamos a planificação e a construção de alguns poliedros regulares partindo de suas planificações. Essa metodologia também está presente na percepção encontrada em Mendes (2009, p. 25), quando salienta que “essas atividades têm uma estrutura matemática a ser descoberta pelo aluno que, assim, se torna um agente ativo na construção do seu próprio conhecimento matemático”.

Nas aulas 9 e 10, ao todo, foram quatro sólidos desenvolvidos: o Tetraedro regular, o Hexaedro regular, o Octaedro regular e o Icosaedro regular. Ao fim, os alunos foram avaliados a respeito da atividade proposta e foi aplicado um questionário referente ao conteúdo aplicado. Nas aulas 11 e 12, logo após uma revisão do conteúdo proposto, os alunos desenvolveram novamente o Tetraedro Regular e o Hexaedro regular, e foram, novamente, avaliados.

5 I REFLEXÕES SOBRE O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Partindo das análises minuciosas dos questionários aplicados concluímos de antemão que: a grande maioria dos discentes dizia não se lembrar de nada dos conteúdos de Geometria das séries anteriores. Seis alunos disseram nunca terem estudado Geometria enquanto outros quatro disseram ter estudado em algum momento de sua formação escolar, mas de forma insatisfatória. E, de todos eles, nenhum tinha estudado Geometria Espacial em toda sua formação escolar.

De forma não espantosa percebemos grande dificuldades dos alunos em lidar com o conteúdo de Geometria, devido à carência das séries anteriores. Por estas evidências, concordamos com Bittar e Freitas (2005, p.29) quando alertam que “o material didático deve ser visto como um instrumento facilitador da aprendizagem, porém não se trata de um instrumento mágico com o qual tudo poderá ser entendido e assimilado pelo aluno".

Em Fiorentini e Miorim (1990), vemos o debate entre o uso de materiais concretos e jogos dentro do ensino de matemática, quando os mesmos devem ser usados e em qual perspectiva deve-se concretizar essa adoção. Os autores defendem que o professor não pode usar tais propostas a fim de, somente, tornar a aula mais atrativa, mas deve utilizá-las com o intuito de complementar sua aula. Segundo os autores, o ensino não pode se tornar apenas uma brincadeira com o uso desses materiais. A utilização de materiais concretos, nessa pesquisa, veio com esse intuito, de possibilitar aos alunos o desenvolvimento do raciocínio próprio, através da visualização dos sólidos geométricos e, posteriormente, a construção desses sólidos em sala de aula. De acordo com a análise do questionário, aplicado ao fim do estudo proposto, é notável que o seu manuseio possibilitou uma melhor idealização dos poliedros, pois, nessa etapa, foi possível a compreensão de propriedades e particularidades de cada um dos sólidos construídos.

A atividade aplicada relativa à investigação para obtenção da Relação de Euler trouxe contribuições significavas para a construção e o entendimento de conceitos matemáticos. Nesse momento, entendemos que "lhe são dadas oportunidades de realizar experiências, descobrir propriedades, estabelecer relações entre elas, construir hipóteses e testá-las" (TOLEDO e TOLEDO, 2010, p. 7). Na parte final, os alunos construíram alguns poliedros partindo de suas respectivas planificações, disponibilizadas em papel A4. Para Fiorentini e Miorim (1990) a construção desses materiais por parte do aluno pode tornar seus estudos mais efetivos em decorrência da sua participação.

Podemos dizer que, de forma geral, nosso estudo com a turma referida do PROEJA a utilização do material concreto como ferramenta mediadora do conhecimento de Geometria Espacial atuou como mola motivadora aproximando os alunos das aulas de Matemática, o que, por sua vez, oportunizou um processo efetivo de ensino e aprendizagem do conteúdo proposto.

Dos questionários aplicados apuramos alguns relatos de alunos que confirmam nossas inferências, tal como dados a seguir:

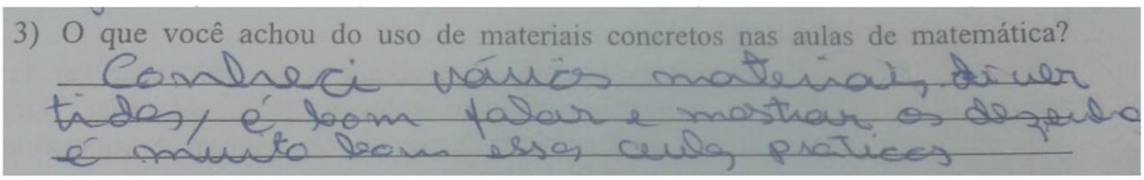
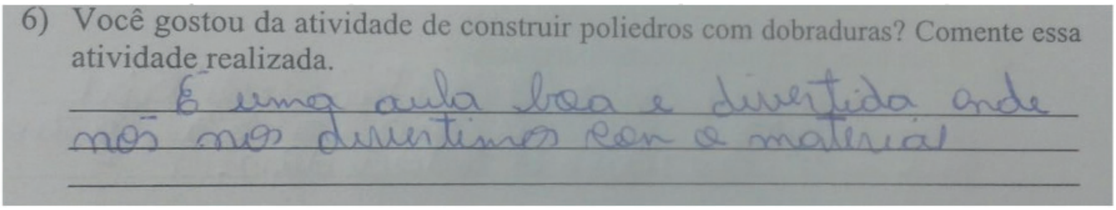

3) O que você achou do uso de materiais concretos nas aulas de matemática?
Conheci vários materiais, diver tidos, é bom falar e mostrar os desenho é muito bom essas aula praticas

Figura 1: Resposta de um aluno ao questionário final aplicado

Fonte: Dados da pesquisa

Um aluno relatou: *“Sempre que vejo uma embalagem lembro das aulas e passei a analisar cada figura geométrica”.*(Diário de campo)

Outro aluno comentou sobre a construção dos poliedros em sala:


6) Você gostou da atividade de construir poliedros com dobraduras? Comente essa atividade realizada.

É uma aula boa e divertida onde nós nos divertimos com o material

Figura 1: Resposta de um aluno ao questionário final aplicado

Fonte: Dados da pesquisa

6 I CONCLUSÃO

Novamente, enquanto pesquisadores, pudemos aperfeiçoar nossas metodologias de ensino e mais que conclusivamente podemos afirmar que o professor deve, sim, rever sempre suas metodologias de ensino de modo a facilitar o ensino. Também é necessário o uso adequado de ferramentas metodológicas, verificando se as mesmas se adequam ao perfil da turma, para que se possa realizar um trabalho coerente, auxiliando seus alunos na aprendizagem dos conteúdos. Percebemos o quão importante é o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem, quando o mesmo planeja suas aulas pensando em como os alunos vão aprender.

REFERÊNCIAS

BITTAR, M.;FREITAS, J. L. M. **Fundamentos e metodologia para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2 ed. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação.** Trad. Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRAGUIM, R. A. **Abordagens metodológicas no ensino de matemática perímetros e áreas.** 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) - Faculdade de Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação/Secretaria de educação básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006.

COURA, I. G. M. **Entre medos e sonhos nunca é tarde para estudar**: A terceira idade na Educação de Jovens e Adultos. ANPEd. 16 p. In: 31ª Reunião Anual da ANPEd, 2008, Caxambu. Anais da 26ª Reunião da ANPEd, 2003.

COUTO, A. A ; MESQUITA, A. M.. **Estágio Supervisionado em Proeja**: uma experiência de docência de um aluno de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Goiás - Câmpus Goiânia. In: V Encontro Goiano de Educação Matemática, 2015, Goiânia. Anais do V EnGEM, 2015.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicações. 1ª. ed. Vol. 2. São Paulo: Ática, 2010.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino de Matemática**. Boletim da SBEM**.** SBM: São Paulo, ano 4, nº 7, 1990.

GOMES, G. H. **Um estudo de áreas com alunos da 6ª série do ensino fundamental.** 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 2000.

LAMAS, R. C. P. et al. **Materiais concretos na prática escolar**: experiências no ensino da geometria. Núcleos de Ensino da UNESP, artigos 2012. Volume 3: Tecnologias da Informação e Comunicação e Material Pedagógico, p. 196-208. Cultura Acadêmica. 2012.

LIMA, M. A. V. **Da geometria espacial para a plana**: Uma experiência didática. 2010. Monografia (Especialização em Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2010.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos da metodologia científica.** 5 ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Ed. rev e num. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

SANTOS, A. M. A. **A Utilização de Materiais Concretos para o ensino de Geometria Plana e Espacial**: um estudo de caso. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco. Bahia. 2015

SECCO, A. **Conceito de Área**: decomposição e decomposição de figuras até as fórmulas. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica. São Paulo. 2007.

TOLEDO, M. B. A; TOLEDO, M. **Teoria e prática de matemática**: como dois e dois. volume único: livro do professor – 1. ed. – São Paulo: FTD, 2010.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em educação**: a observação**.** Brasília: Plano Editora, 2003.

YIN, R. K. **Estudo de caso:** planejamento e métodos. Trad. Daniel Grassi. 3.ed.Porto Alegre: Bookman, 2005.

CAPÍTULO 2

UM ESTUDO SOBRE O USO DA CALCULADORA NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Rodolfo França de Lima
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
Departamento de Ciências Exatas e Engenharias
Ijuí – Rio Grande do Sul

Dirceu Lima dos Santos
Universidade de Passo Fundo
Departamento de Ciências Exatas e Geociências
Passo Fundo – Rio Grande do Sul

Adriano Pilla Zeilmann
Universidade de Passo Fundo
Departamento de Ciências Exatas e Geociências
Passo Fundo – Rio Grande do Sul

RESUMO: A constante evolução tecnológica exige que cada membro da sociedade se adapte da melhor maneira possível às mudanças que vem ocorrendo, seja no mundo do trabalho ou nas atividades cotidianas. Em uma sociedade onde o modernismo é predominante, a escola parece alheia a mudanças e avanços que poderiam contribuir com melhorias na metodologia de ensino e os professores continuam trabalhando de forma tradicional. Muitas entidades de ensino possuem excelentes laboratórios de informática que não são utilizados, muitas vezes pelo despreparo dos professores ou pelo preconceito dos mesmos frente à utilização desses recursos tecnológicos nas aulas de matemática. Um recurso tecnológico que provoca grande discussão entre os educadores é a calculadora, muitos autores e professores não são favoráveis a utilização desse recurso, pois alegam que com a máquina os alunos deixariam de pensar; outros, ao contrário, consideram que a calculadora é um instrumento que há anos está presente na sociedade e que, segundo pesquisas realizadas, auxilia na aprendizagem da matemática. Por meio desta pesquisa bibliográfica procurou-se agregar idéias de alguns pesquisadores sobre a utilização da calculadora no processo de ensino-aprendizagem da matemática. Foram estudadas pesquisas sobre o assunto e propostas algumas atividades que podem ser realizadas em sala de aula com o auxilio da máquina de calcular. Foi constatado que a calculadora pode ser um importante instrumento auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, porém a mesma não deve ser utilizada como instrumento de cálculo, mas sim como ferramenta que proporciona agilidade nas diversas questões matemáticas, permitindo enfocar outras habilidades como a elaboração de estratégias, o cálculo mental, a verificação de regularidades, entre outras, no ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Calculadora. Ensino-aprendizagem. Matemática.

ABSTRACT: A constant technological evolution requires that each member of society adapt as

best as possible to the changes that occur, whether in the world of work or in daily activities. In a society where modernism is prevalent, a school seems to change and move forward that contributes to improvements in teaching methodology and teachers who work in a traditional way. Many educational institutions have excellent computer labs that are not used, often because of teachers' unpreparedness or prejudice against the use of these technological resources in math classes. A technological resource that provokes great discussion between educators and calculators, many authors and teachers are not in favor of using this resource, because they claim that with a machine students stopped thinking; others, on the contrary, consider that a calculator is an instrument that has been present in society for years and which, according to research, helps in learning mathematics. Through this literature search, you can gather insights from some researchers about using the calculator in the math teaching-learning process. Research on the subject and proposals for activities that can be performed in the classroom with the aid of the calculating machine were studied. It has been found that a calculator can be an important auxiliary tool in the teaching-learning process, but it should not be used as a calculation tool, but rather as tools that provide agility in various mathematical questions, allowing the use of other tools such as preparation of strategies, mental calculation, verification of regularity, among others, in teaching.
KEYWORDS: Calculator. Teaching-learning. Mathematics.

1 I INTRODUÇÃO

A sociedade vive em constante evolução, em especial no que se refere às tecnologias da informação e comunicação. Os avanços nessa área exigem que nos adaptemos ao mundo de modernidades e cabe a cada um encontrar a melhor forma de se inserir no meio tecnológico, seja no contexto do trabalho ou pessoal. Observando que a matemática se faz presente nos grandes inventos do homem, suas equações modelam diversos fenômenos, os cálculos são ferramentas para várias áreas do conhecimento, é inegável que a matemática participa da evolução da humanidade. No entanto, nesse mundo evoluído, o ensino da matemática parece não acompanhar as mudanças que vem ocorrendo, percebe-se que o ensino está sendo desenvolvido de uma forma antiquada e monótona para os padrões atuais da sociedade. A matemática é uma ciência que eleva o pensar do homem e está presente no cotidiano de diversas maneiras, o que permite buscar uma metodologia de trabalho mais abrangente e que seja atraente para os alunos, contornando certo receio que possuem em relação à matemática, todavia os estudantes devem saber que matemática antes de tudo é cultura e sua função no ensino deve ser de ligar seus conceitos com a realidade.

A calculadora é um recurso tecnológico que se faz presente na sociedade há algum tempo e é muito utilizada no cotidiano das pessoas, porém nas salas de aula a situação é bem diferente, pois a máquina quase não se faz presente. Esse tema gera inúmeras discussões entre os educadores e, em algumas escolas, a presença da calculadora é extremamente proibida ou simplesmente ignorada pelos professores. O que se deve levar em conta é que a calculadora está em todos os lugares, portanto faz parte também do mundo dos alunos, os professores não podem ignorar sua existência ou simplesmente proibi-la.

Neste trabalho foi feito um estudo sobre o papel da calculadora na sala de aula, onde o instrumento de pesquisa utilizado pelos alunos é a própria máquina de calcular. Serão abordadas as novas tecnologias de ensino e a evolução histórica da calculadora, revisadas algumas pesquisas sobre o uso da calculadora no ensino e propostas algumas atividades para o trabalho em sala de aula. O tema escolhido se deve a grande discussão em torno do assunto que vem se arrastando há anos e ainda não foi acolhido pelos professores e a dificuldade dos professores em obter resultados satisfatórios com o ensino da matemática, visto que os atuais métodos baseados em exposição e memorização de conceitos estão fora da realidade da sociedade em evolução das últimas décadas. O presente trabalho tem por principal objetivo contribuir com uma visão mais moderna e prática do ensino da matemática, utilizando a calculadora como instrumento de auxílio na aprendizagem, criando situações onde os alunos são levados a desenvolver o raciocínio lógico e não tratar a matemática como disciplina de cálculos intermináveis e de difícil compreensão.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Matemática e sociedade

A contribuição da matemática com a sociedade vai além das operações básicas, a própria evolução do homem está intimamente ligada à matemática. Para D'Ambrósio (2005), a matemática foi um recurso importante criado e utilizado para entendermos o processo da evolução humana. A sociedade evolui de forma diferente no mundo, pois cada região tem suas condições de evolução, seja pela posição geográfica ou sua própria cultura. A ideia do termo sociedade está associado à sobrevivência, pois os indivíduos viviam juntos para sobreviver. A essência da vida em sociedade continua a mesma, porém na sociedade atual, para garantirmos a nossa sobrevivência precisamos de outro recurso: o conhecimento. Diante de tecnologias avançadas e complexidades na organização social, a falta do conhecimento pode acarretar na falta de recursos para obter e interpretar informações e isso interfere para que o indivíduo cada vez participe menos da tomada de decisões, impede acesso ao conhecimento e dificulta o ingresso ou manutenção no mercado de trabalho. (BARTELI, 2008).

Seja individual ou coletivamente, é fato que a educação é fundamental para se adquirir o conhecimento, e o modo com que a sociedade hoje está dando conta dessa questão é por meio da organização escolar. Especificamente a disciplina de matemática na educação é alvo de muitas discussões, tanto no âmbito do ensino como no da aprendizagem. A maioria dos professores encontra dificuldades para ensinar a matemática e muitos alunos são sabem para que serve o conhecimento matemático.

2.2 A importância do saber matemático

A realidade das escolas mostra que a maioria dos alunos considera a matemática uma disciplina desnecessária e de difícil compreensão. Acredita-se que essa imagem que se tem da matemática se deve em grande parte a postura da sociedade frente a essa disciplina que desde a antiguidade acredita que matemática é para poucos (SILVEIRA, 2002) e aos professores que não estabelecem ligações dessa disciplina com o cotidiano, nem com as outras áreas do saber. Mesmo que a sociedade e a comunidade escolar não dão ao conhecimento matemático o valor que ele tem Ogliari (2007) afirma que o aluno deve perceber a importância da matemática em sua vida sendo uma necessidade natural, cientifica e social, ou seja, algo cotidiano.

Devido a esse laço que tem com o cotidiano a matemática está presente em diversas áreas do conhecimento como uma importante ferramenta auxiliadora na descrição e interpretação dos processos envolvidos em problemas das ciências, engenharias, economia, computação, entre outras. Na indústria a matemática está presente na resolução de problemas reais com técnicas computacionais, na estatística e na probabilidade está auxiliando nas pesquisas e interpretação de resultados e ainda na elaboração de estratégias na área da economia e administração. A matemática aplicada tornou-se fundamental na sociedade moderna, tanto que não podemos nos imaginar hoje sem telefone, computador ou celular. Embora seja evidente que a utilização da matemática é uma constante em nossas vidas, os professores nem sempre conseguem associar esse conhecimento matemático ao que é ensinado em sala de aula.

2.3 A matemática, as tecnologias e o ensino

Nas grandes invenções, nas grandes descobertas, a matemática foi um dos principais pilares para a tecnologia estar no patamar que se encontra atualmente. Para Santana e Medeiros (2008) “a matemática sempre teve destaque na sociedade por estar difundida em todos os meios e seus saberes serem usados em uma série de atividades sociais, políticas e econômicas”. A tecnologia está presente cada vez mais cedo na vida das pessoas, vemos crianças com quatro ou cinco anos de idade com celular, navegando na internet ou ainda praticando jogos eletrônicos e comparando as crianças de hoje com as crianças de um passado recente podemos notar inúmeras diferenças, pois hoje as crianças já crescem sabendo que estão em um mundo informatizado e os computadores estão por todos os lugares. A sociedade está cheia de novos recursos tecnológicos que facilitam a vida, visto que podemos comprar, pagar e ainda receber produtos sem sairmos de casa. Vivemos em um novo mundo, um mundo onde a tecnologia está em todas as áreas, e em um mundo tão mudado é natural que as praticas do ensino e o trabalho docente também mudem. Devido a tanta evolução no cotidiano é indispensável que a tecnologia invada também as salas de aula.

A aprendizagem mudou, não é mais aquele processo em que o professor transmite informações e os alunos recebem o conhecimento, mas sim o processo de construção do conhecimento entre professor e alunos formando conceitos. Atualmente os alunos esperam aulas mais atraentes, diferenciadas e para isso os docentes precisam mudar as estratégias atuais de ensino. É fácil perceber que os métodos usuais não estão conseguindo dar conta do objetivo do ensino. De acordo com as inúmeras avaliações que estão sendo feitas no país (Saeb, saers, saresp, saerj, pisa, prova Brasil, etc), o rendimento em geral dos alunos não evolui, pelo contrário, cada vez mais os alunos têm menos conhecimento de conceitos básicos. Se considerarmos o papel da educação matemática atual, o fato que as aulas são pouco interativas pode ser um fator que interfira nesses resultados, por outro lado, aproveitando os recursos tecnológicos disponíveis hoje associados a metodologia de resolução de problemas, as aulas com computadores podem construir oportunidades para inovações pedagógicas no ensino e ajudar para soluções significativas nos problemas do ensino. É importante salientar que nenhuma proposta trata de terminar com as aulas convencionais, mas sim inserir uma forma auxiliar de melhoria didática (COTTA, 2002).

Um dos recursos tecnológicos que mais gera discussões entre os professores de matemática é a calculadora. A grande discussão gira em torno de como e quando os alunos deveriam ou não utilizar esse instrumento que por um lado facilita a vida do aluno, por outro lado é um instrumento que atrapalha o desenvolvimento algébrico. Quando o professor quer transformar o aluno em uma máquina de calcular, acaba esquecendo que a matemática é mais do que simples operações, a matemática é uma disciplina que deve fazer o aluno pensar, estimular o raciocínio rápido, aprender a resolver situações problema e proporcionar a aplicação dos conceitos matemáticos no cotidiano. (MENEGAZZI e ROSA, 2004).

3 I DISCUSSÃO ACERCA DO USO DA CALCULADORA EM SALA DE AULA

Os recursos tecnológicos se tornaram acessíveis e se disseminaram por todo o mundo e a calculadora faz parte dessa realidade. Ela é um instrumento que está à venda em muitos lugares e por um preço bem baixo, permitindo que faça parte do cotidiano das pessoas, o que de fato acontece. Apesar de todos os avanços e facilidades que estão ao alcance dos indivíduos e também da escola o ensino e a aprendizagem estão cada vez piores conforme resultados de avaliações já mencionadas.

Em uma sociedade onde o modernismo é predominante a escola parece alheia a mudanças e avanços que poderiam contribuir com melhorias na metodologia de ensino e os professores continuam trabalhando de forma tradicional. Na matemática essa falta de avanço metodológico parece estar dificultando ainda mais a aprendizagem, contribui o fato de que culturalmente a matemática é uma disciplina de difícil compreensão e na visão dos alunos seus conteúdos são de pouca aplicação no cotidiano. Para Guinter (2008) "um dos recursos tecnológicos que há algum tempo está presente na sociedade é a calculadora, que para a Educação Matemática pode colaborar muito no aprendizado de diversos conteúdos".

A grande discussão em torno do tema é se a utilização da calculadora seria benéfica para o aprendizado, já que muitos professores e autores acreditam que com a calculadora os alunos se tornariam muito dependentes da máquina e não aprenderiam os conceitos matemáticos. De acordo com Chica e Ishihara (2007) "é comum a preocupação dos professores com o fato de que os alunos, se usarem a calculadora, fiquem dependentes dela para resolver operações e problemas". Muitos professores não admitem o uso da calculadora porque na sua formação não utilizavam a mesma, seja no ensino fundamental, médio ou na graduação.

Para Medeiros (2004) "já não tem mais cabimento hoje, simplesmente proibir o uso das calculadoras na sala de aula". Um dos autores mais influentes que é a favor do uso da calculadora é D'Ambrósio. Para ele um dos fatores responsáveis para a calculadora ainda não estar definitivamente na sala é a própria cultura da sociedade, visto que "o uso da calculadora nas salas de aula continua sendo questionado por professores, pais, legisladores e, até mesmo, por alunos".

Guinter (2008) evidencia que em uma sociedade que exige competências em todas as áreas, a escola deve oferecer uma educação qualificada que prepare os alunos a trabalharem com a tecnologia e destaca que "o uso sensato das calculadoras contribui para a formação de indivíduos aptos a intervirem numa sociedade em que a tecnologia ocupa um espaço cada vez maior". Na sala de aula, a calculadora auxilia na construção dos conceitos, pois a economia de tempo proporcionada pelo seu uso permite trabalhar situações em que o aluno terá mais tempo de investigar dados do problema, elaborando novas formas de resolução e, assim, construindo conhecimento (Guinter, 2008).

A aprendizagem da matemática já carrega certo preconceito de difícil e complicada e muitos alunos alegam que não gostam dessa disciplina porque não conseguem relacionar o conteúdo a nenhuma aplicação prática. Além disso, nas aulas sem as calculadoras a matemática parece artificial ou ideal, pois são propostas atividades e problemas em que os resultados geralmente são expressos por valores exatos e mais fáceis de manipular, o que é totalmente irreal, pois os problemas reais geralmente não se comportam dessa maneira. Os professores devem perceber que quanto mais próximo da realidade os problemas propostos chegarem, mais interesse e curiosidade os alunos terão, e nessa questão a calculadora pode ser muito útil.

Outro aspecto importante a ser levado em conta é o fato de que a calculadora é um instrumento que proporciona confiança aos alunos quando precisam realizar cálculos que envolvam números extremamente grandes ou pequenos, e nessa acepção ela pode servir como uma ferramenta para os alunos conferirem os seus resultados imprimindo confiança às suas resoluções.

No método de ensino tradicionalmente aplicado na escola é comum gastar muito tempo com cálculos mecânicos sem significados, desconsiderando que atualmente a educação matemática avalia ser mais importante os alunos saberem relacionar e compreender os conceitos do que fazer excessivos cálculos de repetições. Como alternativa para significar o ensino da matemática usar a calculadora permite que as aulas e a matemática sejam vistas de outra maneira. (MARCHESAN, 2010).

4 I PESQUISAS EXISTENTES NA ÁREA

Uma indagação habitual, porém com grande impacto é a de promover a utilização ou não da calculadora em sala de aula. Para Soares e Araújo (2002) a pergunta a ser feita é outra: “como usar a calculadora em sala de aula?”, de forma que diversas pesquisas foram realizadas na área de educação matemática envolvendo o uso da calculadora no ensino. Contudo, para complementar o estudo já realizado serão apresentadas algumas pesquisas realizadas nessa área.

Melo e Manrique (2007) desenvolveram um estudo em uma segunda série do período diurno do Ensino Médio de uma escola pública estadual, com o objetivo de, com o uso da calculadora, estudar uma proposta de ensino investigativo por meio de atividades em uma turma de ensino médio, utilizando-se da reflexão e da elaboração de conjecturas para o estudo de potências e raízes. A metodologia do trabalho consistiu da elaboração de quatro atividades que foram desenvolvidas na própria sala de aula em que estudavam os alunos. O trabalho foi desenvolvido em duplas, pois os autores entenderam que isso “favoreceria o trabalho coletivo, e o conhecimento descoberto seria compartilhado”. As atividades foram desenvolvidas em duas sessões de duas horas e meia cada uma, sendo que foram filmadas as resoluções, gravadas as conversas de três duplas e um acompanhante realizou observações. Na análise dos resultados os pesquisadores consideraram quatro eixos: o manuseio da calculadora, os erros cometidos, a atitude investigativa e a dinâmica da sala de aula.

Quanto ao manuseio da calculadora foram analisadas as facilidades e as dificuldades encontradas com a utilização da máquina em sala de aula, neste eixo os autores perceberam a enorme dificuldade dos alunos em relação ao uso da calculadora. Neste momento da atividade o professor foi chamado diversas vezes pelos alunos, mesmo nas funções básicas da calculadora como ligar e desligar a máquina ou efetuar cálculos simples, demonstrando ter muita dificuldade. Quando trabalharam com a calculadora científica, a tecla de segunda função trouxe mais dificuldade ainda para os alunos. Os autores verificaram que com o andamento da atividade os alunos foram melhorando, porém, não perceberam casos em que a calculadora atuasse como um dos meios para sanar dificuldades, pois observaram que os alunos "parecem não ter encontrado em seus recursos estratégias que pudessem auxiliar no desenvolvimento do trabalho". (Melo e Manrique, 2007, p. 05).

Na questão dos erros cometidos os autores analisaram as dificuldades encontradas em relação aos conteúdos de potenciação e radiciação, buscando nos erros propostas que possam solucionar alguns deles, pois perceberam que os alunos tinham dificuldades referentes aos conceitos desses conteúdos. Para os autores essa dificuldade pode ser decorrente da falta da noção de operação inversa entre raiz e potência e também pelo fato de que os alunos não utilizam recursos disponíveis para sua resolução, sendo que um deles poderia ser a calculadora. Nas respostas escritas os pesquisadores perceberam que a maioria dos erros foi cometido por falta de interpretação do enunciado ou pela falta de costume do aluno representar matematicamente as palavras do enunciado.

Os pesquisadores destacaram o eixo da atitude investigativa como o mais importante no trabalho, pois procurou-se refletir sobre a possibilidade dos alunos serem cidadãos reflexivos e atuantes no processo de aprendizagem. Os autores verificaram que os alunos são muito dependentes do professor, visto que os estudantes não buscavam testar os cálculos para verificação de resultados e pediam auxilio a cada momento para o professor solucionar suas dificuldades. E este, por sua vez, fazia perguntas aos alunos com o intuito de fazer os alunos pensarem, refletirem, buscar as respostas. O professor a todo o momento incentivava os alunos a usarem a calculadora para fazerem as verificações, pois como os autores perceberam não havia entre os alunos uma atitude investigativa, segundo Melo e Manrique (2007, p. 06), "vários comentários sobre dúvidas em contas simples, como raiz de zero, não foram seguidos da atitude de testar na calculadora para verificar o resultado". No entanto, com o desenrolar da atividade, os autores notaram progresso nos alunos.

Sobre a dinâmica na sala de aula foi analisado o papel central do professor como mediador em aulas investigativas. Devido à grande dificuldade no manuseio da máquina, o professor ficou sobrecarregado devido a tantas solicitações. A ausência da atitude investigativa pode ser responsável pela dificuldade de interpretação que os alunos demonstraram e, para resolver esse problema, os pesquisadores instigaram os alunos a fazerem comparações e verificar regularidades para conseguir terminar suas atividades. Ao fim das atividades as melhorias foram notórias e a calculadora foi fundamental para tal resultado.

Os pesquisadores alertam que atividades que buscam trabalhar com uma nova metodologia de ensino são muito difíceis e são comuns frustrações por parte do professor. Esse é um longo caminho a ser percorrido e ele pode trazer inúmeros benefícios no ensino e na aprendizagem e indo ao encontro de uma das finalidades da pesquisa.

Melo e Manrique (2007, p. 08) constataram que “a calculadora pode ser um forte aliado no desenvolvimento de conteúdos matemáticos”. Os autores relataram que com o uso da calculadora novas situações de aprendizagem são propiciadas, situações essas que com apenas lápis e papel seriam de difícil abordagem, pois a calculadora facilita o trabalho com números não inteiros e permite fazer arredondamentos, também gera um interesse maior nos alunos quanto aos conteúdos, permitindo desenvolver o trabalho de uma forma dinâmica e interativa. Para os autores o uso da calculadora como ferramenta fez com que os alunos se sentissem motivados ainda que tivessem dificuldades na interpretação dos enunciados.

Nas palavras dos pesquisadores não se pode atribuir à calculadora o papel de solução para os problemas do processo de ensino e aprendizagem da matemática, porém o trabalho foi significativo quanto aos resultados obtidos através da reflexão e resolução satisfatória das atividades investigadas. Também foi notada a necessidade de maior valorização da calculadora como tecnologia de informação, pois, a mesma está sendo pouco utilizada de forma pedagógica.

Outra interessante pesquisa foi desenvolvida por Guinter (2001) em uma 6ª série de ensino fundamental com 35 alunos em uma escola estadual. A atividade foi realizada usando o computador e a calculadora.

O pesquisador organizava os alunos em grupos de no máximo quatro componentes e distribuía uma ficha de trabalho para ser respondida com o auxílio da calculadora. Eram propostas diversas atividades que envolviam o cotidiano dos alunos. Segundo Guinter (2001), “nessas aulas os alunos discutiam sobre a atividade e após cada uma fazíamos uma discussão geral onde cada grupo expunha suas ideias para os demais grupos”. O principal objetivo do autor com a atividade em relação aos alunos era “trabalhar matemática utilizando tecnologias, de forma que pudessem ter uma visão diferente dessa disciplina e se sentissem motivados a estudá-la”. No desenvolvimento das atividades, ao fim de cada aula, os alunos deveriam entregar na forma de redação, um relatório descrevendo as suas dificuldades, dúvidas, críticas e qual a importância da calculadora na resolução das atividades. A cada atividade realizada os alunos eram avaliados, pela participação em grupo, com nota para as atividades e realização de uma prova, todas com peso dez.

As atividades propostas pelo autor tinham diferentes objetivos, na primeira o principal objetivo era instigar o aluno a usar o raciocínio uma forma diferente através de problemas do dia a dia e, segundo o autor, essa atividade teve um resultado muito bom, pois “nela os alunos demonstraram bastante interesse e tiveram, de uma forma geral, um rendimento ótimo, envolveram-se muito e mostraram otimismo em trabalhar com a calculadora”. O autor também destaca que com o usando a calculadora os alunos se sentiram mais seguros nas resoluções dos problemas e tiveram a oportunidade de refazer os cálculos várias vezes, o que se tornaria difícil de fazer sem a calculadora devido ao tempo limitado.

Outra atividade descrita na pesquisa envolveu números relativos associados a um problema com variação de temperatura e nessa atividade Guinter (2001) percebeu que a calculadora ajudou os alunos na aprendizagem, pois “quando os alunos trabalharam nessa atividade perceberam que na calculadora aparecia um traço que significava o sinal de subtração”. Depois dessa atividade o autor decidiu fazer uma prova, para verificar como estava o nível de envolvimento dos alunos com as atividades.

Feita as correções das provas o autor verificou um resultado muito bom, os alunos atingiram uma média surpreende se tratando de matemática, revelando que “após a correção das provas, verifiquei que das 17 duplas, apenas uma não conseguiu tirar acima de 5 (cinco), sendo assim, percebi que os alunos conseguiram ter um ótimo rendimento. A média geral da classe foi 7,7”. (GUINTER, 2001).

A professora que auxiliava o autor ficou maravilhada com os resultados alcançados, ela confirmou que as tecnologias motivaram os alunos a se envolverem mais com o ensino da matemática. Os resultados alcançados mostraram que o uso da calculadora é muito importante, pois a calculadora minimiza o processo de fazer contas e eleva o uso do raciocínio e o uso de tecnologias faz com que os alunos se interessem mais pela matemática.

Diante dos resultados positivos obtidos pelos autores em suas respectivas pesquisas pode-se perceber a importância do uso da calculadora em sala de aula como instrumento didático que pode contribuir com a melhoria na qualidade do ensino, contanto que os professores realizem atividades planejadas mantendo o foco no principal objetivo da escola que é ensinar. As pesquisas ressaltaram que a calculadora, além de estimular situações de interação, proporcionou aos alunos maior motivação para as aulas, de modo que os mesmos deixaram de ser simples espectadores e passaram a participar das aulas que fugiam do modo tradicional. Também foi observado que a calculadora foi um instrumento que trouxe segurança e confiança aos estudantes durante as atividades e que com o seu uso os alunos obtiveram melhorias no cálculo mental, na resolução de problemas, minimizando dificuldades no ensino e aprendizagem da matemática. Esses estudos também oportunizaram aos alunos que percebem como os recursos tecnológicos estão presentes em suas vidas e como podem contribuir de forma positiva para o enfrentamento de situações do seu cotidiano.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A calculadora é um instrumento tecnológico que há décadas está presente no cotidiano das pessoas e com a evolução tecnológica sofisticou-se com versões cada vez mais compactas e complexas, com inúmeros recursos e vários modelos de baixo custo, tornando acessível sua aquisição e ainda, com a possibilidade de ser acoplada a celulares e relógios fica difícil imaginarmos a sociedade sem esse utensílio. Porém a realidade das escolas é diferente, a calculadora não é devidamente utilizada nas aulas de matemática e de outras áreas afins.

Depois de pesquisar diversos autores e seus respectivos trabalhos foi constatado que a calculadora pode ser um importante instrumento auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem. Ficou claro que a calculadora não deve ser utilizada como instrumento de cálculo, mas sim como ferramenta que oferece agilidade nas diversas questões matemáticas, como na resolução de problemas, onde o aluno deixa de se preocupar com os cálculos e direciona seu foco para buscar a melhor estratégia de resolução, para estimativas e para conferir resultados, além de ser um instrumento motivador. Também foi observado que o professor pode utilizar a máquina como um instrumento que o ajuda na exploração de novos conteúdos, promovendo aulas mais participavas ao aplicar uma metodologia de trabalho que saia um pouco do modo tradicional, fazendo com que os alunos se interessem mais pela matemática.

Além disso, se percebeu que o principal desafio frente ao uso de novas tecnologias é o conservadorismo da sociedade e dos professores que por vezes se espelham nos bons resultados do passado e ficam omissos frente à inserção de uma metodologia moderna. Outro fator que interfere na prática dos professores é o despreparo dos mesmos frente às novas tecnologias de ensino. Esse despreparo causa certa insegurança e acomodação e, muitas vezes, falta ao professor vontade de mudar experimentando novas práticas que possam ajudar a superar as dificuldades encontradas em uma sala de aula, onde muito são os desafios encontrados e nem sempre é fácil de se trabalhar, mas o professor deve saber que aulas onde a memorização e regras são os principais elementos tornam o trabalho ainda mais difícil.

Diante do estudo feito foi possível verificar que muitas mudanças deverão ocorrer para que a calculadora seja mais utilizada nas salas de aula. Um dos fatores observados foi que na formação dos futuros professores existe uma falha na instrução relativa a esse assunto e, quanto aos atuais professores, geralmente eles não participam de programas de formação continuada, algumas vezes por falta de tempo ou condições econômicas outras por não surgirem oportunidades, ou ainda por acomodação. Certo é que mudanças no ensino só ocorrerão se o professor se aperfeiçoar e tiver maior tempo para planejar suas atividades em sala de aula, ou seja, o professor deverá ter mais tempo para se dedicar aos seus alunos o que muitas vezes é difícil devido às condições de trabalho a que precisam se submeter.

Nesta pesquisa chegou-se a conclusão que existem mais fatores a favor do que contra o uso da calculadora na sala de aula, isso se deve ao fato de que a calculadora é um instrumento abrangente e com seu auxílio é possível trabalhar diversos conteúdos, como foi visto nas atividades propostas onde a máquina de calcular ajudava na introdução, na fixação ou na exploração de novos conteúdos. No ensino básico os alunos pensam que a matemática é uma ciência isolada e seus conceitos de pouca aplicação. Para mudar essa ideia, usando a calculadora o professor pode relacionar melhor a matemática com o cotidiano utilizar dados reais em seus problemas não importando se os valores são grandes, pequenos ou inexatos, conduzindo para uma prática pedagógica mais voltada para o raciocínio e desenvolvimento intelectual do que para atividades repetitivas.

Finalizando, é possível dizer que os desafios na inserção de novas tecnologias são grandes, sempre haverá discussão entre os prós e contras de sua inserção na sala de aula. Todavia é comum haver resistência em relação a qualquer novidade, porém, depois da pesquisa realizada, vale ressaltar que quando a calculadora é usada de modo planejado, onde o cálculo não é o principal objetivo, os resultados do ensino e da aprendizagem podem melhorar muito. Por isso é essencial que os professores acompanhem o avanço tecnológico trazendo para a sala de novas maneiras de ensinar.

REFERÊNCIAS

BARTELI, L. **Matemática na sociedade**. Disponível em <http://www.webartigos.com/articles/11454/1/Matematica-na-Sociedade/pagina1.html>. Acesso em: 11 maio. 2011.

CHICA. C. R. ISHIHARA, C. A. Usar **ou não a calculadora na aula de matemática?** Disponível em <http://www.mathema.com.br/default.asp?url=http://mathema.com.br/mathema/resp/calculadora.html>. Acesso em: 31 maio. 2011.

COTTA , A. **Novas tecnologias educacionais no ensino de matemática: estudo de caso -logo e do cabri-géomètre**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UFSC, 2002. Disponível em:

<www.tede.ufsc.br/teses/PEPS2608.pdf>. Acesso em: 19 abr. 2011.

D'AMBRÓSIO, U. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educação e Pesquisa. São Paulo. v. 31, n. 1, jan/mar. 2005b.

GUINTER, A. **O Uso das Calculadoras nas Aulas de Matemática: concepções de professores, alunos e mães de alunos**. Disponível em <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/23-1-A-gt6_ariovaldo_ta.pdf>. Acesso em: 31 maio. 2011.

MEDEIROS, K. M. **A influência da calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos.** Disponível em <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/06/CC77270991472.pdf>. Acesso em:10 jun. 2011.

MELO, A. J. F. MANRIQUE, A. L. **Uma experiência investigativa com o uso da calculadora em aulas de matemática do ensino médio**. Disponível em <http://alb.com.br/arquivo-morto/edicoes_anteriores/anais17/txtcompletos/sem07/COLE_4057.pdf>. Acesso em: 23 maio. 2011

MENEGAZZI, M. ROSA, M. **O uso da calculadora em sala de aula**. Disponível em <http://guaiba.ulbra.tche.br/pesquisa/2004/resumos/matematica/salao/166.PDF>. Acesso em: 08 jun. 2011.

OGLIARI, L. N. **A matemática no cotidiano e na sociedade: perspectivas do aluno do ensino médio.** Disponível em <http://www.portalgeobrasil.org/colab/artigos/matematicacotidiano.pdf>. Acesso em: 12 maio. 2011.

SANTANA, J. C. MEDEIROS, Q. **Utilização do uso de novas tecnologias no ensino de Ciências**. Disponível em <http://www.senept.cefetmg.br/galerias/Arquivos_senept/anais/terca_tema1/TerxaTema1Artigo14.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2011.

SILVEIRA, M. "**Matemática é difícil": Um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos.** Disponível em: <http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf> Acesso em: 13 maio. 2011.

CAPÍTULO 3

CONTEXTUALIZANDO O ENSINO DA MATEMATICA: INVENTÁRIO FLORESTAL

Gabriele Cristina Lupchuk
Universidade Estadual do Centro Oeste, Departamento de Matemática
Irati-PR
Curriculo lattes: http://lattes.cnpq.br/3761054547207854

Izabel Passos Bonete
Universidade Estadual do Centro Oeste, Departamento de Matemática
Irati-PR
Curriculo lattes: http://lattes.cnpq.br/4440384372209509

RESUMO: No contexto educacional, hoje existe uma grande necessidade de se contextualizar o que está sendo abordado para que o aluno possa compreender o porquê de estar estudando um determinado conteúdo, e assim, possa enxergar a aplicação desse conhecimento em seu cotidiano. Nesse sentido buscou-se refletir e discutir sobre uma proposta pedagógica para a abordagem de conteúdos matemáticos em um curso técnico florestal integrado ao ensino médio, por meio da interdisciplinaridade e contextualização da matemática com outras áreas. Em um curso técnico em florestas, as práticas vivenciadas pelos alunos nas disciplinas técnicas, tais como, em Manejo Florestal, que possui aplicação bastante expressiva de conhecimentos matemáticos, pode proporcionar uma oportunidade de desenvolvimento de uma prática pedagógica interdisciplinar, inovadora e interessante para o ensino da Matemática. A partir de cálculos realizados pode-se realizar uma análise da produção florestal em estudo, e assim, determinar a melhor forma de manejo para a floresta. A proposta idealizada buscou contemplar o estudo de medias, medianas e moda, bem como a construção de gráficos, a abordagem de geometria plana e espacial, mais especificamente, perímetros, áreas de figuras planas e volumes de sólidos. Espera-se que, com a implementação da proposta, ao final do ensino médio o aluno seja capaz de usar a matemática para resolver problemas práticos do seu cotidiano, profissional ou não, bem como seja capaz de modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento.

PALAVRAS-CHAVE: ensino, contextualização, Matemática, interdisciplinaridade.

CONTEXTUALIZING MATHEMATICS EDUCATION: FOREST INVENTORY

ABSTRACT: Contextualize what is being approached so that the student can understand why they are studying a certain content, and thus can see the application of this knowledge in their daily lives. In this sense, we sought to reflect and discuss about a pedagogical proposal for the approach of mathematical contents in a

forestry technical course integrated with high school, through the interdisciplinary and contextualization of mathematics with other areas. In a technical course in forests, the practices experienced by students in technical subjects, such as Forest Management, which has a very significant application of mathematical knowledge, can provide an opportunity to develop an interdisciplinary, innovative and interesting teaching practice for teaching. Mathematics From the calculations performed, an analysis of the forest production under study can be performed, and thus determine the best form of management for the forest. The idealized proposal sought to contemplate the study of means, medians and fashion, as well as the construction of graphs, the approach of flat and spatial geometry, more specifically, perimeters, areas of flat figures and volumes of solids. It is expected that, with the implementation of the proposal, at the end of high school students will be able to use mathematics to solve practical problems of their daily life, professional or not, as well as be able to model phenomena in other areas of knowledge.
KEYWORDS: teaching, contextualization, mathematics, interdisciplinary.

INTRODUÇÃO

A matemática está presente na vida das pessoas, desde a antiguidade. Povos antigos como os egípcios e babilônios desenvolveram os primeiros conhecimentos que vieram a compor a Matemática, conhecida e temida nos bancos escolares como uma disciplina difícil, responsável pela reprovação e evasão escolar (STOPASSOLI, 1997).

Em toda a evolução da humanidade, as ideias matemáticas vêm definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência (D'AMBROSIO, 1999).

Como campo de conhecimento, a Matemática só surgiu mais tarde, nos séculos VI e V a.C, com a civilização grega, quando regras, princípios lógicos e exatidão de resultados foram registrados. Também foram com os gregos, especificamente com os pitagóricos, que ocorreram as primeiras discussões sobre a importância e o papel da Matemática no ensino e na formação das pessoas (PARANÁ, 2008).

Surge então, em meados do século XX, a Educação Matemática, uma estratégia escolar para viabilizar aos educandos a oportunidade de atingir seu pleno potencial criativo. Muito embora, para Miguel et al. (2011), a identificação da Educação Matemática, como uma área prioritária na educação, ocorre na transição do século XIX para o século XX.

Daí a necessidade de se contextualizar o que está sendo abordado em sala de aula relacionando o ensino da matemática com as vivências do aluno. A contextualização é importante na apropriação do conhecimento e cabe ao professor utilizá-la como uma estratégia de ensino para melhor aprendizagem dos alunos (SANTOS e OLIVEIRA, 2012). Ao se extrapolar o usual âmbito disciplinar restrito, mediante a realização de atividades teórico-práticas relacionadas ao cotidiano, pode-se concluir que o processo realizado potencializa a formação básica dos estudantes, que é a função da educação escolar (SILVA e AUTH, 2017).

Assim, no presente estudo buscou-se refletir e discutir sobre uma prática pedagógica em que se propõe a abordagem de conteúdos matemáticos para alunos de uma escola técnica florestal, por meio da interdisciplinaridade e contextualização desses conteúdos. Nesse contexto, buscou-se abordar conhecimentos matemáticos e estatísticos utilizados na área de Manejo Florestal, mais especificamente, inventário Florestal, no intuito de despertar nos alunos mais interesse e motivação pela Matemática, além de possibilitar ferramentas para cálculo e análise de dados, vivenciados constantemente por esses alunos em suas práticas profissionais.

METODOLOGIA

O estudo tem caráter bibliográfico e de campo. A revisão bibliográfica tem por objetivo fundamentar o estudo e a proposta de ensino elaborada. O trabalho de campo refere-se a coleta de dados reais para o desenvolvimento da proposta.

Os materiais utilizados para a coleta de dados foram uma fita métrica para obter a circunferência altura do peito (CAP) de cada árvore que esteja dentro dos limites da amostra e também um aparelho para medir a altura de algumas árvores que estavam dentro desse limite.

Coletados os dados, estes foram utilizados para a elaboração da proposta na obtenção de diâmetro médio, altura média, cálculo de volume e área basal, entre outros.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Educação Matemática: desafios e perspectivas

A Matemática tem um papel social importante na inclusão das pessoas na sociedade, pois o seu conhecimento possibilita o desenvolvimento de habilidades que é um elemento indispensável para sua formação. Ensinar Matemática é fornecer ferramentas para que o homem possa atuar no mundo de modo eficaz, formando cidadãos comprometidos e participativos (GROENWALD et al., 2004).

Segundo Skovsmose (2001), o fundamental na atuação docente, é possibilitar ao aluno oportunidades para que ele construa matemática e não apenas siga um modelo apresentado pelo professor. Desse modo, o aluno passa a dialogar com o conhecimento matemático a partir do professor e o professor reconhece que ao desenvolver conceitos matemáticos está ensinando mais do que um conteúdo, ele está se posicionando na estrutura social e desenvolvendo no seu aluno, capacidades cognitivas e operativas, dois elementos da aprendizagem escolar interligados e indissociáveis (LIBÂNEO, 2004).

Interdisciplinaridade e Contextualização no ensino da Matemática

Uma das finalidades do ensino médio é a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina (BRASIL, 1996). Entretanto, Mendes (2010) salienta ser perceptível que, em muitas escolas, essa conexão da teoria com a prática não ocorre satisfatoriamente. Para o autor, o processo ensino-aprendizagem continua, predominantemente, sendo feito de forma descontextualizada, compartimentada e baseada no acúmulo de informações.

Chas (2016) complementa afirmando que uma das grandes dificuldades presentes no contexto escolar é a interdisciplinaridade no ensino e na aprendizagem da Matemática. De maneira geral, encontram-se certos obstáculos em relacionar seus conteúdos conceituais às suas aplicações e à integração da Matemática às outras ciências e disciplinas curriculares.

Para Hartmann (2007), a interdisciplinaridade é uma condição necessária para o estudo dos fenômenos sociais, econômicos, culturais e científicos atuais e reais, complexos por natureza, pois uma visão disciplinar descreve e explica apenas parcialmente os eventos. Ela deve surgir do contexto e da realidade social e cultural associada aos problemas locais e atuais.

A contextualização é um recurso para o estudo desses fenômenos, pois pressupõe que todo conhecimento envolve uma relação entre uma situação real e concreta (objeto) e quem a vivencia (sujeito), evocando dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural. Pressupõe ainda que temas práticos e éticos do mundo contemporâneo sejam reconhecidos e discutidos pelas ciências naturais e sociais. Esses temas podem ser de âmbito geral ou fazer parte do universo particular de uma certa escola, região ou comunidade (BRASIL, 2002).

A contextualização no ensino da matemática vem ganhando cada vez mais força nas discussões sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. O ensino baseado em mera transmissão de fórmulas, propriedades e técnicas de se resolver um problema, geralmente desvinculado da realidade do aluno, caracterizam o ensino tradicional da Matemática, um ensino que vem sendo discutido desde o século XIX e que acabava transformando o aluno em um depósito de informação.

A Matemática na área Florestal

Uma área em que a Matemática tem uma aplicação bastante expressiva é a área Florestal, cuja formação profissional pode ser realizada integrada ao ensino médio. A LDB, no Artigo 35, inciso IV, estabelece como uma das finalidades do ensino médio a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina (BRASIL, 1996).

Com a Lei 9394/1996, surgiu uma nova configuração para a Educação Profissional no País, tendo uma significativa repercussão nos sistemas federal e estadual de ensino. Assim, a partir de 2003, o estado do Paraná instituiu os cursos técnicos, com currículo integrado ao Ensino Médio e, entre eles, o Curso Técnico em Florestas. Por se desenvolver de forma sistematizada em instituições próprias ao ensino, a Educação Profissional no âmbito da educação escolar se articula à formação básica do indivíduo, de modo a assegurar formação indispensável ao exercício da cidadania, à efetiva participação nos processos sociais e produtivos e à continuidade dos estudos, na perspectiva da educação ao longo da vida (PARANÁ, 2006)

O Centro Estadual Florestal de Educação Profissional (CEFEP) Presidente Costa e Silva, na cidade de Irati, no Centro-Sul, é o único colégio público do Paraná que oferece o curso técnico em Florestas. A escola completou 40 anos em 2013 e é referência no Brasil na formação de técnicos para trabalhar com florestas.

A Matemática pode ser aplicada no inventário de várias formas, pois o inventário florestal consiste em coletar dados de uma determinada floresta nativa ou plantada. Os mais utilizados são as amostras fixas que podem ser divididas em amostras retangulares, quadradas, circulares e conglomerados (SANQUETTA et al., 2014). Essas amostras consistem em medir as árvores que estiverem dentro da marcação, independente de qual seja o método. As amostras circulares ainda pouco utilizadas no Brasil são as que possuem menor perímetro. As amostras quadradas e retangulares são as mais utilizadas no Brasil e precisam que o alinhamento dos plantios esteja correto.

Entre as variáveis para a medição e cálculo das florestas estão o diâmetro, a altura, a idade, a área basal, volume, casca e outras. O diâmetro é a medida mais importante de todas, pois é a partir dela que serão calculados o fator de forma, a área basal, o volume, entre outras. O diâmetro de uma árvore pode ser medido através de uma suta mecânica ou eletrônica e deve ser medido na altura do peito (1,30 m a partir do nível do solo com isso o nome de DAP - diâmetro altura do peito), ou por meio da medida da circunferência da árvore a altura do peito (CAP) com uma fita métrica.

A altura é a medida essencial para o cálculo do volume. Deve ser medida do nível do solo até o ápice da árvore. Para medir a altura existem aparelhos próprios para essas medições.

A área basal é a área seccional transversal de árvores medida pelo DAP ou CAP. O volume da floresta é calculado a partir de uma amostra e o cálculo desse volume da amostra pode ser feito por meio de relações matemáticas. O volume é um dos principais objetivos do inventário, pois é através dele que se obtém resultados sobre a quantidade de madeira existente no talhão.

Proposta de ensino abordando conceitos matemáticos aplicados na área florestal

Para o desenvolvimento da proposta podem ser utilizados dados de medição de alturas e diâmetros de árvores coletados na área da escola técnica em que a proposta será desenvolvida, uma vez que, geralmente, os centros de educação profissional dispõem de área para o desenvolvimento de atividades práticas e exploração de dados pelo corpo docente e discente. Por exemplo, o CEFEP Presidente Costa e Silva, único colégio público do Paraná que oferece o curso técnico em Florestas, possui uma fazenda-escola para os estudantes terem aulas práticas de reflorestamento, plantio, produção de mudas, tratamento do solo, poda e desbaste de árvores. A fazenda do colégio tem 180 hectares, sendo 50 hectares de mudas nativas e outros 60 hectares de reflorestamento.

Assim, a prática pode ser realizada articulada com o professor da disciplina de Manejo Florestal e Silvicultura e os dados podem ser obtidos como prática de campo na referida disciplina.

Para D'Ambrósio (1986), a questão fundamental para melhor ensinar matemática deve ser encontrada no contexto sócio-cultural do aluno, procurando situá-lo no ambiente do qual ele faz parte e dando-lhe instrumentos para ser um indivíduo atuante nesse ambiente.

Para o desenvolvimento da presente proposta, considerando a possibilidade de trabalhar com dados coletados em uma área florestal distinta da área do colégio técnico, sugere-se, primeiramente, que o professor organize e apresente um material aos alunos, que contemple a descrição da área, os métodos e os instrumentos utilizados para a coleta das informações e que tipo de informações são indispensáveis para esse tipo de análise, como as medidas de diâmetros à altura do peito (DAP) e altura total, cujos conceitos utilizados na área de manejo, podem ser abordados e discutidos na oportunidade. Essa descrição pode ser feita por meio de um vídeo ou de uma apresentação em *PowerPoint*.

Na sequência, com dados coletados na área do colégio técnico ou não, o professor pode organizar os alunos em grupos e, a cada grupo, distribuir um conjunto de dados, que caracterize uma amostra retirada da área em estudo. Sob orientação do professor e com a participação ativa dos alunos, propõe-se aos alunos organizar os dados em tabelas e gráficos, utilizando-se de planilhas de cálculo, o que possibilita a representação de comportamento de cada variável estudada, por meio da determinação de medidas como médias, variâncias e desvios padrões.

Para tanto, se necessário, os conteúdos de estatística básica e uso de planilhas de cálculo a serem utilizados pelos alunos, podem ser abordados, discutidos e explorados pelo professor. A abordagem de conteúdos estatísticos em sala de aula oportuniza aos estudantes responder questões que fazem parte do seu cotidiano, por meio de uma matemática contextualizada e interdisciplinar (LEONARDO et al., 2016). Assim, por meio de aulas expositivas, o professor pode discutir tópicos de estatística básica como: conceitos e tipos de variáveis; cálculo de média, moda e mediana; cálculo de variância, desvio padrão, coeficiente de variação e representação gráfica e tabelar. Compreendidos os conceitos, o professor pode orientar os alunos a, utilizando a planilha de cálculo, determinar essas medidas e interpretá-las, bem como construir gráficos e tabelas que melhor representem os dados. Na sequência, por meio de aulas expositivas, mas utilizando-se de material concreto, o professor pode dar início a abordagem dos conteúdos matemáticos indispensáveis para o desenvolvimento da proposta, referentes a geometria plana e espacial, especificamente, perímetros, áreas de figuras planas e volumes de sólidos.

Sugere-se então, que o professor discuta os conceitos de geometria plana e espacial e demonstre as relações matemáticas utilizadas para a obtenção de áreas de diferentes figuras planas, em especial a área do círculo e volume de sólidos, utilizando material concreto, como esquadros, compasso, cartolina, papel cartaz, lápis, borracha, régua e tesoura, conforme propostas desenvolvidas por Vital et al. (2016), Fizzon (2018) e Lamas et al. (2005). O emprego desses materiais concretos gera à sala de aula o trabalho colaborativo e a probabilidade de se conferir experimentos matemáticos (FIZZON, 2018). Além disso, possibilita a compreensão por parte do aluno dos conceitos de medida de uma superfície e de volume de um sólido geométrico (corpo), levando-o a construir esses conceitos e não apenas, a memorizar fórmulas. Como consequência, o aluno passa a compreender que medir a superfície de uma figura geométrica ou calcular o espaço ocupado por um corpo, significa comparar essa figura ou esse corpo com outra de mesma espécie, chamada unidade padrão e descobrir quantas vezes essa unidade padrão cabe na grandeza inicial. Para Lamas et al. (2005), tais atividades têm o objetivo de fazer com que o aluno descubra propriedades matemáticas que devem ser formalizadas após as atividades.

Na oportunidade, pode-se introduzir os conceitos de área basal e volume de uma árvore, bem como a demonstração das relações matemáticas que geram essas medidas, por meio de aula expositiva e representação geométrica, conforme Batista (2001), Machado e Figueiredo Filho (2009) e Cunha (2009).

A área basal (G) é um importante parâmetro da densidade do povoamento e, normalmente, é expressa em m²/ha (metro quadrado por hectare), fornecendo o grau de ocupação de determinada área por madeira. É dada pelo somatório das áreas seccionais (g) das árvores medidas à altura do peito (1,30m do solo), a partir da medição do DAP ou da CAP e, calculada em função do raio (r), a partir da relação abordada em geometria plana para cálculo de área de um círculo.

Ou seja, assumindo-se que a secção transversal do fuste de uma árvore se aproxima da forma circular, sua área (g) é dada pela relação:

$$g = \pi . r^2 \quad \text{em que} \quad r = \frac{DAP}{2}$$

Então: $g = \pi . \left(\frac{DAP}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad g = \pi . \frac{DAP^2}{4}$ se DAP estiver em metros (m).

Entretanto, se o DAP ou a CAP forem medidos em centímetros (cm), o que geralmente acontece, a área transversal pode ser obtida diretamente em metros quadrados (m²), fazendo-se a conversão do DAP de cm para m, dividindo-se DAP em cm por 100 e obtendo-se a relação equivalente:

$$g = \pi . \frac{DAP^2}{4} = \pi . \frac{\left(\frac{DAP}{100}\right)^2}{4} = \pi . \frac{\frac{DAP^2}{10000}}{4} = \pi . \frac{DAP^2}{40000} = \frac{\pi}{40000} . DAP^2$$

Assim, a área basal (G) do povoamento, dada pelo somatório das áreas seccionais das árvores, é obtida pela relação:

$$G = \sum_{i=1}^{n} g_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi . DAP^2}{40000}$$

O volume é a variável mais importante para obtenção do diagnóstico do potencial madeireiro de uma floresta, pois calculando-se o volume de uma árvore, chega-se à determinação do volume da floresta. Além de ser uma variável de uso corrente no manejo florestal é também a mais utilizada na comercialização e na indústria (CUNHA, 2004).

Considerando que, os fustes das árvores, geralmente não apresentam forma cilíndrica, devido à diminuição sucessiva dos diâmetros da base ao topo da árvore, existem alguns procedimentos para a determinação do seu volume (SOARES et al.,2 006). Logo, essa discussão se faz necessária para que o aluno, técnico florestal possa compreender a importância da determinação dessa medida e os principais métodos a serem utilizados, uma vez que fatores como espécie, idade, espaçamento de plantio e qualidade do local de plantio afetam a forma do fuste das árvores.

Assim, seria muito desejável que os fustes das árvores possuíssem a forma de um cilindro perfeito, pois o seu volume poderia ser obtido por:

$$V = g.L = \frac{\pi.d^2}{4}.L$$

em que: V = volume do fuste; g= área seccional do fuste em qualquer altura do fuste; d= diâmetro em um ponto qualquer do fuste; e L = comprimento do fuste.

Entretanto, os fustes podem assumir diferentes formas, assemelhando-se à forma de três sólidos revolução ou a um cilindro, conforme figura 1:

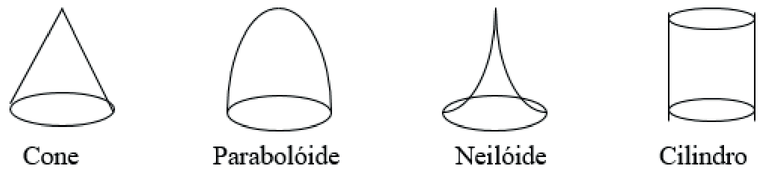


Figura 1: Formas geométricas dos fustes de árvores

Fonte: Soares et al. (2006)

Além disso, embora um dos sólidos possa ser utilizado para descrever o perfil do fuste de uma árvore, os quatro citados podem estar presentes ao mesmo tempo. Assim, uma abordagem e discussão de alguns procedimentos usados para a cubagem das árvores ou determinação do volume aproximado de árvores pode ser realizado conforme Batista (2001), Machado e Figueiredo Filho (2009) e Cunha (2004). Entre os principais métodos de cubagem estão: o princípio do Xilômetro e os métodos de estimativa do volume verdadeiro, como os métodos de Smalian, Huber e Newton, cujas expressões matemáticas foram desenvolvidas a partir do estudo da forma das árvores, para a determinação do volume com ou sem casca do fuste das árvores.

O Xilômetro é um recipiente com água (Figura 2), no qual as toras de madeira são colocadas e o volume das toras é dado pelo volume de água deslocado, o qual é medido com uma régua graduada (SOARES et al., 2006).

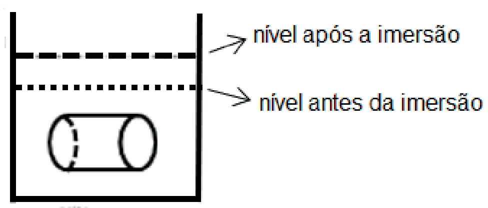


Figura 2 : Representação esquemática de um Xilômetro

Fonte: as autoras

Para a utilização dos métodos de cubagem rigorosa de Smalian, Huber e Newton, a árvore abatida é seccionada em n seções (toras) de 1,0 e 2,0 m e, a partir das medidas dos diâmetros da base, do centro e do topo da tora, são calculados os volumes, utilizando-se relações matemáticas geradas a partir da fórmula do volume de sólidos de revolução, dado pelo produto da área da base pela altura. A expressão mais utilizada é a de Smalian, devido à facilidade para realização dos cálculos e à operacionalidade na obtenção dos dados. A expressão de Smalian é dada pelo produto do comprimento da tora pela da média das áreas seccionais tomadas na base e no topo da seção, ou seja:

$$V = \frac{g_1 + g_2}{2} . L$$

em que: V = volume com ou sem casaca da seção, em m^3; g_1 e g_2 = áreas seccionais com ou sem casca, obtidas nas extremidades da seção, em m^2; L = comprimento da tora, em m.

Conhecidos os volumes de todas as seções do fuste, obtém-se o volume total com ou sem casca de um fuste pelo somatório dos volumes (V_i) das *n* seções do fuste, ou seja:

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i$$

A partir dessa abordagem e por meio de orientação do professor, sugere-se o retorno a planilha de cálculos para a obtenção das áreas seccionais e, posteriormente, a obtenção da área basal para o conjunto de árvores da amostra. A cada grupo pode ser sugerido a construção de uma tabela para que os alunos possam completar com os resultados obtidos a partir das amostras que lhes foi atribuída, contendo o cálculo de área basal, altura média e DAP médio para que cada grupo possa apresentar aos colegas os resultados obtidos e assim, possam compreender a importância da matemática nos estudos de inventário e manejo florestal, no que se refere a análise da população de árvores no talhão, se necessita de um desbaste ou se ela ainda tem a possibilidade de crescer mais um pouco sem o desbaste.

Em relação ao volume, como os dados coletados referem-se a árvores do gênero pinus, cuja forma do fuste aproxima-se da forma de um cilindro, pode-se obter o volume de cada árvore, fazendo seções de cortes para a cubagem e depois obter o volume total, trabalhando-se assim, os conteúdos de geometria, bem como o volume de cada árvore e o volume total de madeira da amostra. Entretanto, uma vez que nas informações dos dados coletados, se tenha as informações dos dados de cubagem, como as medidas dos comprimentos das seções (toras), bem como dos diâmetros na base, no meio e no topo de cada seção, pode-se utilizar os métodos de cubagem rigorosa de Smalian, Huber ou Newton para a obtenção do volume individual e da amostra.

Na presente proposta, pretende-se utilizar apenas os dados dos comprimentos e dos diâmetros das seções da árvore média de cada amostra. Os alunos deverão utilizar o método de Smalian para calcular o volume individual e, posteriormente, estimar o volume total da amostra, multiplicando-se o volume individual da árvore média pelo total de árvores da amostra.

No final, cada grupo de alunos pode apresentar os resultados obtidos na análise de sua amostra de árvores e então, juntos e com o auxílio do professor pode ser determinada uma estimativa da área basal e volume total do povoamento.

CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi apresentar uma proposta para discussão de conceitos matemáticos utilizados na área de manejo florestal para alunos de um curso técnico florestal integrado ao ensino médio, destacando o quanto a matemática está presente na área florestal, mais propriamente em inventário florestal.

Assim, com a implementação da proposta, espera-se que ao final do ensino médio o aluno seja capaz de usar a matemática para resolver problemas práticos do seu cotidiano, profissional ou não, bem como seja capaz de modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

BATISTA, J. L. F. **Mensuração de árvores**: Uma introdução à dendrometria. Piracicaba-SP, 2001.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

CHAS, D. M. P. Matemática e interdisciplinaridade: um estudo sobre os materiais didáticos. **Estação Científica** (UNIFAP), Macapá, v. 6, n. 3, p. 97-109, 2016.

CUNHA, U. S. da. **Dendrometria e Inventário Florestal**. Série Técnica, Escola Agrotécnica Federal de Manaus. Manaus, 2004.

D’AMBROSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática**. Pesquisa em Educação Matemática:** Concepções & Perspectivas, org. Maria Aparecida Viggiani **Bicudo**, Editora UNESP, São Paulo, 1999; pp. 97-115.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e matemática. Campinas, SP: Summus, Editora da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

FIZZON, L. M. **O uso de jogos e material concreto no ensino de geometria espacial.** Dissertação (Mestrado Profissional) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, 2018.

HARTMANN, A. M. **Desafios e Possibilidades da Interdisciplinaridade no Ensino Médio.** 229p. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação da Universidade de Brasília, Brasília – DF, 2007.

LAMAS, R.C.P.; CÁCERES, A. R.; COSTA, F. M. da; PEREIRA, I. M. C.; MAURI, J. **Ensinando área no ensino fundamental.** 2005. http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/capitulo%205/ensinandoarea.pdf

LEONARDO, P. P.; MOLLOSSI, L. F. da S. B; HENNING, E. **Estatística no ensino médio:** uma abordagem por meio de uma sequência didática a respeito da dengue. II Colbeduca, Joinville,SC, Brasil, 2016.

LIBÂNEO, J. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, 2004.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria.** 2. ed. Guarapuava: Unicentro, 2009. 316p.

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. C.; D' AMBROSIO U. **A Educação Matemática:** uma área de conhecimento em consolidação. O papel da constituição de um em consolidação. o papel da constituição de um grupo de trabalho dessa área na ANPED. Grupo de Trabalho em Educação Matemática GT 19. ANPED, UFRRJ, 2011.

SANQUETA, C.R.; CORTE, A.P.; RODRIGUEZ, A. L.; WATZLAWICK, L. F. **Inventários Florestais:** Planejamento e execução. 3 ed. Curitiba: Multi-GrafgicGráfica e Editora, 2014.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S. Contextualização no ensino-aprendizagem da matemática: princípios e práticas. **Revista Educação em Rede: formação e prática docente**, v. 4, n. 5, jul. 2012. ISSN 2316-8919.

SILVA, E. A. da; AUTH, M. A. **A Contextualização e a Interdisciplinaridade no desenvolvimento de uma sequência didática no Ensino Médio**. XI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – XI ENPEC Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2017.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001, Coleção Perspectivas em Ed. Matemática, SBEM, 160 p.

SOARES, C. P. B., PAULA NETO, F., SOUSA, A. L. **Dendrometria e inventário Florestal**. Viçosa, MG: Universidade Federal de Viçosa, 2006. 276p.

STOPASSOLI, M. A. **Reflexões Matemáticas.** Santa Catarina: Blumenau. Editora da FURB, 1997.

VITAL, C.; MARTINS, E. R.; SOUZA, J. R. de. **O uso de materiais concretos no ensino de geometria.** Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo- SP, 2016.

CAPÍTULO 4

NÚMEROS ALGÉBRICOS E TRANSCENDENTES: UM NOVO OLHAR SOBRE OS NÚMEROS REAIS

Suemilton Nunes Gervázio

RESUMO: Este artigo é resultado de uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso de graduação, feita a cerca da classificação dos números reais em outros dois importantes conjuntos numéricos, divergentes dos racionais e irracionais, que é entre algébricos e transcendentes. Para tanto, apresentamos inicialmente as definições destes “novos" conjuntos numéricos e uma análise histórica sobre os mesmos. Com o objetivo de esclarecer a completude desses conjuntos, mostraremos sucintamente suas particularidades e a busca implacável de muitos matemáticos, para encontrar a demonstração da transcendência de alguns números importantes da matemática. Por fim, discutiremos a aplicabilidade dessa nova formação dos números reais em séries finais do ensino médio.

PALAVRAS-CHAVE: Números algébricos, Transcendência, Números reais.

1 I INTRODUÇÃO

A história nos mostra que o Homem desenvolveu suas habilidades intelectuais em ações voltadas para fins religiosos e, nesse âmbito, o conceito dos números foi motivo de muitas discussões e questionamentos. A aceitação ou não do infinito numérico aparece, nesse contexto, como um “popstar" desses conflitos de idéias.

O domínio do número, por sua vez, foi um dos grandes desafios dos matemáticos da antiguidade que se deparavam, na maioria das vezes na resolução de equações, com alguns elementos que apareciam com certa estranheza e que causavam dúvidas em relação a sua classificação, pois, estes números apresentavam peculiaridades desconhecidos. Pode-se dizer assim, que estes problemas foram fundamentais para o entendimento que temos hoje sobre os conjuntos numéricos, seus significados e operações.

Nesse contexto, surge uma definição clássica que englobaria todos os conjuntos numéricos e que poderia ser colocada numa correspondência biunívoca com uma reta (o que hoje consideramos como a reta real), os chamados números reais **R**. Estes, formavam um conjunto completo e que portanto poderia representar qualquer quantidade de “coisas reais" presentes no cotidiano.

Sendo assim, devido essa aparente completude, os números reais representariam quantidades, positivas ou negativas, exatas ou inexatas e finitas ou infinitas e, desde a antiguidade, a forma mais comum de compor tal conjunto é pela união entre os conjuntos dos números Racionais **Q** e Irracionais **I**, que é a composição mais usada até nos dias de hoje.

Entretanto, estudos mais recentes mostram uma nova representação do conjunto dos números reais, na qual estes também podem ser apresentados como composição de dois grandes conjuntos numéricos, os algébricos e os transcendentes Essa divisão dos reais pode ser considerada mais propícia e condizente com os estudos atuais que envolvem a teoria dos números. E é neste contexto, a nova divisão dos números reais, que este capítulo será desenvolvido.

2 I UM BREVE HISTÓRICO DO SURGIMENTO DOS NÚMEROS E SEU DESENVOLVIMENTO

Em seu desenvolvimento intelectual o homem se baseou principalmente pela sua intuição e pela experiência acumulada de gerações anteriores. Isso se aplica a quase todas as coisas humanas e podemos afirmar que a Matemática não constitui uma exceção.

O processo evolutivo do número esclarece a história acima, onde esse desenvolvimento se deu através de erros e acertos, equívocos e hesitações. Assim é factível conjecturarmos que os números foram construídos pela mente humana, que foi guiada muito provavelmente por elementos relacionados à heurística matemática.

Nesse contexto, é importante frisarmos que a forma como a maior parte dos livros de matemática são escritos é baseada na continuidade lógica e não na sequência histórica, e isso pode levar os estudantes a falsa impressão de que o progresso histórico do número, ocorreu na ordem em que foram escritos os capítulos do livro. Isso pode os induzir a um equívoco, no qual a Matemática não tem elementos humanos, que ela está baseada na razão pura, que suas bases foram construídas sem erros ou equívocos. Ou seja, conforme [1] argumenta, “o leigo acha que a estrutura da Matemática não foi erguida pela mente errante do homem, mas pelo infalível espírito de Deus".

Assim, partindo do princípio histórico e não lógico, iremos explanar agora a sequência em que os conjuntos numéricos foram sendo descobertos e aceitos pelos matemáticos.

O primeiro conjunto numérico que o Homem teve contato e passou a fazer operação ingênuas com estes, foram os naturais **N**. A idéia particular desse conjunto se prende imediatamente a mais singela experiência, onde os primitivos empregavam em sua simplicidade, corretamente os cardinais e ordinais. Estes faziam correspondência entre objetos de coleções diferentes, tendo dessa forma uma noção rudimentar sobre os números.

Outra categoria numérica que veio subsequente aos naturais foi o conjunto dos números fracionários, como uma necessidade prática de subdivisão de objetos ou de certas grandezas contínuas como o tempo e/ou espaço. Os primeiros povos a utilizar com propriedade os fracionários, foram os egípcios. No entanto, apesar deles operarem com grande habilidade esses números, não havia a presença de justificativas teóricas.

Dando sequencia histórica aos conjuntos numéricos, temos em seguida, os números irracionais, ou como podemos chamar também, as grandezas incomensuráveis. A descoberta desses números é considerada por muitos historiadores como a engenhosidade mais singular da escola Pitagórica. Nenhuma outra grandeza perturbou tanto os geômetras gregos quanto tais.

Logo após a identificação da existência dos números irracionais, surgiu o conjunto dos números negativos, através da necessidade de interpretar o resultado de uma subtração, quando o diminuendo é menor que o subtraendo. A lógica matemática creditada aos gregos evitava explicitamente este caso, no entanto, os hindus que não seguiam muito a risca tal lógica, calculavam com esses números desde o século VII, distinguindo os valores positivo e negativo de uma raiz quadrada.

Mesmo com a descoberta e utilização dos conjuntos numéricos citados anteriormente, durante vários séculos os matemáticos ainda se deparavam com problemas onde os números reais, formados assim pelos naturais, negativos, fracionários e irracionais, não eram suficientes para a resolução de todos os problemas que envolviam a teoria dos números. Daí veio a necessidade da criação de outro conjunto, mais completo e que englobasse a solução de toda e qualquer tipo de equação algébrica, com isso surgiu o conjunto dos números complexos.

Poucos matemáticos tentaram encontrar tais soluções, pois estas envolviam números imaginários, e assim os complexos passaram a ser considerados entidades místicas, sem fundamentos e impossíveis. Entretanto, devido a sua grande completude, a aceitação desses tipos de números se consolidou a partir de grandes matemáticos como por exemplos os famosos Cardan e Bombelli.

Tal fato se concretizou porque não havia como negar que os números reais eram insuficientes para se tratar de equações algébricas. Assim, no século XVI passou a ocorrer um fato semelhante ao que ocorreu no tempo dos gregos antigos, quando se verificou a insuficiência dos números racionais com a construção do número π, que não era racional: o conceito de número precisava ser estendido.

No século XVIII o conjunto dos complexos começou a perder seu caráter algébrico. A famosa identidade descoberta por De Moivre mostrou o papel de tal conjunto na Trigonometria, enquanto Euler ampliou a fórmula de De Moivre, introduzindo o número transcendente $e^{i\pi} + 1 = 0.$. Essa expressão foi considerada por alguns de seus contemporâneos como possuindo significado sobrenatural. Na verdade, ela contém os símbolos mais importantes da Matemática moderna e foi encarada como uma espécie de união mística, em que a Aritmética era representada por 0 e 1, a Álgebra pelo símbolo i, a Geometria por π e a análise pelo número transcendente *e*

3 I OS NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS: A FORMA MAIS CLÁSSICA DE CONSTRUÇÃO DOS NÚMEROS REAIS

O conceito dos números Reais **R**, surgiu por volta do ano 1000 a.c, a partir da utilização de frações pelos egípcios e sendo aprimorada posteriormente pelos gregos. Este conjunto é apresentado como uma forma de representação da união dos números racionais **Q** e Irracionais **I**, onde os Racionais se subdividem em Inteiros (**Z**), Positivos e Negativos, mais os números fracionários, ou seja, todos aqueles que podem ser expressos na forma $\frac{p}{q}$ com *p* e *q* inteiros e q ≠ 0. Já os Irracionais são aqueles que não podem ser o resultado do quociente $\frac{p}{q}$

Dessa forma, pode-se dizer que o conjunto dos números reais é uma expansão dos números racionais. Assim, os reais são compostos não só pelos inteiros, positivos, negativos e fracionários mais também pelos irracionais, como está acima supracitado.

Nesse contexto, é válido ressaltar que a noção do que hoje consideramos como número real, se deu pelo processo de medição de segmentos geométricos. Isso nos leva a uma modelagem do que seria a representação dos números reais, onde se considera que um segmento de reta qualquer, $\overline{\mathrm{AB}},$, serve como um protótipo para o número real. Esta simbologia em representar os números reais é tão importante que o conjunto dos números reais é atualmente conhecido como a reta real.

Podemos considerar, neste sentido, que o conjunto dos reais pode ser analisado como um modelo aritmético de uma reta, enquanto esta pode ser vista como uma representação geométrica de **R**. Este envolvimento entre a geometria e a aritmética, pontos e números, é um dos fatores cruciais nos estudos que envolvem a matemática da atualidade.

Como foi acima mencionado, um segmento de reta $\overline{\mathrm{AB}},$, qualquer, serve como simbologia para representar um número real, então o problema da composição desses números está exatamente nos segmentos de reta que não são comensuráveis. Para entendermos melhor a comensarubilidade de um segmento, é importante salientar que, fixando um segmento padrão z = 1 e com outro segmento $\overline{\mathrm{AB}},$, se z couber um número exato de vezes (y vezes) dentro de $\overline{\mathrm{AB}},$ então o comprimento de $\overline{\mathrm{AB}},$ será y. O problema está no fato de que nem sempre isso acontece.

Para uma melhor compreensão sobre essa temática, recorremos a seguinte definição:

Definição 2: Um segmento de reta $\overline{AB}$, e um segmento padrão z, serão ditos comensuráveis se existir algum segmento x, que caiba n vezes em z e m vezes em $\overline{AB}$, , caso contrario esses segmentos serão chamados Incomensuráveis.

Dessa forma, é fácil verificar que os segmentos que forem comensuráveis, podem ser expressos da forma $\frac{p}{q}$ com q ≠ 0, representando assim os números racionais, e os que são incomensuráveis representam os irracionais. Nessa acepção, a reta real (o conjunto dos números reais) estará completa.

É interessante ressaltar que, para que se chegasse a essa representação dos números reais os matemáticos da antiguidade passaram por vários percalços, indecisões e conflitos. Nesse contexto, eles se dividiram em três escolas filosóficas de pensamento: o Intuicionismo, o Logicismo e o Formalismo, onde cada uma dessas escolas, tinha suas crenças em relação aos números. Apresentando assim algumas restrições em aceitar alguns conjuntos numéricos, fato este que os levavam a conflitos de idéias na construção dos números reais.

4 I OS ALGÉBRICOS E TRANSCENDENTES

Outra maneira mais formal de representar o conjunto dos números reais é a separação do mesmo em algébricos e transcendentes. Essa forma de subdivisão é bastante eficaz e trazem, para alguns números irracionais, uma nova perspectiva, o que os tornam mais simples em suas formações e posições na reta real.

Quando um número real qualquer β satisfaz uma equação polinomial do tipo:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

Com os coeficientes ai's inteiros e $a_n \neq 0$, então definiremos β como sendo um número algébrico. Neste sentido, um número real β será chamado de algébrico, quando podemos encontrar uma equação polinomial com coeficientes inteiros não nulos, da qual β seja raiz.

Diante dessa definição, fica evidente o fato de que qualquer número racional é algébrico, pois, basta observar que, como eles podem ser expressos da forma $\frac{p}{q}$ com q ≠ 0, então estes números são raízes da equação polinomial:

$$qx - p = 0 \text{ (I)},$$

Basta ver que substituindo $\frac{p}{q}$ na equação (I) teremos que:

$$q.\frac{p}{q} - p = p - p = 0.$$

Logo, qualquer número racional é um número algébrico, como por exemplo, o número 1/3, ele é raiz da equação 3x - 1 = 0, e portanto é algébrico.

O fato de que todo número racional é algébrico, não implica que todo número algébrico seja racional, por exemplo, o número $\sqrt{5}$, que mesmo não sendo um número racional, pois ele não pode ser expresso como o quociente de $\frac{p}{q}$, com $q \neq 0$, no entanto ele é algébrico, pois é fácil verificar que ele é raiz do polinômio $x^2 - 5 = 0$.

Sendo assim, quando um número β não é raiz de nenhum polinômio com coeficientes inteiros e diferentes de zero, então chamaremos esse número de transcendente. Assim, um número real ou é algébrico ou transcendente.

Como já mencionado, temos que todo número racional é algébrico, logo, segue-se que todo número não algébrico é não racional, ou de uma maneira mais simplificada, todo número transcendente é irracional. Como está esquematicamente expresso abaixo:

Números Reais → Racionais (Todos estes são números algébricos)
↘ Irracionais (São algébricos ou transcendentes)

Números Reais → Algébricos (São racionais ou irracionais)
↘ Transcendentes (Todos estes são irracionais)

Representando os números reais dessa nova forma, as irracionalidades de alguns números passam a ser encaradas de uma maneira mais simples. Por exemplo, $\sqrt{2}$ não é um problema tão grave quanto parece, basta ver que mesmo este número não sendo raiz de nenhuma equação polinomial de primeiro grau, ele é raiz da equação $x^2 - 2 = 0$, logo é algébrico.

Definição 3: Diz-se que β é um número algébrico de grau n, com n natural, se β for raiz de uma equação polinomial com coeficientes inteiros de grau n e não seja raiz de nenhuma outra equação desse tipo, de grau menor do que n. Por exemplo, sendo $\beta = \sqrt{3}$, esse é um número algébrico de grau 2, pois, é raiz da equação polinomial $x^2 - 3 = 0$, e de nenhuma outra de grau menor que 2.

Diante da definição acima, segue que, o conjunto dos números racionais, são na verdade o conjunto de todos os números algébricos de grau 1, ou seja, o conceito de número algébrico é uma generalização natural de todos os números racionais de grau 1.

Alguns números algébricos podem ser representados como a raiz de uma equação polinomial do tipo:

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0 = 0,$$

Onde os coeficientes $a_0, \ldots, a_{n-1}$ são números inteiros. Neste caso, chamaremos esses números de Inteiros Algébricos, basta observar que, o que difere essa definição da de números algébricos é o fato de que $a_n = 1$. Logo, é fácil ver que todo número inteiro algébrico é algébrico.

Assim, podemos constatar que qualquer número inteiro **z**, é um inteiro algébrico, basta ver que $x - z = 0$, tem z como raiz. Da mesma forma $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{5}$, também são inteiros algébricos, pois, são raízes das equações $x^2 - 3 = 0$ e $x^2 - 5 = 0$, respectivamente.

5 I UM BREVE HISTÓRICO DOS NÚMEROS TRANSCENDENTES

A história nos revela que um dos grandes fascínios do homem, no âmbito da matemática, foi o entendimento dos números e o domínio dos mesmos. A busca pelo conhecimento e apropriação dos conceitos numéricos trouxe inúmeras lacunas e paradoxos na matemática, o que proporcionou importantes desafios aos matemáticos da época. A construção da reta real neste contexto se configurou como estereótipo de conjunto numérico, representante de todo aquele número que poderia ser contado ou imaginado.

Nesta construção dos números reais, havia uma partição mais dinâmica que os dividiam em uma classe de números que poderiam ser posto como uma raiz de um polinômio de coeficientes reais não nulos, os chamados números algébricos. No entanto, existia outro conjunto de números que junto com aqueles completavam a reta real, os chamados números transcendentes.

A definição dos números transcendentes, é designado ao matemático Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646 – 1716) e na acepção de Leonhard Euler (1707-1783), significava que eles transcendiam o poder das operações algébricas, que poderiam ser realizadas com o corpo dos números algébricos.

Assim, a definição de transcendente é algo que já vem sendo estudada há algum tempo, desde o século XVIII. No entanto, a teoria destes números foi originada e desenvolvida apenas no século XIX, pelo matemático Joseph Liouville (1809-1882), porém, é válido ressaltar que alguns problemas isolados que envolviam a teoria dos transcendentes já haviam sido formuladas bem antes (como é caso do número π é do número *e*), só que estes números eram abordados apenas como irracionais. As suas transcendências, no entanto, só foram demonstradas a partir de 1844.

Nesse contexto, Liouville estabeleceu uma propriedade que satisfazia os números algébricos, onde se definia que se β é algébrico de grau n, então existe uma constante A > 0, de tal forma que $\left|\beta - \frac{p}{q}\right| > \frac{A}{q^n}$ para todo p/q racional com q ≠ 0. Dessa forma, qualquer número que não satisfizesse essa propriedade seria transcendente. Essa definição dos algébricos, criada por Liouville, foi crucial para direcionar o estudo dos transcendentes. Ele mesmo construiu estes números, como foi o ocaso de $\alpha = \sum_{n=0}^{00} 10^{-n!}$, conhecido como a constante de Liouville. Mais detalhes sobre essa propriedade que satisfaz os algébricos pode ser encontrada em [12].

Com base nos estudos deste último matemático, no ano de 1873, Charles Hermite (1822-1901) demonstrou a transcendência de . Dez anos depois, em 1884, Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852-1939) generalizou a transcendência de desenvolvida por Hermite, e conseguiu provar que é um número transcendente, sempre que α for algébrico e não nulo. Nesse sentido, como consequência da generalização de Lindemann, os números Log 2, $e^{\sqrt{2}}$ e cos x são transcendentes.

Diante das demonstrações feitas por Lindemann, considera-se como a consequência mais importante a transcendência de π, que proporcionou a solução dos grandes problemas históricos da matemática, como por exemplo impossibilidade de se construir um quadrado com a mesma área de um círculo dado, a famosa quadratura do círculo.

O que impulsionou em certa medida o estudo do conjunto dos números transcendentes foram os diversos problemas decorrentes da antiguidade grega, as pesquisas de Liouville e Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918), as pesquisas de Hermite (que envolviam as funções exponenciais), o sétimo problema de David Hilbert (1862-1943) e as formas lineares em logaritmos de Alan Baker (1939). O problema em estudar estes números encontrava-se no fato de que os transcendentes são definidos e analisados não pelo que eles são, mais sim pelo que eles deixam de ser. Fatos estes que tornam bastante complexa a tarefa de estabelecer a transcendência particular de um número qualquer.

Em 1934, Alexander Osipovich Gelfond (1906-1968) e Theodor Schneider (1911- 1988) criaram um teorema, conhecido como teorema de Gelfond-Schneider e dizia que se α é um número algébrico, diferente de 0 e 1, e β é um número algébrico não racional, então α^{β} será um número transcendente. Dessa forma o sétimo problema da lista dos vinte e três problemas de Hilbert estava resolvido, além disso, os números, $2^{\sqrt{2}}$ e $2^{\sqrt{3}}$ seriam, dessa forma, transcendentes.

Esse teorema de Gelfond-Schneider, no entanto, não resolvia o problema nos casos em que α^{β}, com α e β números transcendentes. Se pegarmos, por exemplo, os números transcendentes, e e $\log 2$, e colocarmos $e^{\log 2}$ teremos que o resultado será 2, que é um número algébrico. Já se pegarmos o número transcendente α e colocarmos, α^{α} não se sabe se o resultado será transcendente ou algébrico.

Entender a natureza dos números transcendentes é ate hoje uma grande lacuna na teoria dos números. Atualmente, mais de 120 anos após as demonstrações das transcendências de e e π, as operações aritméticas de e + π e de e .π ainda não são conhecidas como sendo um número algébrico ou transcendente.

6 I OS NÚMEROS ALGÉBRICOS E TRANSCENDENTES COMO POSSIBILIDADE DE ESTUDO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Os polinômios e as equações polinomiais por serem tradicionalmente estudadas no terceiro ano do ensino médio, tornam-se uma oportunidade para o docente implementar nas suas aulas o estudo dos números algébricos e, consequentemente, os transcendentes.

Como, provavelmente, o educando do terceiro ano, ao término ou em processo de estudo dos polinômios, já deve saber operar com os mesmos, então, este fato será suficiente para que eles consigam aprender os conceitos preliminares que envolvem a teoria dos números algébricos.

Por exemplo, caso os alunos se depararem com o número $\sqrt{3+\sqrt{7}}$, aparentemente estranho e complicado. No entanto, ao fazer $x = \sqrt{3+\sqrt{7}}$ e aplicar as seguintes manipulações algébricas, veremos que ele não é tão estranho assim:

1°: elevando os dois membros ao quadrado.

$$x^2 = (\sqrt{3+\sqrt{7}})^2$$

$$x^2 = 3+\sqrt{7}$$

2°: Subtraindo 3 nos dois membros.

$$x^2 - 3 = 3+\sqrt{7} - 3$$

$$x^2 - 3 = \sqrt{7}$$

3°: elevando novamente os dois membros ao quadrado.

$$(x^2 - 3)^2 = (\sqrt{7})^2$$

$$x^4 - 6x^2 + 9 = 7$$

4°: Subtraindo 7 nos dois membros.

$$x^4 - 6x^2 + 9 - 7 = 7 - 7$$

$$x^4 - 6x^2 + 2 = 0$$

Teremos, dessa forma, que o número $\sqrt{3+\sqrt{7}}$ é raiz do polinômio $x^4 - 6x^2 + 2 = 0$, e pela definição, é um número algébrico.

Pudemos ver nesse exemplo que apenas com manipulações algébricas simples, com as quais os alunos estão acostumados a ver (algumas desde o ensino fundamental II), conseguimos dizer se um número, envolvendo raízes, é algébrico ou não, “fabricando" simplesmente equações polinomiais com coeficientes inteiros, das quais esses números são raízes.

Outros casos podem ser identificados seguindo os mesmos passos anteriores. Já no caso de qualquer número racional p/q com q ≠ 0, basta mostrar para os estudantes que esse número racional será sempre raiz do polinômio q.x - p = 0, e isso os discentes do ensino médio, também devem está aptos a compreender.

Assim, ressaltamos que boa parte dos conteúdos que envolvem os números algébricos, os alunos do ensino médio tem condições de aprender. Já em relação aos números transcendentes, basta dizer que existem números que não poderão ser raízes de um polinômio com coeficientes inteiros e dar um exemplo, que é o caso do número π, que já deve ser bastante conhecido por eles. Não precisando assim, entrar mais em detalhes em relação a esse outro conjunto numérico por este, de fato, transcender, os estudos que envolvem o currículo atual de matemática do ensino médio.

REFERÊNCIAS

[1] COSTA, Newton C. A. Introdução aos fundamentos da matemática. Editora Hucitec. 4° edição. São Paulo, Capital. 2008.

[2] DANTAS, Marcelo R. N. Sobre o número π. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal da Paraíba - Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática. João Pessoa, Paraíba. 2013.

[3] FIGUEIREDO, D. J. Números irracionais e transcendentes. Coleção do professor de Matemática, 3.ed. Rio de Janeiro : SBM, 2011.

[4] FURTADO, M. F. Algumas Realizações de Charles Hermite. Universidade de Brasília - Programa Especial de Treinamento. Brasília, Distrito Federal. 1996.

[5] JUNIOR, A. M. Os Infinitos de Cantor: Série Matemática na Escola - guia do professor. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, São Paulo. 2011.

[6] LIMA, L. C.; NASCIMENTO, A. A. Liouville e os Números Transcendentes. Instituto Federal de Educação de Alagoas. Maceió, Alagoas. 2013.

[7] MARCHIORI, R. M. Números Transcendentes e de Liouville. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista - Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática. Rio Claro, São Paulo. 2013.

[8] MARQUES, Diego Teoria dos números transcendentes. Coleção do professor de Matemática, 1°ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

[9] MOSCIBROSKI, T. M.A amplitude do conjunto dos números irracionais. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, Santa Catarina. 2002.

[10] NIVEN, Ivan Números: Racional e irracional. Coleção do professor de Matemática, 1° ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

[11] PERES, G. R. O número π. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, Santa Catarina. 2003.

[12] SANTOS, J. C. S. O. Formação Complementar em Matemática I. Universidade do Porto - Faculdade de Ciências. Porto, Portugal. 2012.

CAPÍTULO 5

SEXUALIDADE EM FOCO: ATUAÇÃO DO PIBID INTERDISCIPLINAR NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Ariston Rodrigo Silva Lima
Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí
Urutaí, Goiás.

Tiago Martins Pereira de Carvalho
Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí
Urutaí, Goiás.

Jaqueline Carvalho Machado
Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí
Urutaí, Goiás.

Vinícius Vieira da Silva Dutra
Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí
Urutaí, Goiás.

Lucas dos Santos Passos
Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí
Urutaí, Goiás.

Luciana Aparecida Siqueira Silva
Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí
Urutaí, Goiás.

RESUMO: Discussões relativas à inserção ou não da abordagem de temas ligados à sexualidade no ambiente escolar têm sido intensamente promovidas por diversos setores da sociedade, nos últimos anos. Ao lado disso, nota-se que na grade curricular escolar o tema está restrito à área de Biologia, sendo o mesmo abordado apenas de forma anatômica-funcional aos alunos, reduzido e confundido com a temática do "sexo", feito sob a forma de apresentação e descrição do funcionamento do sistema reprodutor do corpo humano, do ciclo menstrual, dos hormônios e das infecções sexualmente transmissíveis. No entanto, não cabe somente aos professores de Biologia tratar a sexualidade dentro da escola, mas de todos os professores de outras áreas também, e para além do modo hormonal-comportamental. Os professores precisam reconhecer como legítimas e lícitas, por parte das crianças e dos jovens, a busca do prazer e as curiosidades que manifestam acerca da sexualidade, já que fazem parte de seu processo físico e psicológico, porém, os professores devem assegurar que as informações sejam verdadeiras. Além disso, devem-se mostrar disponíveis para conversar com temas propostos, abordando questões de forma esclarecedora e direta. Para proporcionar aos discentes das licenciaturas do Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí (IF Goiano – Urutaí) uma experiência em lidar com um tema um tanto polêmico, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Interdisciplinar (PIBID – Interdisciplinar) foi realizado um projeto no Colégio Estadual Rodrigo Rodrigues da Cunha (CERRC), em Pires do Rio – GO, abordando o assunto de forma científica, informativa e interdisciplinar.

PALAVRAS-CHAVE: sexualidade; temas transversais; formação de professores; interdisciplinaridade.

SEXUALITY IN FOCUS: INTERDISCIPLINARY PIBID's PERFORMANCE IN THE INITIAL TRAINING OF THE TEACHER OF MATHEMATICS

ABSTRACT: Discussions regarding the inclusion or not of the approach to sexuality in the school environment have been intensely promoted by various sectors of society in recent years. Besides this, it is noticed that in the school curriculum the theme is restricted to the area of Biology, being the same only approached anatomically-functional to students, reduced and confused with the theme of the "sex", made in the form of presentation and description of the functioning of the reproductive system of the human body, of the menstrual cycle, hormones and sexually transmitted infections. However, it is not only up to the biology teachers to treat sexuality within the school, but all teachers in other areas as well, and beyond the hormonal-behavioral mode. Teachers must recognize as legitimate and licit, on the part of children and young people, the search for pleasure and the curiosities they manifest about sexuality, since they are part of their physical and psychological process, however, teachers should ensure that the information is true. In addition, they should be available to talk with proposed topics, addressing issues in a clear and direct way. To provide the students of the degrees undergraduate of the IF Goiano – Urutaí (Federal Institute Goiano – Campus Urutaí) an experience in dealing with a somewhat controversial topic, through the PIBID – Interdisciplinary (Institutional Program of Initiation Scholarships to Teaching – interdisciplinary subproject) was carried out a project at the Colégio Estadual Rodrigo Rodrigues da Cunha (CERRC), in Pires do Rio – GO, approach the subject in a scientific, informative and interdisciplinary way.

KEYWORDS: sexuality; cross-cutting themes; initial training of teachers; interdisciplinary approach.

1 I INTRODUÇÃO

No documentário "Fator XY: A influência do sexo na Antiguidade", produzido pelo canal de televisão norte-americano HISTORY CHANNEL©, os historiadores comentam e mostram como os povos daquela época pensavam sobre tal assunto. Para eles, não havia qualquer tipo de pudor ou receio à prática sexual, pois era considerada como uma forma de conectar-se com o sagrado e celebrar a vida, já que era por meio dela que a vida acontecia. Sob a perspectiva histórica, o sexo era visto pelas sociedades antigas de três formas diferentes: o sexo como procriação, como prazer e como sagrado. Por isso, fazia parte dos rituais de fertilidade e fecundidade aos deuses. Além disso, os antigos pintavam, esculpiam e escreviam de forma desinibida sobre o sexo para demonstrar a importância que ele tinha na sociedade. No entanto, em outras sociedades, principalmente aquelas que prezavam pela monogamia, havia leis que submetiam o sexo e as práticas sexuais a sua interdição e tabu, sobretudo através da punição para o adultério, para o incesto etc.

Com a queda do Império Romano e ascensão da Idade Média, os povos começaram a ter contato com essas sociedades e as religiões monoteístas, como o cristianismo e o islamismo. Consequentemente, houve uma forte repreensão dos cultos aos outros deuses e às práticas sexuais, retirando e proibindo qualquer tipo de manifestação artística tanto para com os deuses quanto ao sexo, transformando-os de sagrado em profano, em uma coisa impura e abominável, gerando uma rejeição quando o assunto era tratado de forma direta. Nessa nova lógica, as igrejas cristãs e mesquitas islâmicas abriam uma exceção ao assunto afirmando que o sexo só tinha uma única função, que era a de procriar, e por conta disso, priorizavam as relações heterossexuais e regidas pelo tabu do incesto.

Para Bock, Furtado e Teixeira (2001), apesar da sexualidade fazer parte do nosso contexto, ela ainda continua como algo incógnito, cheia de preconceitos, de dúvidas, de moralismo e de informações incorretas. O desejo e a moralidade acabaram criando um paradoxo, causando um desconhecimento que é tão nosso, tornando o sexo um tabu. De fato, conforme esclarece Foucault (1999), a partir de um dado momento na história ocidental da sexualidade o tema “sexo” é confinado ao quarto do casal, colocado sob a égide do moralismo, embora isso não signifique que dele se tenha deixado de falar ou praticar.

Segundo Jesus et al. (2008), por muito tempo vigorou a crença de que a sexualidade de homens e mulheres já estava totalmente programada antes mesmo do nascimento. Como exemplo, os autores citam que as pessoas atribuem às cores cor de rosa submisso para meninas e azul conquistador para os meninos. E aqueles que não enquadrassem nesse esquema sexual, eram vistos como doentes ou desajustados e tratados como inferiores. Ainda, os autores afirmam que certas normas sociais, tidas como “naturais”, acabavam sufocando outras maneiras de ser e de viver o desejo e satisfazê-lo sem culpa. Nesse mesmo sentido, Butler (2015) nos diz que aqueles corpos que não se encaixam nem no masculino nem no feminino e, portanto, não vão atender as expectativas de gênero, dentro de um marco binário e hierárquico da *heterossexualidade compulsória*, não alcançam a inteligibilidade social do humano e, portanto, são considerados como se não fossem humanos ou menos humanos. Segundo Butler (2015), o mesmo acontece com as pessoas de desejo e práticas sexuais que fogem do paradigma heteronormativo.

Obviamente, como coloca Foucault (1999), as práticas sexuais não cessam e pode ser que sejam ainda mais potencializadas por esse ideal regulatório, embora, é claro, sejam marginalizadas e, muitas vezes, inviabilizadas. Com o início das práticas sexuais a partir da puberdade, tal temática tende a ser levada às salas de aula, já que podem ser fonte de inquietação para os adolescentes. Na perspectiva de Silva et al. (2015), a adolescência é um período da vida cuja caracterização se dá pelas marcantes mudanças corporais e psicossociais da puberdade. Segundo os autores, nessa etapa da vida, os indivíduos assumem comportamentos para os quais não estão preparados, como o início da atividade sexual precoce.

Além disso, diante da pesquisa realizada pelo Ministério da Saúde em 2016, houve um aumento do número de adolescentes iniciando as suas relações sexuais cada vez mais cedo, mais precisamente por volta dos 15 anos de idade. Jovens e adolescentes ficam à margem da vulnerabilidade de contrair infecções sexualmente transmissíveis (ISTs) ou de enfrentarem a gravidez sem planejamento. Como o professor deve proceder nesses casos? Deve-se abnegar deles? E se essa abnegação reforça o mesmo ideal regulatório normativo? Destarte, a seguinte pergunta tem sido recorrente entre os educadores em exercício na educação básica: “Se o sexo é algo tão pessoal e ao mesmo tempo desconhecido, como a escola pode lidar com tema tão complexo com os adolescentes e jovens de hoje?”.

É possível observar a grande dificuldade por parte dos docentes em lidar com tema dentro das salas de aula. Para Louro (1997, p. 81), “a sexualidade está na escola porque ela faz parte dos sujeitos e não é algo que possa ser desligado ou do qual alguém possa despir”. Além disso, é um equívoco pensar que a escola se constrói fora das relações de poder, como as de classe, de raça e de gênero (LOURO, 2010). No caso das relações de gênero especificamente, a escola não só reproduz como mantêm hierarquias e preconceitos sexuais e de sexualidade (LOURO, 2010). É claro, por outro lado, sabe-se que a escola, sendo lugar por excelência do conhecimento científico e esclarecido, pode também ser transformadora e emancipadora.

Conforme Jesus et al. (2008), a escola é fundamental na desconstrução de mitos e preconceitos, na promoção de valores democráticos de respeito ao outro e na transformação social. Porém, segundo o autor, sabe-se que a escola produz e reproduz valores e ideias preconcebidas a respeito dos relacionamentos humanos. O autor continua dizendo que é preciso que:

> os profissionais de educação abordem questões de gênero e sexualidade sob a ótica da diversidade sexual, visando superar toda forma de discriminação no ambiente escolar, fazendo uso de metodologias que proponham a eliminação da homofobia e do preconceito e promovam o respeito às diferenças e à dignidade humana, e a defesa da cidadania. (JESUS et al., 2008. p. 50)

Com base nessas informações, os integrantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, Subprojeto Interdisciplinar (PIBID – Interdisciplinar), do Instituto Federal Goiano – Campus Urutaí (IF Goiano – Campus Urutaí), desenvolveram um projeto aliando metodologia interdisciplinar ao tema, utilizando-se de ferramentas que integrassem conhecimentos relativos a Biologia, Matemática e Química, a fim de tratar o assunto com os alunos do Colégio Estadual Rodrigo Rodrigues da Cunha (CERRC), situado na cidade de Pires do Rio – GO. Objetivou-se ampliar o conhecimento sobre o funcionamento do sistema reprodutor humano, hormônios, doenças, entre outros; informações sobre casos de gravidez na adolescência na região Sudeste Goiano, AIDS, DST's e suas respectivas formas de prevenção e tratamento. Além disso, o projeto proporcionou uma experiência aos integrantes do PIBID – Interdisciplinar, para que, futuramente, consigam abordar de forma dinâmica e segura as informações sobre o tema com seus alunos, respeitando a opinião que cada um possui sobre a sexualidade.

Dessa forma, é a experiência de tal projeto que se pretende relatar e refletir nesse trabalho. Como tal, podemos dizer que o projeto tentou propor conexões entre as três áreas do conhecimento mencionadas, mobilizando conceitos relativos à sexualidade, tão pertinentes à escola e aos alunos e alunas, buscando romper com ideias heteronormativas. De acordo com Louro (2010), é preciso tomar cuidado, pois muitas vezes a educação sexual, de cunho apenas biologista, promove somente uma ação higienista e de cuidados corporais, sendo que, na maioria dos casos, essa promoção está guiada por princípios machistas e heterocentrados. Como dissemos, falar-se-á dos elementos e cuidados corporais, mas considerando uma visão mais ampla e interdisciplinar, sendo mais democrático e respeitando as opiniões dos alunos.

2 | METODOLOGIA

Após várias reuniões para discutir sobre o projeto que iria ser realizado no Colégio Estadual Rodrigo Rodrigues da Cunha (CERRC), o grupo de discentes e professores que compõem o PIBID IF Goiano Urutaí – Interdisciplinar chegaram à conclusão sobre o projeto cujo tema era "Dia de Luta de Combate à AIDS" (sempre realizado pelo Ministério da Saúde no dia 1º de dezembro de cada ano).

Definido o tema, intitularam o projeto como: "Uma viagem fantástica pelo sistema reprodutor feminino". Então, baseando-se em trabalhos e atividades realizadas por outras instituições, foi idealizada a construção do sistema reprodutor feminino dentro da sala de aula, de forma a simular o ambiente uterino.

Como o grupo do PIBID IF Goiano Urutaí é interdisciplinar, envolvendo os cursos de licenciatura de Biologia, Matemática e Química, houve um preparo por parte dos licenciandos e professores-supervisores para que o projeto fosse bem executado.

Para dar uma orientação e ter uma boa execução do projeto, a coordenadora do PIBID IF Goiano Urutaí – Interdisciplinar, que tem formação em Ciências Biológicas, abriu um debate com os pibidianos sobre as suas experiências nas salas de aula e relatos de outras experiências de professores que já lidaram com o assunto. Também abordou sobre o que acontece quando um professor de Biologia (ou de outras áreas) lida com tema "Sexualidade" dentro das salas de aula.

Com base nos relatos da professora, dos integrantes e informações de outras vivências, os integrantes chegaram a uma conclusão de que o tema ainda é um tabu na sociedade e que muitas vezes não é tratado com o público jovem devido a diversos fatores internos e externos, como:

- Receio por parte dos professores em abordar o assunto com jovens;
- Falta de informação sobre infecções sexualmente transmissíveis, prevenção e tratamento, tanto da parte do professor quanto dos pais ou responsáveis;
- Falta de diálogo dos pais ou responsáveis sobre o exercício da sexualidade;
- Preconceito;
- Discursos religiosos e mitificação do sexo, entre outros.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (MEC, 1997):

> cabe à escola abordar os diversos pontos de vista, valores e crenças existentes na sociedade para auxiliar o aluno a construir um ponto de autorreferência por meio da reflexão. Nesse sentido, o trabalho realizado pela escola, denominado aqui Orientação Sexual, não substitui nem concorre com a função da família, mas a complementa. Constitui um processo formal e sistematizado que acontece dentro da instituição escolar, exige planejamento e propõe uma intervenção por parte dos profissionais da educação. (p. 299)

E, ainda conforme BRASIL (1997), para auxiliar tanto a escola a cumprir sua tarefa de abordar diversos conceitos sobre o assunto quanto ao aluno a de construir seu ponto de autorreferência, o preparo dos integrantes se deu por meio de busca e investigações sobre: funcionamento do sistema reprodutor feminino, ciclos menstrual e hormonal, doenças sexualmente transmissíveis (DST's), gravidez, prevenção e tratamento de algumas doenças, diversidade sexual etc.

O presente trabalho tem enfoque às atividades desenvolvidas pela Matemática, abordando o aspecto interdisciplinar do tema em questão. Sendo assim, as atividades realizadas foram as seguintes: apresentar e informar os dados estatísticos recentes levantados pelo Ministério da Saúde sobre os casos de AIDS (Síndrome da Imunodeficiência Adquirida) no Brasil; dados e informações disponibilizados pela Secretaria Estadual de Saúde – GO (SES - GO) sobre casos de gravidez na adolescência no estado e também nos municípios que compõem a Região Sudeste Goiano (ambos apresentados mediante slides e Datashow).

Como os jovens estão tendo uma vida sexual ativa muito cedo, os motivos que levaram o PIBID Interdisciplinar do IF Goiano Urutaí a realizar tamanho projeto, foram para que os alunos do CERRC não só adquirissem uma habilidade de informar e ajudar aos outros, mas, através de um método investigativo, eles consigam ter conhecimentos mais amplos relativos ao corpo humano e sobre seu funcionamento, além de desmitificar certos preconceitos que ainda cercam o assunto; apresentar as devidas formas de prevenção e tratamento; entre outros.

Aos integrantes do PIBID Interdisciplinar, objetivou-se proporcionar aos licenciandos uma experiência em lidar melhor com assunto com os seus alunos futuramente, respeitando as diferentes opiniões; obter informações verdadeiras acerca do tema e tratá-lo de forma simples e objetivo; entre outros.

3 I RESULTADOS E DICUSSÕES

Em uma discussão do tema com os integrantes do PIBID – Interdisciplinar que atua no Colégio Estadual Rodrigo Rodrigues da Cunha (CERRC), chegou-se à conclusão de que muitos professores, sejam eles da área de Ciências Biólogicas ou de outras áreas, não possuem um preparo para lidar com temas transversais dentro das salas de aulas, principalmente com o tema "Sexualidade". Muitas vezes, delegam a tarefa somente aos professores da área de Ciências Biológicas, pois em seu material didático possui um capítulo que aborda as transformações do corpo humano e reprodução humana. Sabendo que é dever de todos profissionais da educação, sendo estes da área de Ciências Biológicas ou não, o tema deve ser tratado de forma clara e objetiva, não impondo conceitos e valores próprios ou já preestabelecidos pela sociedade, mas abordar de forma respeitosa as diferentes opiniões. Foi pensando nisso que os integrantes do PIBID – Interdisciplinar decidiram por unanimidade realizar o projeto.

As tarefas foram divididas de acordo com as habilidades de cada grupo de licenciandos, sendo que os da Matemática ficaram responsáveis por pesquisar dados sobre frequência de gravidez na adolescência realizados pela Secretária de Saúde do Estado de Goiás tendo como foco a região Sudeste Goiano e também a pesquisa sobre os casos de HIV/AIDS no Brasil realizados e disponibilizados pelo Ministério da Saúde. A partir de tais dados, foram preparadas apresentações a serem discutidas com os alunos do CERRC, de forma a estimulá-los a participarem oralmente.

Esta atividade foi parte de uma sequência didática envolvendo diversas outras atividades desenvolvidas pelos licenciandos em Biologia e Química a serem relatadas em outros trabalhos. Para o presente trabalho, é relevante discutir a importância do envolvimento do licenciando em Matemática em atividades interdisciplinares abordando o tema "Sexualidade", oportunizando-lhes a experiência de vivenciar durante a formação inicial situações que lhes proporcionem a integração dos conhecimentos das diversas áreas, no intuito de oferecer uma formação docente mais sólida e holística.

No final das apresentações, os alunos do CERRC foram questionados com que certa frequência vão ao médico, principalmente ginecologista, para consultar e/ou realizar exames. A maioria (principalmente os meninos) disse que não procuram o médico ginecologista para consultar e/ou realizar exames, pois pensam que não precisam e que fazendo a higienização de maneira correta, eles se previnem de doenças.

Encerrado o projeto, os integrantes do PIBID – Interdisciplinar receberam os elogios por parte da direção, coordenação e de alguns professores sobre a elaboração, preparação e andamento do projeto. Disseram que foi de extrema importância tratar o assunto com alunos do CERRC em decorrência do aumento de adolescentes tendo seus filhos e a responsabilidade sobre eles cada vez mais cedo, além de levá-los a compreender melhor a reprodução humana e seu funcionamento, ciclos e suas etapas, para as questões de provas elaboradas tanto pelos professores quanto ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Para saber a avaliação dos alunos na execução do projeto, foi pedido a eles que relatassem em uma folha a opinião sobre o projeto realizado pelo PIBID – Interdisciplinar no Colégio. A maioria disse que foi importante abordar sobre o assunto porque muito deles não tem uma conversa aberta com seus pais sobre sexualidade. Pelo fato de seus pais possuírem uma forte opinião ou por não terem conhecimento correto para orientá-los, acaba sendo quase impossível abordar o assunto com eles. Outros disseram que passaram a ter um conhecimento melhor de prevenções e tratamentos de doenças sexualmente transmissíveis (DST's) para que possam ajudar outras pessoas com as informações adquiridas. Disseram que darão mais importância aos cuidados com a saúde, realizando consultas e/ou exames com os médicos ginecologistas.

4 I CONCLUSÃO

Após a realização da atividade foi possível concluir que, sem generalizações, que as discussões relativas à sexualidade no ambiente escolar são cercadas por uma série de mitos e preconceitos que podem ser fatores geradores de inseguranças por parte da equipe docente que não se sente apta a abordar tal temática. É comum que os professores e/ou coordenação pedagógica demonstrem interesse em realizar algum projeto em relação à sexualidade, a fim de evitar evasões por conta de gravidez indesejada e auxiliar no controle às ISTs, mas não sabem por onde começar.

Para dar início, precisa-se de realizar planejamentos estratégicos para alcançar o objetivo, que no caso é orientar os alunos e estabelecer metas para diminuir a taxa de adolescentes vulneráveis a contrair doenças sexualmente transmissíveis, gravidez indesejada, prostituição, etc. Nesse ponto, afirma Chiavenato (1987):

> o planejamento implica fundamentalmente em traçar o futuro e alcançá-lo, sua essência consiste em ver as oportunidades e problemas do futuro e explorá-los ou combatê-los conforme o caso. O planejamento é um processo que começa com a determinação de objetivos; define estratégias, políticas e detalha planos para

> conseguí-los [...]. (CHIAVENATO, 1987, p. 275 *apud* PAIVA et al., 2010, p. 3)

Para alcançar os objetivos, é necessário utilizar as ferramentas de pesquisas quantitativas para ter uma noção sobre o grau de riscos que o público jovem sofre devido a falta de compromisso por parte do município e/ou estado como: quantidade de jovens que contraíram doenças sexualmente transmissíveis, quantidade de adolescentes grávidas no município e/ou região, investimentos na área da Saúde por parte dos governos municipais, estaduais e federal, comparar resultados aos anos anteriores, etc. Tudo isso pode ser explicado através da Matemática.

Sob a ótica da interdisciplinaridade, a Matemática pode auxiliar a responder diversas questões que envolvem pesquisas da área de Ciências da Natureza. Isso exige do pesquisador certo conhecimento matemático para conseguir analisar os dados obtidos durante e as estimativas da pesquisa. Pode-se perceber nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), que diz:

> Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre resolução de problemas de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 2000. p. 41-42)

Nas afirmativas dos PCNEM diz que, além das conexões internas ligadas diretamente à Matemática, os conceitos sobre função desempenha um papel muito importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, dando ao pesquisador a capacidade de argumentar os comportamentos de certos fenômenos tanto do cotidiano como nas áreas que compõem a Ciência da Natureza.

Sendo assim, foi possível perceber que os conhecimentos matemáticos, se aliados às demais áreas do conhecimento, tornam-se muito mais significativos a quem aprende, além de facilitar o trabalho de quem ensina. A experiência aqui relatada nos mostrou que a matemática pode estar aliada a outras áreas do conhecimento a favor de uma sociedade mais justa, com pessoas que conhecem seus direitos sexuais e reprodutivos.

REFERÊNCIAS

BOCK, Ana Mercês Bahia; FURTADO, Odair; TEIXEIRA, Maria de Lourdes Trassi. **Psicologias: uma introdução ao estudo de psicologia.** 13. ed. São Paulo: Editora Saraiva, 1999.

BUTLER, Judith. **Problemas de gênero**: feminismo e subversão da identidade. 8. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2015.

BRASIL. PCN – **Parâmetros Curriculares Nacionais: Orientação Sexual**. MEC, Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. PCN – **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. MEC, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: MEC/SEF, 2000.

BRASIL, Ministério da Saúde. **Boletim Informativo sobre casos de HIV/AIDS no país.** Disponível em: <http://portalarquivos.saude.gov.br/images/pdf/2016/novembro/30/01-12-2016-Apresentacao-Aids.pdf>. Acesso em: 02 set. 2019.

CHIAVENATO, Idalberto; **Teoria Geral da Administração**. 3. ed. São Paulo: McGraw-Hill Ltda, 1987.

FOUCAULT, Michel. **História da sexualidade**. A vontade de saber. Rio de Janeiro: Graal, 1999.

HISTORY CHANNEL, 1999 ©. Documentário **Fator XY: A influência do sexo na Antiguidade** Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=RTZw9aghDg4> Acesso em: 02 set. 2019.

JESUS, Beto de; RAMIRES, Lula; UNBEHAUM, Sandra; CAVASIN, Sylvia. **Diversidade sexual na escola**: uma metodologia de trabalho com adolescentes e jovens. São Paulo: ECOS – Comunicação em Sexualidade, 2008.

LOURO, Guacira Lopes. **Gênero, sexualidade e educação: uma perspectiva pós estruturalista**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1997.

LOURO, Guacira Lopes. Pedagogias da sexualidade. In: LOURO, Guacira Lopes. (Org.). **O corpo educado**: pedagogias da sexualidade. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p. 9-34.

PAIVA, Leandro Martins de; LEPRE, Maria Aparecida; PINHEIRO, Willian; VILLA, Maurílio. **A Importância do Planejamento Estratégico**. 2010. Disponível em <http://www.univale.com.br/portalnovo/images/root/anaisadmix/3.pdf>. Acesso em: 02 set. 2019.

CAPÍTULO 6

TÁBUAS DE FRAÇÕES: APRENDIZAGEM CRIATIVA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Márcio Lima do Nascimento
Professor Titular da Faculdade de Matemática
Universidade Federal do Pará
marcionufpa@gmail.com

Lucas Batista Paixão Ferreira
Licenciado em Matemática
Universidade Federal do Pará
lucas.ferreira@icen.ufpa.br

RESUMO: Dentre os diversos métodos utilizados no ensino-aprendizagem com crianças, o uso de objetos matemáticos dentro das salas de aula é um abordagem que vem crescendo nas escolas. Esses materiais manipuláveis auxiliam o aluno de uma forma única, pois sua utilização com um roteiro adequado atingem dois pontos que consideramos essenciais: a aprendizagem criativa e o conhecimento profundo da matemática elementar. Crianças que estão iniciando sua vida escolar estão ladeadas de curiosidades e dispostas a se divertir e aprender. Neste trabalho, escolheu-se as *Tábuas de Frações* como material manipulável no estudo de frações, que ao longo dos anos vem se tornando um assunto no qual não só crianças, mas adultos também apresentam um alto grau de dificuldade ao se deparar com questões simples do dia a dia, pela forma mecânica que os educadores costumam abordar este conteúdo. As tábuas de frações permitem uma visualização mais ampla deste assunto, demonstrando claramente a lógica das operações com números racionais, as chamadas frações, como soma, subtração, multiplicação, divisão e frações equivalentes. Porém, o roteiro adequado é basilar na metologia de utilização dos objetos matemáticos concretos.

PALAVRAS-CHAVE: Objetos Matemáticos; Frações; Aprendizagem Criativa.

1 I INTRODUÇÃO

Muitos pesquisadores buscam inferir sobre os motivos de tantas “falhas” que a sociedade enfrenta no ensino da matemática. Ao longo dos anos, hipóteses vêm sendo criadas e discutidas diante dessa barreira que grande parte dos alunos tem com a disciplina. Pois, não é segredo para ninguém a grande quantidade de alunos que evitam os números, que têm certo temor pelos cálculos e não gostam de estudar matemática. O tema medo da matemática aparece até em programas de humor e charges em jornais e revistas.

O medo de estudar essa disciplina não surge por uma única e exclusiva causa. Em cada caso, há suas razões e particularidades. O ensino básico – ou Ensino Fundamental I

- é o nível de maior importância na vida de qualquer discente. Pois é o primeiro contato que o educando tem com a matemática na escola, o conhecimento das quatro operações, o estudo de frações, que são pré-requisitos fundamentais para qualquer outro nível de ensino da matemática. Segundo resultados do Pisa 2012, dois em cada três estudantes de 15 anos no Brasil não sabem trabalhar operações matemáticas simples como frações, porcentagem e relações proporcionais. Apesar de ser um dos países que mais apresentou avanços na disciplina na última década, o Brasil ocupava a 57ª posição, com 391 pontos, dentre 65 nações avaliadas. Ainda segundo dados do INEP, o desempenho dos alunos no Brasil em 2015 está abaixo da média dos alunos em países da OCDE em matemática (377 pontos, comparados à média de 490 pontos). E a posição do Brasil em 2015 piorou: ocupa a posição 63, dentre os 70 países avaliados. O primeiro lugar, que é Singapura, obteve a média 564 na prova do PISA 2015, apenas para termos uma idéia do valor máximo da média de notas.

A falta de um ensino básico de qualidade traz sérios resultados negativos ao aluno, é como derrubar uma peça de dominó frente a uma fileira de outras peças. Ou seja, o aluno tendo um ensino básico de qualidade duvidosa em matemática acarretará em um número maior de dificuldades, não só no período escolar, como também em toda vida, com assuntos relacionados a gráficos, estatísticas e outros elementos de matemática constantes nos noticiários.

O papel do educador é de não permitir que o ensino básico para o aluno seja pouco atrativo ou desestimulante. A busca por métodos que façam com que os alunos criem um brilho nos olhos do que está sendo abordado em sala de aula é de fundamental importância, pois é no ensino básico que o educando está conhecendo a matemática, suas primeiras relações com os números devem ser atrativas e instigantes, visando em uma certa apreciação pela matemática básica. Inovar, e sempre estar em processo de aperfeiçoamento nos seus métodos dentro das salas de aula faz com que o professor cumpra com o seu objetivo: fomentar a admiração pela matemática. Conforme destaca Medeiros (2005, p.20):

> No ensino tradicional da matemática não tem havido, em geral, um respeito pela criatividade do aluno. Na prática de ensino de um grande número de professores, alheios à preocupação com a criatividade matemática, há um desencontro entre esta e a forma metódica como as ideias parecem surgir aqueles em suas exposições de sala de aula.

Dentre os meios que viabilizam este entendimento de forma mais eficaz, encontra-se a utilização de objetos matemáticos como recurso pedagógico na educação. O ensino por meio de ferramentas lúdicas mostra o quanto a matemática atua desde situações mais simples até as mais complexas. Os objetos matemáticos possuem particularidades que os diferem de outras formas de aprendizagem, são elas: desenvolvimento sensorial e motor, ampliação do pensamento dedutivo, evolução cognitiva, elaboração de estratégias, entre outras. O que torna a disciplina algo prazeroso aos alunos, bem diferente das aulas que estão acostumados a assistir. São métodos consideravelmente diferentes, pois necessitam de um roteiro de apresentações, com a particularidade de que o aluno tende a vivenciar uma aprendizagem mais significativa.

Isto posto, elegeu-se como objeto de estudo as “Tábuas de Frações” para explorar o lúdico e a imaginação dos alunos, tornando as aulas mais agradáveis tanto para o professor, quanto para os próprios alunos. Este objeto, como uso de nova prática pedagógica, despertará mais o interesse do educando, o estimulando a criar estratégias e contribuindo com seu raciocínio lógico.

2 I AS TÁBUAS DE FRAÇÕES

São tábuas partidas em partes congruentes cada vez menores, cuja soma do comprimento das tábuas congruentes entre si resultam na maior tábua, nossa unidade de medida. Geralmente, essas tábuas são encontradas pintadas em cores diferentes, para facilitar no entendimento do valor de cada tábua em relação a outra.

Fig.1: Tábuas de Frações.

Foto: Elaborada pelo autor.

A ideia principal é mostrar que se pode aprender frações de uma forma mais lúdica, fugindo um pouco do método tradicional de apenas escrever valores fracionários no quadro, e aproximando cada vez mais o estudo de frações dentro da realidade do aluno.

3 I METODOLOGIA DE ENSINO

Podemos trabalhar com diversos tópicos de frações com as tábuas, como soma de frações e frações equivalentes. Porém o essencial é o chamado Roteiro de Apresentação do Objeto Matemático Concreto. Nesta organização do roteiro destacamos o seguinte aspecto primordial:

a) Não devemos seguir necessariamente a ordem de conteúdos previstas no projeto pedagógico da escola. Este é o momento de falar de vários aspectos sobre o Objeto Matemático, abordando o conteúdo inicial porém remetendo a vários significados que virão a posteriori, para que o aluno saiba aproveitar melhor os assuntos futuros. Por exemplo, obeseve que a figura 1 mostra com cores a oportunidade de conhecer o conceito de frações equivalentes: a fração 1/2 pode ser olhada como 2/4 ou como 5/10. É obvio, que retiranto essas três fileiras do objeto e comparando-as, não devemos perder a oportunidade de tentar generalizar, fazendo a criança pensar no 50/100 como sendo também o 1/2, e cinquento sobre cem significando cinquenta por cem, ou seja, cinquenta por cento (50 %). Não importa que porcentagem seja assunto posterior mas é essencial tocar nesse ponto aqui. Se for aceita a brincadeira, pode-se inclusive pensar em fazer contas e abordar também o delicado assunto que 5/10 é a mesma coisa que o número decimal 0,5. Essas estratégias estão na linha do que Liing Ma considera como uma abordagem CPMF (compreensão profunda da matemática fundamental).

Conforme destaca Liping Ma (2005, p.210):

> De fato, é a substância da matemática elementar que permite um entendimento coerente da mesma. Contudo, o entendimento da matemática elementar nem sempre é coerente. De uma perspectiva procedimental, os algoritmos têm pouca ou nehuma conexão com outros tópicos e estão isolados uns dos outros. A subtração com reagrupamente nada tem a ver com a multiplicação com números de vários algarismo, nem com a divisão de frações, nem com a área e o perímetro de um retângulo.

Devemos pensar nos roteiros dos Objetos Matemáticos na perspectiva de representações múltiplas, conversas matemáticas genuínas, que na visão de Liping Ma e outros autores, como Kaput e Nemirovsky, são essenciais. Outro importante aspecto destacado por Liping Ma (2010, p.215):

> Por compreensão profunda refiro-me a um entendimento do campo da matemática elementar que é profundo (no sentido de completo), amplo e abrangente. Ainda que o termo profundo seja muitas vezes considerado no sentido de profundidade intelectual, as suas três conotações – *profundidade, alcance e abrangência* – estão interligadas.

Vejamos outras abordagens possíveis. Por exemplo, uma forma eficaz de demonstrar que 1, dividido por 2, pode ser representado por $\frac{1}{2}$, e que $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=$

1, seria usando as duas primeiras tábuas – a primeira representa 1; a segunda é formada por duas tábuas congruentes que somadas resultam em 1 – para fazer a comparação, assim:

- **Soma de Frações**

1	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

A soma das partes congruentes resulta na tábua de maior comprimento:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$$

- **Subtração de Frações**

Queremos subtrair $\frac{3}{6}$ de $\frac{2}{3}$, qual o resultado? Partindo das tábuas de frações, utilizamos a terceira tábua – onde suas partes representam $\frac{1}{3}$ da primeira – e a sexta tábua – onde suas partes representam $\frac{1}{6}$ da primeira – teremos:

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\frac{3}{6}$

Esta representação nós obtemos pela sexta tábua, que é dividida em seis partes congruentes. Subtraindo as tábuas azuis das cinzas, teremos:

	$\frac{1}{6}$	

Sendo assim:

$$\frac{2}{3}-\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$$

- **Multiplicação de Frações**

Na multiplicação, torna-se um pouco mais complexo no caso do produto de duas frações, porém, com o auxílio das tábuas podemos chegar a conclusão. Queremos saber qual o resultado de $\frac{1}{4}$ multiplicado por $\frac{1}{2}$. Neste caso, inicialmente tomamos como base $\frac{1}{2}$.

Agora, temos como unidade de medida $\frac{1}{2}$, representado pela segunda tábua, que é dividida em duas partes iguais. Precisamos entender quanto é $\frac{1}{4}$ de meio.

$\frac{1}{2}$	

Mas o que é $\frac{1}{4}$? É a quarta parte de algo, neste caso, a quarta parte de $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Voltando a ter como base a primeira tábua que corresponde a um inteiro, nota-se que a quarta parte de $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{1}{8}$. O que fizemos aqui foi nada mais que extrair a quarta parte de $\frac{1}{2}$, uma parte da segunda tábua. O resultado é representado pela oitava tábua, que se divide em oito partes congruentes.

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Conclui-se que:

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

- **Divisão de Frações**

No caso da divisão, há uma grande semelhança com a multiplicação. Pois, sabemos que uma fração dividida por outra fração é o produto da primeira fração com o inverso da segunda fração.

Quanto é $\frac{1}{2}$ dividido por $\frac{4}{2}$? Pela resolução de frações, teremos:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{4}$$

Agora, temos como unidade de medida $\frac{1}{2}$, representada pela segunda tábua, precisamos entender quanto é $\frac{2}{4}$ de $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Mas o que são $\frac{2}{4}$? São duas parcelas de quatro, ou dois quartos, neste caso, dois quartos de $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}$

Voltando a ter como base a primeira tábua que corresponde a um inteiro, nota-se que dois quartos de $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{2}{8}$, onde encontramos essa representação na oitava tábua, que se divide em 8 partes congruentes.

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

$\frac{2}{8}$

Conclui-se que:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{8}$$

- **Frações Equivalentes**

O que torna uma fração equivalente é o fato de visivelmente parecer diferente de outra, porém, se multiplicado ou dividido o denominador e o numerador pelo mesmo número chegaremos a essa outra fração. Essa equivalência pode ser facilmente representada pelas tábuas de frações.

Vamos mostrar que a fração $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{2}{4}$. Primeiramente, vamos destacar na segunda e quarta tábua o valor de cada fração:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}$

Sabemos que são equivalentes, pois a segunda fração foi multiplicada tanto o numerador quanto o numerador por 2. Mas a visualização desta equivalência através das tábuas de frações facilita o entendimento.

Podemos também, descobrir a fração equivalente à soma de duas frações diferentes. Sabemos que, para calcular a soma de duas frações, geralmente utiliza-se a fórmula:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Entretanto, vamos calcular a soma $\frac{1}{3} + \frac{2}{6}$ sem utilizar fórmulas, apenas com tábuas de frações. Utilizando a terceira tábua para representar $\frac{1}{3}$, e a sexta tábua para representar $\frac{2}{3}$, temos:

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\frac{2}{6}$

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\frac{4}{6}$

Sendo assim:

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{6}=\frac{4}{6}\text{, pois, }\frac{1}{3}+\frac{2}{6}=\frac{2\times3+1\times6}{3\times6}=\frac{12}{18}=\frac{4}{6}$$

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

É perceptível que os padrões de ensino da matemática não vêm alcançando o objetivo com a mesma eficácia. É necessário buscar outros meios. O que nos leva ao uso de objetos matemáticos em sala de aula. Este método facilitará a interação com a turma, tornando o ensino mais atraente e instigando o aluno a discussão, ocasionando em uma aprendizagem significativa. Com essa metodologia de ensino, o aluno cria conceitos, de forma dinâmica, desafiadora e motivadora. Um caminho para a CMPF, compreensão profunda da matemática fundamental.

As tábuas de frações viabilizam o entendimento, transferem a matemática do quadro da sala de aula direto para as mãos do educando, o fato de objetos como estes serem palpáveis faz com que o educando possa montar seus próprios problemas usando as tábuas, e consequentemente, resolverem de uma forma lúdica.

REFERÊNCIAS

[1] **LIPING MA.** Saber e Ensinar Matemática Elementar. Ed. Gradiva, 2009.

[2] **MEDEIROS,** Cleide F. de. Por uma Educação Matemática como Intersubjetividade. In: BICUDO, Maria Aparecida V. (Org.) 2. ed. São Paulo: Centauro, 2005.

[3] **NASCIMENTO, Márcio L.** Matemática Para Pedagogia: Oficina de Aritmética I et al. – Belém: EditAedi, 2016.

[4] **OLIVEIRA, Beatriz T.** Os sólidos de Platão como recurso pedagógico na educação. In: VII Seminário de Cognição e Educação Matemática, 2016, Belém. Educação Matemática: debates atuais em pesquisa e ensino, 2016. v. 1.

[5] **PAIXÃO, Lucas B.F**. TORRE DE HANÓI: UM RECURSO PEDAGÓGICO PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016.

CAPÍTULO 7

UMA INCOMENSURABILIDADE ARITMÉTICO-GEOMÉTRICA E A EXTENSÃO DOS NÚMEROS RACIONAIS PARA OS NÚMEROS REAIS

Marcos Garcia de Souza
Professor do Instituto Federal do Pará, *Campus* Marabá Industrial - Marabá-PA

RESUMO: A matemática da época de Pitágoras foi enfraquecida com a descoberta da incomensurabilidade entre o lado e a diagonal de um quadrado. Em outras palavras, ao aplicar o Teorema de Pitágoras para determinar a diagonal de um quadrado, deduz-se que a razão entre a diagonal e o lado do quadrado não é um número racional. Do ponto de vista geométrico, isto significa que não há uma medida comum para comparar o lado e a diagonal de um quadrado. Depois de muitos séculos esse problema foi resolvido, um dos autores deste fato, foi o matemático alemão Richard Dedekind que, inspirado na Teoria das Proporções de Eudoxo, criou o conceito de Corte numa reta. Isto possibilitou a criação dos números irracionais, a extensão do conjunto dos números racionais e estabelecer um *continuum* de números reais, por meio do postulado da continuidade da reta. Este artigo tem por objetivo apresentar uma das possibilidades de justificar a descoberta da incomensurabilidade por meio de uma relação aritmético-geométrica e destacar alguns conceitos que fazem parte do estudo de análise da reta, como por exemplo a cota inferior, a cota superior, o ínfimo e supremo de um conjunto, o mínimo e o máximo de um conjunto entre outros, para formalizar e compreender a natureza da continuidade no eixo real. Além disso, apresentar algumas propriedades de natureza estruturante dos conjuntos numéricos e propor situações para aplicação desses conceitos.

PALAVRAS-CHAVE: Conjuntos numéricos; Corte; Incomensurabilidade.

AN ARITHMETIC-GEOMETRIC INCOMMENSURABILITY AND THE EXTENSION OF RATIONAL NUMBERS TO REAL NUMBERS

ABSTRACT: The mathematics of Pythagoras's time was weakened by the discovery of the incommensurability between the side and diagonal of a square. In other words, by applying Pythagoras' theorem to determine the diagonal of a square, it is deduced that the ratio of diagonal to the side of the square is not a rational number. From the geometric point of view, this means that there is no common measure for comparing the side and diagonal of a square. After many centuries this problem has been resolved, one of the authors of this fact was the German mathematician Richard Dedekind who, inspired by the Eudox Proportion Theory, created the concept of Cut in a straight line. This concept enabled the creation of irrational numbers, the

extension of the set of rational numbers and the establishment of a continuum of real numbers, through the postulate for continuity of the line. This article presents one of the possibilities to justify the discovery of incommensurability through an arithmetic-geometric relation and to highlight some concepts that are part of the analysis of the straight line, such as the lower bound, upper bound, the infimum and the supremum of a set, the minimum and maximum of a set, among others, to formalize and understand the nature of continuity on the real axis. Furthermore, it aims to present some properties of structuring nature of numerical sets and to propose situations for application of these concepts.
KEYWORDS: Numerical sets; Cut; Incommensurability.

1 I INTRODUÇÃO

Um problema que abalou os pitagóricos, foi a descoberta de uma incompatibilidade no campo dos números racionais.

Trata-se da incomensurabilidade – ideia atribuída a Hipasus de Metaponto (ou Crotona) durante o fim de 500 a.C. –, na qual *a razão entre a medida da diagonal e o lado de um quadrado não é um número racional, por menor que seja esse quadrado*.

Segundo CARAÇA (1989, p. 75):

> o caráter de seita da escola pitagórica, em que os aspectos místico e político (...) ombreavam com o aspecto científico, prestava-se a essa tentativa de segredo à volta de questão de tal maneira embaraçosa, onde só havia a ganhar com o debate público e extenso; os pitagóricos instituíram como norma, pelo contrário, o segredo, o silêncio.

A constatação mais antiga desse óbice aritmético-geométrico, que apresentaremos a seguir, revela este obstáculo no campo racional em relação à continuidade da reta.

2 I A NATUREZA DA INCOMENSURABILIDADE

Para encontrar o paradigma da incomensurabilidade no campo numérico racional, considere – sem perda de generalidade – um quadrado OABC de lado unitário sobre uma reta e a diagonal OB = r, conforme ilustrado pela FIGURA 1 abaixo.

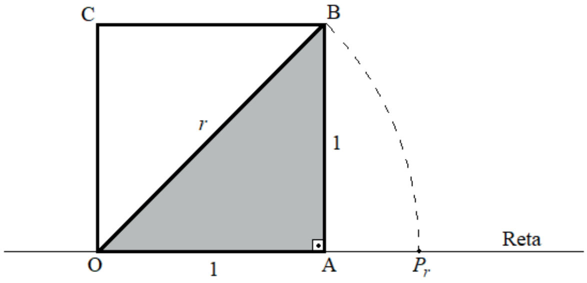


FIGURA 1 – Quadrado OABC de lado 1 e diagonal OB = *r*.

FONTE: elaborada pelo autor.

A medida da diagonal desse quadrado não é um número racional. Com efeito, na FIGURA 1, P_r *é o* ponto de interseção do arco de circunferência de raio OP_r com a reta. Assim, no campo racional, deve existir um número racional *r* = OB, tal que P_r esteja associado ao número *r*.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triangulo retângulo OAB, obtém-se:

$$r^2 = 1^2 + 1^2 \quad \text{se, e somente se,} \quad r^2 = 2.$$

Isso significa que existem dois *números inteiros* positivos *m* e *n*, com $n \neq 0$, *irredutíveis*, tais que $r = \frac{m}{n}$. Daí:

$$r^2 = 2 \text{ se e somente se, } \left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2 \text{ se, e somente se, } m^2 = 2n^2 \quad \text{... (*)}$$

Observe que m^2 é um número par e, por conseguinte, *m* é par. Para justificar isto, suponha o contrário: *m* é um número ímpar, isto é, $m = 2p + 1$, onde *p* é um número inteiro positivo. Assim, substituindo o valor de *m* na equação (*), teremos:

$$m^2 = (2p + 1)^2 = 4p^2 + 4p + 1 = 2(2p^2 + 2p) + 1.$$

Fazendo $2p^2 + 2p = q$, tem-se: $m^2 = 2q + 1$.

Dessa forma, m^2 é um número ímpar. Mas isso é um absurdo! Pois, por hipótese, m^2 é um número par. Então, ocorreu uma contradição ao supor que *m* é ímpar. Logo, *m* é um número para e, portanto, escreve-se $m = 2k$.

Com isso, em (*), teremos: $2n^2 = (2k)^2 = 4k^2$ ou $n^2 = 2k^2$. Daí, pelo mesmo motivo, n^2 sendo par implica *n* par.

Assim, *m* e *n* são números pares, o que é um absurdo! Porque *m* e *n* são irredutíveis, por hipótese. Então, não existe um número racional *r* cujo quadrado é igual a 2.

Para CARAÇA (1989, p. 54), essa constatação mostra que os dois segmentos de reta – o lado e a diagonal de um quadrado – não têm medida comum para compará-los. E sempre que isto acontecer, diz-se que esses segmentos são *incomensuráveis*.

Ainda, segundo o autor, trata-se de uma "*insuficiência geral* do campo numérico racional para traduzir as relações geométricas (...)".

Intuitivamente, isso significa existe número racional que corresponde a um ponto da reta, mas nem todo ponto da reta corresponde a um número racional.

Na tipologia funcional, uma aplicação $\alpha : \mathbb{Q} \to P$, , onde *P* é o conjunto dos pontos de uma reta e $\mathbb{Q}$ representa o conjunto dos números racionais, é *injetiva*, mas *não* é sobrejetiva. Isto equivale afirmar que a função α não é bijetiva.

Portanto, a existência da *incomensurabilidade* revela a insuficiência dos números racionais em reencher completamente à reta.

Dessa forma, há necessidade de criar um "novo" campo numérico, de modo a suprir essa incompletude dos números racionais.

3 I A PARTIÇÃO DA RETA E A INCOMENSURABILIDADE

O problema da incomensurabilidade se estendeu por vários séculos e muitos matemáticos dedicaram esforços na tentativa de resolvê-lo. Dentre eles, Galileu e Leibniz. Ambos consideravam que:

> a 'continuidade' de dois pontos sobre uma reta era consequência de sua densidade – isto é, o fato que entre dois pontos quaisquer existe sempre um terceiro. Porém, os números racionais têm essa propriedade, no entanto, não formam um ***contínuum***. (BOYRE, 1996, p. 390)

Outros eminentes matemáticos também se debruçaram em desvendar a natureza da incomensurabilidade.

Em 1859, o matemático Julius Wilhelm Richard Dedekind, inspirado na Teoria das Proporções de Eudoxo, conseguiu formalizar a extensão do conjunto dos números racionais. Para isso, Dedekind indagou:

> "O que há na grandeza geométrica contínua que a distingue dos números racionais." (BOYRE, 1996, p. 390)

Dedekind percebeu que o conjunto dos números racionais "podia ser estendido de modo a formar um *continuum* de números reais". Sobre isso, ele expressou:

> a essência da continuidade de um segmento de reta não se deve a uma vaga propriedade de ligação mútua, mas a uma propriedade exatamente oposta – ***a natureza da divisão do segmento em duas partes por meio de um ponto sobre o segmento***. Em qualquer divisão dos pontos de um segmento em duas classes, tais que cada ponto pertence a uma e somente uma, e tal que todo ponto numa classe está à esquerda de todo ponto da outra, existe um e um só ponto que realiza a divisão. (...) Por essa observação trivial o segredo da continuidade será revelado. (BOYER, 1996, p. 390, grifos nossos).

Essa separação da reta em duas partes (ou classes), por meio de um único ponto, traz outros conceitos matemáticos abstratos que caracterizam o ponto de separação da reta e, portanto, a continuidade da reta.

4 I COTAS INFERIORES E ÍNFIMO E COTAS SUPERIORES E SUPREMO

Um subconjunto C de um *corpo ordenado* K chama-se *limitado inferiormente* quando existe $k \in K$, tal que $k \leq c$, para todo $c \in C$. Se isso acontecer, cada $k \in K$ (com essa propriedade) chama-se *cota inferior* de C. A maior das cotas inferiores chama-se ínfimo (caso exista) de C.

Para que um número s seja o ínfimo de um conjunto C é necessário e suficiente que satisfaça as duas condições a seguir:

i) $s \leq c$, para todo $c \in C$;

ii) dado qualquer $\varepsilon > 0$, existe $c \in C$, tal que $c - \varepsilon < s$ (ou $c < s + \varepsilon$).

Note que o ínfimo (quando existe) de um conjunto pode ou não pertencer a esse conjunto. A limitação inferior de um conjunto C, contido num corpo ordenado K, assim como as cotas interiores e o ínfimo estão ilustrados na FIGURA 2 a seguir.

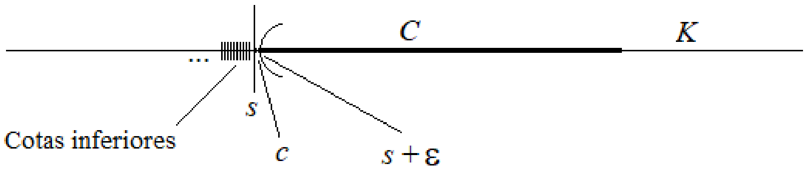


FIGURA 2 – Cotas inferiores e ínfimo de um conjunto C contido num corpo ordenado K.

FONTE: elaborada pelo autor.

Essa ilustração, indica que as cotas inferiores formam um “conjunto” de aproximações (por falta) do ínfimo s.

Analogamente, um subconjunto C de um corpo ordenado K chama-se *limitado superiormente* quando existe $k \in K$, tal que $c \leq k$, para todo $c \in C$. Neste caso, a cada $k \in K$, com esta propriedade, chama-se *cota superior* de C. A menor das cotas superiores chama-se *supremo* (caso exista) de C.

Para que um número s seja o supremo de um conjunto C é necessário e suficiente que satisfaça as duas condições a seguir:

i) $c \leq s$, para todo $c \in C$;

ii) dado qualquer $\varepsilon > 0$, existe $c \in C$, tal que $s - \varepsilon < c$ (ou $s < c + \varepsilon$).

Observe que o *supremo* (quando existe) de um conjunto pode ou não pertencer a esse conjunto.

A limitação superior do conjunto C, contido no corpo ordenado K, assim como as cotas superiores e o supremo estão ilustrados na FIGURA 3 a seguir.

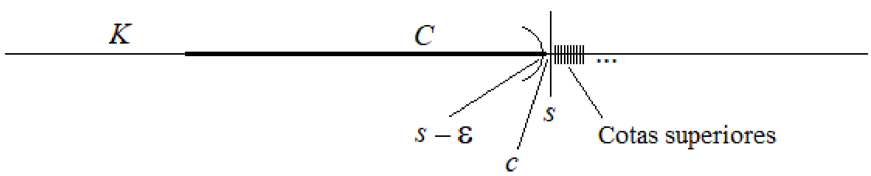


FIGURA 3 – Cotas superiores e supremo de um conjunto C (contido num corpo ordenado K).

FONTE: elaborada pelo autor.

Nessa ilustração, as cotas superiores formam um "conjunto" de aproximações, por excesso, do supremo s.

Para concretizar esses conceitos, seguem os exemplos.

Exemplo 1. Seja $X = \{x \ ; \ a < x \leq b\}$, um subconjunto do conjunto $\mathbb{Q}$. Mostre que:

a) o ínfimo de X é a.

b) o supremo de X é b.

Resolução: a) O ínfimo de X é a. De fato: $a < x$ segue que a é cota inferior de X.

Agora, seja c uma cota inferior X. Para que a seja o ínfimo de X, não pode ocorrer $a < c$. Com efeito, caso isso aconteça, existirá $d \in X$, tal que $a < d < c$. Assim, basta tomar $d = (a + c)/2$. Dessa forma, $d \leq c$. Logo, c não é cota inferior de X, o que é um absurdo! Então, $c \leq a$ e, portanto, a é o ínfimo de X. Note que o ínfimo de X *não pertence* a X.

b) O supremo de X é b. De fato: com $x \leq b$, segue que b é cota superior de X.

Seja s uma cota superior de X. Para que b seja o supremo de X, não pode ocorrer $s < b$, pois, caso isso aconteça, existirá $d \in X$, tal que $s < d < b$. É suficiente tomar $d = (s + b)/2$. Dessa forma, $d \leq b$. Logo, d não é cota superior de X, o que é um absurdo! Assim, $b \leq s$ e, portanto, b é o supremo de X. Observe que, neste caso, o supremo de X é também elemento de X.

Exemplo 2. Seja $n \in \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais). Mostre que o subconjunto $C = \{\frac{n}{n+1} \ ; \ n \in \mathbb{N}\}$ de $\mathbb{Q}$ tem supremo igual a 1.

Resolução: Temos: $n \in \mathbb{N}$ implica $n + 1 \in \mathbb{N}$. Como $n < n + 1$, segue que $\frac{n}{n+1} < 1$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Logo, 1 é cota superior de C, mas $1 \notin C$.

Falta mostrar que 1 é a menor das cotas superiores do conjunto C. Inicialmente, note que, para $n = 1$, temos: $\frac{n}{n+1} = \frac{1}{1+1}$ 1/2. Então, suponha que exista um número $\varepsilon \in \mathbb{Q}$, tal que $1/2 < \varepsilon < 1$. Assim, $1 - \varepsilon > 0$. Daí, existe $n \in \mathbb{N}$, tal que $n(1 - \varepsilon) > \varepsilon$ se, e somente se, $\varepsilon < n/(n + 1)$ e, portanto, $\varepsilon < n/(n + 1) < 1$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Dessa forma, nenhum número racional $\varepsilon < 1$ é cota superior de C. Portanto, 1 é o supremo de C.

Exemplo 3. Seja o conjunto $D = \{\frac{1}{2^n} \ ; \ n \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{Q}$. Prove que o ínfimo de D é zero.

Resolução: Observe que, para todo $n \in \mathbb{N}$, temos $0 < \frac{1}{2^n}$. Logo, 0 é cota inferior de D. Além disso, $0 \notin D$.

Agora, mostraremos que 0 é a maior das cotas inferiores de D. Em outras palavras, nenhum $c > 0$ é cota inferior de D. Com efeito, $D \subset \mathbb{Q}$ acarreta, para todo $c > 0$, que existe $n \in \mathbb{N}$, tal que:

$\frac{1}{n} < c$ se, e somente se, $\frac{1}{c} < n$, portanto, $\frac{1}{c} < 1 + n$ ... (**)

Pela *desigualdade de Bernoulli*, teremos:

$$1 + n \leq (1 + 1)^n = 2^n.$$

Em (**), segue que: $\frac{1}{c} < 1 + n \leq (1 + 1)^n = 2^n$ ou $\frac{1}{c} < 2^n$ e, portanto, $\frac{1}{2^n} < c$. Assim, nenhum $c > 0$ é cota inferior do conjunto D. Então, 0 é o ínfimo de D.

Utilizaremos essa mesma ideia para resolver o exemplo a seguir.

Exemplo 4. Mostre que o ínfimo do conjunto $X = \{\frac{1}{n}\,;\, n \in \mathbb{N}\}$ é zero.

Resolução: Temos: $0 < \frac{1}{n}$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Assim, 0 é cota inferior de X. Além disso, $0 \notin X$. O zero é a maior das cotas inferiores de X, ou seja, nenhum $x > 0$ é cota inferior de X. De fato, como $X \subset \mathbb{Q}$, então, para todo $x > 0$, existe $n \in \mathbb{N}$, tal que:

$$nx > 1 \text{ se, e somente se, } 0 < \frac{1}{n} < x.$$

Assim, nenhum $x > 0$ é cota inferior do conjunto X. Então, o ínfimo de X é zero.

Quando o ínfimo (resp. supremo) pertencer ao conjunto será chamado de mínimo (resp. máximo).

Observações:

1) Em geral, o ínfimo ou o supremo de um conjunto pode ou não pertencer ao conjunto;

2) O ínfimo de um conjunto, caso exista, é único. Analogamente o supremo;

3) Se o conjunto é vazio, então, ele não possui ínfimo nem supremo, pois, não existe menor elemento nem maior.

5 I CORTE DE DEDEKIND

Segundo LIMA (2010, p. 78), a incompletude dos racionais para formar o *contínuum* deve-se ao fato de que "alguns conjuntos limitados de números racionais não possuem supremo (ou ínfimo)." De fato, vimos que não existe um número racional r, tal que $r^2 = 2$. Então, considere os conjuntos E e D limitados por números racionais:

$$E = \{r \in \mathbb{Q}\,;\, r^2 < 2, \text{ com } r > 0\} \quad \text{e} \quad D = \{r \in \mathbb{Q}\,;\, r^2 > 2, \text{ com } r > 0\}.$$

Mostraremos que o conjunto E não tem máximo e o conjunto D não tem mínimo, em $\mathbb{Q}$. De fato, no primeiro caso (E não tem máximo em $\mathbb{Q}$), suponha que existe um número racional positivo s, tal que $s > r$. Vamos mostrar que, mesmo assim, teremos $s^2 < 2$. Em outras palavras, o conjunto E não tem máximo se, para todo $r \in \mathbb{Q}$, é possível encontrar $q \in \mathbb{Q}$, de modo que $(r + q)^2 < 2$.

Com $s > r$ implica $s = r + q$. Sem perda de generalidade, pode-se considerar $q = 1/n$ (uma quantidade bem pequena, o quanto se queira, tomando n bem grande), onde $n \in \mathbb{N}$. Assim, $s = r + 1/n$. Daí:

$$s^2 < 2 \quad \Leftrightarrow \quad (r + 1/n)^2 < 2 \quad \Leftrightarrow \quad r^2 + 2r/n + 1/n^2 < 2 \quad \Leftrightarrow \quad (2r + 1/n)1/n < 2 - r^2.$$

Majorando o termo $(2r + 1/n)1/n$, obtém-se:

$$(2r + 1/n)1/n \leq (2r + 1)1/n.$$

Assim, $(2r + 1)1/n < 2 - r^2$ se, e somente se, $n > (2r + 1)/(2 - r^2)$. Tomando n nessas condições, segue que $s^2 < 2$. Desta forma, o conjunto E não possui elemento máximo. Isto significa que o conjunto E não admite supremo em $\mathbb{Q}$.

Analogamente, no segundo caso (D não tem mínimo em $\mathbb{Q}$), suponha que existe um número racional positivo s, tal que $r > s$. Então, $r = s + 1/n$ ou $s = r - 1/n$. Assim:

$$s^2 = (r - 1/n)^2 = r^2 - 2r/n + 1/n^2.$$

Minorando o termo $r^2 - 2r/n + 1/n^2$, obtém-se:

$$r^2 - 2r/n + 1/n^2 > r^2 - 2r/n.$$

Portanto, $r^2 - 2r/n > 2$ se, e somente se, $n > 2r/(r^2 - 2)$. Tomando n nessas condições, tem-se $s^2 > 2$. Assim, o conjunto D não possui elemento mínimo em .. Isto significa que o conjunto D não possui ínfimo em $\mathbb{Q}$.

Agora, considere o *corpo ordenado* contido num corpo K. Seja um ponto P_x, sobre uma reta, associado a $x \in K$, tal que $x^2 = 2$. Suponha que P_x realize uma partição $\{E, D\}$ nessa reta, tal que $E = \{r \in \mathbb{Q}\,;\, r^2 < 2$, com $r > 0\}$ e $D = \{r \in \mathbb{Q}\,;\, r^2 > 2$, com $r > 0\}$, sob as duas condições:

- nenhum ponto está fora desta partição $\{E, D\}$; e
- todo elemento $e \in E$ está à esquerda de todo elemento $d \in D$ e, reciprocamente, todo elemento $d \in D$ está à direita de todo elemento $e \in E$.

Definindo o número $x = \sqrt{2}$ se, e somente se $x^2 = 2$, tem-se: $x = \sqrt{2} \notin E, D$.

Nesse contexto, AYRES (1973, p. 97) menciona que: se x associado ao ponto P_x, que corta a reta, não é um número racional (já demonstramos isso), então, todo número racional está ou no conjunto E ou no conjunto D, porém, nunca em ambos.

Analogamente, se x é um número racional, então, com exceção dele, todo número racional está ou no conjunto E ou no conjunto D, mas não em ambos, conforme ilustrado pela FIGURA 4 a seguir.

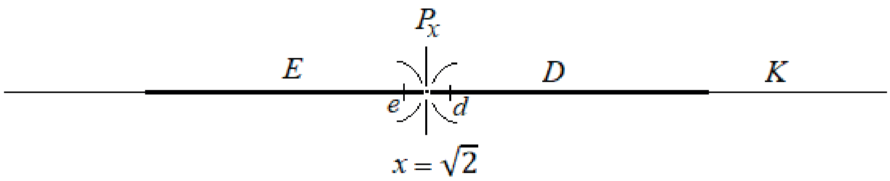


FIGURA 4 – Corte de uma reta no ponto P_x, com separador $x = \sqrt{2}$.

FONTE: elaborada pelo autor.

Aqui, chegamos à insuficiência do corpo ordenado $\mathbb{Q} \subset K$ e, portanto, no óbice do problema da continuidade da reta apresentado por Dedekind.

Segundo CARAÇA (1989, p. 59 – 60): Em 1872, Dedekind publicou uma obra que tratava sobre a *Continuidade e Números Irracionais*. Nesse escrito, ele conseguiu responder à questão que propôs em 1859, acima citada. Em suas palavras:

> (...) nós atribuímos à reta a qualidade de ser completa, sem lacunas, ou seja, contínua. Mas esta continuidade, em que consiste? A resposta a esta pergunta deve compreender em si tudo, e somente ela permitirá desenvolver em bases científicas o estudo de todos os campos contínuos (...). Pensei nisso sem resultado por muito tempo, mas, finalmente achei o que procurava. Consiste ela (...): todo ponto da reta determina uma decomposição da mesma em duas partes, de tal natureza que todo o ponto de uma delas está à esquerda de todo o ponto da outra. Ora, eu vejo a essência da continuidade na inversão desta propriedade e, portanto, no princípio seguinte: 'se uma repartição de todos os pontos da reta em duas classes está à esquerda de todo o ponto da outra, então existe um e só um ponto pelo qual é produzida esta repartição de todos os pontos em duas classes, ou esta decomposição da reta em duas partes'. (...) A propriedade da reta expressa por este princípio não é mais que um axioma, e é sob a forma deste axioma que nós pensamos a continuidade da reta, que reconhecemos à reta a sua continuidade.

Ainda, conforme o autor, Dedekind resolve o problema da continuidade da reta a partir do *copo ordenado* dos números racionais e propõe um postulado (ou Axioma da Continuidade da Reta).

Axioma de Dedekind - corte. Todo *corte* da reta é produzido por um ponto dela, isto é, qualquer que seja o corte (E, D) *existe* sempre um ponto da reta que a separa as duas classes E e D.

Nesse sentido, com a propriedade da relação de ordem, segundo ÁVILA (2006, p. 58), todo corte (E, D) na reta possui elemento de separação, que pode *pertencer* à classe E, como seu *máximo* (ou *supremo*, neste caso) ou *pertencer* à classe D, como seu ínfimo (ou *mínimo*, nesta situação). Assim, se r é um elemento de separação do corte (E, D), podemos representar por C_r esse corte, isto é: $C_r = (E, D)$.

De acordo com AYRES (1973, p. 98), a partir dessa notação de corte e o axioma de Dedekind, podemos definir corte em $\mathbb{Q}$.

(Corte em $\mathbb{Q}$) Um conjunto de números racionais C_r é um corte, com elemento separador r, quando cumpre as três propriedades a seguir:

i) C_r é um subconjunto próprio (não vazio) de $\mathbb{Q}$;

ii) se $a \in \mathbb{Q}$, com $a < r$, então $a \in C_r$;

iii) para todo $c \in C_r$, existe $b \in C_r$, tal que $c < b$.

Ainda, segundo o autor: “A essência dessas propriedades é que um corte não possui nem um elemento mínimo (primeiro) nem um elemento máximo (último).”

Observe que na propriedade ***i)*** de corte, temos que demonstrar duas coisas, a saber:

1) C_r é um subconjunto próprio de $\mathbb{Q}$; e

2) C_r não é vazio.

Na propriedade ***ii)***, é preciso mostrar que todo número racional menor do que o elemento separador do corte pertence ao corte. Finalmente, a propriedade ***iii)***, menciona que, em todo corte racional, não existe elemento máximo. Em outras palavras, não existe supremo que pertença ao corte.

Proposição 1. Sejam C_r um corte, com elemento separador r, e $c \in \mathbb{Q}$. Então, c é cota superior de C_r se, e somente se, $c \in \mathbb{Q} \backslash C_r$.

Demonstração: ($\Rightarrow$) Suponha que c seja cota superior do corte C_r. Então, $c \notin C_r$, pois, do contrário, c seria elemento máximo de C_r, contrariando a condição ***iii)*** de definição de corte. Logo, $c \in \mathbb{Q} \backslash C_r$.

($\Leftarrow$) Reciprocamente, suponha que $c \in \mathbb{Q} \backslash C_r$. Então, c é cota superior do corte C_r, porque, do contrário, teríamos $c \in \mathbb{Q}$, com $c < r$. Isto implicaria $c \notin C_r$, pela propriedade ***ii)*** da definição de corte, o que é uma contradição.

Proposição 2. Se $r \in \mathbb{Q}$ e $C_r = \{a\ ;\ a \in \mathbb{Q}$, com $a < r\}$, então C_r é um corte em $\mathbb{Q}$ e o elemento separador r é a menor cora superior de C_r.

Demonstração: Parte ***i)*** da definição de corte: o conjunto $\mathbb{Q}$ é ilimitado inferior e superiormente. Logo, não tem ínfimo nem supremo. Assim, existem $p, q \in \mathbb{Q}$, tais que:

- $p < r$ e, portanto, $C_r \neq \varnothing$; e
- $r < q$, segue que $C_r \neq \mathbb{Q}$.

Portanto, C_r é um subconjunto próprio não vazio de $\mathbb{Q}$.

Parte ***ii)*** da definição de corte: seja $s \in C_r$. Então, $s < r$. Assim, para todo $a \in \mathbb{Q}$, tal que $a < s$ implica $a < s < r$. Logo, $a \in C_r$.

Parte ***iii)*** da definição de corte: para todo $s \in C_r$, temos: $s < r$. Daí, existe $d \in \mathbb{Q}$, tal que $s < d < r$. Para isso, basta tomar $d = (s + r)/2$.

Sendo $d < r$ implica $d \in C_r$. Isto significa que, para todo $s \in C_r$ existe $d \in C_r$, tal que $s < d$. Portanto, s não é elemento máximo de C_r. Isto justifica que r é a menor cota superior de C_r.

Vimos que o conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$ não satisfaz o axioma da continuidade de Dedekind, pois, os conjuntos $E = \{r \in \mathbb{Q}\ ;\ r^2 < 2\}$ e $D = \{r \in \mathbb{Q}\ ;\ r^2 > 2\}$ de número racionais carecem, respectivamente, de elementos máximo e mínimo. Logo, há "lacunas" no conjunto $\mathbb{Q}$ e, portanto, não forma um *contínuum*, isto é, *não completam* à reta, embora seja muito denso nela.

Dessa forma, Dedekind resolve o óbice da insuficiência dos números racionais assinalado pela incomensurabilidade. Em outras palavras, ele resolve o problema da continuidade (ou completude) da reta.

6 I NÚMERO REAL

A definição de corte de Dedekind, a partir do conjunto do número racionais, possibilita definir número que não são racionais.

Dessa forma, CARAÇA (1989, p. 62) menciona a necessidade de uma definição para esses números de separação, que não pertencem ao conjunto dos números racionais.

Definição. Chama-se *número real* ao elemento separador x do corte C_x (de Dedekind na reta), tal que:

i) se x é um número racional, o corte chama-se *racional*; e

ii) se x não é racional, o corte chama-se número *irracional* e seu elemento separador será um número irracional.

O conjunto constituído por todos os números que não são racionais chama-se *conjunto dos números irracionais* e denota-se por $\mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$.

CARAÇA (1989, p. 63) destaca que para se definir um *número racional* a/b são necessários *dois números inteiros* a e b, com $b \neq 0$ e não é necessário "percorrer" o infinito. Mas, para definir um número real, de acordo com Dedekind, são necessárias *duas classes* (conjuntos infinitos), ou seja, há necessidade do conceito de infinito.

Ao conjunto de todos os números *racionais* reunido com todos os números *irracionais*, chama-se *conjunto dos números reais*. Em símbolos, indica-se por $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \backslash \mathbb{Q})$.

Com isso, tem-se o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ que representa um "contínuo numérico", de modo que os números irracionais vêm a preencher as "lacunas" de descontinuidade existentes no conjunto dos números racionais.

Por não haver "lacunas" no conjunto $\mathbb{R}$, a reta passa a ser o *modelo geométrico* que exatamente o representa, conforme ilustrado na FIGURA 5 a seguir.

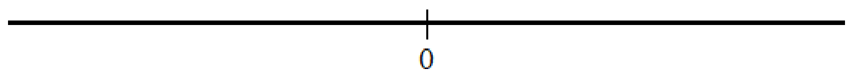


FIGURA 5 – Modelo geométrico do conjunto dos números reais .

FONTE: elaborada pelo autor.

O zero é um número real que separa as classes (ou os conjuntos) $\mathbb{R}^- = \{a\ ;\ a < 0\}$ e $^+ = \{b\ ;\ 0 < b\}$ do corte $(\mathbb{R}^-, \mathbb{R}^+)$, conforme representado na FIGURA 6 a seguir.

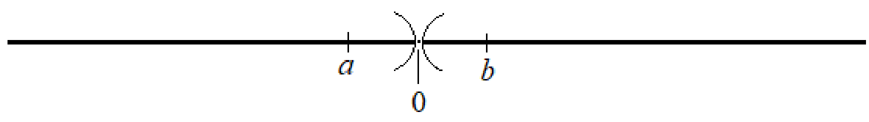


FIGURA 6 – Representação das classes $\mathbb{R}^- = \{a\ ;\ a < 0\}$ e $\mathbb{R}^+ = \{b\ ;\ b > 0\}$ do corte $(\mathbb{R}^-, \mathbb{R}^+)$ na reta.

FONTE: elaborada pelo autor.

A classe (ou o conjunto) $\mathbb{R}^- = \{a\ ;\ a < 0\}$ chama-se *semirreta negativa* e os número reais associados aos pontos que pertencem a ela, chamam-se número reais *negativos*. De modo semelhante, a classe (ou o conjunto) $\mathbb{R}^+ = \{b\ ;\ b > 0\}$ chama-se semirreta *positiva* e os números reais que correspondem aos pontos dessa semirreta, chamam-se números reais *positivos*.

Em virtude da completeza da reta estruturada no axioma de Dedekind, o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ chama-se *corpo ordenado completo*.

No contexto da tipologia funcional, o que faltava para a aplicação $\alpha : \mathbb{Q} \to P$, onde P é o conjunto dos pontos de uma reta, ser sobrejetiva, agora, o conjunto $\mathbb{R}$ cumpre este papel e, desse modo, existe uma função $\alpha : \mathbb{R} \to P$ bijetiva.

Ademais, segundo GUEDES (1996, p. 9), o axioma de Dedekind pode ser escrito em termos de ínfimo e supremo, conforme descrito a seguir.

Postulado do Ínfimo. Todo subconjunto (não vazio) de $\mathbb{R}$, limitado inferiormente, possui um ínfimo em $\mathbb{R}$.

De modo semelhante:

Postulado do Supremo. Todo subconjunto (não vazio) de $\mathbb{R}$, limitado superiormente, admite um supremo em $\mathbb{R}$.

Segundo LIMA (2010, p. 80): “todo corpo ordenado completo é arquimediano.” Isso significa que o conjunto dos números reais tem a seguinte propriedade.

Teorema 1. (Arquimediano) $\mathbb{R}$ é aquimediano, ou seja, vale qualquer uma das propriedades a seguir:

i) dados $a, b \in \mathbb{R}$, com $0 < a < b$, existe pelo menos um $n \in \mathbb{N}$, tal que $na > b$;

ii) para todo $a \in \mathbb{R}$, com $0 < a$, existe pelo menos um $n \in \mathbb{N}$, tal que $0 < 1/n < a$.

Demonstração: ***i)*** Suponha, por absurdo, que $na \leq b$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Considere o conjunto dos múltiplos de a:

$$M(a) = \{na \,;\ n \in \mathbb{N}\}.$$

Esse conjunto não é vazio, pois, sendo $0 < a$, temos: $1a \in \mathbb{N}$. Além disso, $M(a)$ é limitado superiormente por b. Então, pelo Postulado do Supremo, $M(a)$ admite supremo.

Seja s o supremo de $M(a)$. Como o conjunto $\mathbb{N}$ tem a propriedade $n \in \mathbb{N}$ implica $n + 1 \in \mathbb{N}$, segue, para todo $n \in \mathbb{N}$, que:

$$na \leq s \Rightarrow (n + 1)a \leq s \Rightarrow na + a \leq s \Rightarrow na \leq s - a.$$

Mas, por hipótese, $0 < a$. Logo, $s - a$ é uma cota superior de $M(a)$ menor do que o supremo s, o que é um absurdo! Assim, existe pelo menos um $n \in \mathbb{N}$, tal que $na > b$.

ii) Temos: $0 < a$. Então, por ***i)***, existe pelo menos um $n \in \mathbb{N}$, tal que $na > b$, com $b > 0$. Fazendo $b = 1$, segue que: $na > 1$. Como $0 < 1/n$, temos: $0 < 1/n < a$.

Teorema 2. (Densidade) Os conjuntos $\mathbb{Q}$ e $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ são ambos densos em $\mathbb{R}$.

Demonstração: ***i)*** Densidade de $\mathbb{Q}$ em $\mathbb{R}$.

Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, tais que $a < b$. Então, $b - a > 0$. Como $\mathbb{R}$ é arquimediano, existe pelo menos um $n \in \mathbb{N}$, tal que $0 < 1/n < b - a$ e, portanto, $1 < nb - na$.

Como a diferença $(nb - na)$ é maior do que 1. Então, existe pelo menos um $m \in \mathbb{Z}$, tal que:

$$na < m < nb \quad \text{ou} \quad a < m/n < b, \text{ com } n \in \mathbb{N}.$$

Isso significa que existem infinitos números racionais entre os números reais a e b. Portanto, $\mathbb{Q}$ é denso em $\mathbb{R}$.

ii) Densidade de $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ em $\mathbb{R}$.

Para obter um número irracional, considere $1/n < (b - a)/\sqrt{2}$, isto é, $\sqrt{2}/n < (b - a)$. Assim, os números da forma $m\sqrt{2}/n$, , com $m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ são irracionais e dividem a reta com espaçamento de tamanho $\sqrt{2}/n$, pois:

$$(m + 1)\sqrt{2}/n - m\sqrt{2}/n = \sqrt{2}/n.$$

Como $\sqrt{2}/n < (b - a)$, então, algum $m\sqrt{2}/n$ deve estar entre a e b, isto é, $a < m\sqrt{2}/n < b$, para algum $m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

Agora, se $m_0 \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ for o menor, tal que $b \leq m_0\sqrt{2}/n$, então o número irracional $(m_0 - 1)\sqrt{2}/n$ está entre a e b, ou seja, $a < (m_0 - 1)\sqrt{2}/n < b$. Dessa forma, há infinitos números irracionais entre dois números reais. Portanto, o conjunto $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ é denso em $\mathbb{R}$.

Outra maneira de demonstrar a densidade de $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$ em $\mathbb{R}$.

Pelo item ***i)***, sabe-se que $\mathbb{Q}$ é denso em $\mathbb{R}$. Então, para todo $a, b \in \mathbb{R}$, tais que $a < b$, existem $r, s \in \mathbb{Q}$, tais que $a < r < s << b$.

O conjunto $\mathbb{Q}$ é denso e, portanto, existem $(r+s)/2 \in \mathbb{Q}$, tais que $r < (r+s)/2 < s$ ou $r < r + (s-r)/2 < s$, ou ainda, $r < r + (s-r)\lambda < s$, com $r + (s-r)\lambda \in \mathbb{Q}$ e $0 < \lambda < 1$.

Portanto, $a < r + (s-r)\lambda < b$, com $0 < \lambda < 1$.

Agora, note que $\sqrt{2}/n > \sqrt{2}/(n+1)$, para todo $n \in \mathbb{N}$. Então, pondo $\lambda = \sqrt{2}/(n+1)$, com $n \in \mathbb{N}$, tem-se infinitos números irracionais λ, tais que: $a < r + (s-r)\sqrt{2}/(n+1) < b$.

Definindo $d = r + (s-r)\sqrt{2}/(n+1)$, obtém-se infinitos números irracionais d, de modo que $a < d < b$.

Exemplo 5. Sejam $r, s \in \mathbb{Q}$, com $r < s$. Prove que o número $r + (s-r)/\sqrt{2}$ é irracional e $r < r + (s-r)/\sqrt{2} < s$.

Resolução: i) Suponha, por absurdo, que o número $a = r + (s-r)/\sqrt{2}$ seja racional. Então, $a - r = (s-r)/\sqrt{2}$ é racional e, portanto, $\sqrt{2} = (s-r)/(a-r)$, com $a \neq r$ é racional, o que é um absurdo! Portanto, o número $r + (s-r)/\sqrt{2}$ é irracional.

ii) Dado que o número $\sqrt{2}$ é irracional, então, pela propriedade arquimediana de $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$, tem-se $1 \in \mathbb{N}$, tal que $1 \cdot \sqrt{2} > 1$ e, portanto, $1 > 1/\sqrt{2}$ ou $0 < 1/\sqrt{2} < 1$. Como $r < s$, então $s - r > 0$.

Multiplicando $0 < 1/\sqrt{2} < 1$ por $(s-r)$, obtém-se:

$$0 < (s-r)/\sqrt{2} < (s-r).$$

Somando r nessa última desigualdade, tem-se $r < r + (s-r)/\sqrt{2} < s$.

7 I CONCLUSÃO

A identificação da insuficiência dos números racionais, por meio do Teorema de Pitágoras aplicado num quadrado, para determinar a razão entre a diagonal e o lado desse quadrado, contribuiu para o despertar da investigação do conceito de incomensurabilidade.

Devido à natureza secreta da Escola Pitagórica que adotava como lema: “Tudo é número”, esse problema foi abandonado pelos pitagóricos, pois, poderia se pensar que o Teorema de Pitágoras não era uma verdade geral na matemática.

Esse paradigma continuou por um longo período e somente no séc. XIX foi que vários matemáticos procuraram compreender a distinção entre a continuidade e os números racionas, alguns pensavam que se tratava da propriedade de densidade, porém, o conjunto dos números racionais é denso, mas não forma um contínuum.

Finalmente, no ano de 1859, o matemático Dedekind indagou-se do que havia na grandeza geométrica contínua que a distinguiria dos números racionais. Ele percebeu que o conjunto dos números racionais podia ser estendido para formar um *continuum* de números reais e, para isso, criou o conceito de corte na reta, cujos ressudados de sua pesquisa resultou à sua obra: *Continuidade e Números Irracionais*.

Assim, Dedekind resolve o óbice da insuficiência dos números racionais assinalado pela incomensurabilidade e, portanto, desvenda a natureza da continuidade (ou completude) da reta.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, Geraldo S. de Souza. **Análise Matemática para a Licenciatura**. 3ª ed. São Paulo, 2006.

AYRES, Frank. ***Álgebra Moderna***. São Paulo, 1973.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2ª ed. São Paulo, 1996.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 9ª ed. Lisboa, 1989.

FERREIRA, Jamil. **A Construção dos Números**. 3ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

GUESDES, D. de Figueiredo. **Análise I**. 2ª ed. Campinas-SP, 1996.

LIMA, Elon Lages. **Curso de análise**, v.1. 12ª ed. Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2010.

CAPÍTULO 8

REPUTAR A DIDÁTICA NA AULA DE MATEMÁTICA: O REFLEXIONAR UM REFERENCIAL SIGNIFICATIVO PARA (RE)INTRODUZIR OS FUNDAMENTOS DAS QUATRO OPERAÇÕES ARITMÉTICAS

José Maione Silva Lemos
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Centro Acadêmico do Agreste – CAA Caruaru-PE

Sidney Allessandro da Cunha Damasceno
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Centro Acadêmico do Agreste – CAA Caruaru-PE

RESUMO: O presente trabalho estruturado como uma pesquisa descritiva, bibliográfica, com uma abordagem qualitativa, discorre sobre o assunto das quatro operações fundamentais da aritmética. Com o objetivo de sublinhar as considerações da importância da Didática para reflexionar a *utilização de um referencial significativo* através de uma aula, pela qual o professor de matemática possa (re) introduzir em uma turma do sexto ano da etapa do Ensino Fundamental o conteúdo *das quatro operações fundamentais da aritmética*. Sendo que, o texto apresenta sua fundamentação a partir das orientações dos PCN's Matemática, das considerações da Didática nas perspectivas de Piletti (2004), Haydt (2011) e Libâneo (1994) e vai reputar as contribuições para o ensino da Matemática em Smole e Ignez (2012), Cardoso (1990) e entre outros. Bem como, ressaltar fatores a serem considerados no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, como aquilo que é o mínimo que os educandos esperam de um professor e o aspecto de que só existe ensino quando se aprende. E ao inferir com a descrição do exemplo de reflexionar uma aula com um referencial significativo, o faz ao retratar os procedimentos.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Didática. Operações da aritmética. Reflexionar. Referencial significativo.

REPUT TEACHING IN MATHEMATICS: REFLECTING A SIGNIFICANT FRAMEWORK FOR (RE) INTRODUCING THE FOUNDATIONS OF THE FOUR ARITHMETIC OPERATIONS

ABSTRACT: The present work, structured as a descriptive, bibliographical research, with a qualitative approach, discusses the subject of the four fundamental operations of arithmetic. In order to underline the considerations of the importance of Didactics to reflect the use of a meaningful reference through a class, through which the math teacher can (re) introduce in a sixth grade elementary school the content of the four fundamental operations of arithmetic. Since the text presents its foundation from the orientations of the Mathematical NCPs, the considerations of Didactics in the perspectives of Piletti (2004), Haydt (2011) and Libiliar (1994) and will repute the contributions to the teaching of mathematics in Smole and Ignez (2012),

Cardoso (1990) and others. As well as highlighting factors to be considered in the teaching-learning process of Mathematics, such as what is the minimum that students expect from a teacher and the aspect that there is only teaching when learning. And by inferring from the description of the example of reflecting a class with a meaningful framework, it does so by portraying the procedures.
KEYWORDS: Mathematics. Didactics. Arithmetic operations. To reflect. Significant reference

1 I INTRODUÇÃO

É na consciência onde se refleti a magnitude da Matemática na existência do ser humano. Porque é a consciência do significado da Matemática na vida do homem que faz com que a sua determinação para aprender a viver seja através do modo mais propício possível. Por isso, reconhecer os fundamentos da Matemática para um ser humano constitui-se literalmente numa possibilidade de transitar entre a maioria dos aspectos que abrangem a compreensão do sentido da vida.

Conquanto, no curso de Licenciatura em Matemática, uma das *mais surpreendentes constatações*, para alguns graduandos, desde as primeiras atividades (nos contatos com a escola, a sala de aula, e, ainda mais, por intermédio dos estágios supervisionados), é a de que *uma quantidade muito grande* de alunos – em algumas escolas públicas em que são desenvolvidas essas atividades – não consegue entender o que ler em um texto de poucas linhas, do mesmo modo que, não compreende as quatro operações fundamentais da aritmética.

No contexto de um educando que esteja cursando o sexto ano, do segmento dos anos finais, da etapa do Ensino Fundamental (EF), esse fato, de não ter ainda consolidado a compreensão do que é, nem mesmo, a operação da adição e suas propriedades, se por um lado tem sido intrigante, por outro lado, começa a inquietar e despertar-nos. Tanto para reflexionar *os porquês* dessa defasagem no processo de ensino-aprendizagem de uma quantidade tão grande de alunos, quanto ao como será quando nós estivermos em escolas e salas de aulas como professores. Ou seja, *o como* proporcionar, principalmente para esses educandos desfavorecidos, as compreensões das operações fundamentais da matemática. Sem as quais, não existe a possibilidade de um processo de ensino-aprendizagem ser desenvolvido e consolidado, devido a aritmética ser uma área da Matemática dedicada ao estudo dos números e as operações possíveis entre eles.

Nesse viés, ressalta-se que as relações do contexto deste assunto, as quatro operações fundamentais da aritmética, assim como apresentadas neste trabalho, como uma pesquisa descritiva, bibliográfica, com uma abordagem qualitativa, vieram à tona enquanto graduando no curso de Matemática-Licenciatura, na UFPE, no

Centro Acadêmico do Agreste, durante o desenvolvimento do componente curricular de Didática, quando no ensejo uma das atividades em sala de aula proposta pelo professor Sidney Damasceno, foi o reflexionar maneiras de reintroduzir fundamentos de conteúdos de Matemática, para os educandos nas salas de aula da etapa do Ensino Fundamental, em seu segmento dos anos finais.

Posto isso, perante a possibilidade de após as constatações da avaliação de diagnóstico inicial na turma, fosse identificado que alguns alunos, por ventura, não tivessem aprendido dado conteúdo. Daí a questão: como nós na posição de seus professores faríamos para (re) introduzir os fundamentos desse conteúdo com *a utilização de um referencial significativo* antes mesmo da utilização do livro didático?

Porquanto, a partir desse tema da utilização de um referencial significativo, o presente trabalho tem o objetivo de sublinhar as considerações da importância da Didática para através de uma aula, com um referencial desse tipo, o professor possa (re) introduzir em uma turma do sexto ano (EF) o conteúdo *das quatro operações fundamentais da aritmética*. Bem como, apresenta uma finalidade voltada para que, através da aula apresentada neste texto, venha-se atentar enquanto professor de matemática, para não se deixar vencer pela possibilidade de alimentar e conservar um sistema em que alunos mantenham uma ideia equivocada de que não sabem de Matemática.

2 I AS ORIENTAÇÕES DOS PCNS

Para os aprendentes que estão cursando uma licenciatura com o objetivo de tornaremse legalmente aptos para serem hábeis e competentes professores de Matemática, reflexões desse tipo, constituem-se como um desafio que precisa considerar desde os fatores históricosócio-políticos desses educandos, bem como, ir ao encontro da superação dos seus percalços.

De modo a desmistificar a aversão e a imagem equivocada “de que a matemática é muito, muito, muito difícil”, a qual, na escola observamos que ainda é por vezes repetida com demasiada ênfase na fala de vários alunos.

Essa imagem, que se propaga na maioria das vezes, devido a uma introdução de um dado conteúdo matemático feita por parte de alguns professores, de maneira frágil, distante e descontextualizada, a qual, não inter-relaciona a origem, a vida e mundo das crianças que chegam a escolar para aprender, vai gradualmente desestimulando e criando barreiras com o conhecimento.

A escola como o lugar que serve para sistematizar e organizar o conhecimento, oferta ao aluno por meio do professor, a oportunidade de estabelecer um relacionamento com os seus saberes. No que diz respeito a matemática e esse saber escolar “É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados” (BRASIL, 1998, p. 63).

Dessa forma, ao atentar-se para as considerações do estudo da Matemática conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática (PCN’s), (BRASIL, 1998), como o sexto ano do segmento dos anos finais do Ensino Fundamental, na estrutura desse documento, apresenta (em sua segunda parte) na especificação por ciclo, esse ano como integrante do 3º Ciclo, é imprescindível atentar para a compreensão tanto de que “A caracterização do aluno de terceiro ciclo não é algo que possa ser feito de maneira simplificada. Nessa etapa da escolaridade convivem alunos de 11 e 12 anos, com características muitas vezes ainda bastante infantis, e alunos mais velhos” (BRASIL, 1998, p. 61).

Bem como, a compreensão de que “é fundamental que os alunos ampliem os significados que possuem acerca dos números e das operações” (BRASIL, 1998, p. 63)[3], pois, na práxis, a complexidade mediante as considerações dos PCN’s nas quais “sugere-se que a adição e a subtração sejam desenvolvidas paralelamente por meio de situações-problema [...]” (idem, p. 107), perpassa questões do tipo: Como desenvolver um conteúdo que o aluno nem sequer compreende seus fundamentos?, ou seja, se um educando não consegue entender as relações da operação da adição (não tem segurança para se quer conseguir somar) como desenvolver o que não está consolidado? Como “construir novos significados” se uma quantidade significativa dos alunos não sabe mesmo lidar com as operações básicas?

Porquanto, em resposta as essas questões, o professor pode ter sua primeira atitude firmada no diagnóstico inicial da turma, como se considera: “Por isso, é fundamental diagnosticar o domínio que cada aluno tem sobre os diferentes conteúdos que serão explorados e identificar quais são suas possibilidades e dificuldades diante da aprendizagem desses conteúdos” (BRASIL, 1998, p. 62); e como segunda atitude recorrer aos conhecimentos da Didática.

3 I A DIDÁTICA

À vista disso, a importância da Didática se maximiza. Pois, ela desvela-se como uma disciplina que “estuda a técnica de ensino em todos os seus aspectos práticos e operacionais, podendo ser definida como: “A técnica de estimular, dirigir e encaminhar, no decurso da aprendizagem, a formação do homem.” (PILETTI, 2004, p. 42-43). Sentido esse, o qual Libâneo acentua que a atuação profissional do professor confirma o processo de ensino ao estabelecer as conecções em um sistema de ensino-aprendizagem expresso e a Didática, como disciplina, é que estuda a dimensão desse processo de ensino, “isto é, os objetivos educativos e os objetivos de ensino, os conteúdos científicos, os métodos e as formas de organização do ensino, as condições e meios que mobilizam o aluno para o estudo ativo e seu desenvolvimento intelectual" (LIBÂNEO, 1994, p. 71).

Posto isso, conforme ressalta Haydt (2011, p. 98-99), devido a aceitação de que "A estrutura básica de uma disciplina é um sistema de relações que forma um todo coerente, harmônico e integrado", é necessário que um professor considere os pressupostos para que "alunos possam aprender a estrutura básica de uma disciplina", conforme a autora com relação aos mesmos, ao citar Turra (et al., 1995, p. 108, grifo nosso), frisa os seguintes:

> – A abrangência de ideias fundamentais torna a disciplina mais compreensível;
>
> – A colocação da informação dentro de um referencial significativo torna o conteúdo menos sujeito ao esquecimento.

Assim, para seguir a sugestão dos PCNs, de que a adição e a subtração sejam desenvolvidas paralelamente aos demais objetivos de Matemática para o terceiro ciclo é necessário ao professor não hesitar em pensar um método que possa (re) introduzir (para esses educandos desfavorecidos) as bases de um conteúdo – como neste tem sido reflexionado a respeito das quatro operações fundamentais da aritmética. Para que após uma certeza do nivelamento dessa base elementar (na turma como um todo) ele possa lograr êxito no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem da matemática. Sem esquecer, que esse método deve vigilantemente assimilar que "a colocação da informação dentro de um referencial significativo torna o conteúdo menos sujeito ao esquecimento". Mas antes de adentrar-se nessa perspectiva é preciso considerar alguns fatores.

3.1 Fatores a Serem Considerados

3.1.1 O mínimo que os alunos esperam

O primeiro fator, pode ser observado no sublinhar dos resultados da conclusão da pesquisa de Newton Balzan (1984, p.81-100), ao apontar para o mínimo que os educandos esperam em relação aos professores ser que "Expliquem melhor os conteúdos". Pelo que, ainda que seja um fator elementar e aparente dada obviedade, do ponto de vista do que é um processo de ensino-aprendizagem não adianta ter um referencial significativo para o trabalho de desenvolvimento de um conteúdo, se as relações estabelecidas não tiverem significância na vida dos educandos e se não forem explicadas de maneira clara.

3.1.2 Só existe ensino quando se aprende

Ademais, um outro fator que se verifica, ainda no século XXI, em sala de aula, é uma repetição de dado discurso, por parte de vários professores, por intermédio da indagação em relação aos alunos, a saber: como podem alunos que deveriam dominar as habilidades e exercer as competências elementares dentro de um dado assunto, não sabem nem o mínimo da base de dado conteúdo? Essa fala de professores, a qual permanece sendo muito ouvida (e infelizmente é mais comum do que se possa imaginar), não apenas se restringi, ao ensino de Matemática e, muito menos, as salas de aula do sexto ano, nada obstante, ainda, ressoa pela boca de tantos professores num além das salas de aula na Educação Básica.

Pois, como frisado, essas falas que se constatam na escola pelos discursos repetidos de vários professores no Ensino Fundamental (e na Educação Básica em geral) que aparentam a mesma mentalidade – leia-se qualidade dos pensamentos – e assumem essa mesma postura com seus educandos nessa ocasião, não apenas mantém um sistema, contudo, intensifica muito mais essa maldade desde a mais tenra idade, ou seja, no tratar com crianças.

Pelo que, quaisquer que forem os argumentos, se um professor não encontrar sentido no processo de ensino-aprendizagem de um educando e ensinar o que ele não sabe porque não aprendeu, qual o sentido que pode representar/alcançar um professor mediante os avanços da modernidade? Perante o Google, como por exemplo.

4 I UM EXEMPLO DE COMO REFLEXIONAR UMA AULA COM UM REFERENCIAL SIGNIFICATIVO

Nesses vieses, ao observar-se a estirpe desses fatores, em meio ao processo de ensinoaprendizagem por intermédio de um *referencial significativo* é preciso notar o que Piletti considera quanto a importância de entender-se o significado específico de quatro termos, a saber: procedimentos de ensino, estratégias, métodos e técnicas. Sendo que a estratégia “tratasse de uma descrição dos meios disponíveis pelo professor para atingir os objetivos específicos”; o método indica o “caminho a seguir para alcançar um fim”; a técnica “é a operacionalização do método” e os procedimentos de ensino a “Maneira de efetuar alguma coisa. Consiste em descrever as atividades desenvolvidas pelo professor e as atividades desenvolvidas pelos alunos” (PILETTI, 2004, p. 102-103).

Por sua vez Haydt ressalta que é uma incumbência do professor diversificar os procedimentos didáticos com o uso dos mais favoráveis em relação aos objetivos indicados e “à natureza do conteúdo estudado”, porque “Eles devem favorecer a compreensão, a assimilação e a construção do conhecimento por parte do aluno”, assim sendo, “A compreensão é um elemento indispensável à aprendizagem, pois para assimilar um conhecimento é preciso compreendê-lo, isto é, incorporar o objeto de estudo ao seu universo mental” (HAYDT, 2011, p. 114).

Desse modo, julgando a essencialidade dessas contribuições dos estudos da área da Didática, foi que buscou-se relacionar a necessidade de consolidar a compreensão das operações básicas da matemática com um referencial significativo através de uma aula que pudesse (re)introduzir os fundamentos desse conteúdo, em uma turma com 30 alunos, do sexto ano na etapa do Ensino Fundamental, como descrita adiante.

4.1 O Referencial Escolhido

Como o desafio oferecido pelo professor Damasceno dava a liberdade de nós graduandos aleatoriamente escolhermos um objeto qualquer e elaborar uma aula na área de matemática, voltada para essa realidade conforme diagnosticada, com o objetivo de colocar as informações dentro de um *referencial significativo* para o aluno e o conteúdo ser mais favoravelmente apreendido por ele, para o exercício dessa aula foi escolhido o objeto bola de gude[6]. Principalmente, devido à verificação de que a mesma ainda é nas áreas da zona rural uma brincadeira de uma significativa parte da população na fase das crianças entre os 10 e 13 anos de idade[7].

Essa escolha remeteu ao ensinar a esses alunos (que não compreendiam os fundamentos) a partir do esclarecimento da concepção de como é fácil aprender os princípios das quatro operações básicas da matemática, adição, subtração, multiplicação e divisão; tanto em razão da importância de não se confundir essas noções com a resolução de contas, como acentuam Smole e Ignez (2012, p. 23) que “os números e as operações ocupam boa parte dos currículos e do tempo das aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. E, saber se os alunos estão avançando em relação a esses conteúdos é muitas vezes confundido com o fato de saberem ou não fazer conta”; quanto a serventia desses princípios para a base do desenvolvimento cognitivo do aluno nos demais anos posteriores como destacam Silva, Lourenço e Côgo (2004, p. 71)

> [...] nos nossos dias, a utilização com compreensão, das operações aritméticas fundamentais, (adição, subtração, multiplicação e divisão) tornou-se um dos objetivos fundamentais de qualquer Educação Matemática básica. É preciso ter em mente a importância de desenvolver a compreensão do sentido e da utilização das operações na resolução dos diversos problemas do cotidiano, o que é mais importante do que o simples domínio de algoritmo.

Por conseguinte, essa aula tem como objetivo geral conhecer os princípios básicos das quatro operações fundamentais da aritmética, ou seja, a adição, subtração, multiplicação e divisão[8], os quais foram ministrados em consonância com as perspectivas e considerações de Cardoso (1990, p.33) onde as ideias dos conceitos são: a adição é juntar e acrescentar; a subtração é completar, comparar e tirar; a multiplicação é a adição de parcelas iguais, ideia combinatória; e a divisão é literalmente a divisão em partes iguais, medidas.

4.2 Os Procedimentos

Na primeira aula, após esclarecer-se que entre os seres humanos sempre existi as pessoas que têm a oportunidade de aprender primeiro e assim nós que ainda não sabemos podemos querer aprender com elas; deve ser explicada como serão as atividades das aulas (sequenciais) e o objetivo daquela primeira aula. Assim como, a turma deve ser organizada, preferencialmente em forma de círculos (um menor dentro de um outro maior) com as mesas (carteiras) dos educandos uma ao lado da outra e suas respectivas cadeiras por trás, sendo que uma quantidade restante formou o círculo interno.

Logo, imediatamente devem ser distribuídas quantidades iguais de bolas e de garrafas de plástico PET (cortadas pela metade) para todos os 30 educandos, numa proporção de 12 bolas e 4 garrafas para cada um dos educandos. Bem como, uma folha com as perguntas que serão articuladas durante a aula para que eles possam anotar seus nomes e suas respostas para usarem posteriormente em outras aulas na construção de um relatório de suas experiências.

Por conseguinte, através de uma perspectiva dialógica e interrogativa inicia-se pela relação da contagem da quantidade de bolas de gude que cada um deles tenha recebido dentro de um pequeno saco plástico fechado com um nó, solicitando que eles tirem cada bola após rasgar o saco e comecem a contar todas colocando dentro de apenas uma das quatro garrafas.

Após todos anotarem na sua folha guia para o relatório, as quantidades que cada um deles tenha recebido de bolas, a segunda instrução para trabalhar-se o conceito de adição, deve ser que eles coloquem em 2 garrafas separadamente 3 bolas dentro de cada e respondam a primeira pergunta: se em uma outra garrafa vazia você juntar a quantidade de bolas que estão separadas em cada uma das duas garrafas, quantas bolas ficarão juntas nessa outra garrafa?

E assim modificando as quantidades e seguindo as questões, nessa perspectiva deve ser anunciado aos educandos que essa ação que eles sabem fazer e muito bem, de contar, juntar e acrescentar bolas separadas em um mesmo lugar (em única garrafa no caso deles) é o que na escola e nos livros tem o mesmo significado e é chamado pelos nomes de adição, adicionar, somar, soma, bem como, anunciar para os alunos uma história na qual curiosamente algumas crianças antigamente até chamavam a adição pelos nomes de mais, contar de mais e/ou conta de mais.

Para trabalhar o significado do conceito de subtração, devem ser sorteados quatro educandos que receberam 3 bolas cada e sejam os protagonistas que atuem nas encenações dos exemplos. No centro dos círculos (a qual estava organizada a turma) deve ser colocada 1 garrafa (a qual objetivava representar a ideia de um todo, neste caso igual a 9). Em seguida, pede-se para que eles juntem todas as suas bolas em apenas uma garrafa e depois de todos tomarem nota da quantidade que fica, pedimos que os 3 educandos retirem as suas bolas para atentar-se para o sentido do completar.

O qual é estruturado, a partir, das relações observadas quando for introduzida uma outra garrafa com a mesma quantidade de 9 bolas ao lado da outra que ficou vazia e comparadas a quantidade de bolas que cada vez que um dos três educandos vá a está garrafa e deposite as suas três bolas na garrafa vazia seja ressaltada a questão: quantas bolas ainda faltam para completar as nove bolas dentro dessa garrafa? Sendo que cada aluno anota a sua resposta a partir da sua manipulação dessa mesma experiência em sua mesa, até completar as nove bolas. Por fim a ideia de retirar é aplicada de modo que sejam retiradas das nove bolas, sucessivos pares de bolas, ou seja, 2, 4, 6 e 8 até se ter um resto igual a 1 e posteriormente, após colocar as 9 bolas de volta, uma nova retida das nove bolas, desta feita, em trios deve ser executada, ou seja, 3, 6 e 9 até chegar a um resto igual a zero e sempre registrando os seus resultados.

Então, nesse entendimento é anunciado aos educandos que essa ação que eles sabem fazer e muito bem, 'de completar, comparar e tirar' bolas é o que na escola e nos livros tem o mesmo significado e é chamado pelos nomes subtração, subtrair, diminuir, do mesmo modo, que precisa ser contada uma história de bisbilhotice na qual algumas crianças antigamente até chamavam a subtração pelos nomes de "menos", "contar de menos" e/ou "conta de menos".

Quanto ao conceito de multiplicação, ele é articulado, com um desafio proposto para os alunos poderem a partir do material inicialmente recebido (12 bolas e 4 garrafas) colocarem quantidades de bolas iguais no mínimo e no máximo de garrafas para que a soma daquelas quantidades de garrafas e suas quantidades de bolas pudessem formar números naturais.

Porquanto, a ênfase nas parcelas iguais e a ideia combinatória é acentuada quando os educandos são orientados a colocar os resultados em forma de números, numa outra folha que eles recebem com a quantidade um pouco mais do que todas as combinações possíveis organizadas em retângulos (x   =   ) números os quais devem representam a quantidade de garrafas e as quantidades respectivas de bolas.

Sendo assim, a partir dessa assimilação é afirmado aos educandos que essa ação que eles sabem fazer e muito bem, 'de adicionar parcelas iguais de bolas de maneira combinada' é o que na escola e nos livros tem o mesmo significado e é chamado pelos nomes de multiplicação, multiplicar; da mesma forma, que é contada uma história curiosa na qual algumas crianças antigamente até chamavam a multiplicação pelo nome de “vezes”.

Por sua vez, o significado de repartir igualmente e medir da divisão, é encadeado com a ideia de todos os 30 educandos formarem 5 grupos com 6 alunos em cada grupo. Os quais, em cada grupo, os integrantes recebam uma caixa de papelão pequena para juntarem as suas bolas que somadas dão um total de 72 bolas dentro da caixa; e registrarem as quantidades de bolas que resultam da separação em partes iguais em respectivamente 2, 3, 4 e 5 garrafas distintas.

Desta forma, a partir da apropriação dessas noções é declarado aos educandos que essa ação que eles sabem fazer e muito bem, ou seja, ‘de dividir bolas em partes iguais’ acertadamente medidas, é o que na escola e nos livros tem o mesmo significado e é chamado pelo nome de divisão e dividir.

Portanto, observa-se como é possível através de uma aula idealizada com um referencial significativo, conseguir tirar da mente de tantos alunos que eles irão aprender coisas complicadas na Matemática (que é uma ideia que pode e geralmente ocasiona um empasse e consequentemente compromete o desenvolvimento da aprendizagem) e (re) introduzir os fundamentos de um conteúdo de maneira mais favorável.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por isso, como acertadamente apreendemos durante as aulas no componente Didática, é essencial no contribuir do professor de matemática para a reversão do quadro em que a Matemática começa a “se configurar para os alunos como algo que foge à sua possibilidade de compreensão, que é de pouca utilidade prática, gerando representações e sentimentos que vão se concretizar muitas vezes no divórcio entre aluno e conhecimento matemático” (BRASIL, 1998, p. 62), deixar bem claro para os alunos através de repetições constantes que, a princípio e de certo modo, não existe nada que nós aprendamos na escola que já não tenhamos visto em algum outro lugar e/ou até mesmo saibamos um pouco, mas que a escola e os livros geralmente chamam por um nome diferente daqueles que nós já sabemos.

Consequentemente, o tudo mais no processo de ensino-aprendizagem com a constante utilização de referenciais significativos para os alunos, é uma série de relações entre os planejamentos. Relações através do pensar pela pedagogia sobre a educação que se quer fazer e a importância de ponderar a respeito das contribuições que a Didática sublinha para a educação que se faz na sala de aula. Consequentemente, para um professor que tem competências e habilidades nas quatro operações da aritmética, reflexionar esses planejamentos também se torna uma questão vital, em razão de: tudo começar pela ciência no saber e ser na consciência onde se refleti a magnitude da Matemática na existência do ser humano.

REFERÊNCIAS

BALZAN, Newton Cezar. A pesquisa em Didática: realidade e propostas. *In*: CANDAU, Vera Maria (Org.) **A Didática em questão**. Carlos Alberto Gomes dos Santos, Cipriano Carlos Luckesi. Margot Bertoluci Ott, Menga'Lüdke, Newton Cesar Balzan. Oswaldo Alonso Rays, Vera Maria Candau, Zaia Brandão. Petrópolis: Vozes, 1984, p. 81-100.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf Acessado em: 13/03/2018.

CARDOSO, Virginia C. **Materiais didáticos para as quatro operações**. São Paulo: CAEM/IEME-USP, 1990.

HAYDT, Regina Célia Cazaux. **Curso de didática geral**. 8.ed. São Paulo: Ática, 2006.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

As Teorias Pedagógicas Modernas Revisitadas pelo Debate Contemporâneo na Educação. *In.* LIBÂNEO, J. C; SANTOS, A. (Org.) **Educação na era do conhecimento em rede e transdisciplinaridade**. Campinas: Alínea, 2010. p. 19-62 (Coleção educação em debate).

PILETTI, Claudino. **Didática Geral**. Série Educação. São Paulo: Ática, 2004.

SILVA, Circe M. S. da; LOURENÇO, Simone T.; CÔGO, Ana M. **O ensino aprendizagem da matemática e a pedagogia de texto**. Brasília: Plano editora, 2004.

SMOLLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (Org) **Materiais manipulativos para o ensino das quatro operações básicas.** Volume 2, São Paulo: Mathema, 2012. (Col. Mathemoteca)

TURRA, Clódia Maria Godoy. et al. **Planejamento de ensino e avaliação**. 11. ed. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 1995.

CAPÍTULO 9

JOGOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: A INCLUSÃO DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Janaína Fonseca Barbosa
Universidade Federal de Pernambuco
Caruaru - PE

Aline Maria de Lucena
Universidade Federal de Pernambuco
Caruaru - PE

Wiliana Maria Torres da Silva
Universidade Federal de Pernambuco
Caruaru - PE

RESUMO: A inclusão ainda é um grande desafio para a educação, pois a maioria dos educadores não dispõe de conhecimento específico e nem habilidade necessária para desenvolver um ensino de qualidade para os alunos com deficiência. Neste estudo, percebemos que isso pode está acontecendo, dentre outras causas, devido a ausência de disciplinas específicas voltada para o público de estudantes com deficiência, na grade curricular dos cursos de licenciatura em Matemática, o que acontece no curso da Universidade Federal de Pernambuco. O objetivo deste trabalho é apresentar alguns jogos inclusivos criados com materiais adaptados para incentivar os educadores a planejarem aulas direcionadas aos alunos com deficiência visual, possibilitando uma melhor compreensão da disciplina de Matemática, analisando os jogos matemáticos como atividade pedagógica. Os jogos proporcionam uma aprendizagem significativa, desenvolvendo também a relação interpessoal, e consequentemente promovendo sua inclusão, em que todos podem aprender brincando.

PALAVRAS-CHAVE: Jogos matemáticos. Inclusão. Deficiência visual. Atividade pedagógica.

GAMES IN MATHEMATIC EDUCATION: THE INCLUSION OF VISUAL DISABLED STUDENTS

ABSTRACT: Inclusion is still a major challenge for education, as most educators lack the specific knowledge and skills needed to develop quality education for students with disabilities. In this study, we realize that this may be happening, among other causes, due to the absence of specific disciplines aimed at students with disabilities in the curriculum of undergraduate mathematics courses, which happens in the course of the Federal University of Pernambuco. The aim of this paper is to present some inclusive games created with materials adapted to encourage educators to plan classes aimed at students with visual impairment, enabling a better understanding of the mathematics discipline, analyzing mathematical games as a pedagogical activity. Games provide meaningful learning, also developing interpersonal

relationships, and consequently promoting their inclusion, where everyone can learn by playing.
KEYWORDS: Mathematical games. Inclusion. Visual impairment. Pedagogical activity.

1 I INTRODUÇÃO

Analisando a grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, especificamente do Campus do Agreste, observa-se uma falha considerável na ausência de disciplina obrigatória que trabalhe a inclusão , bem como seus métodos de ensino, em que apenas, a de LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais) não dá suporte para todas as deficiências, sendo ela específica para pessoas com deficiência auditiva.

No âmbito educacional, a ausência de conhecimento e habilidade por parte dos educadores dificulta o alcance do objetivo final que é o aprendizado coletivo. Isso acontece devido *à* indisponibilidade em instituições de ensino de aperfeiçoamentos didático para planejamento e utilização de uma metodologia de ensino específica para trabalhar com alunos com deficiência.

Sabemos que no ensino de algumas disciplinas utilizam-se de muitas atividades pedagógicas para atingir o objetivo da aprendizagem. O uso de jogos matemáticos além de garantir essa finalidade, também permite a interação entre os estudantes, fortalecendo a relação interpessoal dos mesmos.

Diante desta realidade e enfatizando em um tipo de deficiência entre tantas existentes, este trabalho mostra alguns jogos que podem ser construídos com materiais adaptados, buscando incentivar os educadores a planejarem aulas direcionadas aos alunos com deficiência visual, possibilitando uma melhor compreensão da disciplina de Matemática através desses jogos matemáticos, para que assim o aprendizado aconteça de forma satisfatória.

O uso de materiais didáticos, como os jogos matemáticos desempenham um papel importante no processo de aprendizagem. Lorenzato (2006) enfatiza a importância e a praticidade dos materiais didáticos, ressaltando que dependendo do objetivo da aula, eles podem executar a função de motivar os estudantes, apresentar o assunto, auxiliar no entendimento e/ou facilitar a redescoberta.

2 I DESENVOLVIMENTO

O Estatuto da Pessoa com Deficiência (BRASIL, 2015) ajuda a minimizar o preconceito possibilitando a integração das pessoas com deficiência nas escolas e para que isso aconteça é necessário que os professores tenham atuações pedagógicas que facilitem a aprendizagem dos alunos com deficiência.

D'Ambrosio (2012, p.63) conceitua educação "como uma estratégia da sociedade para facilitar que cada indivíduo atinja o seu potencial e para estimular cada indivíduo a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comum". Para isso os professores precisam ter a percepção sobre as habilidades desses alunos, pois o método tradicional dificultará ainda mais o alcance do aprendizado, tendo em vista que o aluno com deficiência visual tem um melhor entendimento e a compreensão dos conteúdos através das vias sensoriais, da audição e do tato.

2.1 A Deficiência Visual e a Matemática

Sabe-se que a deficiência visual pode ser classificada em duas classes: a cegueira, que é de forma grave ou total, na qual o indivíduo pode ser capaz de identificar apenas vultos ou luminosidades ou ser nula e a baixa visão , que mesmo o uso de lentes não consegue melhorar totalmente a sua acuidade, dificultando assim algumas atividades.

Diante disso, temos que alguns alunos com deficiência visual podem apresentar dificuldades em compreender e relacionar alguns conteúdos e representações matemáticas, como gráficos e figuras geométricas. Com o intuito de facilitar o processo de ensino e aprendizagem, é necessário criar e adaptar materiais para tornar o ensino da matemática mais compreensível para esses alunos.

2.2 Os jogos

Os jogos matemáticos além de permitir uma maior interação entre os alunos em sala de aula, são um grande aliando para a aprendizagem e fixação de conteúdos matemáticos, uma vez que permite ao estudante aprender de forma divertida e crítica, desenvolvendo estratégias e criatividade.

Pensando nisso, foi visto a necessidade de adaptar jogos, para que os alunos com deficiência visual também partícipe dessa prática de ensino.

2.2.1 Os Jogos e as Atividades a serem Desenvolvidas

Existem diversos jogos matemáticos, mas neste trabalho apresentaremos três específicos para trabalhar com deficientes visuais, sendo eles: o Tabuleiro de matrizes, o Tabuleiro geométrico e o Sudoku texturizado.

Jogo 1- Tabuleiro das matrizes

Objetivo: ensinar o conceito, representação e tipos de matrizes.

Objetivo específico: trabalhar matrizes com alunos cegos ou de baixa visão através de atividade lúdica.

Descrição da atividade: o aluno deverá jogar um dado (adaptado) para cima duas vezes. A primeira vez que o dado cair, a face que ficar virada para cima irá determinar o número de linhas da matriz e a segunda o número de colunas, determinando o tipo de matriz que será construída. Em seguida irá formar a matriz utilizando botões.

Didática/Método de ensino: trabalho em grupo e jogos matemáticos.

Materiais: um dado com texturas diferenciadas para que o aluno consiga perceber o valor da face virada para cima e um de isopor e cordão, construídos com cola quente,cordão, isopor, botões, tesoura, lápis, cartolina, régua e emborrachado.

Figura 1: Tabuleiro das matrizes

Fonte: a autora

Jogo 2 – Tabuleiro geométrico

Objetivo: relacionar conceitos de perímetro e área de figuras geométricas.

Objetivo específico: construir a partir do Multiplano figuras geométricas e identificar suas respectivas áreas e perímetro.

Descrição da atividade: Sortear algumas figuras geométricas. Em seguida o aluno irá construir imagens que representem essas figuras geométricas no multiplano usando ligas e identificar o perímetro e área de cada uma delas.

Didática/Método de ensino: trabalho em grupo e jogos matemáticos

Materiais: Multiplano, feito com pregos, lápis, régua, um pedaço de tábua e ligas.

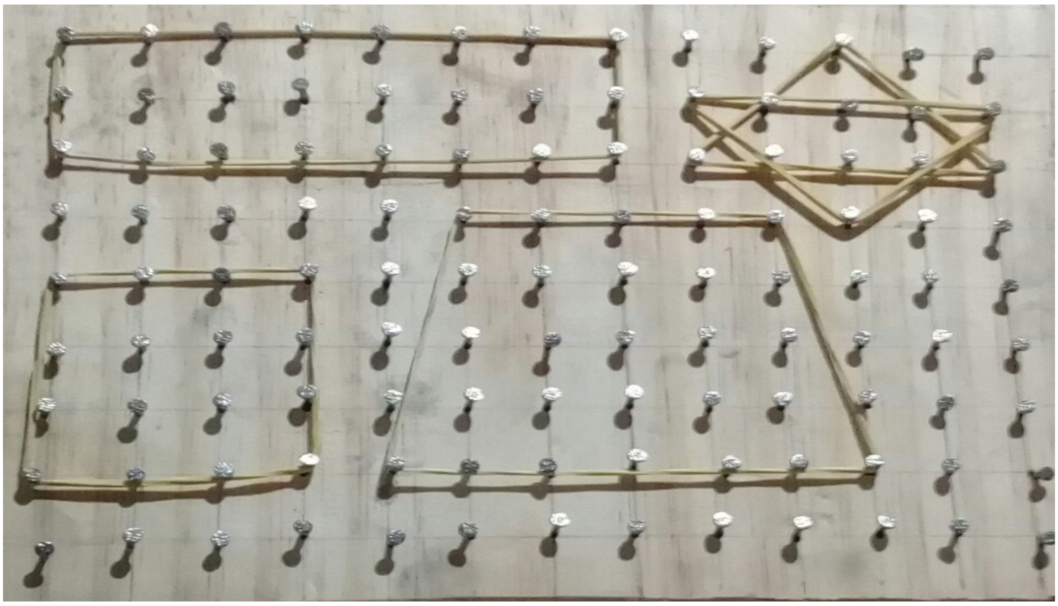


Figura 2: Tabuleiro geométrico

Fonte: a autora

Jogo 3 – Sudoku texturizado

Objetivo: trabalhar raciocínio lógico e estratégia

Objetivo específico: desenvolver raciocínio lógico matemático e estratégia por meio do sudoku.

Descrição da atividade: completar todos os espaços, sem repetir as figuras geométricas numa mesma coluna ou linha.

Didática/Método de ensino:jogos matemáticos

Materiais: tabuleiro com os espaços e peças que iram ser encaixadas nesses espaços, figuras geométricas contidas nas peças devem estar com uma textura diferente para melhor percepção do aluno com o tato, confeccionadas com cola quente, tesoura, lápis, emborrachado, palito de churrasco e cordão.

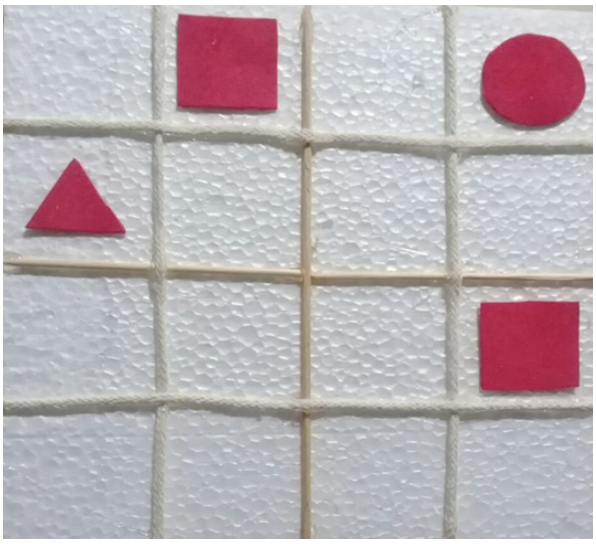


Figura 3: Sudoku texturizado

Fonte: a autora

REFERÊNCIAS

BRASIL, **Lei Federal nº 13.146 (Estatuto da Pessoa com Deficiência)**, Diário Oficial da União; Poder Executivo, 7 jul. 2015. Seção 1, Brasília, p. 2-11, 2015.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 23ª edição. São Paulo: Papirus, 2012.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**, In. LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38

MORESI, Eduardo. **Metodologia da Pesquisa**. Brasília – DF: Universidade Católica de Brasília – UCB, 2003. Disponível emhttps://pt.scribd.com/document/49051503/MetodologiaPesquisa-Moresi2003. Acesso em: 25 abril 2018.

CAPÍTULO 10

ENSINANDO GEOMETRIA COM MASSA DE MODELAR: UMA EXPERIÊNCIA FORMATIVA

Ewerson Tavares da Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Goiânia

Ricardo Vieira Nascimento Filho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Goiânia

Barbarah Soares de Moraes
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Goiânia

Diana Bonne Caetano Moura
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Goiânia

Maxwell Gonçalves Araújo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Goiânia

Glen Cezar Lemos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Goiânia

Franciane José da Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Goiânia

Ana Cristina Gomes de Jesus
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Goiânia

RESUMO: A geometria enquanto conteúdo escolar está presente como conteúdo curricular na Educação Básica. Este trabalho relata uma experiência desenvolvido no mês de Fevereiro de 2017, no formato de oficina na Prática como Componente Curricular (PCC) no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Goiás, câmpus Goiânia, a PPC ministrada pela professora Ana Cristina Gomes de Jesus, tendo como tema: Metodologia do ensino de Matemática para séries iniciais via Laemat do IFG. Justificamos esse trabalho diante da necessidade de se trabalhar com metodologias alternativas que ajudem o aluno, na construção de conhecimentos, e o professor, servindo como abordagem metodológica para trabalhar conceitos tocantes a geometria espacial. Para avaliar o desenvolvimento da atividade proposta, ao término da mesma foi colocada em questão se os acadêmicos já tinham tido alguma experiência com material concreto e se essa oficina poderia auxilia-los em uma situação real de aprendizagem no contexto de sala de aula. De acordo com os relatos, os discentes não tiveram contato anterior com esse tipo de metodologia e se sentiram mais seguros a partir de então em trabalhar futuramente com essa opção metodológica.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Séries Iniciais. Geometria Espacial. Sólidos Geométricos. Material concreto.

TEACHING MODEL MASS GEOMETRY: A FORMATIVE EXPERIENCE

RESUMO: Geometry as a school content is presente in the curriculum content in Basic

Education. This research reports on na experience developed in February 2017, in workshop format in Practice as Curriculum Component (PPC) in the Degree in Mathematics at the Federal Institute of Goiás, Goiânia campus, a PCC taught by teacher Ana Cristina Gomes de Jesus, with a theme: Mathematics teaching methodology for initial series through IFG's Laemat. We justify this work given the need to work with alternative methodologies that help a student, in knowledge building, and the teacher, serving as a methodological apporoach to work concepts concerning spatial geometry. To evaluate in the development of a proposed activity, in the end it was asked if a students had any experience with concrete material and whether this workshop could assist them in a real learning situation in the classroom contexto. Acoording to reports, a students had no previous contact with this type of methodology and felt safer from then on to work in the future with this methodological option.
KEYWORDS: Mathematics. Initial series. Spatial geometry. Geometric solids. Concrete material

INTRODUÇÃO

Esse trabalho relata uma experiência desenvolvida no mês de fevereiro de 2017 no formato de oficina em uma Prática como Componente Curricular (PCC) no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG), Câmpus Goiânia, a PPC ministrada pela professora Mra. Ana Cristina Gomes de Jesus, tendo como tema: *Metodologia do ensino de Matemática para séries iniciais via Laemat do IFG*. A referida docente também coordenadora do subprojeto do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) de Matemática fez o convite aos alunos bolsistas do programa para oferecerem um minicurso na PPC citada, tendo como objetivo apresentar uma abordagem metodológica de viés lúdico, visando o ensino de Geometria Espacial para as séries iniciais.

Refletindo sobre o desafio proposto, reuniu-se um grupo de alunos, no caso os autores do respectivo relato para decidir qual abordagem metodológica seria adotada. Depois de discussões, optamos pela utilização da massinha de modelar na criação dos sólidos, ou melhor, dos esqueletos dos sólidos geométricos. Escolhemos tal abordagem, por entendermos que as crianças possuem dificuldades em visualizar o sólido geométrico nos livros didáticos ou no quadro, por serem espaços bidimensionais onde não é possível representar toda a completude do objeto estudado.

Entendemos que mesmo muito novas, as crianças chegam ao ambiente escolar trazendo consigo noções intuitivas de espaço, pois estes são aprendizados pré linguísticos, que vão tomando forma a partir das interações desses pequeninos com o meio. Através das formas dos objetos que constituem, por exemplo, as cozinhas de suas casas, os seus brinquedos ou até mesmo a própria arquitetura da cidade onde vivem, sendo essas, percebidas pelo tato ou pela visão, pessoalmente ou por qualquer meio de visualização.

Os conceitos geométricos, segundo Zampa e Vieira (2011), constituem parte importante do currículo de Matemática da Educação Básica, pois através deles, os alunos desenvolvem um tipo específico de raciocínio que lhes permitam perceber e representar, de forma organizada, o mundo em que vivem. Dessa forma, a geometria representada pelo aluno como resultado da sua percepção sobre o ambiente torna-se um caminho que permita a elaboração de conceitos geométricos, que atenda as diversas formas dos objetos que estão ao nosso redor, sendo essas formas, verdadeiros guias de exploração e descoberta.

Contudo, por mais relevantes que sejam esses aprendizados do nosso cotidiano, a formalização destes conceitos em ambientes formais de ensino se tornam uma *práxis* desafiadora. Diversas pesquisas revelam o quanto ensinar geometria espacial nas séries iniciais para muitos educadores têm se tornado uma árdua missão.

> [...]o que se percebe hoje é que o aluno formado por este currículo aprendeu muito pouco de geometria e não consegue perceber a relação desse conteúdo com situações que ocorrem na vida diária. Com base nos resultados das avaliações do ENEM, SAEB e INAF, nas quais a geometria está presente como um dos componentes específicos da área de matemática, verifica-se um rendimento muito abaixo do esperado (TASHIMA e SILVA, 2015, p. 6).

Nessa perspectiva, o ensino de geometria passa por diversas dificuldades como: a falta de formação docente, um extenso currículo de álgebra, a maneira como é distribuído os conteúdos no livro didático, deixando a geometria no final do livro e entre outras. Dessa forma, percebemos que a defasagem do ensino de geometria pode ser explicada pelo fato da matemática ensinada nas escolas brasileiras atualmente ser predominante algébrica, colocando o ensino da geometria marginalizado, ou seja, deixando a mesma de ser ensinada, preterida em relação ao ensino de álgebra.

> [...] a maioria dos currículos escolares do mundo todo, durante longo tempo (…) sempre se preocuparam muito com as atividades ligadas à linguagem e à quantificação, deixando de explorar a capacidade infantil de percepção espacial em trabalhos de Geometria (TOLETO e TOLETO, 2010, p. 213).

Lorenzato (2010, p.70), corrobora com essa ideia ao afirmar que:

> Por várias razões, a geometria não tem ocupado o seu devido lugar no ensino de matemática. Porém, é possível, desejável e necessário que o ensino dessa parte importante da matemática seja fortemente enfatizado, porque, como já vimos, sem experiência geométrica não se consegue raciocinar geometricamente e, por consequência, se constrói uma visão capenga, falaciosa e incompleta da matemática.

Ressaltamos que os alunos da Educação Básica encontram dificuldades em visualizar e diferenciar tais objetos e o professor geralmente, no processo de ensino-aprendizagem, tende a não promover momentos para que a turma possa vivenciar uma experiência geométrica. Esse comportamento reforça as dificuldades dos alunos, e também, faz com que o conteúdo perca a sua ludicidade e concretude. Emerge daí a possibilidade do uso de materiais concretos para que possa ocorrer com maior potencialidade essa transposição didática.

> O material concreto tem fundamental importância, pois, a partir de sua utilização adequada os alunos ampliam sua concepção sobre o que é como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos. (RÊGO e RÊGO, 2004, p. 43).

Destacando a importância desse tipo de abordagem metodológicas nos ambientes escolares, este trabalho teve como objetivo relatar uma experiência quanto ao uso de material concreto na apresentação do conteúdo de geometria para as séries iniciais. Para tal, foi desenvolvida uma oficina com discentes do curso de licenciatura em Matemática, cuja proposta foi à criação de esqueletos de sólidos geométricos a partir de materiais didáticos acessíveis, tal como a massinha de modelar e canudos para fins de visualização dos sólidos e compreender conceitos como arestas, vértices e faces.

METODOLOGIA

Passamos agora a explicar como se deu o desenvolvimento da oficina. A priori apresentamos a proposta da oficina para os participantes, em seguida levantamos os seguintes questionamentos: “Você já possui experiência em sala de aula? Se sim, já utilizou material concreto em suas aulas? Se não, já ouviu sobre sua utilização? Acha que ele pode contribuir para o ensino da matemática? ”. Os acadêmicos ali presentes não possuíam experiência docente em sala de aula, porém todos já ouviram falar da utilização do material concreto como ferramenta didática durante o curso, seja por meio de disciplinas do núcleo pedagógico ou em outras PPC’s oferecidas na instituição. E, por fim foi um consenso na turma que essa metodologia pode contribuir positivamente para o ensino de matemática.

Após essas discussões, foi essencial adverti-los dos cuidados necessários para aplicar essa oficina, por se tratar de uma atividade que faz uso de massa de modelar. Frisamos a necessidade de ressaltar cuidados específicos para aplicação dessa proposta, tais como a escolha dos materiais adequados para a idade das crianças, de maneira a selecionar objetos que não perfurem e previamente a verificação se nenhum dos educandos possui alergia aos materiais a serem utilizados como a farinha de trigo e corantes.

Feito isso, dividimos os alunos em grupos e pedimos para que consultassem a receita da massa de modelar que trouxemos (descrita no quadro 1 a seguir).

Receita da massa de modelar – 1 xícara de maizena – 2 xícaras de sal – 3 colheres de sopa de água – Corante alimentício

Quadro 1: Receita da Massinha de Modelar

Fonte:Disponível em: <http://dicaspaisefilhos.com.br/diversao/brincadeiras/receita-de-massinha-de-modelar-caseira>. Acesso em 01 de Fevereiro de 2017.

Existem diversas receitas de massa de modelar disponibilizadas na internet, a escolha dessa se deu devido à presença de materiais que caso ingeridas por um aluno não lhe causariam danos à saúde e, também, por serem de baixo custo. Em outras receitas, materiais como cola e/ou tintas que caso ingeridas fariam mal à saúde. Com o nosso auxílio e supervisão eles foram incentivados a confeccionarem sua própria massa de modelar, essa ação pode ser vista nas figuras 1 e 2.

Figura 1: Processo de confecção da massa de modelar

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 2: Processo de confecção da massa de modelar

Fonte: Dados da pesquisa

Durante o período de confecção da massa de modelar já foi possível perceber a presença de noções de conteúdos matemáticos envolvidos na atividade, tais como frações e noções de medida, além de incentivá-los a trabalhar em grupo.

A princípio, nem todos os alunos quiseram misturar a massa, porém logo depois, todos se dispuseram a participar da atividade proposta. Após o término da confecção da massa de modelar foram distribuídos os materiais, anteriormente citados, necessários para a construção dos esqueletos dos sólidos geométricos. Posteriormente os alunos iniciaram a construção dos esqueletos, sendo orientados de que o tamanho do canudo poderia comprometer a estrutura do esqueleto, dessa maneira sugerimos que os mesmos fossem cortados do mesmo tamanho.

Aqueles que seguiram as instruções dadas inicialmente, preferindo manter os canudos no tamanho original conseguiram atingir os resultados esperados, já aqueles que não se atentaram minunciosamente a proporção do tamanho do canudo com a quantidade de massa, perceberam ao final que de fato a estrutura do esqueleto ficou comprometida.

Foi obtida uma variedade de tamanhos e formatos dos mais diversos esqueletos de sólidos geométricos, por não estabelecermos a priori, um único modelo a ser reproduzido, conforme é ilustrado nas figuras 3 e 4.

Figura 3: Produção do esqueleto dos sólidos geométricos

Fonte: Dados da pesquisa

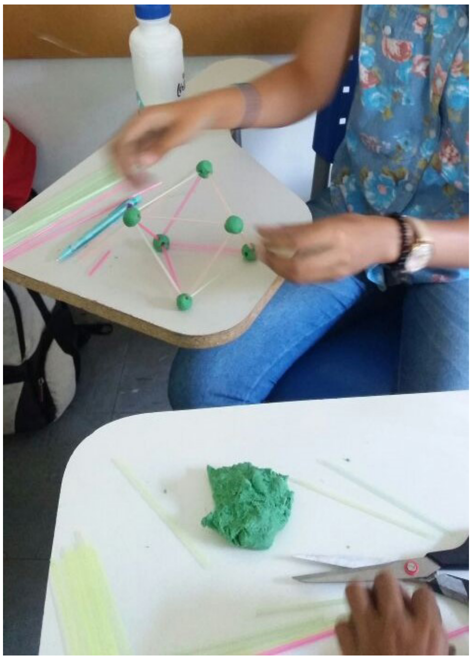


Figura 4: Produção do esqueleto dos sólidos geométricos

Fonte: Dados da pesquisa

Com os sólidos em mãos, chegamos a um dos momentos mais significativos da oficina: o momento em que os participantes da oficina foram instigados a pensar como esse material lhes ajudaria a formalização de algum conceito matemático. A exposição de ideias em conjunto com os demais colegas revelou o quanto alguns conceitos estavam bem nítidos nos esqueletos, tais como vértices, arestas, faces, polígonos regulares, noção de paralelismo e poliedros e como, com um pouco de orientação por parte do professor, poderíamos levar os alunos até a construir a relação de Euler. Foram expostos conceitos e ideias simples, porém quando explorados em sua gênese tornou se possível a construção do conhecimento geométrico que é motivo de muita dúvida e erro quando apenas enunciada pelo docente no quadro sem a construção do conceito.

Ao final da oficina foram realizadas outras indagações, tais como: “Pontue os aspectos que você considerou importante para formação docente e para sua futura prática pedagógica, cite também pontos positivos, negativos e apresente, se possível, sugestões”. O tópico a seguir apresenta as contribuições e os apontamentos resultantes desse momento de reflexão e diálogo acerca das atividades realizadas durante o desenvolvimento da oficina.

RESULTADOS ALCANÇADOS

Como citado anteriormente, ao final da oficina foi proposto que os alunos expressassem de maneira oral e em seguida escrita, às contribuições que esta atividade poderia ter lhes proporcionado. Tais apontamentos foram feitos numa ficha individual, na qual os discentes teriam um espaço para dialogar conosco sobre a relevância dessa atividade e pontuar estratégias que poderiam ser acrescentadas na oficina, de acordo com o público alvo a qual ela se destina.

Eles consideraram que a oficina aborda o conteúdo matemático, em especial os de geometria espacial de modo bastante dinâmico e divertido, e também que a atividade proporciona um momento de ensino-aprendizagem rico em conhecimento matemático servindo, também como um espaço para revisão e reflexão dos demais conteúdos estudados.

Com base nos questionamentos feitos aos alunos sobre a oficina, percebemos que a atividade contribuiu para que os ali presentes na PPC, em sua maioria, refletissem acerca da importância de utilizar material concreto como ferramenta metodológica para ensino da matemática. Como destaque podemos ressaltar alguns apontamentos realizados por eles: essa metodologia possibilita uma dinâmica que diverge da uniformidade das aulas tradicionais, fazendo com que eles tenham acesso a outras metodologias de ensino de matemática. Além disso, os mesmos citaram como a atividade poderia contribuir como instrumento de motivação para os alunos, pela sua forma dinâmica e divertida, que rompe o padrão abstrato e conteudista, no qual, como professores, costumamos fazer uso para ensinar matemática, e que tem causado aversão à disciplina entre os alunos da Educação Básica.

Segundo os discentes, a ludicidade trazida pela proposta é um dos pontos determinantes para o sucesso da mesma. O lúdico faz parte da vida do ser humano, nos permitindo uma constante experimentação do que nos propomos a aprender, além de possibilitar a criação e recriação de situações de aprendizagem. Desse modo negá-la seria abrir mão de um importante meio de aplicação do conteúdo, sendo esse, citado pelos próprios alunos, um dos mais desafiantes dilemas do ato de se ensinar matemática.

Além disso, utilizando como abordagem metodológica materiais concretos, os alunos participantes da PPC citaram que a construção desse conhecimento se dá de uma maneira capaz de envolver os alunos durante todo o decorrer da atividade, fazendo com que as dúvidas e incompreensões sejam colocadas em questão, dando espaço para discussões, conjecturas e suposições.

Ao término os alunos realizaram algumas sugestões as quais acreditavam que poderiam contribuir para o aprimoramento da oficina. Inicialmente propuseram que fosse feito a apresentação formal do nome dos esqueletos dos sólidos criados por eles e após esse momento, pedir para que os mesmos fizessem uma associação deste com o sólido construído e um objeto do seu cotidiano. Assim, a atividade ganharia maior significado matemático e os alunos perceberiam a relação que o conteúdo estudado tem com o espaço ao seu redor. Além disso, mais do que contemplar o objeto construído, foi proposto pelos alunos que fosse observado se seria possível criar sólidos distintos com o mesmo número de vértices ou arestas, fazendo com que despertasse nos próprios alunos um senso investigativo essencial na construção do conhecimento matemático.

Por fim, referente aos resultados que obtivemos na oficina, percebemos que ela poderia ser uma ferramenta essencial para uma espécie de alfabetização matemática, de modo que poderíamos explorar inúmeros termos, propriedades e possibilidades a partir dela. Percebemos que apenas a confecção do material não alcança por si só o objetivo definido para aquele momento, mas nos serve como suporte para toda essa construção. Diante disso, a atividade foi de extrema relevância, não só no intuído de apresentar essa abordagem aos futuros professores ali presentes, mas para mostrar a riqueza de métodos disponíveis que poderiam lhe dar subsídio para uma aula onde o “aprender a aprender” tome forma e vida.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao pensarmos e propormos a oficina, nosso intuito concentrou-se em oportunizar o conhecimento de uma metodologia de ensino lúdica a qual os futuros professores de Matemática que estavam na PCC já referida do curso de Licenciatura em Matemática do IFG – Goiânia, pudessem aprender, pois esse momento de formação poderá influenciar de maneira direta na sua futura prática pedagógica em sala de aula. Entendendo que essa oficina pode inspirá-los na criação de inúmeras outras.

Por meio da observação da atividade e do retorno que os participantes da mesma, através de suas respostas, ficou evidente que para a grande maioria, o uso de recursos metodológicos alternativos é uma importante ferramenta que deve ser explorada pelos professores, principalmente quando se ensina matemática as crianças.

Entendemos a relevância da contribuição dessa oficina para a formação de futuros docentes de matemática pois, os mesmos sabem da sua responsabilidade em envolver o aluno no processo de ensino-aprendizagem, de modo que os seus futuros alunos se sintam encorajados a explorar, descobrir e aprender de maneira prazerosa e significativa, algo que se torna um desafio em alguns ambientes de ensino e para alguns públicos. Percebemos que a motivação desses docentes em inserir atividades como essa em sua prática, poderá ser determinante na superação do modelo das aulas de matemática que estamos acostumados a ver, podendo gerar no futuro um maior número de pessoas que se preocupam em discutir as problemáticas tangentes ao processo de ensino-aprendizagem de matemática.

Vale ressaltar a crescente de pesquisas em que os autores se dispõem a refletir acerca da pratica pedagógica que vem sendo utilizada nas aulas de matemática e discutir práticas que corroboram para um melhor processo de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, esta proposta é uma entre diversos trabalhos que colocam em questão a forma como o ensino de matemática pode assumir um novo aspecto, incentivando de fato a construção de conhecimento.

Por meio dessa experiência, podemos perceber que superar a deficiência do ensino de matemática, em especial neste caso de Geometria Espacial na Educação Básica deve ser encarado como uma provocação, pois o que de fato exigirá de nós, enquanto professores, será trazer as inúmeras situações de aprendizagem contidas em atividades corriqueiras no mundo a fora, para o cerne da sala de aula, reconhecendo as suas inúmeras formas de conhecimento e explorando as suas potencialidades.

Não é algo fácil, pois exigirá conhecimentos básicos sobre tais situações de aprendizagem, motivação e esforço por parte do professor e esses requisitos dependem em grande parte da nossa postura como docente. Ressaltamos que o uso dessa abordagem não é a panaceia para o ensino de matemática, porém trás no seu bojo importantes contribuições.

O desafio está lançado e seria importante que cada possa assumir o seu papel, ou seja, aos formadores de professores cabe lembrar os seus alunos da sua real função e apresentar a eles metodologias auxiliadoras para o processo de ensino-aprendizagem e aos futuros professores cabe a papel de trazer o mundo para o interior da sala de aula de modo que aos alunos não reste nada a não ser explorar, inventar e assim, aprender.

REFERÊNCIAS

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. Ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

KALEFF, A. M.; REI, D. M. **Varetas, canudos, arestas e...** Sólidos geométricos. 1995. Disponível em: http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000011919.pdf. Acesso em: 15 de março de 2017.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, Sergio Aparecido (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

TASHIMA, M. M.; SILVA, A. L. **As lacunas no ensino-aprendizagem de geometria. 2015**. Artigo Disponível em:< http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_marina_massaco_tashima.pdf <>. Acesso em 18 de março de 2017.

TOLETO, M.; TOLEDO, M. **Teoria e prática de matemática: como dois e dois**. Volume único: livro do professor – 1. Ed. – São Paulo: FTD, 2010.

ZAMPA, R. L. G.; VIEIRA, C. F. M. **A geometria na matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental**. In: Revista de Educação Matemática da UFOP. Volume I, 2011 - X Semana da Matemática e II Semana da Estatística, 2010. Disponível em: <http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/download/326/284> . Acesso em 18 de Março de 2017.

CAPÍTULO 11

MATEMÁTICA E AFRICANIDADE NA ESCOLA QUILOMBOLA

Alexander Cavalcanti Valença
Rede Pública de Ensino do Município de Jaboatão dos Guararapes, Professor de Matemática e Mestre em Educação pela Universidade de Pernambuco
Jaboatão dos Guararapes-Pernambuco

RESUMO: O ensino de matemática precisa contextualizar seus conteúdos em diálogo com as demandas sociais, políticas e culturais da sociedade, bem como desenvolver a consciência crítica nos educandos e dar significado ao aprendizado. Este desafio é o que está posto ao se ensinar matemática aplicando a Lei Brasileira Nº 10.639/03. No caso de escolas localizadas em comunidades quilombolas do Brasil, esta necessidade se intensifica, pois nestas estão propostas diretrizes curriculares próprias que orientam a organização curricular e pedagógica, de forma a garantir o ensino-aprendizagem de todos os conteúdos curriculares, reconhecendo e valorizando a história, a cultura, as tecnologias e demais saberes dessas comunidades. Neste sentido, este trabalho apresenta os resultados da pesquisa sobre formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental na disciplina de matemática para aplicação da Lei Nº 10.639/03 e em diálogo com as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN´s) à Educação Escolar Quilombola. O universo da pesquisa foi em uma escola pública do Quilombo de Povoação São Lourenço, Município de Goiana-PE. Os referenciais teóricos que fundamentam este estudo foram a etnomatemática e, especificamente, a afroetnomatemática. Assim, na revisão de literatura, os principais teóricos adotados foram D'Ambrosio (1993, 2005, 2015), D'Ambrosio & Machado (2014), Cunha Jr. (2004, 2005), Pereira & Cunha Jr. (2016), acrescentados pelas reflexões de Gerdes (2012) e Machado (2013). A pesquisa de campo foi feita com o uso do método qualitativo, nos marcos da pesquisa-ação, a partir de Barbier (2002) e Thiollent (1998). Alguns dos resultados obtidos foram através da aplicação de oficinas pedagógicas com professores investigados.
PALAVRAS-CHAVE: Africanidade. Etnomatemática. Educação Escolar Quilombola.

MATHEMATICS AND AFRICANITY IN QUILOMBOLA SCHOOL

ABSTRACT: Mathematics teaching needs to contextualize its contents in dialogue with the social, political and cultural demands of society, as well as to develop critical awareness in learners and give meaning to learning. This challenge is what is posed when teaching mathematics applying the Brazilian Law No. 10.639 / 03. In the case of schools located in quilombola communities in Brazil, this

need is intensified, as these are proposed own curriculum guidelines that guide the curriculum and pedagogical organization, in order to ensure the teaching-learning of all curriculum content, recognizing and valuing history. , the culture, technologies and other knowledge of these communities. In this sense, this paper presents the results of research on teacher education of the early years of elementary school in the mathematics discipline for the application of Law No. 10.639 / 03 and in dialogue with the National Curriculum Guidelines (DCN´s) to Quilombola School Education. The universe of research was in a public school of Quilombo de Povoação São Lourenço, Goiana-PE. The theoretical references that underlie this study were ethnomathematics and, specifically, afroetnomathematics. Thus, in the literature review, the main theorists adopted were D'Ambrosio (1993, 2005, 2015), D'Ambrosio & Machado (2014), Cunha Jr. (2004, 2005), Pereira & Cunha Jr. (2016), added by the reflections of Gerdes (2012) and Machado (2013). The field research was done using the qualitative method, in the frameworks of action research, from Barbier (2002) and Thiollent (1998). Some of the results obtained were through the application of pedagogical workshops with investigated teachers.
KEYWORDS: Africanity. Ethnomathematics. Quilombola School Education.

1 I INTRODUÇÃO

O processo educativo deve ser entendido em todo seu contexto, principalmente valorizando a história e a vivência cotidiana da práxis humana, levando em conta o resgate da identidade histórica e cultural de um povo, dando significado à aprendizagem. Em decorrência do disposto na Lei 10.639/2003, que estabelece que seja trabalhada, na educação básica, a temática da cultura e da história da África e dos afrodescendentes no Brasil, no âmbito de todo o currículo escolar, faz-se necessário, apoiando-se nesta normativa legal, que se desenvolvam estudos e pesquisas sobre como se deve pensar e analisar a formação de professores do ensino fundamental (desde os anos iniciais), bem como do ensino médio.

Deste modo, ressalta-se a necessidade de se planejar e se desenvolver práticas pedagógicas inovadoras, nas salas de aula de todas as escolas, sobretudo em escolas localizadas nas comunidades quilombolas e nas comunidades de maioria afrodescendente. Tal necessidade deve combinar-se com a construção de propostas de recursos didáticos (materiais didático-pedagógicos) que, no caso das escolas de comunidades quilombolas, garanta a identidade, o resgate cultural e histórico dos afrodescendentes, como orientando:

> Art. 50 A formação inicial de professores que atuam na Educação Escolar Quilombola deverá: I - ser ofertada em cursos de licenciatura aos docentes que atuam em escolas quilombolas e em escolas que atendem estudantes oriundos de territórios quilombolas; II - quando for o caso, também ser ofertada em serviço, concomitante com o efetivo exercício do magistério; III - propiciar a participação

> dos graduandos ou normalistas na elaboração, desenvolvimento e avaliação dos currículos e programas, considerando o contexto sociocultural e histórico das comunidades quilombolas; IV - garantir a produção de materiais didáticos e de apoio pedagógico específicos, de acordo com a realidade quilombola em diálogo com a sociedade mais ampla; (BRASIL, 2012b, p. 16).

Desta maneira, a abordagem de conteúdos matemáticos combinado ao estudo e ao resgate da cultura afro-brasileira, notadamente num universo portador da história mais genuína da resistência à escravidão imposta aos povos afro-brasileiros e que necessitam de reconhecimento de direitos específicos, como é numa comunidade quilombola, é parte significativa do reconhecimento da identidade própria destes povos, como o são, de outro modo, aos povos indígenas.

Com a terceira versão da Base Nacional Comum Curricular, aprovada no Conselho Nacional de Educação (CNE), em dezembro de 2017, não se viu comtemplada discussões mais elaboradas e com metas definidas para a educação indígena, do campo e quilombola. O referido documento apenas cita tais modalidades da educação, como a quilombola, mas não desenvolve qualquer detalhe que articule a proposta da Base Curricular com as demandas da educação escolar quilombola, o que representa um descompasso com todo arcabouço normativo e legal, até então conquistado, sobre educação e relações étnico-raciais e a educação escolar quilombola (Resolução CNE/CEB Nº. 8/2012).

No que se refere à Lei 10.639/03, a mesma é citada nesta versão da Base Nacional Comum Curricular, mas não apresenta também a discussão detalhada de sua aplicação articulada com o que é dito nos objetivos e metas da nova Base Curricular.

Deste modo, esta pesquisa buscou investigar e discutir a formação pedagógica de professores do ensino fundamental dos anos iniciais, na abordagem da cultura afro-brasileira e quilombola, na componente curricular matemática, de uma escola pública da Comunidade Quilombola de Povoação São Lourenço, no município de Goiana/PE.

No estado da arte sobre esta temática, que envolvem as relações étnico-raciais e a educação escolar quilombola com o ensino de matemática, encontramos algumas contribuições importantes, apesar de serem necessárias mais difusões sobre as mesmas. Assim como, é necessário o desenvolvimento de mais trabalhos de pesquisa sobre esta temática, principalmente pesquisas circunscritas à questão e à problemática da educação escolar quilombola.

A presente pesquisa se desenvolveu fazendo uso do método qualitativo, nos marcos da pesquisa-ação, conforme Barbier (2002) e Thiollent (1998), de onde foram utilizadas as técnicas da observação participante completa (OPC), na pesquisa de campo.

Os participantes desta pesquisa foram professores da referida escola, que constituíram um *"grupo-alvo"* (BARBIER, 2002) entre aqueles que eram regentes de salas de aula dos anos iniciais do ensino fundamental e que estivessem interessados a contribuir nesta investigação.

Com os resultados e observações obtidos neste estudo, deliberamos elaborar por um plano de ação para discutir caminhos de curto e médio prazo na intenção de que tenhamos uma política de formação continuada de professores a partir da implantação da ação "Escola da Terra" (Portaria MEC nº. 579/2013) ou baseado em sua metodologia, conhecida como "Pedagogia da Alternância" (MENEZES, MOREIRA & ZIENTARSKI, 2016). Isto porque os resultados desta pesquisa demonstraram que as atividades de formações de professores, em oficinas chamadas de "Matemáticas e Africanidades", permitiram uma boa experiência de um tipo de formação em serviço, que articula teoria e prática em sala de aula.

2 I DESENVOLVIMENTO

Apresenta-se, aqui, um delineamento teórico, metodológico e resultados obtidos, na presente investigação, realizada no lócus de uma escola da Comunidade Quilombola de Povoação São Lourenço, em Goiana-PE.

2.1 Etnomatemática: Diferentes Culturas e Ticas de Matema

A educação está condicionada, em grande medida, a um conjunto complexo de relações do sujeito com o meio ambiente e, deste mesmo sujeito, em relação a outro (s) com quem se relaciona ou relacionam, que agem, não de forma unilateral e determinista, mas de forma dialética, interagindo na realidade do próprio sujeito, conforme se infere a partir da dinâmica ilustrada no esquema a seguir, trazido por D'Ambrósio & Machado (2014):

Figura 1: Metáfora do Triângulo Primordial

Fonte: D'Ambrosio & Machado (2014, p. 106).

Esta percepção é caraterística do olhar da etnomatemática e das etnociências sobre os objetos de estudos e análises a que se dedicam, centrada na investigação de como os seres humanos desenvolveram e desenvolvem, organizaram e organizam conhecimentos e modos de se comportar, assim como se relacionar num contexto mais amplo (natureza, relação com o outro ou com os outros e consigo mesmo).

> [...] um dos mais importantes conceitos da Etnomatemática é o de considerar a associação existente entre a matemática e a formas culturais distintas. Assim, a Etnomatemática implica uma conceituação muito ampla do *etno* e da matemática. Muito mais do que simplesmente uma associação a etnias, *etno* se refere a grupos culturais identificáveis, como por exemplo, sociedades nacionais – tribais, grupos sindicais e profissionais, crianças de uma certa faixa etária etc. – e inclui memória cultural, códigos, símbolos, mitos e até maneiras específicas de raciocinar e inferir[...]. (D′AMBRÓSIO, 1993, p.15).

2.2 Afroetnomatemática: Abordagem da Cultura Afro no Ensino de Matemática

Cunha Jr (2005) realizou uma série de estudos, apoiando-se na formação que o mesmo obteve como engenheiro elétrico, militante do movimento negro, pesquisador da área de educação e educação matemática, tendo contribuído no debate e estudos educacionais sobre a temática afro-brasileira em diversos temas de educação étnico-raciais. Sendo hoje professor titular da Universidade Federal no Estado do Ceará (UFC), Cunha Jr orienta pesquisas na área de educação e de educação matemática através das abordagens afro-brasileiras e da história da matemática nos povos africanos. Acerca destes estudos, Cunha Jr. (2005, p.45) delimita que:

> A afroetnomatemática se inicia no Brasil pela elaboração de práticas pedagógicas do Movimento Negro, em tentativas de melhoria do ensino e do aprendizado da matemática nas comunidades de remanescentes de quilombo e nas áreas urbanas cuja população é majoritária de descendentes de africanos, denominadas de populações negras. [...] Este estudo da história da matemática no continente africano trabalha com evidências de conhecimento matemático contidas nos conhecimentos religiosos africanos, nos mitos populares, nas construções, nas artes, nas danças, nos jogos, na astronomia e na matemática propriamente dita, realizada no continente africano.

Pode-se destacar alguns aspectos da matemática encontrados na cultura e história africana e afro-brasileira, listados por Cunha Jr (2005):

- **Jogos de Búzios:** a lógica do jogo de búzios é igual à lógica binária, que admite somente dois estados – búzio aberto ou fechado – equivalente a dois estados de valores 0 (zero) ou 1 (um) dos sistemas de eletrônica digital.

- **Geometria fractal na cultura africana:** inspirados em desenhos e construções de mosaicos em tecidos, penteados de cabelo afro.

- **Na história da matemática** – da pré-história passando pelo Egito antigo: Osso de Ishango (ver Figura 2) pode ser considerado o artefato mais antigo de contagem de tempo e de registro aritmético da história da matemática, na humanidade. Encontrado por arqueólogos belgas, na década de 50 (cinquenta) do século XX, na Vila de Ishango, localizada onde é hoje a República Democrática do Congo.

Figura 2: lados distintos do Osso de Ishango

Fonte: Portal Matemática é Fácil (SANTOS, 2017).

Outro registro da história da matemática na África é o Papiro de Rhind (também conhecido como Papiro de Ahmes) – ver Figura 3 – que representa uma descoberta arqueológica, no Egito, do ano aproximado a 1650 a.C., que registrou cerca de 85 problemas e suas resoluções no campo da álgebra e geometria, contendo, inclusive o cálculo do volume do tronco de uma pirâmide.

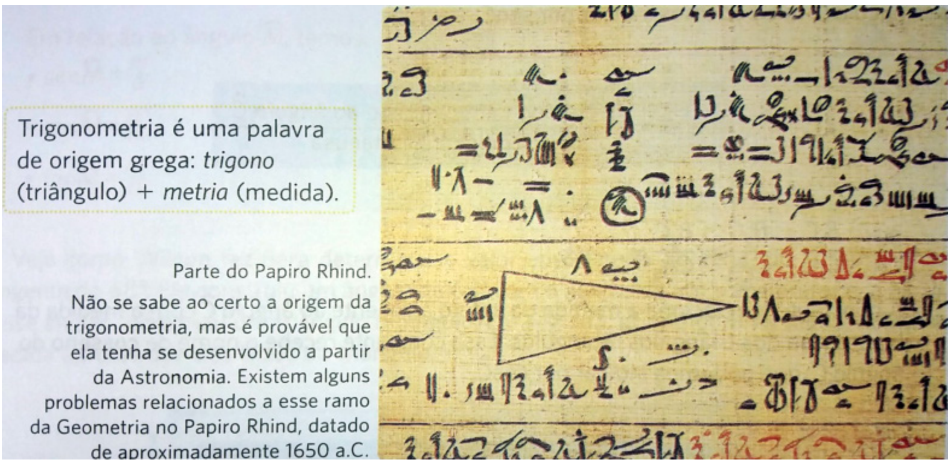


Figura 3: Reprodução de parte do Papiro de Ahmes – livro didático 9º ano

Fonte: Chavante (2015, p. 89).

E um terceiro instrumento matemático africano destacado nos estudos de Cunha Jr. (2005) são os jogos da família do Mancala (ver Figura 4), conhecidos como jogos de semeadura. Nestes jogos as sementes que são muito usadas para jogar é a da árvore do Baobá – árvore comum na África e trazida ao Brasil (o Estado de Pernambuco é o território, fora da África, com maior plantação de baobás).

Figura 4: Tabuleiro comum de Mancala (12 cavidades) e dois “kalahs”

Fonte: Portal de Brinquedos Pedagógicos (2016)

2.3 A africanidade e sua Relação com Diversos Campos do Saber

Segundo Munanga (2007), o conceito de africanidade consiste na unidade africana dentro de sua diversidade, nas diferentes nações e povos do continente negro. Consistiria como se toda a unidade e diversidade africanas correspondesse a uma única nação africana, a partir dos seus traços comuns bem característicos. Neste conceito, incorpora-se também a experiência da diáspora (a emigração forçada de milhões de africanos de suas terras natais, para serem escravizados nas Américas, mas também na Europa e em alguns países da Ásia).

A partir do resgate desta trajetória histórica, explicitam-se as raízes que se ligam ou se relacionam com as categorias inerentes à africanidade, como: a ancestralidade (a memória e respeito à história de resistência e heroísmo dos ancestrais), a oralidade (o destaque sobre a memória, o registro e a cultura oral passada de geração em geração), a corporeidade (a cultura da expressão corporal dos seres humanos no contexto da cultura e da religiosidade) e a própria religiosidade (ligado a questões transcendentais, do sagrado e de mistérios vinculados às explicações míticas do que vem antes da vida e pós-vida material – metaforizando a relação da natureza como questão vinculada ao sagrado).

Pode-se acrescentar aqui, dentro do arcabouço do conceito de africanidade de Munanga, outra categoria chamada de circularidade, que foi apresentada, nesta pesquisa, na explicação do jogo africano do Mancala, apoiando-se na cosmovisão africana, que é reforçada quando faz uso das sementes da árvore do Baobá – árvore presente em quase todo o continente africano e trazida ao Brasil – ao se jogar os diversos tipos de Mancalas.

2.4 Pesquisa-Ação na Visão de Barbier

A abordagem adotada foi a da pesquisa qualitativa, nos marcos da pesquisa-ação e com inspiração etnográfica (ANDRÉ, 1995). Trata-se de uma pesquisa-ação por se tratar de uma investigação social aplicada, em que tanto o pesquisador e os demais participantes da investigação envolveram-se na busca por diagnosticar um problema, discutindo possíveis soluções e propostas de ação para apontar novos caminhos, fazendo-se um percurso ou uma incursão que se propôs em realizar uma ação transformadora da realidade, conforme Barbier (2002) assinala:

> Trata-se de pesquisas nas quais há uma ação deliberada de transformação da realidade; pesquisas que possuem um duplo objetivo: transformar a realidade e produzir conhecimentos relativos a essas transformações. (BARBIER, 2002 p. 13).

2.5 Lócus da Pesquisa: a Escola da Comunidade Quilombola

O universo da pesquisa foi na Escola Municipal Adélia Carneiro Pedrosa, única Escola pública da Comunidade de Povoação São Lourenço, Município de Goiana (PE).

Esta Escola oferece o ensino fundamental dos anos iniciais até os finais, nas modalidades de ensino regular e de EJA (Educação de Jovens e Adultos), além da oferta de vagas para a Educação Infantil. O quantitativo de estudantes matriculados, no período em que realizamos esta pesquisa, era de: 126 na educação infantil, 303 nos anos iniciais do ensino fundamental, 216 anos finais do ensino fundamental e 76 nas turmas de EJA dos dois segmentos (dos dois níveis do ensino fundamental).

Vale ressaltar que Escola possui uma relação muito próxima com a Comunidade Quilombola. Esta ligação entre Escola e Comunidade, estabelecida no cotidiano, ajudou, fundamentalmente, a subsidiar nossa investigação, que se inspira na história e na práxis cotidiana da construção do saber escolar em dialogo e reconhecimento do saber popular.

2.6 Aplicação da Pesquisa a partir de um “grupo-alvo”

Como estamos tratando de uma pesquisa qualitativa, no marco da pesquisa-ação, propomos consolidar um grupo de professores investigados, que denominamos, conforme Barbier (2002), de “grupo-alvo”.

Este “grupo-alvo”, ou conhecido como grupo focal em outros autores, foram, de fato, os participantes e investigados deste estudo, cuja quantidade, em princípio, não foi delimitada, uma vez que ele foi definido a partir de um processo de negociação ou “contratualização”. Ou seja, através de um acordo ou entendimento entre o pesquisador e os participantes, que também se tornaram coparticipes da pesquisa, na medida em que concordaram em participar da mesma e em ajudar a responder ativamente suas indagações (surgidas do próprio processo dinâmico da pesquisa-ação).

Acerca disto, Barbier (2002) explica que se trata, na pesquisa-ação, de instituir, de fato, o que ele chama de “pesquisador coletivo”:

> É nesse espírito que se constitui o que eu denominarei o pesquisador coletivo a partir dos membros mais envolvidos na vontade de resolver o problema. Pode conter desde alguns a dezenas de membros, conforme o objeto da pesquisa e a

importância da comunidade (BARBIER, 2002, p. 121).

2.7 Oficina sobre Matemática e Africanidade

Esta fase da realização das oficinas corresponde ao cerne da pesquisa in lócus, uma vez que, eu, como pesquisador responsável, planejei atividades formativas e de orientação para difundir informações e iniciar a discussão, buscando assumir a condição do pesquisador coletivo que impulsiona e estimula uma equipe para discutir formação na pesquisa, de forma interativa.

Nesta primeira oficina, apresentei a relação da matemática com a história da humanidade a partir da África, relacionando-a com o conceito de africanidade, tal qual formulado por Munanga (2007). Expliquei que o fundamental no conceito de africanidade são os elementos comuns que unificam a cultura africana, dentro de um rico contexto de diversidade e heterogeneidade, as quais estão presentes em aspectos matemáticos da África.

Figura 5: Segunda reunião “grupo-alvo”: Oficina Matemática/Africanidade

Fonte: o Autor (2018)

A fase de realização das oficinas corresponde também ao que chamamos de Fase Seminário (THIOLLENT, 1998), no sentido pedagógico da palavra, uma vez que, eu, como pesquisador responsável, planejei atividades formativas e de orientação para difundir informações e iniciar a discussão, buscando assumir a condição do pesquisador coletivo (BARBIER, 2002) que impulsiona e estimula uma equipe para discutir formação na pesquisa, de forma interativa.

3 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nestas considerações finais, é necessário colocar-se diante das questões de partidas que estão na base do problema que motivou esta pesquisa, a saber:

I) De que maneira estes professores compreendem a importância ou não da aplicação da Lei 10.639/03?

II) De que forma estes professores planejam ou planejariam a abordagem da temática sobre a cultura afro-brasileira em aulas de matemática?

III) Em que medida os professores que foram investigados relacionam ou relacionariam conteúdos de matemática com o reconhecimento da identidade quilombola que os estudantes da Escola devem possuir?

A investigação demonstrou que os professores tinham conhecimento sobre a Lei 10.639/03, em sua maioria, e expressaram compreender a importância da mesma. Mas, apesar de anunciarem esta compreensão, constatou-se que os mesmos professores não conseguem aplicar a Lei em sala de aula, porque afirmam não ter formação para o trabalho com esta temática.

Depreende-se, da investigação sobre estas 03 (três) questões de partida, que fica evidente o lugar da formação continuada estimulada em diálogo com a atividade concreta em sala de aula. Ou seja, associar a atividade em sala de aula a uma boa e bem preparada formação e discussão teórica. Além do fato de, nesta formação se discutir o contexto e o lugar da Escola na Comunidade, além do lugar histórico, cultural e social dos quilombolas.

Neste sentido, percebe-se que as concepções da “Pedagogia da Alternância”, apresentada na proposta de inserção social, são reforçadas com esta experiência das discussões e atividades do “grupo-alvo”. Isso demonstra o lugar da unidade teoria e prática, e a importância de uma concepção educacional metodológica calcada na teoria da pedagogia histórico-crítica, baseada no materialismo histórico dialético, que analisa os fenômenos sociais como indicado na representação da “metáfora do triângulo primordial” (o ser humano como sujeito do meio, mas que transformando o meio, transforma a si mesmo, também transformando os outros).

REFERÊNCIAS

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Etnografia da prática escolar.** Campinas: Papirus, 1995

BARBIER, René. **A pesquisa-ação.** Tradução de Lucie Didio. Brasília: Liber Livro Editora, 2002.

BRASIL, **Lei 10.639 de 9 de janeiro de 2003**. D.O.U. Brasília, 10 de janeiro de 2003.

BRASIL. Ministério da Educação – MEC. Conselho Nacional de Educação. Câmara da Educação Básica. **Parecer CNE/CEB Nº: 16/2012: sobre formulação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola**. Brasília, DF: CNE, 2012a.

BRASIL. Ministério da Educação – MEC. Conselho Nacional de Educação. Câmara da Educação Básica. **Resolução CNE/CEB 8/2012 das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Escolar Quilombola**. Brasília, DF: CNE, 2012b.

BRASIL. Ministério da Educação – MEC. **Portaria N.° 579, de 2 de julho de 2013**. D.O.U. Brasília, de 03 de julho de 2013.

CHAVANTE, E. R. **Convergências: matemática, 9º ano: anos finais – ensino fundamental**. 1.ed. São Paulo: Edições SM, 2015.

CUNHA JR, Henrique. **Afroetnomatemática, África e afrodescendência**. Revista Temas em Educação. João Pessoa, Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal da Paraíba. V. 13, n. 01, p. 83-95, 2004.

______________________. **Africanidade, Afrodescendência e Educação**. Revista Educação em Debate, Fortaleza: Ano 23 v.2, número 42. Ano 2005 pp. 5- 15.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Raízes Sócio-Culturais da Arte ou da Técnica de Explicar e Conhecer**. São Paulo, 1993.

__________________. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Revista Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, p. 99-120, 2005.

__________________. ***A metáfora do triângulo primordial***. In: D'AMBROSIO, U. & MACHADO, Nilson J. **Ensino de matemática: pontos e contrapontos**. São Paulo, SP. Samus Editorial, 2014.

__________________. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade**. 5ª ed. 1 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

GERDES, Paulus. **Etnomatemática – Cultura, Matemática, Educação: Colectânea de Textos 1979-1991**. Reedição: Instituto Superior de Tecnologias e Gestão (ISTEG), Belo Horizonte, Boane, Moçambique, 2012.

MACHADO, Nilson J. **Matemática e realidade: das concepções às ações docentes**. 8ª. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

MENEZES, H.C.M., MOREIRA, I.E. de L., ZIENTARSKI, C. **Escola da terra e pedagogia histórico-crítica: formação docente. Revista Eletrônica Extensão em Ação, Fortaleza, v.3, n.12**, Out./Dez. 2016. pp.12-27. Disponível em < http://www.revistaprex.ufc.br/index.php/EXTA/article/viewFile/311/185>. Acesso em: 20/06/2017.

MUNANGA, K. **O que é africanidade**. Biblioteca entre livros, São Paulo, Edição especial, nº 06, 2007.

PEREIRA, R. P. & CUNHA JR, Henrique. **Mancala: o jogo africano no ensino da matemática**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2016.

SANTOS, Jefferson. **Portal Matemática é Fácil.** Disponível em: < https://www.matematicaefacil.com.br/2016/07/matematica-continente-africano-osso-ishango.html>. Acesso em : 25/03/2017

THIOLLENT, M. **Metodologia da Pesquisa-Ação**. São Paulo: Cortez, 1998.

CAPÍTULO 12

JOGO COM CARTAS PARA O ENSINO DA OPERAÇÃO DE SOMA NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

Lourival Divino Faria
Bruno Diniz Faria Rezende

RESUMO: A proposta *Jogo com cartas para o ensino da operação de soma no conjunto dos números inteiros* tem por objetivo salientar a contribuição do jogo com cartas a fim de aprimorar as operações básicas da matemática e evidenciar dificuldades dos alunos ao somar das mais variadas formas no conjunto dos números inteiros. Ao partir da teoria devido às dificuldades encontradas no ensino de matemática por causa das dificuldades com as operações básicas e fundamentais. Estas aulas foram desenvolvidas no Colégio da Polícia Militar Pedro Xavier de Teixeira em Senador Canedo - GO em todas as séries do ensino médio. Elaboramos e desenvolvemos junto as alunos no ensino médio com uso de materiais manipuláveis com cartas de baralho pois no momento não dispúnhamos das cartas com números.

PALAVRAS-CHAVE: Jogos. Cartas. Aprendizado. Operações básicas. Dificuldades

INTRODUÇÃO

De acordo com os dados oficiais do MEC/ Brasil, os índices que indicam a proporção de alunos que aprenderam adequadamente em relação à competência de resolução de problemas, na rede estadual de ensino, no município de Senador Canedo, é de 7 por cento, uma vez que o índice nacional, também abaixo do esperado, é de 14 por cento. Deste modo, a matemática encontra-se num patamar aquém do esperado. Uma das hipóteses é a de que os alunos chegam ao ensino médio com dificuldades em matemática, que foram acumuladas ao longo de seus mínimos nove anos de jornada estudantil. Por outro lado, conforme D'Ambrosio (1996, p.31), "(...) do ponto de vista da motivação contextualizada a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta".

Todavia, as dificuldades percebidas pelos professores de matemática vão desde cálculos simples a dúvidas de aplicação de regras conceituais, que de uma forma ou outra, foram ditadas em anos anteriores, o que gera em grande parte, um forte desinteresse no aprendizado.

Dada a falta de interesse de alunos do ensino médio em aprender matemática, associadas às aulas desmotivadoras, os jogos matemáticos se propõem a incentivá-los para que possam entender mecanismos e as ferramentas matemáticas e, de uma maneira lúdica, aplicar um conhecimento já visto nos anos anteriores de estudo em uma situação inusitada e prazerosa.

No caso das operações matemáticas básicas, os alunos chegam no ensino médio demonstrando dificuldades para operar principalmente no conjunto dos números inteiros, racionais e irracionais de forma que, frequentemente, se confundem com os sinais resultantes de uma operação básica e, muitas vezes, até mesmo o próprio módulo do número é confundido.

> Por meio dos jogos as crianças (...) passam a compreender e a utilizar convenções e regras que serão empregadas no processo de ensino e aprendizagem. Essa compreensão favorece sua integração num mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações (...). Os jogos com regras têm um aspecto importante, pois neles o fazer e o compreender constituem faces de uma mesma moeda. A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico. (BRASIL, 1997, p.36).

Desse modo, o jogo objetiva a desenvolver nos alunos a capacidade de raciocínio lógico, despertando nos mesmos os conceitos de coletividade e respeito ao próximo e as regras da atividade que será proposta.

Ao desenvolver um jogo usando o baralho ou cartas numeradas de zero a dez, seria possível reduzir as dificuldades de operar com os sinais diferentes na operação de multiplicação, por exemplo, onde se encontram grandes desafios, devido à abstração que envolve o conteúdo. O jogo pedagógico se torna então, neste momento, processo de ensino e aprendizagem significativo e desafiador para o aluno.

> (...) o jogo do ponto de vista pedagógico é desafiador, permite a apresentação dos conteúdos de modo atrativo, favorece a criatividade na elaboração de estratégias e a persistência na busca de situações problemas que exigem soluções imediatas, o que estimula o planejamento das ações (ITACARAMBI, 2013)

Cada aluno tem seu tempo para consolidar a aprendizagem de um determinado conteúdo, mas os jogos podem dinamizar este processo, ao tornar as aulas mais dinâmicas e divertidas.

Ao trazer uma nova expectativa de aprendizagem, o aluno torna-se mais dinâmico e cooperativo, instigando outras áreas do conhecimento, tais como o raciocínio lógico e a socialização com o outro.

A elaboração destas estratégias traz à tona o debate de ideias, além do repensar e considerar as opiniões alheias. Além disso, aborda um processo de raciocínio, dentre outros, que variam de acordo com o jogo a ser trabalhado. D'Ambrosio (1989) "vê os jogos como uma forma de abordar, de resgatar o lúdico, aspectos do pensamento matemático que vêm sendo ignorados no ensino, desenvolvendo estratégias no raciocínio da criança por meio dos jogos, trabalhando também a estimativa e o cálculo mental".

O foco principal é o ensino-aprendizagem da operação de multiplicação. Com isso, foi ampliado para os números inteiros.

O JOGO DE MULTIPLICAÇÃO COM BARALHO

O jogo foi proposto da seguinte maneira:

Os alunos foram agrupados em grupos de quatro ou três alunos e aos alunos foram dadas as instruções sobre as funções de cada jogador (descritas anteriormente).

Em seguida, foi dito sobre o material necessário para que os alunos pudessem jogar. São eles: Dois baralhos misturados contendo cartas de dois até dez, sem considerar os ases, valetes, damas e reis; uma calculadora para que um dos árbitros possa verificar os resultados das multiplicações; papel e caneta para que o outro árbitro pudesse anotar a pontuação de cada jogador. Caso o grupo fosse formado de apenas três alunos, dois alunos jogam e um torna-se o árbitro.

Estando a sala organizada e os grupos com os materiais, foi dito sobre as regras do jogo:

Regra 01: Cartas de cor vermelhas (copas e ouros) representam os números de sinais positivos e as cartas de cor preta (paus e espadas) representam os números de sinais negativos (para esta regra, pode-se fazer o contrário)

Regra 02: Cada jogador saca uma carta e pode olhar a carta antes de jogar na mesa;

Regra 03: Nenhum jogador pode olhar a carta do adversário antes de ambas estarem sobre a mesa;

Regra 04: Só se pode jogar as cartas após o sinal de um árbitro;

Regra 05: Marca ponto o jogador que responder primeiro, e de forma correta, o resultado da multiplicação das duas cartas considerando os sinais;

Regra 06: Se o jogador que respondeu primeiro errar, o árbitro deve avisar que o resultado está errado e passar a chance para o outro jogador anulando qualquer outra fala do primeiro jogador e considerando apenas as respostas obtidas do outro jogador;

Regra 07: O aluno com maior pontuação depois de um determinado tempo de jogo ou quantidade de jogadas efetuadas no grupo, ganha o jogo.

Após a primeira rodada do jogo, foi sugerido que os árbitros também jogassem. Então, os árbitros de cada grupo se tornaram jogadores e vice-versa. Nos grupos de três alunos, o árbitro jogou com ambos os colegas, um de cada vez.

O RELATO DE EXPERIÊNCIA COM JOGO DE CARTAS PARA FIXAR O CONTEÚDO DE MULTIPLICAÇÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

No processo de ensino-aprendizagem umas das dificuldades é a aprendizagem significativa. Segue alguns comentários de alunos que participaram das aulas com cartas.

> Aluno 1
>
> "Eu gostei pois é desafio para quem saber a tabuada de multiplicação mais que outro adversário. É brincadeira divertida que contei estudo de matemática. Eu achei muito bom jogo. O sinais opostos: - ficou pouco complicado para entender esse novo jeito".

Quando o aluno expressa desta forma em relação ao conteúdo, deixa claro que houve contribuição no ensino-aprendizagem dando maior significado ao conteúdo proposto no momento do jogo.

> aluno 2
>
> "Achei que o jogo ajuda bastante, por que usamos os raciocinio. Aprendemos a raciocinar mais rápido ficamos com a expectativa: será quem vai responder primeiro. o jogo é super bom gostei ainda mais da regras que e melhor que a outra, é menor. E ainda mas com o uso das cartas fica bem interessante".

Objetivos do jogo: assegurar ao aluno participante a oportunidade de melhorar o raciocínio lógico matemático, promover interação entre as equipes que jogam e com isso ocorra o aprendizado contextualizado.

Para cada um dos membros envolvidos na ação de jogar cartas, percebe-se que ao existir cores diferentes haverá a oportunidade de entender os sinais das operações matemáticas. Como se trata de um jogo, o aprendizado deverá fluir sem que haja dificuldades de entendimento ou discussões sobre as regras já constituídas.

> aluno 3
>
> "o jogo proposto na sala foi muito legal, ajudou melhorar o entendimento sobre as regras da multiplicação, o jogo ajuda também a ter o raciocínio rápido e socializar com os colegas, deveria ter mais aulas como essa para nos ajudar até mesmo com outras questões que envolvem a matemática"

Com o jogo de cartas o aluno tem a oportunidade de aprender jogando. Várias situações são proporcionadas em relação ao raciocínio lógico matemático com a percepção de que o momento é rico e lúdico. Pretende-se que haja melhoras no raciocínio, no momento do jogo.

O jogo propicia uma maior concentração e consequentemente um melhor aprendizado. Nas aulas tradicionais que são utilizadas em sua maioria aulas expositivas a concentração está vinculada a características individuais/culturais. Já nos jogos a concentração está vinculada ao lúdico e a troca de experiências e conceitos.

Cada aluno que participa desta aula foca no jogo e não nos conceitos matemáticos e no final são explicados os devidos conceitos.

Durante a aula, foi disponibilizado para cada grupo de quatro alunos, um baralho formado por cartas numeradas entre dois e dez. Os grupos se organizaram de forma que dois alunos começaram jogando e os outros dois seriam os “árbitros” do jogo de forma a verificar a validade das jogadas de acordo com as regras, verificar os resultados com o auxílio de uma calculadora e, além disso, contabilizar os pontos obtidos por cada jogador.

Depois de determinado tempo, as funções de cada dupla pertencente ao quarteto eram alternadas de tal maneira que os árbitros passam a serem jogadores e os jogadores, por sua vez, assumem o papel de árbitros do jogo.

No final da aula, foi discutido sobre a diferença entre as operações no conjunto dos números inteiros e os alunos observaram que, apesar de estarem multiplicando números com sinais diferentes, eles estavam aprendendo enquanto desenvolviam o jogo. Verificaram ainda a importância do jogo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e do raciocínio rápido.

Após essa discussão, foi proposto aos alunos que elaborassem um texto sobre a experiência de cada um sobre o jogo além de aprender com a atividade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os jogos matemáticos são um recurso didático excelente para fixar conhecimentos previamente discutido com os alunos, pois, os alunos revisam o que foi passado em sala de forma descontraída e divertida, fazendo com que o aprendizado matemático seja algo prazeroso para eles.

Para que experiências como essas possam se repetir, é preciso um empenho dos professores acerca de trazer coisas novas para a sala de aula relacionando os conteúdos com outros assuntos diversos como os jogos.

Nesse sentido, as escolas podem se preparar para oferecer oficinas de jogos matemático ou incluir os jogos matemáticos no planejamento escolar para que os alunos se familiarizar mais com a matemática e reduza o impacto causado pela disciplina quanto a sua dificuldade.

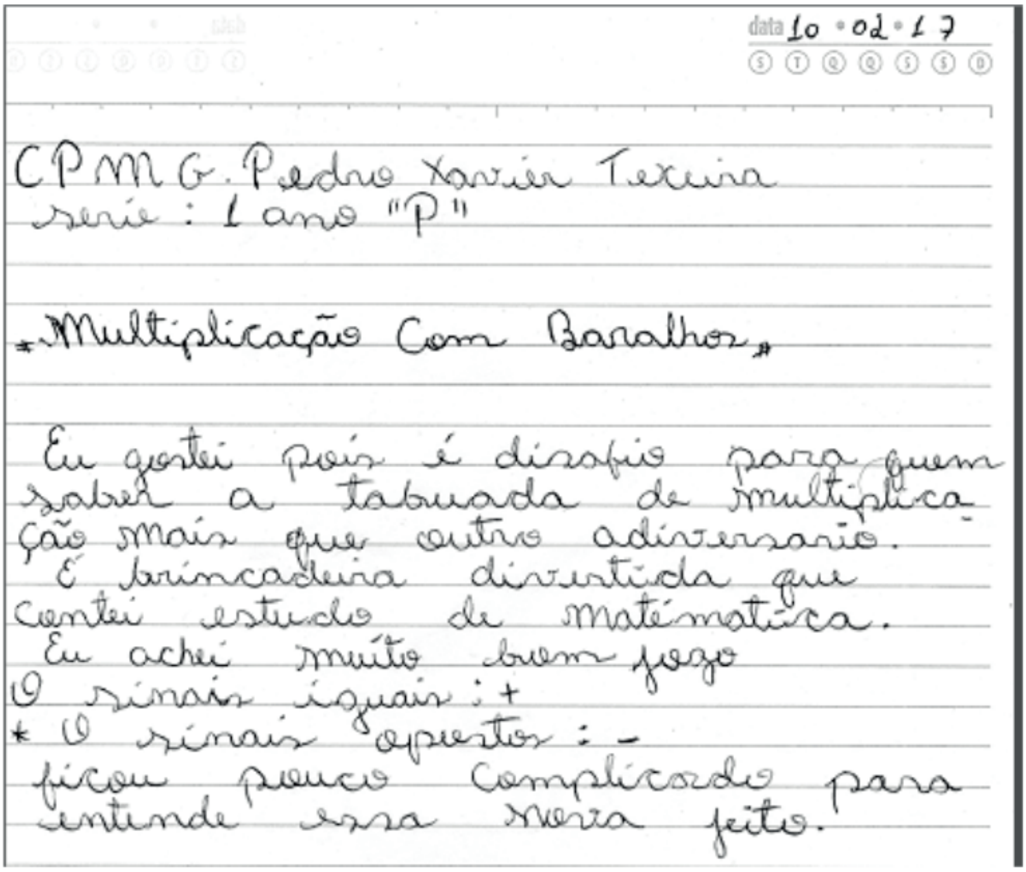
REFERÊNCIAS

ITACARAMBI, Ruth Ribas. (org) *Jogo como recurso pedagógico para trabalhar matemática na escola básica*: ensino fundamental - São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais:*matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.142p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação Matemática: da Teoria à Prática. Campinas, SP: Papirus. 22 edição. 1996.

ANEXOS



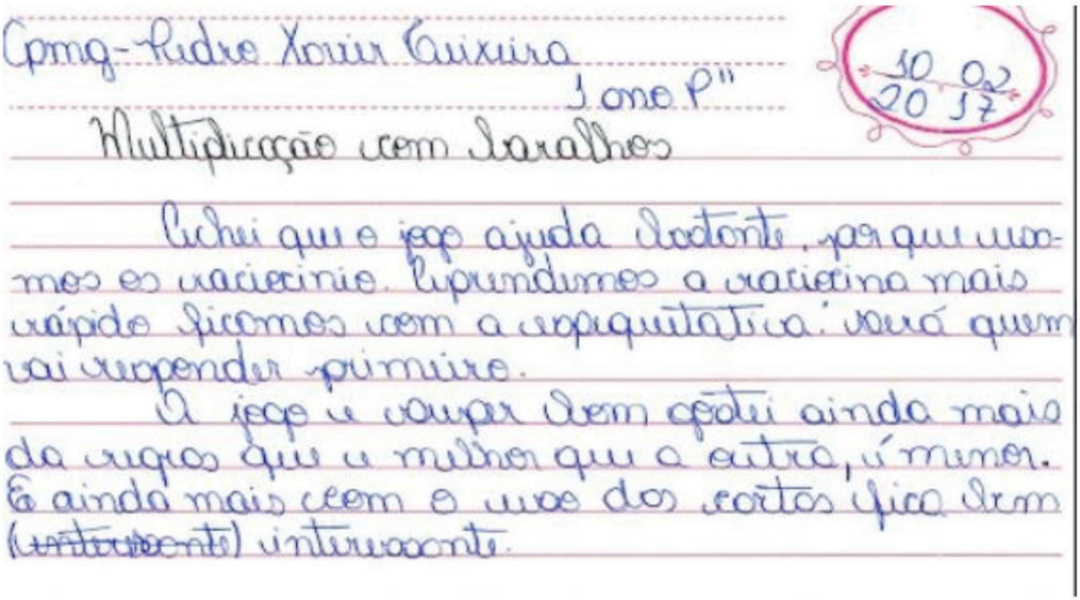
data 10 02 17

CPMG. Pedro Xavier Teixeira
serie: 1 ano "P"

Multiplicação Com Baralhos

Eu gostei pois é desafio para quem saber a tabuada de multiplicação mais que outro adiversario.
É brincadeira divertida que contei estudo de matemática.
Eu achei muito bem jogo
O sinais iguais: +
* O sinais opostos: -
ficou pouco complicado para entende essa mesa feito.

Anexo 1 - Aluno 1



Cpmg-Pedro Xavier Teixeira
1 ano P"
10 02 2017
Multiplicação com baralhos

Achei que o jogo ajuda bastante, porque usamos os raciocinio. Aprendemos a raciocina mais rápido ficamos com a expequitativa: será quem vai responder primeiro.
O jogo e cooper bem gostei ainda mais da regras que e melhor que a outra, é menor. E ainda mais com o uso dos cartas fica bem (~~interessante~~) interessante.

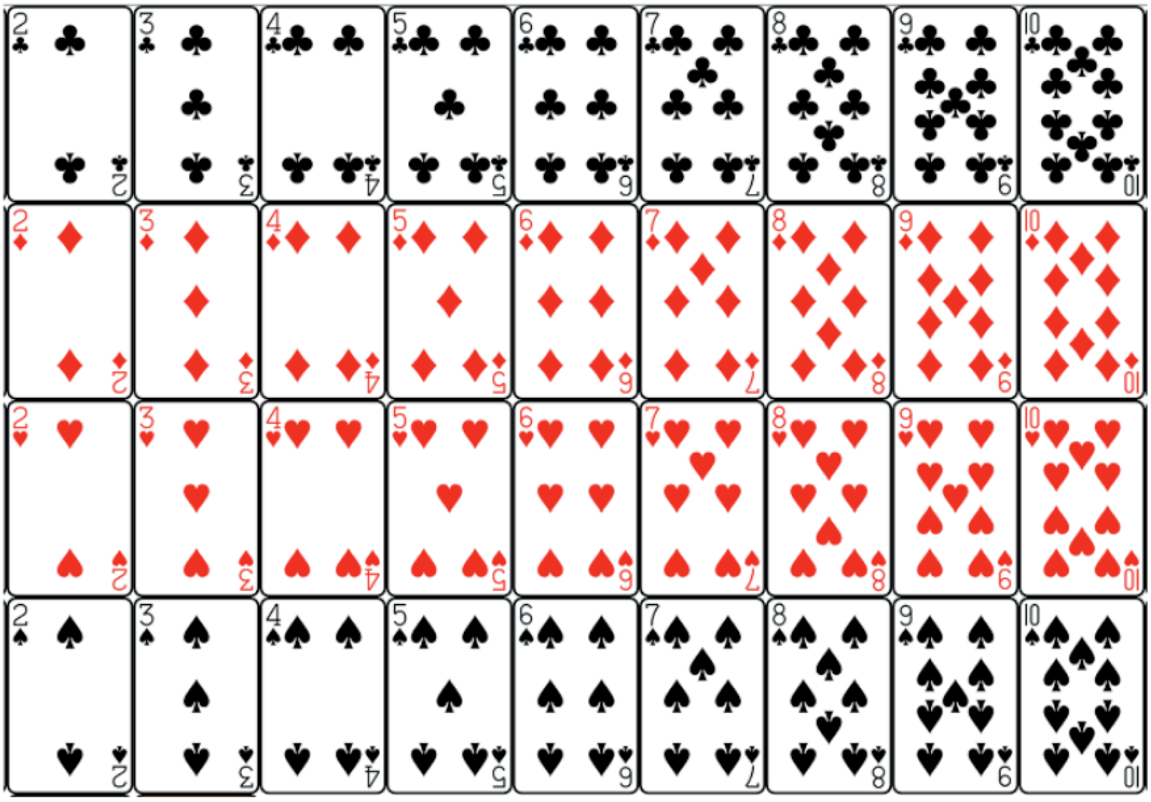
Anexo 2 - Aluno 2

15 02 17

CPMG - PEDRO XAVIER TEIXEIRA.
TURMA: 3º G VESPERTINO.

O JOGO PROPOSTO NA SALA FOI MUITO LEGAL, AJUDOU MELHORAR O ENTENDIMENTO SOBRE AS REGRAS DA MULTIPLICAÇÃO, O JOGO AJUDA TAMBEM A TER O RACIOCÍNIO RÁPIDO E SOCIALIZAR COM OS COLEGAS, DEVERIA TER MAIS AULAS COMO ESSA PARA NOS AJUDAR ATÉ MESMO COM OUTRAS QUESTÕES QUE ENVOLVEM A MATEMÁTICA.

Anexo 3 - Aluno 3



Anexo 4 - Cartas utilizadas no jogo

CAPÍTULO 13

O USO DO CUBO MÁGICO COMO RECURSO PEDAGÓGICO PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCINIO LÓGICO-MATEMÁTICO

Juliana Moreno Oliveira
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG
Goiânia - GO

Gizele Geralda Parreira
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG
Goiânia - GO

Luciano Duarte da Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG
Goiânia - GO

RESUMO: Estudos sobre a utilização de jogos como recursos pedagógicos no ensino da matemática têm trazido à realidade mais aproximação entre esses recursos e a escola, com a intenção de adotar aqueles como instrumentos no desenvolvimento da capacidade de raciocínio lógico, o que pode tornar a aprendizagem escolar do aluno uma tarefa mais simples. Partindo desta perspectiva e tomando como referência o desenvolvimento cognitivo humano sob a ótica de Jean Piaget, foi desenvolvido o projeto de extensão intitulado 'Desvendando o Cubo Mágico', com alunos do sétimo ano do Colégio Estadual José Honorato, em Goiânia, cuja finalidade principal foi observar o comportamento e o aproveitamento dos alunos durante o processo de aprendizagem da resolução do cubo mágico, além de coletar dados que justificam a elaboração de um projeto de pesquisa cujo objeto de estudo seja o tema proposto no título deste trabalho.

PALAVRAS-CHAVE: cubo mágico; aprendizagem escolar; raciocínio lógico-matemático.

THE USE OF RUBIK'S CUBE AS A PEDAGOGICAL RESOURCE FOR THE DEVELOPMENT OF THE LOGIC-MATHEMATICAL REASONING

ABSTRACT: Studies on the use of games as pedagogical resources in the teaching of mathematics have brought to reality a closer approximation between these resources and the school, with the intention of adopting them as instruments in the development of the logical reasoning capacity, which can make student learning a simpler task. From this perspective and taking as reference human cognitive development from the perspective of Jean Piaget, an extension project entitled 'Unraveling the Rubik's Cube' was developed, with seventh grade students at the José Honorato State College, in Goiânia, whose main purpose was to observe students' behavior and achievement during the learning process of Rubik's cube resolution, besides collecting data that justify the elaboration of a research project whose

object of study is the theme proposed in the title of this work.

KEYWORDS: rubik's cube, school learning, logical-mathematical reasoning

1 I INTRODUÇÃO

O cubo mágico, mais conhecido como cubo de Rubik, foi criado na Hungria pelo professor Erno Rubik em 1974. Nesta época, Rubik sequer imaginava que sua invenção seria um dos jogos mais vendidos do mundo. A princípio, sua intenção era ensinar geometria para os alunos de forma que eles pudessem compreender, mais facilmente, conceitos básicos sobre o assunto; por exemplo: a quantidade de faces que contempla um cubo, figura geométrica que se apresenta em 6 faces e não apenas 4, tal qual comumente é percebida por um significativo número de estudantes.

Dessa forma, Rubik criou um cubo tridimensional montado sobre um eixo que permite o giro das seis faces, ou seja, todas as faces da peça podem ser movidas de modo a dispor uma peça geometricamente perfeita, facilitando a visualização e a conseqüente compreensão do aluno acerca da referida figura. De acordo com Silva (2014), o protótipo do quebra-cabeça, inicialmente, era de madeira e o professor resolveu pintar as peças – em cores diferentes – apenas para facilitar a visualização do movimento das faces do cubo enquanto as mesmas são manuseadas.

Assim exposto, enfatiza-se que a criação do cubo pode ser relacionada à educação escolar no que tange o processo ensino-aprendizagem, posto que ele, enquanto instrumento lúdico, desperta o interesse dos alunos há várias gerações. Tanto assim, que alguns pesquisadores como Grimm (2016) desenvolveram estudos matemáticos de álgebra e geometria baseados no cubo mágico como ferramenta pedagógica. Outros, como Schultzer (2005) e Silva (2015) ressaltaram o potencial de ensino-aprendizagem do cubo e escreveram sobre como utilizá-lo em sala de aula.

Ressalta-se ainda que o brinquedo foi bastante difundido no Brasil, durante a década de 80. E, mesmo poucos tendo conseguido solucionar o quebra-cabeças, hoje nota-se um aumento significativo do número de cubistas brasileiros. Observando a interação destes com o referido instrumento lúdico, infere-se a respeito da possibilidade de um impacto positivo no desenvolvimento cognitivo do indivíduo que tem contato com o cubo, porque ele trabalha o raciocínio lógico e a memória, conforme assevera a secretária de educação da cidade de Criciúma, Rose Reynaud, citada por de Meireles (2016).

Outros matemáticos já estudaram e ainda têm estudado a importância do cubo mágico como recurso lúdico para o aprendizado, uma vez que, segundo Cabral (2006), ele é prazeroso, é atrativo e desenvolve, além da habilidade matemática, a concentração e a auto-estima. Porém, não há ainda, estudos sistematizados a respeito do progresso cognitivo do raciocínio lógico-matemático do indivíduo que pratica o cubo mágico. O que, de certo modo, acaba por instigar a intenção contida neste relato.

Partindo do pressuposto de Jean Piaget, citado por Sousa (2005), a construção do conhecimento acontece por meio da experiência individual advinda do contato direto com o material de estudo, para além interação com grupos de trabalho. Logo, o pensador valoriza o método ativo no desenvolvimento psicológico do sujeito, quando este é instigado, por meio de intervenções pedagógicas, a entrar em contato com um objeto de conhecimento, internalizar suas características, ao mesmo tempo em que pensa sobre sua função e resolve o problema posto pelo citado objeto.

Ademais, Piaget (2003) observa sobre a importância da figura do professor como o responsável por planejar e propor atividades adequadas ao sujeito, partindo do seu nível de maturidade e de seu conhecimento prévio. Apoiado no conceito de equilibração, o autor afirma que essas atividades levam o sujeito a um processo de desequilibração – ação que propicia o desenvolvimento da cognição humana – passando pelos processos de assimilação e acomodação, seguidos da alteração da estrutura cognitiva, o que abre possibilidade para novos esquemas de ação, os quais impelem o sujeito ao estado de equilibração novamente.

Dessa forma, o uso do cubo mágico em sala de aula se transforma numa atividade desafiadora que pode estimular o aluno a pensar e buscar informações, além de trabalhar esquemas motores de ação e promover interação social. Sob a ótica piagetiana acredita-se que o cubo pode assumir forma de ferramenta pedagógica que acirra o desenvolvimento cognitivo lógico-matemático. Isto assim, visto que, segundo Piaget (2003), o homem não nasce com sua capacidade cognitiva pronta, ou seja, este processo vai se desenvolvendo paulatinamente na medida em que: 1) ele tem suas funções biológicas amadurecidas; 2) ele recebe a estimulação adequada do ambiente; 3) ele é oportunizado a entrar em contato direto com o objeto do seu conhecimento.

Tal perspectiva trata-se, realmente, de uma visão de sujeito como um ser ativo no seu processo de construção do conhecimento, interagindo com o objeto a ser conhecido e com a(s) pessoa(s) que intermediam este objeto numa relação de completude. De acordo com Piaget (1995), na medida em que o meio se modifica oferecendo ao sujeito algo de novo e que lhe sirva de estímulo, ele tem seu equilíbrio cognitivo desestabilizado e é impelido a novas condutas ou esquemas para buscar, outra vez, um estado de equilibração; desta vez, com um repertório de condutas cognitivas mais complexas, o qual é armazenado, servindo de suporte na resolução de novos problemas.

Dito isso, nota-se que este projeto de extensão foi pensado, a principio, com o intuito de analisar todo o processo de montagem do quebra-cabeça, desde a forma de mediação dos algoritmos envolvidos, incluindo o comportamento dos aprendizes, as facilidades e dificuldades apresentadas por eles até atingirem o objetivo final: a montagem correta do cubo. E, em seguida, a partir dos dados observados e coletados, desenvolver um projeto de pesquisa que toma por objeto de estudo o potencial da resolução do cubo mágico como instrumento de desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático nos alunos participantes como sujeitos da pesquisa.

2 I RELATO DE EXPERIÊNCIA DA MONTAGEM DO CUBO MÁGICO

Em outubro de 2016 foi iniciado o projeto de extensão intitulado: ‘Desvendando o Cubo Mágico’, o qual foi desenvolvido nas dependências internas do Colégio Estadual José Honorato na cidade de Goiânia/GO com alunos do 7º ano, durante 8 encontros de 90 minutos cada, somando um total de 12 horas/atividade no total.

Com a inferência por parte de profissionais da escola-campo, de que os alunos com menos de 11 anos geralmente têm mais dificuldade de entender o funcionamento do cubo, a coordenação da escola considerou mais conveniente trabalhar com o grupo de alunos supracitado.

Conforme pode ser observado nas imagens abaixo, a discente do Curso de Licenciatura em Matemática do IFG (Câmpus Goiânia), Juliana Moreno ministrou e conduziu as atividades do projeto, enquanto a professora de Psicologia da Educação, Gizele Parreira (IFG/Câmpus Goiânia), por meio de anotações, registrou o observado quanto à interação e ao desempenho dos alunos participantes das atividades realizadas; ao mesmo tempo em que o professor de Matemática, Luciano Duarte (IFG/Câmpus Goiânia), acompanhou os alunos (dispostos em pequenos grupos), intervindo e auxiliando na condução das etapas da montagem do cubo mágico.

Figura 1 – instruções gerais sobre as etapas de manuseio do cubo

O projeto consistiu em ensinar os alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, a solução do quebra-cabeça por meio do método de resolução sequencial de camadas adaptado, ou seja: com sete etapas, notações e algoritmos; tudo adequado ao grupo de aprendizes. Em cada encontro um cubo era disponibilizado para cada aluno participante no começo da sessão e devolvido à equipe de professores ao final.

No primeiro encontro foi entregue o material de apoio impresso, o brinquedo – cubo mágico – foi apresentada aos alunos a história do cubo mágico e ensinadas as técnicas de resolução da primeira camada. Sabendo que a primeira etapa exige mais paciência e raciocínio do aprendiz (uma vez que não há algoritmos nessa fase), e que ela é crucial para o processo de montagem, na segunda sessão revisou-se a primeira camada e os principiantes puderam praticar e tirar dúvidas. A Figura 2 mostra as alunas praticando.

Figura 2 – Alunas do colégio José Honorato praticando as etapas de resolução do quebra-cabeça

Em todo o processo, antes de avançar o método de resolução, a etapa anterior era revisada. Assim, no terceiro encontro foi feita a revisão da primeira camada e ensinada a segunda camada. Nesse momento foram introduzidos os algoritmos, começou-se a trabalhar mais a noção de face, direita e esquerda, sentido horário e anti-horário e a memorização. Nos encontros seguintes os alunos aprenderam a resolver a terceira camada, concluindo o quebra-cabeça.

No penúltimo encontro os alunos tiveram a oportunidade de revisar todas as etapas e tirar as dúvidas, como mostra a figura 3; nesse dia passaram boa parte do tempo embaralhando o cubo e montando-o em seguida.

Figura 3 – Alunas tirando dúvidas em relação à montagem do cubo mágico.

Por fim, na última sessão foi realizada uma competição entre os alunos com os mesmos equipamentos e regras dos campeonatos oficiais. A premiação foi um cubo mágico profissional.

3 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim que a coordenadora do colégio avisou os alunos que tomariam parte como sujeitos no projeto, esses demonstraram-se interessados e disponíveis à participação. Com freqüência perguntaram à coordenadora sobre a data do início da ‘aprendizagem’ da resolução do quebra-cabeça. Em todos os encontros havia aluno pedindo para ficar mais tempo e também para levar o cubo para casa.

Nas 8 sessões, obteve-se mais de 70% de frequência dos aprendizes, um forte indicativo do comprometimento e da motivação dos meninos e meninas. Vale ressaltar que, ao final do curso, as atividades escolares obrigatórias já haviam se encerrado, existindo atividade apenas para aqueles que ficaram em recuperação. Ainda assim, os alunos que participavam do projeto iam pra escola, incluindo os que já estavam de férias.

Alguns não se limitaram às informações passadas pela equipe, adquiriram um cubo com os próprios recursos financeiros, procuraram informações na internet e começaram a praticar em casa.

Não raro, durante o curso, alunos de outras turmas perguntavam se o projeto seria desenvolvido com eles também, pois eles também queriam aprender a montar o quebra-cabeça.

Assim colocado, ressalta-se que a Psicologia observou que por ser uma atividade com estratégia pedagógica que envolve um instrumento lúdico, o interesse dos alunos ficou evidenciado por meio da atitude de envolvimento desses com as atividades, desde o primeiro encontro.

Outro aspecto a ser destacado diz respeito à evolução da potencialidade da maioria dos alunos participantes no quesito agilidade e rapidez para montar o cubo no decorrer das instruções de cada encontro.

Por fim, nota-se a importância e relevância da elaboração de um projeto de pesquisa que possa verificar, de modo sistematizado, a evolução da capacidade de raciocínio lógico-matemático dos alunos, com respaldo da utilização de instrumentos psicométricos da Psicologia em interação com a Matemática, para registrar o tipo de raciocínio de uma amostra específica de alunos, antes e depois de serem envolvidos em atividades da montagem do cubo mágico. Dessa forma, espera-se corroborar a hipótese inicial marcada na intenção do trabalho contido neste relato.

REFERÊNCIAS

CABRAL, Marcos Aurélio. **A utilização de jogos no ensino de matemática**. 2006. 52f. Trabalho de Conclusão de Curso - Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006. Disponível em: < http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/jogos/Marcos_Aurelio_Cabral.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2017.

GRIMM, Luis Gustavo Hauff Mratins. **Cubo Mágico: Propriedades e Resoluções envolvendo Álgebra e Teoria de Grupos**. 2016. 81f. Dissertação (mestrado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2016. Disponível em: . Acesso em: 20 mar. 2017.

MEIRELES, Susane. **Projeto Cubo Mágico retorna às escolas municipais**. Prefeitura municipal de Criciúma, Criciúma, 31 mai. 2016. Disponível em: < http://www.criciuma.sc.gov.br/site/noticia/projeto_cubo_magico_retorna_as_escolas_m unicipais-11300> . Acesso em 20 mar. 2017.

PIAGET, J. **A construção do real na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 2003.

PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1995.

SCHULTZER, W. **Aprendendo Álgebra com o Cubo Mágico**. Uberlândia, 2005. Disponível em: < http://www.dm.ufscar.br/profs/waldeck/rubik/ > . Acesso em: 15 mar. 2017.

SILVA, Eder dos Santos. **A origem do cubo mágico**. Goiânia, 27 mar 2014. Disponível em: < http://www.hobbz.com/saiba-mais/cubo-magico/a-origem-do-cubo-magico >. Acesso em 15 mar. 2017.

SILVA, José Vinícius do Nascimento. **Uma proposta de aprendizagem usando o cubo mágico em Malta- PB**. 2015. 72 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática) – Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa, Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2015.

SOUSA, Pedro Miguel Lopes de. **O ensino da matemática: contributos pedagógicos de Piaget e Vygotsky**. Coimbra, 2005. Disponível em: < http://www.psicologia.pt/artigos/textos/A0258.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2017.

CAPÍTULO 14

EFEITO DA MÁ ESPECIFICAÇÃO DE MODELOS NAS COMBINAÇÕES DE PREVISÃO EM SÉRIES TEMPORAIS COM LONGA DEPENDÊNCIA

Cleber Bisognin
UFSM - Universidade Federal de Santa Maria, Departamento de Estatística
Santa Maria – RS

Letícia Menegotto
UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Porto Alegre - RS

Liane Werner
UFRGS - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Depto. de Estatística
Porto Alegre - RS

RESUMO: Ao modelarmos processos estocásticos, é possível cometermos equívocos no tipo de processo ou mesmo no número de parâmetros a ser ajustado em determinada série. O objetivo deste trabalho é verificar a influência da má especificação de modelos nas previsões e nas combinações de previsões através das medidas de acurácia quando a série apresenta a propriedade de longa dependência, uma vez que comumente séries temporais que apresentam esta propriedade são confundidas com séries temporais não estacionárias. Utilizando a técnica de Monte Carlo serão realizadas simulações para verificar esta influência, onde será calculada a média das medidas de acurácia calculadas para cada modelo a ser verificado. Analisando as simulações, observamos que na grande maioria das vezes as combinações de previsões têm melhor capacidade preditiva que o próprio modelo a partir do qual a série for gerada - neste caso, ARFIMA*(p,d,q)*. Finalmente será feita uma aplicação a dados reais, na qual será analisada a série temporal do valor do ativo do Banco Bradesco SA na hora do fechamento da bolsa de valores.

PALAVRAS-CHAVE: Combinação de Previsões, Previsões, Longa Dependência, Má Especificação de Modelos.

ABSTRACT: When modeling stochastic processes, it is possible to make mistakes in the type of process or even the number of parameters to be adjusted in each series. The objective of this work is to verify the influence of poor model specification on predictions and Combination of Forecasts through the accuracy measures when the series presents the long dependence property, since commonly time series presenting this property are confused with not stationary time series. Using the Monte Carlo technique, simulations will be performed to verify this influence, where the average of the calculated accuracy measurements will be calculated for each model to be verified. Looking at simulations, we see that for the most part prediction combinations have better predictive power than the model from which the series is

generated - in this case ARFIMA*(p,d,q)*. Finally an application will be made to real data, which will analyze the time series of the asset value of Banco Bradesco SA at the time of closing of the stock exchange.
KEYWORDS: Combining forecast, Forecasting, Long Memory, Misspecification.

1 I INTRODUÇÃO

De acordo com Abraham e Ledolter (2009), o ser humano está sempre fazendo previsões, que consiste em uma atividade indispensável no planejamento, na definição da estratégia e na tomada de decisões orientadas para o futuro, tanto em nível individual como em nível organizacional.

Uma vez que previsões envolvem eventos futuros e estes, por sua vez, envolvem a incerteza, tem-se que as previsões, em geral, não são perfeitas. O objetivo, ao realizarmos uma previsão, é reduzir o erro da mesma (ABRAHAM; LEDOLTER, 2009). Para produzir uma previsão que apresente um erro pequeno, é necessário utilizar uma técnica de previsão adequada, seja por meio de um modelo ou uma combinação de previsões, e para tanto é preciso obter critérios de acurácia.

Conforme Morettin; Toloi (2006), uma das suposições mais frequentes que se faz a respeito de uma série temporal é que se desenvolva no tempo, aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável (estacionariedade). Todavia, a maior parte das séries que se encontra na prática apresenta alguma forma de não estacionariedade, pois mudam suas características estocásticas ao longo do tempo de observação, sendo conhecidas por séries não estacionárias. Segundo Box; Jenkins (1976) é possível obter séries estacionárias pela diferenciação (d), valor este assumido como número inteiro. Uma diferenciação fracionária é o caso geral do processo de diferenciação, modelos que usam este procedimento são conhecidos por modelos de longa dependência e nas últimas décadas, tem ocorrido grande interesse no estudo de séries temporais com longa dependência, que iniciaram com os estudos de Hurst em 1951.

Quando as medidas de acurácia são boas, acreditamos que um modelo adequado foi encontrado. Porém, é preciso ter cuidado na especificação do modelo. Para Queiroz (2016) a solução de problemas estatísticos está baseada na teoria da máxima verossimilhança, que tem como suposição básica de que o modelo escolhido para analisar os dados é, de fato, o modelo gerador destes. Quando isso não acontece, ou seja, quando ocorre uma má especificação do modelo, utilizar os procedimentos inferenciais usuais pode resultar em conclusões errôneas, gerando interpretações equivocadas.

Frente a isto, o objetivo deste trabalho é verificar a influência da má especificação de modelos na previsão e nas combinações de previsões através das medidas de acurácia, tendo como modelo gerador uma série que apresenta longa dependência. Tal objetivo deve-se ao fato que algumas séries temporais, podem ser tratadas como estacionária ou não estacionárias, em outras palavras, quando analisamos tais series com testes de raiz unitária, o p-valor de um teste é aproximadamente 0.1 e de outro menos que 0.05. Utilizaremos a série temporal do valor do ativo do Banco Bradesco SA na hora do fechamento da bolsa de valores para mostrar tal situação.

2 I TÉCNICAS DE PREVISÃO

Nesta seção apresentamos os modelos utilizados para análise e previsão de séries temporais. Serão utilizados os modelos ARMA*(p,q)*, ARIMA*(p,d,q)*, ARFIMA*(p,d,q)* e Suavização Exponencial, além de três métodos para realizar combinações de previsões, a saber: variância mínima, por regressão e média aritmética.

Inicialmente definimos os processos ARIMA*(p,d,q)* proposto por Box; Jenkins (1976).

Definição 1: Seja $\{X_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ um processo estocástico satisfazendo a equação

$$\phi(B)(1-B)^d(X_t-\mu)=\theta(B)\varepsilon_t, \tag{1}$$

onde: μ é a média do processo, $\{\varepsilon_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ é o processo ruído branco, *B* é o operador defasagem ou de retardo, isto é, $B^j(X_t)=X_{t-j}$, para $j\in\mathbb{N}$, $\phi(\cdot)$ e $\theta(\cdot)$ e são os polinômios de ordem *p* e *q*, respectivamente, definidos por.

$$\phi(z)=\sum_{\ell=1}^{p}(-\phi_\ell)z^\ell,\quad \theta(z)=\sum_{m=1}^{q}(-\theta_m)z^m, \tag{2}$$

com $\phi_\ell, 1\le\ell\le p$ e $\theta_m, 1\le m\le q$, são constantes reais e $\phi_0=-1=\theta_0$. Então $\{X_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ é um *processo auto-regressivo integrado de média móvel de ordem (p,d,q),* denotado por ARIMA*(p,d,q)*, onde $d\in\mathbb{Z}_\geq$ é o grau de diferenciação.

Durante as últimas décadas, houve muito interesse em estudar séries temporais com a propriedade de longa dependência. Utilizando a definição de longa dependência, Granger; Joyeux (1980), Hosking (1981) e Hosking(1984) apresentam os *processos auto-regressivos fracionariamente integrados de média móvel* - ARFIMA*(p,d,q)* como um exemplo de processos com a característica de longa dependência. A seguir definimos os processos ARFIMA*(p,d,q)*.

Definição 2: Um processo estocástico $\{X_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ é dito ser um processo ARFIMA*(p,d,q)* quando satisfaz a Definição 1 e 0 < *d* < 0,5. Então $\{X_t\}_{t\in\mathbb{Z}}$ é um *processo auto-regressivo fracionariamente integrado de média móvel de ordem* *(p,d,q),* denotado por ARFIMA*(p,d,q)*, onde *d* é o grau de diferenciação fracionário.

Além destes, os modelos de suavização exponencial, devido a sua simplicidade, facilidade de ajustes e boa acurácia, são os mais utilizados frente a outras técnicas de previsão, segundo Morettin; Toloi (2006). Ainda para os autores, como assumem que os valores extremos da série são flutuações aleatórias, o propósito destes modelos é identificar um padrão básico na série temporal a ser analisada. Estes modelos valorizam mais as últimas observações na série temporal através da ponderação exponencial das mesmas, de acordo com a proximidade ao período da previsão *h*. Os métodos mais tradicionais de suavização exponencial são: (i) a suavização exponencial simples, para séries que apresentam apenas variações em torno de um nível; (ii) o modelo linear de Holt, para as séries que apresentam a componente de tendência e (iii) os modelos de Holt-Winters, quando a série apresenta tanto a componente de tendência quanto a sazonal (MAKRIDAKIS et al. 1998).

A seguir definimos os modelos lineares de Holt.

Definição 3: Seja uma série temporal $\{X_t\}_{t=1}^{n}$. No caso dos modelos lineares de Holt consideramos que tal série é formada pela soma do nível, tendência e um erro aleatório, como segue:

$$X_t = L_t + T_t + \varepsilon_t, \text{para } t = s+1, \cdots, n. \tag{3}$$

As estimativas do nível da série no tempo *t*, denotado por L_t, da tendência, denotada por T_t, são dadas, respectivamente por

$$L_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \tag{4}$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1} \tag{5}$$

onde: α é o coeficiente de ponderação exponencial do nível $(0 \leq \alpha \leq 1)$ e β é o coeficiente de ponderação exponencial da tendência $(0 \leq \beta \leq 1)$.

Além destes modelos, um método comumente utilizado para melhorar a acurácia das previsões é a combinação de previsões. Segundo Costantini; Pappalardo (2010), este método consiste em utilizar um mecanismo para captar os diversos fatores que afetam cada técnica de previsão individual usada como base na obtenção da previsão combinada.

O método da variância mínima, proposto por Bates; Granger (1969) consiste em realizar a combinação linear de duas previsões com diferentes pesos. Neste método a combinação das previsões é obtida atribuindo-se um peso para cada uma das previsões individuais que serão combinadas. Sua estrutura é apresentada conforme equação (6).

$$F_c = wF_1 + (1-w)F_2 \tag{6}$$

onde *w* é o peso atribuído a previsão de menor variância e F_1 e F_2 são as previsões individuais a serem combinadas.

Para a obtenção dos pesos descritos na equação (6) é interessante atribuir menor peso às previsões de maior variabilidade nos erros e considerar a correlação existente entre os erros das duas previsões individuais realizadas. O peso para a previsão com menor variabilidade nos erros é obtido conforme equação (7).

$$w = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}, \tag{7}$$

onde ρ é o valor da correlação linear entre os erros das previsões obtidas em F_1 e F_2, σ_1^2 e σ_2^2 são as variâncias respectivas dos erros de previsão de F_1 e F_2.

O método mais popular de combinação de previsões individuais é a média aritmética, pois além de ser um dos métodos mais conhecidos é fácil de calcular (MARTINS; WERNERI, 2014).

Um fato que chamou a atenção de Granger; Ramanathan (1984) é que a combinação de previsões poderia ter a forma de regressão, usaram então o Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), com a previsão combinada sendo a variável resposta e as previsões individuais as variáveis explicativas.

De acordo com Makridakis et al. (1998), a palavra acurácia refere-se à habilidade do modelo ou da combinação em reproduzir os dados observados (qualidade do ajuste). Porém para avaliar qual técnica de previsão (individual ou combinação) é a mais adequada, faz-se necessário obter medidas de acurácia. Neste trabalho iremos utilizar as medidas de acurácia *Root Mean Squared Error* (RMSE), erro médio absoluto (MAE), erro percentual médio (MPE), erro percentual médio absoluto (MAPE) e erro médio de previsão (ME).

3 I SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO

Nesta seção serão apresentados os resultados tendo como base os procedimentos metodológicos de simulação de Monte Carlo. O procedimento consiste em gerar séries temporais (amostras) dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, com $0<d<0.5$. As séries temporais foram geradas utilizando a rotina *fracdiff.sim*, do pacote *fracdiff* do R Core Team (2018). Após foram ajustados as séries temporais geradas processos ARFIMA*(p,d,q)*, utilizando a rotina *arfima*, do pacote *forecast*, processos ARIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)*, utilizando a rotina *auto.arima*, também do pacote *forecast*, e o modelo de suavização exponencial (Modelo Linear de Holt), utilizando a rotina *HoltWinters*, do pacote *stats*.

No caso dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, a rotina seleciona automaticamente os valores de *p* e *q* usando o algoritmo Hyndman; Khandakar (2008) e o algoritmo de Haslett; Raftery (1989), que é baseado no método da máxima verossimilhança, para estimar os parâmetros, incluindo o parâmetro *d*.

Para a estimação dos parâmetros dos processos dos modelos ARIMA e ARMA foi utilizado a rotina *auto.arima* que calcula a verossimilhança exata via representação de Estado de Espaço do modelo enquanto as inovações são encontradas via Filtro de Kalmann. A estimação dos coeficientes dos polinômios é baseada em Gardner et. al (1980).

Para os modelos de suavização exponencial foi utilizado a rotina *HoltWinters*. A função tenta encontrar valores ótimos para α, e/ou β minimizando o erro quadrado de previsão de um passo à frente quando nenhum dos parâmetros de suavização é informado pelo usuário.

Após ajuste de modelos e teste de resíduos (rotina *Box.test*) foram calculadas as previsões dos *n* valores da série temporal gerada e também serão aplicadas as técnicas de combinação previsão de variância mínima, média aritmética e por regressão, como base nos modelos individuais previamente obtidos combinados dois a dois. As técnicas de combinação de previsão foram implementadas no mesmo *software*.

Calculadas as previsões, o próximo passo é calcular as medidas de acurácia ME (média dos erros de previsão), RMSE (raiz do erro médio quadrático), MAE (erro médio absoluto de previsão), MPE (percentual médio de erro) e pelo MAPE (percentual médio absoluto de erro). As medidas foram calculadas utilizando-se a rotina *accuracy* do pacote *forecast*.

As Tabelas 1 a 5 contemplam os resultados de simulação para o procedimento acima, e apresentam as médias das medidas de acurácia, para as replicações das previsões usando os modelos e as três combinações. Foram geradas séries temporais, para cinco composições dos valores dos parâmetros $d = 0{,}3,\ p \in \{0, 1\},\ \phi_1 \in \{-0{,}8;\ 0{,}8\},\ q \in \{0, 1\},\ \theta_1 \in \{-0{,}2;\ 0{,}2\}$.

Analisando a Tabela 1, quando geramos amostras dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, com $d = 0{,}3,\ p = 1,\ \phi_1 = -0{,}8$ e $q = 0$, concluímos que os modelos com menor ME são os modelos ARIMA*(p,d,q)*, a combinação de previsões de variância mínima com os modelos ARMA*(p,q)* e Holt, e a combinação de previsões por regressão e média dos modelos ARIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)*. Com menor RMSE, MAE e MAPE é a combinação de previsões de variância mínima utilizando os modelos ARIMA*(p,d,q)* e Holt. Já o menor MPE foi encontrado na combinação por variância mínima do ARIMA*(p,d,q)* e Holt.

Modelos Ajustados	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
ARFIMA	-0.0002	0.9978	0.7963	-1.0660	8.2262
ARIMA	0.0000	1.0024	0.7996	-1.0519	8.2601
ARMA	-0.0001	0.9974	0.7959	-1.0669	8.2300

Holt	-0.0010	1.6295	1.2831	-2.2506	13.3495
Combinação de Previsões - Variância Mínima					
ARFIMA/ARIMA	0.0006	0.9977	0.7962	-1.0573	8.2265
ARFIMA/ARMA	0.0019	0.9989	0.7974	-1.0457	8.2360
ARFIMA/Holt	-0.0002	0.7434	0.5933	-0.8310	6.1339
ARIMA/ARMA	0.0003	1.0000	0.7977	-1.0521	8.2406
ARIMA/Holt	-0.0006	0.7328	0.5847	-0.8137	6.0455
ARMA/Holt	0.0000	0.7434	0.5934	-0.8270	6.1391
Combinação de Previsões - Regressão					
ARFIMA/ARIMA	0.0002	0.9958	0.7943	-1.0556	8.2047
ARFIMA/ARMA	-0.0001	0.9956	0.7942	-1.0637	8.2093
ARFIMA/Holt	-0.0002	0.7418	0.5919	-0.8328	6.1254
ARIMA/ARMA	0.0000	0.9954	0.7942	-1.0586	8.2046
ARIMA/Holt	0.0015	0.7342	0.5857	-0.7952	6.0571
ARMA/Holt	0.0001	0.7443	0.5941	-0.8277	6.1465
Combinação de Previsões - Média					
ARFIMA/ARIMA	-0.0001	0.9974	0.7962	-1.0598	8.2289
ARFIMA/ARMA	0.0001	0.9959	0.7948	-1.0633	8.2179
ARFIMA/Holt	0.0002	1.0301	0.8157	-1.4743	8.5070
ARIMA/ARMA	0.0000	0.9963	0.7953	-1.0566	8.2141
ARIMA/Holt	-0.0004	1.0273	0.8145	-1.4675	8.4935
ARMA/Holt	-0.0007	1.0314	0.8175	-1.4824	8.5233

Tabela 1 - Medidas de acurácia para séries temporais geradas a partir dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, quando $d = 0{,}3$, $p = 1$, $\phi_1 = -0{,}8$ e $q = 0$ e $n = 1000$.

Pela análise da Tabela 2, quando geramos amostras dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, quando $d = 0{,}3$, $p = 1$, $\phi_1 = 0{,}8$ e $q = 0$, concluímos que o modelo com menor ME é o modelo ARMA*(p,q)* e a combinação de previsões por média dos modelos ARFIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)*. O modelo ARMA*(p,q)* possui menor RMSE e MAPE, enquanto o modelo ARFIMA*(p,d,q)* possui menor MAE e a combinação de previsões por variância mínima utilizando os modelos ARIMA*(p,d,q)* e Holt possui menor MPE.

Modelos Ajustados	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
ARFIMA	-0.0001	0.9976	0.7960	-1.1196	12.0266
ARIMA	0.0004	1.0125	0.8079	-1.4654	13.3490
ARMA	0.0000	0.9973	0.7961	-1.3920	11.8463
Holt	-0.0010	1.0461	0.8348	-1.1510	12.1322
Combinação de Previsões - Variância Mínima					
ARFIMA/ARIMA	-0.0001	0.9984	0.7964	-3.5889	15.1945

ARFIMA/ARMA	0.0024	1.0021	0.7995	-1.7194	12.4937
ARFIMA/Holt	-0.0002	1.1847	0.9454	-1.4550	14.4596
ARIMA/ARMA	0.0002	1.0137	0.8085	-1.8338	13.2070
ARIMA/Holt	-0.0004	1.1928	0.9514	0.7557	15.8453
ARMA/Holt	-0.0001	1.1854	0.9461	-8.9787	22.2009
Combinação de Previsões - Regressão					
ARFIMA/ARIMA	0.0032	0.9992	0.7973	-4.9606	15.2409
ARFIMA/ARMA	0.0002	0.9984	0.7968	-3.2177	14.9527
ARFIMA/Holt	0.0007	1.1836	0.9445	3.6867	19.9684
ARIMA/ARMA	0.0021	0.9987	0.7971	1.2228	14.7097
ARIMA/Holt	0.0435	1.1887	0.9487	-1.6423	14.7383
ARMA/Holt	-0.0007	1.1862	0.9467	-2.3120	14.3208
Combinação de Previsões - Média					
ARFIMA/ARIMA	0.0003	1.0018	0.7994	-2.1029	12.3018
ARFIMA/ARMA	0.0000	0.9990	0.7972	-2.7820	13.8283
ARFIMA/Holt	-0.0001	1.1069	0.8836	-1.8229	13.9846
ARIMA/ARMA	0.0002	1.0015	0.7990	-1.9371	12.2046
ARIMA/Holt	-0.0001	1.1074	0.8836	0.4485	13.9419
ARMA/Holt	0.0003	1.1071	0.8833	-2.2674	13.9702

Tabela 2 - Medidas de acurácia para séries temporais geradas a partir dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, quando $d = 0{,}3$, $p = 1$, $\phi_1 = 0{,}8$ e $q = 0$ e $n = 1000$.

Pela Tabela 3, quando geramos amostras dos processos ARFIMA(*p,d,q*), quando $d = 0{,}3$, $p = 0$, $q = 1$ e $\theta_1 = 0{,}2$, verificamos que o modelo ARIMA*(p,d,q)* e a combinação por regressão dos modelos ARFIMA(*p,d,q*) e ARMA(*p,q*) possuem menor ME, a combinação por média dos modelos ARFIMA(*p,d,q*) e Holt possui menores RMSE, MAE e MAPE, enquanto a combinação por regressão dos modelos ARIMA(*p,d,q*) e Holt tem menor MPE.

Modelos Ajustados	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
ARFIMA	0.0006	0.9985	0.7967	-1.0285	8.1506
ARIMA	0.0000	1.0034	0.8002	-1.0077	8.1807
ARMA	0.0001	0.9982	0.7969	-1.0301	8.1384
Holt	0.0007	1.0993	0.8697	-0.9323	8.8585
Combinação de Previsões - Variância Mínima					
ARFIMA/ARIMA	-0.0001	0.9976	0.7964	-1.0268	8.1329
ARFIMA/ARMA	0.0008	0.9968	0.7957	-1.0193	8.1267
ARFIMA/Holt	-0.0001	0.8740	0.6975	-0.9154	7.1440
ARIMA/ARMA	-0.0006	1.0023	0.7996	-1.0200	8.1733
ARIMA/Holt	-0.0003	0.8876	0.7084	-0.8978	7.2432

ARMA/Holt	-0.0001	0.8898	0.7101	-0.9316	7.2750
Combinação de Previsões - Regressão					
ARFIMA/ARIMA	0.0005	0.9959	0.7953	-1.0187	8.1292
ARFIMA/ARMA	0.0000	0.9974	0.7960	-1.0326	8.1400
ARFIMA/Holt	0.0003	0.8743	0.6977	-0.9076	7.1291
ARIMA/ARMA	0.0003	0.9964	0.7954	-1.0225	8.1295
ARIMA/Holt	0.0037	0.8856	0.7067	-0.8535	7.2144
ARMA/Holt	0.0000	0.8890	0.7094	-0.9246	7.2476
Combinação de Previsões - Média					
ARFIMA/ARIMA	-0.0002	0.9968	0.7957	-1.0200	8.1394
ARFIMA/ARMA	0.0002	0.9969	0.7957	-1.0284	8.1302
ARFIMA/Holt	0.0001	0.8463	0.6736	-0.8135	6.8733
ARIMA/ARMA	0.0006	0.9968	0.7954	-1.0134	8.1374
ARIMA/Holt	0.0004	0.8546	0.6806	-0.8049	6.9493
ARMA/Holt	-0.0001	0.8524	0.6788	-0.8199	6.9314

Tabela 3 - Medidas de acurácia para séries temporais geradas a partir dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, quando $d = 0{,}3$, $p = 0$, $q = 1$, $\theta_1 = 0{,}2$ e $n = 1000$.

Através da Tabela 4, quando geramos amostras dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, com $d = 0{,}3$, $p = 0$, $q = 1$ e $\theta_1 = -0{,}2$, constatamos que o modelo Holt, a combinação de previsões por variância mínima dos modelos ARFIMA*(p,d,q)* e Holt e a combinação de previsões por regressão dos modelos ARFIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)* e dos modelos ARMA*(p,q)* e Holt possuem menor ME. A combinação de previsões por média dos modelos ARFIMA*(p,d,q)* e Holt possui menor RMSE, MAE, MPE e MAPE.

Analisando a Tabela 5, quando geramos amostras dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, quando $d = 0{,}3$, $p = 1$, $\phi_1 = 0{,}8$, $q = 1$ e $\theta_1 = -0{,}2$, observamos que o modelo ARIMA*(p,d,q)*, a combinação de previsões por variância mínima dos modelos ARIMA*(p,d,q)* e Holt e a combinação de previsões por média dos modelos ARIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)* e dos modelos ARMA*(p,q)* e Holt possuem menor ME. A combinação de previsões por média dos modelos ARFIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)* possui menor RMSE, a combinação de previsões por regressão dos modelos ARFIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)* possui menor MAE, enquanto os menores valores de MPE e MAPE ocorrem na combinação de previsões por variância mínima dos modelos ARIMA*(p,d,q)* e ARMA*(p,q)*.

Modelos Ajustados	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
ARFIMA	0.0001	0.9979	0.7964	-1.0469	8.1889
ARIMA	-0.0005	1.0013	0.7989	-1.0171	8.1995
ARMA	0.0001	0.9977	0.7964	-1.0466	8.1839

Holt	0.0000	1.0975	0.8739	-0.8456	8.9308
Combinação de Previsões - Variância Mínima					
ARFIMA/ARIMA	-0.0005	0.9967	0.7953	-1.0475	8.1866
ARFIMA/ARMA	-0.0008	0.9977	0.7960	-1.0515	8.1781
ARFIMA/Holt	0.0000	0.9598	0.7659	-1.0030	7.8554
ARIMA/ARMA	-0.0002	0.9987	0.7967	-1.0242	8.1886
ARIMA/Holt	-0.0001	0.9488	0.7574	-0.9539	7.7708
ARMA/Holt	0.0002	0.9613	0.7676	-1.0059	7.8788
Combinação de Previsões - Regressão					
ARFIMA/ARIMA	0.0008	0.9980	0.7965	-1.0286	8.1682
ARFIMA/ARMA	0.0000	0.9966	0.7955	-1.0480	8.1818
ARFIMA/Holt	0.0004	0.9581	0.7645	-1.0036	7.8737
ARIMA/ARMA	0.0005	0.9960	0.7952	-1.0333	8.1689
ARIMA/Holt	0.0046	0.9479	0.7568	-0.9043	7.7581
ARMA/Holt	0.0000	0.9618	0.7676	-1.0141	7.8986
Combinação de Previsões - Média					
ARFIMA/ARIMA	-0.0002	0.9979	0.7965	-1.0308	8.1736
ARFIMA/ARMA	-0.0003	0.9975	0.7963	-1.0536	8.1892
ARFIMA/Holt	0.0007	0.8348	0.6655	-0.7557	6.8197
ARIMA/ARMA	0.0002	0.9969	0.7949	-1.0286	8.1638
ARIMA/Holt	-0.0018	0.8349	0.6657	-0.7659	6.8285
ARMA/Holt	-0.0004	0.8357	0.6667	-0.7739	6.8465

Tabela 4 - Medidas de acurácia para séries temporais geradas a partir dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, quando $d = 0,3$, $p = 0$, $q = 1$ e $\theta_1 = -0,2$ e $n = 1000$.

4 I APLICAÇÃO A DADOS REAIS

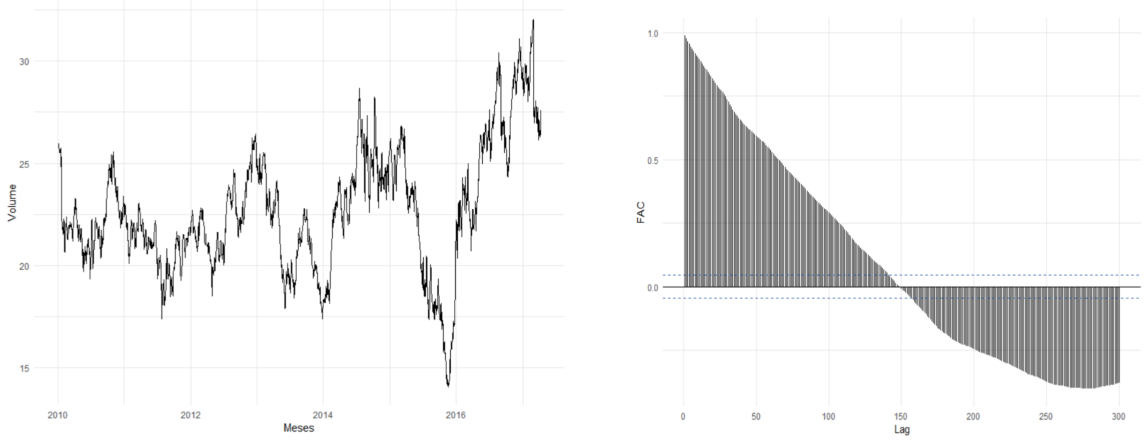
A seguir analisamos a série temporal do valor do ativo do Banco Bradesco SA na hora do fechamento da bolsa de valores utilizando a metodologia desenvolvida neste trabalho. A etapa da obtenção de dados neste artigo, consistiu em resgatar dados históricos do site Yahoo Finanças (https://br.financas.yahoo.com/). Serão utilizadas as 1853 observações diárias disponíveis, de 04/01/2010 a 27/06/2017 (dados acessados em 04/08/2017). Uma vez que se busca uma técnica adequada prever o valor do ativo do Banco, obteve-se as previsões utilizando os modelos de Suavização Exponencial, ARFIMA(*p,d,q*), ARIMA(*p,d,q*) e ARMA(*p,q*) e suas respectivas combinações, utilizando dois modelos base.

Modelos Ajustados	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
ARFIMA	0.0002	0.9979	0.7965	-3.9851	19.9434
ARIMA	0.0000	1.0106	0.8058	0.2030	17.2564

ARMA	0.0001	0.9969	0.7957	-4.0811	20.5178
Holt	0.0009	1.0915	0.8706	0.5765	20.2942
Combinação de Previsões - Variância Mínima					
ARFIMA/ARIMA	0.0002	0.9973	0.7958	5.8007	24.2898
ARFIMA/ARMA	0.0048	1.0030	0.8003	-30.4502	45.4219
ARFIMA/Holt	0.0002	1.4316	1.1431	-5.9641	29.9762
ARIMA/ARMA	0.0002	1.0110	0.8065	0.0863	17.0525
ARIMA/Holt	0.0000	1.4355	1.1455	-0.1687	26.1373
ARMA/Holt	-0.0002	1.4300	1.1412	-6.4398	32.0171
Combinação de Previsões - Regressão					
ARFIMA/ARIMA	0.0045	0.9970	0.7956	-4.2765	20.8610
ARFIMA/ARMA	0.0001	0.9967	0.7957	-0.8420	19.9359
ARFIMA/Holt	0.0006	1.4319	1.1433	-1.3433	24.5153
ARIMA/ARMA	0.0031	0.9965	0.7949	-2.6315	17.9124
ARIMA/Holt	0.0477	1.4343	1.1449	2.1888	27.7956
ARMA/Holt	-0.0008	1.4279	1.1398	7.0087	33.1381
Combinação de Previsões - Média					
ARFIMA/ARIMA	-0.0003	1.0009	0.7981	-0.5809	21.3508
ARFIMA/ARMA	0.0002	0.9964	0.7954	-2.0612	17.6468
ARFIMA/Holt	0.0004	1.2619	1.0068	-0.3275	23.5462
ARIMA/ARMA	0.0000	0.9997	0.7978	-3.8775	20.1004
ARIMA/Holt	0.0009	1.2627	1.0073	-25.1495	49.3979
ARMA/Holt	0.0000	1.2593	1.0050	-0.7913	22.2157

Tabela 5 - Medidas de acurácia para séries temporais geradas a partir dos processos ARFIMA*(p,d,q)*, quando $d = 0{,}3$, $p = 1$, $\phi_1 = 0{,}8$, $q = 1$ e $\theta_1 = -0{,}2$ e $n = 1000$.

A Figura 1 apresenta o gráfico da série temporal e da função de autocorrelação amostral. Podemos perceber, pelo gráfico da série temporal e pela sua função de autocorrelação amostral que a série pode ser tratada como estacionária com a propriedade de longa dependência, mas também pode ser tratada como não estacionária. Foram aplicados os testes de raiz unitária de Dickey-Fuller [p-valor=0.1551], e de Phillips-Perron [p-valor=0.04145]. Os resultados de ambos foram inconclusivos ao testar a hipótese nula que a série temporal é não estacionária versus ser estacionária. Os testes foram realizados usando, respectivamente, as rotinas *adf.test* e *pp.test*, do pacote *tseries* do R Core Team (2018).



(a) (b)

Figura 1 - Valor de Fechamento dos Ativos do Banco Bradesco SA, de 04/01/2010 a 27/06/2017: (a) gráfico da série temporal; (b) função de autocorrelação amostral.

A seguir apresentamos os modelos ajustados a série temporal do valor do ativo do Banco Bradesco SA na hora do fechamento da bolsa de valores.

Modelo 1 - ARFIMA*(p,d,q)*, com $\hat{d} = 0{,}0458$, $p = 1$, onde $\phi_1 = 0{,}9890$ e $q = 0$. Para este modelo, obtivemos uma variância estimada dos resíduos igual a $\hat{\sigma}^2$ = 0,2104, AIC=2375,877 e para o teste de Box – Pierce [p-valor=0.6571].

Modelo 2 - ARIMA*(p,d,q)*, com p=0=q e d=1. Para este modelo, obtivemos uma variância estimada dos resíduos igual a $\hat{\sigma}^2$ = 0,2115, AIC=2381,62 e para o teste de Box - Pierce [p-valor=0.4938].

Modelo 3 - ARMA*(p,q)*, com p=1, q=0, onde $\hat{\phi}_1$ = 0,9790. Para este modelo, obtivemos uma variância estimada dos resíduos igual a $\hat{\sigma}^2$ = 0,2125, AIC=2348,86 e para o teste de Box - Pierce [p-valor=0.6587].

Modelo 4 - Modelo Linear de Holt: as estimativas para os parâmetros são: $\hat{\alpha}$ = 0,9856, $\hat{\beta}$ = 0,00564. Para este modelo obtivemos uma estimativa da variância dos resíduos de $\hat{\sigma}^2$ = 0,2129 e, para o teste de Box - Pierce [p-valor=0.9738].

As Tabelas 6 a 9 apresentam as medidas de acurácia dos Modelos 1 a 4 ajustados e a combinação de previsões combinadas dois a dois. Analisando tais tabelas, verificamos que o Modelo 2 apresenta menor ME, em valor absoluto. A combinação dos Modelos 2 e 3, por variância mínima, apresenta menor MAE e MAPE, com $w = 0.9110$. A combinação dos Modelos 1 e 3, por regressão, apresenta menor RMSE, com $\hat{\beta}_1$ =−15,86, $\hat{\beta}_{\hat{2}}$ =16,86, e R^2 ajustado de 0,986. Por último a combinação dos modelos 3 e 4, por média, apresenta menor MPE, em valor absoluto.

Modelo Ajustado	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
Modelo 1	0.0010	0.4586	0.3348	-0.0369	1.4855
Modelo 2	0.0000	0.4596	0.3342	-0.0208	1.4828

Modelo 3	-0.0010	0.4585	0.3348	-0.0458	1.4857
Modelo 4	0.0132	0.4615	0.3361	0.0475	1.4911

Tabela 6 - Medidas de Acurácia dos Modelos 1 a 4.

Combinações de Previsão	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
Modelos 1 e 2	0.0009	0.4585	0.3346	-0.0350	1.4848
Modelos 1 e 3	0.0402	0.4607	0.3362	0.1395	1.4886
Modelos 1 e 4	0.0026	0.4586	0.3345	-0.0250	1.4843
Modelos 2 e 3	0.0006	0.4594	0.3342	-0.0201	1.4826
Modelos 2 e 4	0.0004	0.4599	0.3345	-0.0192	1.4840
Modelos 3 e 4	0.0009	0.4586	0.3345	-0.0326	1.4845

Tabela 7 - Medidas de Acurácia para as Combinações de Previsão: Variância Mínima.

Combinações de Previsão	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
Modelos 1 e 2	0.0008	0.4588	0.3342	-0.0272	1.4829
Modelos 1 e 3	0.0000	0.4586	0.3348	-0.0414	1.4856
Modelos 1 e 4	0.0069	0.4591	0.3345	0.0049	1.4840
Modelos 2 e 3	-0.0001	0.4588	0.3342	-0.0317	1.4830
Modelos 2 e 4	0.0070	0.4603	0.3349	0.0151	1.4858
Modelos 3 e 4	0.0060	0.4591	0.3345	0.0004	1.4840

Tabela 8 - Medidas de Acurácia para as Combinações de Previsão: Média.

Combinações de Previsão	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE
Modelos 1 e 2	0.0004	0.4585	0.3346	-0.0373	1.4849
Modelos 1 e 3	-0.0006	0.4584	0.3347	-0.0466	1.4858
Modelos 1 e 4	0.0010	0.4586	0.3345	-0.0324	1.4845
Modelos 2 e 3	0.0004	0.4585	0.3346	-0.0378	1.4849
Modelos 2 e 4	0.0043	0.4599	0.3345	-0.0025	1.4840
Modelos 3 e 4	0.0010	0.4586	0.3345	-0.0325	1.4845

Tabela 9 - Medidas de Acurácia para as Combinações de Previsão: Regressão.

A Figura 2 apresenta as Predições e as Previsões da Série Temporal do valor do ativo do Banco Bradesco SA na hora do fechamento da bolsa de valores, utilizando o modelo e as combinações de previsão com menores medidas de acurácia. Observa-se que os modelos e combinação de previsões captam o comportamento dos dados e as previsões apresentadas possuem pouca variação entre si.

Figura 2 - Previsão da Série Temporal do valor do ativo do Banco Bradesco SA na hora do fechamento da bolsa de valores.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluirmos nossas análises, podemos verificar que na maioria dos casos as menores medidas de acurácia, nas simulações de Monte Carlo, foram obtidas através de combinação de previsões. Cabe ressaltar que, em alguns casos as menores medidas médias foram obtidas quando a previsão foi feita somente com um modelo, e nestes casos, em apenas uma situação o modelo ARFIMA*(p,d,q)* obteve menores medidas de acurácia médias. Ou seja, mesmo tendo uma série gerada a partir deste processo, as combinações exerceram melhor papel preditivo do que o modelo propriamente dito. O mesmo pode ser observado na aplicação em dados reais, uma vez que quatro das cinco menores medidas de acurácia são obtidas com combinações de previsões.

Desta forma, é possível concluir com base nas simulações de Monte Carlo e aplicação realizada neste artigo, que mesmo tendo um problema na especificação do modelo, como é o caso da aplicação utilizando a série temporal do valor do ativo, podemos obter boas previsões.

Neste caso, a combinação de previsões pode ser uma ótima alternativa para aperfeiçoar a previsão, uma vez que, como na maioria dos casos apresentados na seção de simulações de Monte Carlo deste trabalho, é possível aprimorar a capacidade preditiva do modelo visto que as mesmas apresentam menores medidas de acurácia quando comparadas com previsões geradas utilizando-se apenas um modelo.

REFERÊNCIAS

ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical methods for forecasting**. John Wiley & Sons, 2009.

BATES, J. M.; GRANGER, C. W. J. The Combining of Forecasts. **Operational Research Quarterly**, v.20, n.4, p. 451-468, 1969.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis.** Forecasting and Control. Holden-Day. San Francisco, 1976.

COSTANTINI, M.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for the combination of forecasts. **International Journal of Forecasting**, v.26, n.4, p.725–743, 2010.

GARDNER, G.; HARVEY, A. C.; Phillips, G. D. Algorithm as 154: An algorithm for exact maximum likelihood estimation of autoregressive-moving average models by means of Kalman filtering. **Journal of the Royal Statistical Society.** Series C (Applied Statistics), v.29, n.3, p.311–322, 1980.

GRANGER, C. W.; JOYEUX, R. An introduction to long-memory time series models and fractional differencing. **Journal of time series analysis**, v.1, n.1, p. 15–29, 1980.

GRANGER, C. W. J.; RAMANATHAN, R. Improved Methods of Forecasting. **Journal of Forecasting**, v.3, n.2, p.197-204, 1984.

HASLETT, J.; RAFTERY, A. E. (1989). Space-time modelling with long-memory dependence: Assessing Ireland's wind power resource. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series C (Applied Statistics), v. 38, n. 1, p. 1-50, 1989.

HOSKING, J. R. Fractional differencing. **Biometrika**, v.68, n.1, p.165-176, 1981

HOSKING, J. R. Modeling persistence in hydrological time series using fractional differencing. **Water resources research**, v.20, n.12, p.1898–1908, 1984.

HYNDMAN, R. J.; KHANDAKAR, Y. Automatic Time Series Forecasting: The forecast package for R. **Journal of Statistical Software**,v.27,n.3, p.1-22, 2008.

MARTINS, V. L. M.; WERNER, L. Comparação de previsões individuais e suas combinações: um estudo com séries industriais. **Production**, v.24, n.3, p. 618-627, July/Sept. 2014.

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. **Forecasting. Methods and Applications**. 3rd Edition. John Wiley & Sons. New York, 1998.

MORETTIN,P.; TOLOI,C. **Análise de séries temporais**. Edgard Blucher, 2006.

R CORE TEAM **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. R. Foundation for Statistical Computing, Vienna. 2018.https://www.R-project.org

QUEIROZ, F. **Estudo sobre má especificação na família de posição e escala**. 66 f. Monografia (Especialização) - Curso de Estatística. Natal: UFRN, 2016.

CAPÍTULO 15

PERFIL DOS PARTICIPANTES EM CRIMES DE VIOLÊNCIA DOMÉSTICA, NO RIO GRANDE DO SUL (LEI Nº 11.340 - LEI MARIA DA PENHA)

Helena Simeonidis Grillo
Estatística - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Porto Alegre – Rio Grande do Sul

Patrícia Klarmann Ziegelmann
Professora Doutora - Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Porto Alegre – Rio Grande do Sul

RESUMO: Este estudo tem como objetivo apresentar o perfil dos participantes de crimes de feminicídio tentados e consumados no estado do Rio Grande do Sul de modo a auxiliar aos órgãos de segurança pública a responder à questão sobre a possibilidade de prevenção a este tipo de violência. Com a criação da Lei Maria da Penha se criam mecanismos para coibir e prevenir a violência doméstica e familiar contra a mulher, a lei configura violência doméstica e familiar contra a mulher qualquer ação ou omissão baseada no gênero que lhe cause morte, lesão, sofrimento físico, sexual ou psicológico e dano moral ou patrimonial. (Lei n° 11.340/2006), permitindo que informações sejam coletadas, através dos registros de ocorrências, e estudos realizados. Para esta análise foi utilizada a estatística descritiva dos bancos de dados da Secretaria da Segurança Pública.

PALAVRAS-CHAVE: Violência Doméstica; Perfil criminal; Lei Maria da Penha.

PROFILE OF PARTICIPANTS IN DOMESTIC VIOLENCE CRIMES IN RIO GRANDE DO SUL (LAW Nº 11.340 - MARIA DA PENHA)

ABSTRACT: This study aims to present the profile of participants of attempted and consummated femicide crimes in the state of Rio Grande do Sul in order to help public security agencies to answer the question about the possibility of preventing this type of violence. With the creation of the Maria da Penha Law mechanisms are created to curb and prevent domestic and family violence against women, the law configures domestic and family violence against women any action or omission based on gender that causes her death, injury, physical suffering, sexual or psychological and moral or property damage. (Law No. 11,340 / 2006), allowing information to be collected through occurrence records and studies. For this analysis we used the descriptive statistics of the databases of the Secretariat of Public Security.

KEYWORDS: Domestic Violence; Criminal profile; Maria da Penha Law.

1 I INTRODUÇÃO

Para os efeitos da Lei Maria da Penha (BRASIL, 2006), configura violência doméstica e familiar contra a mulher qualquer ação ou omissão baseada no gênero que lhe cause morte, lesão, sofrimento físico, sexual ou psicológico e dano moral ou patrimonial. Está presente no mundo todo, motivando crimes hediondos e graves violações de direitos humanos.

Maria da Penha Maia Fernandes, em 1983, foi alvo de duas tentativas de homicídio por parte de seu marido e acabou ficando paraplégica. Foram mais de 20 anos de luta, para que seu agressor fosse condenado. O caso de Maria da Penha Maia Fernandes se tornou um marco e, motivou a criação da lei que trata da violência familiar e doméstica contra as mulheres, em 2006, popularmente chamada de Lei Maria da Penha. Esta lei tem por objetivo erradicar ou minimizar a violência familiar e doméstica contra as mulheres, e define em seu artigo 5º, que a violência doméstica e familiar ocorre no âmbito da unidade doméstica, no âmbito da família ou em qualquer relação íntima de afeto, e em seu artigo 7º cita cinco formas de violência doméstica e familiar, a violência física, a violência psicológica, a violência sexual, a violência patrimonial e a violência moral. As relações pessoais enunciadas neste artigo independem de orientação sexual. (BRASIL, 2006).

Como esse tipo de violência é de difícil acesso e controle e, com o déficit de efetivos policiais, viaturas e equipamentos, conhecer o perfil do agressor e de sua vítima, assim como as situações em que os crimes acontecem pode ajudar no enfrentamento e prevenção a estes crimes.

Este artigo então tem por objetivo caracterizar, através de seus perfis, os detalhes dos crimes de feminicídio, que é a morte de mulheres, com recorte de gênero, resultante de violência doméstica, as vítimas e seus agressores, possibilitando ações de segurança pública, a fim de minimizar as consequências desta forma de violência, atuando na prevenção destes crimes.

2 I MÉTODOS

Estudo transversal realizado com dados extraídos do “Sistema Integrado de Dados - Consultas Integradas” da Secretaria da Segurança Pública do Estado do Rio Grande do Sul. Através deste sistema são obtidas informações das ocorrências policiais registradas, que foram organizadas em dois grandes bancos, a saber, feminicídios consumados (morte de uma mulher por razões de sua condição feminina, ou seja, quando o crime envolver violência doméstica) e tentados (tentativas de morte destas mulheres). (Código Penal. art. 121, § 2º, VI), conforme as informações pertinentes disponíveis. Neste estudo, serão utilizadas apenas as ocorrências que envolvem uma única vítima e um único agressor. O banco dos feminicídios tentados abrange 1353 observações no período entre 2012 e Julho de 2017. O banco dos feminicídios consumados abrange 802 observações registradas no período entre

Agosto de 2006 e Julho de 2017. As informações contidas nos bancos de dados estão descritas na Tabela 1.

Informações	FATO	VÍTIMA	AUTOR
Ano	X	X	X
Id	X	X	X
Data fato	X	X	X
Dia semana	X		
Mês	X		
Horário	X		
Turno	X		
Local	X		
Instrumento	X		
Motivo	X		
Sob efeito alucinógeno	X		
Idade		X	X
Sexo			X
Cor		X	X
Escolaridade		X	X
Relação da vítima com o agressor		X	
Filhos com o agressor		X	
Possui antecedentes registrados		X	X
Agressões prévias registradas		X	X
Ameaça/Quantidade		X	X
Lesão corporal/Quantidade		X	X
Crime 1/Quantidade		X	X
Crime 2/Quantidade		X	X
Última agressão registrada		X	
Data da última agressão		X	
Tempo entre a última agressão e o homicídio (dias)		X	
Possui antecedentes registrados com outro autor		X	
Possui antecedentes registrados com outra vítima			X
Agressões prévias registradas		X	X
Status prisional na época			X
Suicídio			X

Tabela 1 - Informações contidas no banco de dados

Fonte: SSP/RS

3 I ANÁLISE ESTATÍSTICA

Os dados são apresentados através de frequências absolutas e relativas. Os métodos de Estatística Descritiva ajudam a organizar, resumir e descrever os aspectos importantes de um conjunto de características observadas ou comparar tais características entre dois ou mais conjuntos de dados. As análises foram realizadas utilizando o programa computacional SPSS 20.0, licenciado na Secretaria da Segurança Pública/RS. Sobre a categorização dos dados sobre a relação da vítima com o autor, na Lei Maria da Penha (Brasil, Lei N 11.340,2006) que define as relações entre os participantes, temos que o relacionamento atual refere-se às esposos, namorados, noivos, companheiros, ficantes, amantes; o relacionamento anterior cita ex-esposos, ex-companheiros, ex-namorados, ex-sogros, ex-cunhados, ex-genros; o relacionamento familiar inclui mãe, pai, filho(a), avó, madrasta, padrasto, irmão(ã), sogro(a), sobrinho(a), primo(a), cunhado(a), enteado(a), marido da sobrinha, e ainda a categoria outros relacionamentos trás companheira do ex-companheiro, amante do companheiro, namorada do caso.

4 I RESULTADOS

4.1 Feminicídio Consumado

O número total de ocorrências, por ano, é apresentado na Figura 1

Figura 1 – Total de ocorrências de feminicídio consumado por ano

Fonte: SSP/RS

a) Caracterização do fato: os crimes ocorrem mais no período noturno (30,80%), seguidos de manhã (26,48%), tarde (25,51%) e madrugada (17,29%), as mulheres sofrem a violência na residência (72,32%) onde mais acontecem os crimes, e outros 12,59% ocorrem em via pública, sendo atingidas com armas de fogo (38,40%) e arma branca, por exemplo, facas, espetos, facões, canivetes, etc. (38,09%). Toda essa violência tem como um dos motivos principais a separação entre os casais (14,71%) e as brigas, desentendimentos e vinganças (12,84%), porém na maioria das ocorrências (65,59%) a motivação não foi identificada. (Tabela 2)

Características do fato	Feminicídio Consumado (n=802)
Turno	
Noite	247(30,80)
Manhã	219(26,48)
Tarde	211(25,51)
Madrugada	143(17,29)
Local	
Residência	580(72,32)
Via pública	101(12,59)
Ni	52(6,48)
Outros	69(8,60)
Instrumento	
Arma branca	312(38,90)
Arma de fogo	308(38,40)
Força Física/Uso das Mãos	70(8,73)
Outros	112(13,97)
Motivação	
Ni	526(65,59)
Separação	118(14,71)
Briga/Desentendimento/Vingança	103(12,84)
Outros	55(6,86)

Dados são apresentados por totais (percentuais)

Tabela 2 - Características do fato - Feminicídio Consumado - RS

b) Caracterização da vítima: a vítima de crime de feminicídio consumado tem idade entre 18 e 29 anos (32,92%), com ensino fundamental como nível de instrução (53,12%), auto declaradas brancas (85,91%), não possuem filhos com seu agressor (34,29%), porém em 37,28% dos casos não foi possível identificar se a vítima possui filhos com o autor, que é uma pessoa de seu relacionamento atual (52,87%). Ainda, não possuíam antecedentes registrados com este autor (57,6%) ou com outro autor (67,71%). (Tabela 3)

Características da vítima	Feminicídio Consumado (n=802)
Escolaridade	
Ensino Fundamental	426(53,12)
Ni	182(22.69)
Ensino Médio	123(15,34)
Outros	71(8,85)
Raça/Cor	

Branca	689(85,91)
Negra	81(10,09)
Mulata	22(2,74)
Outros	10(1,25)
Idade (anos)	
0 - 12	14(1,74)
13 - 17	40(4,99)
18 - 24	**155(19,33)**
25 - 29	**109(13,59)**
30 - 34	**106(13,22)**
35 - 39	**97(12,09)**
40 - 44	74(9,23)
45 - 49	64(7,98)
50 - 54	35(4,36)
55 - 59	36(4,49)
60 - 64	23(2,87)
65 - 69	18(2,24)
70 - 79	20(2,49)
> 80	11(1,37)
Relação com o agressor	
Relacionamento Atual	424(52,87)
Relacionamento Anterior	260(32,42)
Relacionamento Familiar	100(12,47)
Outro Relacionamento	18(2,24)
Filhos com o agressor	
Ni	299(37,28)
Não	275(34,29)
Sim	228(28,43)
Antecedentes registrados com o agressor	
Não	462(57,61)
Sim	339(42,27)
Ni	1(0,12)
Antecedentes registrados com outro agressor	
Não	543(67,71)
Sim	250(31,17)
Ni	9(1,12)

Dados são apresentados por totais (percentuais)

Tabela 3 - Características da vítima - Feminicídio Consumado - RS

c) Caracterização do agressor: o autor de violência doméstica pode ser do sexo masculino ou feminino, conforme a Lei Maria da Penha, neste estudo 97,38% são homens e 2,62% são mulheres, a idade dos autores homens varia entre 18 e 34 anos (42,13%), e das mulheres autoras entre 25 e 34 anos (38,09%), assim como as vítimas, 57,11% dos homens e 42,86% das mulheres possuem nível de instrução baixo e são auto declarados brancos 84,25% dos autores e 85,71% das autoras. Foram recolhidos pelas instituições da Segurança Pública 46,99% dos homens autores e 33,33% das mulheres autoras, e 21,90% dos agressores e 14,29% das agressoras morreram após o delito, sendo que destes homens 21,51% e 14,29% das mulheres cometeram suicídio. Também, 67,22% dos autores e 85,71% das autoras não possuíam ocorrências registradas com outras vítimas. (Tabela 4).

Características do agressor	Feminicídio Consumado (n=802)	
	Masculino (n=781(97,38))	Feminino (n=21(2,62))
Escolaridade		
Ensino Fundamental	446(57,11)	9(42,86)
Ni	156(19.45)	7(0.87)
Ensino Médio	119(14,94)	2(0,25)
Outros	60(7,48)	3(0,37)
Raça/Cor		
Branca	658(84,25)	18(85,71)
Negra	89(11,40)	2(9,52)
Mulata	22(2,82)	1(4,76)
Outros	12(6,17)	0(0,0)
Idade(anos)		
13 - 17	10(1,28)	2(9,52)
18 - 24	112(14,34)	7(33,33)
25 - 29	108(13,83)	2(9,52)
30 - 34	109(13,96)	6(28,57)
35 - 39	113(14,47)	0(0,0)
40 - 44	80(10,24)	2(9,52)
45 - 49	74(9,48)	0(0,0)
50 - 54	61(7,81)	0(0,0)
55 - 59	43(5,51)	1(4,76)
60 - 64	24(3,07)	0(0,0)
65 - 69	23(2,94)	0(0,0)
70 - 79	15(1,92)	1(4,76)
> 80	5(0,64)	0(0,0)
Ni	4(0,51)	0(0,0)
Status Policial na época do crime		
Recolhido	367(46,99)	7(33,33)
Liberdade	198(25,35)	8(38,10)
Morto	171(21,90)	3(14,29)
Outros	45(5,76)	3(14,29)
Cometeu suicídio após o crime		
Não	604(77,34)	18(85,71)

Sim	168(21,51)	3(14,29)
Ni	9(1,15)	0(0,0)
Antecedentes registrados com outra vítima		
Não	525(67,22)	18(85,71)
Sim	247(31,63)	3(14,29)
Ni	9(1,15)	0(0,0)

Dados são apresentados por totais (percentuais)

Tabela 4 - Características do agressor - Feminicídio Consumado - RS

4.2 Feminicídio Tentado

O gráfico da distribuição dos crimes por ano, Figura 2, mostra uma tendência de queda, principalmente pelas ações de prevenção contra os crimes de violência doméstica.

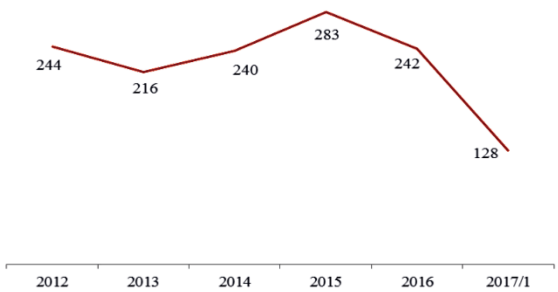


Figura 2 – Total de ocorrências de feminicídio tentado por ano

Fonte: SSP/RS

a) Sobre o fato: os crimes ocorrem mais no período noturno (38,29%), seguidos de madrugada (22,39%), tarde (21,51%) e manhã (17,81%), as mulheres sofrem a violência na residência (69,77%) onde mais acontecem os crimes, e outros 19,22% ocorrem em via pública, sendo atingidas por arma branca (45,68%) e armas de fogo (23,87%). A principal causa dessa violência é a separação entre os casais (15,45%). (Tabela 5)

Características do fato	Feminicídio Tentado (n=1353)
Turno	
Noite	518(38,29)
Madrugada	303(22,39)
Tarde	291(21,51)
Manhã	241(17,81)
Local	

Residência	944(69,77)
Via pública	260(19,22)
Ni	74(5,47)
Outros	75(5,54)
Instrumento	
Arma branca	618(45,68)
Arma de fogo	323(23,87)
Força Física/Uso das Mãos	172(12,71)
Outros	240(17,74)
Motivação	
NI	812(60,01)
Separação	209(15,45)
Briga/Desentendimento/Vingança	159(11,75)
Outros	173(12,79)

Dados são apresentados por totais (percentuais)

Tabela 5 - Características do fato - Feminicídio Tentado - RS

b) Sobre a vítima: A vítima tem idade entre 18 e 34 anos (21,06%), são brancas (80,19%), em sua maioria, 59,57% tem apenas ensino fundamental e, não possuem filhos com seu agressor (44,86%) que é uma pessoa de seu relacionamento anterior (44,49%), com o qual não possui antecedentes registrados (52,18%), mais ainda não possui antecedentes registrados com outro agressor (60,83%). (Tabela 6)

Características da vítima	Feminicídio Tentado
	(n=1353)
Escolaridade	
Ensino Fundamental	806(59,57)
Ensino Médio	288(21,29)
Ni	143(10,57)
Outros	116(8,57)
Raça/Cor	
Branca	1085(80,19)
Negra	190(14,04)
Mulata	22(2,74)
Outros	19(1,40)
Idade (anos)	
0 - 12	18(1,33)
13 - 17	65(4,80)
18 - 24	285(21,06)
25 - 29	193(14,26)

30 - 34	226(16,70)
35 - 39	192(14,19)
40 - 44	125(9,24)
45 - 49	99(7,32)
50 - 54	60(4,43)
55 - 59	15(1,11)
60 - 64	29(2,14)
65 - 69	15(1,11)
70 - 79	11(0,81)
> 80	2(0,15)
Relação com o agressor	
Relacionamento Atual	553(40,87)
Relacionamento Anterior	602(44,49)
Relacionamento Familiar	190(14,04)
Outro Relacionamento	8(0,59)
Filhos com o agressor	
Não	607(44,86)
Sim	417(30,82)
Ni	329(24,32)
Antecedentes registrados com o agressor	
Sim	706(52,18)
Não	646(47,75)
Ni	1(0,07)
Antecedentes registrados com outro agressor	
Não	823(60,83)
Sim	530(39,17)

Dados são apresentados por totais (percentuais)

Tabela 6 - Características da vítima - Feminicídio Tentado - RS

c) Sobre o agressor: quanto ao autor neste período, 95,27% são homens e 4,73% são mulheres, suas idades variam entre 18 e 34 anos (49,10% dos homens e das mulheres 38,09%), também 65,32% dos homens e 51,56% das mulheres possuem apenas ensino fundamental e são auto declarados brancos 77,50% dos autores e 76,56% das autoras. Neste tipo de crime 56,71% dos homens autores e 78,13% das mulheres autoras permaneceram em liberdade, e apenas 2,64% dos agressores homens cometeram suicídio, e 38,09% dos autores e 15,63% das autoras possuíam ocorrências registradas com outras vítimas. (Tabela 7)

Características do agressor	Feminicídio Consumado (n=1353)	
	Masculino	Feminino
	(n=1289(95,27))	(n=64(4,73))
Escolaridade		
Ensino Fundamental	842(65,32)	33(51,56)
Ensino Médio	208(16,14)	17(26,56)
Ni	144(11,17)	10(15,63)
Outros	95(7,06)	4(12,50)
Raça/Cor		
Branca	999(77,50)	49(76,56)
Negra	214(16,60)	7(10,94)
Outros	76(5,90)	8(6,17)
Idade (anos)		
13 - 17	35(2,72)	5(7,81)
18 - 24	213(16,52)	12(18,75)
25 - 29	207(16,06)	11(17,19)
30 - 34	213(16,52)	13(20,31)
35 - 39	182(14,12)	6(9,38)
40 - 44	145(11,25)	3(4,69)
45 - 49	109(8,46)	6(9,38)
50 - 54	77(5,97)	1(1,56)
55 - 59	45(3,49)	2(3,13)
60 - 64	20(1,55)	0(0,00)
65 - 69	16(1,24)	1(1,56)
70 - 79	8(0,62)	1(1,56)
> 80	2(0,16)	0(0,00)
Ni	17(1,32)	3(4,69)
Status Policial na época do crime		
Liberdade	731(56,71)	50(78,13)
Recolhido	391(30,33)	8(12,50)
Outros	160(12,41)	6(9,38)

Cometeu suicídio após o crime		
Não	1182(91,70)	58(90,63)
Sim	34(2,64)	0(0,00)
Ni	73(5,66)	6(9,38)
Antecedentes registrados com outra vítima		
Não	779(60,43)	51(79,69)
Sim	491(38,09)	10(15,63)
Ni	19(1,47)	3(4,69)

Dados são apresentados por totais (percentuais)

Tabela 7 - Características do agressor - Feminicídio Tentado - RS

5 I DISTRIBUIÇÃO POPULACIONAL DE RAÇA OU COR - RS

A Tabela 8, abaixo, mostra a distribuição da população do Rio Grande do Sul, segundo o Censo 2010 (IBGE), servindo para a análise da vítima e do autor.

IBGE - População Residente - Percentual do Total Geral

Unidade da Federação RS - Censo 2010

Sexo	Cor ou Raça (%)						
	Total	Branca	Negra	Amarela	Parda	Indígena	Sem Declaração
Total	100,00	83,22	5,57	0,33	10,57	0,31	0,00
Homem	48,67	40,23	2,75	0,16	5,37	0,15	0,00
Mulher	51,33	42,99	2,81	0,17	5,20	0,15	0,00

Tabela 8 – Distribuição da população do RS segundo Raça/Cor

6 I DISCUSSÃO

Este estudo mostrou o perfil de uma morte que acontece à noite, na residência da vítima, através do disparo de arma de fogo realizado por um homem branco, vivendo um relacionamento atual com uma mulher branca, ambos com idade entre 18 e 24 anos, com pouca instrução, sem filhos, sem antecedentes registrados, devido ao fim o relacionamento, em sua maioria ele é capturado pelos órgãos de segurança.

O segundo perfil é de uma tentativa de morte que ocorre entre a noite e a madrugada, dentro de casa, com uma arma branca por um motivo ainda desconhecido onde um homem ataca uma mulher ambos brancos entre 18 e 24 anos, com pouca instrução, sem filhos e sem antecedentes registrados, saídos de um relacionamento, e que após o crime permaneceu em liberdade.

Este trabalho permite ainda outros estudos que ajudem a complementar estes perfis e como era o objetivo inicial, como por exemplo, criar através de uma técnica estatística, um indicador preditivo de mortalidade para mulheres em situação de vulnerabilidade, por violência doméstica.

REFERÊNCIAS

[1] BRASIL, Lei N 11.340, de 7 de agosto de 2006. Diário Oficial da República Federativa do Brasil.

[2] CATRACA LIVRE: <https://catracalivre.com.br/geral/cidadania/indicacao/maria-da-penha-uma-mulher-que-sobreviveu-na-luta/>. Acesso em: 10 de setembro de 2017.

[3] IBG: https://www.ibge.gov.br/estatisticas-novoportal/sociais/populacao/2098-np-censo-demografico/9662-censo-demografico-2010.html.Acesso em: 22 de setembro de 2017.

[4] SECRETARIA DA SEGURANÇA PÚBLICA/RS. Banco de dados sobre Feminicídio. Observatório Estadual de Segurança Pública. Período Agosto 2006 a Julho 2017. Coleta Agosto 2017.

CAPÍTULO 16

P_{DCCA} APLICADO ENTRE TEMPERATURA AMBIENTE E UMIDADE RELATIVA DO AR: MÉDIAS DISTINTAS

Andrea de Almeida Brito
IFBA / SENAI CIMATEC

Aloísio Machado da Silva Filho
UEFS

Ivan Costa da Cunha Lima
SENAI CIMATEC

Gilney Figueira Zebende
UEFS

RESUMO: Neste artigo, propomos analisar as médias diárias das variáveis climatológicas temperatura do ar e a umidade relativa do ar, medidas hora a hora, aplicando o coeficiente de correlação cruzada, P_{DCCA}, proposto por ZEBENDE[1] através de quatro distintas médias. Como resultado principal, observamos que independe da forma calculada para a média, o coeficiente de correlação cruzada foi negativo para todas as escalas de tempo implicando numa anti-correlação cruzada. Os valores para as quatro formas de médias diárias mostraram-se similares para todos os casos.

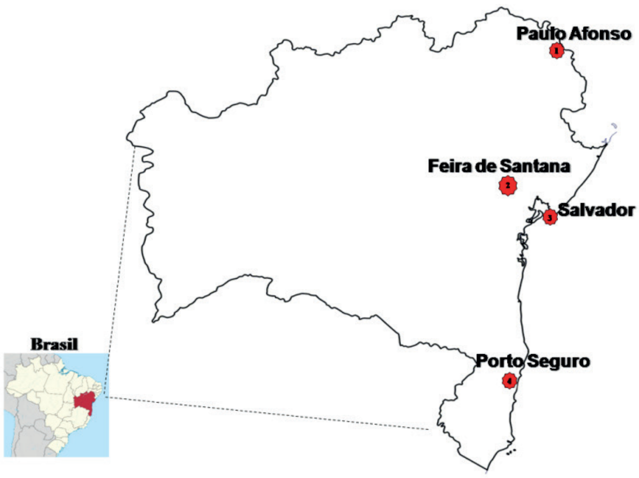
ABSTRACT: In this paper we propose to analyze the daily mean of climatological variables air temperature and relative humidity, measured hourly. For this purpose we applied the cross correlation coefficient proposed, P_{DCCA}, by ZEBENDE[1] through four distinct ways. As a main result, we observed that regardless of the calculated form for the mean, the cross-correlation coefficient was negative for all time scales implying anti cross-correlation. The values for these four ways of mean averages were similar for all cases.

PALAVRAS-CHAVE: Variáveis Climatológicas, Médias Diárias, P_{DCCA}.

1 I INTRODUÇÃO

O interesse na compreensão dos fenômenos climatológicos é de grande importância para a sociedade em geral. Diante deste contexto e com base em duas variáveis meteorológicas, temperatura ambiente e umidade relativa do ar, medidas hora à hora por um período de aproximadamente 10 anos, estudaremos aqui a relação entre as mesmas por meio do coeficiente de correlação P_{DCCA}. Nosso interesse foi o de analisar esta relação por quatro valores de médias diárias, como proposto por WEISS[4]. Para análise escolhemos 04 (quaro) estações meteorológicas localizadas e distribuídas pelo estado da Bahia, Brasil, sendo elas: Salvador, Feira de Santana, Paulo Afonso e Porto Seguro (ver mapa a seguir). Os dados são oriundos do Instituto Nacional de

Meteorologia (INMET). Portanto, para contemplar o objetivo deste artigo, a próxima seção aborda a metodologia aplicada, a terceira seção apresenta os resultados e a discussão, e por fim, na quarta, as considerações finais.



2 I METODOLOGIA

Em primeiro lugar,para os valores medidos hora a hora, calculamos as médias diárias da temperatura ambiente $\langle T \rangle$ e umidade relativa do ar $\langle U \rangle$, por quatro formas distintas, como porposto por WEISS[4]. Por exemplo, para a média diária da temperatura ambiente tem-se:

Hora a Hora $$\langle T_m \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{24} T_i}{24}$$

Máx/Min $$\langle T_{máx/\min} \rangle = \frac{T_{\min} + T_{máx}}{2}$$

Ponderada $$\langle T_p \rangle = \frac{T_{07:00} + T_{14:00} + 2T_{21:00}}{4}$$

Média 3 horas $$\langle T_{3h} \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{8} T_{3i}}{8}$$

Em seguida, calculamos o coeficiente de correlação cruzada, P_{DCCA}, proposto por ZEBENDE[1], para quantificar e mensurar o nível de correlação cruzada entre duas séries temporais não estacionárias. Coeficiente este baseando nos métodos DFA[2] e DCCA[3]. O P_{DCCA} é definido como a razão entre a função de covariância sem tendência e a função de variância sem tendência:

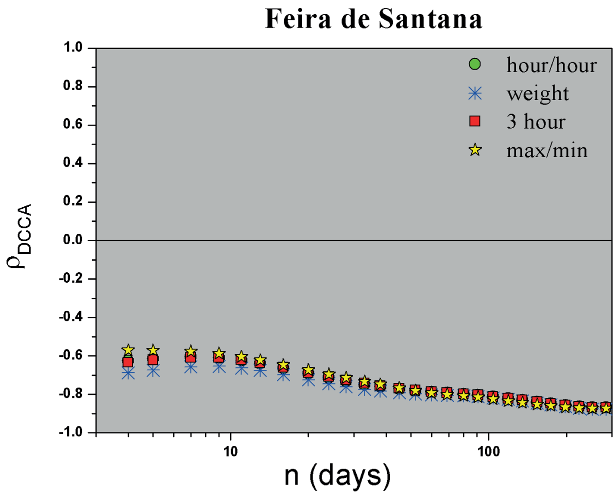
$$\rho_{DCCA}(n) \equiv \frac{F^2{}_{DCCA_{TempxUmi}}(n)}{F_{DFA_{Temp}}(n) F_{DFA_{Umi}}(n)}$$

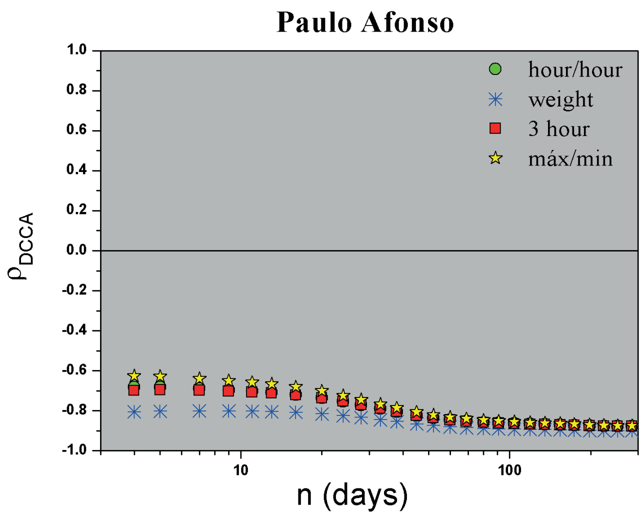
Sendo, $4 \leq n \leq N/4$ (tamanho da série), a escala temporal de análise do coeficiente. Portanto, este coeficiente adimensional define uma nova escala de correlação cruzada entre séries temporais não estacionárias, com sua variação no intervalo de $-1 \leq \rho_{DCCA} \leq 1$. O ρ_{DCCA} tem dispertado o interesse de muitos pesquisadores nesta quase primeira década de existência e dentre os diversos trabalhos aplicando este coeficiente, em diversas áreas científicas, podemos citar alguns deles no ano de 2018: LIN[5]; GUEDES[6,7]; BRITO[8]; ZEBENDE[9,10]; SANTOS[11]; FERREIRA[12].

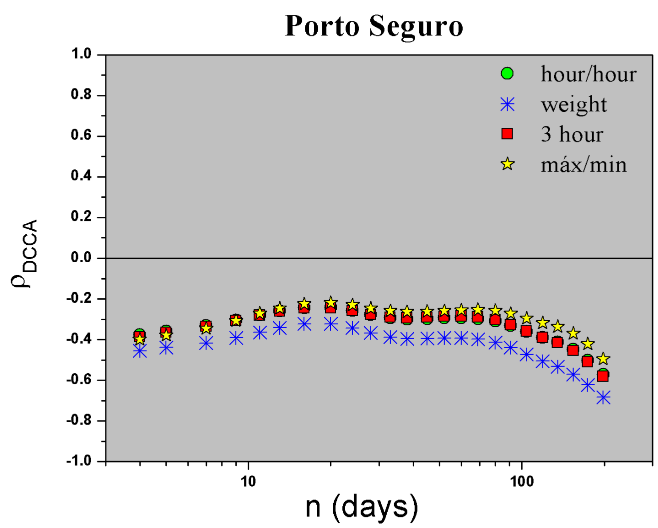
3 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

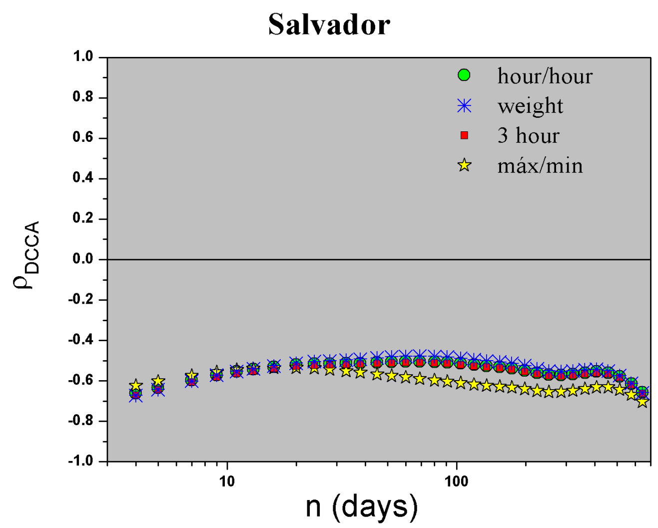
Calculada as médias diárias da temperatura ambiente e da umidade relativa do ar pelas quatro formas distintas proposto por WEISS[4], aplicamos P_{DCCA} as séries das médias e obtivemos para as três estações meteorológicas (ver Figuras a seguir).

P_{DCCA} em função de n.









Nas figuras acima observamos que a correlação cruzada foi sempre negativa para todas as cidades e para todas as escalas de tempo *n,* implicando em uma anti-correlação cruzada entre as variáveis, temperatura ambiente e umidade relativa do ar. Também, podemos observar que independentemente da média aplicada, os valores de P_{DCCA} são muito similares e próximos.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo podemos concluir que, independentemente do tipo de média diária (equivalente a n =1) calculada, P_{DCCA} sempre será negativo para qualquer estação e para qualquer escala temporal, aferindo as estações uma anti-correlação cruzada. Ainda mais, os valores de P_{DCCA} são bem próximos para cada média, isto pelo fato de que a média é diária e a menor escala temporal usada ser de n = 4 dias. Finalmente, pode-se afirmar pelo valor de P_{DCCA}, que quanto maior (menor) a temperatura do ar, menor (maior) será a sua umidade relativa do ar.

5 I AGRADECIMENTOS

A. A. BRITO agradece a FAPESB (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia) (Grant BOL 0262/2017) e ao INMET (Instituto Brasileiro de Meteorologia) e G. F. ZEBENDE agradece ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) (Grant 304362-2017-4).

REFERÊNCIAS

[1] ZEBENDE, G. F. **DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation.** Physica A, v. 390, p.614-618, 2011.

[2] PENG, C. K.; BULDYREV, V. SIMONS, M.; STANLEY, H. E. GOLDBERGER, L. **Mosaic organization of DNA nucleotides**. Physical Review E, v. 49, p. 1685-1689, 1994.

[3] PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. **Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary times series.** PHYSICAL REVIEW LETTERS, v. 100, p. 084102, 2008.

[4]WEISS, A.; HAYS, C. J. **Calculating daily mean air temperature by different methods: implications from a non-linear algorithm**. Agricultural and Forest Meteorology, v.128, p. 57-65, 2005.

[5]Lin, Min; Wang, Gang-Jin; Xie, Chi; Stanley, H. E. **Cross-correlations and influence in world gold markets**. Physica A, v. 490, p. 504-512, 2018.

[6]GUEDES, E. F.; BRITO, A. A.; OLIVEIRA FILHO, F. M.; FERNANDEZ, B. F.; CASTRO, A. P. N.; SILVA FILHO, A. M.; ZEBENDE, G. F. **Statistical test for** P_{DCCA} **cross-correlation coefficient**. Physica A, v. 501, p. 134-140, 2018.

[7]GUEDES, E. F.; BRITO, A. A.; OLIVEIRA FILHO, F. M.; FERNANDEZ, B. F.; CASTRO, A. P. N.; SILVA FILHO, A. M.; ZEBENDE, G. F. **Statistical test for** P_{DCCA}**: Methods and data.** Data in Brief, v. 18, p. 795-798, 2018.

[8]BRITO, A. A.; SANTOS, F. R.; CASTRO, A. P. N.; DA CUNHA LIMA, A. T.; ZEBENDE, G. F.; DA CUNHA LIMA, I. C. **Cross-correlation in a turbulent flow: Analysis of the velocity Field using the** P_{DCCA} **coefficient**. EPL (EUROPHYSICS LETTERS), v. 123, p. 20011, 2018.

[9]ZEBENDE, G. F.; BRITO, A. A.; SILVA FILHO, A. M.; CASTRO, A. P. P_{DCCA} **Applied between air temperature and relative humidity: Na hour/hour view**. Physica A, v. 494, p. 17–26, 2018.

[10]ZEBENDE, G. F.; DA SILVA FILHO, A. M. **Detrended Multiple Cross-Correlation Coefficient**. Physica A, v. 510, p. 91-97, 2018.

[11]SANTOS, F. R.; BRITO, A. A.; CASTRO, A. P. N.; ALMEIDA, M. P.; DA CUNHA LIMA, A. T.; ZEBENDE, G. F.; DA CUNHA LIMA, I. C. **Detection of the persistency of the blockages symmetry influence on the multi-scale cross-correlations of the velocity fields in internal turbulent flows in pipelines**. Physica A, v. 509, p. 294-301, 2018.

[12]FERREIRA, P.; DIONÍSIO, A.; GUEDES, E. F.; ZEBENDE, G. F. **A sliding windows approach to analyse the evolution of bank shares in the European Union**. Physica A, v. 490, p. 1355-1367, 2018.

CAPÍTULO 17

O EFEITO DO USO DE UM *APPLET* NA APRENDIZAGEM DE EQUAÇÕES DO 1.º GRAU COM DENOMINADORES NUMA TURMA DO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE DO ENSINO BÁSICO

Ana Paula Lima Gandra
Escola Básica e Secundária Fontes Pereira de Melo
Porto – Portugal

Ana Paula Aires
Departamento de Matemática da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD
Vila Real – Portugal

Paula Catarino
Departamento de Matemática da Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, UTAD
Vila Real – Portugal

RESUMO: Vários estudos sugerem que as dificuldades na aprendizagem da álgebra devem-se, em parte, ao modo como os alunos fazem a transição da aritmética para a álgebra. Atualmente existe uma grande diversidade de recursos tecnológicos ao nosso dispor, em particular, na Internet, tornando-se imprescindível a reflexão sobre o seu contributo para o ensino e aprendizagem da álgebra. Este estudo pretende analisar de que forma é que a exploração do *applet*, *Algebra Calculator*, pode contribuir para o ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau com denominadores. Especificamente, pretende-se analisar a forma como os vinte alunos de uma turma de 7.º ano de escolaridade do Ensino Básico, sem nunca terem resolvido equações com frações, utilizam procedimentos aritméticos na resolução deste tipo de equações. Interessa-nos também perceber se existe influência do uso do applet nas resoluções dos alunos. Este trabalho é realizado no quadro de uma experiência de ensino, durante a lecionação dos princípios de equivalência na resolução das equações. A análise de dados incide na observação das aulas e nas produções escritas dos alunos, antes e após o estudo do tópico. Os resultados mostram que, ao longo do estudo do tópico, os alunos aprenderam a fazer a redução de todos os termos da equação ao mesmo denominador e, de seguida, a eliminação dos denominadores, na resolução de equações do 1.º grau com denominadores com um desempenho significativamente melhor do que o habitual, mesmo aqueles que tinham fraco rendimento a Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: álgebra; *applet*; equações; denominadores.

THE EFFECT OF USING AN APPLET IN THE LEARNING OF 1ST DEGREE EQUATIONS WITH DENOMINATORS IN A CLASS OF THE 7TH GRADE OF MIDDLE SCHOOL EDUCATION

ABSTRACT: Several studies suggest that the difficulties in learning algebra are due, sometimes, to the way students make the

transition from arithmetic to algebra. Now there is a great diversity of technological resources everywhere, particularly on the Internet, making it essential to reflect on their contribution to teaching and learning of algebra. The aim of this study is to investigate how the applet Algebra Calculator, can contribute to the teaching and learning of a 1st degree equations containing fractions. Specifically, we intend to analyse how twenty students of a 7th grade class of middle school, without ever having solved equations with denominators, using arithmetic procedures in solving equations with fractions. Also we are interested in to know if there is influence of the use of the applet in the resolutions of the students. This work is conducted within the framework of an educational experience for the teaching of equivalence of equations principles. Data analysis focuses on observation of the classes and the written productions of students before and after the study of the topic. The results show that, over the topic of study, the students learned to make the reduction of all terms to the same denominator, and then the elimination of the denominators in the 1st degree solving equations with denominators had a significantly better performance than the usual, even those who had poor performance in mathematics.
KEYWORDS: algebra; applet; equations; denominators.

1 I INTRODUÇÃO

O ensino da álgebra recebe particular atenção no 3.º ciclo do Ensino Básico (BIVAR, GROSSO, OLIVEIRA & TIMÓTEO, 2013), altura em que, formalmente, existe um primeiro contacto com o tópico das equações. A adaptação dos alunos a novas regras, símbolos e sua interpretação nem sempre é simples, existindo "alunos que conseguem um nível de desempenho razoável no trabalho com números e operações numéricas, mas que se deparam depois com grandes dificuldades na Álgebra" (PONTE, 2005, p. 39), em particular na inclusão de letras em expressões matemáticas.

O modo como os alunos constroem as suas noções algébricas, normalmente à custa da sua experiência em aritmética (MATZ, 1980; BOOTH, 1984, 1988) terá certamente implicações na sua aprendizagem. Booth (1988) e Kieran (1988, 1992) alegam que as dificuldades dos alunos na álgebra devem-se, em parte, à falta de entendimento de factos aritméticos elementares. Enquanto Booth (1984, 1988) considera que os erros na álgebra são o reflexo de uma má formação na aritmética, Matz (1980) sugere que não precisamos de sair da álgebra para justificar os erros dos alunos, isto é, os obstáculos encontrados no ensino e aprendizagem da álgebra não refletem necessariamente uma má formação em aritmética, ou, de outro modo, os erros em álgebra são, provavelmente, uma questão puramente algébrica.

A natureza interativa e dinâmica da tecnologia, a par das múltiplas representações que oferece, tem vindo a mudar as perspetivas sobre a aprendizagem de alguns conceitos algébricos (FERRARA, PRATT, & ROBUTTI, 2006). Existem pequenas aplicações digitais, normalmente dirigidas a tópicos específicos do currículo, os *applets*, muitos dos quais disponíveis na *Internet*, que podem constituir ferramentas importantes para a aprendizagem (HECK, BOON, BOKHOVE, & KOOLSTRA, 2007). Os *applets*, em particular, os *applets* algébricos, são aplicações dinâmicas e interativas, focadas em tópicos particulares, que podem servir para mostrar, visualizar, explorar e ensinar diferentes conceitos, apoiadas em submodelos emergentes que ligam a simbolização com o significado e dão constante *feedback* (HECK et al., 2007; GRAVEMEIJER, DOORMAN & DRIJVERS, 2010).

Nesta investigação pretendemos descrever o trabalho desenvolvido com uma turma de 7.º ano de escolaridade, durante a lecionação das equações do 1.º grau com denominadores, bem como analisar e compreender de que forma a aplicação de um *applet,* o *Algebra Calculator*, poderá ser considerado um recurso pedagógico no ensino das *equações do 1.º grau* com frações no 7.º ano de escolaridade do Ensino Básico. Os alunos que nunca resolveram equações com denominadores e apenas têm conhecimento dos princípios de equivalência da adição e da multiplicação na resolução de equações vão realizar trabalho algébrico, no que diz respeito à resolução de equações com denominadores, utilizando regras aprendidas anteriormente na Aritmética. Por fim, são tecidas algumas considerações sobre o desempenho dos alunos na resolução de equações com denominadores, no final da unidade das “Equações”.

Este texto está estruturado do seguinte modo: nas duas secções seguintes apresentamos uma breve contextualização teórica que serve de suporte ao estudo, seguindo-se uma caracterização da turma envolvida no estudo e descrição da experiência implementada. Por fim apresentamos os resultados dessa experiência e terminamos o texto com algumas conclusões pertinentes em relação ao estudo apresentado.

2 I O ENSINO E A APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES

Ao longo dos tempos o ensino das equações do 1.º grau têm sofrido mudanças que, em Portugal, podem ser analisadas em vários documentos, nomeadamente, nos manuais escolares. Ponte (2004) analisou quatro manuais escolares portugueses, de diferentes épocas, e constatou que existe uma grande evolução em diversos aspetos na forma como são abordadas as equações do 1.º grau. Apesar da evolução, quando este tema é tratado sobressaem diversas dificuldades na sua aprendizagem em alguns alunos, como é referenciado pelo autor.

> A aprendizagem das equações, conceito central da Álgebra, representa para os

> alunos o início de uma nova etapa no seu estudo da Matemática. Ao lado das expressões numéricas, envolvendo números e operações com que contactaram anteriormente, surgem agora outras expressões, envolvendo novos símbolos e novas regras de manipulação, que remetem para outro nível de abstração. O início desta etapa revela-se particularmente problemático para muitos alunos, sendo neste ponto que se decide em grande medida quais suas possibilidades de sucesso futuro na aprendizagem escolar desta disciplina. (pp.149-150)

Estudos recentes têm contribuído para ajudar a perceber melhor as dificuldades e os erros mais comuns que os alunos cometem na resolução de equações do 1.º grau (PONTE, BRANCO & MATOS, 2009). Estas dificuldades estão relacionadas com a forma como os mesmos efetuam a passagem da aritmética para a álgebra, como adquirem o conceito de equação e de incógnita, como resolvem as equações e os problemas algébricos.

Kieran (2006) refere três abordagens para a resolução de equações, no início do estudo da álgebra, que podem ajudar no entendimento e resolução das equações: abordagem intuitiva, que inclui a estratégia relativa às propriedades dos números; abordagem de substituição por tentativa-erro, e abordagem formal.

3 I OS *APPLETS* NO ENSINO E A APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES

A investigação mostra que a perspetiva de álgebra como aritmética generalizada é insuficiente para desenvolver nos alunos um pensamento algébrico adequado (SOCAS, 2011). Este autor sugere que o uso de novas fontes de significado, como as novas tecnologias, oferecem oportunidades para construir a compreensão concetual dos processos matemáticos no ensino da álgebra. Esta ideia é reiterada por Ponte, Branco e Matos (2009) que consideram ser fundamental integrar a tecnologia e estudar o seu uso com vista à promoção da aprendizagem.

Diversas investigações mostram que o uso da folha de cálculo ajuda os alunos a interiorizar a noção de variável e a desenvolver a sua capacidade de resolver certos tipos de problemas. No entanto, para alguns aspetos da aprendizagem da álgebra, como a resolução de equações, a folha de cálculo não parece ter um efeito visível (PONTE, BRANCO & MATOS, 2009).

A interatividade e o dinamismo, características da tecnologia, particularmente visíveis nos *applets*, mudaram as perspetivas sobre a forma como o ensino e a aprendizagem de alguns conceitos matemáticos podem ser aprendidos, chamando a atenção para a construção de significados, mais do que os aspetos manipulativos (FERRARA, PRATT & ROBUTTI, 2006; DUARTE, 2011).

Existem *applets* direcionadas para o ensino e aprendizagem da matemática que se podem encontrar em diversos *sites*, como por exemplo, no *site Mathpapa*, onde encontramos o *Algebra Calculator*, *applet* direcionado para o ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau. O *Algebra Calculator* pretende ser uma calculadora que resolve equações passo a passo.

Documentos de orientação curricular e de investigação reconhecem que a aprendizagem dos alunos pode beneficiar muito da tecnologia, através da visualização de noções matemáticas sob múltiplas perspetivas e representações interligadas e serem capazes de passar informação de uma forma de representação para outra (BIVAR et al., 2013; NCTM, 2007; FERRARA, PRATT & ROBUTTI, 2006).

4 I UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS PORTUGUESES DO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE

Seguindo os trabalhos de Duarte (2011) e Oliveira (2014), e tendo como foco a aprendizagem da resolução de equações do 1.º grau através da utilização de *applets*, utilizamos o *Algebra Calculator* para tentar perceber como é que este *applet* pode funcionar como um instrumento mediador da aprendizagem, contribuindo para que os alunos do 7.º ano de escolaridade que nunca resolveram equações com denominadores e apenas têm conhecimento dos princípios de equivalência da adição e da multiplicação na resolução de equações, possam resolver equações com frações, utilizando estratégias aritméticas.

Este episódio foi dinamizado no terceiro período do ano letivo de 2014/2015, numa turma do 7.º ano da primeira autora, com vinte alunos, onze raparigas (55%) e nove rapazes (45%), com idades entre os 12 e 13 anos numa aula de cinquenta minutos. No final do primeiro período, todos os alunos tiveram nível superior ou igual a três na avaliação final do período referido e no final do segundo período, cinco alunos (25%) tiveram nível dois, numa escala de zero a cinco.

O tema que estava a ser lecionado era o referente às Equações e ainda não tinha sido iniciado o subtema "Equações do 1.º grau com denominadores". As equações que os alunos já sabiam resolver com a regra da adição, com a regra da multiplicação e até mesmo, agrupando termos semelhantes, eram do tipo «$a \pm x = b$; $a = b \pm x$; etc.»; «$ax = b$; $a = bx$; $a \div x = b$; $a = b \div x$; etc.»; «$ax \pm b = c$; $a = bx \pm c$; etc.»; «$ax \pm bx = c$; $ax \pm bx + c = d$» e «$ax + b = cx + d$». Os alunos costumavam utilizar o *Algebra Calculator* para tirar as suas dúvidas, em casa e nas aulas.

Durante a primeira parte da aula (30 minutos), a professora começou por pedir aos alunos que fizessem exercícios do manual escolar adotado (MARQUES & FERREIRA, 2014) no âmbito das equações, incluindo equações com frações. Os alunos tiveram a possibilidade de comunicar oralmente, formular conjeturas, refutar e/ou discutir ideias em par, podendo consultar a professora e o *Algebra Calculator*, sempre que tivessem necessidade. Quando terminaram os exercícios propostos, os alunos mostraram as resoluções à professora que as corrigiu.

Na segunda parte da aula (20 minutos), os alunos resolveram individualmente sem auxílio do *Algebra Calculator*, uma questão aula (QA1) constituída por seis equações, sendo duas equações com frações. A professora funcionou como mera observadora. Foi solicitado aos alunos que registassem tudo o que faziam, que indicassem todos os cálculos efetuados, que não apagassem o que tinham feito e que, quando se enganassem, passassem um traço por cima e continuassem. Os dados foram recolhidos pela primeira autora que era a professora da turma, fazendo uso das técnicas seguintes: observação presencial; recolha de elementos escritos produzidos pelos alunos no âmbito da questão aula, permitindo obter informação sobre os conhecimentos e capacidades dos alunos; realização de registos, o mais pormenorizado possível, imediatamente a seguir à aula, com observações e impressões do modo como os alunos reagiram e se envolveram nas tarefas, além de alguns episódios significativos.

Após a lecionação das equações do 1.º grau com denominadores, os alunos foram sujeitos a outra questão aula (QA2) com a mesma duração, onde apareciam duas equações idênticas às da primeira questão aula.

5 I RESULTADOS DA EXPERIÊNCIA

Os coeficientes de sucesso obtidos foram globalmente satisfatórios e alguns superaram as expectativas. Assim, na sua maioria (90%), os alunos sabem resolver uma equação usando o princípio de equivalência da adição, o princípio de equivalência da multiplicação e agrupam termos semelhantes.

Em relação à primeira equação com frações, $-\frac{2}{3}b = 4$, que aparecia na QA1 (questão aula 1), a percentagem de sucesso é a mesma e os erros verificados são sobretudo de natureza aritmética, tendo-se constatado algumas dificuldades por parte dos alunos na multiplicação e na divisão. A figura 1 apresenta exemplos de resoluções desta primeira equação com frações.

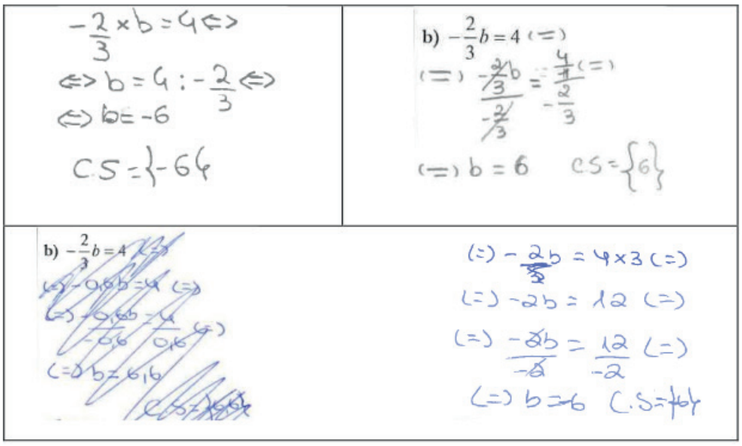


Figura 1. Exemplos de resoluções da primeira equação com frações da QA1

No que diz respeito à segunda equação com frações, $\frac{x}{2}+4=10$, que aparecia também na QA1, a percentagem de sucesso é ligeiramente inferior (80%) e os erros advêm dos alunos não compreenderem os princípios de equivalência, quando têm de utilizar as regras da adição e da multiplicação e/ou de natureza aritmética. A figura 2 apresenta exemplos de resoluções desta segunda equação com frações, onde na última resposta se observa uma exceção, o aluno experimenta um valor e obtém a solução pretendida.

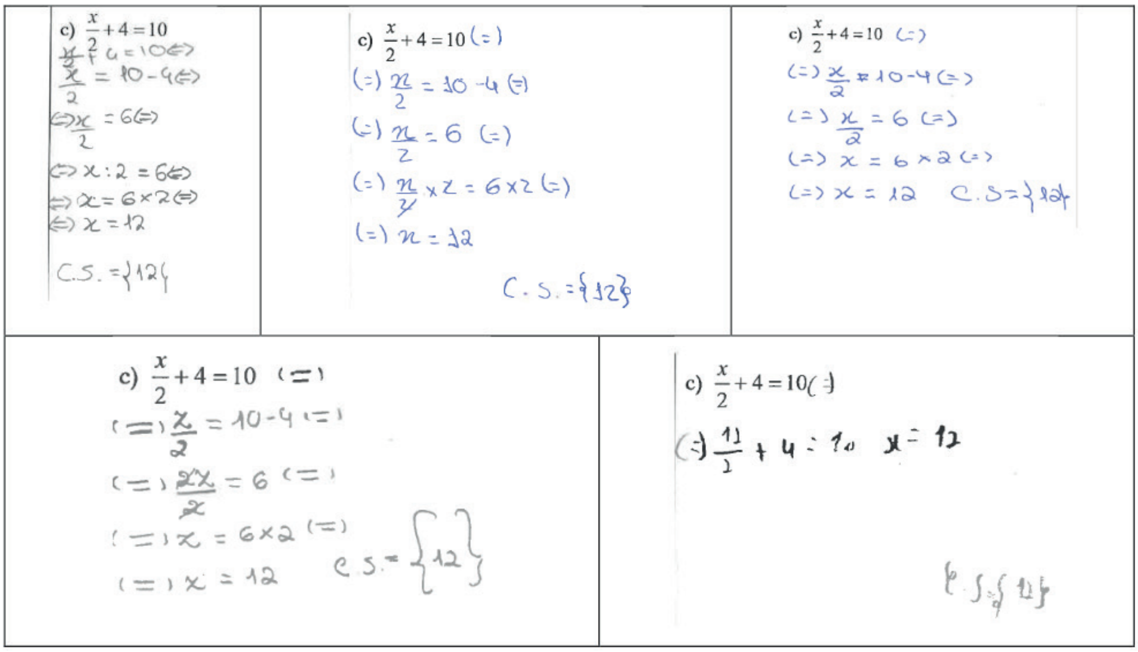


Figura 2. Exemplos de resoluções da segunda equação com frações da QA1

A figura 3 apresenta os erros verificados nas resoluções da segunda equação $\frac{x}{2}+4=10$ da QA1, a mudança do termo independente de um membro para o outro não é acompanhada da mudança de sinal, o que advêm do aluno não compreender os princípios de equivalência, quando têm de utilizar a regra da adição.

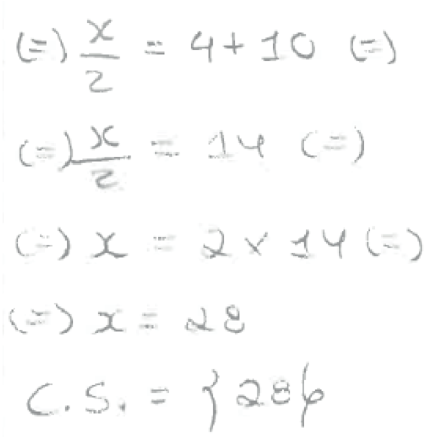


Figura 3. Erro verificado nas resoluções da segunda equação com frações da QA1

Na QA2 (questão aula 2) resolvida pelos alunos após a lecionação das equações do 1.º grau com denominadores, onde apareciam duas equações análogas às equações da QA1, o sucesso manteve-se (90%). Na análise dos procedimentos empregues na resolução das equações do 1.º grau com denominadores, notou-se uma preferência significativa dos alunos de diferentes níveis de aproveitamento, em reduzir todos os termos da equação ao mesmo denominador e de seguida, desembaraçar de denominadores. A figura 4 apresenta exemplos de resoluções da equação com frações, $-\frac{2}{5}x = 8$ da QA2.

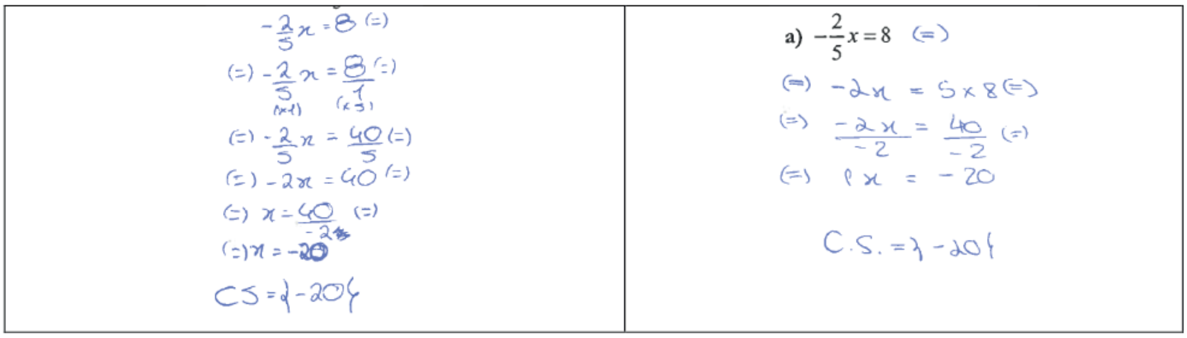


Figura 4. Exemplos de resoluções da primeira equação com frações da QA2

A figura 5 apresenta o erro verificado nas resoluções da primeira equação $-\frac{2}{5}x = 8$ da QA2 que advém dos alunos não compreenderem os princípios de equivalência quando têm de utilizar a regra da multiplicação ou do significado do termo com incógnita.

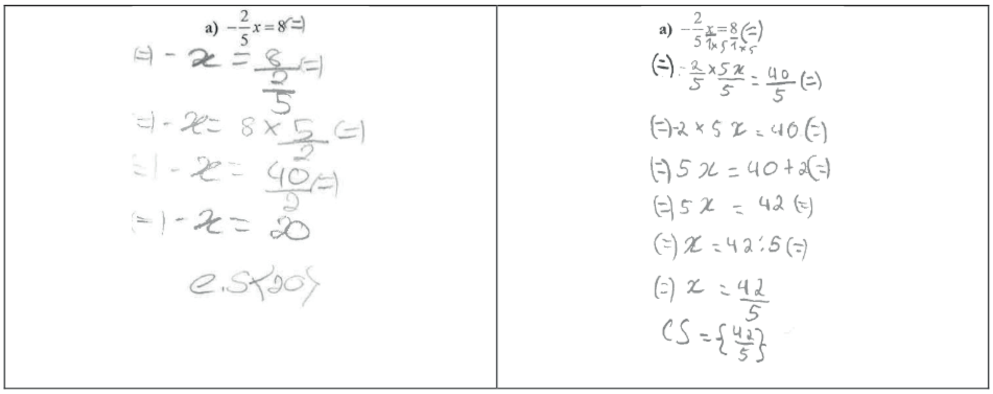


Figura 5. Erros verificado nas resoluções da primeira equação com frações da QA2

Em relação à resolução da equação $\frac{x}{3}+1=6$ da QA2, o sucesso melhorou ligeiramente (a percentagem de respostas certas foi de 85%) apesar de ser ligeiramente inferior ao registado na resolução da primeira equação. Da análise dos procedimentos empregues na resolução das equações do 1.º grau com denominadores, podemos concluir que os alunos reduziram todos os termos da equação ao mesmo denominador e de seguida, desembaraçaram de denominadores. A figura 6 apresenta um exemplo de resoluções da equação $\frac{x}{3}+1=6$ da QA2.

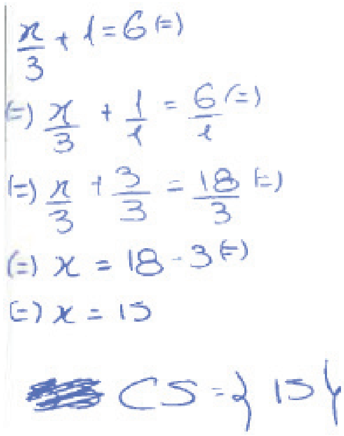


Figura 6. Exemplo de resoluções da segunda equação com frações da QA2

Os erros verificados na equação $\frac{x}{3}+1=6$ da QA2 devem-se às razões já apontadas anteriormente, isto é, os alunos não compreenderam as condições da equivalência quando têm de utilizar as regras da adição e da multiplicação. A figura 7 ilustra um exemplo dos erros verificados nas resoluções da equação $\frac{x}{3}+1=6$ da QA2.

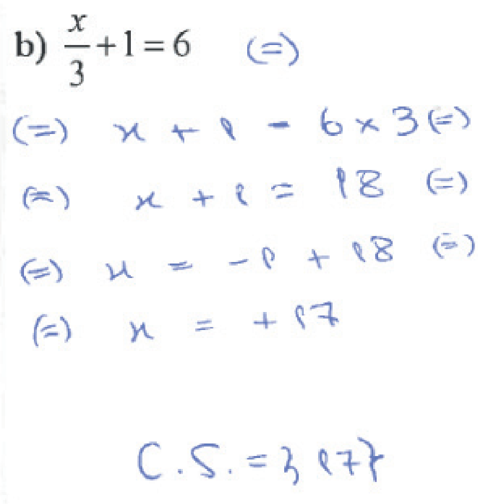


Figura 7. Erros verificados nas resoluções da segunda equação com frações da QA2

Nas aulas seguintes à resolução das QA1 e QA2, respetivamente, as mesmas foram entregues aos alunos corrigidas. Durante a correção da QA1 e QA2, que foi feita no quadro pelos alunos sob a orientação da professora, todos os erros detetados foram alvo de reflexão e diálogo com a turma. Constatou-se que os erros de natureza aritmética verificados foram consequência da falta de compreensão dos princípios de equivalência. Ainda durante a correção, ao verem a resolução correta das equações, os alunos de viva voz, reconheceram que a precipitação e a falta de concentração contribuíram para os resultados obtidos e perceberam que necessitavam de estar mais atentos nas aulas.

6 I CONCLUSÕES

Os processos de observação levados a cabo nas aulas durante a lecionação da unidade das “Equações” permitem afirmar que o uso do computador, em particular do *Algebra Calculator* que resolve as equações apresentando os passos de resolução, facilitou a aprendizagem da resolução analítica das equações do 1.º grau e motivou os alunos, uma vez que sem a ajuda da professora, os alunos conseguiram resolver as equações propostas. Os alunos puderam aplicar e treinar os seus conhecimentos, repetindo os exercícios as vezes que quiseram sem usar papel e lápis.

A partir dos resultados das questões aula, QA1 e QA2, constatou-se que os alunos desenvolveram competências algébricas, ao usar o *Algebra Calculator* na aprendizagem da resolução das equações do 1.º grau, em particular, nas equações do 1.º grau com denominadores.

Depois do ensino e aprendizagem deste tópico, em que o *applet* foi incorporado, os alunos obtiveram melhores resultados do que os alunos de anos letivos anteriores que, nessa altura, apenas trabalhavam com o manual escolar. Aparentemente, o *applet* incentivou os alunos a desenvolver e a executar pensamento algébrico, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e consolidada dos princípios de equivalência. Os alunos conseguiram fazer a aplicação prática do segundo princípio de equivalência, o desembaraçar de denominadores numa equação, isto é, reduziram todos os termos da equação ao mesmo denominador e de seguida, determinaram uma equação equivalente à dada sem denominadores.

As classificações dos alunos neste tópico foram iguais ou superiores às classificações obtidas anteriormente. No entanto um grupo de alunos (20%) de aproveitamento bastante satisfatório, apesar de reconhecerem vantagens na aplicação desta metodologia de trabalho, tiveram dificuldades com ela, uma vez que na aula, ao construírem a sua própria aprendizagem auxiliados pelo *Algebra Calculator* e pela professora, não houve lugar às habituais idas ao quadro para poderem apreciar o trabalho desenvolvido. O *feedback* construtivo habitual por parte da professora, que normalmente elogia o trabalho bem feito e corrige os erros dos alunos, foi feito individualmente e não em grande grupo, o que despertou a necessidade de uma permanente solicitação da mesma por parte dos alunos envolvidos e conduziu a um ambiente de alguma indisciplina.

De um modo geral, os alunos conseguiram resolver equações do 1.º grau com frações antes do ensino formal das equações com denominadores. Foi agradável constatar que os alunos participantes deste estudo dominam as operações básicas e utilizaram os princípios de equivalência antes do ensino formal dos mesmos.

REFERÊNCIAS

BIVAR, A., GROSSO, C., OLIVEIRA, F., & TIMÓTEO, M. C. **Programa e Metas Curriculares de Matemática – Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação e da Ciência (MEC), 2013.

BOOTH, L.. **Algebra: Children's Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project.** Windsor: NFER-NELSON, 1984.

BOOTH, L.. Children's difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford, & A. P. Shulte (eds.), **The Ideas of Algebra, K-12** (Yearbook)**.** Reston Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 20-32.

DUARTE, J.. **Tecnologias e pensamento algébrico: Um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de Matemática.** Lisboa, 2011. Tese de Doutoramento. Universidade de Lisboa, Portugal.

FERRARA, F., PRATT, D., & ROBUTTI O.. The rôle and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutierrez, & P. Boero (Orgs), **Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future**. Rotterdam**:** Sense*,* 2006, p. 237-273.

GRAVEMEIJER, K., DOORMAN, M., & DRIJVERS, P.. Symbolizing and the development of meaning in computer-supported algebra education. In L. Verschaffel, E. Corte, T. Jong & J. Elen (Eds.), **Use of representations in reasoning and problem solving: Analysis and improvement**. Oxford: Routledge, 2010, p. 191-208.

HECK, A., BOON, P., BOKHOVE, C., & KOOLSTRA, G.. **Applets for learning school algebra and calculus: experiences from secondary school practice with an integrated learning environment for mathematics**, 2007. Disponível em http://uu.academia.edu/ChristianBokhove/Papers/219885/Applets_for_Learning_School_Algebra_and_Calculus

KIERAN, C.. Two different approaches among algebra learners. In A. F. Coxford e A. P. Shulte (eds.), **The Ideas of Algebra, K-12** (Yearbook). Reston Va.: National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 91-96.

KIERAN, C.. The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (ed.), **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: MacMillan e National Council of Teachers of Mathematics, 1992, p. 390-419.

KIERAN, C.. Research on the learning and teaching of algebra. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), **Handbook of research on psychology of mathematics education: Past, present and future**. Rotterdam/Taipei: Sense Publishers, 2006, p. 11-49.

MARQUES, M. & FERREIRA, P.. **Projeto Desafios Matemática 7.º Ano.** Carnaxide: Santillana – Constância, 2014.

MATZ, M.. Towards a computational theory of algebraic competence. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 3, n. 1, p. 93-166, 1980.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Princípios e Normas para a Matemática escolar**. Lisboa: APM, 2007.

OLIVEIRA, E.. **A utilização das aplicações interativas no ensino e aprendizagem das equações do 1.º grau.** Lisboa, 2014. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa, Portugal.

PONTE, J. P. As equações nos manuais escolares. **Revista Brasileira de História da Matemática,** v. 4, n. 8, p. 149-170, 2004.

PONTE, J. P.. Álgebra no currículo escolar. **Educação e Matemática**, v. 85, p. 36-42, 2005.

PONTE, J. P., BRANCO, N., & MATOS, A.. Álgebra no Ensino Básico. DGIDC, Ministério da Educação, 2009.

SOCAS, M. M.. La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la Investigación. **Números**, v. 77, p. 5-34, 2011.

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO