Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Matemática:
Ciência e Aplicações 4

Atena Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

(Organizador)

Matemática: Ciência e Aplicações 4

Atena Editora
2019

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática [recurso eletrônico] : ciência e aplicações 4 / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 4)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia.
ISBN 978-85-7247-686-7
DOI 10.22533/at.ed.867190710

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A obra “MATEMÁTICA CIÊNCIA E APLICAÇÕES” neste quarto volume, vem contribuir de maneira muito significante para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática.

Permeados de tecnologia, os artigos que compõe este volume, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área.

A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano.

Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos.

Que este volume possa despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

UMA DISCUSSÃO DAS PRÁTICAS EMPREGAGAS EM SALA DE AULA: UMA ABORDAGEM NO ENFOQUE DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Rafael Luis da Silva
Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR
Porto Velho- Rondônia

Jerônimo Vieira Dantas Filho
Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR
Porto Velho - Rondônia

Rodrigo de Oliveira Silva
Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR
Porto Velho - Rondônia

Natanael Camilo da Costa
Fundação Universidade Federal de Rondônia - UNIR
Porto Velho - Rondônia

RESUMO: A Matemática hoje em dia é à base de diversas ciências e está presente em variadas áreas do conhecimento humano. Em tempo idos, empregada para desenvolver e manipular situação do cotidiano. Já no tocante da educação, tem como apoio motivador, o desafio de fazer o aluno compreender o seu papel na sociedade como cidadão ativo e transformador da sua realidade. Atualmente a Modelagem Matemática tem essa mesma função, interpretar e compreender os mais diversos fenômenos da nossa sociedade e expor soluções através de modelos. Este artigo foi elaborado a partir de uma pesquisa bibliográfica, tendo como objetivo, discutir a importância do uso da modelagem matemática em sala de aula, no ensino fundamental e médio, enquanto estratégia no processo de ensino e aprendizagem, visando favorecer a aquisição dos conhecimentos matemáticos em situações problemas reais. Buscando avaliar como esses recursos podem potencializar as práticas pedagógicas em comparação com o método tradicionalista. Contudo são vários os questionamentos a cerca da incorporação dessa metodologia, porque alguns professores não utilizam essas práticas com maior freqüência? Estaria o professor preparado para trabalhar estes instrumentos de forma correta? Portanto, acredita-se que a prática da modelagem matemática poderá potencializar resultados melhores e mais satisfatórios no processo de ensino e aprendizagem, ao trazer para o contexto escolar situações reais, advindas da realidade, propiciando a busca de modelos matemáticos para compreensão e resolução frente a um desafio posto, tanto no âmbito social como no contexto matemático.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem; Matemática; Educação.

A DISCUSSION OF PRACTICES EMPLOYMENT IN CLASSROOM: AN APPROACH TO THE APPROACH OF MATHEMATICAL MODELING

ABSTRACT: Mathematics nowadays is based on several sciences and is present in various areas of human knowledge. In time gone, employed to develop and manipulate everyday situation. Regarding education, the motivating support is the challenge of making the student understand his role in society as an active citizen and transforming his reality. Today, Mathematical Modeling has the same function, interpreting and understanding the most diverse phenomena in our society and exposing solutions through models. This article was elaborated from a bibliographical research, aiming to discuss the importance of the use of mathematical modeling in the classroom, in primary and secondary education, as a strategy in the teaching and learning process, aiming to favor the acquisition of mathematical knowledge situations. Seeking to evaluate how these resources can potentiate the pedagogical practices in comparison with the traditionalist method. However, there are several questions about the incorporation of this methodology, because some teachers do not use these practices more frequently? Would the teacher be prepared to work these instruments correctly? Therefore, it is believed that the practice of mathematical modeling can potentiate better and more satisfactory results in the teaching and learning process, by bringing to the school context real situations, coming from reality, propitiating the search for mathematical models for understanding and resolution to a challenge, both in the social sphere and in the mathematical context.
KEYWORDS: Modeling; Mathematics; Education.

1 I INTRODUÇÃO

Muitas são as discussões no meio científico a respeito da forma como a matemática vem sendo ministrada em sala de aula, e com isso tem trazido vários questionamentos nas esferas institucionais. Pode ser um fator preponderante ao refletir questões relacionadas ao desempenho acadêmico dos alunos, bem como o interesse e compreensão dos conceitos matemáticos escolares.

Dessa forma, é importante frisar, que tal problemática pode ser fruto de um cenário educacional defasado que vem corroendo a educação nas últimas décadas, sendo vista como mero binômio: memorização e mecanização de conceitos, e o aluno é visto somente como um ente que tem por obrigação decorar conteúdos ministrados pelo professor, para posteriormente ser repassado a um papel avaliativo, que ali mensura se o mesmo está apto ou não para evoluir de ano. Esta concepção de ensino e aprendizagem seria a justificativa do que se imaginava ser função principal da escola em âmbitos anteriores - o mero repasse/transmissão de informações aos alunos.

Uma das formalizações que muitos estudiosos vêm tratando para minimizar esse processo mecanicista de ensino aprendizado é a Modelagem Matemática que no Brasil está ligada à noção de trabalho de projeto. Tem o objetivo de separar os alunos em grupos, os quais devem eleger temas que desperte o gosto investigativo por meio da matemática, e sempre contando com o acompanhamento do professor (BASSENEZI, 1990; BIEMBENGUT, 1990).

A Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa para o ensino da Matemática que pode ser utilizada no ensino fundamental e médio e vem sendo explorada e incorporada em sala de aula para tentar dar mais significado, ou seja, tem o objetivo de interpretar e compreender os mais diversos fenômenos do nosso cotidiano; e se trabalhada de maneira criativa, motivadora e eficaz, ela pode proporcionar diversos benefícios ao aluno, como por exemplo, motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para futuras profissões, desenvolvimento do raciocínio, desenvolvimento do aluno como cidadão crítico, compreensão do papel sócio-cultural da matemática, tornando mais importante e agradável. (CARMINATI, 2007).

O presente trabalho, portanto, se constitui numa modalidade que busca apresentar através de pesquisas bibliográficas, uma discussão sobre o uso e aplicação da modelagem matemática como prática de ensino, pelos professores em salas de aula, nas escolas de ensino fundamental e médio no Brasil.

Desta forma especifica-se, com o intuito de apresentar a modelagem matemática sob a óptica da educação matemática enquanto estratégia no processo de ensino e aprendizagem, visando favorecer a aquisição dos conhecimentos matemáticos em situações problemas reais. No mais, mostrar as principais técnicas educacionais empregadas pelos teóricos e professores em sala de aula e se as mesmas estão contribuindo para o processo de ensino aprendizado se comparadas com os métodos tradicionais.

Alguns autores vêm mencionando pela razoabilidade de usar Modelagem Matemática no ensino, como opção ao chamado □método tradicional□ (BASSENEZI, 1994; BIEMBENGUT, 1990). O movimento de Modelagem Matemática internacional e nacional tomou contorno nas últimas três décadas, contando com a contribuição concreta de matemáticos aplicados que migraram para a área da Educação Matemática (FIORENTINI, 1996).

Ao observar os variados artigos estudados, percebeu-se que os mesmos não citavam com muita freqüência o binômio: *práticas tradicionalista/práticas através da modelagem matemática*. Assim despertou-se a curiosidade a escrever sobre esse tema. E daí algumas perguntas foram emergindo, a prática da modelagem em sala de aula é de fato viável para os alunos de ensino fundamental e médio? Como é visto pelo professor e aluno uma vez empregada? O professor teria tempo suficiente para empregar essa metodologia de ensino, haja vista, que o tempo para ministrar as aulas de matemática está cada vez mais reduzido?.

O presente artigo foi desenvolvido nos meses de outubro a dezembro de 2015, buscando avaliar as diversas metodologias aplicadas por professores e pesquisadores na área de modelagem matemática, a saber, como práticas pedagógicas no ensino de matemática. Foram analisados vários trabalhos da área e posteriormente verificadas as práticas empregadas pelos os mesmos, verificando quais metodologias acontecem à rigor e as que mais potencializam o processo de ensino aprendizado. Por outro lado, se esses fatores contribuem positivamente para o processo de ensino aprendizado e por que mais docentes não usam com frequência nas escolas brasileiras.

Tendo em vista a necessidade de contribuir com a pesquisa na área de educação matemática, torna-se necessário a existência de discussões de trabalhos de cunho cientifico que possa contribuir com o crescimento das práticas pedagógicas. È delineado através do estudo de variados artigos, periódicos, monografias e dissertações de autores que trabalham na área de modelagem matemática.

2 I MODELO MATEMÁTICO

A palavra por si só "modelo" pode referir a diversas áreas e significados. A consulta a um dicionário online dá a diversificação dessa palavra e que pode assumir as mais variações de significado dependendo do contexto em que está inserida. Por exemplo, em Dício (2015), "modelo" é definido inicialmente como um substantivo masculino que significa

> s.m. Aquilo que serve de objeto de imitação. Pessoa ou qualquer objeto na reprodução do qual trabalham os artistas. Peça original de uma coleção de costura ou de chapéus. Empregada de casa de modas que desfila com as roupas que devem ser exibidas à clientela. Aparelho ou conjunto de aparelhos que permitem a reprodução de determinada peça por processos usados em fundição para o preparo de objetos de metal; molde. Fig. Próprio para ser imitado. Modelo matemático, representação matemática de um fenômeno físico humano etc., feita para que se possa melhor estudar o original. Modelo reduzido, reprodução em pequena escala de um aparelho ou de um conjunto. Modelo vivo, pessoa que se presta a ser copiada por artista e pelos estudantes de belas-artes (Dício 2015).

Talvez esse fato decorra da modelagem, pois, como afirmam Biembengut e Hein (2003, p. 11) "a ideia de modelagem suscita a imagem de um escultor trabalhando com argila, produzindo um objeto". Entretanto, os modelos matemáticos de que se está falando aqui são de outra natureza.

É importante notar que os modelos matemáticos podem ser comparados como até mesmo um processo artístico ao considerar que para criar um modelo matemático eficaz, faz-se necessário que o modelador tenha certas características, como por exemplo: certo grau de criatividade, espírito investigativo, intuição bem aguçada, e sem dúvida um conhecimento matemático para subsidiar a interpretação do contexto. Assim, entende-se que esses fatores são cruciais para o modelador, pois este precisa discernir que conteúdos matemáticos melhor se ajustam as suas necessidades pedagógicas (BIEMBENGUT e Hein, 1997).

Ao incorporar os processos metodológicos em sala de aula no tocante da modelagem matemática, Chevallard (2001), relata que o princípio primordial da atividade de modelagem "consiste em construir um modelo matemático da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho", em resposta aos questionamentos.

3 I MODELAGEM MATEMÁTICA

Definir modelagem matemática nos remete a recorrer aos pesquisadores que trabalham com modelagem aplicada e implica a citar aos mais diversos autores que pesquisam nessa área. Contudo, tem como premissa, em pontuar aproximações e distanciamentos entre a modelagem matemática feita pelos matemáticos profissionais no campo da matemática aplicada e a modelagem matemática como campo de pesquisa, ou seja, na perspectiva metodológica na educação matemática. Com isso, mostra que ambas embora seja diferente elas não são totalmente separadas elas tem algo em comum.

Nesse sentido, Barbosa (2004) faz o seguinte apontamento “parece-me que o que ocorre na sala de aula é de natureza diferente, porém não disjunta, da atividade dos modeladores profissionais”. Essa citação nos demonstra que a modelagem matemática usada como recurso metodológico aplicada em sala de aula tem forte influência da modelagem feita por profissionais no âmbito da matemática aplicada.

Essa ideia é contribuída em 1986 por D'Ambrosio ao afirmar em sua obra que "modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial." (D'AMBROSIO, 1986).

Bassanezi (2004, p. 16) diz que "a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real".

Para Barbosa (2004, p. 3) explica que" a modelagem matemática tem como princípio um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade".

4 I MODELAGEM COMO PRÁTICA EM SALA DE AULA

Atualmente o ensino de matemática, em várias esferas institucionais, está sendo discutida e vem passando por transformações, com o intuito de reduzir a forma de emprego das práticas tradicionalista e estabelecendo uma ruptura a elas.

No tocante da incorporação da modelagem matemática em sala de aula, Biembengut (2000, p. 29) afirma que a condição necessária e não podemos abrir mão dela, para incrementar o trabalho com a modelagem matemática na educação, é ser audacioso e arrojado, sendo capaz de "mudar sua prática e disposição de aprender a conhecer, uma vez que essa proposta abre caminhos para descobertas significativas".

O momento da incorporação da modelagem matemática em sala de aula exige do professor uma postura bastante flexível e acima de tudo ter uma boa dose de criatividade. Essa postura exige que ele, além de aprender a realizar e aplicar a modelagem matemática compreenda que poderá utilizar como maneira de simpatizar o aluno com os seus métodos facilitando assim a aprendizagem matemática e suas relações.

Nesse sentido, Biembengut e Hein (2003, p. 28) sugerem algumas adaptações para "tornar possível a utilização da modelagem matemática como metodologia de ensino-aprendizagem sem, contudo, perder a linha mestra que é o favorecimento à pesquisa e posterior criação de modelos pelos alunos". A essas adaptações os autores deram o nome de "modelação matemática".

Ainda mais, Bassanezi (2004, p. 43) remete que "só se aprende modelagem, modelando!". Essa preocupação do autor remete à necessidade do professor tem que ser audacioso quando se quer trabalhar com a modelagem, ele tem de alguma maneira arriscar. Sem correr o risco, nunca vai ter uma satisfação favorável, ou também, nunca saberá se por esse modo de encaminhar a disciplina haverá aceitação dos estudantes e da comunidade escolar, como também se haverá aprendizagem.

Quando se fala em modelagem matemática em sala de aula, principalmente em turmas do ensino fundamental e médio, é imprescindível destacar que o tempo gasto com um projeto de modelagem é muito variável e vai depender diretamente do professor, se o mesmo vai direcionar e trabalhar essa temática em sala de aula, e bem como, do tema para gerar modelos diversificados, como também, vai depender da manutenção do interesse dos estudantes pelo tema escolhido.

5 I DISCUSSÕES SOBRE APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Dessa forma, quando se fala em modelagem matemática como prática pedagógica gera ainda muitas discussões em ambientes institucionais com variadas ideologias de pesquisadores em torno do assunto. A seguir é importante mencionar argumentos que vão a favor e as que vão contra a incorporação da modelagem matemática como processo metodológico para o ensino da matemática.

Existem alguns trabalhos científicos voltados para modelagem matemática como prática em sala de aula em que os pesquisadores, que também são professores atuantes em sala de aula, revelam suas percepções acerca da modelagem matemática como, por exemplo, em Viecili (2006, p. 6) para quem a modelagem é "uma proposta diferenciada de ensino que faculta, ao aluno, ser agente na construção do conhecimento, superando, com motivação e descontração, as dificuldades que a matemática apresenta".

Um dos temas mais significante é comentado por Barbosa (2001, p. 3) assinala, entretanto, que mesmo nos locais onde há um grupo de pesquisadores mobilizados e destinados em ofertar cursos de formação de professores tendo como temática a modelagem "há poucas evidências de que os professores estejam usando modelagem em suas aulas". Em recente pesquisa, todavia, Biembengut (2009) fez um mapeamento sobre a modelagem no Brasil nas últimas três décadas, a referida mapeou mais especificamente as pesquisas em modelagem e a presença da modelagem na licenciatura. E, para a mesma, "os trinta anos testemunham quão significativa a modelagem matemática tornou-se a educação brasileira" (BIEMBENGUT, 2009, p. 7).

Quanto aos professores, apresentam algumas percepções acerca da modelagem empregada em sala de aula, Barbosa (2001, p. 3) constatou certo estado de tensão. Para o pesquisador, "ao mesmo tempo em que eles sustentam dificuldades na implementação, defendem esta abordagem". Quando se referem às vantagens, os professores assinalam que a modelagem contribui na compreensão dos conceitos matemáticos, desenvolvem habilidades de pesquisa e experimentação, leva em conta o contexto sociocultural e, por fim, viabiliza a interdisciplinaridade e a espiralização do currículo. Ao falar dos obstáculos, os professores citam os programas pré estruturados, os pais, a burocracia educacional e os próprios alunos (BARBOSA, 2001).

Oliveira e Barbosa (2007) relataram uma experiência que tiveram com certo professor do ensino fundamental relativo às tensões que esse professor apresentou no âmbito de incorporar a modelagem matemática como prática de ensino da matemática. Os pesquisadores concluíram que essa tensão advém da incerteza do que pode ocorrer nas próximas aulas e que é importante que o professor possa ter um interlocutor durante o projeto com quem possa discutir seu andamento.

Avaliar esses aspectos pode ser o momento inicial para decidir, ou não, pela adoção da modelagem, contudo é necessário fazer uma avaliação minuciosa e ver se certa prática se enquadra no perfil do professor, ou seja, se o mesmo vai ter aptidão para repassar tal conteúdo de forma correta e também, a mais importante, é analisar se tal prática vai favorecer o educando.

Skovsmose (2000) se depara agora com a noção de ambiente de aprendizagem para se referir às condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolverem determinadas atividades. O termo "ambiente" diz respeito a um lugar ou espaço que cerca, envolve. O ensino tradicional é um ambiente de aprendizagem, pois estimula os alunos a desenvolverem certas atividades. Modelagem estimula os alunos a investigarem situações de outras áreas, não matemática, por meio da matemática e com isso ele aprende matemática. No mais, deparamos no que se refere ao ambiente de aprendizagem de Modelagem.

Com isso, quando se fala em modelagem, como método didático em substituição aos métodos tradicionais, não vai ser de uma hora apara outra que isso vai ocorrer. E a proposta aqui não é fazer essa substituição integralmente à metodologia através da modelagem, é apenas um dos recursos de transição do tradicionalismo para uma didática mais atraente que possa despertar do aluno uma visão mais ampla da educação. Do ponto de vista curricular, não é de se esperar que esta mudança ocorra instantaneamente a partir da percepção da plausibilidade da modelagem no ensino, sob pena de ser abortada no processo.

Portanto, é necessário antes de tudo analisar as mais variadas vertentes, no decorrer deste artigo, foram apresentados discussões que concordam plenamente com a adoção da modelagem matemática, como um dos recursos de ensino, já outras necessitam ser pensadas e analisadas durante a efetivação de um processo verdadeiro de implementação da modelagem matemática no ensino. Isso implica num papel de suma importância por parte do docente, pois ele que vai iniciar o processo, tem que fazer um diagnóstico com a turma e com sigo mesmo, antes de se iniciar esse processo, pois lhe cabe a responsabilidade de planejar, estruturar e gerir as relações sociais, acadêmicas e matemáticas nesse contexto.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Portanto, o objetivo desta pesquisa foi atingido, ao considerar que a modelagem matemática pode ser um valioso aliado como um dos recursos didáticos no processo de ensino e aprendizagem, bem como na aquisição dos conhecimentos matemáticos em situações que envolva problemas da cotidianidade dos alunos. Em fim, se apesar de algumas divergências, a prática da modelagem contribuem de maneira aceitável e de grande excelência para o processo de ensino aprendizado em sala de aula ao se comparar com os métodos tradicionais.

Portanto, acredita-se que a prática da modelagem matemática poderá potencializar resultados melhores e mais satisfatórios no processo de ensino e aprendizagem, ao trazer para o contexto escolar situações reais, advindas da realidade, propiciando a busca de modelos matemáticos para compreensão e resolução frente a um desafio posto, tanto no âmbito social como no contexto matemático. No mais, como é verificado que a modelagem contribui positivamente ainda existem alguns entraves, por que não há aplicação dessa metodologia com maior rigor em sala de aula, como foi mencionada anteriormente, no desenvolvimento do artigo. Varias são as dificuldades encontradas pelo docente, deste a própria escola, aluno, pais, até o próprio professor por não se sentir seguro em aplicar essa metodologia em sala de aula, por causa de tempo, por não entender tal analogia da sociedade para matematizar em sala. Contudo entende-se que a inserção da modelagem no ensino de matemática pode ser uma grande aliada, na busca de oferecer uma disciplina que estimule o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo, as habilidades mentais, o espírito exploratório investigativo, e a estabelecer uma conexão dos princípios matemáticos com áreas do conhecimento.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática e os professores**: a questão da formação. Bolema, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_jonei_bolema.pdf>. Acesso em: 12 out. 2015.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** O que é? Porque? Como? In:Veriati. 2004.

BASSANEZI, R.C. **Modelagem Matemática**. *Dynamis*, Blumenau, v. 1, n. 7, abr./jun. 1994. p. 55-83.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus**. 1990. 210 f. (Dissertação, Mestrado) - Rio Claro: IGCE/UNESP.1990.

BIEMBENGUT, M. S., HEIN, N. **Uma proposta para o ensino de Cálculo**. *Temas & Debates*, Blumenau, n.6, 1995. p. 44-59, jul. 1997.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino.** 4. Ed. São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de modelagem matemática na educação Brasileira**: das propostas primeiras às propostas atuais. Alexandria – Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

CARMINATI, N. L. **Modelagem matemática**: uma proposta de ensino possível na escola pública. 2007. Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR. Disponível em: < http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/975-4.pdf>. Acesso em 16 out. 2015.

CHEVALLARD, Y. **Estudar matemáticas**: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre. Editora: Artmed, 2001.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação (e) matemática. 5. ed. São Paulo: Summus Editorial, 1986.

Dicio, Definição de Modelo. Disponível em: < http://www.dicio.com.br/modelo/>. Acesso em 03 de dezembro de 2015.

FIORENTINI, D. **Estudo de algumas tentativas pioneiras de pesquisa sobre o uso da modelagem matemática no ensino**. In: ICME, 8, 1996, Sevilha. **Anais...** ICME, 1996.

OLIVEIRA, A. M. P. de; BARBOSA, J. C. **A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do "próximo passo"**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 9. Belo Horizonte, jul. 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html>. Acesso em: 13 out. 2015.

SKOVSMOSE, O. **Cenários de investigação**. *Bolema* □ *Boletim de Educação Matemática,* Rio Claro (SP), n. 14, p. 66-91, 2000.

VIECILI, C. R. C. **Modelagem matemática**: uma proposta para o ensino da matemática. Dissertação (mestrado). Porto Alegre: PUC/RS, 2006. 118 p. Disponível em:<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Viecili.pdf>. Acesso em: 12 out. 2015.

CAPÍTULO 2

O ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM AUXÍLIO DE RECURSOS TECNOLÓGICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM MAPEAMENTO INICIAL

Tatiane Ferreira da Silva
Mestra em Ensino de Matemática pela Universidade Franciscana – UFN, Santa Maria/RS
taty-gemeasferreira@hotmail.com

Enoque da Silva Reis
Professor do Departamento Acadêmico de Matemática e Estatística – Ji-Paraná/RO.
Doutorando pela Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.
Líder do Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar (GEPHEME-RO)
enoque.reis@unir.br

Daiane Ferreira da Silva Rodrighero
Professora/monitora de Matemática e língua Inglesa na Escola Família Agrícola Itapirema – EFA, Ji-Paraná/RO.
Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática pela faculdade Educacional da Lapa – FAEL.
Especialista em Educação Matemática pela Universidade Federal de Rondônia – UNIR, Ji-Paraná/RO
daiane_mathunir@hotmai.com

RESUMO: O objetivo deste capítulo é apresentar e discutir um estudo que foi realizado em dissertações e teses oriundas de Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática do país. Essa revisão de literatura visou a identificação de pesquisas que tenham como foco de investigação o ensino de trigonometria no Ensino Médio com o auxílio de recursos tecnológicos. Esse estudo caracteriza-se como qualitativo. A análise dos trabalhos se deu por eixos de análise que foram construídos a partir do objetivo de pesquisa de cada trabalho. As considerações indicam que o uso de tais recursos aliados a uma metodologia, pode ser um meio eficiente de promover o aprendizado de forma significativa e atraente, facilitando assim o desenvolvimento de habilidades na compreensão de conceitos matemáticos por parte dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática; Geogebra; Recursos Tecnológicos; Trigonometria.

THE TEACHING OD TRIGONOMETRY WITH AID OF TECHNOLOGICAL RESOURCES IN BASIC EDUCATION: AN INITIAL MAPPING

ABSTRACT: The following work has the objective of presenting and discussing a literature review made with dissertations and theses from the Post-Graduation Program in Science and Mathematics Education in Brazil. This literature review aimed at the identification of researches that had focused on the teaching of trigonometry in High School with the aid of technological resources. This study is

characterized as qualitative. The analysis of the work was based on axes of analysis that were constructed based on the research objective of each work. The considerations indicate that the use of such resources allied to a methodology, can be an efficient way of promoting learning in a meaningful and attractive way, thus facilitating the development of skills and the students understanding of mathematical concepts.
KEYWORDS: Math Education; Geogebra; Technological Resources; Trigonometry.

1 I INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar e discutir os dados levantados em uma pesquisa bibliográfica realizada em Programa de Pós-Graduação na área de ensino de Ciências e Matemática. Nessa busca selecionamos dissertações e teses que tinham como objetivo de pesquisa o ensino de trigonometria com o auxílio de recursos tecnológicos.

Entendemos que a temática é relevante, pois a tecnologia está inserida na sociedade em todas as áreas. Sobre o uso na educação, os Parâmetros Curriculares Nacionais, destacam a sua importância na melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Eles afirmam que a tecnologia na educação, quando utilizados de maneira correta, cria um ambiente de aprendizagem que fazem surgir nos educandos novas formas de pensar e aprender (BRASIL, 2000).

Reconhecemos que, embora as discussões sobre a temática tenham avançado bastante, ainda temos um longo caminho para que esses resultados efetivamente cheguem às salas de aula de Matemática. Com essa discussão visamos não somente a problematização do tema, mas também, mostrar que aliar o ensino de Matemática com recursos tecnológicos é possível.

Com isso entendemos ser importante que o professor volte sua atenção à utilização consciente dos mesmos no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Desta forma, o uso dos recursos tecnológicos pode permitir que o professor tenha um novo modo de organizar suas aulas, e com isso, consiga auxiliar na aprendizagem do aluno e estimule o interesse pelo estudo da Matemática.

O presente artigo é composto de uma introdução em que apresentamos a temática a ser desenvolvida; um segundo tópico sobre os caminhos metodológicos adotados para esse estudo; no terceiro tópico apresentamos e discutimos os dados levantados e por fim tecemos algumas considerações finais.

2 I METODOLOGIA

Este trabalho foi elaborado a partir de um levantamento bibliográfico realizado no portal do Banco de Teses e Dissertação da Capes com dissertações ou teses defendidas em Programas de Pós-Graduação da Área de Ensino de Ciências e Matemática. Como critério de busca definimos três descritores: ensino de trigonometria, Geogebra e Engenharia Didática.

A busca inicial com o descritor "Ensino de Trigonometria" trouxe um total de 43 dissertações vinculadas ao Mestrado Profissional. Para aprimorar nossa busca, acessamos a Plataforma Sucupira com intuito de analisar trabalhos que fazem parte dos programas de Pós-Graduação com avaliação da Capes igual ou superior a 4 - que é considerado por este órgão, cursos com bom desempenho - e em nota do curso selecionamos "4 +", com esta opção foram destacados 14 cursos de Mestrados. A partir daí analisamos cada uma das 43 dissertações e chegamos ao número de oito programas que atendiam aos critérios definidos.

Com o descritor "Geogebra", encontramos quatro trabalhos de cursos com conceito "4+" relacionados ao tema. O último descritor pesquisado no banco de teses e dissertações da Capes foi "Engenharia Didática". Foram encontrados 12 trabalhos ligados à trigonometria e à Engenharia Didática. Como incluímos apenas programas com conceitos Capes igual ou superior a 4, foram selecionados 4 trabalhos e destes um já fazia parte da busca feita anteriormente com o descritor "Ensino de Trigonometria", assim foram somados três trabalhos para análise da pesquisa.

Ao total foram encontrados quinze trabalhos, que em seguida realizamos uma leitura pormenorizada dos resumos, objetivos da pesquisa e principais resultados. A organização dos dados se deu a partir de eixos de análise, que foram constituídos a partir do objetivo de pesquisa de cada trabalho selecionado. Passamos, a seguir, à análise de cada um desses eixos.

3 I ANÁLISE DOS RESULTADOS

Nesse item do texto iremos apresentar os discutir os dados levantados para estudo. Para isso iniciamos a discussão a partir do eixo "Ensino de Trigonometria com uso do Geogebra".

3.1 Eixo I - Ensino de Trigonometria com uso do Geogebra

Este tópico é composto de doze trabalhos que versam sobre a utilização do *software* Geogebra no ensino de trigonometria. No quadro abaixo apresenta os trabalhos que compõem este eixo.

Autor	Ano	Título	Instituição
Colares F. R. B.	2014	Aprendendo Trigonometria com Geogebra	UFPA
Bittencourt A. O.	2012	O ensino da Trigonometria no ciclo trigonométrico, por meio do *software* Geogebra	UFN
Gobbi J. A.	2012	Do livro didático ao *software* Geogebra: a Engenharia Didática no estudo de figuras planas na 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental	UFN
Lopes M. M.	2010	Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de Trigonometria usando o *software* Geogebra	UFRN

Medeiros W. C.	2014	Uma proposta para o ensino de Trigonometria utilizando o *software* Geogebra	UFPB
Rezende R. L.	2015	Utilizando materiais manipulativos e o Geogebra para o ensino da Trigonometria	PUC/MG
Maia J.	2013	O ensino de funções trigonométricas através do *software* Geogebra	UFRN
Silva J. C. E.	2015	A aprendizagem baseada em problemas e o *software* Geogebra no ensino das funções Matemáticas	UNICSUL
Fernandes R. U.	2010	Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de Trigonometria na Circunferência	PUC/SP
Nery L. P. R.	2014	Explorando a trigonometria do modelo harmônico simples: uma aplicação ao estudo de sinais	PUC/MG
Gomes S. C.	2011	Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de Trigonometria numa abordagem histórica	UFRN
Depizoli C. A.	2015	Matemática e música e o ensino de funções trigonométricas	UTFPR

Quadro 1 – Trabalhos que compõem o eixo temático I.

Fonte: Organização dos autores.

O primeiro trabalho analisado nesse eixo é de autoria de Colares (2014) e teve como objetivo, ensinar conceitos e teoremas de tópicos de trigonometria, abordados no Ensino Médio e Fundamental, através de atividades experimentais em ambiente de geometria dinâmica. A autora produziu e distribuiu para professores e alunos um material de apoio para facilitar o ensino e a aprendizagem de Trigonometria utilizando o *software* Geogebra.

Como consideração sobre este estudo o autor aponta que "para a obtenção de melhores resultados, seria necessário a disponibilização de um maior tempo para realizar um treinamento inicial com os pesquisados para uma familiarização com o *software* Geogebra" (COLARES, 2014, p.59).

O segundo trabalho, de autoria de Bittencourt (2012), investigou sobre as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas de Trigonometria. As atividades foram elaboradas com auxílio dos *softwares* Geogebra e *CamStudio* e da técnica de *Screencasting*, e foram disponibilizadas em dois livros, "Livro do Aluno" e "Manual do Professor".

O autor descreve em sua conclusão que "os ambientes informatizados não garantem a construção do conhecimento, sendo necessário que o professor oriente o trabalho do aluno quando coloca à disposição dele um *software* de Geometria" (BITTENCOURT, 2012, p. 86).

O próximo trabalho que compõem este eixo intitulado "Do livro didático ao *software* Geogebra: a Engenharia Didática no estudo de figuras planas na 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental", utilizou o *software* Geogebra como ferramenta para investigar como alunos realizam a construção do conhecimento de perímetros e áreas de figuras geométricas planas por meio de uma sequência didática. A investigação a fez perceber o quanto é importante despertar o interesse e a curiosidade dos alunos para compreender o conteúdo estudado, da mesma forma que o uso das tecnologias.

O quarto trabalho de autoria de Lopes (2010), buscou analisar as potencialidades e limitações do *software* Geogebra no ensino/aprendizagem de conceitos básicos de Trigonometria. O autor conclui que “aliar atividades de investigação a um *software* de geometria dinâmica foi um ponto positivo, pois permite a visualização de suas construções que possibilita a formulação de boas questões, encorajando o processo de descoberta dos alunos” (LOPES, 2010, p. 93).

Outro trabalho que compõem este eixo, de autoria de Medeiros (2014), desenvolveu uma proposta para o ensino da Trigonometria com intuito de ajudar os alunos a aprender e se desenvolver, tanto individual como coletivamente. Para tanto, utilizou o *software* de geometria dinâmica Geogebra.

O pesquisador iniciou a aplicação da proposta de ensino abordando a História da Trigonometria, discutindo seu surgimento e desenvolvimento e mostrando sua importância e aplicações no dia a dia. Porém alguns alunos mostraram resistência quanto ao método de ensino, com comentários do tipo: ‘Virou professor de História?’. Com isso o autor evidencia que “esta é uma prática pouco utilizada em nossas escolas de Ensino Médio” (MEDEIROS, 2014, p. 105).

O sexto trabalho intitulado, “Utilizando materiais manipulativos e o Geogebra para o ensino da Trigonometria”, objetivou desvelar as contribuições de uma sequência didática, que mescla a utilização de materiais manipulativos (régua, esquadros e compasso) e o uso do *software* Geogebra no processo de ensino e aprendizagem da Trigonometria.

O pesquisador constatou que a aplicação das atividades

> permitiram perceber os níveis de defasagem de conceitos e definições de geometria plana que impactavam na compreensão da trigonometria, se mostrou como um processo lento, crescente e gradativo, que teve como contribuição para seu entendimento, a inclusão de situações próximas ao cotidiano vivenciado pelos alunos. [...] O agrupamento dos estudantes em duplas se mostrou como uma estratégia facilitadora da aprendizagem (REZENDE, 2015, p. 139).

A pesquisa ainda revelou que “a formação do pensamento matemático com o uso dessas mídias, requer rigor nos planejamentos, preparação prévia, objetivos bem-estabelecidos e uma mediação diferenciada” (REZENDE, 2015, p. 140).

O sétimo trabalho de autoria de Maia (2013) procurou mostrar que é possível ensinar e aprender as funções seno e cosseno, aliadas ao uso do computador como auxílio do *software* Geogebra como ferramenta de apoio. O autor pontua que

> foi possível observar o desempenho e o interesse dos alunos em realizar as atividades propostas no decorrer dos trabalhos” e que “a interatividade proporcionada pelo *software* Geogebra contribuiu para que os alunos articulassem melhor o raciocínio lógico matemático na busca de solução para as situações propostas, sendo assim, um articulador entre teoria e prática (MAIA, 2013, p. 22).

O oitavo trabalho deste eixo, de Silva (2015), buscou familiarizar alunos do ensino médio com o *software* Geogebra na construção e análise de gráficos de funções associado a abordagem de ensino Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP). O autor pontua que o *software* Geogebra cumpriu seu papel instrucional, demonstrando com facilidade vários conceitos e princípios antes abstratos.

Os resultados obtidos no trabalho evidenciam que “esta pesquisa foi importante para o aprimoramento profissional do professor e pesquisador em sua prática docente [...] e provou a maior das mudanças, a própria ressignificação de sua prática docente” (SILVA, 2015, p. 25).

O nono trabalho, intitulado “Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de Trigonometria na Circunferência”, procurou integrar o aprendizado da trigonometria, que, tradicionalmente, utiliza régua, transferidor e lápis, com o aprendizado por meio do computador, com o *software* Geogebra, o qual facilita a construção e a visualização dos conceitos trigonométricos. O autor evidencia que “a utilização do *software* Geogebra foi imprescindível para a aprendizagem significativa [..] porque conseguiram construir um conhecimento a partir da estratégia pedagógica do qual participaram” (FERNANDES, 2010, p. 118).

O décimo trabalho que compõem este eixo, de autoria de Nery (2014), trouxe uma proposta de atividades que possibilitam aos estudantes desenvolverem o pensamento trigonométrico através da visualização e mensuração, utilizando o modelo físico clássico e o *software* Geogebra. A autora salienta que “deve-se tomar cuidado para que essas práticas não se apresentem simplesmente como uma forma de reprodução sistematizada de conteúdo, não representando nenhuma contribuição na perspectiva de expansão do domínio cognitivo dos alunos e de melhoria e eficácia da prática docente” (NERY, 2014, p. 126).

O penúltimo trabalho de autoria de Gomes (2011) procurou elaborar, validar e publicar uma sequência de atividades aliando o ensino de trigonometria ao estudo do desenvolvimento histórico deste mesmo assunto. A pesquisa usou o *software* Geogebra como ferramenta auxiliar para formalizar o conceito de periocidade da função seno e construir algumas figuras geométricas. Os resultados mostraram “a importância do uso da História da Matemática como uma abordagem metodológica de ensino, o que requer uma preparação previa do pesquisador sobre os temas aplicado e propõe uma reflexão de como esta metodologia é abordada nos cursos de formações de professores” (GOMES, 2011, p. 53).

O último trabalho deste eixo, intitulado “Matemática e música e o ensino de funções trigonométricas”, apresentou o conceito de som e suas principais propriedades físicas na relação entre Matemática e música. O autor elaborou uma sequência de oficinas interdisciplinar e com uso de recursos computacionais como o Geogebra, que objetivou contribuir com o desenvolvimento de habilidades nos estudantes e na aprendizagem de conteúdos matemáticos como as funções trigonométricas. Nas considerações o autor aponta que “a série de Fourier Contínua é uma ferramenta Matemática que permite a composição de funções trigonométricas e é usada para se obter a representação gráfica aproximada de um determinado timbre” (DEPIZOLI, 2015, p. 43) e que o *software* Geogebra fez com que “os alunos visualizassem dinamicamente o efeito que a mudança dos coeficientes provoca no gráfico das funções” (DEPIZOLI, 2015, p. 66).

3.2 Eixo II - Ensino de Trigonometria fazendo uso de diferentes estratégias de ensino

No eixo II reunimos trabalhos como o objetivo de pesquisa era o ensino de trigonometria aliado a diferentes estratégias. Fazem parte desse eixo três trabalhos que estão destacados no quadro a seguir.

Autor	Ano	Título	Instituição
Silva M. F.	2011	Trigonometria, modelagem e tecnologias: um estudo sobre uma sequência didática	PUC/MG
Souza E. P.	2010	As funções seno e cosseno: diagnóstico de dificuldades de aprendizagem através de sequências didáticas com diferentes mídias	PUC/SP
Santos C. P.	2013	Função seno: um estudo com uso do *software Winplot* com alunos do ensino médio	PUC/SP

Quadro 2 – Trabalhos que compõem o eixo temático II.

Fonte: Organização dos autores.

O primeiro trabalho deste eixo, de autoria de Silva (2011), buscou analisar as possibilidades de abordagem da Trigonometria no Ensino Médio com tecnologia, visando à mobilização do interesse dos alunos para melhor compreensão dos conceitos abordados. A autora destacou na sua conclusão, que a grande contribuição da sua pesquisa foi “o desenvolvimento de recursos e atividades de Matemática que promovam uma Matemática escolar mais atraente aos alunos, que possam inspirar outros colegas a melhorarem sua prática em sala de aula” (SILVA, 2011, p. 207).

O segundo trabalho, intitulado “Trigonometria, modelagem e tecnologias: um estudo sobre uma sequência didática”, buscou diagnosticar as dificuldades que alunos do Ensino Médio podem apresentar em relação aos conceitos das funções trigonométricas seno e cosseno. Com esta pesquisa o autor conclui que a utilização da tecnologia, através de um processo de ensino dinâmico com o *software Graphmatic* “propiciou ao aluno condições de simular várias construções gráficas, ajudando-o a entender e suprir algumas dificuldades nos conceitos abordados, que durante as atividades realizadas com lápis e papel não foram possíveis” (SOUZA, 2010, p. 106). Desta forma, houve um aumento no conhecimento sobre os conceitos das funções seno e cosseno estudados.

O último trabalho deste eixo, de Santos (2013), investigou o entendimento dos alunos da 2ª série do Ensino Médio sobre a função seno: domínio, imagem, período e amplitude, buscando assim a integração da física com o *software Winplot*. Os resultados indicam que a sequência de atividades contribuiu para a compreensão dos alunos e facilita no aprendizado do estudante, se o conteúdo abordado estiver integrado a outro, no caso, ondas sonoras (Física) e função seno (Matemática).

A seguir tecemos algumas considerações finais sobre o estudo elaborado.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo buscamos discutir, a partir de uma revisão de literatura, o modo como o ensino de trigonometria pode ser pensado a partir do auxílio de recursos tecnológicos. Para isso organizamos a análise em dois eixos.

O primeiro eixo, permitiu pontuar que para utilizar ferramentas tecnológicas na sala de aula, o docente deve analisar as limitações e potencialidades do *software* educativo escolhido e verificar se é o mais indicado para tal objetivo. Isso nos evidencia que a escolha da ferramenta tecnológica a ser usada é uma parte importante da pesquisa.

Ainda vale ressaltar, que uma metodologia por si só não é capaz de atingir um bom aprendizado, sempre deve estar aliada a outros recursos com a orientação do professor. Mesmo assim, sempre devemos estar preparados para situações não planejadas.

Como conclusão do segundo eixo, enfatizamos que na aplicação das atividades é relevante uma disponibilidade de tempo para o desenvolvimento das aulas, assim como a familiarização do pesquisador com o *software* educativo. Desenvolver trabalhos em grupos é importante, pois facilitam a aprendizagem por meio da troca de saberes dos alunos e a interatividade proporcionada pelo *software*, que pode despertar o interesse dos alunos em desenvolver as atividades propostas.

Todos os quinze trabalhos analisados destacam a importância do uso de tecnologias no ensino. Estas devem facilitar construções que ajudem o aluno a visualizar o que está sendo explicado tornando as aulas mais atraentes e com maior significado. Mas a aplicação destas atividades requer rigor no planejamento, preparação prévia, objetivos bem-estabelecidos e uma mediação diferenciada.

REFERÊNCIAS

BITTENCOURT, A. O. **O ensino da Trigonometria no ciclo trigonométrico, por meio do *software* Geogebra**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana – UFN, Santa Maria, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - Ensino Médio**, Brasília, 2000.

COLARES, F. R. B. **Aprendendo Trigonometria com Geogebra**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará - UFPA, Belém, 2014.

DEPIZOLI, C. A. **Matemática e música e o ensino de funções trigonométricas**. 2015. Dissertação

(Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Curitiba, 2015.

FERNANDES, R. U. **Estratégias pedagógicas com uso de tecnologias para o ensino de Trigonometria na Circunferência**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2015.

GOBBI, J. A. **Do livro didático ao *software* Geogebra: a Engenharia Didática no estudo de figuras planas na 6ª série/7º ano do Ensino Fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana – UFN, Santa Maria, 2012.

GOMES, S. C. **Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino de Trigonometria numa abordagem histórica**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, Natal, 2011.

LOPES, M. M. **Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de Trigonometria usando o *software* Geogebra**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, Natal, 2010.

MAIA, J. **O ensino de funções trigonométricas através do *software* Geogebra**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN, Caicó, 2013.

MEDEIROS, W. C. **Uma proposta para o ensino de Trigonometria utilizando o *software* Geogebra**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2014.

NERY, L. P. R. **Explorando a trigonometria do modelo harmônico simples: uma aplicação ao estudo de sinais**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC/MG, Belo Horizonte, 2014.

PEREIRA, C. S. **Aprendizagem em Trigonometria no ensino médio contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2011.

REZENDE, R. L. **Utilizando materiais manipulativos e o Geogebra para o ensino da Trigonometria**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC/MG, Belo Horizonte, 2015.

SANTOS, C. P. **Função seno: um estudo com uso do *software Winplot* com alunos do ensino médio**. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2015.

SILVA, M. F. **Trigonometria, modelagem e tecnologias: um estudo sobre uma sequência didática**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC/MG, Belo Horizonte, 2011.

SILVA, J. C. E. **A aprendizagem baseada em problemas e o *software* Geogebra no ensino das funções Matemáticas**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL, São Paulo, 2015.

SOUZA, E. P. **As funções seno e cosseno: diagnóstico de dificuldades de aprendizagem através de sequências didáticas com diferentes mídias**. 2010. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, São Paulo, 2010.

CAPÍTULO 3

CONSTRUINDO GRÁFICO HUMANO DE UMA FUNÇÃO DE 1º GRAU: UMA EXPERIÊNCIA NA MODALIDADE EJA

Carolina Hilda Schleger
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa, Licenciatura em Matemática
Santa Rosa - RS

Andressa Taís Mayer
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa, Licenciatura em Matemática
Santa Rosa - RS

Giseli Isabél Bernardi
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa, Licenciatura em Matemática
Santa Rosa - RS

Claudia Maria Costa Nunes
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa, Licenciatura em Matemática
Santa Rosa - RS

Mariele Josiane Fuchs
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa, Licenciatura em Matemática
Santa Rosa - RS

RESUMO: O presente artigo relata a realização de uma prática pedagógica com alunos do 2º ano do Ensino Médio na modalidade EJA, no município de Santa Rosa- RS, pelas acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha, Campus Santa Rosa. A Investigação Matemática juntamente com o trabalho em grupo proporcionaram aos alunos tornarem-se os atores principais da construção do seu conhecimento, expressarem suas dúvidas e aprenderem com seus erros. Em conjunto com a construção do gráfico da Função de 1º Grau, a elaboração do gráfico humano e a resolução de problemas matemáticos envolvendo o dia a dia, com o objetivo principal de aproximar o conhecimento científico para o conhecimento de vida do aluno. Desta forma, construiu-se um ambiente que visa incentivar o espírito investigativo do aluno propiciando para as acadêmicas em licenciatura a vivência da metodologia além de sua teoria, experienciando a prática docente.

PALAVRAS-CHAVE: Alunos; Metodologia; Aprendizagem; Investigação Matemática.

BUILDING HUMAN GRAPH OF A FUNCTION OF 1 DEGREE: AN EXPERIENCE IN THE EJA MODE

ABSTRACT: This article reports the accomplishment of a pedagogical practice with students of the second year of high school in the EJA modality, in the city of Santa Rosa, RS, by the undergraduate mathematics students of the Instituto Federal Farroupilha, *Campus*

Santa Rosa. Mathematical Research together with group work has enabled students to become the main actors in building their knowledge, expressing their doubts and learning from their mistakes. In conjunction with the construction of the Graph of the Grade 1° Function, the elaboration of the human chart and the resolution of mathematical problems involving the day to day, with the main objective of bringing scientific knowledge closer to the student's knowledge of life. In this way, an environment was built that aims to stimulate the student's research spirit, providing the undergraduate students with the experience of the methodology beyond their theory, experiencing the teaching practice.
KEYWORDS: Student; Methodology; Learning; Mathematical Research.

1 I INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, a forma de ensinar a Matemática vem trazendo mudanças significativas, principalmente nas metodologias de ensino abordadas em sala de aula. Não há dúvidas que a Matemática é fundamental na formação do aluno, primeiramente como ser humano e consequentemente na sua vida social. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2001) na vida em sociedade é preciso ter o conhecimento matemático, além do apoio de outras áreas do conhecimento para desenvolver as habilidades do pensamento e realizações de situações do cotidiano.

Utilizar materiais didáticos manipuláveis no ensino da Matemática com adultos mostrou ser um recurso eficiente com o intuito de fazer com que gostem de aprender a disciplina, muitas vezes vista com maus olhos por eles. Ao despertar o interesse do aluno com uma metodologia diferente ou com um recurso que faça sentir-se envolvido, participando ativamente, isto poderá implicar em uma aprendizagem mais eficaz neste processo complexo de ensino e aprendizagem.

O trabalho descrito foi desenvolvido no Instituto Federal Farroupilha - Campus Santa Rosa, em junho de 2018, na matéria de Prática de Ensino de Matemática V (PeCC), do curso de Licenciatura em Matemática da referida instituição. Com os alunos da 2º série do Ensino Médio na modalidade de Educação de Jovens e Adultos, onde o aluno conclui o Ensino Médio e, juntamente realiza o curso técnico em vendas. Desenvolvendo uma atividade investigativa sobre a construção do gráfico de uma Função de 1º Grau através da construção de um gráfico humano. Conteúdo abordado, pelo motivo de demonstrar aos alunos que ele está presente na linguagem coloquial, realizada sem dificuldades e que a linguagem matemática é uma formalização dela, além de expor uma forma de trabalhar com o conteúdo.

Tendo como principal objetivo de melhorar o ensino e aprendizagem dos alunos, aproximando o conhecimento científico ao seu cotidiano, pois o ensino ligado a elementos diários e experimentais propicia uma maior possibilidade de o aluno aprender.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

A proposta curricular para o EJA pelo Simpósio 20 traz em sua referência atitudes investigativas e comprometidas com o ensino, onde o professor deve:

> [...] criar situações de aprendizagem que problematizem e interfiram no processo de construção do conhecimento de seus alunos. Esse processo dinâmico de produção e de acesso ao conhecimento, em que educadora e aluno são agentes e não meros espectadores,[...] (SIMPÓSIO 20, p.323-324)

Motivando o aluno a despertar o espírito investigador, por meio de uma atividade que o faça refletir sobre o significado e quais informações a construção de um gráfico pode nos relatar. Demonstrando que a matemática vai muito além da repetição mecânica. Para Braumann (2002, p. 5):

> Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão 'detectivesca' indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

Não é possível aprender a Matemática sem praticá-la, o seu aprendizado é realizado através de suas tentativas e seus respectivos erros. Quanto mais o aluno praticar a Matemática, mais ele a compreenderá e se sentirá confiante para solucionar os problemas que irão surgir em sua vida escolar.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p.16) "uma Investigação Matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. O primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver". Os autores ainda afirmam que a formulação de questões não possuem respostas prontas, portanto, devem ser investigadas. Estas devem utilizar processos fundamentos para que sejam consideradas aceitáveis e, portanto sejam válidas.

Complementando o que é investigar, Lamonato e Passos (2011) investigar está ligado a questionar, querer saber o porquê, a procurar. Na Investigação Matemática, o professor possui o papel de proporcionar atividades onde os alunos possam investigar e desenvolver soluções para determinadas situações. Atentando ao cuidado de utilizar atividades de investigação não trazendo uma resposta pronta e apenas uma resposta certa, mas sim criar caminhos para que o aluno seja o descobridor de suas respostas.

Em seus estudos realizados em Portugal (PONTE, 2006) a Investigação Matemática tem colaborado no processo de aprendizagem dos alunos, ajuda a desenvolver novas capacidades e conhecimentos. Para o professor, o planejamento de aula é um pouco diferente do que aquele usualmente utilizado que consiste em exercícios, onde o professor já sabe se a solução e a resposta dada pelo aluno estão corretas. Na Investigação o processo é diferente, o ponto de partida é uma situação aberta, a questão não está totalmente definida e o aluno tem papel primordial na sua concretização. Ou seja, o aluno tem participação desde a formulação das questões até a sua resolução, em todo o processo de aprendizagem ele está presente de forma ativa, investigando.

Nas últimas décadas tem-se discutido muito sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática em utilizar diferentes métodos de ensino, mas ainda nos deparamos com uma prática de ensino tradicional onde técnicas e regras são os objetivos principais de ensino inibindo o aluno a não capacidade de raciocínio lógico. E também, a não possibilidade de estabelecer relações com o seu dia a dia apesar das críticas. Infelizmente este ensino prevalece na maioria das salas de aula de muitas instituições de ensino atualmente.

O conceito atual de função foi criado no decorrer de anos, influenciados por vários matemáticos e pesquisadores. Descartes (1696 - 1650) introduziu a relação de dependência entre quantidades variáveis e para isso utilizou x e y para a equação. Segundo o matemático Jean Louis Lagrange (1736 - 1813), incluiu na definição de função, funções de várias variáveis. Para ele as funções são consideradas apenas as quantidades variáveis e não as constantes agrupadas a elas. Segundo Alves (2012) uma função de grau 1 é uma função do tipo f(x)=ax+b, sendo a diferente de zero e cujo gráfico é uma reta que intercepta o eixo x do plano cartesiano em um único ponto, chamado de zero da função. Para facilitar a análise dessas funções, dizemos que o coeficiente “a” da função é o coeficiente angular ou declividade da reta. Esse coeficiente determina a inclinação da reta que representa a função. Os termos a e b são chamados, respectivamente, de coeficiente angular e coeficiente linear. Para a construção do gráfico de uma Função de 1º grau, atribui-se valores para x e encontrasse os valores correspondentes para y. Após, construída uma tabela de valores, marcasse os pontos de cada par ordenado (x, y) e, por fim, traçasse uma reta a qual pode ser crescente ou decrescente, variando conforme o seu comportamento. O conteúdo formal deve ser ensinado ao aluno, a fim de que ele tenha domínio dos conceitos, símbolos e definições. Mas é importante salientar que somente o formalismo não garante que o aluno realmente compreendeu o conteúdo. Por isso, é importante que o professor associe a matéria com uma metodologia que despertará um maior interesse do aluno. Segundo Lima (RPM 41, p.4):

> As aplicações constituem, para muitos alunos de nossas escolas, a parte mais atraente (ou menos cansativa) da matemática que estudam. Se forem formuladas adequadamente, em termos realísticos, ligados a questões e fatos da vida atual, elas podem justificar o estudo, por vezes árido, de conceitos e manipulações, despertando o interesse da classe.

O ensino da Função de 1º grau, devido às regras e procedimentos que lhes estão associados, geralmente os alunos apresentam grandes dificuldades e não possuem muito entusiasmo. Considerando os referenciais estudados, citados anteriormente, dão ênfase a Investigação Matemática, o trabalho em grupo e as concepções algébricas, das quais foi planejada a metodologia desta pesquisa, a qual será apresentada a seguir.

3 I METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

Com o auxílio da metodologia de Investigação Matemática juntamente com o trabalho em grupo e os referenciais citados anteriormente, foi desenvolvida uma aula sobre o conteúdo de Função de 1º Grau, mais especificamente a construção de seu gráfico com os alunos da Educação de Jovens e Adultos.

Para a sua ação foi proposto aos alunos que construíssem em um mesmo plano cartesiano o gráfico de duas funções, questionando-os como devemos construí-lo, quais são seus passos a passos. Para a construção do gráfico, o eixo X (eixo das Abcissas) e Y (eixo das Ordenadas) foram representados por duas tiras de EVA dispostos no chão da sala de aula, onde os alunos se posicionaram no local das coordenadas de cada ponto da função e traçaram a reta com uma linha, qual foi fixada pelo aluno com uma fita adesiva no ponto demarcado em que estava posicionado. Para encontrar as coordenadas da função para o gráfico, realizou-se uma tabela de valores no quadro juntamente com a participação dos alunos, posteriormente a sua construção, os alunos deveriam analisar as suas informações em grupo. Na Figura 01, é possível observar os alunos construindo o gráfico.

Figura 01: Alunos construindo o gráfico humano.

Fonte: As autoras (2018).

Em seguida, entregou-se uma folha com quatro problemas matemáticos em que deveriam solucioná-los e representar os seus gráficos no papel quadriculado, conforme a Figura 02.

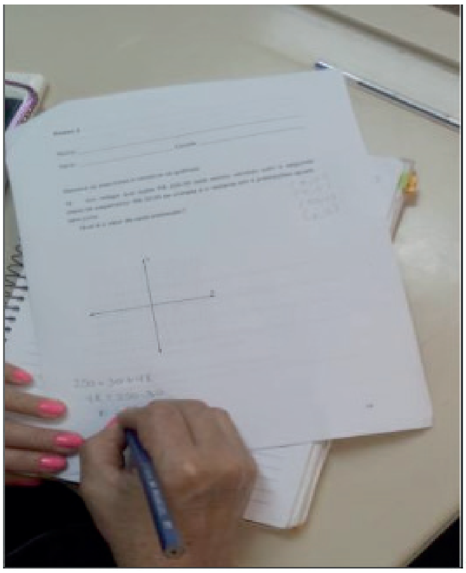


Figura 02: Anotação na folha.

Fonte: As autoras (2018).

Por meio da observação e das dúvidas dos alunos, percebeu-se que apresentavam dificuldades na compreensão da relação entre as variáveis de uma função, a variável dependente e a independente. Além de possuir dificuldades na interpretação de um problema e como escrevê-lo na linguagem matemática nas atividades que o professor propõe em aula, estas foram trabalhadas pelas acadêmicas no intuito de saná-las.

4 I RESULTADOS

Levando em consideração o perfil dos alunos e com base na observação de aula realizada, foram propostos problemas matemáticos que envolvessem o conceito e que estivessem relacionados com o cotidiano dos alunos. Dessa forma, tornou-se algo mais atrativo para eles, consequentemente, fez com que se concentrassem e indiretamente construíssem o conhecimento sobre funções de 1° grau.

Durante a prática realizada ficou evidenciado uma grande dificuldade na interpretação dos problemas, como transcrever a linguagem coloquial para a linguagem matemática e na resolução da estrutura do cálculo. Como é afirmado pela resposta do aluno A no questionário sobre a avaliação da atividade, que descreve ter dificuldades em *"Desenvolver fórmulas e realizar cálculos"*. Entretanto, as licenciandas auxiliaram os alunos instigando-os para que eles mesmos construíssem as respostas e compreendessem a questão. Outra dificuldade apresentada pelos alunos, no conteúdo estudado nesta pesquisa, foi à compreensão da relação entre as variáveis dependente e independente de uma função.

Alguns alunos destacaram que tiveram dificuldades em realizar as atividades, porém, justificaram que foi pela ausência nas aulas anteriores ou a perca de materiais. Conforme o aluno B que diz *"tive algumas dificuldades, pois perdi o conteúdo do professor"*.

De acordo com as respostas obtidas no questionário avaliativo, os alunos destacaram que a prática foi válida, pois conseguiram aprender a construir mais o seu conhecimento, além de recordar o conteúdo de Função do 1º grau. Demonstrado pelo dizer do aluno A, *"Pude aprender de maneira prática e com mais facilidade as atividades propostas em aula."*, aluno B *"As atividades propostas em aula foram atrativas e de fácil entendimento".* O aluno C relata sobre seu aprendizado, *"Revisamos o conteúdo como visualizar e trabalhar com gráficos".* Que destacam a importância de o professor elaborar aulas que motivem os alunos a serem os sujeitos principais, com abordagens relacionadas com o cotidiano, sempre orientando e incentivando-os a participar das aulas sem perder seu foco principal, que é a aprendizagem.

As licenciandas conseguiram atingir os objetivos propostos para a referida prática. Pode-se observar isso, durante o desenvolvimento da aula, analisando as anotações, desenhos e a atuação dos alunos durante a construção do gráfico humano e da realização das questões, bem como as discussões e entendimentos acerca do conteúdo.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o desenvolvimento deste trabalho é possível apontar através das observações, que utilizar a Investigação Matemática para a construção de gráficos da Função de 1º Grau foi muito satisfatório, pois os alunos buscaram conhecimento e investigaram para poder realizar a construção do gráfico. O trabalho em grupo tem suma importância, pois a troca de ideias entre os alunos é muito importante para que visualizem diferentes modos de solucionar um problema matemático e dialoguem como o fazem. Aliado a uma metodologia que instiga a serem criativos e pesquisarem através dos recursos disponíveis a construção e o aperfeiçoamento do seu conhecimento.

Para as acadêmicas, foi uma oportunidade de vivenciar a experiência de elaborar e realizar uma aula utilizando a metodologia da Investigação Matemática. Proporcionando a construção e a reflexão sobre a atuação do professor na teoria e na prática na sala de aula, diante de seres humanos que estão na busca pela construção do conhecimento através de suas orientações e de como orientá-los para que o consigam.

É importante salientar a importância do desenvolvimento de um plano de aula para que haja um roteiro de como deseja desenvolver a atividade, a percepção de tempo para sua efetivação e o que é necessário aprimorar. Lembrando que sua realização deve aceitar mudanças em seu percurso, pois a metodologia instiga a ação de um aluno investigador, e este, pode demonstrar conceitos e curiosidades mais aprofundados.

REFERÊNCIAS

ALVES, Juliany Paula da Silva. **A Função Afim e suas Aplicações.** Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande/PB, 2012. Disponível em: http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/880/1/PDF%20-%20Juliany%20Paula%20da%20Silva%20Alves.pdf. Acesso em 20 jun. 2018.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais (1ª a 4ª série): Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 2001

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais (5ª a 8ª série): Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998

BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.;

FIEGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. F. **As atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.** Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5 – 24.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. **Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática.** Zetetiké, FE/Unicamp – v. 19, n. 36 – jul/dez 2011.

LIMA, Elon Lages. **Conceituação , Manipulação e Aplicações.** Dois problemas e duas soluções. CD-ROM Revista do Professor de Matemática. RPM 41.

PIRES, Célia Maria Carolino; CONDEIXA, Maria Cecília; NÓBREGA, Maria José M. de; MELLO, Paulo Eduardo Dias. *SIMPÓSIO 20:* **Por uma Proposta Curricular para o 2º Segmento na EJA.** Dísponivel em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/vol1e.pdf> Acesso em: 24 jun. 2018.

PONTE, João Pedro da. **Investigações matemáticas na sala de aula.** João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira (orgs) - Belo Horizonte, Autêntica Editora, 2006.

CAPÍTULO 4

DESAFIOS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: UM OLHAR PARA O ENSINO DA EQUAÇÃO DE 1º GRAU

Fabiana Patricia Luft
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa.
Boa Vista do Buricá - RS

Jonatan Ismael Eisermann
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa
Boa Vista do Buricá - RS

Milena Carla Seimetz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa.
Porto Vera Cruz - RS

Cláudia Maria Costa Nunes
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa.
Três de Maio – RS

Mariele Josiane Fuchs
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa.
Santa Rosa - RS

Morgani Mumbach
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa.
Santa rosa - RS

RESUMO: Ensinar Matemática na Educação de Jovens e Adultos (EJA) exige do professor o conhecimento do contexto e das particularidades do público que compõem a modalidade. Desta forma, é importante considerar que a aprendizagem depende de boas relações interpessoais em sala de aula, de um ensino que conquiste a atenção do aluno e o instigue a querer expandir seus saberes. Considerando estes fatores desenvolvemos uma aula abordando o lúdico e a dinâmica de grupo no ensino da Equação de 1º grau para o módulo VI do ensino fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental São Francisco, da cidade de Três de Maio - RS. Assim, objetivou-se explorar atividades e metodologias diferenciadas na construção da aprendizagem discente de modo que houvesse diálogo, interação e troca de ideias do público que compõem a EJA. Quanto as metodologias utilizadas, o jogo didático é muito válido já que desperta a atenção do aluno, promove a cooperação e a vontade de querer aprender mais; já a dinâmica de grupo propicia a interação discente, o que muitas vezes resulta no esclarecimento de dúvidas referente aos conceitos trabalhados e na superação das dificuldades de aprendizagem. Os objetivos propostos foram alcançados, de modo que podemos afirmar que a EJA é uma modalidade de ensino que necessita de um planejamento específico, uma vez que atende um público com contextos de vida diferentes dos discentes das demais modalidades e, portanto, os métodos de ensino abordados devem conquistar o aluno, promover a interação e a busca constante pelo conhecimento.

PALAVRAS-CHAVE: EJA; Aprendizagem; Dinâmica de Grupo; Educação Matemática.

CHALLENGES IN YOUTH AND ADULT EDUCATION: A LOOK AT THE EDUCATION OF 1ST DEGREE EQUATION

ABSTRACT: Teaching Mathematics in Youth and Adult Education requires the teacher to know the context and the particularities of the public that make up the modality. In this way, it is important to consider that learning depends on good interpersonal relationships in the classroom, a teaching that wins the attention of the student and instigates him to want to expand his knowledge. Considering these factors, we developed a lecture on the playfulness and group dynamics in the teaching of the 1st grade equation for module VI of the elementary school of the São Francisco State School of elementary School, in the city of Três de Maio – RS. Thus, it was aimed to explore differentiated activities and methodologies in the construction of student learning so that there was dialogue, interaction and Exchange of ideas of the public that compose the Youth and Adult Education. As for the methodologies used, the didactic game is very valid since it arouses the attention of the student, promotes cooperation and the will to want to learn more; already the group dynamics provides the student interaction, which often results in the clarification of doubts regarding the concepts worked and in overcoming learning difficulties. The proposed objectives were reached, so we can say that the Youth and Adult Education is a teaching modality that needs a specific planning, since it serves a public with diferente life contexts of the students of the other modalities and, therefore, the teaching methods students must conquer the student, promote interaction and the constant search for knowledge.
KEYWORDS: Youth and Adult Education; Learning; Group Dynamic; Mathematical Education.

1 I INTRODUÇÃO

O presente trabalho consiste na explanação de uma prática que atenda as especificidades da aprendizagem Matemática no ensino fundamental da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), bem como a exploração de teorias de renomados educadores vinculados a esse contexto vivenciado.

O estudo faz parte de uma proposta das disciplinas de Prática enquanto Componente Curricular V e Educação Profissional e Educação de Jovens e Adultos, no 5º semestre do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa. Seu objetivo consiste em preparar os acadêmicos para o ensino de Matemática na modalidade EJA, relacionando os conhecimentos teóricos abordados em sala de aula com a realidade vivenciada na modalidade.

A professora regente da turma da EJA do módulo VI do ensino fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental São Francisco, da cidade de Três de Maio – RS sugeriu que fosse desenvolvida uma aula referente à Equação de 2º grau ou atividades diferenciadas que envolvessem a Geometria Plana, porém como muitos alunos ainda apresentavam dificuldades com a Equação de 1º grau, já trabalhada em sala de aula, optamos em elaborar uma aula de revisão do conteúdo baseado na metodologia de jogos e na dinâmica em grupos para a turma do módulo VI (equivalente ao 9º ano do ensino regular).

2 I A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

A Educação de Jovens e Adultos é uma modalidade de educação que busca atender pessoas que, por motivos e circunstâncias da vida, não tiveram a oportunidade de concluir seus estudos na idade regular. Assim, ao planejar a oferta da EJA, os sistemas de ensino e a escola devem levar em consideração o perfil de um aluno com uma ampla experiência de vida, dotado de dificuldades e potencialidades próprias.

Neste contexto, o professor também deve estar preparado para um ensino que atenda às necessidades do público que constitui a modalidade, respeitando toda a construção social e histórica que o aluno carrega consigo. Assim:

> respeitar o passado cultural do aluno não só lhe daria confiança em seu próprio conhecimento e na sua habilidade de conhecer, como também lhe conferiria "uma certa dignidade cultural ao ver suas origens culturais sendo aceitas por seus mestres e desse modo saber que esse respeito se estende também à sua família e à sua cultura". Ao perceber que a escola não apenas aceita, mas valoriza os conhecimentos que ele maneja com certa destreza, o aluno adulto sente-se mais seguro, mais integrado ao fazer escolar e, principalmente, reconhece que tem valor por si mesmo e por suas decisões (FONSECA, 2007, p. 70).

Portanto, torna-se requisito do aluno ter no mínimo 15 anos para realizar o Ensino Fundamental na modalidade e 18 anos para o Ensino Médio, o que abre a possibilidade da EJA receber alunos com idade para cursar o ensino regular. De acordo com o Censo Escolar de 2014 o Brasil conta com cerca de 3,5 milhões, dos quais 30% são jovens de 15 à 19 anos, fato que indica prováveis falhas no ensino regular.

A matemática tem papel decisivo na formação de alunos jovens e adultos, uma vez que propicia uma visão crítica do mundo e uma preparação para o mercado de trabalho através do desenvolvimento das habilidades de calcular, raciocinar, refletir, abstrair e pensar sobre os diversos conceitos e procedimentos que envolvem o imenso universo matemático.

3 I MATERIAIS E MÉTODOS

Conforme a classificação de Gil (2002), o presente estudo tem caráter qualitativo, uma vez que não concentra suas atividades em representações numéricas, mas sim na reflexão e compreensão de fatores determinantes no ensino e na aprendizagem de matemática na Educação de Jovens e Adultos.

Quanto aos objetivos, a pesquisa é explicativa, pois busca explicar os motivos de determinados fenômenos através dos resultados encontrados. Já em relação aos procedimentos adotados, o trabalho caracteriza-se como estudo de caso, em que através de uma prática em sala de aula buscamos aperfeiçoar nossa formação inicial de professores e colaborar com a construção da aprendizagem do público envolvido.

Pensando em uma aula dinâmica e interessante, que despertasse a atenção do aluno, a aula desenvolvida na turma da totalidade VI - modalidade EJA - da Escola Estadual de Ensino Fundamental São Francisco, da cidade de Três de Maio, se caracterizou pela utilização de três metodologias: expositiva e dialogada, aliada ao uso de material concreto, trabalho em grupo e o jogo.

> Para tanto, é necessário que, no processo de ensino e aprendizagem, sejam exploradas: a aprendizagem de metodologias capazes de priorizar a construção de estratégias de verificação e comprovação de hipóteses na construção do conhecimento, a construção de argumentação capaz de controlar os resultados desse processo, o desenvolvimento do espírito crítico capaz de favorecer a criatividade, a compreensão dos limites e alcances lógicos das explicações propostas (BRASIL,1997 p. 28).

Inicialmente, para revisar o conceito de equação, utilizamos a Balança de Equações, a qual proporcionou aos alunos a percepção e compreensão do sentido de igualdade através da exposição e diálogo com a turma. Desta forma, buscamos explorar as propriedades matemáticas envolvidas no processo de encontro da(s) raiz(es) de uma equação.

Quanto aos jogos, optamos por desenvolver a Pescaria de Equações, que consistia em um baralho de 20 cartas amarelas contendo equações e 20 cartas azuis contendo as respectivas raízes. E um *quiz* de problemas matemáticos envolvendo os conceitos trabalhados.

A utilização desses materiais se deve ao fato de que os jogos “envolvem regras e interação social, e a possibilidade de fazer regras e tomar decisões juntos é essencial para o desenvolvimento da autonomia” (KAMMI,1992, p.172). Assim, tanto a metodologia de trabalho em grupo quanto a de jogos são fundamentais na construção da aprendizagem discente, e no processo de formação integral de seres humanos.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao planejar uma aula para o Ensino Fundamental da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA), imaginamos a turma com um perfil mais velho, composta por pessoas com trajetórias e circunstâncias de vida que as impediram de estudar na idade certa. Porém, ao entrar na sala a primeira reação foi a surpresa de ver que a maioria dos alunos eram adolescentes que, aparentemente, ainda estavam em idade escolar.

Dando início à aula nos apresentamos à turma e explicamos que naquela noite desenvolveríamos uma aula de revisão da Equação de 1º Grau. A primeira reação dos discentes foi de risadas e olhares de desconfiança, o que consideramos normal uma vez que eles ainda não haviam tido nenhum contato conosco e possivelmente estavam incertos de nossa capacidade em efetivar um ensino que promovesse a construção de suas aprendizagens.

Em um primeiro momento pedimos à turma sobre quais conceitos lembravam em relação ao conteúdo a ser trabalhado. Não obtendo respostas, damos prosseguimento explicando que as equações consistem em expressões matemáticas que estabelecem relação de igualdade. Buscando demonstrar suas propriedades de maneira concreta, utilizamos a balança de equações e ressaltamos que, estando a balança em equilíbrio, se adicionamos ou tiramos elementos de um prato da balança, devemos fazer o mesmo procedimento do outro lado também para manter o equilíbrio. Analogamente, as operações matemáticas feitas de um lado da igualdade da equação devem ser feitas do outro lado também para atender ao princípio da equidade. Então, conjuntamente desenvolvemos dois exemplos de equações no quadro e um exemplo na balança de equações, conforme mostra a Figura 1:

Figura 1 - Explicação de equações com auxílio da balança

Fonte: Os autores (2017).

Após a recapitulação do conteúdo, foi apresentado aos educandos a Pescaria de Equações. Este, por ser um jogo, foi planejado com o intuito de auxiliar na aprendizagem matemática de maneira que atraísse a atenção do aluno e o instigasse a querer aprender mais sobre os conceitos trabalhados através da ludicidade. Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais do terceiro e quarto ciclo do Ensino Fundamental:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e

podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p.46).

Para explicar o funcionamento do jogo pedimos para que os alunos se organizassem em trios. Em seguida, foi entregue para cada grupo um baralho amarelo contendo as equações e outro baralho em cor azul com as respostas. O jogo foi iniciado e durante o desenvolvimento surgiam dúvidas que foram orientadas até a devida compreensão.

Figura 2 - Orientação de Dúvidas nos Grupos

Fonte: Os autores (2017)

Para encontrar a raiz de cada equação poucos alunos resolviam-na mentalmente, sendo que a maioria tinha o caderno como auxílio para desenvolver e manter o registro da resolução do problema proposto, como ilustrado na Figura 3:

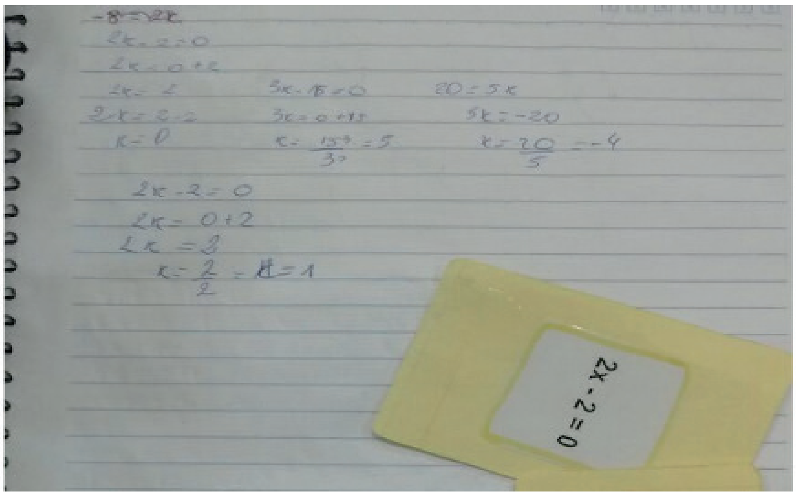


Figura 3 - Registro do caderno de um aluno

Fonte: Os autores (2017)

O registro mostrou-nos um importante aliado na superação das dificuldades discentes, uma vez que através deles foi possível perceber os erros que os alunos cometiam e, consequentemente, os conceitos que ainda não haviam sido assimilados. Assim, buscamos assumir nosso papel de mediadores elaborando perguntas que desestabilizassem suas certezas e promovessem a reflexão sobre a interpretação dos conceitos ou procedimentos que estavam sendo utilizados de maneira incorreta, além de orientar o caminho de cada aluno na construção de suas aprendizagens.

Desta forma, estava sendo explorada uma metodologia de ensino que não havia sido planejada - a análise de erros, evidenciando que o planejamento, por ser uma previsão dos procedimentos a serem utilizados em uma aula, é dotado de incertezas. Neste contexto, Vasconcellos (2000) defende um planejamento aberto e flexível, suscetível de alterações, uma vez que sua função não é o aprisionamento do professor e sim a reflexão dos recursos e metodologias de ensino que atendam às especificidades de cada aluno e possibilitem a construção de aprendizagem de todos.

Durante esta atividade ressaltamos que os alunos com idade mais avançada tinham participação mais ativa que os adolescentes, pois se envolviam com as atividades propostas e buscavam esclarecer as dúvidas pertinentes.

Assim, é necessário que o professor assuma seu papel de educador e intervenha nas relações discentes buscando sempre o respeito às diferenças e especificidades de cada pessoa. Neste sentido, é importante que o docente explore a preparação para a vida em sociedade e convivência em grupo da turma, visando a formação integral de cada ser humano e uma relação harmônica baseada no diálogo e no respeito.

> A escola é um espaço de cultivo de tolerância, da convivência frutífera com as diferenças, as contrariedades, a associação necessária entre direitos e deveres, entre o exercício de poderes e a assunção de responsabilidades, a aprendizagem do exercício da autoridade sem a perda da ternura (MACHADO, 2000, p. 54).

Após o jogo “Baralho de Equações”, convidamos os alunos para participarem de outra dinâmica de grupo em que cada grupo recebeu uma placa, contendo de um lado a letra V (Verdadeiro) e do outro F (Falso). Em seguida desafiamos os alunos com uma série de problemas, em que após cada pergunta foi destinado o tempo de 5 minutos para os componentes discutirem a resolução em seus respectivos grupos. Terminado o tempo, cada grupo levantava a placa indicando V se a questão fosse verdadeira e F se fosse falsa.

No desenvolvimento desta atividade percebemos as dificuldades que os alunos apresentavam em interpretar os problemas propostos e a relação de dependência que estabeleciam com o professor para conseguir compreender o que estava sendo solicitado, pois imediatamente ao ler o enunciado já solicitavam nossa ajuda.

Dos grupos que acertavam a questão era escolhido um de forma aleatória para justificar e socializar sua escolha. Inicialmente nenhum aluno quis utilizar o quadro para realizar a tarefa pois se sentiam inseguros quanto ao raciocínio utilizado, mas logo um deles assumiu o compromisso e encorajou o restante da turma para que também socializassem suas resoluções.

Figura 4 - Socialização das Resoluções

Fonte: Os autores (2017).

Desta forma encerramos a aula, satisfeitos por perceber que as dinâmicas desenvolvidas haviam despertado a atenção discente e instigado cada um a querer expandir suas aprendizagens. Também, confirmamos as potencialidades das metodologias utilizadas e concluímos que a EJA, assim como toda modalidade de ensino, necessita de um ensino que conquiste o aluno e desperte nele o desejo de buscar constantemente a ampliação de seus saberes e de suas concepções de mundo.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A EJA é uma modalidade de ensino que necessita de um planejamento específico, uma vez que atende um público com contextos de vida diferentes dos discentes da modalidade regular de ensino. Nela concentram-se alunos com objetivos distintos em estar em sala de aula: de um lado pessoas, geralmente com idade mais avançada, que buscam retomar sua trajetória escolar a fim de sair de sua condição de marginalizado social e participar mais ativamente da vida em sociedade; por outro lado, adolescentes que buscam a EJA especificamente pela agilidade em concluir as etapas da educação básica ou até mesmo por enfrentar problemas no ensino regular.

Desta forma, os métodos de ensino abordados devem conquistar o aluno, promover a interação e a busca constante pelo conhecimento. Neste sentido o trabalho em grupo e os jogos didáticos configuram importantes ferramentas para a modalidade, pois além de estimular o envolvimento e a participação dos alunos, propiciam um ambiente de formação integral do público discente.

A arte de ensinar apenas ganha sentido no momento em que acontece a aprendizagem. Portanto, cabe a cada professor refletir constantemente sobre todos os métodos e materiais que utiliza em sala de aula, as relações que estabelece com seus alunos, seu comportamento frente aos desafios que tem de enfrentar, os reais objetivos da escola. Somente o professor reflexivo, crítico e criativo consegue romper com as barreiras enfrentadas no ambiente escolar e promover uma educação transformadora.

É neste âmbito que se confirma a realização dos objetivos propostos, uma vez que a partir desta prática percebemos a importância de metodologías diferenciadas que chame o aluno e faça-o interagir com a turma, de forma que aconteça o diálogo e a troca de ideias, o que ficou evidenciado nesta prática, mediante a participação de todos nas atividades realizadas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. ***Censo Escolar de 2014***. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/censo-escolar>. Acesso em 30 jun. 2017.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. ***Parâmetros curriculares nacionais: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais*** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. ***Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FONSECA, M. da C. F. R. ***Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições***. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

GIL, A. C. ***Como elaborar projetos de pesquisa***. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KAMMI, C.; DECLARK, G. ***Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.*** São Paulo: Papirus, 1992.

MACHADO, N. J. ***Educação: projetos e valores***. São Paulo: Escrituras, 2000.

VASCONCELLOS, C. dos S. ***Planejamento: Projeto de Ensino-Aprendizagem e Projeto Político-Pedagógico***. 7 ed. São Paulo: Libertad, 2000.

CAPÍTULO 5

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL EM UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Jessica da Silva Miranda
Universidade Estadual de Campinas
Campinas – São Paulo

Felipe Antonio Moura Miranda
Instituto Federal de São Paulo
Salto – São Paulo

Maurício de Moraes Fontes
SEDUC
Belém – Pará

Luiz Cesar Martini
Universidade Estadual de Campinas
Campinas – São Paulo

RESUMO: O Ensino de função exponencial grau é parte integrante do saber Matemático e como tal possui muitas aplicações dentro da matemática (Cálculo, Geometria Analítica, etc.,) assim como fora dela, como por exemplo (Desenvolvimento de Vírus – Biologia, etc.,). O presente trabalho tem por objetivo analisar descritivamente as vinte e quatro atividades de função do exponencial em um livro didático do primeiro ano do Ensino Médio, levando em consideração a teoria de registro de representações semióticas de Duval, e verificar o tipo de problemas que as caracterizam (aberto ou fechado), o tipo de tratamento predominante (algébrico, gráfico ou numérico), as conexões com outras áreas de ensino e finalmente as conversões e tratamentos presentes em cada questão. A amostra foi intencional tendo em vista que analisamos todas as questões que envolvem função do segundo grau no livro do primeiro ano do Ensino Médio recomendado pelo PNLD 2016/2017/2018. A Metodologia utilizada foi qualitativa com estudo descritivo. Os resultados mostram uma predominância de problemas fechados e da conversão da linguagem algébrica para o numérico.

PALAVRAS-CHAVE: Semiótica. Livro-Didático. Função Exponencial. PNLD.

1 I INTRODUÇÃO

A matemática é uma das principais disciplinas estudadas durante a vida escolar de um estudante. Tal matéria é de suma importância uma vez que se faz presente no cotidiano de todos os seres humanos, seja no momento de pagamento de contas, contagem das horas e minutos do dia ou até mesmo no troco recebido ao comprar uma mercadoria. A matemática prepara o cidadão para a vida como nenhuma outra disciplina, pois é a ciência que fornece o melhor instrumental para qualquer profissional ser bem-sucedido em qualquer carreira escolhida.

Segundo Messias (2006) “Quando se aborda o conceito de função em matemática, muitos professores da área de exatas tratam o assunto de forma muito simplista, pois consideram o tópico de seu programa escolar como uma troca de variáveis entre x e y". Dessa forma, tais professores não utilizam os livros que abordam o assunto de maneira eficaz para que o aluno obtenha êxito em aprender a matéria, já que os próprios educadores não oferecem a devida atenção ao conteúdo função.

Contudo a construção do conceito de função, principalmente de função exponencial, no ambiente escolar é muito importante para os alunos, uma vez que este é abordado em todos os níveis de ensino, de maneiras diretas e indiretas, sendo fundamental na busca do entendimento ou explicação de muitos fenômenos. Levando em consideração a relevância do conceito de função, Rêgo (2000) destaca que:

> "[...] O conceito de Função constitui-se um dos principais pré-requisitos para grande parte dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Superior, uma vez que inúmeros problemas de Ciências Exatas, da Tecnologia, da Saúde e Ciências Sociais e Aplicadas podem ser modelados e estudados utilizando-se funções de uma ou várias variáveis. " (RÊGO, 2000, p. 20, grifo do autor)

Além disso, a função exponencial é de extrema importância na vida escolar do aluno, pois ela pode ser aplicada em diversos problemas do cotidiano que estão presentes fora da sala de aula, como por exemplo no cálculo de juros simples ou composto em empréstimo bancário ou a evolução do número de bactérias em uma determinada região.

Considerando que muitas práticas pedagógicas, hoje, são organizadas tendo como recurso exclusivo o livro didático (BRASIL, 1998), desenvolvemos a pesquisa deste trabalho, enfocando a análise de questões de função exponencial. Para tanto optamos em analisar o livro didático utilizado por professores das escolas públicas da Educação Básica, investigando como são propostas as atividades referentes ao conceito de função exponencial.

A análise do livro didático selecionado para a pesquisa foi guiada seguindo o modelo da pesquisa de Maggio e Soares (2009), obedecendo os seguintes critérios: a) classificação das atividades em problemas abertos e problemas fechados; b) articulações entre os campos da Matemática e/ou conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento e com situações do cotidiano; c) tratamento explorado e a forma; d) conversões exploradas e enfatizadas;

Dessa forma este trabalho tem como objetivo analisar descritivamente as vinte e quatro atividades de função exponencial em um livro didático do primeiro ano do ensino médio recomendado pelo PNLD e dessa forma verificar qual a melhor maneira que o docente pode utilizar esse livro didático em sala de aula, de modo que os alunos tenham uma aprendizagem significativa sobre o assunto.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO DE SEMIÓTICA

Utilizamos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) como fundamentação desse trabalho, pois o foco do estudo é a aquisição e organização de conhecimento matemático.

O termo semiótica tem origem grega *semeion*, que quer dizer signo, ou seja, semiótica é a ciência dos signos. Um dos principais pesquisadores desta área e que serviu de apoio teórico nessa pesquisa foi Raymond Duval. Autor de várias pesquisas, ele trata do funcionamento cognitivo, implicando, sobretudo na atividade matemática e nos problemas de aprendizagem.

Um outro conceito de semiótica que podemos apresentar é o desenvolvido por Henriques e Almouloud (2016) que consiste em:

> "Representação semiótica é uma representação de uma ideia ou um objeto do saber, construída a partir da mobilização de um sistema de sinais. Sua significação é determinada, de um lado, pela sua *forma* no sistema *semiótica* e de outro lado, pela *referência* do objeto representado." (HENRIQUES & ALMOULOUD, 2016, p. 467, grifo do autor).

Dando continuidade à nossa pesquisa, Duval (2003) acredita que cada objeto matemático tem sua respectiva representação, contudo não podemos confundi-los, uma vez que, a cada confusão feita, existe uma perda de compreensão e os conhecimentos absorvidos tornam-se inutilizáveis, portanto a distinção entre um objeto e sua representação é a melhor maneira de compreender a matemática.

Para Duval (2003), os objetos trabalhados nas aulas de matemática são abstratos, ou seja, não estão diretamente acessíveis à percepção com o auxílio de instrumentos como microscópios e telescópio. Sendo necessário para sua apropriação, uma forma de representação, portanto, dizemos que no ensino da matemática, todo comunicação é baseada em representações, e apenas através destas é que os conceitos matemáticos serão apropriados pelos alunos, ou seja, estas são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento.

Duval (1993) acredita que existem três tipos de representações: as mentais ou subjetivas, que caracterizam um anexo de imagens, conceitos e crenças que uma pessoa pode ter por um objeto ou uma situação. O segundo tipo de representação são as internas ou computacionais, estas são reconhecidas pela execução automática de uma atividade, ou seja, são internas, porém não conscientes do sujeito. E finalmente as representações semióticas que são externas e conscientes do sujeito. E através destas que o aluno tem acesso aos objetos matemáticos.

Existem quatro tipos de representações semióticas: a língua natural, feita com associações verbais e conceituais; os sistemas de escrita (algébrico, numérico e simbólico); os gráficos cartesianos (interpolação, extrapolação) e as figuras geométricas planas.

Para Duval (2009), em matemática, as representações semióticas não são apenas indispensáveis para fins de comunicação; estas representações são de suma importância para o desenvolvimento da atividade matemática. Além disso, o autor destaca que entre estes registros existem dois tipos de transformações semióticas muito importantes, porém muito diferentes uma da outra, são estas: tratamento e as conversões.

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo, a resolução de uma equação do primeiro grau $2x – 10 = 0 \quad x = 5$. Podemos perceber que temos uma transformação do registro algébrico para o algébrico novamente. Logo, “o tratamento de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada. O tratamento é, portanto, uma transformação interna num registro. ” (HENRIQUES e ALMOULOUD, 2016, p.469).

Ao passo que as conversões são transformações de representações onde existe a troca de registro, conservando o objeto, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação no plano cartesiano. Logo, “a conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro” (HENRIQUES e ALMOULOUD, 2016, p.469). Portanto, realizar uma conversão, não é só trocar o modo de tratamento, é também explicar as variáveis pertinentes aos registros mobilizados numa dada conversão.

Dessa maneira, iremos fazer uma análise descritiva de vinte e quatro questões sobre função exponencial grau em um livro didático do Ensino Médio aprovado no PNLD e classifica-las de acordo com a Teoria da Representação Semiótica.

3 I ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO

A pesquisa feita no livro didático caracteriza-se como qualitativa com estudo descritivo. Segundo Barros e Lehfeld (2007) na pesquisa descritiva ocorre o estudo, a análise, o registro e a interpretação dos fatos do mundo físico sem a interferência do pesquisador. Exemplos muito comuns de pesquisa descritiva são as pesquisas mercadológicas e de opinião.

A análise foi realizada durante o mês de janeiro de 2019 em um livro recomendando pelo PNLD (Quadrante Matemática – 1º ano – 2016) utilizado nas salas de aula do Ensino Médio em Escolas Públicas e Particulares em todo o Brasil. O objetivo desse trabalho foi analisar descritivamente as vinte e quatro questões sobre o tópico de função exponencial e classificá-las como mencionado anteriormente de acordo com a Teoria de Representação Semiótica.

Desse modo o professor tem a oportunidade de visualizar a maneira como os livros didáticos abordam a aplicação do assunto “função exponencial”, e então a partir dessa análise o educador poderá construir um plano de aula adequado com as questões propostas e fazer uma conexão entre a construção do conceito de função e os tipos de tratamento presentes nos exercícios.

“O livro didático constitui um elo importante na corrente do discurso da competência: é o lugar do saber definido, pronto, acabado, correto e, dessa forma, fonte única de referência e contrapartida dos erros das experiências de vida" (VESENTINI, 2007, p.166).

Seguindo a linha de pensamento do último autor citado, este apresenta o livro didático como a principal e única fonte do conhecimento em sala de aula. Em vista dos fatos mencionados acima, decidimos analisar o livro didático para uma melhor compreensão e consideração das questões presentes no mesmo.

Segundo Parterlini (2010), os problemas denominados abertos são opostos aos problemas designados fechados, e a principal distinção entre eles pode ser observada, pelo fato de que o último propõe ao aluno o que deve ser feito, ao passo que o primeiro deixa o estudante livre para compreender e perceber as relações matemáticas existentes naquele contexto.

Utilizando o conceito acima, classificamos as questões em: Problemas Abertos e Problemas Fechados. Sendo o primeiro caracterizado como atividades que envolvem o conceito de exponencial em situações problemas e contextualizadas. Enquanto que o último representa questões envolvendo uma aplicação direta do conceito de função.

Levando em consideração o primeiro critério de classificação, o número de problemas fechados no livro é dezesseis, equivalente a 70% do total de questões existentes no capítulo, enquanto que o número de problemas abertos existentes no livro é oito, equivalente a 30% do total de questões. Percebemos que existe uma diferença significativa em relação ao número de problemas, uma vez que o número de problemas fechados é mais que o dobro comparado aos abertos. Isso possibilita ao professor explorar os dois tipos de questões em suas aulas.

1. Utilizando as propriedades de potência com expoente natural, reduza a uma única potência e depois calcule.

a) $(3^2)^2$ c) $5^2 \cdot 5^1$ e) $70^3 : 10^3$

b) $4^{18} : 4^{15}$ d) $2^2 \cdot 6^2$ f) $(10^3)^2$

Figura 1: Problema Fechado.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

16. Suponha que determinada colônia de bactérias tenha sua população duplicada a cada período de uma hora. Se no início existiam 8 dessas bactérias nessa colônia, ao fim de 10 horas qual será a quantidade de bactérias?

a) 2^{10} b) 2^{11} c) 2^{12} d) 2^{13} e) 2^{14}

Figura 2: Problema Aberto.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

Na figura 1 temos um exemplo clássico de problema fechado, onde o aluno não precisa interpretar a questão para obter o resultado, apenas substituir os valores dados e encontrar a resposta. Ao passo que na figura 2, temos uma questão onde o estudante necessitará compreender a situação – problema, interpretar os valores e construir a lei da função para assim encontrar os valores solicitados na questão.

2. Escreva no caderno cada número como uma potência de base 2.

a) 32

b) $\frac{1}{128}$

c) $\sqrt{16}$

d) 0,125

Figura 3: Questão com situação-problema de Matemática.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

17. (UEL-PR) A mitose é uma divisão celular, na qual uma célula duplica o seu conteúdo, dividindo-se em duas, ditas células-filhas. Cada uma destas células-filhas se divide, dando origem a outras duas, totalizando quatro células-filhas e, assim, o processo continua se repetindo sucessivamente. Assinale a alternativa que corresponde, corretamente, à função que representa o processo da mitose.

a) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{N}$, dada por $f(x) = x^2$

b) $f: \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, dada por $f(x) = 2^x$

c) $f: \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}$, dada por $f(x) = 2^x$

d) $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, dada por $f(x) = 2^x$

e) $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, dada por $f(x) = 2x$

Figura 4: Questão conectando matemática com outras Ciências.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

8. Mateus tem uma pequena propriedade onde cultiva, entre outros produtos, feijão. Enquanto estava ensacando feijões para vendê-los, ele fez o seguinte desafio aos seus dois filhos, que gostavam de Matemática.

"A massa de cada grão de feijão é cerca de $2{,}5 \cdot 10^{-1}$ g. Eu vou vender estes feijões em sacos de 20 kg. Quantos grãos de feijão, aproximadamente, há, no total, nos 25 sacos que eu vou vender?"

Responda ao desafio feito por Mateus para seus filhos.

Figura 5: Questão com situação-problema de Matemática.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

Em relação ao segundo critério de classificação, este verificou as situações do cotidiano, conexões internas a Matemática e também as ligações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Contabilizamos apenas duas questões (8% do total) que envolvem situações do cotidiano do aluno como por exemplo a conta feita para determinar quantos quilos de feijão cabe em um determinado número de sacos para o personagem levar à venda na Figura 5.

Na figura 3 temos um exemplo de questão com conexões internas na matemática, pois além do aluno desenvolver a habilidade de elaborar a lei da função exponencial ele precisa aplicar o conhecimento prévio racionalização e potenciação. O total de questões com esse critério de classificação é dezessete questões representando 71% das atividades.

No que tange as conexões da Matemática com outras ciências, o livro analisado deixa a desejar, pois apenas cinco das 24 atividades (que representam 21% do total) que necessitam da utilização da função exponencial, abrangem ligações com outras áreas, tais como: a Educação Física, Geografia e a Biologia, sendo que duas dessas conexões são com a Geografia, uma com a Educação Física e por fim duas com a Biologia. Como podemos exemplificar na figura 4.

14. Em quais dos itens há uma lei de formação de função exponencial? Justifique no caderno.

a) $f(x)=2^{x+1}$ c) $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^{2x}$ e) $f(x)=-2^{2x}$

b) $f(x)=1^{x}$ d) $f(x)=2^{\frac{x}{2}}$ f) $f(x)=3x^{2}$

Figura 6 :Tratamento Algébrico.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

6. Calcule as potências.

a) $64^{0,\overline{3}}$ c) $81^{\frac{1}{4}}$

b) $27^{\frac{5}{3}}$ d) 0^{3}

Figura 7 :Tratamento Numérico.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

O terceiro critério buscou explorar o tipo de tratamento utilizado nas questões do livro didático. O tratamento algébrico pode ser observado em quatro das vinte e quatro questões, representando 17% do total de questões. Esse tratamento é caracterizado pela construção de equações algébricas a partir de situações-problemas propostas nas questões de função. Podemos observar um exemplo na Figura 6. Enquanto que o tratamento numérico está presente em dezessete das vinte e quatro questões simulando 71% da totalidade das questões. Este tipo de tratamento é caracterizado pela objetividade das atividades e suas respectivas soluções. Como podemos visualizar um modelo na Figura 7.

O último tratamento analisado nas questões são os gráficos. Estes somam apenas três do total de vinte e quatro questões simulando 12% destas. De acordo com os PCN'S (1999), um dos alvos da Matemática é proporcionar ao estudante uma aprendizagem autêntica e significativa da leitura, interpretação e construção de gráficos, uma vez que a sociedade atual exige constantemente. Podemos visualizar um exemplo desse tipo de questão na Figura 8 abaixo.

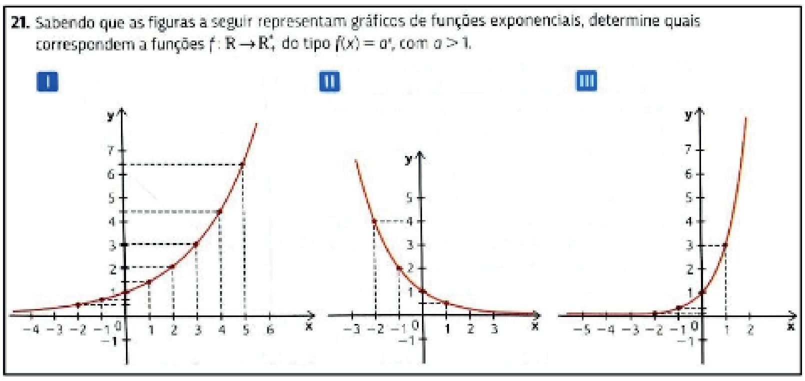


Figura 8 :Tratamento Gráfico.

Fonte: CHAVANTE, 2016.

O último critério analisado foram os tipos de conversões e tratamentos presentes nas atividades de função exponencial. A tabela 01 abaixo ilustrará os números das situações que abrangem os processos e de que modo eles ocorreram.

Análise das 24 questões			
AlgébricoNatural	SimbólicoAlgébrico	NaturalAlgébrico	AlgébricoGráfico
3	1	3	1
GráficoNatural	AlgébricoAlgébrico	SimbólicoNatural	GráficoSimbólico
1	13	1	1

Tabela 01: Tipos de Conversões e Tratamentos presentes no Livro Didático analisado.

Fonte: Próprios Autores, 2019.

No livro analisado conversões que envolvem o registro algébrico e natural da função afim são as mais explorados, sendo destacadas as conversões no sentindo Algébrico Algébrico, que totalizam 13 das cinte e quatro questões. Cabe ressalta que, no livro explorado, o número de tratamentos é maior quando comparado com o número de conversões, que somam apenas 11 do total de vinte e quatro questões.

O número expressivo de tratamentos em específico no sentindo Algébrico Algébrico, ocorre em razão do livro abordar várias atividades de problemas fechados, e para resolvê-las o autor aponta a necessidade do tratamento numérico e objetivo.

O que induz o aluno a ler a questão, interpretá-la e finalmente fazer os tratamentos necessários.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

No referido artigo, desenvolveu-se uma análise do livro didático selecionado, utilizando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Durval (2003), tendo como foco investigativo o modo como são propostas as atividades relacionadas à função exponencial.

De acordo, com o modelo de pesquisa utilizado por Maggio e Soares (2009), tendo como base os critérios de análise já mencionados, a análise do livro didático permitiu a constatação que o autor se preocupa com a objetividade dos conhecimentos matemáticos, tendo em vista que, aborda 70% das 24 atividades analisadas como "problemas fechados".

Além disso, o autor busca envolver o aluno com questões sobre conexões internas a própria matemática, porém, deixa uma lacuna nas situações do cotidiano e conexão entre a matemática com outras áreas do conhecimento, destinando apenas 22% das 24 atividades para esse critério.

Além do mais, o livro enfatiza o tratamento numérico associado com situações-problema, correspondendo 71% das 24 atividades, um ponto questionável, pois, o tratamento numérico é caracterizado pela objetividade das atividades. Enquanto isso, o tratamento algébrico fica em segundo plano com apenas 17% das 24 atividades. O livro não explora de maneira significativa os registros relacionados ao gráfico da função exponencial, somando apenas 12% das 24 atividades, o que não possibilita uma aprendizagem significativa dos alunos de um registro tão presente no cotidiano dos educandos.

Assim, considerando que a maioria dos professores tem como base, principalmente, os livros didáticos para planejar e conduzir suas aulas observamos que o livro analisado, ajudará nas dificuldades em trabalhar com situações objetivas, contudo o professor precisa estar atento para os registos gráficos, uma vez que estes foram pouco explorados pelo autor, tendo em vista, que o livro irá refletir no ensino da matemática na sala de aula.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática - Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000.

_______. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática - Ensino Fundamental**. Brasília: MEC, 1998.

BARROS, Aidil Jesus da Silveira & LEHFELD, Neide Aparecida de Souza. **Fundamentos da Metodologia Científica**. 3º Ed. Editora: Makron. 2007.

DUVAL, Raymond**. Registre de représentation sémiotique et foucionnement cognitif la penséé**. Annales de Didactique es de Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM – ULP. 1993.

_______, Raymond. **Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, p. 11-33, 2003.

_______, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais.** Trad. Lenio Fernandes Levy e Marisa Rosane Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física. 2009.

MAGGIO, Pedroso Deise & SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Registros de Representação Semiótica e Função Afim: Análise de Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio.** In: Encontro Gaúcho De Educação Matemática, 10. (X EGEM). Ijui – RS. 2009.

PATERLINI, Roberto R. **Aplicação da Metodologia Resolução de Problemas Abertos no Ensino Superior.** UFSCAR. São Paulo. 2010.

VESENTINI, José William. **A questão do livro didático no ensino da Geografia Novos caminhos da Geografia in Caminhos da Geografia.** Ana Fani Alessandri Carlos(organizadora). 5.ed.,1ªreimpressão- São Paulo: Contexto, 2007.

CAPÍTULO 6

LUGARES GEOMÉTRICOS: UMA PROPOSTA DINÂMICA ALIADA A TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Roberta Lied
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria – RS.

RESUMO: O presente trabalho advém de uma pesquisa, em andamento, que visa o desenvolvimento de uma dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). A referida pesquisa possui como problema de pesquisa: "Investigar a mobilização dos registros de representações semióticas por meio de atividades didáticas, envolvendo lugares geométricos, em dois ambientes de aprendizagem: quando se faz uso de papel, lápis, régua e compasso ou do *software* GeoGebra". Assim, dentre outros objetivos, tem-se como proposta a elaboração e aplicação de uma sequência de atividades junto a alunos do curso de graduação em matemática da UFSM. A fundamentação teórica baseia-se na teoria de registros de representações semiótica de Raymond Duval. Esta teoria possui um referencial vasto quanto ao processo de visualização e, consequentemente, apresenta relevância no processo de ensino e aprendizagem de geometria. Por ser uma pesquisa de abordagem qualitativa, a análise dos resultados será feita a partir das percepções e procedimentos elaborados pelos alunos no decorrer do desenvolvimento da sequência de atividades. Nesse sentido, o presente trabalho visa investigar a mobilização dos registros de representações semióticas pelos alunos na (re) construção de alguns conceitos geométricos referentes a lugares geométricos, a fim de contribuir na formação desses graduandos. Bem como, analisar quais representações semióticas são utilizadas nos dois ambientes de ensino, com ou sem o uso do recurso tecnológico.

PALAVRAS-CHAVE: Lugares Geométricos; Registros de Representações Semióticas; GeoGebra; Engenharia Didática.

GEOMETRIC PLACES: A DYNAMIC PROPOSAL ALLOCATED TO THEORY OF SEMIIOTIC REPRESENTATION RECORDS

ABSTRACT: The present work comes from an ongoing research that aims to develop a master's dissertation of the Graduate Program in Mathematical Education and Physics Teaching of the Federal University of Santa Maria (UFSM). This research has as research problem: "Investigate the mobilization of records of semiotic representations through didactic activities, involving geometric places, in two learning environments: when using paper, pencil, ruler and compass or GeoGebra software " Thus, among other objectives, it is proposed

to develop and apply a sequence of activities with students of the undergraduate mathematics course at UFSM. The theoretical foundation is based on Raymond Duval's theory of records of semiotic representations. This theory has a vast referential regarding the visualization process and, consequently, has relevance in the process of teaching and learning geometry. As it is a qualitative approach research, the analysis of the results will be made from the perceptions and procedures elaborated by the students during the development of the sequence of activities. In this sense, the present work aims to investigate the mobilization of the records of semiotic representations by the students in the (re) construction of some geometric concepts referring to geometric places, in order to contribute to the formation of these undergraduates. As well, analyze which semiotic representations are used in both teaching environments, with or without the use of technological resources.
KEYWORDS: Geometric Places; Semiotic Representation Records; GeoGebra; Didactic Engineering.

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo advém de uma pesquisa, em andamento, que está subsidiando o desenvolvimento de uma dissertação com foco no estudo de lugares geométricos aliados aos registros de representações semióticas. Aqui, serão apresentadas algumas reflexões e considerações preliminares da referida pesquisa, procurando articular a teoria de registros de Representações Semióticas (TRRS) de Raymond Duval, com a utilização de um ambiente dinâmico na investigação do processo de visualização, pois considera-se que este pode contribuir na aprendizagem da geometria e consequentemente no objeto de estudo que a pesquisa abordará.

Com o intuito de inteirar-se diante da problemática proposta e também conhecer o que tem sido produzido nos últimos anos a este respeito, realizou-se um levantamento bibliográfico em âmbito nacional de teses e dissertações, que apresentassem os seguintes objetos de estudo: registros de representações semióticas, geometria, lugares geométricos, uso de recursos tecnológicos. Dentre os trabalhos analisados cita-se Almeida (2007) e Araújo (2011).

Almeida (2007) coloca o fato dos indivíduos apresentarem dificuldades na resolução de problemas com construções geométricas é de que, quando esses indivíduos formulam as estratégias de resolução de uma construção geométrica, não são empregados e nem envolvidos os princípios relativos a obtenção de lugares geométricos. A pesquisadora também acrescenta que é importante que a figura geométrica seja entendida como sendo constituída de diferentes conjuntos de lugares geométricos, pois serão esses lugares geométricos que vão caracterizar e individualizar a figura.

Araújo (2011) apresenta os resultados de uma pesquisa exploratória em dois ambientes de aprendizagem: um ambiente de papel e lápis e um outro de geometria dinâmica, realizada com seis estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual da cidade de Itararé – SP. Para embasá-la foram tomados como referenciais a Engenharia Didática, a Teoria das situações didáticas e o Contrato Didático.

Neste trabalho foram elaboradas e aplicadas oito atividades referentes a lugares geométricos a dois grupos de estudantes. A pesquisa chegou em dois resultados. O primeiro diz respeito a noção de lugar geométrico que evoluiu ao longo do tempo, mas só recentemente tem sido abordada de maneira mais qualificada nos livros didáticos. O segundo resultado do trabalho refere-se aos benefícios que o ambiente de geometria dinâmica favorece no processo de ensino e aprendizagem de lugar geométrico, pois nele há um número bem maior de informações e de maneira mais rápida do que no ambiente de papel e lápis, facilitando, assim, a formulação do conceito envolvido.

Com base no levantamento bibliográfico realizado justifica-se a relevância da presente pesquisa. Também se observa a importância dessas investigações nas quais são apresentadas propostas de práticas de ensino relativas a geometria, pois de acordo com os resultados encontrados, este conteúdo matemático ainda não está totalmente presente nas aulas de matemática.

Particularmente, nesta pesquisa, pretende-se elaborar uma sequência de atividades, que possa investigar a mobilização dos registros com o uso de instrumentos físicos e com o uso de recurso computacional, constituído no âmbito da geometria dinâmica e aplicá-la junto a alunos do ensino superior, proporcionando-lhes a exploração de diferentes registros de representações semióticas, referentes a lugares geométricos.

2 I O USO DO RECURSO TECNOLÓGICO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Com esses avanços tecnológicos da sociedade atual, o desafio de incorporar ao trabalho escolar novas formas de comunicar e conhecer é lançado no cotidiano dos professores. Neste sentido, busca-se inserir a tecnologia na educação de forma orientada com o objetivo de proporcionar aos indivíduos o desenvolvimento de uma inteligência crítica e criadora.

Kenski (2009) considera esses recursos não apenas como um suporte tecnológico para as atividades de sala de aula, pois eles interferem na forma de pensar, de relacionar e de adquirir os conhecimentos. A pesquisadora coloca, ainda, a televisão e o computador como recursos de comunicação, que deram suporte a educação e provocaram mediações entre o enfoque do professor, a compreensão do aluno e o conteúdo apresentado por esses meios.

Em se tratando do ensino de geometria, a representação física de um objeto de estudo interfere na construção de conceitos pelo aluno. Assim os recursos tecnológicos oferecem esse apoio em que as representações passam a ter um caráter dinâmico apresentando reflexos significativos no processo de aprendizagem, principalmente nas consolidações mentais obtidas pelo sujeito. De tal modo, um mesmo objeto matemático passa a ter representações mutáveis diferentes da representação estática dada pelo lápis e papel. Em geometria essa dinamicidade é dada pela manipulação dos elementos de um desenho, que passa a ser auxiliada por *softwares* de Geometria Dinâmica.

2.1 Lugares Geométricos

Uma figura geométrica se caracteriza por determinadas propriedades que a individualizam. Então se entende por lugar geométrico como sendo um conjunto de infinitos pontos em um plano que satisfazem uma determinada propriedade. Almeida (2007), em outras palavras, indica que:

> (...) toda figura geométrica incorpora um conjunto de propriedade que a individualiza. Cada conjunto de propriedades, por sua vez, é um conjunto, em que todos os elementos desse conjunto gozam da mesma propriedade que chamamos 'lugar geométrico'. (ALMEIDA, 2007, p. 67).

Assim a resolução gráfica de um problema geométrico consiste em determinar um conjunto de pontos que satisfazem uma propriedade. Acredita-se que compreender as propriedades geométricas que estão ligadas a uma determinada figura e como elas se relacionam possibilita um melhor entendimento de alguns conceitos geométricos. No entanto, o estudo de lugares geométricos é colocado com pouca evidência e, muitas vezes, de forma oculta, sem vinculação com as inúmeras aplicações que a exploração deste assunto pode trazer aos estudantes.

Assim, pretende-se elaborar atividades que visem a exploração da ideia de lugares geométricos. No entanto, torna-se difícil para algumas pessoas ver um ponto se mover em um recurso estático, e ainda que o conjunto desses pontos correspondam a um lugar geométrico definido. Assim vê-se nos *softwares* de geometria dinâmica uma possibilidade de visualização destes lugares geométricos através do uso de suas ferramentas.

3 I REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Conforme Damm (1999), toda comunicação matemática é baseada em representações. A transformação de um sistema de representação em outro, pode ser de três tipos: a formação, o tratamento e a conversão.

- A formação de uma representação compatível como uma representação de um registro dado.
- O tratamento, segundo Duval (2009), consiste de uma transformação de

representação interna a um registro de representação.

- Já a conversão, pode ser entendida como uma transformação externa em relação ao registro da representação de partida.

Mudar de um registro para outro não significa apenas mudar o tratamento de um objeto, significa também, explicar suas propriedades ou seus distintos aspectos. O acesso aos diferentes registros de representações semióticas em uma atividade matemática geralmente não ocorre naturalmente e o professor deve incentivar esse acesso.

3.1 A geometria aliada aos registros de representações semióticas

Duval (2009) aponta que a compreensão da geometria envolve três aspectos cognitivos com funções epistemológicas específicas que são elas: visualização, construção e raciocínio. Vejamos brevemente o significado de cada uma:

- A *visualização* para a exploração heurística de uma situação complexa.
- A *construção* de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados.
- O *raciocínio* corresponde ao processo que conduz para a prova e a explicação.

Ver uma figura em geometria é uma atividade cognitiva mais complexa do que o simples reconhecimento daquilo que uma imagem mostra. Assim, se destaca quatro maneiras diferentes de ver as figuras, segundo o seu papel.

A *apreensão perceptiva* é o reconhecimento visual imediato da forma.

A *apreensão sequencial* é explicitamente solicitada em atividades de construção ou, em atividades de descrição, tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura.

A *apreensão discursiva* depende das hipóteses que a figura representa, ou seja, interpretar os elementos da figura geométrica.

A apreensão operatória visa as possíveis modificações na figura inicial e as reorganizações que estas mudanças podem possibilitar.

A separação destas quatro apreensões é fundamental para analisar a atividade geométrica e as dificuldades dos alunos. Deste modo, fica evidenciada a relevância em transitar entre os vários registros de representação, auxiliando na interpretação do que se pretende ensinar.

3.2 Registros de representações semióticas e os recursos tecnológicos

Duval (2011) coloca que os computadores não constituem um novo registro de representação, pois as representações que eles trazem não diferem das que são produzidas graficamente no papel para uma apreensão visual. Além disso, Duval (2011, p.137) diz que “eles exibem no monitor tão rapidamente quanto à produção mental, mas com uma potência de tratamento ilimitada em comparação com as possibilidades da modalidade gráfico-visual”. Dessa forma, o uso desses recursos propicia uma visualização muito mais rápida do que se obteria fazendo-se manualmente.

Outra característica salientada por Duval (2011) se deve ao fato de que, para as representações semióticas não discursivas existe a possibilidade de sua manipulação como objetos reais. Esse caráter dinâmico permite desempenhar a função de simulação, auxiliando na exploração heurística de problemas matemáticos.

Ainda, deve-se estar atento ao olhar do aluno que observa o que aparece na *interface* da tela, e se deixa espontaneamente guiar pelo reconhecimento perceptivo das formas produzidas na tela. Diante disso, ao propor atividades que utilizam *softwares* como ferramenta didática é necessário propiciar situações que possibilitem a visualização de uma figura em geometria.

4 I CAMINHO METODOLÓGICO

Este projeto de dissertação é caracterizado por uma abordagem qualitativa que, de acordo com Bortoni-Ricardo (2008), o pesquisador está interessado em um processo que ocorre em determinado ambiente e quer saber como os atores sociais envolvidos nesse processo o recebem, ou seja, o interpretam.

Assim inicialmente buscou-se identificar o público alvo, o conteúdo a ser explorado e a teoria que embasaria o trabalho. Após desenvolveu-se a sequência de 06 (seis) atividades, que será aplicada em 02 (dois) encontros de 2horas/aula cada.

Após a aplicação da sequência de atividades será realizada a interpretação dos dados coletados por meio da observação participante, pelos registros no diário de campo e nas atividades desenvolvidas no GeoGebra e no papel.

Por fim, pretende-se realizar a comparação dos resultados obtidos, procurando evidenciar a mobilização dos registros de representações semióticas envolvendo os lugares geométricos em dois ambientes de aprendizagem.

4.1 Sequência de atividades

A construção da sequência de atividades teve como ponto de partida o objetivo geral da dissertação de mestrado. Para a criação destas atividades levou-se em consideração que o público alvo, no qual será aplicada a sequência, já possui o domínio do *software* GeoGebra e que os conceitos matemáticos explorados já foram vistos e discutidos durante a sua formação, na disciplina de Geometria Plana.

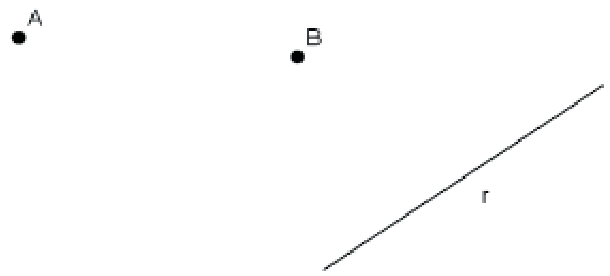
Como dinâmica de realização das atividades cada aluno receberá uma folha impressa contendo o seu roteiro de desenvolvimento a ser seguido. A seguir descreve-se com maior detalhe uma das seis atividades que compõem a sequência, especificando-a e descrevendo o seu roteiro.

4.1.1 Atividade 01

Proposta:

Nesta atividade busca-se identificar um elemento que compõe o lugar geométrico reta mediatriz. A seguir apresenta-se de forma sintetizada o roteiro entregue aos alunos referente a atividade 01.

a) Inicialmente, abra o arquivo Atividade 01 – A, e realize o que se pede.
Após, responda:
b) Como você justifica a determinação do ponto *P*?
c) Retorne à atividade no GeoGebra desabilitando a propriedade de fixar os pontos A e B. Após, movimente estes pontos. O que você observou?
d) Porque aconteceu isso?
e) Na figura a seguir, podendo utilizar régua não graduada e compasso, determine o ponto $P \in r$, tal que $\overline{AP} \equiv \overline{BP}$.



f) Nesta construção, como você justifica a determinação do ponto *P*?
g) Agora, abra o arquivo Atividade 01 – B e realize o que se pede.
Após, movimente os pontos *A* e *B.*
h) O que você observou?
A partir das construções indicadas, responda:
i) Para a determinação do ponto P, a posição dos pontos *A* e *B* independe de estarem no mesmo semiplano definido pela reta dada, ou não? Justifique.

Quadro 1 – Roteiro da atividade 01

Fonte: Elaborado pela autora.

Pré-análise dos possíveis registros mobilizados na atividade 01:

Nesta atividade espera-se que possam ser mobilizados três tipos de registros: registro figural (RF), registro simbólico (RSb) e registro língua natural (RLN). O RF faz-se presente nas construções apresentadas, e ao justificar a sua construção, acredita-se que os alunos mobilizarão RLN, RSb e RF. O quadro 2 ilustra os possíveis registros mobilizados em cada item da atividade.

Atividade 01	Ambiente	Registro Mobilizado
a)	GeoGebra	RLN, RSb, RF→ RF
b)	Papel	RLN → RLN, RSb, RF RLN → RLN RLN → RSb, RF
c)	GeoGebra	RLN → RLN
d)	Papel	RLN → RLN, RSb, RF RLN → RLN RLN → RSb, RF
e)	Papel	RLN, RSb, RF→ RF
f)	Papel	RLN → RLN, RSb, RF RLN → RSb, RF
g)	GeoGebra	RLN, RSb, RF→ RF
h)	Papel	RLN → RLN
i)	Papel	RLN → RLN, RSb, RF RLN → RLN

Quadro 2 – Pré-análise dos registros mobilizados na atividade 01.

Fonte: Elaborado pela autora.

Um fator que poderá influenciar o item e), poderá ser a necessidade de prolongar a reta *r* para que ocorra a interseção com a reta mediatriz. Como aponta Duval (1995), este aspecto epistemológico está ligado a visualização, pois esta é conduzida pela apreensão perceptiva, que influência na compreensão da situação. Ou ainda, basear-se na representação da reta como sendo um segmento, onde o indivíduo prende-se a imagem e não ao que ela representa.

Espera-se que nos itens a), e) e g) onde ocorreu a modificação posicional dos pontos A e B em relação a reta dada *r*, possa despertar no aluno a apreensão operatória, que para Duval (1995), tende a ajudar a entender o problema proposto.

Também se espera que através do uso do recurso tecnológico os alunos possam ter uma melhor articulação dos entes geométricos envolvidos, pois como é colocado por Duval (2011), o recurso acelera os tratamentos, proporcionando uma visualização mais rápida do que se obtém fazendo manualmente.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se a partir do presente projeto desenvolver a dissertação que será apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da UFSM. Nos próximos encaminhamentos da pesquisa será dada continuidade no com a aplicação da sequência de atividades. Posteriormente, será realizada uma análise a *posteriori* de cada atividade e, por fim, uma análise a posteriori dos dados obtidos.

Espera-se que esta pesquisa possa reforçar a importância do uso de construções geométricas a fim de discutir alguns conceitos de geometria. Além disso, busca-se fazer junto aos colaboradores da pesquisa, uma reflexão a respeito das diferenças que podem emergir quando do uso de diferentes recursos tecnológicos em práticas de ensino.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, I. A. C. **Identificando rupturas entre significados e significantes nas construções geométricas: um estudo em traçados de lugares geométricos bidimensionais, envolvendo pontos, retas e circunferências.** 2007. 336f. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Pernambuco – Centro de Educação, Recife, 2007.

ARAÚJO, A. A. **Abordagem de Alguns Lugares Geométricos Planos em um Ambiente de Geometria Dinâmica.** 2011. 201f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2011.

BORTONI-RICARDO, S. M. O professor pesquisador: introdução à pesquisa qualitativa.1ª ed. São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

DAMM, R. F. **Registros de representação**. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica.** Trad. Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2009.

CAPÍTULO 7

AS TECNOLOGIAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM ATRAVÉS DO SOFTWARE GEOGEBRA

Clara de Mello Maciel
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das missões - URI
Santo Ângelo-Rio Grande do Sul

Eliani Retzlaff
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das missões- URI
Santo Ângelo-Rio Grande do Sul

RESUMO: O trabalho em questão relata atividades que foram desenvolvidas por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI Campus Santo Ângelo referente ao subprojeto de Matemática, e a mesma foi desenvolvida em duas turmas de segundo ano do Ensino Médio, na escola campo Colégio Estadual Pedro II, que teve como objetivo o estudo do Círculo Trigonométrico e análise do Seno, Cosseno e Tangente com a aplicação do software Geogebra. A análise de dados foi realizada por meio dos registros dos alunos, onde estes deveriam responder questões pertinentes ao tema estudado através da construção do Círculo Trigonométrico no Geogebra mediante as mudanças que ocorriam ao mover os valores dos ângulos. Após a realização da atividade foi feito um comparativo entre as turmas, na qual aliaram sala de aula e Laboratório de Informática. A atividade foi feita da seguinte forma: uma turma estudou as relações do Seno, Cosseno e Tangente em sala de aula e após este estudo foram encaminhados para o Laboratório de Informática para complemento com o Geogebra. A outra turma usou a tecnologia durante a abordagem do conteúdo. Com isto, concluímos que a turma que fez a atividade em duas etapas teve uma participação mais efetiva e compreendeu melhor o conteúdo proposto. Já a turma que desenvolveu a atividade somente no Laboratório de Informática também com o auxílio do software Geogebra, no estudo do Seno, Cosseno e Tangente, teve mais dificuldade em compreender o que estava sendo proposto para a atividade.

PALAVRAS-CHAVE: Software GeoGebra. Trigonometria. Aprendizagem. Ensino.

ABSTRACT: The work in question reports activities that were developed by scholarship holders of the institutional program of scholarship initiation to teaching – PIBID, the Regional Integrated University of Alto Uruguay and the Missions – URI Campus Santo Ângelo, referring to the Subproject of mathematics, and the same was developed in two classes of second year high school, at the school Campo State College Pedro II, which aimed to study the trigonometric circle and analysis of sine, cosine and tangent using the software Geogebra. Data

analysis was carried out through the students ‘ records, where they should answer questions pertinent to the subject studied by constructing the trigonometric circle in Geogebra through the changes that occurred when moving the values of the angles. After finishing the activity, a comparison was made between the classes, in which they allied the classroom and the Informatics laboratory. The activity was applied as follows: A class studied the relationships of sine, cosine and tangent in the classroom and after it were referred to the computer Laboratory for complementation with Geogebra. The other class used the technology during the content approach. With this, we conclude that the class that performed the activity in two stages had a more effective participation and a better understanding of the proposed content. The class that developed the activity only in the informatics laboratory, also with the help of Geogebra software, in the study of sine, cosine and tangent, had more difficulty in understanding what was being proposed for the activity.
KEYWORDS: GeoGebra Software. Trigonometry. Learning. Teaching.

1 I INTRODUÇÃO

O presente trabalho relata o uso das tecnologias no ensino de Matemática, enfatizando pontos relevantes das atividades e está voltado ao estudo do Seno, Cosseno e Tangente no Círculo Trigonométrico tendo como principal recurso didático o software Geogebra, tais atividades foram desenvolvidas por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, da Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI Campus Santo Ângelo e pela professora regente da turma.

Durante as monitorias propostas pelo PIBID, realizadas nas turmas do 2° Ano do Ensino Médio Politécnico do Colégio Estadual Pedro II em Santo Ângelo, surgiu a necessidade de um planejamento sobre o estudo do Seno, Cosseno e da Tangente de maneira que os alunos pudessem produzir seu conhecimento através de possibilidades criadas em combinação com o uso de Tecnologias Digitais. Desejava-se com isso fomentar a produção do conhecimento matemático com o uso de tais tecnologias.

As atividades foram realizadas em duas turmas de 2° Ano do Ensino Médio durante o período das aulas. Uma turma teve três encontros com as bolsistas no Laboratório de Informática para a realização das tarefas enquanto que a outra turma teve apenas um encontro.

2 I TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO

As tecnologias estão presentes no cotidiano dos alunos, isto é, em sua casa, nas práticas sociais e também na escola. Dessa forma, a necessidade da utilização dos recursos digitais é algo a ser pensado, papel do professor é mediar os conhecimentos científicos com as tecnologias, e na sala de aula, busca mediar os processos de ensino e de aprendizagem.

A demanda da educação é seletiva e cobradora de novas maneiras de ministrar aulas sem prejudicar o ensino, Kenski, (2003, p. 30) defende que “as velozes transformações tecnológicas na atualidade impõem novos ritmos e dimensões à tarefa de ensinar e aprender. É preciso estar em permanente estado de aprendizagem e adaptação ao novo”. Esse pensamento nos remete a refletir que os professores são constantes pesquisadores, pelo fato de planejar a aula buscando sempre novas metodologias de ensino. Para Cotta Junior:

> A introdução do computador na sala de aula, por si só, não constitui nenhuma mudança significativa para o ensino, isto é, não basta equipar as escolas com salas de informática, por exemplo, se não houver um uso adequado dessa tecnologia. (COTTA JUNIOR, 2002, p.20).

Diante disto, atenta-se que é de grande relevância a necessidade de incluir as tecnologias nas propostas de trabalho, devido as diferentes contribuições para os processos de ensino e aprendizagem, lembrando que estas precisam ser inseridas de forma consciente pelo corpo docente e por meio de um planejamento sistematizado.

O uso das tecnologias é iminente, a utilização desses meios para a construção do conhecimento deve mobilizar educadores quanto à utilização desses recursos, pois, vêm contribuindo, criando desafios e diversas possibilidades de soluções que facilitam a compreensão dos alunos sobre procedimentos e conteúdos diversos, inclusive matemáticos. Para Kenski (2003):

> Os novos processos de interação e comunicação no ensino mediado pelas tecnologias viram ir além da relação entre ensinar e aprender, orientam-se para a formação de um novo homem, autônomo, crítico, consciente da sua responsabilidade individual e social, enfim um novo cidadão para uma nova sociedade. (KENSKI, 2003, p. 290).

De acordo com esta ideia percebe-se a necessidade de um trabalho voltado a criticidade do aluno, gerando discussão, possibilidades de análises e conclusões, proporcionando assim autonomia deste indivíduo.

Para tanto, desenvolveu-se um plano de trabalho utilizando as ferramentas disponíveis do software Geogebra, que através da geometria dinâmica permite ao aluno investigar o tema estudado. Conforme Gravina, M. A. et al.:

> Os programas de geometria dinâmica são ferramentas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. São ambientes que concretizam a geometria euclidiana plana, e diferente daquilo que obtemos com lápis e papel e régua e compasso, pois com o mouse podemos manipular as figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que estão na construção. (GRAVINA, M. A. et al. 2012, p. 38).

Esta manipulação das figuras vem ao encontro da necessidade da prática do exercício de análise e reflexão do aluno.

A partir desse trabalho, os alunos realizaram a construção do Círculo Trigonométrico, revendo também conceitos de retas perpendiculares, retas paralelas, e estudo da circunferência (raio e diâmetro), sistema de coordenadas cartesianas, entre outros. Tais construções permitiram a pesquisa das relações existentes entre os ângulos e seus valores, quadrantes positivos e negativos do Seno, Cosseno e Tangente de um ângulo.

3 I COMO FOI DESENVOLVIDA?

As atividades foram desenvolvidas em duas turmas diferentes e em períodos distintos em cada turma. Na primeira turma, o plano de trabalho foi desenvolvido em três encontros com dias alternados, o tema proposto foi trabalhado inicialmente em sala de aula pela professora regente com o material de uso comum. Após essa etapa, os alunos foram levados ao Laboratório de Informática da escola pelas bolsistas do PIBID para que os alunos construíssem o Círculo Trigonométrico, Seno, Cosseno e Tangente, sanando dúvidas existentes sobre o conteúdo de trigonometria, com finalidade de observar os procedimentos de assimilação dos conhecimentos com o uso da ferramenta digital.

Já na segunda turma, foi desenvolvido o tema somente no Laboratório de Informática, ou seja, os alunos não tinham conhecimento do conteúdo. A professora regente expos o conteúdo e concomitantemente as bolsistas auxiliaram os alunos nas construções do Círculo Trigonométrico e as relações do Seno, Cosseno e Tangente.

Vale lembrar que ambas as turmas tinham domínio do Software Geogebra, e assim nenhuma encontrou dificuldades no manuseio do mesmo. Os passos da construção do Círculo Trigonométrico e do Seno de um ângulo foram:

- Ponto A, no centro dos eixos x e y, A(0,0);
- Circunferência com centro em A e raio 1;
- Ponto C sobre a circunferência;
- Segmento de reta AC;
- Ângulo, entre o eixo x e o segmento AP;
- Inserir ponto sobre o eixo y, (0,y(C));
- Segmento de reta unindo o ponto C ao ponto sobre o eixo y;
- Na caixa de entrada “senα=”+y(D)
- Ponto E de intersecção entre o eixo x e a circunferência;
- Arco circular AEX.

A figura 1 ilustra a construção realizada pelos alunos.

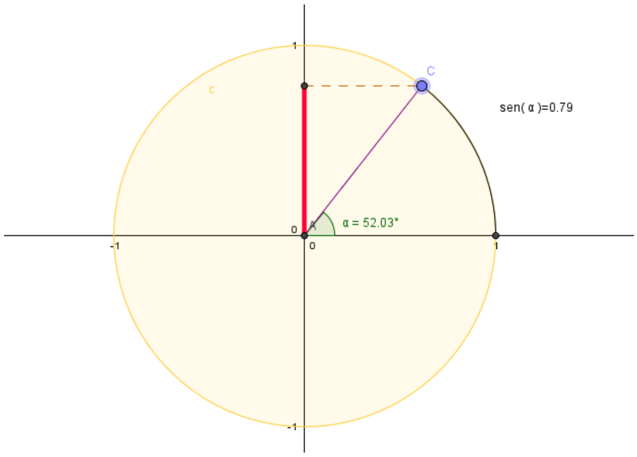


Figura 1: Seno de um ângulo

Fonte: Autora (2019).

Os passos da construção do Círculo Trigonométrico e do Cosseno de um ângulo foram:

- Ponto A, no centro dos eixos X e Y
- Circunferência com centro em A e raio 1
- Ponto P sobre a circunferência (ponto para estabelecer o ângulo)
- Segmento de reta AP
- Ângulo, entre o eixo X e o segmento AP
- Na linha de comando inserir um ponto B no eixo X para isso as coordenadas (x(P),0)
- Um segmento de reta PB
- Na caixa de entrada “cosα=”+X(B)
- Ponto C de intersecção entre o eixo X e a circunferência e arco circular ACX.

A figura 2 ilustra a construção realizada pelos alunos.

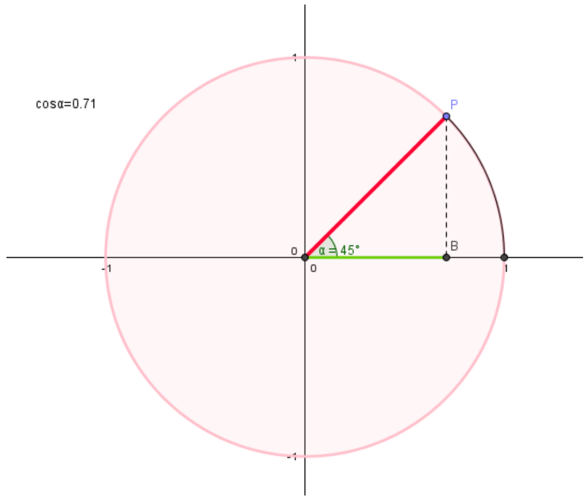


Figura 2: Cosseno de um ângulo

Fonte: Autora (2019).

Para a construção da Tangente os passos foram:

- Ponto A no centro do sistema cartesiano;
- Circunferência com centro em A e raio 1;
- Ponto C sobre a circunferência;
- Reta AC;
- Ângulo entre o eixo x e a reta a;
- Ponto C fixo sobre a circunferência e o eixo x;
- Reta perpendicular ao eixo x fixada no ponto C (reta tangente);
- Ponto B na reta tangente - caixa de entrada coordenadas (1,tan(α))
- Na caixa de entrada “tanα=”+tan(α) para obter o texto com o valor da tangente referente ao ângulo.

A figura 3 ilustra a construção realizada pelos alunos.

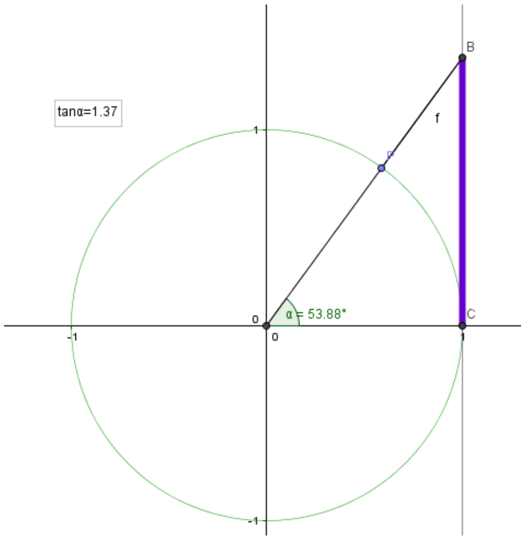


Figura 3: Tangente de um ângulo

Fonte: Autora (2019).

Durante as construções realizadas pelos alunos foi proposto que respondessem algumas questões para investigação sobre os temas analisando o comportamento do Seno, Cosseno e da Tangente dos ângulos nos quatro quadrantes de acordo com o movimento do ponto móvel sobre o Círculo Trigonométrico. Com isto, foi possível concluir que no Seno os valores do 1º quadrante são positivos e variam de 0 ao 1, trata-se de um quadrante crescente à medida que o ponto C é movido sobre o Círculo Trigonométrico. Ao mover o ponto C no 2° quadrante foi possível observar a projeção do ângulo sobre o eixo y e os valores variam de 1 a 0, ou seja, decresce. No 3° quadrante os valores novamente decrescem variando de 0 a -1, e o 4° quadrante é crescente variando de -1 a 0. Houve também uma melhor observação quanto aos valores do Seno para os ângulos de 90°=1, 180°=0 e 270°=-1 e 360°=0.

No estudo do Cosseno, verificou-se que os valores do 1º quadrante são positivos e variam de 1 ao 0, e por isso, trata-se de um quadrante decrescente à medida que o ponto C é movido sobre o Círculo Trigonométrico. Ao mover o ponto C no 2° quadrante foi possível observar que os valores variam de 0 ao -1, ou seja, também decresce. No 3° quadrante os valores são negativos, porém crescem variando de -1 ao 0, e no 4° quadrante os valores crescem variando de 0 a 1. Houve também uma melhor observação quanto aos valores do Cosseno para os ângulos de 90°=0, 180°=-1 e 270°=0 e 360°=1.

Ao examinar a Tangente dos ângulos definidos a partir do ponto móvel P, verificou-se que os valores do 1° quadrante os valores são crescentes partindo do 0 até obtermos a inexistência de um valor para o ângulo de 90° uma vez que a reta Tangente ao Círculo Trigonométrico é paralela ao eixo das ordenadas (eixo y). Ao mover o ponto P no 2° quadrante foi possível averiguar que os valores também crescem apesar de serem negativos até obtermos o valor nulo. No 3° quadrante os valores são positivos e crescentes até novamente obtermos a inexistência de um valor para o ângulo de 270°.

No 4° quadrante os valores também crescem apesar de serem negativos até obtermos o valor nulo.

As figuras 4 e 5 ilustram os alunos dos 2° Anos do Ensino Médio do Colégio Pedro II realizando as tarefas propostas com auxílio das bolsistas do PIBID de Matemática.

Figura 4: Estudos do Seno, Cosseno e Tangente no Círculo Trigonométrico

Fonte: Autora (2019).

Figura 5: Bolsista auxiliando aluno na atividade proposta com software matemático

Fonte: Autora (2019).

4 I DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Essa experiência nos propiciou pensar os novos meios para produção e construção do conhecimento do aluno, além de que, foram observados que os alunos que tiveram conhecimento prévio do conteúdo e após foram no Laboratório de Informática para a realização da oficina tiveram um excelente desempenho, ressaltando a importância do trabalho em sala de aula e do papel do professor como facilitador no processo da aprendizagem.

Já a turma que teve a abordagem do conteúdo durante a construção das atividades, encontrou dificuldade para associação e assimilação do conteúdo, evidenciando que as Tecnologias por si só não são suficientes para que haja compreensão sobre determinados conhecimentos da área da Matemática, e que algumas vezes é importante um trabalho inicialmente com o material de uso comum e após abordagem do tema as Tecnologias auxiliam na aplicação do mesmo para uma maior compreensão por parte do aluno.

Em virtude disso pode-se concluir que através da prática, os alunos mostraram um maior interesse e participação em resolver as atividades do componente curricular de Matemática, buscando sanar suas dúvidas e possíveis dificuldades sempre dialogando com os colegas, bolsistas e com a professora regente.

Pode-se constatar a importância do professor em possibilitar novas formas de desenvolver os conteúdos, pois assim sendo, os alunos são instigados na busca das resoluções e para nós, bolsistas, foi uma experiência gratificante elaborar e participar com os alunos das atividades.

A partir deste trabalho, podemos dizer que aprendemos na prática o que futuramente iremos realizar como profissionais da área da educação com nossos alunos empenhar-se na procura de ferramentas e diferentes maneiras de trabalho e pesquisa que possam subsidiar o processo de aprendizagem de nossos alunos.

REFERÊNCIAS

COTTA JÚNIOR, Alceu. **Novas Tecnologias Educacionais No Ensino de Matemática:** Estudo De Caso - Logo e do Cabri-Géomètre. Dissertação de Mestrado. Florianópolis, 2002.Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/ 82401/188428.pdf?sequence= 1.>. Acesso 12 out. 2015.

KENSKI , Vani Moreira. **Educação e Tecnologia.** Ed. São Paulo: Papirus , 2003.

MAIA, Eny Marisa. **Coordenação e elaboração dos PCNEM** http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso 13 out. 2015.

MARTHA, Gabriel. **Educ@r:** A (r)evolução Digital na Educação. Ed.São Paulo: Saraiva, 2013.

MATEMÁTICA, **Mídias Digitais e Didática** – tripé para formação do professor de Matemática. (Organizadores: Maria Alice Gravina, Elisabete Búrigo, Marcos Basso e Vera Garcia, 2012) Capítulo 2: Geometria Dinâmica na Escola.

RAMAL, Andrea Cecilia. **Educação na cibercultura:** Hipertextualidade, Leitura, Escrita e Aprendizagem. Porto Alegre: Artmed, 2002.

SANTOS, IRACY. **As novas tecnologias na Educação e seus reflexos nas escolas e no mundo do trabalho.** <http://www.joinpp.ufma.br/jornadas/joinppIII/html/Trabalhos2/Iracy_de_Sousa_Santos.pdf>. Acesso 13 out. 2015.

CAPÍTULO 8

JOGOS MATEMÁTICOS: UMA FORMA DESCONTRAÍDA DE APRENDER MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Julhane Alice Thomas Schulz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha, Campus Santa Rosa - RS

Maiara Andressa Streda
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha, Campus Santa Rosa - RS

RESUMO: O presente relato de experiência apresenta as atividades realizadas em uma escola pública estadual com uma turma da nona série do Ensino Fundamental, nos meses de setembro e outubro de 2017. Tais atividades foram desenvolvidas para o Componente Curricular de Estágio Curricular Supervisionado II do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - Campus Santa Rosa. Durante este período foram desenvolvidos conceitos de Equações Irracionais, Sistema de Equações do Segundo Grau, Coordenadas Cartesianas e Função Afim. Para o desenvolvimento das aulas foram utilizadas a metodologia de resolução de problemas, de jogos, além de aulas expositivas e dialogadas intercaladas com o uso de tecnologias e do recurso da tempestade cerebral. No texto que segue é mencionada a dinâmica pedagógica adotada, os pressupostos teóricos e metodológicos, nos quais é discutida a educação matemática no trabalho desenvolvido durante o período do estágio, os procedimentos didáticos metodológicos adotados nas aulas, com ênfase nas aulas desenvolvidas com a metodologia de jogos. A partir dos resultados dessas aulas, pode-se concluir que a Matemática é um campo em que a experimentação e a curiosidade devem ser constantemente estimuladas. Foi gratificante observar os alunos envolvidos com as atividades proposta durante o desenvolvimento dos jogos, buscando compreender as regras para atingir os objetivos, alcançar metas. Também é feita uma breve relação entre teoria e prática na formação do professor. Para aporte ao escrever este trabalho, foram buscados autores que defendem os conceitos abordados no decorrer do texto. Entre eles estão, Pimenta e Lima (2005), Dante (2002), Freire (2002).

PALAVRAS-CHAVE: Estágio Supervisionado; Jogos Matemáticos; Ensino de Matemática

ABSTRACT: The present report of experience presents the activities carried out in a state public school with a class of the ninth grade of Elementary School, in the months of September and October of 2017. These activities were developed for the Curricular Component of Supervised Curricular Internship II of the Course Degree in Mathematics from the Federal Institute of Education, Science and Technology Farroupilha - Campus Santa Rosa. During this period concepts of Irrational Equations, System

of Second Degree Equations, Cartesian Coordinates and Related Function were developed. For the development of the classes were used the methodology of problem solving, games, as well as expository and dialogic classes interspersed with the use of technologies and the use of the brain storm. In the text that follows, we mention the pedagogical dynamics adopted, the theoretical and methodological assumptions, in which the mathematical education in the work developed during the period of the internship is discussed, the methodological didactic procedures adopted in the classes, with emphasis on the classes developed with the methodology of games. From the results of these classes, it can be concluded that Mathematics is a field in which experimentation and curiosity must be constantly stimulated. It was gratifying to observe the students involved with the activities proposed during the development of the games, seeking to understand the rules to achieve the goals, to achieve goals. A brief relationship is also made between theory and practice in teacher training. In order to contribute in writing this work, authors who defend the concepts addressed in the course of the text were searched for. Among them are: Pimenta and Lima (2005), Dante (2002), Freire (2002).
KEYWORDS: Supervised Internship; Mathematical Games; Mathematics Teaching

1 I INTRODUÇÃO

O Estágio Curricular Supervisionado II foi desenvolvido com uma turma da nona série do Ensino Fundamental, composta por vinte e oito alunos. Além de ser um dos componentes curriculares do curso, o Estágio Supervisionado tem o papel de integrar outros componentes e conhecimentos construídos ao longo do curso de licenciatura. Cabe ao período de estágio, o desenvolvimento de atividades que proporcionem, tanto ao estagiário como para os alunos da turma de estágio, a construção de conhecimentos, possibilitando assim, a formação de sujeitos capazes de analisar, identificar, refletir e compreender (PIMENTA; LIMA, 2005).

Durante toda a intervenção, observou-se que a turma apresentou bastante interesse nas aulas desenvolvidas com metodologias diferenciadas, os alunos se mostraram participativos, pois eram desafiados pelas atividades propostas, porém percebeu-se também certa resistência dos alunos em desenvolverem as atividades extraclasses, os populares temas de casa.

Ao trabalhar, desenvolver aulas com o uso de jogos tem-se como objetivo desenvolver com os alunos habilidades matemáticas, auxiliá-los na compreensão das etapas necessárias para chegar ao resultado final, os jogos também desenvolvem a criatividade, a autoestima e o trabalho em grupo.

2 I METODOLOGIA

“Eu ouço e esqueço. Eu vejo e lembro. Eu faço e entendo” (FRANKLIN, 1916). Essa ideia vem de encontro com o que Freire (2001) defende ao afirmar que os professores aprendem a ensinar pela observação de aulas, pelo desempenho na sala de aula, e pela interação com os seus pares e com os seus orientadores.

Nesse sentido, tem-se o Estágio como primeiro contato direto com a prática profissional do ser professor. O estágio proporciona ao professor em formação a “aquisição de um saber, de um saber fazer e de um saber julgar as consequências das ações didáticas e pedagógicas desenvolvidas no quotidiano profissional” (FREIRE, 2001, p.02). Dessa forma, o estágio possibilita ao professor estagiário, em situações de planejamento e desenvolvimento do ensino, um maior envolvimento experiencial e interativo, tanto com seus orientadores como com seus alunos na sala de aula, e consequentemente “cria condições para a realização de aprendizagens que podem proporcionar a aquisição de saberes profissionais e mudanças, quer nas estruturas conceptuais, quer nas concepções de ensino” (*Idem*).

O uso de jogos nas aulas de matemática seja para abordar novos conceitos ou para revisar conteúdos é de grande valia. Para Dante (2002, p.17) “os jogos constituem um excelente recurso didático, pois levam o aluno a desempenhar um papel ativo na construção de seu conhecimento”. Os jogos ou outros instrumentos usados em aula para fins semelhantes são indispensáveis no processo de aprendizagem, pois interferem diretamente no rendimento dos alunos, principalmente para aqueles que estão em processo de construção de um pensamento mais conceitual e abstrato, pois auxiliam na compreensão das etapas realizadas até chegar ao resultado final (*Idem*).

Starepravo (1999), também defende o uso dos jogos nas aulas de matemática, ele afirma que os jogos desafiam os alunos de um modo que vai além do âmbito cognitivo, pois, quando o professor usa os jogos como uma metodologia de ensino e aprendizagem, os alunos deparam-se com regras. E estas regras os levam a envolver-se em discussões, uma vez que não estão mais sozinhos, mas em um grupo ou em uma equipe de jogadores. Estes conflitos são excelentes oportunidades para alcançar conquistas sociais e desenvolver a autonomia.

3 I RESULTADOS

Para Freire (2001, p. 02) “o ensino não é um processo linear de transmissão de conhecimentos, pois envolve o aprendente num processo activo de aprendizagem”. Em outras palavras, o professor deve ser um provocador de ideias e não um transmissor de conhecimento. É um ato de ensinar algo a alguém, ou seja, “professor ensina algo ao seu aluno, ensina algo que conhece e julga importante que o outro também venha a conhecer” (BICUDO, 2005, p. 51). Para esse mesmo autor, a construção de conhecimentos “traz em si a presença de um ato criador, gerador do conhecimento, de uma lógica a ele peculiar, de um certo modo característico de expressão, de comunicação e de possibilidade de entendimento” (idem).

No decorrer do período de regência de classe foram planejadas e desenvolvidas algumas aulas com a metodologia de jogos, entre eles o Jogo da Memória das Equações

Irracionais. Este jogo foi proposto com o objetivo de revisar conteúdos, visto que o jogo didático serve para "fixação ou treino da aprendizagem. É uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico. [...] Ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem" (ALBUQUERQUE, 1954, p. 33). Nesse jogo haviam peças representadas pelo conjunto solução e as outras pela equação a ser resolvida (Figura 1).

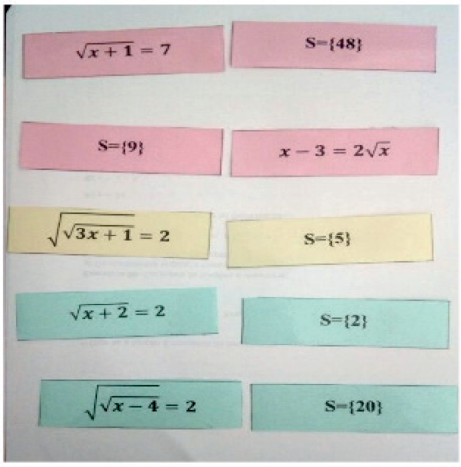


Figura 1: Jogo da Memória de Equações Irracionais

Fonte: Dados do Estágio (2017)

Os alunos precisavam resolver as equações e encontrar a peça com o conjunto solução correspondente. Na Figura 2 pode ser observada a disposição do jogo de um grupo. De acordo com Groenwald e Timm (2002, s/p.), "a aprendizagem através de jogos, como dominó, palavras cruzadas, memória e outros permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e até divertido".

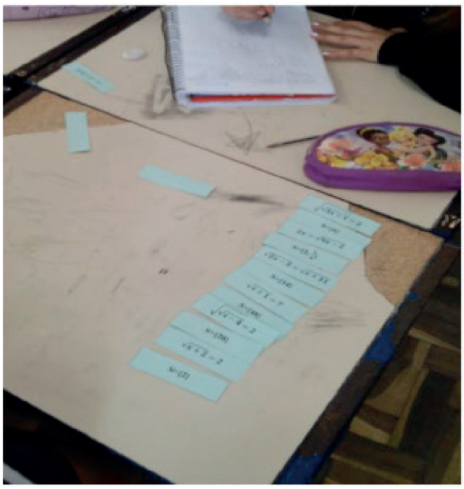


Figura 2: Desenvolvimento do Jogo da Memória das Equações Irracionais

Fonte: Dados do Estágio (2017)

A maioria da turma demonstrou interesse pelo jogo, foi perceptível a mobilização ao se organizarem em grupos, ao chamarem a professora para esclarecer as dúvidas e a vontade de continuar jogando, pois, mesmo depois de já terem organizados todos os pares, embaralhavam as peças para jogar novamente. Neste jogo a principal dificuldade encontrada pelos alunos foi desenvolver os cálculos que apresentavam produto notável, com o objetivo de esclarecer as dúvidas dos alunos referentes ao desenvolvimento de produtos notáveis foram desenvolvidos exemplos explicativos no quadro da sala.

Nas aulas, não só de matemática, os jogos podem ser empregados para introduzir, aprimorar conteúdos, além de preparar o aluno para aprofundar conceitos já estudados. Para que o estudante seja capaz de construir conceitos matemáticos de importância para ele é preciso que os jogos sejam escolhidos e preparados com certo cuidado (MOTOKANE, s/d). Com o objetivo de aprimorar o conteúdo de Plano Cartesiano foi desenvolvido outro jogo, o Jogo da Batalha Naval no Plano Cartesiano, com o intuito de aprofundar os conhecimentos sobre pares ordenados e a marcação de pontos no plano cartesiano.

Neste jogo os alunos foram orientados a organizarem-se em trios sendo dois jogadores e um o juiz. Nas Figuras 3 e 4 podem ser observados os planos cartesianos de dois alunos, com suas embarcações coloridas.

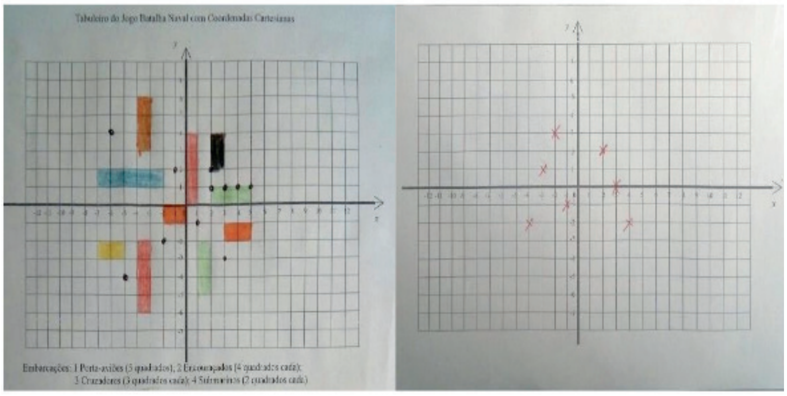


Figura 3: Jogo Batalha Naval

Fonte: Dados do Estágio (2017)

Figura 4: Alunos Jogando o Jogo Batalha Naval

Fonte: Dados do Estágio (2017)

Durante a realização do jogo, ao passar pelos jogadores, pôde-se perceber que alguns sentiam dificuldades em localizar os pontos, trocando por algumas vezes as coordenadas, confundindo x e y. Mas apesar das dificuldades de alguns, a turma desenvolveu a atividade proposta com entusiasmo e disposição. Percebeu-se, nesse jogo, que os alunos auxiliavam uns aos outros nos momentos de marcar de forma correta o ponto no plano cartesiano, e sempre que necessário solicitavam ajuda da professora quando se sentiam inseguros de alguma jogada.

Faz-se importante, cada vez mais, que seja investido em jogos que visem alcançar objetivos concretos, os quais improvavelmente seriam desenvolvidos durante aulas de ensino tradicional. Segundo os PCN, esses objetivos são essenciais para uma boa convivência em grupo. Entre eles estão o "desenvolvimento de pensamento divergente, capacidade de trabalhar em equipe, disposição para procurar e aceitar críticas, disposição do risco, do desenvolvimento do pensamento crítico, saber comunicar-se" (BRASIL, 1998, p. 24).

É preciso dar ao aluno o direito de aprender de forma que seja significativo para ele. Esse aprender não deve ser "um aprender mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um 'aprender' que se esvazia em brincadeiras" (FIORENTINI, MIORIM, 1990, p. 04). Mas sim, um aprender no qual ele possa "participar ativamente raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido" (Idem) com o objetivo de fazê-lo superar sua visão fragmentada e parcial da realidade. Como meio para que isso aconteça, o uso de material concreto ou de jogos é fundamental.

Nessa perspectiva, foi desenvolvido o Jogo da Família das Funções de Primeiro Grau que teve como objetivo proporcionar aos alunos o reconhecimento das diversas formas de representação de uma função. Relacionado a isto, Saraiva, Teixeira e Andrade (2010, p. 3) destacam que

> As representações são a chave para a aprendizagem conceptual e determinam muitas vezes o que é aprendido. A capacidade de representar e identificar o mesmo conceito em diferentes representações permite aos alunos observar relações importantes e desenvolver uma compreensão profunda do conceito. No estudo das funções, é necessário promover a distinção entre o conceito de função e os seus diferentes tipos de representação (numérica/tabelar; algébrica; gráfica; linguagem natural).

Esse jogo possibilita aos alunos identificarem características de funções do 1º grau e função constante, bem como aperfeiçoar as habilidades de leitura e análise de gráficos. A seguir, na Figura 5, pode-se observar a organização do jogo de um grupo de alunos. Houve uma boa aceitação da turma para com esta atividade, os alunos não demonstraram dificuldades ao desenvolver os exercícios propostos pelo jogo.

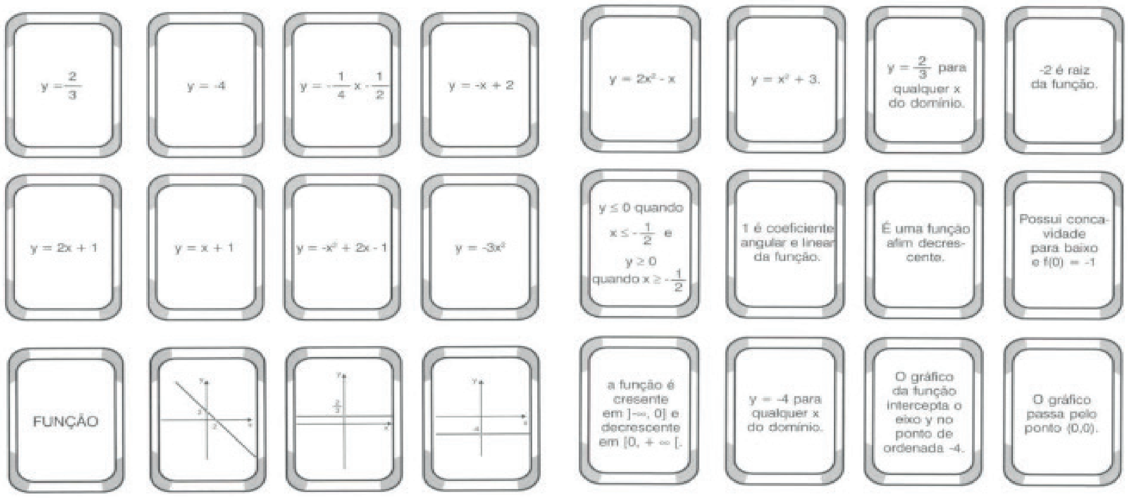


Figura 5: Jogo Família das Funções

Fonte: Dados do estágio (2017)

O objetivo de se trabalhar estes jogos foi além de, meramente, desenvolver habilidades matemáticas, foi também conduzir uma formação educativa, sendo o aluno tratado como cidadão, estimulando nele o espírito de jogo e de competição, o saber vencer e o saber perder, desenvolvendo sua autoconfiança, pois é por meio de jogo que o aluno "deve treinar honestidade, companheirismo, atitude de simpatia ao vencedor ou ao vencido, respeito as regras estabelecidas, disciplina consciente, acato às decisões do juiz" (ALBUQUERQUE, 1954, p. 34).

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Professor e aluno aprendem juntos, em uma troca de experiências, e esta troca é que proporciona crescimento aguçando a curiosidade investigativa. Para Freire (2002, p.12) "não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro". Todos são capazes de aprender e cada um cresce no convívio com o outro, fortalecendo a inteligência que lhe é peculiar. Entender de que forma se aprende, faz-se necessário para que se possa planejar melhor as aulas, pois "quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender. Quem ensina, ensina alguma coisa a alguém" (Idem).

Houve uma boa interação com a turma, conseguindo envolvê-los nas atividades. Sempre com algumas exceções, a turma foi receptiva, demonstrando interesse pelas atividades propostas durante as aulas. Mesmo havendo dificuldades sobre o conteúdo, foi possível perceber que é importante trabalhar com recursos diferenciados, proporcionando aulas motivadoras, capazes de despertar no aluno o interesse em aprender, facilitando assim o ensino e a aprendizagem de matemática.

Pode-se destacar a importância da utilização de metodologias diferenciadas, o quanto estas auxiliam no processo de ensino e aprendizagem e ainda contribuem na formação moral e social de indivíduos.

É a partir do período de estágio que se passa a viver, sentir, o que até então era apenas estudado durante as disciplinas pedagógicas, é durante o estágio que o futuro professor começa a repensar seu planejamento, inicia uma análise, auto avaliando-se, a fim de aperfeiçoar as práticas desenvolvidas nesse período, fazendo uma crítica relação entre teoria e prática. Isto significa que, ser professor é estar em constantes adaptações, tanto com o meio como consigo mesmo, com o trabalho realizado.

É nesse momento, quando o licenciando se coloca frente à escola, como professor regente de uma turma, quando ele se responsabiliza por um papel ativo diante da vida escolar. É a partir dessa experiência na escola como professor, que ele começa a desenvolver habilidades, competências e responsabilidades, construindo assim sua identidade docente.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, I. de. **Metodologia da Matemática**. Rio de Janeiro: Conquista, 1954.

BICUDO, M. A. V. **Educação Matemática.** 2 ed. São Paulo: Centauro, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, 1998.

DANTE, L. R. **Coleção Tudo é Matemática. Manual Pedagógico do Professor**. São Paulo: Ática, 2002.

FIORENTINI, D., & MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.** Boletim da SBEM-SP, 1990.

FRANKLIN, B. **A autobiografia de Benjamin Franklin** . Garden City Publishing Company, 1916.

FREIRE, A. M. **Concepções orientadoras do processo de aprendizagem do ensino nos estágios pedagógicos**. Universidade de Lisboa. Lisboa, Portugal. 2001. Disponível em: < http://www.educ.fc.ul. >. Acesso em: nov. 2017.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2002.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. 2002. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br> Acesso em nov. 2017.

MOTOKANE, L. V. P. **JOGOS MATEMÁTICOS: O Jogo "Fatorando"**. Colégio Victor Frankl. Sem data.

PIMENTA, S. G; LIMA, M. S. L. **Estágio e docência: diferentes concepções**. Revista Poíesis, v. 3, n. 3, p. 5-24, 2005.

SARAIVA, M. J.; TEIXEIRA, A. M.; ANDRADE,J. M. **Estudos de funções no programa de matemática com problemas e tarefas de exploração.** Universidade da Beira Interior, Lisboa, 2010. Disponível em: < https://wordpress.apm.pt>. Acesso em: nov. 2017.

STAREPRAVO, A. R. **Jogos, desafios e descobertas: o jogo e a matemática no ensino fundamental – séries iniciais.** Curitiba: Renascer, 1999.

CAPÍTULO 9

O CONCEITO DE FRAÇÕES ABORDADO ATRAVÉS METODOLOGIAS DIFERENCIADAS

Ana Cláudia Pires de Oliveira Bueno
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa – RS

Julhane Alice Thomas Schulz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – *Campus* Santa Rosa - RS

RESUMO: Este trabalho visa relatar a experiência vivenciada durante o componente de Estágio Curricular Supervisionado II, do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha - *Campus* Santa Rosa. O mesmo foi desenvolvido no 6º Ano do Ensino Fundamental do Instituto Estadual de Educação Visconde de Cairu localizado em Santa Rosa - RS. As atividades propostas tiveram por objetivo abordar os conceitos de Frações e suas representações tanto numéricas quanto geométricas. Para isso, embasou-se nos documentos oficiais como o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (2009) e Parâmetros Curriculares Nacionais (1998). Além disso, utilizou-se os estudos e pressupostos na escolha das metodologias de ensino, Metodologia de Jogos Smole, Diniz e Candido (2007) aliadas à utilização de materiais manipulativos Carvalho (2011) e Investigação Matemática Ponte, Brocardo e Oliveira (2006). Concluiu-se que o uso de métodos diversificados tornou-se eficaz na construção do conhecimento dos educandos, que demonstraram grande interesse em realizar as atividades propostas. Estes relataram também o quanto facilitou o processo de ensino e aprendizagem o uso de materiais manipuláveis unidos com a abordagem de novas estratégias metodológicas de ensino, o que favoreceu na compreensão dos conteúdos abordados. Da mesma forma, vivenciar o período de estágio proporciona a licencianda, colocar em prática a teoria abordada durante a formação.

PALAVRAS-CHAVE: Frações; Investigação Matemática; Materiais Manipuláveis; Jogos; Ensino da Matemática.

ABSTRACT: This paper aims to report the experience lived during the Supervised Curricular Internship II component of the Mathematics Degree Course of the Federal Institute Farroupilha Campus Santa Rosa. It was developed in the 6th grade of elementary school at the Viscount de Cairu State Institute of Education located in Santa Rosa-RS. The proposed activities aimed to address the concepts of Fractions and their numerical and geometric representations. For this, it was based on official documents such as the Rio Grande do Sul Curricular Reference (2009) and National Curriculum Parameters (1998). In addition, we

used the studies and assumptions in the choice of teaching methodologies, Smole, Diniz and Candido Games Methodology (2007) combined with the use of manipulative materials Carvalho (2011) and Mathematical Research Ponte, Brocardo and Oliveira (2006). It was concluded that the use of diversified methods became effective in building the knowledge of the students, who showed great interest in carrying out the proposed activities. They also reported how much it facilitated the teaching and learning process, the use of manipulable materials combined with the approach of new methodological teaching strategies, which favored the understanding of the contents covered. Likewise, experiencing the internship period provides the undergraduate, putting into practice the theory addressed during the training.
KEYWORDS: Fractions; Mathematical research; Manipulable materials; Games; Mathematics teaching.

1 I INTRODUÇÃO

O presente relato descreve algumas das atividades realizadas no Instituto Estadual de Educação Visconde de Cairu com a turma do 6º ano, para o Componente Estágio Curricular Supervisionado II do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa - RS.

O ato de planejar foi ancorado, nas orientações curriculares estaduais e nacionais. Buscou-se ao longo desse período, despertar o interesse dos alunos pelo aprender, instigando-os a pensarem sobre os conceitos e conteúdos abordados durante seu processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, durante as atividades descritas foram abordados os conceitos de números fracionários, com a intenção de auxiliar no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, as aulas foram planejadas utilizando metodologias de ensino diferenciadas como, a utilização de materiais manipulativos (CARVALHO, 2011), Metodologia de Jogos (SMOLE, DINIZ, CANDIDO, 2007) e Investigação Matemática (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2006), dentre outros recursos.

A aplicação de tais atividades proporcionou a acadêmica de Licenciatura em Matemática o primeiro contato com a docência. Permitindo colocar em prática os saberes adquiridos ao longo do curso, com o objetivo de formar o ser docente, proporcionando assim um processo de reflexão-ação de teoria e prática almejando sempre o sucesso durante o desafio de mediar conhecimentos.

Os objetivos durante o período de estágio foram voltados para irem além da simples memorização de um conteúdo. As metodologias utilizadas não se configuraram sempre da mesma maneira, materiais e exploração ampla dos questionamentos, esses de forma oral e impressa, visou tornar os alunos sujeitos autônomos, na busca da construção de saberes.

2 I PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

Durante o período de regência de classe, buscou-se despertar a curiosidade do aluno em aprender, podendo destacar também a curiosidade da educadora em usar tais metodologias, um processo amplo e cheio de desafios. Para Freire (1994, p.82): “A curiosidade do(a) professor(a) e do alunos, em ação, se encontra na base do ensino-aprender.”

Os pressupostos metodológicos relatados no presente trabalho descrevem algumas aulas decorridas durante o Estágio Curricular Supervisionado II, com enfoque nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Tais aulas fundamentaram-se nas Metodologias de Jogos, Investigação Matemática e utilização de materiais manipuláveis, explorando diversas situações para que os educandos construíssem o saber e compreendessem a importância dos números fracionários, destacando sempre como esse conceito está presente no cotidiano.

A Metodologia de Jogos por se tratar de algo lúdico e diversificado motivou os alunos a participarem das aulas. Smole, Diniz e Candido (2007, p.10) discorrem que:

> Todo jogo por natureza desafia, encanta, traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os alunos sintam-se chamados a participar das atividades com interesse.

Por esse viés, a utilização desta metodologia serviu para auxiliar no processo de aperfeiçoamento das situações de aprendizagem dos alunos, permitindo a eles testar seus conhecimentos sobre os números fracionários. Sendo uma ferramenta na busca de envolver a atenção e o interesse dos alunos pela matemática, demonstrando assim, como pode aliar o lúdico a favor do ensino.

Quanto à utilização de materiais manipuláveis Carvalho (2011, p. 107) destaca:

> O material didático não tem mera função ilustrativa. Na manipulação do material didático a ênfase não esta sobre objetos e sim sobre as operações que com eles se realizem. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor, respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele. Não é o aluno quem pesquisa, mas o professor é quem lhe mostra o que deve concluir.

Considerando este contexto, buscou-se utilizar o material manipulativo, com o objetivo de gerar a interação entre os alunos, permitindo que a partir do seu manuseio os mesmos viessem a descobrir e desvendar a relação com o conceito abordado partindo da iniciativa dos educandos, evitando fórmulas prontas ou atos mecânicos.

Dentre as metodologias utilizadas, se faz presente a Metodologia da Investigação Matemática sobre esta Ponte, Brocardo E Oliveira (2006, p. 10) afirmam:

> Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações Matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura teste-demonstração.

Com vistas nisso, atividades de cunho investigativo foram utilizadas para desenvolver os estudos dos conceitos abordados. Esse método de ensino instiga o aluno sendo que esse tem que buscar e analisar, as possíveis situações criadas para que haja o processo de ensino e aprendizagem.

3 I A PRÁTICA DESENVOLVIDA

Com o objetivo de que os alunos percebessem a relação parte/todo de uma fração, foi confeccionado e manipulado um material de dobraduras feito de papel A4 (Figura 1) e a partir desse foram feitos questionamentos. O propósito era de que os alunos percebessem a partir da investigação matemática a forma geométrica das frações e a relação entre o numerador e denominador.

Figura 1: Confecção do Material Manipulável

Fonte: Dados do estágio.

A exploração das dobraduras como material manipulável foi relevante para que os alunos compreendessem os conceitos. Partindo do manuseio desse recurso testaram e formularam soluções, o que oportunizou a eles descobrirem as suas potencialidades sem realizar procedimentos mecânicos, tornando-os assim produtores do seu próprio conhecimento.

Com o intuito dos alunos conseguirem identificar numericamente uma fração representada geometricamente, os mesmos foram desafiados a explorar os conceitos abordados no Dominó de Frações (Figura 2). O jogo foi desenvolvido em duplas e em trios.

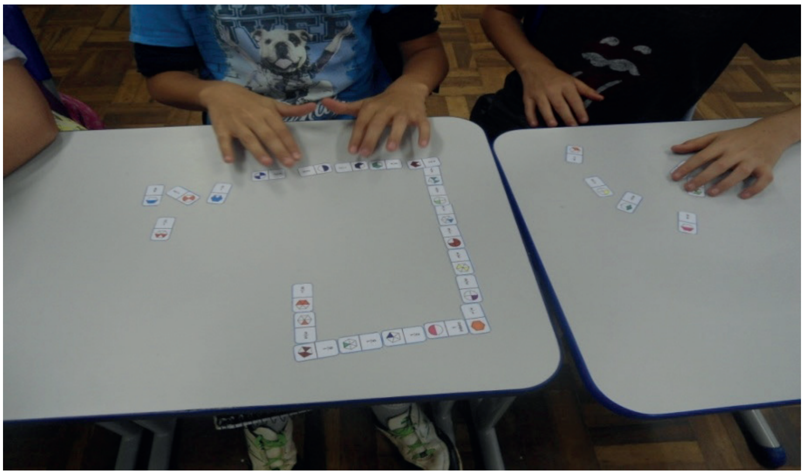


Figura 2: Jogo de Dominó de Frações

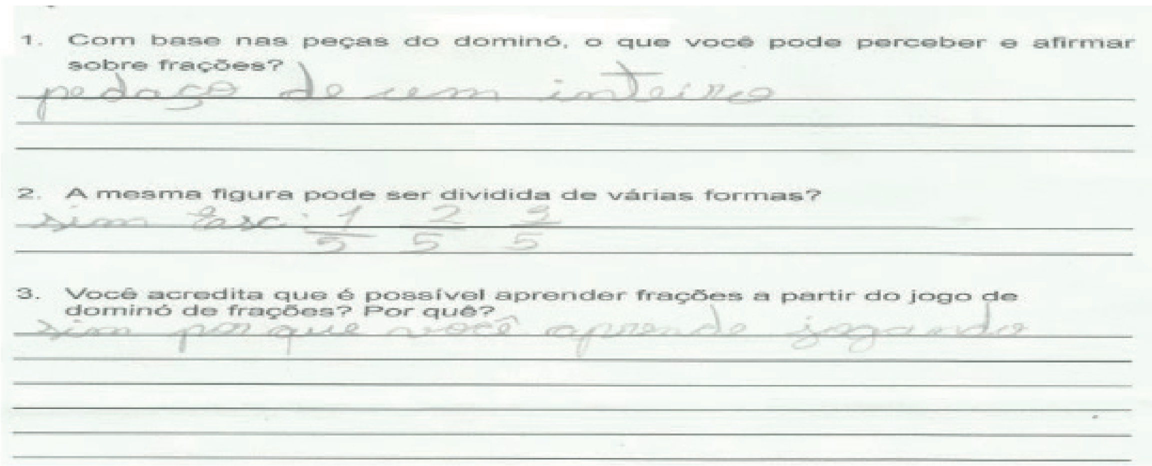
Fonte: Dados do estágio.

O lúdico foi considerado muito válido na busca pela aprendizagem. O jogo se caracterizou como uma atividade agradável e interessante aos olhos dos alunos, descrevendo se sentirem motivados a colocar em prática o conhecimento, de uma maneira diversificada sem a utilização cotidiana de materiais de uso comum como lápis e borracha.

Para obtenção do registro e também para posterior avaliação da atividade como eficácia de metodologia, foi entregue aos alunos um questionário a respeito do jogo desenvolvido, buscando sempre a opinião dos discentes acerca desse.

O objetivo do jogo era que os alunos assimilassem a fração em forma numeral com sua representação geométrica de forma lúdica e prazerosa, com base no registro (Figura 3) pode-se afirmar que o mesmo foi alcançado.

No decorrer da atividade buscou-se avaliar a participação dos alunos e o interesse nas atividades desenvolvidas, bem como mediante ao entendimento demonstrado acerca dos conceitos abordados no decorrer da realização da atividade proposta e nas folhas de registro.



1. Com base nas peças do dominó, o que você pode perceber e afirmar sobre frações?

pedaço de um inteiro

2. A mesma figura pode ser dividida de várias formas?

sim Exe: $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{3}{5}$

3. Você acredita que é possível aprender frações a partir do jogo de dominó de frações? Por quê?

sim porque você aprende jogando

Figura 3: Questionário sobre o Jogo

Fonte: Dados do estágio.

Para proporcionar a percepção do uso de frações e o conceito de número misto em nosso cotidiano, os alunos receberam em material impresso uma receita de bolo de chocolate. Após observarem esta foram questionados a respeito dos conceitos que a mesma contém, posteriormente, foram desafiados para em conjunto prepará-lo seguindo a seguinte receita.

RECEITA DE BOLO DE CHOCOLATE

Ingredientes:

4 ovos

1 e xícaras de açúcar

2 xícaras de farinha de trigo

1 e xícaras de chocolate em pó

xícara de óleo

1 xícara de leite

1 colher de fermento em pó

Figura 4: Alunos preparando o Bolo

Fonte: Dados do estágio.

Na atividade buscou-se deixar os alunos manusearem os ingredientes sozinhos, fazendo com que os mesmos se sentissem a vontade para expor suas ideias e também debatê-las, socializando-as e a partir disso, perceber na prática para posteriormente fazer a formalização do conceito em forma de exemplos numéricos e exercícios envolvendo número misto.

O horário da aula descrita contribuiu para a realização da atividade, pois estas foram ministradas das 13h30min às 15h e posteriormente das 16h às 16h50min, o período de intervalo possibilitou para a professora estagiária o tempo necessário para assar o bolo e preparar sua cobertura.

Após o bolo estar pronto os alunos foram desafiados a dividi-lo em partes iguais, por se tratar de um bolo redondo estes foram questionados de como poderiam proceder, retomando o conteúdo de representação geométrica de frações já abordadas em aulas anteriores. Em discussão conjunta os alunos chegaram a seguinte solução, primeiro o bolo foi dividido em quatro partes, cada $^1/_4$ desse foi dividido também em quatro partes e assim cada um comeu uma fatia que representa $^1/_{16}$ do todo. Mesmo sem perceber numericamente os alunos estavam construindo o conceito de divisão de frações, conteúdo que seria abordado posteriormente.

A partir da atividade realizada, cabe refletir a forma como os conteúdos estão interligados, e quão válido pode ser instigar os alunos a criarem estratégias e buscarem a solução, tornando esses pensadores a respeito da matemática partindo de algo tão simples do cotidiano, um bolo. Reflete-se que esse poderia ser ainda mais explorado, a partir da solução que os alunos apresentaram.

A equivalência de frações foi abordada a partir de uma atividade de investigação matemática com questionamentos em material impresso (Figura 7), essa tinha por objetivo analisar as estratégias que os alunos desenvolviam para chegar às suas conjecturas. Para isso, foram utilizadas as peças de jogo "Equivalência de Frações" (Figura 5), com o intuito que os educandos manipulassem as peças e sobrepusessem umas sobre as outras (Figura 6), percebendo assim o conceito de frações equivalentes.

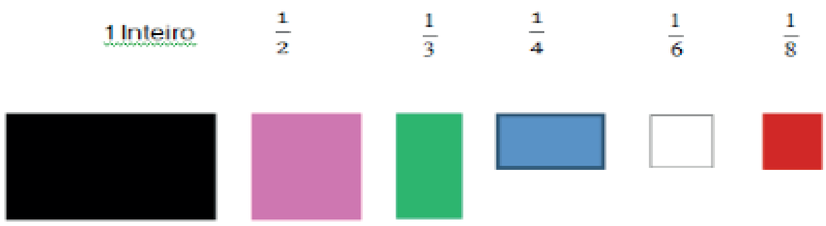


Figura 5: Peças do Jogo Equivalência de Frações

Dados do estágio.

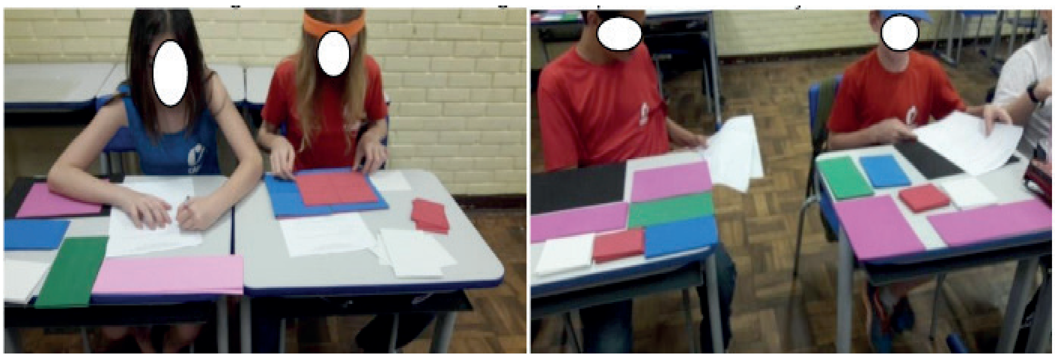
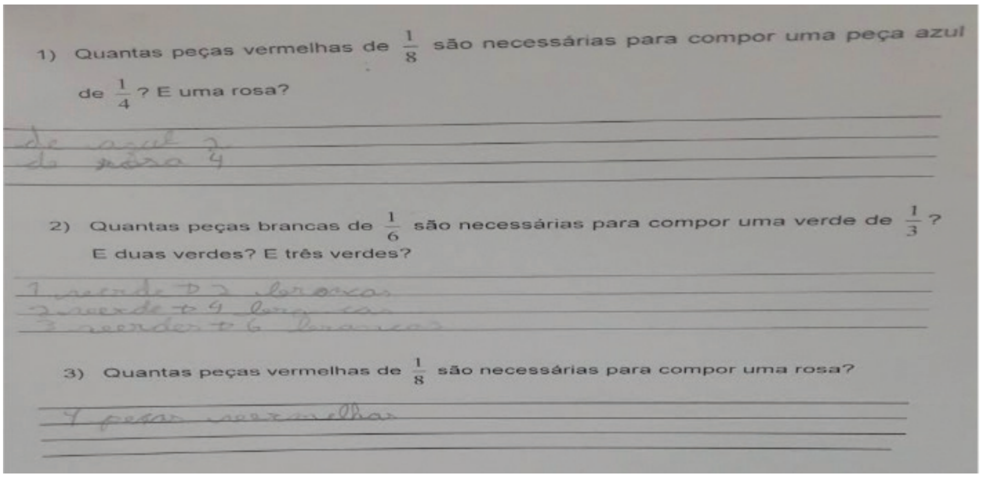


Figura 6: Atividade Investigativa Equivalência de Frações

Fonte: Dados do estágio.



1) Quantas peças vermelhas de $\frac{1}{8}$ são necessárias para compor uma peça azul de $\frac{1}{4}$? E uma rosa?

de azul 2
de rosa 4

2) Quantas peças brancas de $\frac{1}{6}$ são necessárias para compor uma verde de $\frac{1}{3}$? E duas verdes? E três verdes?

1 verde → 2 brancas
2 verde → 4 brancas
3 verdes → 6 brancas

3) Quantas peças vermelhas de $\frac{1}{8}$ são necessárias para compor uma rosa?

4 peças vermelhas

Figura 7: Registro sobre a Atividade Equivalência de Frações

Fonte: Dados do estágio.

O uso das peças do jogo como material manipulável colaborou para uma aprendizagem significativa dos alunos referente às relações parte-todo e equivalência de frações. Pode-se perceber que ao manuseá-las os alunos compreenderam conceitos como, que frações diferentes podem representar a mesma medida, relacionando isso a frações equivalentes.

Após isso, na sequência da aula foi utilizado o Jogo Equivalência de Frações. Os alunos foram dispostos em grupos (Figura 8) de no máximo três integrantes.

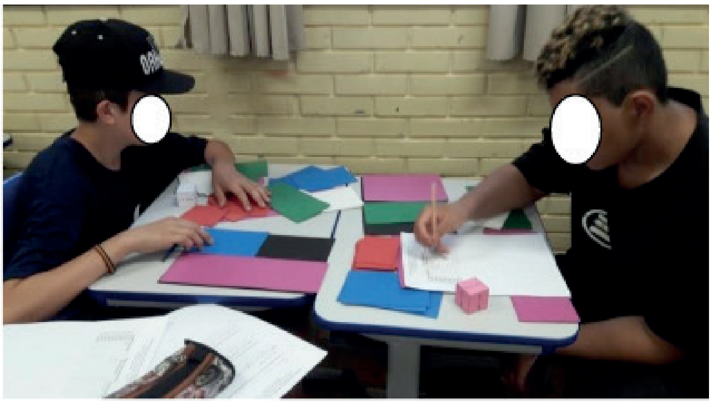


Figura 8: Alunos jogando o Jogo Equivalência de Frações

Fonte: Dados do estágio.

De forma oral ao final desta aula cada jogador descreveu as estratégias utilizadas, apresentando a tabela de jogadas, debatendo entre si e assim, retomando o conteúdo abordado. Cabe ressaltar que os alunos relataram que identificaram seus erros no decorrer da partida.

As operações de soma e subtração de frações foram exploradas com o auxílio do material manipulável denominado Frac-Soma 235 que consiste em barras do mesmo tamanho, divididas em peças congruentes.

Nesse sentido, durante essa atividade os alunos foram instigados a criarem o conceito de soma e subtração de fração por meio da Investigação Matemática aliada ao uso de material manipulável. A atividade foi registrada no caderno em um questionário de cunho investigativo, justamente para direcionar os alunos a formular suas próprias conjecturas sobre o conteúdo.

Em posse do Frac-soma 235 (Figura 9), os alunos realizaram a exploração do material manipulável que possibilitou a realização de soma e subtrações de frações de mesmo denominador, com isso, perceberam que apenas o numerador era alterado nessas operações. Posteriormente de forma expositiva e dialogada foi abordado o mesmo conteúdo, porém com denominadores diferentes, o que gerou o cálculo do mínimo múltiplo comum.

Figura 9: Alunos manuseando o Frac-Soma 235

Fonte: Dados do estágio.

Dobraduras foram confeccionadas para serem utilizadas posteriormente como material manipulável, abordando com as mesmas, os conceitos de multiplicação e divisão de frações. Partindo desse material, foi aplicado à metodologia de Investigação Matemática, com o objetivo de que os alunos criassem o conceito de tais conteúdos, possibilitando aos mesmos visualizar como as operações são feitas na forma geométrica.

As orientações para confeccionar a dobradura (Figura 10) foram que os alunos dividissem o retângulo (dobrando) um de seus lados em três partes iguais, representando a fração $^1/_3$ (colorindo). Posteriormente dividindo o outro lado do retângulo em quatro partes iguais, representando a fração $^2/_4$ (colorindo de outra cor).

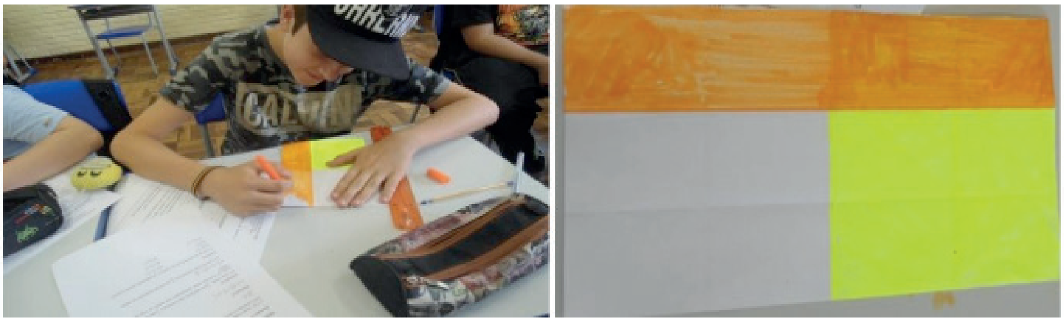
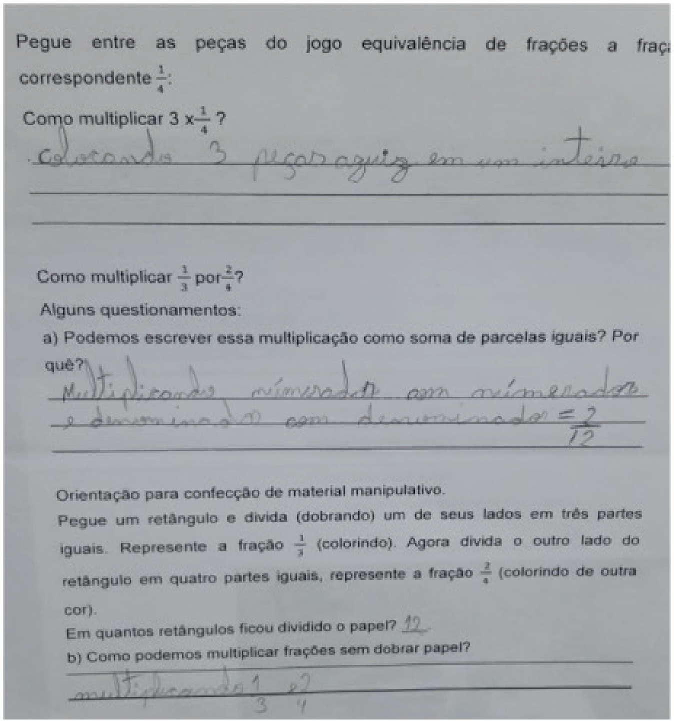


Figura 10: Registro da Dobradura do Aluno

Dados do estágio.

A partir disso os alunos puderam observar então que $1/3 = 4/12$ e $2/4$, de $1/3$ é $2/12 = 1/6$. Logo $1/3 \times 2/4 = 2/12 = 1/6$, chegando assim no resultado da multiplicação proposta (Figura 11), representada geometricamente com base nas partes em que as cores se misturaram.



Pegue entre as peças do jogo equivalência de frações a fraç[ão] correspondente $\frac{1}{4}$:

Como multiplicar $3 \times \frac{1}{4}$?

colocando 3 peças azuis em um inteiro

Como multiplicar $\frac{1}{3}$ por $\frac{2}{4}$?

Alguns questionamentos:

a) Podemos escrever essa multiplicação como soma de parcelas iguais? Por quê?

Multiplicando numerador com numerador e denominador com denominador $= \frac{2}{12}$

Orientação para confecção de material manipulativo.

Pegue um retângulo e divida (dobrando) um de seus lados em três partes iguais. Represente a fração $\frac{1}{3}$ (colorindo). Agora divida o outro lado do retângulo em quatro partes iguais, represente a fração $\frac{2}{4}$ (colorindo de outra cor).

Em quantos retângulos ficou dividido o papel? 12

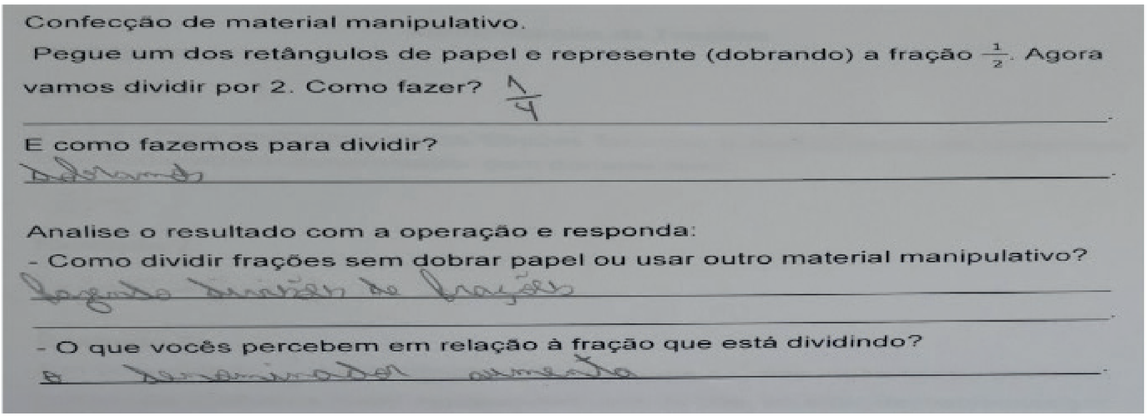
b) Como podemos multiplicar frações sem dobrar papel?

multiplicando $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{4}$

Figura 11: Registro da Atividade de Multiplicação de Frações

Fonte: Dados do estágio.

Também foram desenvolvidas atividades envolvendo material manipulativo (dobraduras), para explorar a operação de Divisão de Frações, através da Investigação Matemática. Após foram distribuídos aos alunos retângulos de papel juntamente com a folha de registro (Figura 12) que descreve as orientações.



Confecção de material manipulativo.

Pegue um dos retângulos de papel e represente (dobrando) a fração $\frac{1}{2}$. Agora vamos dividir por 2. Como fazer? $\frac{1}{4}$

E como fazemos para dividir?

Dobrando

Analise o resultado com a operação e responda:

- Como dividir frações sem dobrar papel ou usar outro material manipulativo?

fazendo divisões de frações

- O que vocês percebem em relação à fração que está dividindo?

o denominador aumenta

Figura 12: Registro de Divisão de Frações

Fonte: Dados do estágio.

O objetivo dessas atividades de investigação foi despertar o interesse dos discentes, manipulando os materiais manipulativos confeccionados e assim criando seus próprios conceitos. Freire, (1996, p.85) descreve a atuação docente:

> Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino. Exercer a minha curiosidade de forma correta é um direito que tenho como gente e a que corresponde o dever de lutar por ele, o direito à curiosidade.

Com isso, entende-se que a metodologia de Investigação proporciona estimular a curiosidade dos alunos e a mesma foi de grande relevância no processo de ensino para a introdução dos conceitos de multiplicação e divisão de frações, movendo os alunos a chegar as suas conclusões.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo das atividades desenvolvidas, foi possível perceber um maior interesse dos alunos por se tratar de metodologias diferenciadas, portanto para que o processo de ensino e aprendizagem destes ocorresse de forma significativa, buscou-se explorar amplamente tais metodologias, para que a construção do conhecimento dos educandos acerca dos conceitos abordados sucedesse de maneira eficaz.

Destaca-se também o quão relevante é o ato de planejar, usando como referência os documentos que norteiam a educação e também os que regem a escola, esses foram de extrema importância para a elaboração das ações docentes desenvolvidas. Elencando objetivos, possibilitando a posterior reflexão e verificação se esses foram alcançados. Instigar os alunos a criarem estratégias e chegarem a suas próprias hipóteses e conjecturas sempre foi o maior desafio.

Sabe-se que o processo de ensino aprendizagem envolvem os aspectos cognitivos, emocionais e pedagógicos por intermédio de estímulos, por isso, buscou-se sempre estimular os alunos e demonstrar suas capacidades. A aprendizagem foi significativa, pois gerou transformações nos indivíduos que aprenderam até mesmo alguns que costumavam não participar das aulas desenvolveram as atividades propostas. Estabeleceu-se uma boa relação, a reciprocidade entre a docente e os discentes foi satisfatória gerando um trabalho produtivo.

Esse movimento de colocar em prática os conhecimentos teóricos abordados ao longo da jornada acadêmica possibilitou aprimorar os distintos métodos de ensino e aprendizagem utilizados ao longo desse período. A experiência vivenciada pela licencianda evidenciou ainda mais o desejo em permanecer atuando na área educação, buscando todas as formas reflexivas para evoluir. Portanto, o uso de metodologias diferenciadas durante o Componente Estágio Curricular Supervisionado II foi de extrema importância na composição da futura docente.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do Ensino da Matemática.** 4 Ed. São Paulo: Editora Cortez, 2011.

FREIRE, P. **Pedagogia da Esperança**. São Paulo: Paz e Terra, 1994.

_______, P. **Pedagogia da autonomia:** Saberes Necessários à Pratica Educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H.. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 1. ed. , 2. reimpr. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CANDIDO, P. **Cadernos do Mathema - Jogos de Matemática de 6º a 9º ano**. Porto Alegre, RS: Artmed Editora, 2007.

CAPÍTULO 10

O USO DE MATERIAL CONCRETO NA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO EM UM 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Elisabete Silva da Silva
Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (Uergs), Unidade Universitária em Cruz Alta.
Escola CooperAção – Cruz Alta - RS

Fabrício Soares
Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (Uergs), Unidade Universitária em Cruz Alta - RS

Helenara Machado de Souza
Universidade Estadual do Rio Grande do Sul (Uergs), Unidade Universitária em Cruz Alta – RS.
Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ)

RESUMO: O presente estudo teve por objetivo geral a ser atingido: "Verificar quais as contribuições do uso do material concreto na construção/compreensão do conceito de fração em um 4º ano do ensino fundamental da Escola Cooperação, localizada no município de Cruz Alta Rio Grande do Sul". As atividades desenvolvidas pelos alunos, foram organizadas em três encontros, elaborados no formato de oficinas, onde realizaram atividades utilizando recorte, dobradura, visando a construção/compreensão do conceito de frações. A escolha desse tema foi devido a necessidade de estabelecer uma relação entre teoria e prática com o intuito de facilitar a compreensão do ensino de fração. Para atender este objetivo, foi realizada uma pesquisa considerando os pressupostos teóricos da pesquisa-ação, que teve como instrumento de coleta de dados diário de campo, análise das atividades desenvolvidas para o grupo de pesquisados em questão. Tal pesquisa está fundamentada nos estudos de Jean Piaget, Celso Antunes e Mary Rangel. A análise dos dados foi realizada a partir da interpretação de gráficos, construídos por meio das atividades realizadas pelos alunos e de elaborada com base nas informações obtidas por meio dos demais instrumentos de coleta de dados. Com a realização da proposta aqui descrita, tornou-se possível proporcionar a este grupo de alunos uma aprendizagem mais significativa com o material concreto, pois após as análises de dados foi possível perceber o quanto esses materiais são importantes para o aprendizado do aluno.

PALAVRAS-CHAVE: Material concreto. Aprendizagem Significativa. Conceito de fração.

THE USE OF CONCRETE MATERIAL TO OF UNDERSTANDING OF FRACTION CONCEPT IN A 4TH YEAR OF ELEMENTARY SCHOOL

ABSTRACT: The present study had as general objective to be reached: "Verify what are the contributions of the use of the concrete material in the construction/understanding of the concept

of fraction in a 4th year of the basic education of the High School Cooperação, localized in the municipality of Cruz Alta, Rio Grande do Sul". The developed activities by the students, were organized in three meetings, elaborated in the format of workshops, where were performed activities using clipping, folding, aiming the construction/understanding of the concept of fraction. The choice this theme was due the necessity of stablish a relationship between theory and practice with the purpose of facility the understanding of the fraction teaching. To attend this goal, was performed a field research, which had as instrument of daily data collect of field, analysis of the activities developed to a group of researched in question. Such research is substantiated on the studies of Gean Piaget, Celso Antunes and Mary Rangel. The analysis of the data was performed from the interpretation of graphics, built by the means of the activities performed by the students and elaborated with base on obtained information by the means of the others instruments of data collect. With the realization of the proposal described here, became possible afford for this group of students a more meaningful learning with the concrete material, because after the analysis of data was possible realize how much this material are important for the learning of the student.
KEYWORDS:. Concrete Material. Meaningful learning. Fraction concept.

1 I INTRODUÇÃO

Considerando a importância do aprendizado de matemática na vida escolar das crianças, torna-se indispensável inserir material concreto para iniciar o ensino de frações para alunos do 4º ano do ensino fundamental, estimulando o raciocínio lógico – matemático.

Ao apresentar materiais concretos para o aluno, após a teoria do conteúdo de frações, com dobraduras, por exemplo, possibilitará a ele pensar em outras possibilidades para a resolução do problema, assim, será instigado a manusear os materiais para entender o processo com mais facilidade e de maneira lúdica.

Atualmente, torna-se necessário levar o lúdico a sala de aula para que o aluno sinta prazer em realizar as atividades propostas de forma leve e descontraída, fazendo com que ele aprenda com o coletivo, buscando soluções e construindo estratégias.

Neste sentido, desenvolveu-se o presente estudo, partindo do seguinte questionamento: quais as contribuições do uso do material concreto na construção/compreensão do conceito de fração em um 4º ano do ensino fundamental?

A escolha do tema para a pesquisa foi pensada a partir das dificuldades que os alunos dos anos iniciais têm em relação ao conteúdo de frações, na maioria das vezes esse conteúdo é ministrado apenas com teoria de forma mecânica, sem a utilização de material concreto o que contribui para um ensino cansativo e pouco significativo.

2 I METODOLOGIA

Como o objetivo geral deste projeto de pesquisa foi "Verificar quais as possíveis contribuições proporcionadas pelo uso de materiais concretos para a construção/compreensão do conceito de frações em um 4 º ano", entendeu-se que a pesquisa-ação seria o tipo mais adequado de pesquisa a ser desenvolvido, pois conforme Thiollent,

> [...] a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (2009, p. 16).

Participaram desta pesquisa um grupo de 12 (doze) alunos que estudavam no 4º ano do ensino fundamental de uma escola particular da cidade de Cruz Alta – RS, a maioria com idade entre 9 e 10 anos, pertencente a classe socioeconômica média de renda. O objeto de estudos foram as atividades apresentadas a eles juntamente com o material concreto construído pelos alunos para a resolução dos problemas apresentados.

As atividades para a coleta de dados tiveram início a partir de três oficinas que foram elaboradas para os alunos do 4º ano do ensino fundamental. Primeiro foi entregue a eles uma folha com a noção do que seria fração, em seguida uma explicação sobre o conteúdo, na sequência receberam as folhas para construírem o material concreto, após receberam as atividades para que resolvessem sem o auxílio do material concreto, em seguida a mesma atividade para que fosse resolvida com os materiais concretos que foram confeccionados por eles e, por fim, uma outra atividade para que fizessem a representação fracionária em desenhos.

3 I PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Desde o início o ser humano utiliza números para contagem, ao longo do tempo esses números foram se modificando até chegar aos símbolos que conhecemos hoje.

O componente de matemática nos anos iniciais é extremamente importante para a vida escolar e social do aluno, através deste ensino ele constrói a sua cidadania e adquire conhecimento, sendo capaz de criar soluções para resolver os problemas do seu cotidiano, pois conforme direciona a Base Nacional Comum Curricular (2018, p. 264),

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e percebe o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

Para que ocorra a construção de conhecimentos no ensino de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental, o aluno deve dominar conceitos básicos da disciplina que são as quatro operações, adição, subtração, multiplicação e divisão, pois ao dominar estas operações esse aluno estará preparado para compreender com mais facilidade todo o processo matemático.

Ao ensinar matemática para os alunos, o professor deve desafiá-los a refletir sobre o problema, criar situações onde ele possa encontrar a resposta para a resolução desse problema, compreendendo e transformando conforme o seu entendimento, utilizando recursos didáticos como os jogos, as dobraduras entre outros materiais manipuláveis. Conforme aponta a Base Nacional Comum Curricular (2018, p. 274),

> [...] a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas.

No entanto, todo e qualquer material concreto utilizado deve estar relacionado aos conteúdos abordados, havendo uma reflexão para que o aprendizado se concretize satisfatoriamente.

Portanto, cabe ao educador refletir sobre os métodos de ensino e aplicar o que seja favorável ao aprendizado de cada aluno, criando condições para que ele possa pensar, investigar e criar, possibilitando a construção e reconstrução de seus saberes. Pois, conforme afirma Rangel (2013, p. 10),

> A escolha da metodologia de ensino e aprendizagem é feita de acordo com o aluno, suas características cognitivas e escolares, com tudo, sua natureza, sua lógica, e com contexto, ou seja, as circunstâncias e condições do aluno, do professor, da escola, da comunidade.

Assim a escolha da metodologia vai depender da característica da turma, e caberá ao professor fazer uma reflexão e um estudo para escolher o qual metodologia será abordada para favorecer a aprendizagem de cada deles.

3.1 O ensino de fração

As frações são apresentadas aos alunos a partir do 4º ano do Ensino Fundamental I e se estende até os anos finais do Fundamenta II, no entanto, o ensino de fração é complexo, requer mais atenção, conforme os PCNS (1997, p. 66).

> O estudo dos números racionais, nas suas representações fracionária e decimal, merece especial atenção, partindo da exploração de seus significados, tais como:

a relação parte/todo, quociente, razão e operador. A resolução de situações-problema com números naturais, racionais e inteiros permite, a ampliação do sentido operacional, que se desenvolve simultaneamente à compreensão dos significados dos números.

O aluno precisa entender e interpretar que um inteiro é a parte do todo, e que o todo pode ser dividido em várias partes iguais formando a representação de fração.

Ao trabalhar frações com as crianças, o professor precisa estar preparado para ensinar de maneira com que o aluno entenda a teoria aplicada a uma prática atrativa, fazendo com que ele aprenda todo o processo base do ensino de fração, pois conforme a BNCC (2018, p. 289) o aluno deve ter habilidade para reconhecer as frações mais usuais como $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}$... e reconhecer as regras do sistema de numeração decimal para um número racional.

Para ensinar fração é necessário levar metodologias que auxiliem a compreensão do aluno com este conteúdo, que se faz presente no cotidiano e é tão importante na vida escolar do aluno, pois se este conteúdo for apresentado de forma inadequada nos anos iniciais, trará consequências graves nos anos finais do ensino fundamental, portanto, o professor necessita estudar e encontrar uma forma prática que seja interessante, utilizando assuntos relacionados ao dia a dia, fazendo com que esse aluno aprenda e interaja com os outros alunos contribuindo para o crescimento e desenvolvimento de todos. De acordo com PCN (1997, p. 101),

> Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal. Uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais.

Sendo assim, o professor deve promover situações em que os alunos coloquem em prática o aprendizado de sala de aula, com dinamismo, oportunizando a socialização, a troca de conhecimentos entre eles, favorecendo um aprendizado individual e coletivo, evitando frustrações e possíveis bloqueios.

3.2 O uso do material concreto

O material concreto no ensino de matemática surgiu para facilitar a aprendizagem do aluno de forma lúdica, dando a ele possibilidades de fazer relações entre a teoria e a prática. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 30),

> O conhecimento matemático formalizado precisa, necessariamente, ser transformado para se tornar passível de ser ensinado/aprendido; ou seja, a obra e o pensamento do matemático teórico não são passíveis de comunicação direta aos alunos. Essa consideração implica rever a ideia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência.

Considerando, ainda, os estudos de Jean Piaget, temos que o período das operações concretas vai dos 7 aos 11 anos de idade, momento no qual a criança realiza conexões ao manipular um material concreto, executando operações mentais e formando conceitos. De acordo com Antunes (2014, p. 32),

> As crianças nessa idade[...] estão no estágio de desenvolvimento cognitivo que Piaget denomina como operações concretas. Mostram-se, por isso mesmo, bem menos egocêntricas e podem aplicar suas ações princípios lógicos a situações concretas. O leque das múltiplas inteligências já está plenamente aberto e a criança usa seu pensamento e suas reflexões para resolver problemas.

Neste sentido, cabe considerar o aluno como o sujeito de sua aprendizagem e como objeto o material concreto, pois a aprendizagem ocorre quando o sujeito incorpora algo, a acomodação é quando ele transforma, o caminho que a criança percorre não é linear, se dá em saltos, qualitativos a partir dos reflexos que faz em espiral, que são os movimentos assimilativos e acomodativos, assim, são produzidos novos eixos, segundo Piaget (*apud* Costa, 1997, p. 9):

> A construção da inteligência pode ser esquematizada como uma espiral crescente voltada para a equilibração resultante da combinação dos processos de assimilação e acomodação. Nesse processo ocorrem estados de equilíbrio diferenciados que expressam a capacidade de adaptação da inteligência.

Dessa forma o sujeito, na interação com o objeto constrói o conhecimento, mediado pelas situações pedagógicas que devem ser adequadamente planejadas pelo professor.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os dados aqui descritos foram obtidos a partir da realização de encontros(oficinas) com a turma de alunos, sendo o primeiro no dia 31 de julho, primeiro dia após o recesso escolar, o segundo e o terceiro nos dias 2 e 7 de agosto de 2017.

Na primeira oficina, iniciamos a atividade com o conceito de fração, a partir de questionamentos sobre o que eles entendiam por fração.

Em seguida, foi entregue para eles uma folha em branco e perguntado o significado da folha em relação a fração. Alguns alunos responderam que representava um inteiro, os outros concordaram.

Na sequência a folha foi dobrada ao meio e perguntado que representação estavam vendo, todos responderam rapidamente que a folha estava dividida em duas partes, foram feitas em três, quatro dobraduras e assim sucessivamente sempre com a resposta certa.

Para a realização da atividade seguinte, os alunos receberam uma folha com seis tiras onde foi pedido para que recortassem a primeira tira, que representaria o inteiro da fração, e as outras seriam feitas as dobraduras, uma a uma conforme uma sequência de números, de forma a se obter 1/2, 1/3, 1/4, 1/5 e 1/6.

A partir da figura 1, apresentada a seguir, pode-se observar como ficou o material, após serem desenvolvidas todas as etapas para a representação das frações que representam o inteiro, e com denominador 2 (dois), 3 (três) e assim sucessivamente.

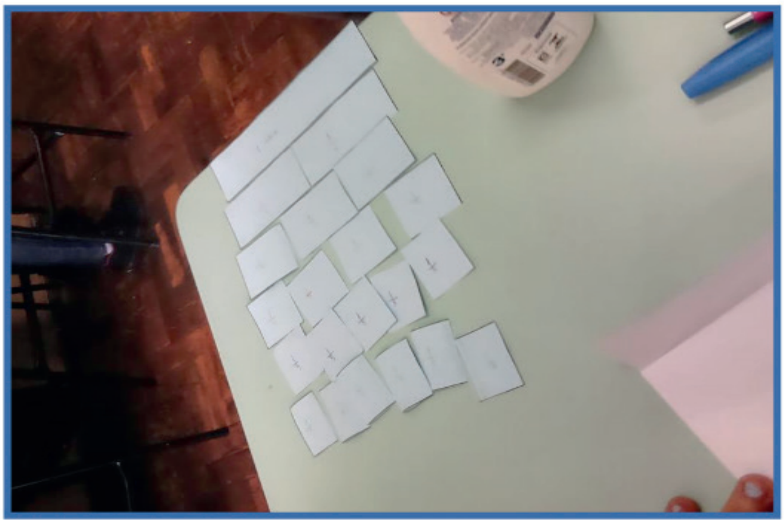


Figura 1: Todas as tiras divididas e recortadas

Fonte: Autores, 2017.

A segunda oficina ocorreu no dia 2 (dois) de agosto, quando os alunos receberam duas folhas contendo discos com pontilhados que dividiam a fração. Antes de recortar os alunos fizeram a leitura oralmente das frações marcadas nos discos e após escreviam a quantidade em que estava dividido.

Na sequência, fizeram os recortes dos discos e depois observaram e montaram novamente sobre a classe.

Então foi solicitado para que os alunos guardassem os materiais que haviam recortado porque iriam realizar uma folha com algumas atividades relacionada a fração e não poderiam utilizar o material que confeccionaram.

Foi entregue a folha contendo três atividades, primeiro havia a seguinte pergunta: O que é fração para você? Os alunos tinham que responder esta pergunta baseado no que já sabiam sobre fração. As primeiras respostas, abaixo, referem-se ao momento inicial, antes de confeccionarem e utilizarem o material concreto.

> Aluno A respondeu: “Divisão”.
> Aluno B: “ fração pra mim é feito por dividir”.
> Aluno C: “ fração é coisas que agente estuda melhor”.
> Aluno D: “divisão de formas”.
> Aluno E: “ fração pra mim é feita por divisão”.
> Aluno F: “ A divisão dos números”.
> Aluno G: “ A metade de 1 inteiro”.

Aluno H: “ A fração é coisa que divido”.

Aluno I: “ A fração pra mim é um tipo uma comparação com maior e menor”.

Aluno J: “ A fração é a parte igual”.

Aluno K: “É um inteiro dividido em partes iguais.

Aluno L: “eu acredito que frações são diferentes do jeito normal”.

Destes 12 (doze) alunos apenas um respondeu a pergunta de maneira clara e objetiva, sete alunos fizeram a relação de fração com a divisão, dois alunos não compreenderam o que é fração, um aluno relacionou fração com maior e menor e outro não definiu exatamente o que é fração porém identificou que a fração é parte igual, sem concluir a sua resposta.

A seguir, as respostas obtidas a partir do uso do material concreto com a mesma pergunta: O que é fração para você?

Aluno A: “ Um inteiro dividido em várias partes; ”

Aluno B: “Um inteiro dividido em várias partes iguais”.

Aluno C: “Um inteiro dividido em partes iguais ”.

Aluno D: “Um inteiro dividido em várias partes”.

Aluno E: “É um inteiro dividido em partes iguais”.

Aluno F: “ Um inteiro dividido em partes iguais”.

Aluno G: “ Várias partes de um inteiro dividido em partes ”.

Aluno H: “ O inteiro dividido em partes iguais”.

Aluno I: “Um inteiro dividido em várias partes iguais”.

Aluno J: “Um inteiro dividido em partes iguais”.

Aluno K: “É um inteiro dividido em partes iguais”.

Aluno L: “É um inteiro em partes grandes e pequenas”.

Os mesmos 12 (doze) alunos responderam a mesma pergunta que já haviam respondido sem o conhecimento do material concreto, agora notavelmente com um entendimento do significado da palavra fração, com respostas claras. Destes 12 (doze) alunos, 11 (onze) responderam corretamente à pergunta, com alguma variação de palavra, mas respostas certas, 1 (um) aluno não respondeu adequadamente, sua resposta não foi clara, dando a entender que não assimilou o conceito de fração.

A segunda atividade proposta teve por objetivo verificar se os alunos conseguiam compreender a relação entre a figura e a fração que esta representava do todo, utilizando os símbolos < (menor) ou > (maior).

Já a terceira atividade realizada visava abordar indiretamente o conceito de frações equivalentes, sem o propósito de defini-lo propriamente, apenas utilizando os símbolos de = (igual) ou ≠ (diferente). A orientação era que respondessem da maneira que entenderam.

Após todos terminarem as atividades, foi novamente explicado o que é fração, e entregue novamente uma folha com as mesmas atividades que acabaram de fazer, mas todos deveriam utilizar os materiais que haviam confeccionado para resolver estas atividades.

Os alunos prontamente pegaram as dobraduras de barras e os discos que haviam feito e colocado em envelopes separados para identifica-los, colocaram em cima da classe, organizaram as dobraduras foi passado um exemplo de como deveriam utilizar o material e logo começaram a fazer as atividades muito entusiasmados, as meninas realizaram a atividade com muita calma e atenção, já os meninos muito apressados para entregar logo o trabalho, o que pode ser observado na figura 2.

Figura 2: Discos recortados

Fonte: Autores, 2017.

A partir da figura 2, pode-se concluir que a realização de atividades com material concreto atrai a atenção do aluno e torna este processo mais dinâmico e significativo.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através dos resultados alcançados nesta pesquisa, foi possível confirmar a importância de utilizar o material concreto em sala de aula, pois a partir de uma breve explicação oral sobre o conceito de frações e uma simples dobradura em tiras de papel oportunizou aos alunos a construção e compreensão deste conceito em uma turma que ainda não tivera o conteúdo.

Em apenas três oficinas eles conheceram o conteúdo, construíram o próprio material e resolveram as atividades propostas com muito empenho e alegria, pois perceberam o quanto o material concreto facilitou a aprendizagem.

Considerando estes resultados, conclui-se que o uso de materiais concretos na construção/compreensão do ensino de frações contribuiu para uma aprendizagem lúdica, significativa e agradável, portanto, a manipulação de materiais concretos torna-se indispensável na aprendizagem das crianças, seja em casa ou na escola, estes materiais devem fazer parte das ações das crianças sendo um estímulo, contribuindo para o pleno desenvolvimento de suas habilidades.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, Celso. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências**, 20ª edição. Petrópolis, Rio de Janeiro. Editora Vozes, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf. Acesso em: 13 Jun. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

COSTA, Maria Luiza Andreozzi da. **Piaget e a interação psicopedagógica.** São Paulo. Editora Olho d'água, 1997.

RANGEL, Mari. **Métodos de ensino para aprendizagem e a dinamização das aulas**.6ª edição. Campinas São Paulo, 2013.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação.** São Paulo: Cortez, 2009.

CAPÍTULO 11

O USO DE MANDALAS PARA A CONSTRUÇÃO DE SABERES INTERDISCIPLINARES EM ARTE E MATEMÁTICA

Ana Paula de Oliveira Ramos
Escola Estadual de Ensino Médio Caramuru
Gramado, RS

Ângela Maria Hartmann
Universidade Federal do Pampa – Unipampa
Caçapava do Sul, RS

RESUMO: O minicurso descrito neste artigo teve por objetivo explorar entes geométricos utilizados na construção de Mandalas, de modo a estabelecer um trabalho articulado entre Arte e Matemática e o desenvolvimento de aspectos cognitivos e estéticos dos participantes. Além de manipular ferramentas como régua, compasso e transferidor para desenhar as mandalas, foram levantadas questões como: quais conteúdos matemáticos podem ser explorados na sua construção? Quais relações podem ser estabelecidas com a Arte? As questões tinham por objetivo estabelecer critérios, situações matemáticas, assim como a relação com outras áreas de conhecimento. Também foram feitas sugestões e avaliada a aplicação desse tipo de atividade em turmas de Ensino Fundamental e Médio. O minicurso foi dividido em três etapas: i) origem histórica e religiosa das mandalas; ii) construção geométrica de mandalas; iii) uso de mandalas para explorar conteúdos matemáticos e a expressão estética.

PALAVRAS-CHAVE: Mandalas; Matemática; Artes; Interdisciplinaridade; Geometria.

THE USE OF MANDALAS FOR THE CONSTRUCTION OF INTERDISCIPLINARY KNOWLEDGE IN ART AND MATHEMATICS

ABSTRACT: The mini-course described in this article aimed to explore geometric entities used in the construction of Mandalas, in order to establish an articulated work between Art and Mathematics and the development of cognitive and aesthetic aspects of the participants. In addition to manipulating tools such as ruler, compass, and protractor to draw mandalas, questions were raised such as: what mathematical content can be explored in its construction? What relationships can be established with Art? The questions had as objective to establish criteria, mathematical situations, as well as the relation with other areas of knowledge. We also made suggestions and evaluated the application of this type of activity in Elementary and Middle School classes. The mini-course was divided into three stages: i) historical and religious origin of mandalas; ii) geometric construction of mandalas; iii) use of mandalas to explore mathematical content and aesthetic expression.

KEYWORDS: Mandalas; Mathematics; Arts; Interdisciplinarity; Geometry.

1 I INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe o resgate do potencial educativo que o traçado de Mandalas pode oferecer para a retomada de conceitos geométricos. A motivação para desenvolver um minicurso sobre Mandalas para ensinar geometria e habilidades próprias do desenho geométrico, deu-se em função do seu potencial para explorar conceitos matemáticos e o estudo de relações geométricas a partir da sobreposição de figuras, linhas, assim como a ampliação da percepção visual de quem cria uma Mandala.

Por outro lado, há poucos relatos e pesquisas que estudam os conceitos que relacionam Arte e Matemática utilizando Mandalas para promover a aprendizagem de conteúdos dessas áreas de conhecimento. A partir dessa constatação, emergiu a questão: "Quais conteúdos matemáticos podem ser explorados na construção de Mandalas, que possam ser associados a conteúdos de Artes?" O objetivo do minicurso foi construir Mandalas, explorando estruturas geométricas, que podem ser inscritas numa circunferência, de modo a desenvolver a percepção espacial, criativa, capacidade de abstração e imaginação, coordenação motora, concentração, além de promover o aprendizado de conteúdos matemáticos, estéticos e religiosos.

Na busca das relações, que venham correlacionar ou adicionar valores na aprendizagem de conhecimentos dessas duas áreas, Matemática e Artes, embora pareçam distintas, podemos pontuar objetivos em comum. Entre esses estão: promover atitudes e valores sociais, valorizar a cultura, promover a independência intelectual, o desenvolvimento do raciocínio e da lógica, gerar manifestações de aprendizagem no âmbito coletivo e individual.

Os conteúdos atitudinais, aqueles que desenvolvem os valores humanos e sociais, interligam-se dentre os currículos de Artes e Matemática. Esses conteúdos podem ser identificados como o desenvolvimento de atitudes favoráveis para a aprendizagem; troca de experiências com os colegas, auxiliando a construção do conhecimento, respeitando a opinião individual; promoção da autonomia crítica; sensibilidade pela observação do espaço e forma; dentre outros (BRASIL, 1998).

A matemática, a arte e a religião estão presentes no cotidiano humano há muitos séculos, porém, a atual educação escolar coloca, usualmente, esse conhecimento em três áreas de conhecimento diferentes. Os conhecimentos de matemática, arte e religião acabam sendo tratados de forma isolada, porém tem-se buscado que o aluno seja capaz de compreender que seu aprendizado pode e deve ser utilizado em diferentes contextos, tornando o apto, por exemplo, a ter domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração (ELAM, 2010; MICOTTI, 1999).

O estudo da Matemática tem por meta auxiliar na formação das capacidades intelectuais do aluno, na estruturação de seu pensamento e no processo de raciocínio dedutivo lógico. Este raciocínio que parte de um amplo campo de relações, regularidades e coerências, auxiliadores da capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico (BRASIL, 1998).

> Mesmo com um conhecimento superficial da Matemática, é possível reconhecer certos traços que a caracterizam: abstração, precisão, rigor lógico, caráter irrefutável de suas conclusões, bem como o extenso campo de suas aplicações. A abstração matemática revela-se no tratamento de relações quantitativas e de formas espaciais, destacando-as das demais propriedades dos objetos. A Matemática move-se quase exclusivamente no campo dos conceitos abstratos e de suas inter-relações. (BRASIL, 1998, p. 23)

Aprender sobre arte amplia a compreensão do mundo, sua dimensão poética, pois “a arte ensina que é possível transformar continuamente a existência, que é preciso mudar referências a cada momento, ser flexível” (BRASIL, 1998, p. 16). Ao estudar Artes, “o aluno desenvolve sua sensibilidade, percepção e imaginação, tanto ao realizar formas artísticas quanto na ação de apreciar e conhecer as formas produzidas por ele e pelos colegas, pela natureza e nas diferentes culturas” (BRASIL, 1998, p. 14).

Entende-se que a forma ordenada da criação, deu-se através da geometria, tida como sagrada nas suas diversas edificações. Uma Mandala é composta por círculos, quadrados e outras formas concêntricas, que possuem um centro comum. Muitas Mandalas possuem simetria, repetição de desenhos de cada lado a partir de um eixo (linha) e várias podem ser desenhadas utilizando compasso e régua.

O desenho das Mandalas tem por base, uma estrutura geométrica, delimitando espaços em porções simétricas, marcando interações geométricas. A Mandala torna-se um importante elemento no processo educacional, devido às possibilidades de exploração de vários conceitos, assim como as aplicações que se estendem a vários setores como, por exemplo, para as artes plásticas, o desenho industrial, a joalheria, a programação visual, dentre outros (FIORAVANTI, 2003).

O ensino da geometria, segundo Sherard (1993), contribui na resolução de problemas do cotidiano, conecta conteúdos como álgebra, aritmética e estatística, amplia a percepção espacial, criatividade e abstração, assim como ensino de valores estéticos. Um dos maiores desafios dos professores é elaborar metodologias que consigam abordar e estimular o estudo, bem como a compreensão da geometria pelo aluno.

A criação de Mandalas é fortemente ligada à geometria plana e analítica, devido à maioria das orientações serem voltadas para a construção de figuras geométricas planas; à Arte, devido à possibilidade de exploração de cores, texturas e criatividade na composição; à História e Religião, vistas de maneira entrelaçada, afim de resgatar conteúdos de determinados períodos históricos que envolviam religiosidade, assim como o aprofundamento da filosofia budista.

A análise do que ocorre na construção ou até mesmo na observação de uma

Mandala, estamos trabalhando no nosso interior, a memória da imagem, trazendo para si autoconhecimento e mudanças estabelecidas para as próximas visualizações ou produções (LIEURY, 1997).

> A memória de imagens é extremamente poderosa e duradoura (..), mas a memória das imagens não é a memória "fotográfica" da concepção popular, mas sim a da síntese da imagem, tratando-se então do resultado de variados mecanismos. Para ler uma imagem, temos sempre de associar a palavras-conceitos, o que leva mais tempo, mas permite uma melhor memorização. (LIEURY,1997, p. 49)

Pelo movimento cultural, pode-se afirmar que a Matemática, Arte, e inclusive, Religião, caminham juntas como estratégias para conhecer a realidade e suas representações. "Em todos os tempos e em todas as culturas, Matemática, Artes, Religião, Música, Técnicas, Ciências foram desenvolvidas com a finalidade de explicar, de conhecer, de aprender, de saber/fazer e de predizer (artes divinatórias) o futuro" (CYRINO 2005 apud D'AMBROSIO, 2015, p. 7).

2 I METODOLOGIA

O minicurso sobre Mandalas (realizado durante a 8ª Escola de Inverno de Educação Matemática - EIEMAT, na Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, RS) contou com 37 participantes. Dentre eles havia estudantes de cursos de Matemática – Licenciatura e professores de diversas universidades.

O minicurso foi ministrado em três etapas: i) apresentação da origem histórica e religiosa das Mandalas; ii) construção geométrica de Mandalas; iii) discussão, com os participantes, sobre o uso de Mandalas para explorar conteúdos matemáticos e seu potencial para desenvolver a expressão estética em turmas de Ensino Fundamental e Médio. Foram levantadas questões como: quais conteúdos matemáticos podem ser explorados na sua construção? Quais relações podem ser estabelecidas com a Arte e Religião? As questões tinham por objetivo estabelecer conexões com situações matemáticas, assim como a relação com outras áreas de conhecimento. Para construção das Mandalas, foram utilizados: folha de papel A4, régua, compasso, transferidor, lápis preto, borracha e lápis de cor.

A criação de Mandalas auxilia no conteúdo de desenho geométrico, uma vez que seu traçado inicial requer a aplicação dos princípios da divisão, em partes iguais de uma circunferência, seja com o uso de um transferidor, de compasso ou de esquadros. A determinação dos pontos que assinalam a divisão da circunferência torna possível traçar polígonos regulares inscritos ou circunscritos, assim como de polígonos estrelados (YAMADA, 2013).

Utilizando, inicialmente, régua e compasso, os participantes foram orientados a desenhar uma circunferência e dividi-la em três partes. Para tal, são traçadas numa folha de papel duas retas perpendiculares e uma circunferência de raio 8 cm (para caber na folha A4), com centro no ponto de intersecção das duas retas.

Num dos pontos de intersecção da circunferência com uma das retas perpendiculares, traça-se, com o compasso, um arco de raio igual ao da circunferência, passando pelo centro da circunferência. Os pontos em que o arco corta a circunferência, mais o ponto oposto ao arco, constituem os três pontos a partir dos quais se pode dividir a circunferência em três partes. Tendo dividido a circunferência em três partes, é construído um triângulo equilátero dentro da circunferência. Os participantes também foram orientados a traçar um quadrado inscrito a partir dos pontos de interseção das duas retas com a circunferência (Figura 1).

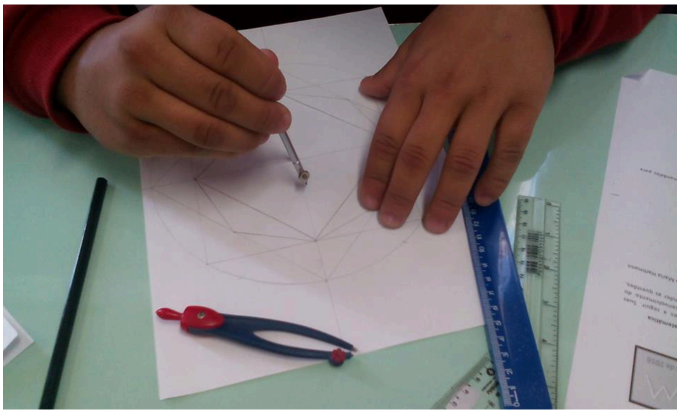


Figura 1 – Traçado dos elementos iniciais da Mandala

Fonte: acervo das autoras

A partir do traçado dos elementos básicos iniciais, os participantes passaram a criar suas próprias Mandalas (Figura 2) e a pintá-las de acordo com seu senso estético (Figura 3).

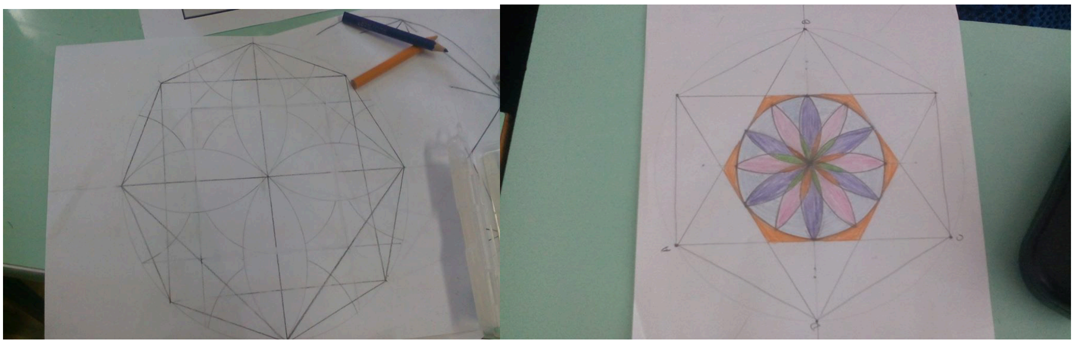


Figura 2 – Criação de Mandalas a partir de pontos na circunferência

Fonte: acervo das autoras

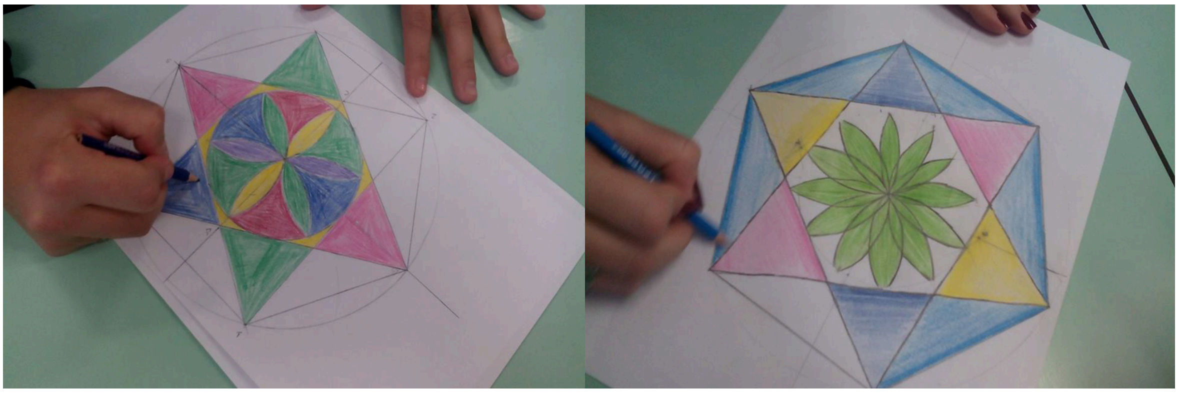


Figura 3 – Mandalas pintadas

Fonte: acervo das autoras

3 I DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A partir do questionamento: “Quais conteúdos matemáticos e artísticos podemos abordar utilizando como ferramenta Mandalas?”, os participantes vislumbraram a possibilidade de mobilizar e abordar os seguintes conhecimentos em aulas de Matemática: ponto (nomenclatura de pontos, ponto médio, distância entre dois pontos), reta (segmento de reta, perpendicularismo, paralelismo, plano cartesiano), circunferência (raio, diâmetro), conceitos de diagonal, vertical e horizontal; simetria, ângulos (agudo, obtuso, reto, central), nomenclaturas de figuras geométricas planas (nome de figuras quanto ao número de lados), triângulos (classificação de triângulos quanto aos seus lados), polígonos (inscritos e circunscritos), composição de figuras geométricas por mais de uma figura inscrita, medidas de perímetro e área de figuras geométricas; habilidades de uso de régua, compasso e transferidor, bem como aprimorar o uso da linguagem matemática.

As questões “Quais conteúdos matemáticos podem ser explorados na sua construção? Quais relações podem ser estabelecidas com a Arte?” tinham por objetivo identificar situações matemáticas em que se pode trabalhar a construção de Mandalas, assim como estabelecer a relação dessa ferramenta com outras áreas de conhecimento. As relações elencadas pelos participantes do minicurso foram simetria (rotação, translação), criação de rosáceas, polígonos estrelados, semelhança de figuras, estudo das cores e estética. Também foram sugeridos estudos de mandalas em religião, filosofia e história.

Aspectos estéticos dos participantes foram trabalhados através do livre uso de materiais disponíveis para pintar as mandalas, tais como lápis de cor e lápis preto para expressar possíveis inserções de figuras e conteúdos artísticos nos espaços limitados pelas divisões da circunferência, como polígonos previamente orientados. Percebeu-se que muitos participantes já haviam tido contato com desenho técnico geométrico, facilitando o manuseio das ferramentas.

4 I CONCLUSÃO

A proposta de um trabalho, que articule o estudo de conteúdo de geometria com a Arte, por meio da construção de mandalas, é bem recebida por professores e licenciandos em Matemática, pois torna o estudo da Matemática mais lúdico e prazeroso.

É interessante que sejam desenvolvidas estratégias diversas de apresentação e aprofundamento do conteúdo para que estudantes, com diferentes modos de compreender, apropriem-se de conhecimentos matemáticos. Estratégias que colocam os alunos em contato com atividades, que os levam a reconhecer que os conceitos matemáticos possuem múltiplas relações uns com os outros e aplicam-se a objetos do mundo que os cerca, podem contribuir para a aprendizagem.

Nessa perspectiva, a construção de Mandalas, utilizando papel, régua, compasso, apresenta grande potencial na exploração de conceitos geométricos durante a criação de sua estrutura, assim como a construção de relações geométricas, sobreposição de figuras e linhas, além da ampliação da percepção visual e da estética de quem as constrói. Ao explorar conteúdos que podem ser articulados entre Arte e Matemática utilizando Mandalas, percebe-se a relevância desse estudo e sua potencialidade para o ensino da Geometria.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Arte*. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Matemática. Brasília, 1998.

CYRINO, M. C. C. T. A. *Matemática, a arte e a religião na formação do professor de Matemática*. Disponível em: <http://www.redalyc.org/html/2912/291223444003/>. Acesso em: 10 maio 2016.

ELAM, K. *Geometria do design: estudos sobre a proporção e composição***.** Trad. Claudio Marcondes. São Paulo: Cosac Naify, 2010.

FIORAVANTI, C. *Mandalas: como usar a energia dos desenhos sagrados*. São Paulo: Pensamento-Cultrix, 2003.

LIEURY, A. *Memória e sucesso escolar*. Lisboa: Editorial Presença, 1997.

MICOTTI, M. C. O. O Ensino e as Propostas Pedagógicas. In: BICUDO, Maria A. V. (orgs.) *Pesquisa em Educação Matemática*: Concepções & Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

SHERARD, W. Por que a geometria é uma competência básica? In: FONSECA, M. C. F. R.; GOMES, M. L. M. *Matemática e Escola*. Belo Horizonte: UFMG, 1993.

YAMADA, T. R. U. *A abordagem com Mandalas na formação do professor de matemática*. Disponível em: <http://wright.ava.ufsc.br/~grupohipermidia/graphica2013/trabalhos/AABORDAGEMCOMMANDALASNAFORMACAODOPROFESSORDEMATEMATICA.pdf >. Acesso em: 15 maio 2016.

CAPÍTULO 12

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM INTEIROS: UMA POSSIBILIDADE DE ESTUDO COM O GEOGEBRA

Hakel Fernandes de Awila
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria - RS

Etiane Bisognin Rodrigues
Universidade Federal de Santa Maria
Santa Maria - RS

RESUMO: Este artigo foi desenvolvido a partir de nossas experiências enquanto professores de Matemática durante o estudo dos números inteiros, com nossos alunos, tanto em sala de aula quanto em aulas particulares, motivados pela dificuldade dos estudantes em compreender as operações de adição e subtração nesse conjunto numérico. Durante os anos iniciais do Ensino Fundamental são apresentadas as operações com os números naturais com a utilização de material concreto. Assim, os alunos são levados a acreditar que cálculos da forma "3 – 5" são impossíveis de serem resolvidos. Já no 7º ano, com aproximadamente 12 anos de idade e sem um raciocínio abstrato muito bem definido, durante o estudo com inteiros, tentam convencê-los do contrário – o que provoca uma grande confusão. A partir dessa situação, apresentamos e comentamos nossa alternativa didática de estudo com a utilização do *applet* "Adição e Subtração com Inteiros" como uma TIC para facilitar a compreensão do referido conteúdo. Por fim elencamos os retornos e resultados alcançados durante nossas aulas.

PALAVRAS-CHAVE: Números inteiros; adição e subtração; TIC; GeoGebra.

ADDITION AND SUBTRACTION WITH WHOLE: A POSSIBILITY OF STUDY WITH THE GEOGEBRA

ABSTRACT: This article was developed from our experiences as teachers of Mathematics during the study of whole numbers, with our students, both in private lessons, motivated by the students understand the operations of addition and subtraction in this numerical set. During the initial years of Elementary School operations are presented with natural numbers with the use of concrete material. Thus, students are led to believe that calculations of the form "3 – 5" are impossible to solve. Already in the 7th year of elementary school, with approximately 12 years old and without a very well defined abstract reasoning, during the study with numbers integers, try to convince them otherwise - which causes a great deal of confusion. Starting from this situation, we present and comment on our didactic study use of the applet "Adding and Subtraction with Integer" as an ICT to facilitate the understanding of said content. Finally, we list the returns and results achieved during our classes.

KEYWORDS: Whole numbers; addition and subtraction; ICT; GeoGebra.

1 I INTRODUÇÃO

São os anos iniciais do Ensino Fundamental os primeiros responsáveis por apresentar o estudo formalizado dos números naturais às crianças, por mais que a Matemática esteja sempre presente em nosso dia a dia são nos anos iniciais, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997), que os alunos iniciam o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Como estipula a Lei de Diretrizes e Bases (BRASIL, 1996) os alunos acabam ingressando no Ensino Fundamental com 6 anos e nessa idade a escola, nos conteúdos de Matemática, tem seu foco de estudo direcionado, principalmente, aos números naturais.

Durante os 5 anos de duração dos anos iniciais tanto os documentos oficiais, quanto a literatura pertinente à área, recomendam que os professores utilizem materiais concretos para uma melhor compreensão dos alunos no que se refere à identificação de unidades, dezenas, centenas e do raciocínio das operações básicas – já que os estudantes estão no estágio de desenvolvimento de operações concretas, como comenta Moreira (2009) sobre a teoria de Piaget. Já no terceiro ciclo do Ensino Fundamental os alunos são apresentados ao conjunto dos números inteiros, que como os demais conjuntos, surgiu a partir de necessidades históricas do homem.

Como a maioria das escolas utilizam os livros didáticos para elaboração dos planejamentos anuais, os números inteiros são estudados durante o 7º ano, já que os autores assim o propõem. Dessa forma, alunos dentro da idade regular iniciam os estudos de números inteiros com 12 anos, isto é, no período de transição apontado por Piaget do desenvolvimento de operações concretas (início do pensamento abstrato) para as operações formais (capacidade de abstração total). No entanto, toda fase de transição enfrenta alguns conflitos e equívocos de pensamentos, fato que percebemos com clareza em nossos alunos durante o estudo das operações básicas com os inteiros, seja em sala de aula ou em aulas particulares, episódio que conversas informais com nossos colegas professores de Matemática também revelam.

Os números inteiros podem ser apresentados de forma muito satisfatória, como os livros costumam propor, ao convencer os alunos de uma necessidade de expansão do conjunto dos números inteiros não negativos, isto é, números naturais. Exemplificar a necessidade da criação dos números inteiros para representar saldos bancários, altitudes e temperaturas costumam ser ótimas estratégias para familiarizá-los com os números positivos, negativos e o zero. Entretanto, rotineiramente identificamos que muitos alunos têm dificuldades ao realizar, principalmente, as operações de adição e subtração. Endentemos que um dos principais causadores desse problema é o fato das crianças serem levadas, inicialmente com o uso de materiais concretos e, posteriormente, no início do raciocínio abstrato, de que cálculos do tipo “3 – 5” são impossíveis de serem resolvidas.

Da mesma forma que se buscou a utilização de objetos concretos para estudar as operações com os números naturais, deve-se buscá-los também para facilitar a interpretação de que “3 – 5” é possível no conjunto dos inteiros. Partindo dessa ideia é que propomos a adição e a subtração através de sua representação na reta numérica com o *applet* “Adição e Subtração com Inteiros” construído no *software* de Matemática dinâmica GeoGebra e que se demonstrou uma boa alternativa para um convencimento de que “3 – 5 = –2” no conjunto dos números inteiros.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

O conjunto dos números inteiros apresenta uma enorme novidade aos alunos. Acostumados a resolver cálculos e situações-problemas com os números naturais são confrontados com números que, embora estejam inseridos no seu dia a dia, apresentam uma dificuldade em serem representados com materiais concretos, o que culmina num conteúdo que expõe grandes dificuldades como aponta Baldino (1996):

> As dificuldades dos números inteiros são antigas. Em sua resenha histórica, Glaeser [1981] descreve as hesitações e perplexidades de matemáticos famosos que, embora usassem os números inteiros sem tropeços em suas pesquisas, buscavam em vão uma explicação convincente da regra dos sinais. A explicação definitiva, tal como a conhecemos hoje, foi apresentada pela primeira vez por Haenkel, em fins do século passado. Glaeser cita Stendhal, escritor francês que, em autobiografia, se refere a um episódio de sua meninice, datado de fins do Século XVIII, pelo qual se vê que suas dúvidas diante dos números inteiros eram essencialmente as mesmas ainda exibidas pelos alunos de hoje. (BALDINO, 1996, p.4).

Diante de um conteúdo historicamente dificultoso, os professores precisam ser criativos e uma alternativa didática pode ser a utilização do software GeoGebra como um recurso tecnológico interativo. Utilizando uma construção adequada, os alunos podem interagir através de controles deslizantes para facilitar a compreensão do conteúdo proposto. Os movimentos que o GeoGebra permite, em algumas de suas construções, favorece que o aluno se torne um investigador de suas especificidades e padrões, seguindo, assim, a ideia proposta por Costa (2001):

> Tornar o aluno próprio agente de seu aprendizado, fazer do professor um facilitador que constrói com ele o conhecimento, estimular a curiosidade e a pesquisa, e aliar o trabalho com prazer e entretenimento parecem ser os critérios da pedagogia mais atualizada e também do usuário da informática (COSTA, 2001, p.50).

Além disso, é no sentido de apresentar “movimentos” que Gravina (1996) aponta onde os estudantes apresentam as principais dificuldades em compreender representações estáticas e defende a utilização de materiais alternativos que permitam escolhas arbitrárias de suas medidas para melhor compreensão:

> Tanto no caso de formação de conceitos, quanto de dedução de propriedades,

> podemos concluir que grande parte das dificuldades se originam no aspecto estático do desenho. Se passamos para um tratamento de “desenhos em movimento”, as particularidades da contingência de representação física mudam, e o que emerge são os invariantes [...]. Um dos aspectos importantes na investigação matemática é a abstração da invariância, mas para reconhecê-la, para ver o que permanece igual, devemos ter a variação (GRAVINA, 1996, p.6).

Os professores não podem ter receio em inovar em suas aulas, todos nós estamos cercados por tecnologia, então por que não torná-la útil para o ensino-aprendizagem e utilizá-la em sala de aula? Segundo Lagarto (2013):

> Hoje em dia a capacidade e o medo de inovar poderá ser um dos grandes problemas dos professores. O antigo (ou atual) paradigma da sala de aula, onde com frequência o papel do professor se centra nas metodologias e métodos de ensinar, terá de ser mudado para metodologias e técnicas centradas essencialmente nas formas de aprender dos seus alunos. E a utilização das TIC [Tecnologias da Informação e Comunicação] é sem dúvida um aliado poderoso. Estas, ao serem incontornáveis na sociedade em geral, também entram de forma “abusiva” no espaço escolar. Aos docentes não lhe resta outra opção senão olhar para elas como aliadas e nunca como um obstáculo aos processos de aprendizagem dos alunos (LAGARTO, 2013, p.133).

Assim, procurar alternativas como a utilização das TIC ao invés do tradicional “quadro e giz” para abordar as operações com os números inteiros poderá estimular os estudantes de tal forma que uma aula simplesmente expositiva não seja capaz.

3 I UMA PROPOSTA DIDÁTICA

Ao iniciar o estudo do conjunto dos números inteiros, percebemos que os alunos não enfrentam relevantes dificuldades em representar os números na reta (esta inclusive serve de grande auxílio quando são questionados em relação à comparação de inteiros). Assim, os exemplos frequentemente apresentados nos livros didáticos de interpretar cálculos da forma “8 + (– 9)” na reta podem ser estratégias eficazes. No entanto, quando são motivados a realizarem outros exemplos, muitos de nossos alunos acabam interpretando este tipo de situação de forma errônea. Obtêm êxito no momento de localizar os valores, como por exemplo, 2 e –7, mas ainda não tem interiorizado a forma de calcular esta “adição”.

Refletindo sobre essa dificuldade é que propusemos a uma colega, também professora de Matemática, a construção de um *applet* no GeoGebra que pudesse ser utilizado como um instrumento facilitador no processo de ensino-aprendizagem.

Esta construção resultou no *applet* “Adição e Subtração com Inteiros” que pode ser acessada em Awila (2016). A construção permite a escolha de valores arbitrários a partir da ferramenta “controle deslizante”. O *applet* interpreta cada valor como um vetor e, como tal, leva em conta módulo, direção e sentido. Daí, seu comprimento é determinado pelo módulo do número e seu sentido é definido pelo sinal (positivo para a direita; negativo para a esquerda). Veja exemplo (figura 1):

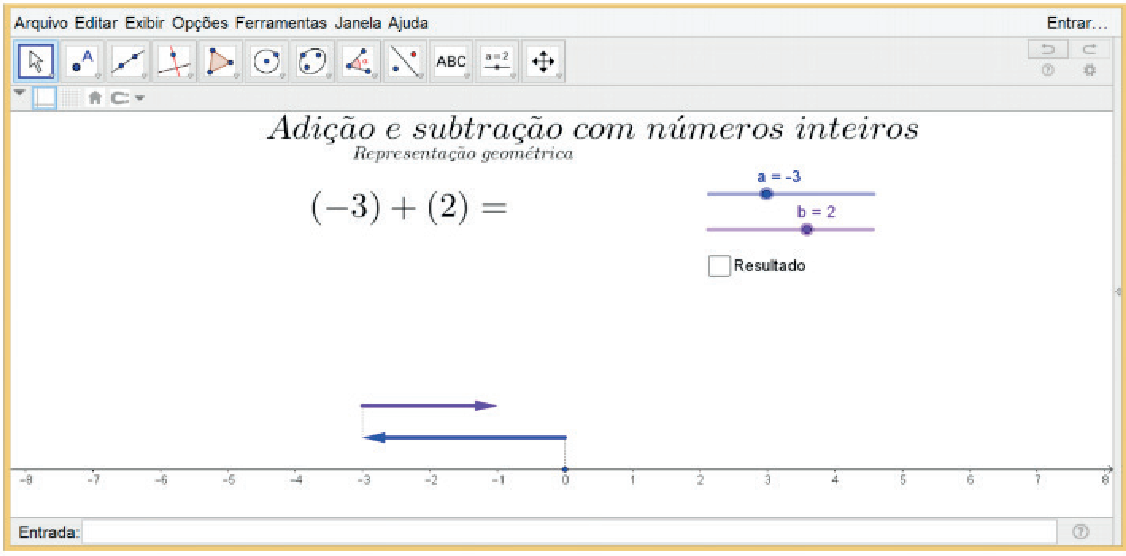


Figura 1 – Representação geométrica de (–3) + (2)

Fonte: Autores

Dessa forma os estudantes têm a possibilidade de interagir com a representação das operações na reta, o que não é possível no livro didático. No exemplo de “(–3) + (2)”, –3 é representado pelo vetor azul com 3 unidades, origem em 0 e final na posição –3, o segundo vetor, de cor lilás, tem 2 unidades com origem em –3 (que é o final do primeiro vetor), e termina em –1. Ao clicar em “Resultado”, o aluno pode verificar, em vermelho, a resposta da operação (figura 2).

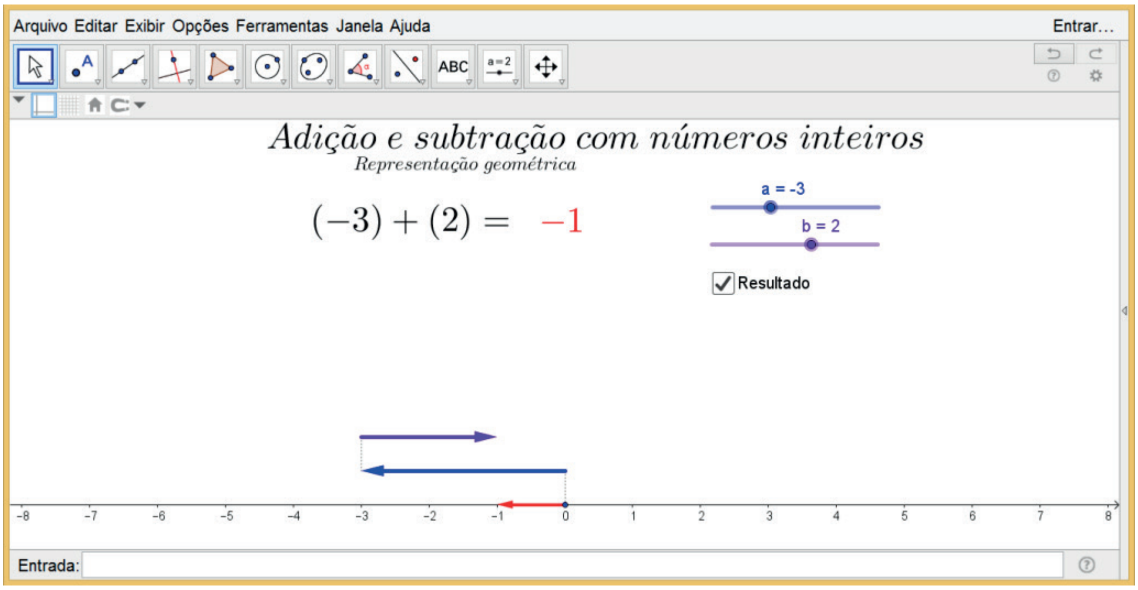


Figura 2 - Representação geométrica de (–3) + (2) com resultado

Fonte: Autores

Além de representar cálculos casuais, a construção do GeoGebra pode ser utilizada para promover uma busca indireta de generalizações. A utilização do *applet* como material concreto para facilitar a compreensão do aluno não o acompanhará a todo momento, desta forma, precisa ser utilizado também para fomentar a interiorização de resultados.

Nesse sentido, pode ser discutido os resultados das seguintes expressões representadas nas figuras 3, 4, 5 e 6.

$$(-4) + (-2)$$
$$(-4) + (2)$$
$$(4) + (-2)$$
$$(4) + (2)$$

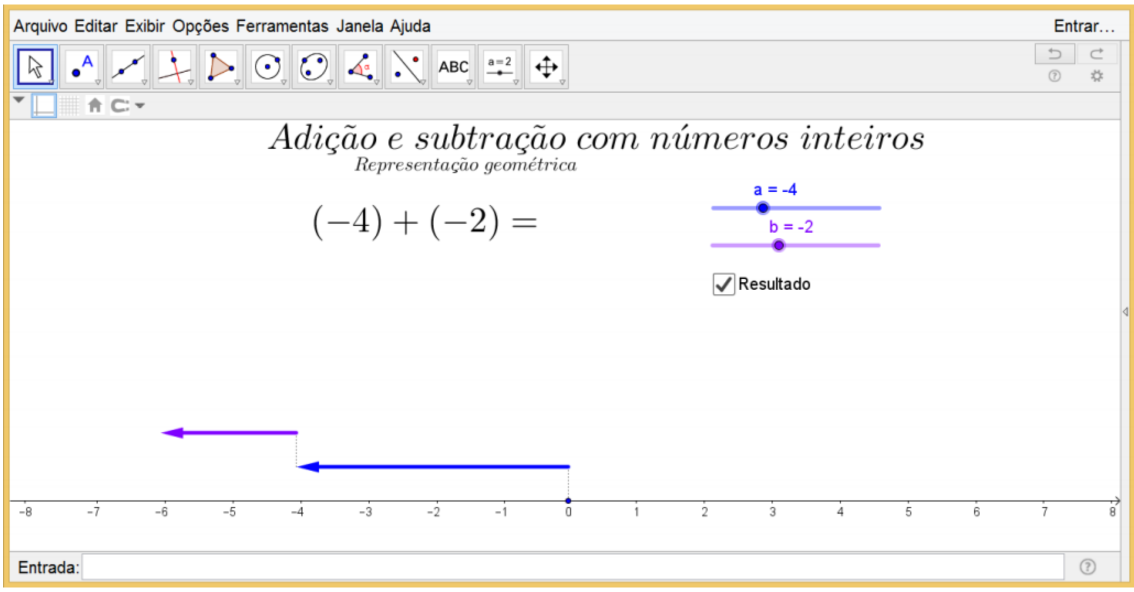


Figura 3 – Representação de (–4) + (–2)

Fonte: Autores

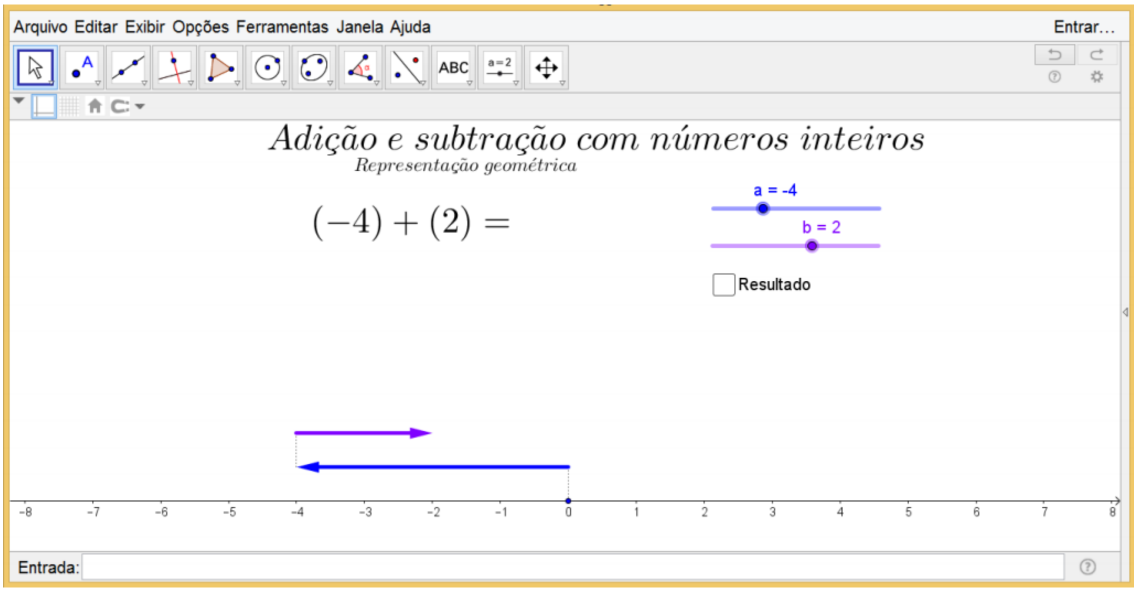


Figura 4 – Representação de (–4) + (2)

Fonte: Autores

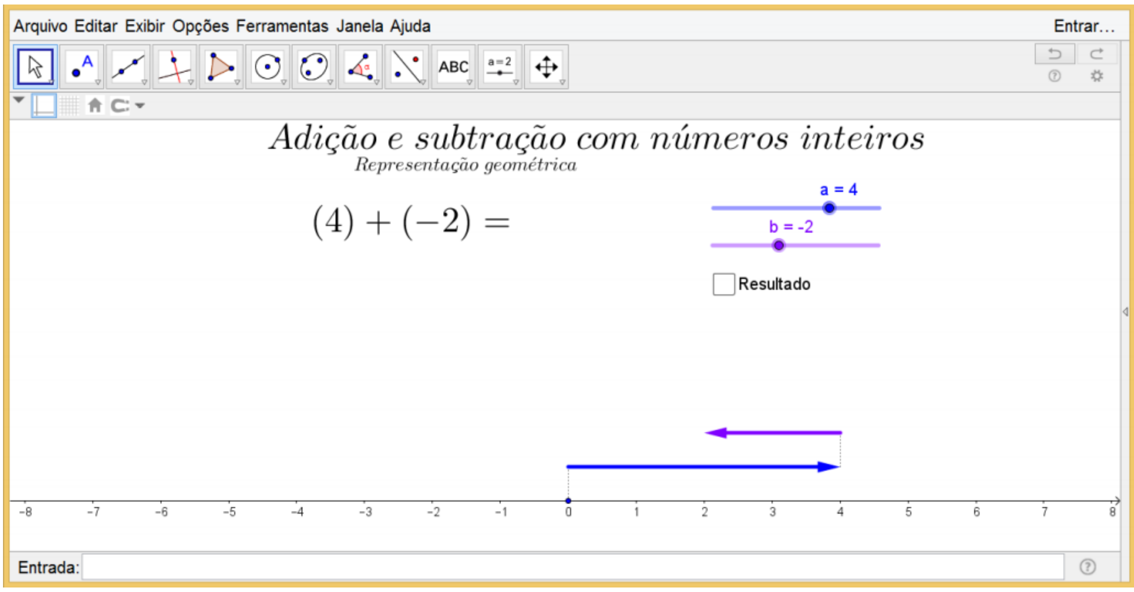


Figura 5 – Representação de (4) + (–2)

Fonte: Autores

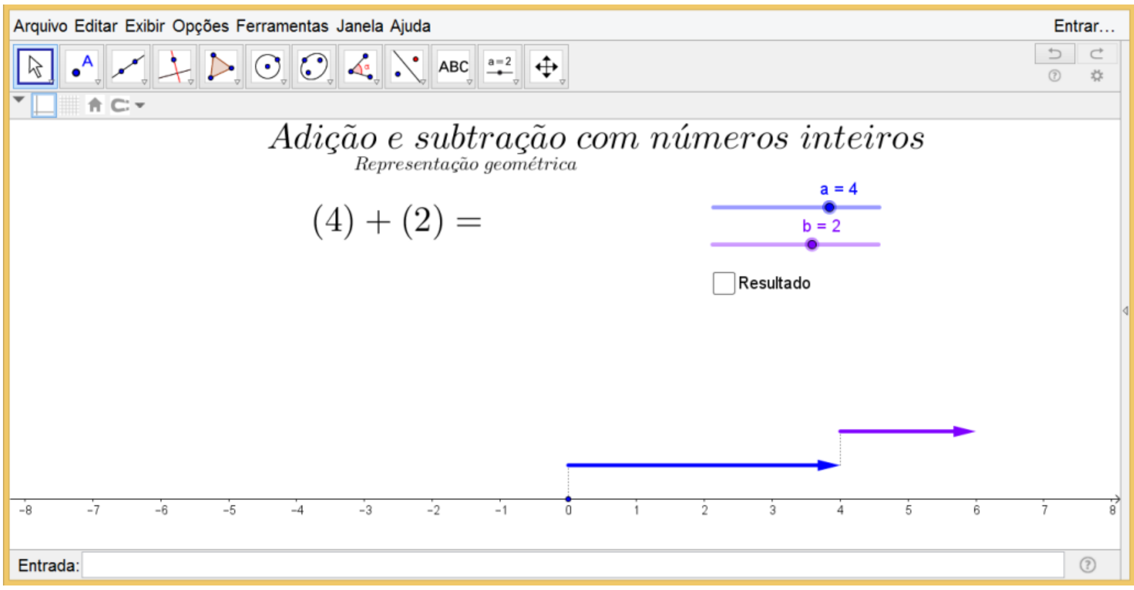


Figura 6 – Representação de (4) + (2)

Fonte: Autores

Após os alunos representarem as situações acima, questionamentos como “o que acontece com o resultado quando ambas as flechas estão na mesma direção?” e “qual é o resultado quando há flechas apontadas para direções opostas?” promoverão reflexões acerca do comportamento das flechas – que na verdade representam os números inteiros. Desta forma, o “tradicional” algoritmo da adição e subtração com inteiros será substituído pelo raciocínio do “comportamento das flechas”.

Quando ambas as flechas tiverem o mesmo sinal (positivo-positivo ou negativo-negativo), apontarão para o mesmo lado e o resultado será a soma de seus comprimentos, isto é, manterão o seu sinal (positivo ou negativo) e serão somados os módulos dos números. Já no caso de flechas de sinais opostos, o sinal será da flecha de tamanho maior e o valor será dado pela sua diferença, isto é, o resultado terá o sinal do maior módulo e valor da diferença entre os módulos dos números.

Nessa perspectiva de proposta didática pretende-se alcançar a função de professor como sugerem Thompson et al. (1997):

> [...] a função do professor é apresentar o conteúdo de maneira clara, lógica e precisa. Para executar isto, ele deve enfatizar as razões e a lógica subjacente às regras e procedimentos matemáticos e enfatizar as relações lógicas entre os conceitos (para estabelecer seu significado matemático). (THOMPSON et al. 1997, p.20).

Sendo esta a concepção mais clara e coerente que defendemos para o papel do professor com a finalidade de promover uma aprendizagem eficaz.

4 I FENDAS CONCLUSIVAS

Como esperávamos, a partir de outras experiências, a utilização das TIC geram grandes expectativas nos alunos. Acostumados com as majoritárias aulas expositivas, surpreendem-se com a utilização de recursos tecnológicos para favorecer o ensinoa-prendizagem.

O referido *applet*, quando manuseado pelos alunos para representar cálculos de adição e subtração com números inteiros, mostra-se capaz de motivar até os mais desinteressados, fato que muitas vezes nós e demais colegas de profissão sofremos para conseguir. Além disso, alunos com acesso à internet podem acessá-lo na homepage do GeoGebra (http://geogebra.org) com computadores e até mesmo smartphones, ratificando o uso dessas tecnologias para facilitar os seus estudos.

Enquanto ferramenta para representar as operações de adição e subtração com os números inteiros foi capaz de representar um convencimento aos alunos. Habituados com os cálculos de números naturais, as operações representadas no *applet* são capazes de ir muito além de uma simples justificativa, convencem os alunos de que é possível cálculos da forma “4 – 9” no novo conjunto numérico. Ademais, pela esquematização apresentada no *applet*, os estudantes são estimulados a raciocinar na busca de generalizações, uma vez que a construção do GeoGebra apresenta limitação de valores máximos e mínimos.

Assim, nossos alunos assimilaram o padrão que estas operações obedecem nos inteiros e não foi necessário explorar isoladamente os tradicionais algoritmos que são encontrados com facilidade em livros e apostilas didáticas. Ficou fortalecido o raciocínio lógico matemático, que, concordando com Fajardo e Machado (2013), é onde se deve priorizar o convencimento e compreensão por parte do aluno.

REFERÊNCIAS

AWILA, H. F. de. **Applets do GeoGebra**. Brasil. 2016. Disponível em: <www.geogebra.org/u/hakel>. Acesso em: 01 jun. 2016.

BALDINO, R. R. **Sobre a epistemologia dos números inteiros**. Educação Matemática. São Paulo: Sociedade Brasileira de educação Matemática, 2003, v. 3 n. 5, p. 4-11, nov. 1996.

BRASIL. Lei n. 9.394 de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Poder Executivo, Brasília, DF, 21 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da educação e cultura. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC, 1997.

COSTA, M. C. C. Educomunicador é preciso. In: Soares, I. O (Org.). **Caminhos da educomunicação**. São Paulo: Salesianas, 2001.

FAJARDO, R; MACHADO, S. B. Matemática crítica: o por que de algumas definições e regras. In: VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 2013, Montevideo. **Anais...** Montevideo, 2013.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, 1996, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, 1996, p. 1-13.

LAGARTO, J. R. Inovação, TIC e sala de aula. In: CAVALHEIRI, A.; ENGERROFF, S. N.; SILVA, J.da C. (Org.). **As novas tecnologias e os desafios para uma educação humanizadora**. Santa Maria: Biblos, 2013. p. 133-158.

MOREIRA, M. A. **Subsídios teóricos para o professor pesquisador em ensino de ciências**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009. Disponível em: <www.if.ufrgs.br/~moreira/>. Acesso em: 01 jun. 2016.

THOMPSON, A. G. et al. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. **Revista Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p.11-44, jul./dez. 1997.

CAPÍTULO 13

USO DO ORIGAMI NA CONSTRUÇÃO DE POLÍGONOS: UMA ABORDAGEM NO CÁLCULO DE ÁREAS

Anita Lima Pimenta
E-mail: anitallima@yahoo.com.br

Ana Carolina Pessoa Santos Veiga
E-mail: veigamatematica@gmail.com

RESUMO: Este trabalho propõe utilizar o Origami nas aulas de Geometria Plana no que tange o reconhecimento e abordagem do cálculo dos principais polígonos. Essa técnica oriental que significa dobrar papel vem sendo explorada por professores em suas aulas de Matemática por oportunizar ao aluno a possibilidade do campo concreto para o abstrato. A proposta é experimentar tamanhos, texturas, cores e modelos que poderão contribuir com a identificação de formas planas. Essa experiência foi realizada com um grupo de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental acreditando na possibilidade de formá-los como futuros monitores para a propagação da atividade para o restante da turma. Por tanto foram ensinados o passo a passo das dobraduras que deram origem as figuras geométricas que pretende-se investigar, a saber: triângulo, quadrado, retângulo, paralelogramo, losango e trapézio. Concluiu-se, com o desenvolvimento do estudo, que o origami possibilita um trabalho efetivo na aprendizagem da Geometria de maneira lúdica, contextualizada, promovendo a autonomia do estudante e entendendo-o como um suporte para a construção de conceitos por meio de materiais concretos.

PALAVRAS-CHAVE: Geometria. Origami. Polígonos.

INTRODUÇÃO

Este trabalho surgiu da necessidade de aproximar os estudantes do ensino da Geometria após verificar a grande dificuldade que os mesmos possuem nessa área do conhecimento. A partir de experiências anteriores das professoras decidiu-se apostar no uso do Origami como recurso didático para a abordagem desse tema.

A primeira parte da experiência ocorreu com um grupo amostral de 5 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública situada na cidade de Belo Horizonte. O objetivo principal das professoras envolvidas era levar uma prática diferenciada para as aulas de reposição tornando esse momento um pouco mais atrativo para os estudantes. Para tanto, em um momento posterior, essa atividade seria também aplicada aos demais estudantes.

Nesta escola as aulas de Geometria são ministradas separadamente das aulas de Matemática. As quatro aulas semanais dessa disciplina, no 9º ano, são divididas no formato , ou seja, 3 de Álgebra e 1 de Geometria.

O livro didático adotado nessa instituição é o *Matemática na medida certa* de Marília Centurión e José Jakubovic. Nessa obra os autores abordam no capítulo 6 o tema *Geometria e medidas: áreas e volumes*. No que se refere a Geometria Plana os objetivos são “rever a ideia de área; conhecer fórmulas para calcular a medida das áreas das principais figuras planas.” (CENTURIÓN; JAKUBOVIC, 2015, p.151).

Ao perceber a grande dificuldade dos estudantes com esse tema a professora fez uma parceria com sua colega de trabalho. Pensando em otimizar o tempo em sala de aula elaboraram, em seus tempos de planejamento, atividades relacionadas ao tema que seriam previamente aplicadas nas aulas de reposição. Pensou-se em desenvolver algumas atividades com um pequeno grupo de estudantes que seriam capacitados a se tornarem propagadores dos conhecimentos adquiridos. A ideia era formar monitores que pudessem auxiliar a professora em sala nos dias de aulas regulares onde o coro é mais expressivo.

Com a finalidade de tornar a aula mais atrativa as professoras elaboraram as atividades em três etapas. A primeira consistia em fazer dobraduras de papel nos formatos das principais figuras planas, a outra etapa teve como objetivo apresentar as fórmulas dos cálculos de tais figuras e para finalizar os estudantes responderiam a um teste com questões que exigia a aplicação das fórmulas referentes aos cálculos das áreas.

Essa atividade foi considerada, pelas profissionais, uma boa prática pedagógica pois, percebiam em suas aulas diárias que os alunos se dedicavam mais às atividades que envolviam materiais concretos. Portanto, acreditando nisso, deram origem a um projeto que surgiu da simples necessidade de aproximar os alunos das maravilhas do mundo geométrico.

O ENSINO DA GEOMETRIA COM ORIGAMI

De origem japonesa, a palavra “origami” significa dobrar papel. Prieto (2002) explica que *ori* significa dobrar — deriva do desenho de uma mão — e *kami* remete a papel — provém da representação de uma seda. Essa arte foi estabelecida em todo o mundo. No Brasil, é conhecida com dobradura; na língua espanhola, como *papiroflexia*, e, no inglês, como *paperfolding*.

Acredita-se que essa arte seja tão antiga quanto a origem do próprio papel. Muitos pesquisadores creem que o Origami não seja exclusividade japonesa, como Kanegae e Imamura (1989) relatam. Segundo eles, apesar de o Japão ser considerado o berço do Origami, seu surgimento pode ter ocorrido na China, uma vez que nesse país a história do papel é muito mais antiga. Para os autores:

> Em praticamente todos os países onde existe o papel, há uma maneira própria de dobrar este material. Alguns pesquisadores do origami acreditam que ele tenha surgido por volta do século VI d.C., quando um monge budista trouxe da China, via Coreia, o método de fabricação do papel, que até então era desconhecido pelos

> japoneses. Por causa do seu valor, as pessoas utilizavam-no em origamis especiais ou em cerimônias específicas. (KANEGAE; IMAMURA, 1989, p. 8).

Assim, não se sabe ao certo como se começou a dobrar papel, mas, segundo Kanegae e Imamura (1989), julga-se que haja alguma ligação com os costumes religiosos, já que em templos xintoítas eram encontradas ornamentações divinizadas feitas de papel.

Rego, Rego e Galdêncio Jr. (2003, p. 25) contam que "A religião dos mouros proibia a criação de qualquer representação simbólica de homens ou animais através do origami". Isso fez com que a arte fosse cada vez mais associada às construções geométricas. As regularidades encontradas nas dobraduras de papel aguçaram a curiosidade de estudiosos, que foram buscando estabelecer conexões dessas dobragens com a Matemática e, mais especificamente, com a Geometria.

Devido a essas conexões estabelecidas, no final do século XX os matemáticos começaram a se interessar por essa arte. Muitos perceberam que as diversas criações feitas com origami iam muito além da inspiração, da criatividade e da arte, estando, na verdade, associadas a conceitos e limitações geométricas. Prieto (2002) ressalva que se por um lado a escola oriental cultiva o origami por sua arte, a ocidental considera o modelo matemático que ele traz consigo.

Assim como as figuras geométricas de modo geral, as construções geométricas tradicionais feitas por dobraduras são regidas por um conjunto de axiomas que permite provar a existência de cada dobra possível de ser realizada. Rafael (2011) destaca o matemático Humiaki Huzita, da Universidade de Pádua, na Itália, que, na década de 1970, criou as seis operações conhecidas como axiomas de Huzita. Em 2001, Koshiro Hatori mostrou uma dobragem diferente dos axiomas existentes, surgindo, então, o sétimo axioma. A esse respeito, Rafael (2011, p. 19) ressalta: "Estes axiomas [que na realidade são operações] descrevem operações básicas que se podem efetuar em origami e permitem caracterizar formalmente o tipo de construções geométricas que é possível fazer com origami."

Tendo sido estabelecida uma relação entre a matemática e o origami, é possível delinear os caminhos os quais a pesquisa percorreu, possibilitando o apontamento do origami como um recurso metodológico para as aulas de Matemática. A proposta foi criar linhas dobrando papel — em vez de usar régua — e ensinar uma variedade de conteúdos matemáticos a partir de uma aula lúdica, criativa e direcionada ao ensino da Geometria. Rego, Rego e Galdêncio Jr. mostram que:

> Na realização das dobraduras, os estudantes familiarizam-se com formas geométricas, movimentos de transformação e múltiplas linhas de simetria dentro de uma mesma figura. Noções de retas perpendiculares, retas paralelas, figuras planas e sólidas, congruência, bissetrizes de ângulos, relações entre áreas e proporcionalidade poderão ser introduzidas de maneira igualmente eficaz. As dobraduras possibilitam ainda o desenvolvimento de atividades relacionadas ao estudo de frações, aritmética, álgebra e funções, dentre outros. (REGO; REGO;

GALDÊNCIO JR., 2003, p. 18).

Corroborando com os autores, percebe-se que a dobradura de papel é capaz de despertar o processo evolutivo do pensamento algébrico, aritmético e geométrico. Ela também permite que se construam conceitos a partir de cada dobra efetuada, além de explorar a percepção visual do aluno. A esse respeito, porém, Kaleff (2003) informa:

> Embora a maioria das representações de objetos geométricos seja perceptível visualmente, é importante não confundir a habilidade da visualização, isto é, a habilidade de se perceber o objeto geométrico em sua totalidade, com a percepção visual das representações disponíveis deste objeto. (KALEFF, 2003, p. 16)

Utilizando o origami em uma aula de Matemática, o papel se torna o material manipulativo nas mãos do aluno para que possa explorá-lo e percebê-lo, seja em sua bidimensionalidade ou na transformação do plano para o espaço tridimensional. Isso permite entender sobre o porquê de se ensinar Geometria com origami. Tomoko Fuse (1990) acredita que há uma grande diferença em entender alguma coisa através da mente e conhecer essa mesma coisa através do tato.

Por ser universal, a linguagem do origami também possibilita que qualquer pessoa faça uma leitura interpretativa de seus diagramas, o que contribui com a memorização do passo a passo e se transforma em exercício mental.

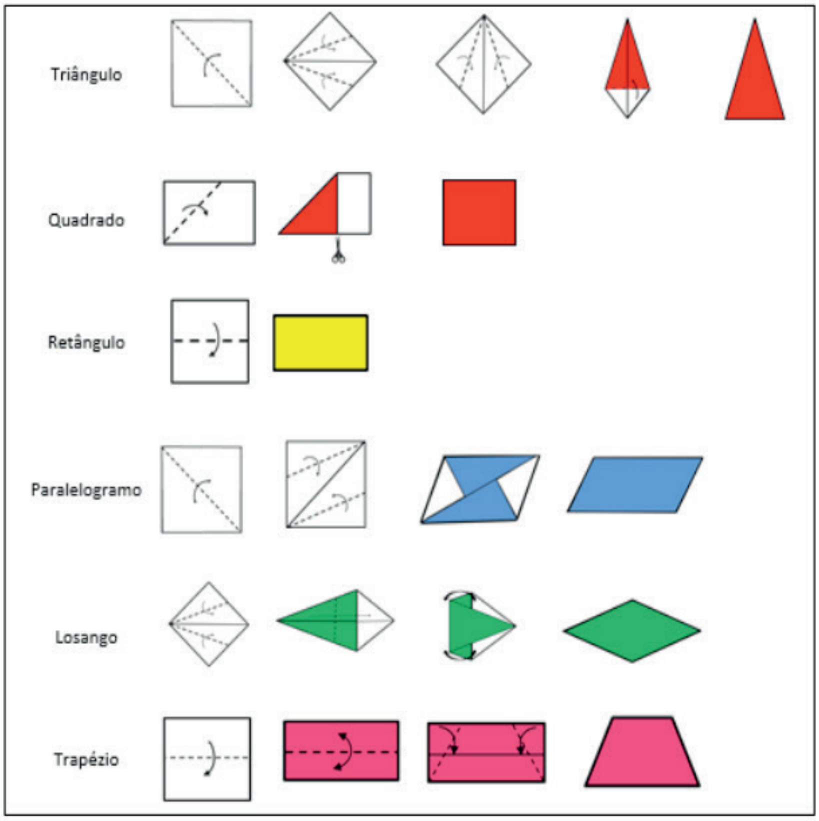
Portanto, nessa concepção, o origami não é visto apenas como uma “arte de dobrar papel”, mas, sim, como um objeto de aprendizagem constituído por um corpo axiomático com embasamento matemático, a fim de assegurar um ensino significativo.

Porém, para se ensinar Geometria através do origami, o professor precisa, primeiro, conhecer e dominar a técnica. A seguir, será abordado o desenvolvimento da pesquisa cujos resultados aqui se apresentam, bem como o contexto em que ela foi realizada.

Objetivos da experiência, metodologia e desenvolvimento

Para encontrar os benefícios que o Origami pode trazer para a aprendizagem geométrica, tem-se como objetivo geral desse trabalho inserir a prática do Origami em sala de aula. Na expectativa de que, com essa abordagem, a aprendizagem aconteça proporcionando uma compreensão para aquele que executa a técnica. Espera-se que o estudante construa, através de dobraduras, conceitos elementares da Geometria Plana.

Para o início da atividade as professoras entregaram aos estudantes 6 pedaços de papel, sendo 5 no formato quadrado e 1 no formato retangular. Optou-se por entregar os materiais no formato desejado para agilizar as construções dos polígonos. Os mesmos foram executados seguindo o passo a passo de acordo com o quadro abaixo.



Quadro 1 – Diagrama da dobragem dos polígonos

Fonte: PIMENTA, 2018, adaptado.

Ao terminar as dobraduras as professoras deram uma aula expositiva sobre o cálculo das áreas das figuras planas construídas. Foi interessante observar que os estudantes pegavam as suas dobraduras para identificar os elementos dos polígonos. O estudante A relatou:

Estudante A: “*Aqui é a base, esse outro lado é a altura.”*

Disse isso apontando para os seguimentos de retas que constituíam as figuras construídas a partir do Origami.

Fonte: acervo pessoal

Como forma de avaliar a proposta, as professoras selecionaram um exercício de um caderno de atividades (ver anexo), a fim de verificar se os alunos conseguiriam ter um aproveitamento satisfatório.

Foi percebido que os estudantes tiveram maior facilidade em associar as figuras às fórmulas dos cálculos de áreas. O que ocasionou em um desempenho positivo na execução da tarefa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a análise das atividades, verificou-se que o processo de construção de modelos geométricos com origami foi fundamental para a elaboração de alguns conceitos. Como aponta Genova (2001), o origami pode exercer o papel de mediador ao promover as construções geométricas associando o reconhecimento das formas aos conceitos teóricos.

Em conformidade com Kaleff (2003), considerou-se que as situações de descobertas deveriam ser incentivadas em sala de aula e identificou-se, nessas atividades, uma boa oportunidade para promovê-las. Mesmo sem conhecer algumas das propriedades em questão, os participantes puderam percebê-las ao manipular o papel que tinham em mãos.

A técnica do origami é explorada em muitas atividades pedagógicas, porém nem sempre se estabelecem conexões com a Matemática. A experiência trouxe a possibilidade de um olhar criterioso para uma arte que pode ser grande aliada do ensino e aprendizagem geométrica de nossos estudantes.

REFERÊNCIAS

CENTURIÓN. M, JAKUBOVIC. J. **Matemática na medida certa**. São Paulo: Leya, 2015

FUSE. T. **Unit Origami**: Multidimensional Transformations. Tokyo: Japan Publications, 1990.

GENOVA. C. **Origami**: a milenar arte das dobraduras. 3. ed. São Paulo: Escrituras, 2001.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo poliedros**: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros materiais concretos. 2. ed. Niterói: UFF, 2003.

KANEGAE, M., IMAMURA, P. **Origami**: arte e técnica da dobradura de papel. São Paulo: Aliança Cultural Brasil Japão, 1989.

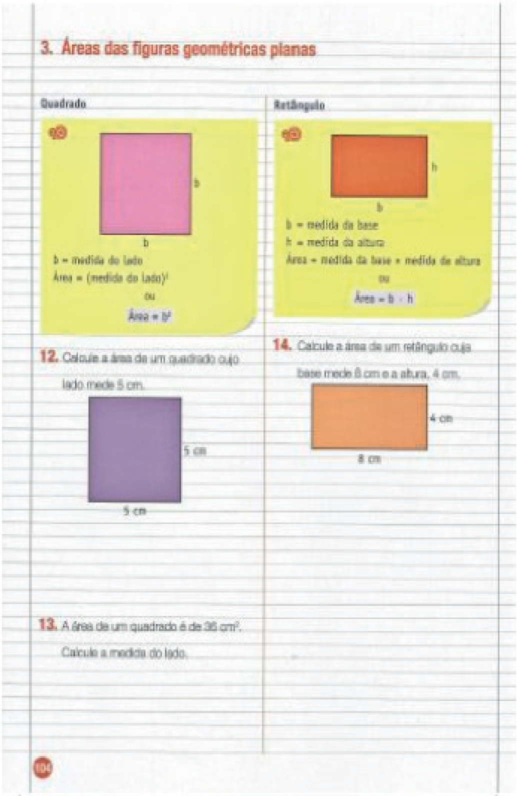
PIMENTA, A. L, GAZIRE, E. S. **Construindo poliedros platônicos com origami**: uma perspectiva axiomática. Beau Bassin: Novas Edições Acadêmicas, 2018.

PRIETO, J. I. R. Matemáticas y papiroflexia. **Revista Sigma**, Bilbao, n. 21, p. 175-192, 2002. Disponível em: <http://www.cimat.mx/Eventos/secundaria10/03_Mats-y-Papiroflexia.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2015.

RAFAEL, I. Origami. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 114, p. 16-22, set./out. 2011. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/_EM114_pp16-22_4e6489d4d25fc.pdf>. Acesso em: 4 abr. 2015.

REGO, R. G.; REGO, R. M.; GALDÊNCIO JÚNIOR, S. **A Geometria do Origami**: atividades de ensino através de dobraduras. João Pessoa: Universitária/UFPB, 2003.

ANEXO



3. Áreas das figuras geométricas planas

Quadrado

b = medida do lado

Área = (medida do lado)²

ou

Área = b²

12. Calcule a área de um quadrado cujo lado mede 5 cm.

13. A área de um quadrado é de 36 cm². Calcule a medida do lado.

Retângulo

b = medida da base

h = medida da altura

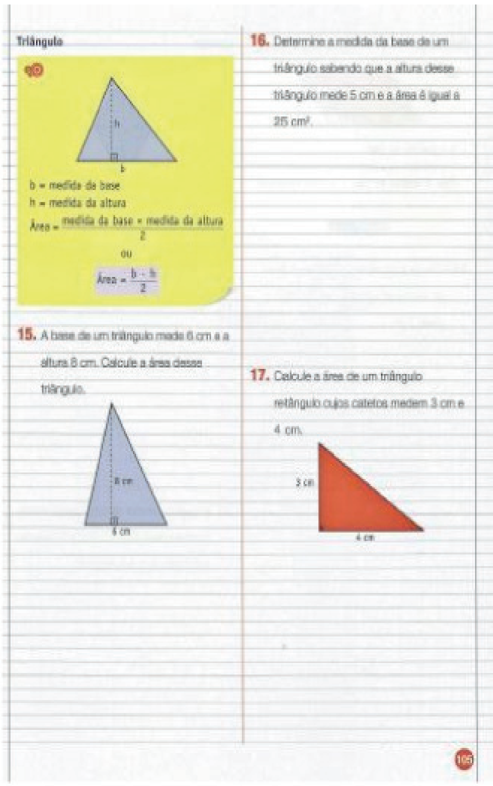
Área = medida da base × medida da altura

ou

Área = b · h

14. Calcule a área de um retângulo cuja base mede 8 cm e a altura, 4 cm.

104



Triângulo

b = medida da base

h = medida da altura

$$\text{Área} = \frac{\text{medida da base} \times \text{medida da altura}}{2}$$

ou

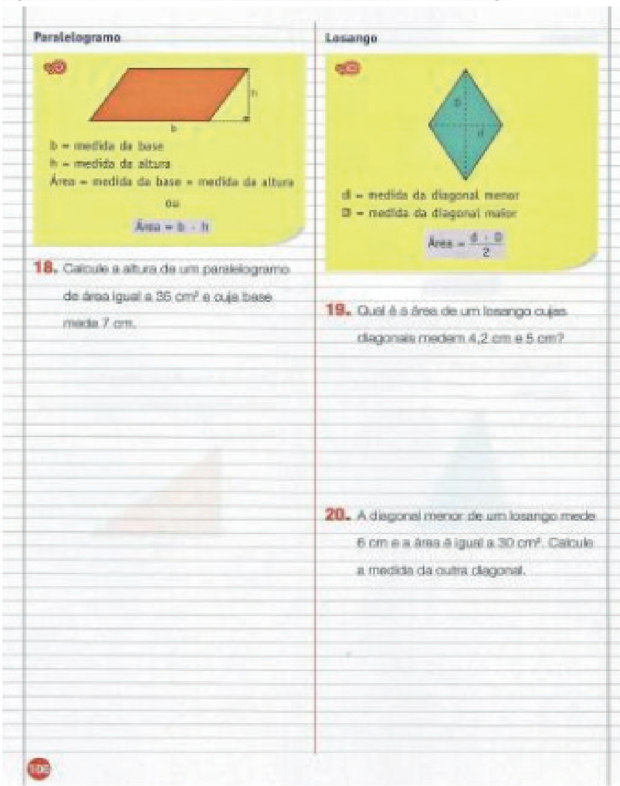
$$\text{Área} = \frac{b \cdot h}{2}$$

15. A base de um triângulo mede 6 cm e a altura 8 cm. Calcule a área desse triângulo.

16. Determine a medida da base de um triângulo sabendo que a altura desse triângulo mede 5 cm e a área é igual a 25 cm².

17. Calcule a área de um triângulo retângulo cujos catetos medem 3 cm e 4 cm.

105



Paralelogramo

b = medida da base

h = medida da altura

Área = medida da base × medida da altura

ou

Área = b · h

18. Calcule a altura de um paralelogramo de área igual a 35 cm² e cuja base mede 7 cm.

Losango

d = medida da diagonal menor

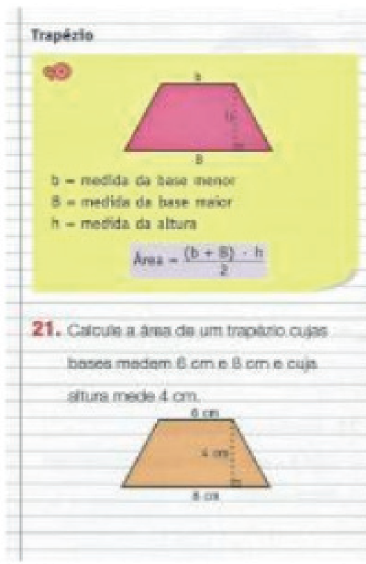
D = medida da diagonal maior

$$\text{Área} = \frac{d \cdot D}{2}$$

19. Qual é a área de um losango cujas diagonais medem 4,2 cm e 5 cm?

20. A diagonal menor de um losango mede 6 cm e a área é igual a 30 cm². Calcule a medida da outra diagonal.

106



Trapézio

b = medida da base menor

B = medida da base maior

h = medida da altura

$$\text{Área} = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$

21. Calcule a área de um trapézio cujas bases medem 6 cm e 8 cm e cuja altura mede 4 cm.

CAPÍTULO 14

RESGATANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM PROJETO DE PERMANÊNCIA E ÊXITO NO ÂMBITO DO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Daiani Finatto Bianchini
Instituto Federal Farroupilha
Santa Rosa RS

Cleber Mateus Duarte Porciuncula
Instituto Federal Farroupilha
Frederico Westphalen RS

Janine da Rosa Albarello
Instituto Federal Farroupilha
Frederico Westphalen RS

Renata Zachi
Instituto Federal Farroupilha
Frederico Westphalen RS

RESUMO: Esta produção é motivada pelo Projeto de Ensino: Resgatando Conceitos Matemáticos; desenvolvido com os alunos do 1º Ano do Ensino Médio do Instituto Federal Farroupilha- Campus Frederico Westphalen. A ação teve como objetivo propor um acompanhamento aos alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem na disciplina de Matemática, especialmente no que se refere a conceitos básicos do Ensino Fundamental. Trata-se de uma necessidade institucional que visa à permanência e o êxito a partir da superação de dificuldades a fim de permitir que o estudante avance no itinerário formativo de seu curso com aproveitamento satisfatório. O projeto aconteceu no início de 2018, contando com a participação de 93 alunos e 6 professores. Resgatamos conceitos relacionados às quatro operações básicas; frações, expressões numéricas e equações lineares. Os resultados quantitativos mostram que 67% dos alunos participantes progrediram em relação às atividades iniciais. Os resultados qualitativos nos permitem garantir que o projeto foi uma oportunidade de conhecer os alunos em suas potencialidades e dificuldades e assim traçar ações para a melhoria da aprendizagem que serão desenvolvidas ao longo do período letivo.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática; Permanência e Êxito; Projeto de Ensino.

ABSTRACT: This production is motivated by the Teaching Project: Rescuing Mathematical Concepts; developed with students from first year of High School of the Federal Institute Farroupilha - Campus Frederico Westphalen. The action purpose was to propose a follow-up to the students who present learning difficulties in Mathematics, especially with regard to basic concepts of Elementary School. It is an institutional need that aims at permanence and success from overcoming difficulties in order to allow the student to advance in the formative course of his course with satisfactory use. The project happened in early 2018, with participation of 93 students and 6 teachers. Concepts related

to the four basic operations; fractions, numerical expressions and linear equations were rescued. The quantitative results show that 67% of the participating students progressed in relation to the initial activities. The qualitative results allow us to guarantee that the project was an opportunity to get to know the students in their potentialities and difficulties and to outline actions for the improvement of learning that will be developed throughout the school period.
KEYWORDS: Mathematics; Permanence and Success; Teaching Project.

1 I CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Este texto tem como objetivo socializar um Projeto de Ensino desenvolvido no âmbito do Instituto Federal Farroupilha – IFFar Campus Frederico Westphalen, no início do período letivo de 2018. O Projeto intitulado *Resgatando Conceitos Matemáticos* surge como uma necessidade institucional e mais especificamente da área de Matemática e disciplinas correlatas. Estas disciplinas sentem dificuldades em desenvolver conceitos relativos ao Ensino Médio sem que os alunos saibam mobilizar conhecimentos básicos relacionados à Matemática do Ensino Fundamental. Tal situação muitas vezes ocasiona a evasão ou a repetência, problemas bastante presentes e que precisam de ações coletivas para sua superação. Neste sentido é importante destacarmos inicialmente quem são os sujeitos e quais as condições que se oportunizou a prática aqui relatada.

O Instituto Federal Farroupilha-Campus Frederico Westphalen compõe a rede de Educação Básica Técnica e Tecnológica e conta atualmente com dois cursos integrados ao Ensino Médio: Técnico em Agropecuária e Técnico em Informática. Para concorrer a uma vaga em nossa instituição, os alunos são submetidos a um processo seletivo. Os candidatos na grande maioria, são estudantes dos municípios vizinhos pertencentes à região Norte do estado do Rio Grande do Sul, no entanto, temos alunos de outros estados, que buscam na nossa instituição, uma oportunidade de continuidade aos estudos. A escola conta com uma boa estrutura para acolher alunos de outros municípios no regime de internato, e oferece todas as condições de permanência sem custos aos estudantes.

O IFFar-Frederico Westphalen, faz parte de uma política de expansão sem precedentes da educação profissional ocorrida no Brasil na última década, quando novas oportunidades de formação dos jovens para o mundo do trabalho passaram a surgir. Segundo Dore, Sales e Silva, (2017, p. 1) entre 2003 e 2010, o MEC inaugurou 214 instituições de educação profissional. Entre 2011 e 2014, entraram em funcionamento 208 novas instituições, totalizando 562 unidades. A ampliação das condições de formação técnica e tecnológica contribuiu, sem dúvidas, para democratizar o acesso à educação no país. Entretanto, intensificou-se o número de estudantes que passaram a abandonar os estudos. Como resposta, a Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica (SETEC/MEC) elaborou, em 2014, um documento orientador para superar a evasão escolar. Sucederam-se outros documentos normativos e ações que começaram a ser desenvolvidas diretamente pelas instituições de ensino.

A análise da realidade local, tendo como parâmetro o ano de 2017 deixa explícita a necessidade de termos ações pontuais para diminuir esta realidade preocupante especialmente no primeiro ano do Ensino Médio, que é o período onde são registrados os maiores índices de evasão, desistência e reprovação.

	Transferência	Desistência	Reprovação	Total
Técnico em Agropecuária	18	5	5	**28**
Técnico em Informática	5	2	2	**9**
Total	23	7	7	

Tabela 1: Dados estatísticos referente à transferência, desistência e reprovação observados nos 1ºs Anos dos Cursos Integrados do IFFar- Frederico Westphalen/ 2017

Fonte: Setor de Registro Acadêmico – IFFar Frederico Westphalen-2017

A partir destes dados, é possível perceber que 27% dos alunos do curso de Agropecuária, e 26% do curso de Informática não tiveram êxito nos estudos no IFFar-Frederico Westphalen. A transferência, desistência ou a reprovação, explicitadas no quadro acima tem diversas motivações dentre as quais podemos destacar: falta de motivação (dificuldade de aprendizagem); falta de identificação com a proposta do curso; dificuldades em adaptar-se ao lugar, visto que muitos alunos ficam longe das famílias em regime de internato; dificuldades de adaptação à rotina de estudos de tempo integral; dificuldades familiares; entre outros fatores não explicitados pelos alunos, porém determinantes na decisão de não permanência.

No Campus Frederico Westphalen ingressaram, em 2017, 140 alunos nos dois cursos integrados mantidos pela instituição (105 no Técnico em Agropecuária e 35 no Técnico em Informática). Após um ano de trabalho, inúmeras atividades de recuperação paralela e monitorias tivemos como resultado deste processo a reprovação de 26 alunos na disciplina de Matemática, o que representa quase 19 % de reprovação. Esta situação não se restringe apenas a Matemática, mas é sentida também pelas disciplinas de Física e Química. Diante desta realidade, na tentativa de avaliar nossos alunos de forma global, valorizando seu empenho e sucesso em todas as áreas do conhecimento, o conselho de classe final decidiu manter a reprovação de 7 alunos (5%), aprovando os demais.

A decisão coletiva de aprovar os alunos que não tiveram desempenho satisfatório ameniza, em partes, a sensação de fracasso da instituição como um todo, porém coloca em cada um de nós, professores de Matemática, um desafio de desenvolver conceitos do Ensino Médio com alunos que acumulam lacunas em sua vivência escolar.

A Matemática é uma área de conhecimento presente no currículo escolar desde o primeiro ano de escolarização. Tem uma linguagem própria, seus conteúdos são cumulativos e seus conceitos servem de instrumento de estudos para diversas outras disciplinas do currículo escolar. As características estruturantes da disciplina, o pouco interesse dos alunos em atividades que envolvem concentração e raciocínio e a falta conhecimento “de base” têm se mostrado como fatores que dificultam o trabalho em Matemática e em disciplinas correlatas no Ensino Médio, tornando os resultados finais do processo de ensino realmente muito negativos.

Smole (2016) analisa alguns dados relativos ao aproveitamento escolar na disciplina de Matemática. Iniciando pela Prova Brasil de 2013, mesmo com uma ligeira melhoria de proficiência, apenas 20 em cada 100 estudantes brasileiros concluem o Ensino Fundamental sabendo o que deveriam saber de matemática nessa etapa escolar. No Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), a análise do desempenho dos alunos brasileiros aponta que a maioria (70,3%) está abaixo do nível 2 de proficiência em Matemática, entre os 6 estabelecidos. Ao considerarmos o indicador de Analfabetismo Funcional (INAF), verificamos que apenas 42% da população brasileira resolvem problemas envolvendo operações básicas em números da ordem do milhar, comparam ou relacionam informações numéricas ou textuais expressas em gráficos ou tabelas simples e reconhecem significado de representação gráfica.

Foi a partir desta problemática explicitada até o momento que o Projeto de Ensino: *Resgatando Conceitos Matemáticos* foi idealizado por professores da área de Matemática e Física. Teve como propósito inicial realizar uma ação junto aos alunos que ingressaram na escola no ano de 2018, realizando um trabalho com conceitos básicos e estruturantes que poderão colocá-los em uma situação de maior sucesso ao longo do curso no qual estão inseridos na intenção de contribuir com a permanência e especialmente ao êxito de nossos estudantes.

2 I O PERCURSO METODOLÓGICO

Com o problema da evasão e repetência já conhecidos pelos relatórios estatísticos dos anos anteriores e pelas dificuldades de aprendizagem vivenciadas em sala de aula, o grupo de professores da Matemática e da Física juntaram esforços com o propósito de delinear as ações do projeto. Iniciamos nos questionando o porquê de desenvolver um projeto de ensino visando conceitos do Ensino Fundamental e como fazer para desenvolvê-lo. Foi um diálogo importante e necessário entre duas áreas que têm o raciocínio numérico como base de seu trabalho.

Os professores de Física argumentaram que o essencial no trabalho desta disciplina no Ensino Médio é a compreensão dos fenômenos. Muitos destes têm constituição baseada em equações matemáticas, desta forma os alunos não compreendem o fenômeno de forma global porque não conseguem compreender os cálculos necessários. Sendo assim, o trabalho com medidas e equações, além das operações básicas são os conhecimentos primordiais a serem desenvolvidos no projeto. Além disso, por sugestão dos professores de Matemática, incluiu-se também os conceitos de expressões numéricas. Optamos pela organização dos conteúdos em quatro módulos: Operações com números reais; Frações; Expressões e Equações. Estes módulos foram desenvolvidos ao longo de quatro semanas, com um encontro semanal de 1h e 40min. Em função do tempo, optamos por não utilizar metodologias ou materiais diferenciados. Nossa preocupação era identificar as dificuldades e interagir com os alunos de forma individualizada, orientando o estudo e oportunizando um espaço de apoio pedagógico, visto que são conceitos bem elementares da Matemática.

Na primeira semana letiva do ano de 2018 aplicamos um instrumento diagnóstico para os alunos do 1º ano dos cursos Técnicos Integrados em Agropecuária e Informática, onde os alunos tiveram que desenvolver cálculos simples envolvendo operações matemáticas com números em sua forma inteira, decimal e fracionária, além de expressões e equações numéricas. Com este instrumento foi possível selecionarmos os alunos com dificuldades (público alvo do projeto) e os que se destacaram (monitores do projeto). Os alunos que não resolveram 50% das 26 questões propostas de forma satisfatória foram organizados em seis grupos de trabalho acompanhados por um professor e um monitor, aproximadamente quinze alunos por turma. Os responsáveis pelos alunos foram comunicados da existência do projeto e da necessidade de participação, o que em certa medida, ajudou a comprometê-los com a frequência.

Com base nos conceitos desenvolvidos com menor sucesso no instrumento diagnóstico ministramos aulas explicativas propondo a resolução de novas atividades. Um material específico foi planejado para ser estudado em casa, e entregue sempre na aula seguinte. Ao final de cada aula, realizávamos uma reunião com os professores envolvidos para avaliação das atividades propostas e planejamento do próximo módulo.

Ao final dos quatro módulos os alunos fizeram outro instrumento diagnóstico. Desta forma, verificamos quais deles continuavam apresentando dificuldades em resolver questões simples e que precisa ser acompanhados de forma mais particular ao longo do ano.

3 I O DESENVOLVIMENTO DO PROJETO: LIMITES E POSSIBILIDADES A PARTIR DA INTERAÇÃO COM OS ALUNOS

A partir da seleção dos participantes do projeto, começamos as atividades presenciais na primeira semana do mês de março. Inicialmente percebemos a motivação e o envolvimento dos alunos na proposta. Todos sabiam que estar participando do projeto não era uma "punição" e sim uma oportunidade de superar as dificuldades apresentadas inicialmente. Por outro lado, nós professores nos deparamos com uma realidade mais difícil que a planejada. De um total de 140 alunos, 93 não obtiveram 50% de acertos no diagnóstico inicial, nos mostrando que as lacunas na aprendizagem referente ao Ensino Fundamental são bastante grandes.

O primeiro módulo teve como foco de estudos as operações com números inteiros e decimais. Selecionamos alguns erros comuns observados na atividade diagnóstica e desenvolvemos a explicação a partir deles. Mesmo tendo uma turma com número reduzido, observamos que os grupos eram bastante heterogêneos apresentando diferentes graus de dificuldades para a resolução das atividades tais como: falta de compreensão do sistema decimal (adição e subtração com reserva), domínio da tabuada, uso de algoritmo sem critérios (em números decimais), falta de compreensão do processo da divisão.

O segundo módulo teve como foco de estudos as frações. No projeto, o foco de estudo foi apenas as operações com frações, sem a preocupação com a resolução de problemas. Da mesma forma que no primeiro módulo, partimos dos erros comuns identificando as dúvidas nos processos das operações. Criamos uma “folha resumo”, onde os alunos deveriam anotar as considerações, destacando a forma de operacionalizar os algoritmos. Esta folha serviu de apoio no decorrer das aulas do projeto e na sala de aula regular também. Neste módulo chegamos avaliar que o uso de materiais manipuláveis e a resolução de problemas auxiliariam na compreensão dos conceitos. No entanto nossa escolha, pensando especialmente no tempo dos encontros, foi restringir o trabalho as operações.

Os módulos três e quatro tinham como objetivos desenvolver expressões numéricas e equações do 1° grau. Foram os módulos nos quais encontramos maior dificuldade afinal os conceitos iam se acumulando de forma que os módulos 1 e 2 estavam presentes no 3 e 4.

Sentimos de forma muito positiva a participação dos alunos monitores, que tendo um domínio maior dos conceitos e procedimentos, contribuíram no momento do auxílio mais individualizado.

Em relação ao aproveitamento dos alunos alguns fatores foram determinantes para o progresso na aprendizagem. Podemos observar na Tabela 2 que apenas 68% dos alunos tiveram frequência nos quatro encontros, sendo que 32% tiveram uma ou duas faltas no decorrer das aulas. De modo geral, isto influenciou no aproveitamento dos alunos, afinal todos eles apresentaram dificuldades significativas na atividade diagnóstica.

QUANTIDADE DE PRESENÇAS	QUANTIDADE DE ALUNOS	PERCENTUAL DE PRESENÇAS
DUAS	6	6%
TRÊS	24	26%
QUATRO	63	68%
Total Geral	**93**	**100%**

Tabela 2: Frequência dos alunos no Projeto: *Resgatando Conceitos Matemáticos*- Março 2018

Fonte: Registros dos professores-2018

Em relação a frequência dos alunos no projeto destacamos a importância da parceria com a Supervisão Pedagógica e Coordenadoria de Assistência Estudantil. Depois de duas semanas do início dos trabalhos fizemos um levantamento dos alunos faltantes nos primeiros encontros. Ao identificá-los, realizamos uma reunião, ouvimos cada um, reiteramos a importância da participação, registramos os combinados em ata, e propusemos um plano de recuperação dos conteúdos já trabalhados. Esta ação foi muito importante para que eles percebessem que a escola está atenta e disposta a buscar cada aluno que precisa avançar na aprendizagem.

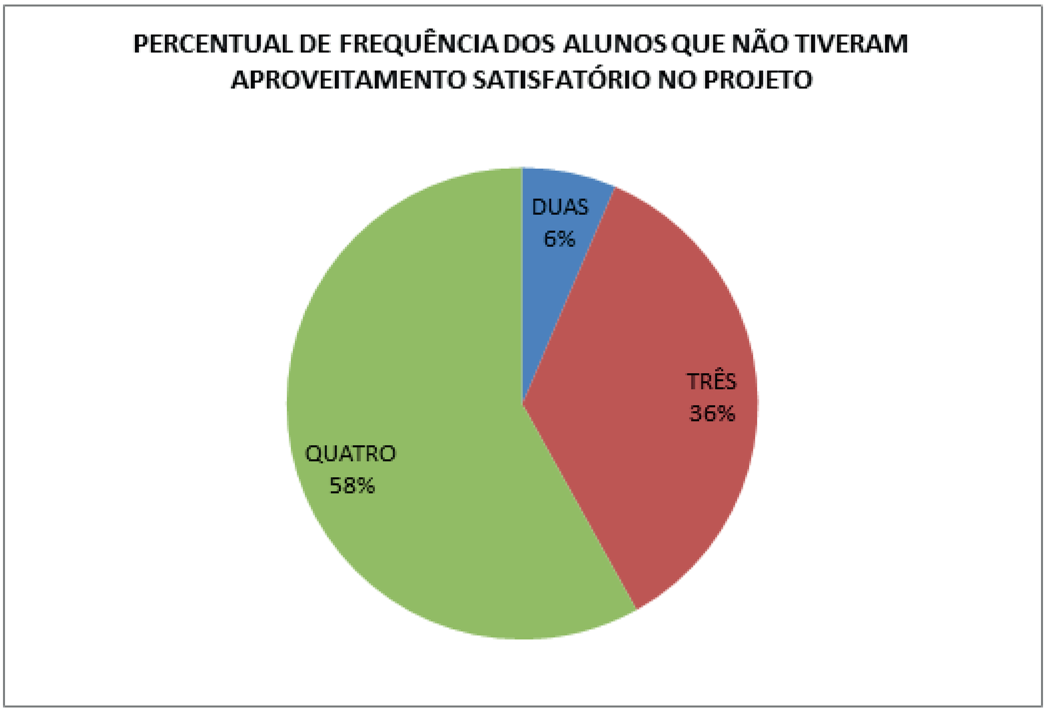
Outro fator que merece destaque é as atividades a serem realizadas em casa, como continuidade do trabalho desenvolvido de forma presencial. A realização e entrega das tarefas de cada módulo foi mais um espaço de estudo motivado pelo projeto, pois entendemos que o comprometimento de cada aluno com sua aprendizagem é parte importante deste processo. A tabela 3 mostra como foi as devolutivas referentes aos trabalhos encaminhados como tarefa de casa.

QUANTIDADE DE ATIVIDADES ENTREGUES	NÚMERO DE ALUNOS	PERCENTUAL DE ALUNOS
NENHUMA	6	7%
UMA	5	5%
DUAS	14	15%
TRÊS	27	29%
QUATRO	41	44%
Total Geral	**93**	**100,00%**

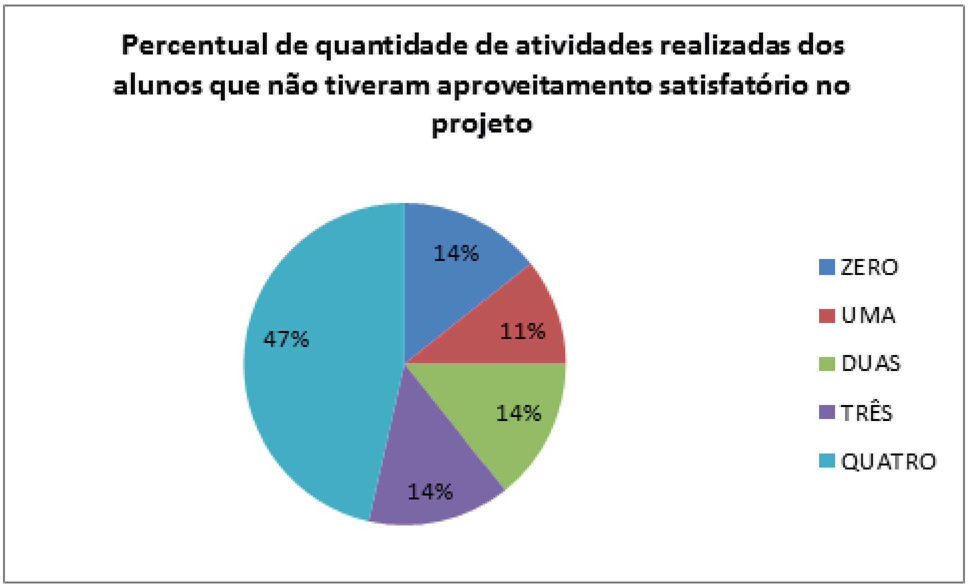
Tabela 3: Quantidade de atividades entregues durante o projeto- março/abril 2018

Fonte: Registros dos professores

Ao realizar a atividade final, pudemos constatar que 62 alunos (67% aproximadamente) progrediram em relação ao seu desempenho inicial e alcançaram os 50% de aproveitamento da avaliação, já 31 alunos (33% aproximadamente) não evoluíram de forma considerável em relação ao seu desempenho inicial. Avaliamos de forma muito positiva os resultados finais. A partir destas informações direcionamos nosso olhar para os 31 alunos que não obtiveram o avanço planejado e tentamos mapear quais eram e os possíveis motivos que os fizeram não avançar. O Gráfico 1 e o Gráfico 2 nos ajudam a compreender um pouco esta realidade.



Considerando apenas os alunos que não tiveram aproveitamento final satisfatório, observamos que 45% dos alunos tiveram faltas nos encontros presenciais do projeto, o que nos leva a considerar que a infrequência pode ter influenciado no aproveitamento.



O Gráfico 2 mostra o percentual de entrega dos 4 trabalhos realizados no decorrer do projeto. Percebe-se que apenas 47% dos alunos entregaram todas as atividades, logo, 53% dos alunos que demonstram ter expressivas dificuldades de compreensão dos conceitos matemáticos não realizou tarefas essenciais para a superação das dificuldades.

Ao finalizar todas as atividades planejadas e com os resultados finais realizamos uma reunião de avaliação. Nesta reunião, mapeamos cada um dos 31 alunos que não atingiram os objetivos. Cada professor fez considerações sobre o desempenho destes alunos no decorrer das aulas e sugeriu formas de dar continuidade ao trabalho de recuperação dos conceitos essenciais da Matemática.

Apesar das dificuldades ainda apresentadas por alguns, percebemos que o ponto mais positivo do projeto foi a oportunidade de conhecer como nosso aluno organiza seu pensamento matemático. Conseguimos no decorrer das aulas, identificar os alunos com dificuldades mais intensas e que precisam ser acompanhados pelo professor ao longo do período letivo. Todas as observações realizadas no decorrer do projeto, foram devidamente registradas e serão objetivos de um trabalho que pretende-se, preventivo a evasão e a reprovação.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O projeto foi uma oportunidade de conhecermos os alunos, com suas potencialidades e dificuldades, já no primeiro mês de aula, identificando os que não tiveram crescimento satisfatório. Para estes alunos, propusemos um acompanhamento pedagógico mais intenso a ser realizado ao longo do ano.

Avaliamos que é indispensável que o projeto ocorra no primeiro mês de aula, pois é neste período que os alunos estão mais disponíveis, não havendo muitas atividades individuais e institucionais programadas.

É necessário que os grupos de trabalhos tenham no máximo 15 alunos para que os professores possam realmente dar um atendimento individualizado. A presença dos monitores, alunos do 1º e 2º anos, foi avaliada de forma muito positiva.

Desta forma, entendemos que o projeto se constituiu em uma importante ação pela permanência e êxito e nos dispomos a reeditar o projeto nos próximos períodos letivos reavaliando alguns processos metodológicos utilizados.

REFERÊNCIAS

BRASIL. MEC. SETEC. IFFARROUPILHA. Programa Permanência e Êxito. Instituto Federal Farroupilha: 2014.Disponível em: <http://w2.iffarroupilha.edu.br/site/conteudo.php?cat=168&sub=6013> . Acesso em 15 de junho2018.

______. MEC. SETEC. Documento Orientador para a Superação da Evasão e Retenção na Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. SETEC: 2014. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/setec-secretaria-de-educacao-profissional-etecnologica/publicacoes> Acesso em 15 de junho 03 jun. 2018.

DORE, Rosemary; SALES, Paula Elizabeth Nogueira; SILVA Carlos Eduardo Guerra, (Orgs.). *Educação profissional e evasão escolar: contextos e perspectivas.* - Belo Horizonte : RIMEPES, 2017. 344 p., enc, il.

SMOLE, Kátia Stocco. *Matemática na escola atual e o desafio de superar a crise.* Acesso em 02/03/2018. Disponível em http://mathema.com.br/reflexoes/matematica-na-escola-atual-e-o-desafio-de-superar-a-crise/

CAPÍTULO 15

PROBABILIDADE E LITERACIA: UM ESTUDO COM ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

Cassio Cristiano Giordano
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
São Paulo - SP

RESUMO: Este trabalho traz resultados parciais de uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso, cujo objetivo consiste em identificar conhecimentos prévios e concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio sobre Probabilidade. Nossos sujeitos de pesquisa foram cinquenta e dois estudantes de duas turmas de uma escola estadual de São Paulo, com idades de dezesseis a dezoito anos. Eles participaram de um projeto que visava à integração entre a Estatística, a Probabilidade e a Educação Financeira. No recorte deste projeto aqui apresentado, temos o resultado de uma sequência didática desenvolvida em três etapas: a abordagem clássica, por meio do uso de seis diferentes tipos de dados; a experimentação, em uma abordagem frequentista; a proposta de desenvolvimento da literacia probabilística, por meio da elaboração, resolução de problemas e discussão. Consideramos positivos os resultados, uma vez que, ao final do projeto, os estudantes apresentaram definições mais complexas e realistas sobre os conceitos de aleatoriedade e de chance. Esperamos responder à nossa questão de pesquisa: "Quais são os conhecimentos e as concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio ao criar e resolver problemas sobre Probabilidade em um contexto de trabalho por projetos"?

PALAVRAS-CHAVE: Literacia Probabilística, Resolução de Problemas, Projetos.

PROBABILITY AND LITERACY: A STUDY WITH HIGH SCHOOL STUDENTS

ABSTRACT: This paper presents partial results of a qualitative research, a case study, whose objective is to identify previous knowledge and conceptions mobilized by high school students about Probability. Our research subjects were fifty-two students from two classes of a public school in Brazil, aged sixteen to eighteen. They participated in a project aimed at integrating Statistics, Probability and Financial Education. In this project presented here, we have the result of a didactic sequence developed in three steps: the classical approach, using six different types of dices; experimentation in a frequentist approach; the proposal for the development of probabilistic literacy through elaboration, problem solving and discussion. We considered the results positive, since at the end of the project the students presented more complex and realistic definitions of the concepts of randomness and chance. We hope to answer

our research question: “What are the knowledge and concepts mobilized by high school students in creating and solving Probability problems in a project development context”?

KEYWORDS: Probabilistic Literacy, Problem Solving, Projects.

1 I INTRODUÇÃO

O objetivo desta pesquisa consiste em identificar conhecimentos e concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio sobre Probabilidade. A opção pela abordagem por projetos está associada à maior motivação e interesse dos estudantes, à possibilidade de melhor interação entre eles e à adequação a contextos realistas, como propõem Batanero e Díaz (2011), em detrimento à proposta presente na maioria dos livros didáticos e no Caderno do Aluno do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2012, 2014), como observado por Oliveira (2010). Fizemos, aqui, um recorte desse projeto e analisamos uma sequência didática composta por três etapas: a abordagem clássica (LOPES; SOUZA, 2016), por meio do uso de seis diferentes tipos de dados; a experimentação, em uma abordagem frequentista (LOPES; SOUZA, 2016); a proposta de desenvolvimento da literacia probabilística, por meio da elaboração, resolução de problemas e discussão. Esperamos, ao final de nossa análise, ter respondido à nossa questão de pesquisa: “Quais são os conhecimentos e as concepções mobilizadas por estudantes do segundo ano do Ensino Médio ao criar e resolver problemas sobre Probabilidade em um contexto de trabalho por projetos”?

2 I FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nossa pesquisa está fundamentada na Teoria das Concepções, na Literacia Probabilística e em projetos na perspectiva da Analise Exploratória de Dados (AED).

A Teoria das Concepções Modelo CK¢: Concepção, Conhecimento, Conceito (Concept, Knowledge, Conception) é fortemente influenciada pela Teoria das Situações Didáticas (TSD) e pela Teoria dos Campos Conceituais, segundo Oliveira e Coutinho (2011). Ela visa estudar as relações entre os conceitos, os conhecimentos e as concepções que porventura os estudantes possam vir a apresentar sobre determinado conteúdo matemático. Novaes (2011) afirma que Balacheff desenvolveu o modelo CK¢ considerando uma concepção como um objeto de estudo e ampliando a terna (S, I, L), estabelecida por Vergnaud, na qual S representa um conjunto de situações problema que dão sentido ao conceito, I representa os invariantes operatórios (como teoremas em ação e conceitos em ação) e L representa os significantes, que permitem expressar o conceito.

Para Balacheff (1995), resgatar a noção de concepção é mobilizar ações no sujeito, mediante a realização de uma atividade. Este, em situações específicas, pode agir racional e coerentemente para resolver a questão. Segundo Balacheff e Gaudin

(2002), os únicos indicadores sobre o sucesso do ensino são o comportamento dos estudantes e suas produções, consequências do conhecimento por eles construído e de seu relacionamento com o conteúdo ensinado. Para Miyakawa (2005), tal modelo repousa sobre a problemática da Teoria das Situações Didáticas, na qual a questão da relação entre os comportamentos de um sujeito e os conhecimentos é considerada fundamental. A teoria das situações didáticas modela a situação de aprendizagem e de ensino na qual têm lugar as diversas interações entre os estudantes, o meio e o professor.

Lima (2008) lembra que, no modelo Ck¢, uma concepção é sempre atribuída a um sujeito por um observador externo do seu comportamento e a aprendizagem é compreendida como a passagem de uma concepção a outra.

A caracterização de uma concepção, segundo Balacheff (2001), não deve ser separada da caracterização da situação-problema que permite evidenciá-la. De acordo com Melo e Lima (2011), uma concepção, no modelo Ck¢, é um estado de equilíbrio de um sistema, sujeito-meio, considerando as limitações, imposições, ou seja, tudo aquilo que influencia ou interfere em seu funcionamento. A concepção pertence ao sujeito e, dessa forma, pode ser correta ou não, do ponto de vista do conhecimento de referência. Outro aspecto importante deste modelo é que a concepção muitas vezes é local, no sentido de que ela funciona para resolver um determinado problema e não outro, o que aponta para um domínio de validade. Uma concepção envolve uma quádrupla (P, R, L, Σ): P é um conjunto de problemas, sobre o qual ¢ é operatório; R é um conjunto de operadores (ferramentas cognitivas para ação); L é um sistema de representação para expressar os elementos de P e R; **Σ** é uma estrutura de controle, que assegura a não contradição de ¢. Nesta quádrupla, um sujeito, diante de um problema a resolver, pode dispor de várias concepções sobre um mesmo objeto matemático e mobilizar uma ou outra em função do problema proposto. Estas concepções podem ser localmente ou globalmente verdadeiras, considerando que cada uma delas tem um domínio de validade, mas que o sujeito pode, eventualmente, mobilizá-las fora deste domínio, segundo Oliveira e Coutinho (2011).

Segundo Balacheff e Gaudin (2002), o conhecimento não pode ser totalmente reduzido a comportamentos, mas também não pode ser ensinado na ausência destes. Toda ação mobiliza considerável quantidade de conhecimentos. Para desenvolver novos conhecimentos, bem como aprofundar conhecimentos anteriores, faz-se necessária a mobilização de concepções, diretamente relacionadas aos problemas enfrentados pelos estudantes. Almouloud (2007) lembra que as concepções permitem interpretações, previsões e construção de modelos e, sobretudo, descrever uma parte da estrutura cognitiva, em nosso caso, do estudante. Adotaremos, em nossa pesquisa, as definições de concepção, conhecimento e conceito da teoria Ck¢, do modelo proposto por Balacheff (2002). Para ele, uma concepção é uma estrutura mental, característica de um dado sujeito (em nosso caso, o estudante), constituída por um observador de seu comportamento (em nosso caso, o pesquisador).

O conceito de literacia (denominado por alguns como letramento, às vezes interpretado como alfabetização) é polissêmico. Para Ody (2013), a literacia:

> [...] refere-se ao uso da leitura e da escrita nas práticas sociais, no contexto e na experiência particular da pessoa. O cidadão letrado exercita as habilidades e competências da leitura e da escrita, utilizando instrumentos mediadores para decodificar e dar sentido às informações e na tomada de decisões. (ODY, 2013, p.31)

Conti e Carvalho (2011) identificam duas dimensões nas definições de literacia: a dimensão individual, baseada nas habilidades de estabelecer relações entre ideias, entre informações textuais e extratextuais, de inferir etc., e a dimensão social, que envolve as interações entre os participantes da situação, as demandas dos contextos sociais e as representações e valores intrinsecamente vinculados aos atos de ler e escrever.

Adotaremos, aqui, a concepção de literacia probabilística defendida por Gal (2005), segundo a qual a literacia é construída a partir de uma postura crítica e investigativa, de conhecimentos prévios de Estatística e Matemática, habilidades de leitura e análise, crenças, atitudes e conhecimento sobre o homem e o mundo a seu redor. Segundo Gal (2005), existem dois motivos para se ensinar Probabilidade:

> O primeiro é que Probabilidade é parte da Matemática e da Estatística, campos de conhecimento que são importantes para se aprender por si próprios, como parte da Educação. [...] O segundo é que o aprendizado de Probabilidade é essencial para ajudar a preparar os estudantes para a vida, uma vez que eventos e fenômenos aleatórios permeiam nossas vidas e ambientes. [...] Temos de refletir sobre a natureza da Probabilidade no mundo real. (GAL, 2005, p. 39, tradução nossa)

Sobre a palavra literacia, Gal (2002) afirma que ela pode ser empregada para descrever a capacidade das pessoas, bem como seu comportamento, orientados para o um dado objetivo, implicando em um amplo conjunto de conhecimentos factuais, de habilidades formais e informais, de crenças, de atitudes desejadas, de hábitos mentais e de uma perspectiva crítica. Para o desenvolvimento da literacia probabilística, Gal (2005) apresenta elementos de conhecimento e de disposição:

A. Elementos de conhecimento: grandes ideias: correspondem a ideais básicas no estudo de Probabilidade, tais como variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade e incerteza; cálculo de probabilidades: corresponde ao conjunto de estratégias utilizadas para encontrar ou estimar a probabilidade de eventos; linguagem: corresponde ao conjunto de termos e métodos utilizados para se comunicar ao abordar questões que envolvam, direta ou indiretamente, Probabilidade; contexto: corresponde ao conjunto de elementos que caracterizam o ambiente onde a situação probabilística acontece. Implica na compreensão do papel e as consequências de questões probabilísticas e de mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público; questões críticas: corresponde à capacidade de elaborar e responder questões significativas sobre Probabilidade. Tais questões servem de pano de fundo para reflexão sobre situações contextualizadas.

B. Elementos de disposição: postura crítica; crenças e atitudes; sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco.

Elementos de conhecimento	Elementos de disposição
Ideias básicas Calculando probabilidades Conhecimento da linguagem Conhecimento do contexto Questionamento crítico	Postura crítica Crenças e atitudes Sentimentos sobre incerteza e risco
Literacia probabilística	

Quadro 1 - Modelo de literacia probabilística, segundo Gal (2005)

Fonte: elaborado pelo autor a partir de Gal (2005)

Vale ressaltar que, segundo Gal (2005, p.44), "[...] o comportamento estatística/probabilisticamente letrado requer o ato conjunto", como também propõem Batanero (2011) e Garfield (1993): trabalho em pequenos grupos cooperativos.

A opção pela Análise Exploratória de Dados (AED) nos pareceu uma escolha adequada, uma vez que sua abordagem da Estatística valoriza a postura investigativa crítica por parte do estudante e pressupõe uma proposta didático-pedagógica centrada na pesquisa, por parte do professor. Batanero, Estepa e Godino (1991) afirmam que:

> Anteriormente a esse enfoque, a análise de dados se baseava fundamentalmente no cálculo estatístico, conduzindo a duas consequências: em primeiro lugar, se diminuía a importância visual da representação dos dados, dando-a exclusivamente aos cálculos e em segundo se equiparava a análise com o modelo confirmatório. (BATANERO; ESTEPA; GODINO,1991, p. 1, tradução nossa).

Como características básicas da AED, Batanero, Estepa e Godino (1991) destacam a possibilidade de gerar situações de aprendizagem sobre temas de interesse dos estudantes, apoiando-se em representações gráficas que favoreçam a percepção de variabilidades, a valorização das medidas de ordem, que minimizem eventuais casos atípicos, o uso de diferentes escalas, além da falta de necessidade de uma teoria matemática complexa, com ferramentas desnecessárias nesse momento.

Gal (2002) destaca como conhecimentos estatísticos básicos para que os professores desenvolvam trabalhos a partir da Análise Exploratória de Dados: reconhecer a necessidade de manipular dados, saber como produzi-los, apresentar familiaridade com os termos e ideias mais elementares da Estatística Descritiva, bem como de seus registros de representação tabulares e gráficas, dominar noções de probabilidade e conhecer métodos de elaboração de análise estatística inferencial. Segundo esse autor, os conhecimentos estatísticos, a serem desenvolvidos pelos estudantes, serão fruto de suas habilidades quanto ao conhecimento estatístico, ao conhecimento matemático, ao conhecimento do contexto e do mundo e a sua capacidade de elaborar perguntas frente aos saberes, associados a elementos de disposição, que envolvem sua postura crítica, bem como suas crenças e atitudes.

Nessa perspectiva da AED, a abordagem por meio de projetos tem se mostrado bastante eficaz. Porciúncula e Samá (2015) destacam que o projeto não é uma metodologia, mas uma forma de refletir sobre a escola e sua função, uma busca por engajamento dos estudantes a partir do que estes já sabem e de seus interesses, uma estratégia pedagógica para a literacia estatística.

Batanero e Díaz (2011) ressaltam que a Estatística é a ciência dos dados, e estes não são apenas números, mas sim números em contexto. Segundo elas, no trabalho com projetos, a ênfase é dada a tarefas que devem ser realistas. Elas destacam as vantagens da opção do ensino da Estatística Descritiva por meio de projetos, como a motivação, desenvolvimento da criticidade e autonomia. Segundo essas autoras, a Estatística é inseparável de suas aplicações, pois sua utilidade consiste em resolver problemas externos à própria Estatística. Daí a importância do trabalho com projetos, pois eles permitem contextualizar a Estatística e torná-la mais relevante.

Para Batanero e Díaz (2011), o desenvolvimento de projetos de trabalho, visando à Educação Estatística, contribui para a aquisição das seguintes competências, fundamentais para o estudante do Ensino Médio: competência comunicativa linguística, competência matemática, competência de reconhecimento e interação com o mundo físico, competência para o tratamento da informação e competência digital, competência social e exercício da cidadania, competência para “aprender a aprender”, questionar, identificar e gerenciar as diversas técnicas e estratégias para lidar com uma mesma situação-problema, competência para conquista de autonomia e iniciativa pessoal. Nessa perspectiva, iniciamos com os estudantes do Ensino Médio um projeto que durou dois bimestres letivos e buscou integrar elementos de Educação Financeira, Educação Estatística e Probabilidade. Sobre essa última, desenvolvemos uma sequência didática, com o objetivo de desenvolver a literacia probabilística dos estudantes.

3 I ASPECTOS METODOLÓGICOS

Nossa investigação está configurada como uma pesquisa qualitativa, na concepção de Creswell (2010), mais precisamente como um estudo de caso, na concepção de Yin (2015). Creswell (2010, p. 206) afirma que a investigação qualitativa emprega múltiplas concepções filosóficas; estratégias de investigação e métodos de coleta, análise e interpretação de dados. Yin (2005) considera o estudo de caso como uma estratégia metodológica de pesquisa completa para as ciências sociais. Para esse autor, enquanto ferramenta de pesquisa, o estudo de caso destaca-se por se tratar de um fenômeno contemporâneo contextualizado; por não haver nítida separação entre o contexto e o caso de interesse para estudo; por ser capaz de lidar com uma série de variáveis de interesse para a pesquisa; por envolver múltiplas fontes de evidências; por estar ancorado em modelo bem definido que orienta a coleta e análise de dados.

Elaboramos uma sequência didática com o objetivo de desenvolver a literacia probabilística dos estudantes, por meio de três etapas: a abordagem clássica/laplaciana, a partir do uso de seis diferentes tipos de dados (figura 1); a experimentação, em uma abordagem frequentista (figura 2); a proposta de desenvolvimento da literacia probabilística, por meio da elaboração, resolução de problemas e discussão, utilizando elementos da natureza (figura 3) e livros diversos sobre curiosidades (figura 4).

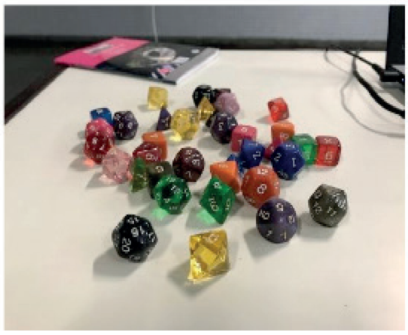


Figura 1 – Dados diversos.

Figura 2 – Globo terrestre inflável.

Figura 3 – Livros diversos sobre curiosidades.

Figura 4 – Artrópodes em resina.

Essa sequência embasou a discussão de questões envolvendo variabilidade e aleatoriedade, chance e risco no projeto de Educação Financeira.

4 I DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

As concepções de Probabilidade são essenciais para compreensão de diversos problemas cotidianos da vida do adolescente e do adulto, como na área de finanças a noção de risco. Para romper as limitações da abordagem clássica laplaciana, foi introduzida a abordagem frequentista, não prevista pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 2000), mas já presente na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018). Sugerimos que para acompanhar nossa descrição e análise, o leitor consulte primeiramente o apêndice deste artigo.

Os estudantes de duas turmas do Ensino Médio se organizaram livremente em grupos de dois a seis componentes, totalizando dez grupos. Eles trabalharam com materiais diferenciados, como dados de formatos diversos (tetraédrico, octaédrico, decaédrico, dodecaédrico, icosaédrico, além do tradicional hexaédrico), globos terrestres, elementos da natureza, como um grupo de artrópodes conservados em resina e livros de curiosidades, como o *Guinness Book*. As atividades aconteceram em quatro sessões de 100 minutos cada (equivalente a duas aulas da rede estadual de ensino paulista).

Na 1ª sessão, resolveram dez problemas com experimentação, com 50 repetições de cada experimento (totalizando 500 repetições com os dez grupos). Para não ser tornar cansativo, revezaram as tarefas entre os diferentes membros do grupo. Um estudante utilizava a calculadora enquanto outro conferia, um estudante lançava os dados enquanto outro lançava o globo, um estudante registrava os resultados enquanto outro elaborava o texto com as justificativas.

Nas questões 3 a 10, muito parecidas, a princípio, com aquelas apresentadas nos livros didáticos e Caderno do Aluno (SÃO PAULO, 2012, 2014), os resultados experimentais foram muito próximos dos estimados por meio do cálculo (razão entre número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis). Como observa Coutinho (2007, p. 51), "a reprodução das condições de observação de seu desenrolar e seus resultados possíveis são passíveis de uma projeção, de uma planificação".

Aqui, o algoritmo clássico da probabilidade foi o operador e a sua validação se deu por meio de controle, passo a passo, do algoritmo, bem como comparação com exemplos do livro e do caderno. No entanto, em seis dentre os dez grupos, os estudantes procuraram o professor por auxílio porque o resultado obtido empiricamente não era exatamente o mesmo que o obtido pelos cálculos, evidenciando o viés da equiprobabilidade, apontado por Cardeñoso et al. (2017). A quantidade de resultados próximos do esperado por cálculo foi significativamente maior nos experimentos com o dado tradicional (questão 3) e menores com dados diferentes, sobretudo o tetraédrico (questões 5 e 7), pois houve muita confusão sobre que face deveria ser considerada. A dificuldade maior, em todos os casos, foi a elaboração das justificativas. O número de lançamentos no experimento é significativo em uma perspectiva frequentista. Podemos considerar que quanto maior for esse número, mais os valores obtidos pelas duas concepções de Probabilidade irão se aproximar.

O mesmo não aconteceu com as questões 1 e 2, pois os estudantes tinham apenas uma ideia vaga do resultado esperado. Essa atividade foi inspirada em um minicurso realizada pela pesquisadora argentina Daniela Laura Parada, no Relme32, em Medellin, 2018 (Anais do evento em: https://clame.org.mx/inicio/actas/). Nessa atividade, os estudantes lançaram para o alto um globo terrestre inflável o apanharam no ar cinquenta vezes, colocando em cada uma das vezes, sem olhar, o dedo indicador de uma das mãos em um ponto qualquer, aleatoriamente. Em seguida, observaram o ponto geográfico correspondente, diferenciando a água das terras emersas. Eles tinham a expectativa de que os pontos com água prevalecessem, mas não sabiam exatamente quanto. Nas duas turmas observou-se que alguns estudantes pesquisaram na *internet*, por meio de *smartphone*, obtendo repostas como um quarto, um terço ou 29% de terras emersas, mas percebendo que as respostas diferiam de *site* para *site*, aparentemente não se preocuparam tanto com o valor final nem consultaram o professor sobre isso. Há que se considerar dois comportamentos manifestos espontaneamente: primeiro, se o dedo cobria uma área que contivesse um simples ponto de terra, era considerado como terra emersa, mesmo que tivesse mais água ao redor, por haver uma marcação com o nome da ilha, como aconteceu na Polinésia. Em segundo lugar, áreas cobertas por água na forma de gelo, como no Ártico ou ao redor da Antártida, ou ainda, grandes porções de água dentro do continente, como os Grandes Lagos, foram consideradas como terras emersas. As porcentagens de terras emersas empiricamente obtidas variaram entre 42% e 48%. Aqui, o elemento cognitivo de conhecimento do contexto, de Gal (2002, 2005) foi mais exigido que os demais.

Na 2ª sessão, resolveram um problema envolvendo o número de patas de um artrópode escolhido aleatoriamente: o professor apresentava um saco com quinze animais verdadeiros, mas mortos, envolvidos por um bloco de resina transparente. Sem olhar, um estudante de cada grupo retirava um bloco de resina e a partir daí o grupo discutia e resolvia o problema. Os artrópodes poderiam ter seis patas (inseto), oito (aracnídeo) ou bem mais (número variável para quilópodes e diplópodes). Durante todas as sessões foi permitido e até estimulada a discussão intra e intergrupos, bem como a pesquisa por meio dos *smartphones*. Os operadores foram o reconhecimento morfológico do animal; a contagem das patas e o algoritmo da probabilidade clássica. Os controladores foram os conhecimentos de contexto, o controle, passo a passo, do algoritmo, com auxílio da calculadora, inclusive, bem como comparação com *sites* da *internet*. Em seguida, cada grupo escolheu dois livros sobre curiosidades de temas diversos e elaborou, criativamente, duas questões (12 e 13) objetivas, com cinco alternativas cada, envolvendo uma situação possível, mas improvável e uma situação impossível. Aqui, os elementos cognitivos de literacia e questionamento crítico, bem como os elementos de disposição crenças, atitudes e sentimentos sobre incerteza e risco foram mais exigidos, em detrimentos dos elementos de conhecimento matemático e estatístico de Gal (2005).

Na 3ª sessão, os estudantes resolveram os problemas elaborados por colegas de grupos da outra sala. Finalmente, na 4ª e última sessão, o professor apresentou os resultados da tabulação geral das 500 respostas (dez grupos dentre duas turmas). Após essa sistematização, os estudantes perceberam uma maior aproximação entre os valores obtidos a partir do cálculo clássico de probabilidades e a partir do cálculo frequentista. O professor, então, devolveu as tarefas de cada grupo, promoveu uma ampla discussão fazendo a institucionalização, nos moldes propostos pela Teoria das Situações (ALMOULOUD, 2007)

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio dessa sequência didática foi possível abordar as interpretações clássica e frequentista de probabilidade, discutidas por Lopes e Souza, (2016), sendo que a primeira está presente no currículo formal das escolas públicas pelos PCN há duas décadas e a segunda foi introduzida no ano de 2018 por meio da BNCC. Foi possível observar mudança de concepções no decorrer das atividades sobre elementos fundamentais no estudo da probabilidade, como o conceito de chance (BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2013), mudança essa que pode ser considerada como indicador de aprendizagem (BALACHEFF, 1995, 2001), quando desenvolveram tarefas cooperativas (GARFIELD, 1995).

A sequência didática valorizou a atitude criativa e exploratória, como defende a AED (BATANERO; ESTEPA; GODINO, 1991), estando inserida em um projeto maior, como propõe Batanero e Díaz (2011), buscando integração entre Probabilidade, Estatística e Educação Financeira, cuja natureza será foco de outro artigo. Ela permitiu ainda a exploração dos elementos cognitivos de literacia probabilística propostos por Gal (2005): o desenvolvimento de aspectos de linguagem natural, oral e escrita, na leitura, interpretação, produção de texto, exposição de ideias e discussão entre os pares e com o professor; a exploração e apropriação de ideias básicas como variabilidade, aleatoriedade, independência, previsibilidade, incerteza, chance e risco; cálculo de probabilidades, nas perspectivas clássica e frequentista (LOPES; SOUZA, 2016), conhecimentos de contexto (da Zoologia, da Geografia Física e de diversas outras áreas), de acordo com os temas escolhidos na livre criação de problemas de Probabilidade, a partir dos livros de curiosidades; questionamento crítico, que permeou todo o desenvolvimento da sequência, sobretudo na elaboração de questões e discussão sobre resultados.

Essa sequência permitiu ainda a exploração dos elementos de disposição da literacia probabilística propostos por Gal (2005): mobilizando crenças e atitudes como as apresentadas por Batanero, Henry e Parzysz (2013), postura crítica, na interação intra e intergrupos, e sentimentos sobre incerteza e risco, ponto de partida para a próxima fase deste projeto (que não será apresentada aqui) que introduz elementos de Educação Financeira, previstos na nova BNCC. Esperamos, ter contribuído para a discussão sobre a literacia probabilística.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BALACHEFF, Nicolas. Conception, connaissance et concept. In: **Séminaire de l'équipe DidaTech - IMAG**. Grenoble, 1995. p. 219-244.

_______. Les connaissances, pluralité de conceptions. In: **Le cas des mathématiques, Actes de la conférence**. Grenoble, 2001.

_______. **Cadre, registre et conception**. Les cahiers du laboratoire. Leibniz, n. 58, 2002.

BALACHEFF, Nicolas; GAUDIN, Nathalie. **Students conceptions: an introduction to a formal characterization**. Grenoble, 2002.

BATANERO, Carmen; DÍAZ, Carmen. **Estadística con proyectos**. Granada (España), Universidad de Granada, 2011.

BATANERO, Carmen; ESTEPA, Antonio; GODINO, Juan D. Análisis exploratorio de datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria. **Suma**, v. 9, p. 25-31, 1991.

BATANERO, Carmen; HENRY, Michel; PARZYSZ, Bernard. The Nature of Chance and Probability. **In Graham A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning.** Kluwer Academic Publishers, v. 16, n. 42, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - Educação é a Base**: Ensino Médio. Brasília: MEC, 2018.

CARDEÑOSO, José Maria Domingo; MORENO, Amabile; GARCIA-GONZÁLES, Esther; JIMÉNEZ-FONTANA, Rocio. El sesgo de equiprobabilidad como dificultad para comprender la incertidumbre en futuros docentes argentinos. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, n. 11, p. 145-166, 2017.

CONTI, Keli Cristina; CARVALHO, Dione Lucchesi. O letramento presente na construção de tabelas por alunos da educação de jovens e adultos. **Boletim de Educação Matemática**, v. 24, n. 40, p.637-658, 2011.

CRESWELL, John W. **Projeto de pesquisa métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007.

GAL, Iddo. Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. **International statistical review**, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

________. Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: **Exploring probability in school**. Springer, 2005. p. 39-63.

GARFIELD, Joan. Teaching statistics using small-group cooperative learning. **Journal of Statistics Education**, v. 1, n. 1, p. 1-9, 1993.

LIMA, Iranete Maria da Silva. Concepções de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de simetria de reflexão. In: **II Jornada Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática na Atualidade**. Passo Fundo: Editora da UPF, 2008, 1-12.

LOPES, Celi Espasandin; SOUZA, Leandro de Oliveira. Aspectos filosóficos, psicológicos e políticos no estudo da Probabilidade e da Estatística na Educação Básica. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 18, n. 3, 2016.

MELO, Diógenes Maclyne; LIMA, Iranete Maria da Silva. A simetria de reflexão: concepções mobilizadas por alunos brasileiros. In: **XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. Recife, 2011.

MIYAKAWA, Takeshi. **Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de La notion de symétrie orthogonale**. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1, 2005.

NOVAES, Diva Valério**. Concepções de professores da educação básica sobre variabilidade estatística**. Tese de doutorado em Educação Matemática– PUC/SP. São Paulo, 2011.

ODY, Magnus Cesar. **Literacia estatística e probabilística no ensino médio**. Dissertação de mestrado em Ciências e Matemática – PUC/RS. Porto Alegre, 2013.

OLIVEIRA, Priscila Glauce. Probabilidade: Concepções construídas e mobilizadas por alunos do Ensino Médio à luz da Teoria das Concepções (CK¢). Dissertação de mestrado em Educação Matemática – PUC/SP. São Paulo, 2010.

OLIVEIRA, Priscila Glauce; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva. Concepções probabilísticas à luz da Teoria CK¢. **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**. Recife, 2011.

PORCIÚNCULA, Mauren; SAMÁ, Suzi. Projetos de aprendizagem: uma proposta pedagógica para a sala de aula de estatística. In. SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. (org.). In: **Educação estatística: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior**. Curitiba: CRV, 2015.

SÃO PAULO. **Currículo do estado de São Paulo:** Matemática e suas tecnologias: ensino fundamental ciclo II e ensino médio. São Paulo: SE/CENP, 2012.

SÃO PAULO. **Proposta curricular:** caderno do aluno – ensino médio: matemática. São Paulo: IMESP, 2014. v. 2.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso-: Planejamento e Métodos**. Bookman editora, 2015.

Apêndice I – Atividades exploradas na sequência didática

1- Relação entre terras emersas e água na superfície do planeta Terra.

Evento A (água) ou T (terra)	Subtotal
E (A)	
E (T)	
T O T A L	**50**

P (A) = ___ = ___ = ____ % P (T) = ___ = ___ = ____ %

Tabela I – Incidência de um ponto sobre o globo terrestre

2 – Se um meteorito caísse sobre o planeta Terra, qual a probabilidade aproximada de cair sobre as águas? Justifique

3 – Soma dos números representados nas faces superiores de dois dados tradicionais.

Evento A (soma 9), B (soma 10) ou C (soma ≠9 e ≠10)	Subtotal
E (A)	
E (B)	
E (C)	
T O T A L	50

P (A) = ____ = ____ = _____ % P (B) = ____ = ____ = _____ % P (C) = ____ = ____ = _____ %

Tabela II – Soma dos números representados nas faces superiores de dois dados hexaédricos tradicionais

4 – Qual soma é mais frequente, 9 ou 10? É isso que você esperava? Justifique.

5 – Soma dos números representados nas faces de dados tetraédricos (T), hexaédricos (H), octaédricos (O), decaédricos (D), dodecaédricos (Do) e icosaédricos (I), dois a dois, como indicado na tabela III

Evento TH (T + H), ODo (O + Do) ou DI (D + I)	Total em 50 lançamentos
E (TH)	
E (ODo)	
E (DI)	

P (TH) = ____ = ____ = _____ % P (ODo) = ____ = ____ = _____ % P (DI) = ____ = ____ = _____ %

Tabela III – Soma dos números representados igual a 7 em 50 lançamentos de cada par de dados

6 – Qual das três somas é a mais frequente? É o que você esperava? Justifique sua resposta

7 – Soma dos números representados nas faces de dados tetraédricos (T), hexaédricos (H), octaédricos (O), decaédricos (D), dodecaédricos (Do) e icosaédricos (I), dois a dois, como indicado na tabela IV:

Evento TH (T + H), ODo (O + Do) ou DI (D + I)	Total em 50 lançamentos
E (TH)	
E (ODo)	
E (DI)	

P (TH) = ____ = ____ = _____ % P (ODo) = ____ = ____ = _____ % P (DI) = ____ = ____ = _____ %

Tabela IV – Soma dos números representados igual a 7 em 50 lançamentos de cada par de dados

8 – Qual das três somas é menos frequente? É o que você esperava? Justifique.

9 – Os lançamentos de dados que realizou hoje são exemplos de eventos aleatórios? Justifique.

10 – A chance de uma face do dado sair é igual às chances das demais faces? Justifique.

11- Imagine que um grande galho de árvore caiu sobre o animal que seu grupo retirou aleatoriamente, atingindo apenas uma de duas patas e esmagando-a. Suponha que a probabilidade de atingir uma pata é a mesma que a de esmagar qualquer outra pata. Responda: a) Que animal seu grupo retirou? b) Qual a probabilidade dessa pata atingida ser a dianteira direita? Mostre como calculou.

12 – Escolha dois livros dentre aqueles que o professor trouxe (Guinness Books dos últimos doze anos). Escolha uma matéria que apresenta um fato pouco provável, porém possível. Formule uma questão objetiva, com cinco alternativas e apenas uma resposta válida. Não se esqueça de anotar, em algum lugar de fácil acesso para seu grupo, a edição e a página de onde retirou a informação.

13 – Crie uma situação realmente impossível (vocês devem ter alguma forma de provar sua impossibilidade). Formule uma questão objetiva, com cinco alternativas e apenas uma resposta válida. Não se esqueça de anotar, em algum lugar de fácil acesso para seu grupo, a(s) fonte(s) com a justificativa de sua impossibilidade.

CAPÍTULO 16

A UTILIZAÇÃO DE RECURSOS DIDÁTICOS CONCRETOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Mariane Marcondes
Graduada em Pedagogia, Instituto Federal Catarinense – Campus Videira.
Videira – SC

Davi Cézar da Silva
Instituto Federal Catarinense – Campus Videira.
Videira – SC

RESUMO: O artigo é um recorte do trabalho de conclusão de curso do primeiro autor orientado pelo segundo e tem o objetivo de investigar a utilização dos recursos didáticos concretos no Ensino da Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em uma escola da rede Municipal de Ensino na cidade de Videira – SC. A partir do referencial teórico buscou-se organizar a pesquisa que tratou do histórico da educação matemática no Brasil bem como da caracterização da inserção de recursos didáticos concretos no Ensino da Matemática e da sua importância no cotidiano escolar. Para a coleta de dados na pesquisa que possui cunho qualitativo foram utilizados primeiramente uma entrevista semiestruturada com a professora regente e posteriormente a observação em sala de aula. Pudemos analisar que embora a professora demonstrasse conhecimento sobre a importância da utilização de recursos didáticos concretos para tal ensino, essa prática vem ainda acompanhada de uma série de dúvidas e inseguranças, notamos ainda que com o desenvolvimento da entrevista e da reflexão da docente acerca da utilização dos recursos concretos a professora notou um avanço por parte dos alunos em específico de uma aluna na sua sala de aula repensado assim em suas práticas futuras.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino da Matemática; Recursos didáticos concretos; Alfabetização Matemática.

THE USE OF CONCRETE DIDACTIC RESOURCES IN MATH, IN ELEMENTARY SCHOOLS

ABSTRACT: This article is one piece of the another project which was oriented by two authors and has objective to investigate the use of concrete didactic resources in Math, in elementary schools of Videira -SC. The search was based in the theorical reference, and was studied the history of Math education in Brazil as well as characterization of the insertion of concrete didactic resources in the teaching of Math and your importance in all schools. To collect the data, first was made an interview that was oriented by the university professor and lately the class observation. After this, was analyzed though the teacher demonstrate knowledge about the importance to use concrete didactic resources, this practice still has doubts

and insecurities, during the development of the interview and reflection of the teacher to use the concrete resources, she noted an advance by the students, specific by one girl, and the teacher thought to reorganize your future practices.
KEYWORDS: Mathematics Studing; Concrete Didactic Resources; Mathematical Literacy.

1 I INTRODUÇÃO

O Ministério da Educação (MEC) estabelece por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN'S) um direcionamento quanto ao ensino da Matemática nas escolas de nível fundamental de todo o país, no qual, apresentam objetivos e conteúdo que devem ser trabalhados dentro de cada nível escolar.

> O ensino da matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias [...] que favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, PCN, 1997. p. 26).

Ainda hoje muitos pensam que o ensino da matemática pode ser feito por memorização ou sem a utilização de recursos didáticos, no entanto, a utilização de tais recursos torna mais acessível o processo de assimilação de conteúdos e conceitos pelos alunos, bem como, auxiliam no desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático dos estudantes durante a sua alfabetização matemática, que tem início na educação infantil bem como nos primeiros anos do Ensino Fundamental, este último, objeto de estudo do presente trabalho.

Vale salientar que o intuito da pesquisa não foi o de analisar o trabalho docente, mas sim investigar como o recurso didático vem sendo inserido e utilizado nas aulas de matemática e, visando tal inserção, é que se propôs a referida pesquisa partindo da seguinte problemática: de que forma ocorre a inserção de recursos didáticos concretos no ensino da matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental?

O trabalho é de fundamental importância para que os futuros profissionais de pedagogia tenham além de uma fonte de pesquisa, a possibilidade de perceber as diferentes possibilidades para trabalhar a construção e o desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático nos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2 I BREVE HISTÓRICO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Compreender a História da educação Matemática torna-se elemento fundamental para perceber como as teorias e as práticas voltadas para o ensino de Matemática no Brasil foram criadas. Sobre esse assunto, vale citar D'ambrósio:

> Uma percepção da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a

> matemática e o seu ensino. Ter uma ideia, (...) sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que se tem hoje são elementos fundamentais. (D'AMBRÓSIO, 2012, p.27).

Durante um longo período, (que teve início mais especificamente durante o século XVI), esteve instaurado na educação brasileira o ensino de forma tradicional, onde o papel do aluno no processo de aprendizagem, era visto somente como um memorizador. Segundo Mizukami (1986, p. 11) "ao indivíduo que está adquirindo conhecimento, compete memorizar definições, enunciados de leis, sínteses e resumos que lhe são oferecidos no processo de educação formal". No ensino da matemática, essa perspectiva através de memorização não era diferente, repassava-se ao aluno conhecimentos que deveriam ser por ele memorizados não lhe dando a possibilidade de questionamento acerca de tais assuntos.

Visando essa perspectiva de ensino, a utilização de materiais que auxiliassem no processo de ensino/aprendizagem era visto pelos professores como perda de tempo e sem necessidade, como algo que pudesse atrapalhar a ordem e a disciplina da sala de aula. Dessa maneira poucos os utilizavam em sua prática pedagógica. Ainda sobre essa abordagem, Fiorentini e Miorim, (1990. p.2) corroboram "[...] Os poucos que os aceitavam e utilizavam o faziam de maneira puramente demonstrativa, servindo apenas de auxiliar a exposição, a visualização e memorização dos alunos".

Durante as décadas de 1960 e 1970, o ensino da matemática foi fortemente influenciado pelo movimento da Matemática Moderna. Segundo os PCN'S (1997, p.20) "[...] esse movimento surgiu como um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica e foi posta na linha de frente por se considerar via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico [...]".

Devido a esse movimento, os formuladores de currículo insistiam na necessidade de uma reforma pedagógica, incluindo pesquisas de materiais novos e métodos de ensino renovados voltados para o ensino da matemática, no entanto, mesmo que o movimento não tenha conseguido produzir os resultados esperados, não se pode negar que modificou principalmente a maneira como se conduziam as aulas, com participação dos alunos, percepção da importância das atividades, eliminando a ênfase dada exclusivamente às contas e memorizações. De maneira geral, D'ambrósio (2012, p.53) afirma que a mesma serviu para *"Desmistificar* muito do que se fazia no ensino da matemática mudar - sem dúvida, para melhor – o estilo das aulas e das provas e para introduzir coisas novas, sobretudo a linguagem de conjuntos".

3 I O USO DE RECURSOS DIDÁTICOS CONCRETOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

> O trabalho em sala de aula com a utilização do material concreto influencia na aprendizagem dos alunos desde a educação infantil até os anos iniciais do ensino fundamental, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, coordenação motora, rapidez no pensamento dedutivo, socialização, organização do

> pensamento, concentração que é necessário para compreensão e resolução de problemas matemáticos e do cotidiano, ou seja, proporciona de forma concreta conhecimento e dessa forma muda a concepção de que a "matemática é uma matéria ruim e muito difícil" (SILVA et al. s/d. p. 2)

Entretanto, é necessário que o trabalho com materiais seja realizado com mediação do professor para que ao longo do trabalho a criança alcance de fato o conhecimento. É importante ressaltar que é através das suas relações e interações com o meio que a criança constrói o conhecimento, e assim torna-se indispensável que o professor participe ativamente da construção do conhecimento dos alunos.

> Muito frequentemente os professores ensinam as crianças a contar, ler e escrever numerais, acreditando que assim estão ensinando conceitos numéricos. É bom para a criança aprender a contar, mas é muito mais importante que ela construa a estrutura mental de número. Se a criança tiver construído esta estrutura terá maior facilidade em assimilar os signos a ela. Se não a construiu, toda a contagem, leitura escrita de numerais será feita apenas a memória (decorando). (KAMII, 2008, p. 40)

Ao utilizar os recursos concretos o professor não pode tê-los como passatempo ou simplesmente fornecer tais objetos a fim de distração. O processo de mediação é fundamental na construção do conhecimento das crianças e, tais recursos, devem ser utilizados de maneira responsável e objetivando sempre um melhor aprendizado por parte dos alunos.

> A utilização dos materiais manipulativos oferece uma série de vantagens para a aprendizagem das crianças entre outras, podemos destacar: a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico; b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material; d) É motivador, pois dar um sentido para o ensino da matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial; e) Facilita a internalização das relações percebidas. (SARMENTO, 2010, p. 04).

Existem diferentes tipos de materiais concretos e a sua principal finalidade é auxiliar no processo de ensino/aprendizagem em sala de aula, dessa forma é extremamente cabível o uso de tais materiais durante todo o processo de construção de conhecimento, visto que os mesmos estimulam a criatividade, o raciocínio lógico e tantas outras competências nos alunos.

4 I METODOLOGIA

A pesquisa possui cunho qualitativo, segundo Ludke e André (1886) o desenvolvimento dessa se dá a partir de uma abordagem ampla, que aos poucos vai sendo afunilada para que o pesquisador tenha um foco específico durante a pesquisa.

A primeira parte da coleta de dados foi por meio de entrevista com a docente da sala, a professora regente possui graduação em Pedagogia, no entanto é a terceira professora no decorrer do ano a assumir a mesma turma por meio de contrato temporário. A entrevista foi de forma semiestruturada, ou seja, o entrevistado discorre sobre as perguntas dirigidas a ele. Essas perguntas foram previamente formuladas, segundo Ludke e André (1986,p.33) “ na entrevista a relação que se cria é de interação, havendo uma atmosfera de influência recíproca entre quem pergunta e quem responde”.

A observação por sua vez, foi realizada em uma sala de aula do 1° ano do ensino fundamental na cidade de Videira – SC. A escolha dessa série se deu pelo fato dos alunos estarem saindo da Educação Infantil e ingressando no Ensino Fundamental. A escola conta com mais de uma sala de 1° Ano, a escolha da mesma ocorreu após conversa com a direção, bem como com as professoras das respectivas turmas, visto que é importante que a observação não interfira na prática pedagógica da docente.

É indiscutível que as pessoas possuem diferentes percepções ao observar alguma situação, isso acontece porque as percepções estão ligadas a fatores individuais de cada pessoa. Sobre essa afirmação Ludke e André (1986, p. 25), comentam “O que cada pessoa seleciona para “ver” depende muito de sua história pessoal e principalmente de sua bagagem cultural”.

> Planejar a observação significa determinar com antecedência “o quê” e “o como” observar. A primeira tarefa, pois, no preparo das observações é a delimitação do objeto de estudo. Definindo-se claramente o foco da investigação e sua configuração espaço-temporal, ficam mais ou menos evidentes quais aspectos do problema serão cobertos pela observação e qual a melhor forma de captá-los. (LUDKE E ANDRÉ, 1986, p. 25).

Dessa forma o processo de planejamento e a preparação do observador são cruciais para que a observação se torne um instrumento cientificamente válido.

5 I ANÁLISE DE RESULTADOS

A inserção de materiais concretos durante o ensino de matemática nos anos iniciais faz com que os professores que ministram aulas nas referidas séries estejam dia a dia modificando a sua prática de ensino, sempre visando à inserção desses materiais durante o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Como o foco da pesquisa foi o ensino da matemática com a utilização de recursos didáticos concretos, quando questionada se utilizava os recursos na sua prática diária em sala de aula, a professora explicitou a sua prática, enfatizando:

> “eu não uso muito o material concreto, mas uso muito o quadro, assim, tipo, fazendo continhas com números até 30. Porque assim eles estão bem “atrasadinhos” nos números, então eu ainda penso que a rotina faz eles aprender. Todo dia eu peço pra eles me ajudar a escrever os números, ai o que eu faço cada número uma palminha, um pulinho né, para eles ir memorizando os números em si. Porque eu fiz tipo uma avaliação com eles e vi que tem alguns que não sabem os números ainda, eles se perdem com o 7 e o 10, não é? E eu fiz essa dos dedinhos, é 1, é 2.

> Uso muito assim sabe, o lúdico, a brincadeira com a matemática". (PROFESSORA M.)

Acreditamos que o quadro não pode ser considerado um material concreto, já que esse recurso é o que há de mais simples e rotineiro na sala de aula. Quando a professora enfatiza que faz uso da repetição para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos, fica perceptível que a mesma ainda á adepta de algumas características do ensino de forma tradicional, como afirma Mizukami (1986, p. 11), onde a aprendizagem por mecanismos de repetição, são bem visíveis.

Atualmente a utilização de recursos didáticos diferenciados, sejam eles materiais industrializados como o material dourado, o ábaco ou jogos que são disponibilizados às escolas pelo Ministério da Educação ou até mesmo os materiais alternativos que podem ser construídos pelos alunos, encontrados na natureza, ou reaproveitados já tem papel fundamental no processo de ensino aprendizagem e estão previstos nos documentos norteadores da educação matemática, como, por exemplo, nos PCN'S (1997).

Durante o processo de coleta de dados, percebeu-se um interesse por parte da professora em de fato utilizar materiais concretos com maior frequência no processo pedagógico. Isso ocorreu porque durante a atividade onde a professora utilizou como recurso alguns botões na resolução de contas de adição, notou uma pequena evolução em uma aluna que apresentava dificuldade na aprendizagem matemática. Em uma de suas falas a professora afirmou *"com o concreto eu percebi que ela vai, o concreto auxilia no processo de ensino e aprendizagem, vou começar a utilizar mais com ela".* Vindo assim ao encontro do que escreve Sarmento (2010).

Diante da atividade e da fala da professora, também foi possível perceber que essa prática não é rotineira. A professora tem consciência da importância do uso do material concreto na sala de aula, porém deixou evidente que essa não era uma prática que fazia parte do seu planejamento. Essa pouca utilização do material concreto na sala de aula fica visível na fala da professora quando a mesma salienta que:

> "É interessante pra eles ver o concreto, o feijão, o botão. Mas nas séries iniciais eles têm que aprender. Eu não uso muito o concreto, mas eu uso atividades mimeografadas onde eles veem as coisas, os animais, e tem que completar os quadrados com o que se pede." (PROFESSORA M.)

A utilização de materiais concretos alternativos é importante, porém, é necessário que as crianças também tenham experiências com outros materiais, como o material dourado e o ábaco.

A fala da professora evidencia que a utilização de materiais concretos não é uma prática diária, e que a mesma só percebeu a importância da sua utilização quando viu a pequena evolução da aluna e após a conversa sobre o assunto durante a realização da entrevista. Ela terminou a entrevista com a seguinte frase: "Se você não consegue de um jeito, tenta de outro, muda a prática. Uma hora vai. Porque nem todos os alunos conseguem se encaixar no mesmo método". A busca de diferentes estratégias citadas pela professora para a construção do número vem encontro às ideias de Kamii (2008).

A professora em questão demonstrou desde o início que sabia da importância da utilização dos materiais concretos durante o processo em ensino e aprendizagem dos alunos, porém não utilizava tais recursos na sua prática diária.

Após a entrevista onde foram pontuados aspectos relevantes sobre a inserção de tais recursos na sala de aula e a atividade desenvolvida apenas como um experimento para a observação da pesquisa, a professora sentiu segurança em trazê-los para a sua prática pedagógica. Com isso ressalta-se a ideia de que na maioria das vezes os professores não utilizam de recursos disponíveis por receio de não saber como manuseá-los. Esse fato não ocorre devido à falha ou falta de estímulo do professor, muitas vezes os próprios professores não tiveram durante a sua formação práticas ou experiências que os instruíssem sobre como trabalhar com tais recursos nas salas de aulas.

Para tanto acreditamos que essa preparação dos professores deve ocorrer durante o seu período de formação. Outro fato importante é que professor nunca se acomode e sempre busque mais, que o processo de formação do professor não acabe na graduação, que sempre se procure novos métodos de ensino, novos recursos que poderão ser úteis em sala de aula e, principalmente, que o professor não tenha receio e utilize menos os métodos prontos para ensinar. Cada aluno necessita de um estímulo diferente, e cabe a nós professores procurar soluções para que todos os alunos se desenvolvam de maneira plena.

REFERÊNCIAS

BRASIL. 1997. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental – Brasília. MEC/SEF.

D'AMBRÓSIO. U. **Educação matemática:** da teoria à prática. 23ª edição. Campinas, São Paulo. Papirus, 2012.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática.** São Paulo - Unicamp, ano 4, n 7. 1990. Disponível em: <http://www.drbassessoria.com.br/1UmareflexaosobreousodemateriaisconcretosejogosnoEnsinodaMatematica.pdf>. Acesso em 15 de set. de 2014.

KAMII. C. **A criança e o número:** implicações educacionais na teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos. 36.ed. Campinas. Papirus.2008.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas .** São Paulo: E.P.U., 1986. 99 p. (Temas basicos de educação e ensino). ISBN 9788512303703.

MIZUKAMI, M. G. N**. Ensino:** as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

SARMENTO, A. K. C. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática.** UFPI. 2010. Disponível em <http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/

GT_02_18_2010.pdf>. Acesso em 14 de dezembro de 2014.

SILVA. F. M. et al. **O uso do material concreto no ensino da matemática.** s/d. Disponível em < http://www.editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/Trabalho_Comunicacao_oral_idinscrito_947_7fc2304382477fcd9bed7819c1fb39e8.pdf>. Acesso em 04 de junho de 2015.

CAPÍTULO 17

ÁREA DO CÍRCULO E DO QUADRADO, UM RECURSO ADAPTADO NA PERSPECTIVA DO BILINGUISMO

Lilian Fátima Ancerowicz
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguay e das Missões
Santo Ângelo – Rio Grande do Sul

Fernanda Pinto Lenz
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Santo Ângelo – Rio Grande do Sul

Karen Regina Michelon
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Santo Ângelo – Rio Grande do Sul

Maria Aparecida Brum Trindade
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões
Santo Ângelo – Rio Grande do Sul

RESUMO: O presente artigo foi desenvolvido na disciplina de Língua Brasileira de Sinais, componente curricular obrigatório do curso de Licenciatura em Matemática, normatizado a partir do Decreto 5.626/2005. Tal Decreto reafirma o compromisso com a educação inclusiva de estudantes surdos e desafia os educadores a conhecer a LIBRAS, para interagir e desenvolver as atividades pedagógicas nas escolas comuns. Nesse sentido, investigar-se-á o contexto histórico que atravessa a vida dos surdos, as normativas que norteiam a educação e a utilização de recursos pedagógicos adaptados em/ou bilíngues. Com o auxílio de tal recurso, os professores poderão ensinar a área do quadrado e do círculo, com a mediação de intérpretes de LIBRAS ou, ele próprio, pois o material acompanha DVD com a atividade interpretada e os recursos concretos para visualização e exemplificação. Tal metodologia sinalizada e imagética mostra a dedução das fórmulas matemáticas de área através de recortes, trazendo significado e potencializando a aprendizagem tanto dos surdos como dos ouvintes, o que reafirma o compromisso cidadão com os surdos incluídos.

PALAVRAS-CHAVE: Surdos. Bilinguismo. Recursos adaptados.

CIRCLE AND SQUARE AREA, AN APPRAISAL ACCORDING TO THE BILINGUAL PERSPECTIVE

ABSTRACT: The present article was developed in the discipline of Brazilian Sign Language, a compulsory curricular component of the Mathematics Licentiate course, established by Decree 5.626 / 2005. This Decree reaffirms the commitment to the inclusive education of deaf students and challenges educators to get to know LIBRAS, to interact and to develop the pedagogical activities in the common schools. In this sense, we will investigate the historical context that crosses the lives of the deaf, the

norms that guide education and the use of pedagogical resources adapted in / or bilingual. With the help of such a resource, teachers will be able to teach the area of the square and the circle, with the mediation of LIBRAS interpreters or, itself, because the material accompanies DVD with the activity interpreted and the concrete resources for visualization and exemplification. Such a signalized and imagistic methodology shows the deduction of the mathematical formulas of area through cutouts, bringing meaning and potentiating the learning of both the deaf and the listeners, which reaffirms the citizen commitment with the deaf included.
KEYWORDS: Deaf people. Bilingualism. Adapted resources.

INTRODUÇÃO

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira (LDB, nº 9394/1996) o aluno surdo tem o direito de frequentar uma sala de aula da rede regular de ensino e de ser atendido pedagogicamente a partir de suas necessidades.

Nessa perspectiva, investigar-se-á o contexto histórico que atravessa a vida dos surdos, as normativas que norteiam a educação e a utilização de recursos pedagógicos adaptados em/ou bilíngues. Tal estudo se justifica pela demanda de estudantes surdos incluídos nas escolas comuns, bem como pelo compromisso pedagógico de propiciar ensino de qualidade e condizente com as especificidades viso espaciais que lhes são naturais.

A metodologia é de cunho bibliográfico, pautada no estudo de livros, artigos acadêmicos e dissertações de mestrado de autores como: Quadros (1997), Buzar (2009), Dischinger (2004), Goldfeld (1997), Silva (2003), Perlin (1998). Dar-se-á materialidade a proposta através da articulação de uma sequência didática bilíngue LIBRAS/Português. A mesma compreende, um conjunto de atividades, estratégias e intervenções planejadas etapa por etapa pelo docente para que o entendimento do conteúdo ou tema proposto seja alcançado pelos discentes (KOBASHIGAWA et al., 2008).

Esse estudo agrega caráter social por garantir aos cidadãos surdos o direito de aprender e se desenvolver em iguais condições aos colegas ouvintes. E assim, superar os altos índices de reprovação que excluem e segregam os estudantes surdos. No mesmo sentido, trazer essa discussão à universidade, aguça a vontade de aprofundar estudos e desenvolver outros materiais bilíngues.

REFERENCIAL TEÓRICO

Contexto histórico da inclusão de surdos

O processo inclusivo de sujeitos surdos passou por diferentes etapas por entre os tempos. Desde a época em que eles eram abandonados à própria sorte e sujeitos à morte, até a contemporaneidade, onde o processo inclusivo adentra os espaços escolares, desestabiliza o fazer docente e inquieta os escolares.

Anterior e durante a Idade Média têm-se poucos registros sobre a inserção do surdo na sociedade. Segundo Perlin (1998), os surdos sofriam discriminação e exclusão; apenas os povos hebreus e egípcios protegiam os surdos com leis. Com exceção dos romanos que por lei era obrigatório o extermínio das pessoas com qualquer deficiência. Goldifeld (1997), relata que as pessoas com surdez eram interpretadas como primitivas e não poderiam ser educadas. Sendo assim, tais pessoas viviam totalmente excluídas da sociedade e não tinham nenhum direito assegurado.

Na Idade Média, de acordo com Barros e Hora (2009), a Igreja Católica foi responsável pela discriminação dos surdos, pois, em virtude de eles não desenvolverem a oralidade não poderiam confessar seus pecados, logo, se acreditava que não entendiam os dogmas e códigos religiosos. Para a igreja o homem foi criado a "imagem e semelhança de Deus", portanto os que não se encaixavam nesse padrão eram postos à margem, não sendo considerados humanos.

A partir da Idade Moderna surgiram os primeiros educadores que dedicaram atenção a aprendizagem de surdos. De acordo com Reis (1992) em 1579 Gerolamo Cardano, cujo filho era surdo, foi o primeiro a afirmar que o surdo deveria ser educado e instruído, afirmando que era crime não instruir um surdo.

De acordo com Sacks (1990), Charles-Michel de L´Epée, pelo seu envolvimento e dedicação pedagógica a comunidade surda, tornou-se conhecido como o "Pai dos Surdos" e também um dos primeiros que defendeu o uso da Língua de Sinais. L´Epée teve a disponibilidade de aprender a Língua de Sinais para poder se comunicar com os Surdos. A Idade Moderna foi considerada por muitos estudiosos o período mais próspero da educação dos surdos, com o desenvolvimento e discriminação da Língua de Sinais, além do surgimento de várias escolas de Surdos.

No início da Idade Contemporânea, houve um retrocesso na educação de surdos. De acordo com Goldfeld (1997), o cientista Alexander Graham Bell, defensor do Oralismo, exerceu grande influência no resultado da votação do Congresso Internacional de Educadores de Surdos, realizado em Milão no ano de 1880. Em tal Congresso, foi colocado em votação qual método deveria ser utilizado na educação dos surdos. O Oralismo venceu e o uso da língua de sinais foi oficialmente proibido. Os professores de surdos não tiveram o direito de votar.

De acordo com Goldfeld (1997), o Oralismo visa à integração da criança surda na comunidade de ouvintes, dando-lhe condições de desenvolver a língua oral. O Oralismo descreve a surdez como uma deficiência que deve ser minimizada por meio da estimulação auditiva que possibilitaria a aprendizagem da língua oral e levaria a criança surda a integrar-se à comunidade ouvinte, desenvolvendo sua personalidade como a de alguém que ouve. Isto significa que o objetivo do Oralismo é fazer a reabilitação da criança surda em direção a uma pretensa normalidade.

A partir da década de sessenta, várias pesquisas mostram a ineficácia do método oral para pessoas surdas e asseveram a importância da língua de sinais, bem como a insatisfação por parte das pessoas surdas com a abordagem oral.

Nesse período surge a filosofia da Comunicação Total em 1968. A qual segundo Silva (2003) apresenta uma proposta flexível no uso de meios de comunicação oral e gestual. Objetiva desenvolver na criança surda uma comunicação real com seus familiares e professores, construindo o seu mundo interno. Segundo Lacerda (1998) a aplicação da filosofia da Comunicação Total favoreceu o contato com os sinais, e propiciou aos surdos a aprendizagem da Língua de Sinais, sendo esta um apoio para a língua oral no trabalho escolar. No entanto, da década de 90, segundo Oliveira (2001) percebeu-se a ineficácia na utilização de tal filosofia e do Oralismo para garantir uma aprendizagem educacional de qualidade aos alunos surdos. Conforme Goldfeld (1997), a partir da década de 90 iniciou-se uma nova filosofia educacional, chamada Bilinguismo, a qual pressupõe que o surdo adquira primeiramente a língua de sinais, que é considerada a língua natural dos surdos e, como segunda língua, a língua oficial de seu país.

Normativas da educação para deficientes auditivos

Segundo a Constituição Federal de 1988, todos os cidadãos têm direitos educacionais. Perante a essa igualdade de direitos, para todos os tipos de deficiência existem normativas que propõem meios que facilitam e ajudam na inclusão dos indivíduos. Diante disso existem algumas normativas, como as leis nº 10.436/2002 e 12.319/2010, direcionadas para o apoio da inclusão escolar de pessoas surdas.

O Decreto nº 5.626/05, regulamenta a Lei nº 10.436/2002 e dá garantias a inclusão dos alunos surdos, através do bilinguismo, mediado por professores conhecedores da LIBRAS, intérpretes tradutores e acessibilidade em todos os espaços sociais via língua de sinais. Compreende-se que há uma distância significativa entre as normativas e a realidade que envolve os sujeitos surdos, o que constitui desafios a superar.

A Lei 12.319/2010 aponta a necessidade de um Tradutor e Intérprete da Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS em sala de aula, como uma possibilidade para o diálogo entre o professor e o estudante surdo. O Art. 2° dispõe que “o tradutor e intérprete terá competência para realizar a interpretação das duas línguas de maneira simultânea ou consecutiva, proficiência em tradução e interpretação de LIBRAS e da Língua Portuguesa”.

Conforme a lei citada acima, todo o profissional formado em Língua de Sinais poderá trabalhar em uma escola que atendam estudantes surdos, sendo esse um profissional intérprete e não explicador. Isso significa que, o intérprete estará em sala de aula para traduzir e interpretar a língua oral e escrita para a língua de sinais e vice-versa. Portanto, não cabe a ele, a função de ensinar os conteúdos curriculares, mas sim mediar a comunicação entre o professor e aluno surdo.

Sobre a formação do profissional intérprete, a Lei 12.319, ainda afirma:

> Art. 4º A formação profissional do tradutor e intérprete de Libras - Língua Portuguesa, em nível médio, deve ser realizada por meio de:
>
> I - cursos de educação profissional reconhecidos pelo Sistema que os credenciou;
>
> II - cursos de extensão universitária; e
>
> III - cursos de formação continuada promovidos por instituições de ensino superior e instituições credenciadas por Secretarias de Educação. (Lei nº 12.319, de 1º de Setembro de 2010).

Segundo Skliar (1999), os gestores e professores não conseguem visualizar a necessidade e importância da utilização da língua de sinais dentro da escola e na sala de aula. Dessa forma quando um estudante surdo é incluído há dificuldades de aprofundar o trabalho ou dialogar com o intérprete. Por isso, o Art. 3º da lei nº 12.319 propõe que seja dado suporte a todos os futuros professores, para que esses conheçam a necessidade e a importância de LIBRAS:

> Art. 3o A Libras deve ser inserida como disciplina curricular obrigatória nos cursos de formação de professores para o exercício do magistério, em nível médio e superior, e nos cursos de Fonoaudiologia, de instituições de ensino, públicas e privadas, do sistema federal de ensino e dos sistemas de ensino dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios. (Lei nº 12.319, de 1º de Setembro de 2010).

Nesse sentido, há diversas normativas que sustentam o processo inclusivo, no entanto essas efetivar-se-ão somente com a compreensão de que formar educadores competentes em língua de sinais é determinante a inclusão dos surdos, bem como o planejamento responsável dos professores. Assim, pesquisar acerca de estratégias pedagógicas que viabilizem a aprendizagem dos surdos é determinante a manutenção e sucesso do processo inclusivo.

Recursos adaptados na perspectiva do bilinguismo

Em 1981, na Suécia nasce e é implantada a Filosofia do Bilinguismo para surdos a qual chega ao Brasil em 1990. Segundo Quadros (1997), o Bilinguismo tem como pressuposto básico a necessidade do surdo ser bilíngue, ou seja, considera língua de sinais como língua natural e como segunda língua, a língua oral utilizada em seu país. Na prática bilíngue, a língua de sinais é imprescindível, pois possibilita o domínio linguístico e a capacidade de expressão na língua escrita, possibilitando comunicação com indivíduos surdos e ouvintes.

Para Buzar (2009) a prática bilíngue em sala de aula consiste em o professor buscar a criação de um ambiente linguístico natural; a utilização de recursos visuais e estratégias pedagógicas; e a acessibilidade linguística deve ser buscada permanentemente. Gómez (1992) acrescenta que o professor terá que voltar a estudar, a pesquisar, a refletir sobre suas práticas e a buscar metodologias inovadoras de ensino.

De acordo com Buzar (2009), os recursos pedagógicos adaptados para alunos com deficiência auditiva contribuem para a mediação do conteúdo, além de facilitarem a aprendizagem.

Cabe ao professor analisar e utilizar os recursos adequados que atendam as diversidades dos estudantes. Portanto,

> [...] de acordo com a limitação física apresentada é necessário utilizar recursos didáticos e equipamentos especiais para a sua educação buscando viabilizar a participação do aluno nas situações prática vivenciadas no cotidiano escolar, para que o mesmo, com autonomia, possa otimizar suas potencialidades e transformar o ambiente em busca de uma melhor qualidade de vida (BRASIL, 2006, p. 29).

A adaptação de recursos pedagógicos é feita de acordo com a deficiência ou necessidade de cada educando. E os materiais que serão utilizados devem ser adaptados de forma adequada para facilitar e auxiliar a aprendizagem desse aluno. Essa perspectiva demanda empenho do professor em realizar a análise e a confecção desse material didático, conjecturando acerca dos resultados positivos, e quais necessitam ser aprimorados. Dischinger afirma:

> Todos os alunos portadores de necessidades especiais têm direito à utilização de equipamentos, instrumentos, recursos e material técnico-pedagógico adaptados de uso individual ou coletivo necessários para o desempenho das atividades escolares. Incluem-se nesta categoria as salas de recurso, computadores com programas especiais, material em braile, etc (DISCHINGER, 2004, p.159).

É importante o educador refletir sobre suas estratégias didáticas, de modo a oferecer ensino de qualidade aos surdos incluídos. Através desses recursos adaptados o professor aproxima a teoria da prática, e facilita a apreensão dos conteúdos através do manuseio e visualização desses. Na presente investigação, deter-se-á no conteúdo de áreas de figuras planas: área do quadrado e do círculo.

APRESENTAÇÃO DE UMA ATIVIDADE ADAPTADA PARA ALUNOS SURDOS: ÁREAS DE FIGURAS PLANAS: QUADRADO E CÍRCULO

O professor é responsável por mediar e incentivar a construção do conhecimento do aluno surdo, através de intervenções, práticas e estratégias pedagógicas que atendam estes alunos em suas necessidades. A atividade descrita abaixo será articulada com o auxílio de um intérprete de LIBRAS ou, do próprio professor, pois o material acompanha DVD com a atividade interpretada e os recursos concretos para visualização e exemplificação. Tais recursos imagéticos potencializam a aprendizagem dos surdos e tornam dinâmico o ensino tanto para surdos quanto para ouvintes.

QUADRADO:

O professor orienta os discentes para construção e o recorte de um quadrado de 8 cm de lado em uma folha colorida de sua escolha. Logo após, esboçar linhas horizontais e verticais com 1cm de distância.

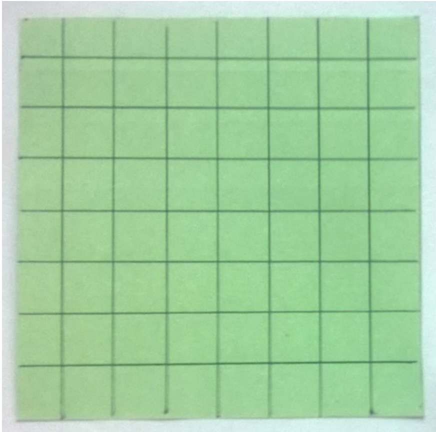


Figura 1: quadrado

Com o término da atividade é apresentado o perímetro, que é a soma de todos os lados de uma figura. Todo o quadrado, como seu próprio nome já diz, apresenta quatro lados. Então o perímetro da figura acima é igual a 32 cm (P=8+8+8+8 ou P=8*4).

Em seguida, é solicitada a contagem dos quadradinhos originados a partir do quadrado maior que foi quadriculado. A resposta esperada é sessenta e quatro, a qual o professor complementa que são 64 cm^2. Sendo que é expressa em cm^2, pois na figura um quadradinho representa uma unidade de área. Dando sequência a atividade, o professor indaga os alunos sobre a relação entre o número 8 e o 64. Tendo em vista que os alunos deverão relacionar que $8^2=64$ (ou 8*8=64) e que 8 cm é a medida do lado e 64cm^2 é a área. Assim concluindo que a área de qualquer quadrado é igual à medida do lado ao quadrado, ou seja, $A=l^2$.

CÍRCULO:

Demonstração do valor de π:

O professor solicita que os alunos desenhem um círculo em folha colorida com auxílio do compasso, independente do tamanho. Logo após, devem medir o comprimento do círculo com um barbante qualquer. Usando esta mesma medida, verificar quantas vezes o diâmetro está contido nesta medida.

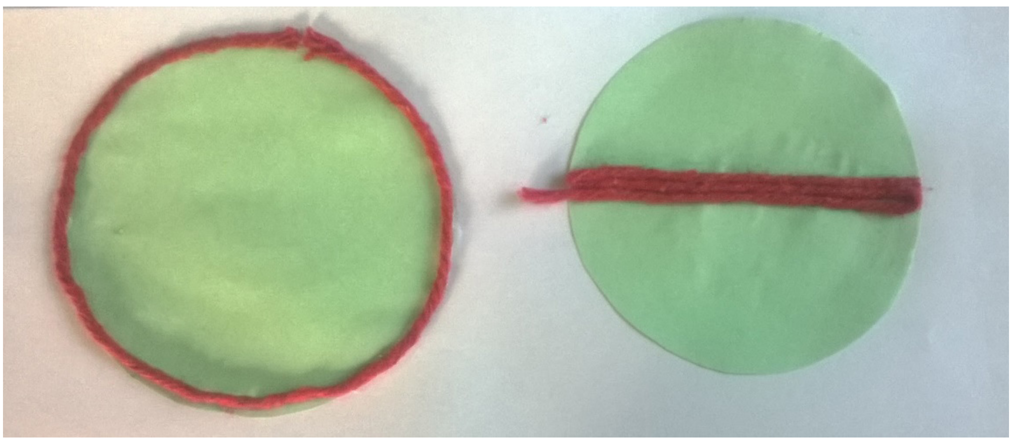


Figura 2: Dedução do valor de π

Concluindo, o diâmetro está contido três vezes e mais um pouco nesta medida. Essa constante que se obtém a partir da divisão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro chama-se π. Ou seja, π pode ser representado pela razão do comprimento da circunferência pelo diâmetro (π=C/d). Diâmetro é o segmento de reta que passa pelo centro e que une dois pontos da circunferência do círculo, e pode ser representado pelo dobro do raio (raio é: o segmento de reta que liga o centro do círculo a qualquer ponto da circunferência do círculo). Ou seja, d=2r.

A circunferência é obtida a partir da expressão π=C/d, isolando o C temos C=dπ ou ainda C=2rπ.

Tendo conhecimento sobre o que é o π e sua relação com a circunferência o professor pode introduzir a área do círculo. Primeiramente o aluno constrói um círculo em folha colorida e dividirá em setores de 36º.

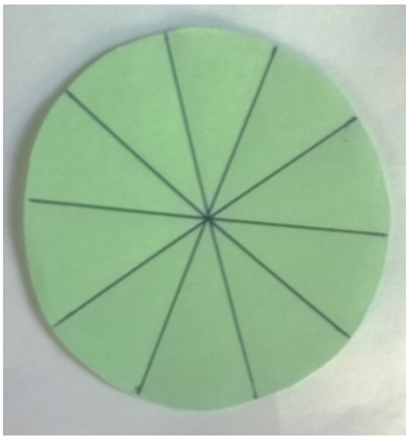


Figura 3: Círculo dividido em setores

Logo após recorta os setores. Onde a metade é colada em linha reta com o ângulo de 36º voltado para cima e a outra metade dos setores ele encaixará de tal forma de forme um paralelogramo.

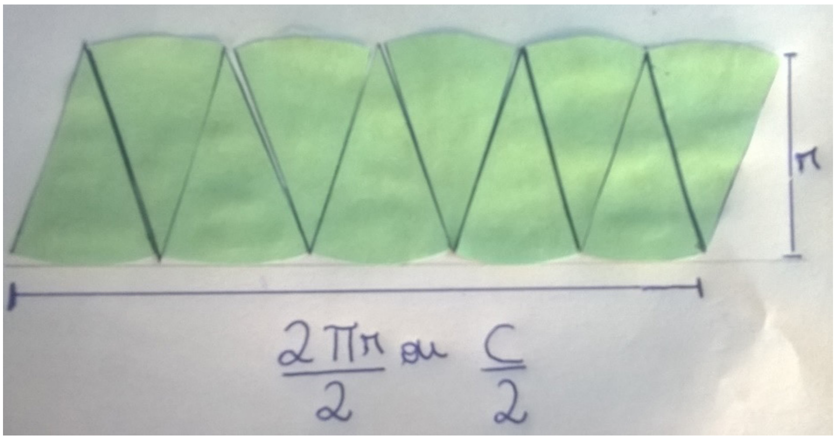


Figura 4: Círculo na forma de paralelogramo

A circunferência é representada por C/2, pois apenas a metade setores compõe a base desse paralelogramo. Assim para calcular a área do círculo basta calcular a área do paralelogramo, que é a multiplicação da base pela altura.

$$A = \frac{2\pi r}{2} \cdot r = \pi r^2$$

Essa metodologia proporciona uma aprendizagem de forma visual, que facilita a aprendizagem do aluno e principalmente do aluno surdo. O educador consegue promover uma aula interativa e principalmente significativa para todos os alunos.

CONCLUSÃO

A inclusão de alunos surdos nas escolas comuns é uma realidade e como tal exige a formação adequada e a utilização de recursos pedagógicos adaptados, intérpretes tradutores de LIBRAS e professores preparados.

O contexto bilíngue de educação propicia a integração de saber entre surdos e ouvintes, com vista aprendizagem de todos. Nesse sentido, incluir é possibilitar meios para que as dificuldades de comunicação entre surdos e ouvintes sejam rompidas e que todos consigam ascender intelectualmente.

Desse modo, a sequência didática apresentada pode ser trabalhada tanto com alunos ouvintes quanto com surdos, pois o recurso foi construído respeitando as peculiaridades linguísticas dos surdos e dos ouvintes. A mesma será explorada por meio do contato com os recursos concretos traduzidos e interpretados em LIBRAS. E a interação dar-se-á entre professor X alunos, professor X alunos surdos, professor X alunos ouvintes e colegas ouvintes X colegas surdos, ou seja, através de ações cooperativas e dialógicas produzir-se-á conhecimento.

A proposta é tornar acessível e bilíngue a escola inclusiva independente da presença de surdos, pois se acredita que a inclusão enquanto processo, não se constitui a partir do ingresso de alguém com perda sensorial, mas se faz no cotidiano com vista ao acolhimento significativo de qualquer sujeito que requeira matricula. Nesse sentido, a proposta favorece tanto surdos quanto ouvinte.

Apesar das grandes dificuldades de ser professor na atualidade, por diferentes variáveis, a profissão exige planejamento de atividades que proporcionam socialização entre todos os sujeitos. Pois a escola não pode ser apenas um berço de conteúdos deve destacar acima de tudo a formação cidadã.

REFERÊNCIAS

DISCHINGER, Marta (et al.). *Desenho universal nas escolas: acessibilidade na rede municipal de ensino de Florianópolis.* SME, Florianópolis: Prelo, 2004.

GOLDFELD, M. *A criança surda*. São Paulo: Pexus, 1997

GÓMEZ, A. P. *O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional* *reflexivo.* In: NÓVOA, A. (org). Os professores e a sua formação. Lisboa: Dom Quixote, 1992.

PERLIN, Gladis. *Identidades Surdas.* In: SKLIAR, C. (Org.) A surdez: um olhar sobre as diferenças. Porto Alegre: Mediação, 1998.

QUADROS, Ronice Muller de. *Educação de Surdos: a aquisição da linguagem.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SACKS, O. *Vendo Vozes: uma Jornada pelo Mundo dos Surdos.* Rio de Janeiro: Companhia das Letras, 1990.

SKLIAR, C. *A localização política da educação bilíngue para surdos.* In: ______. (Org.). Atualidade da educação bilíngue para surdos. Porto Alegre: Mediação, 1999.

BUZAR, Edeilce Aparecida Santos. *A Singularidade Visuo-Espacial do Sujeito Surdo: implicações educacionais.* Dissertação (mestrado)–Universidade de Brasília, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, 2009.

REIS, V.P.F. *A criança surda e seu mundo: o estado da arte, as políticas e as intervenções necessárias.* Dissertação de mestrado. UFES, 1992.

SILVA, R. R. *A educação do surdo: minha experiência de professora itinerante da Rede Municipal de Ensino de Campinas*. 2003. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2003.

OLIVEIRA, L.A. A Escrita do Surdo: relação texto e concepção. In: 24ª Reunião Anual da ANPED, 2001. Intelectuais, conhecimento e espaço público. Caxambu: *Revista Brasileira de Educação*, 2001. 8p. Disponível em: <http://www.anped.org.br/inicio.htm>. Acesso em: 26 de maio de 2016.

LACERDA, C.B.F.de. A prática fono-audiológica frente às diferentes concepções de linguagem. *Revista Espaço,* Instituto de Educação de Surdo, v.10, p.30-40, 1998.

BARROS, Jozibel Pereira; HORA, Mariana Marques da. *Pessoas Surdas: Direitos, Políticas Sociais e Serviço Social.* Disponível em:http://editora-arara-azul.com.br/cadernoacademico/012_anexos_pessoas_surdas_direitos_politicas_sociais_e_servico_social_barros_hora.pdf. Acesso em: 26 de maio de 2016.

KOBASHIGAWA, A.H.; ATHAYDE, B.A.C.; MATOS, K.F. de OLIVEIRA; CAMELO, M.H.; FALCONI, S. *Estação ciência: formação de educadores para o ensino de ciências nas séries iniciais do ensino fundamental*. In: IV Seminário Nacional ABC na Educação Científica. São Paulo, 2008. p. 212-217.

BRASIL . Ministério da Educação e Cultura. *Formação continuada à distância de professores para o atendimento especializado*. Deficiência Física. Brasília: MEC, 2006.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. *A inclusão escolar de alunos com necessidades educacionais especiais: Deficiência Física*. Brasilia; MEC/SEESP, 2006.

______. *Decreto n. 5.626*, de 22 de dezembro de 2005. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil. Acesso em 01 de junho de 2016.

______. *Lei n. 10.436*, de 24 de abril de 2002. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil. Acesso em 01 de junho de 2016.

______. *Lei n. 12.319*, de 01 de setembro de 2010. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil. Acesso em 30 de maio de 2016.

CAPÍTULO 18

OS DESAFIOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INCLUSIVA

Gabriela da Silva Campos da Rosa de Moraes
Licenciatura plena de Matemática, UFPel, Pelotas – RS
Especialista em Mídias da Educação – IFSul - Riograndense, Pelotas – RS
Especialista em Educação Especial e Inclusiva – IPEMIG, Minas Gerais
Especialista em Educação Matemática – IPEMIG, Minas Gerais (cursando)

Débora Kömmling Treichel
Licenciatura plena de Matemática, UCPel, Pelotas – RS
Especialista em gestão escolar, Amparo – São Paulo
Especialista em Educação Ambiental, UFPel, Pelotas – RS;
Mestranda em Educação Ambiental, UFPel, Pelotas – RS

RESUMO: Abordar a educação especial nos dias atuais implica numa obrigatoriedade por lei, tão logo, está não poderá ficar só no papel. O presente artigo relata a necessidade de inclusão dos alunos especiais na sala de aula no contexto da modernidade em que se vive, onde se têm que criar um ambiente de aprendizagem mutua, esse trabalho foi desenvolvido nos anos finais do ensino fundamental da Escola Municipal de Ensino Fundamental Heitor Soares Ribeiro, localizada na Florida, segundo distrito de Canguçu. Apresenta um referencial teórico e prático da importância da inclusão, bem como a dificuldade que os professores têm de desenvolver esse trabalho. Como finalidade principal, apresenta diversidades de materiais manipuláveis para o ensino aprendizado prático nas aulas de matemática com alunos especiais, no sentido de encontrarem soluções de objetos que auxiliem o aprendizado de pessoas com necessidades especiais. Com base em diversas pesquisas constata-se que os materiais manipuláveis são aliados de os professores de matemática para a inclusão acontecer em sala de aula. Assim, os objetivos da educação especial são os mesmos da educação em geral. O que difere, entretanto, é o atendimento, que passa a ser de acordo com as diferenças individuais do aluno, respeitar as limitações de cada criança e trabalhar de maneira diferenciada. E em relação à aprendizagem é notória a desenvoltura apresentada pelo aluno, quando esse tem em contato com sua mão o material ao qual se refere a sua aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Inclusiva - Ensino de matemática - Materiais didáticos.

THE CHALLENGES OF MATHEMATICS TEACHING IN INCLUSIVE EDUCATION

ABSTRACT: Addressing special education

these days implies an obligation by law, so soon, it can not be left alone on paper. This article reports on the need to include special students in the classroom in the context of the modernity in which they live, where they have to create a mutual learning environment, this work was developed in the final years of elementary school of the Municipal School of Education Fundamental Heitor Soares Ribeiro, located in Florida, second district of Canguçu. It presents a theoretical and practical reference of the importance of inclusion, as well as the difficulty that teachers have to develop this work. As main purpose, it presents diversities of manipulable materials for teaching practical learning in mathematics classes with special students, in the sense of finding solutions of objects that aid the learning of people with special needs. Based on various research it has been found that manipulative materials are allied to math teachers for inclusion to take place in the classroom. Thus the goals of special education are the same as those of education in general. What differs, however, is the attendance, which happens to be according to the individual differences of the student, respect the limitations of each child and work in a differentiated way. And in relation to learning is notorious the resourcefulness presented by the student, when he has in contact with his hand the material to which his learning refers.
KEYWORDS: Inclusive Education – Teaching mathematics – Teaching materials.

1 I INTRODUÇÃO

A mudança geradora de uma educação inclusiva é um dos grandes desafios da educação de hoje, quando se tornam necessárias novas práticas educacionais. Como desafio nos é posto tudo o que se refere a deixar de excluir, para então incluir e educar para a diversidade.

Além da inserção física é imprescindível que todos os estudantes sejam favorecidos com a inclusão na aprendizagem e social, exercitando o desenvolvimento e a plena cidadania. Assim, o desafio da educação é tornar-se um lugar apto para ensinar e aprender, onde todas as crianças se sintam acolhidas, sem nenhuma discriminação.

Partindo do pressuposto que ensinar matemática exige práticas diferenciadas, por ser uma das áreas do currículo onde os alunos encontram grandes dificuldades, vindo daí o desafio: ensinar matemática de forma diferenciada e inclusiva.

A escola ao trabalhar com a inclusão passa por um desafio, que envolve a instituição e a comunidade geral com a qual se relaciona, mas o professor é a figura mais importante nesse processo, já que atua diretamente com os educandos.

Assim passa ser um constante anseio para os professores de matemática trabalhar números, cálculos, onde existem alunos com algum tipo de deficiência.

Quando se pensa em educação inclusiva, a situação fica pior, pois se o aluno tido como “normal” em termos de canais de comunicação já sente esta rejeição, os alunos com necessidades especiais, sofrem as intempéries da falta de preparo dos profissionais da educação para tratar neste problema específico.

Neste contexto trabalhar com materiais manipuláveis, passa a ser um aliado do professor, pois torna o ensino mais fácil.

Dentre os materiais didáticos que possibilitam a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, destacam-se alguns:

Material dourado: possibilita a construção concreta de relações numéricas, desenvolve o raciocínio lógico, proporciona o aprendizado do sistema de numeração decimal, das frações, de medidas e das operações fundamentais (GRANDI, 2012, p.17).

Discos de frações: utilizado para representação geométrica de uma fração, auxilia na compreensão do conceito, de equivalência, e cálculos das quatro operações matemáticas com frações (DISCO, 2016. s/p.).

Dominó com texturas e numerais: estimula a percepção tátil dos estudantes, é utilizado para explorar conceitos de relação e de quantidade (GRANDI, 2012, p.17).

Geoplano: confeccionado em madeira, onde são fixados pregos formando um quadriculado. Com este material, podem ser trabalhados conceitos geométricos como: área, perímetro, diagonal e simetria (KALEFF, 2016, p. 12).

Caixa de números: este material possibilita associar quantidades aos números.

Ábaco: permite o estudante vivenciar situações que contribuem para a representação dos números, além de aprender a realizar as quatro operações com números inteiros, e iniciar na adição e subtração de frações (KALEFF, 2016, p.12).

Jogos de encaixe: com este material os estudantes podem analisar as diferentes formas, tamanhos, explorar conceitos de maior e menor, de figuras geométricas, entre outros (GRANDI, 2012, p. 17).

Régua e transferidor adaptados: auxiliam na identificação dos sistemas de medidas, facilitando a compreensão do estudante. Outros instrumentos de medida também podem ser adaptados, como a fita métrica e o esquadro (GRANDI, 2012, p.12).

Multiplano: permite ao aluno fazer gráficos, figuras geométricas, entender conceitos de equações e funções e cálculos avançados, além de entender melhor volume e distância.

Jogo da potência: na frente do envelope coloca-se a base e o expoente, dentro do envelope coloca-se o número de cartões que resolve a potência.

A metodologia de aplicação dos objetos descritos tem o foco de proporcionar aos professores possibilidade e diversidade de materiais para trabalhar numa aula diferenciada, que possibilita a inclusão. Esses recursos podem ser adaptados e trabalhados de diversas formas em sala de aula.

A metodologia apresentada tem como ideia, idealizar como os profissionais da educação, no sentido de diversificar possíveis soluções de objetos que auxiliem o aprendizado de pessoas com necessidades especiais. Sabe-se que cada necessidade é única e, portanto, cada caso deve ser estudado com muita atenção.

Desse modo, procurou contribuir com o ensino de matemática para se trabalhar de forma inclusiva, utilizando materiais manipuláveis, facilitando assim a aprendizagem e ficando visível a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Durante as pesquisas, percebeu-se o grande número de ideias que podem ser trabalhadas de forma a facilitar a aprendizagem dos conteúdos e então a inclusão acontece, sem que precise levar para a sala de aula, outra atividade para o aluno especial, praticando assim um ato de exclusão.

Conclui-se que a educação inclusiva é direito de todos, está ai e não pode mais ser excluída das escolas. Cabe a cada profissional buscar uma formação adequada para trabalhar com essas crianças, possibilitando aos discentes uma sensação de bem estar, de satisfação e aprendizagem. Tendo em mente que ao trabalhar a educação especial juntamente com a turma geral de alunos, proporciona uma aprendizagem mais satisfatória ao todo, pois o momento que o professor passa a utilizar recursos manipuláveis os alunos tende a agregar conhecimentos de forma mais produtiva, tão logo o andamento do conteúdo não atrasa, pelo contrário a aprendizagem torna-se significativa.

Fotos do material confeccionados e trabalhado em sala de aula:

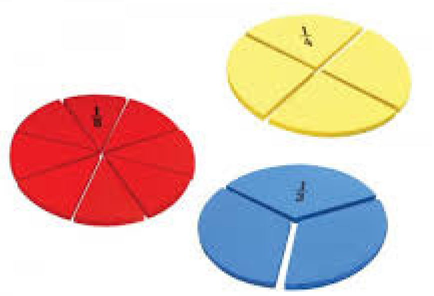


Figura 01: Disco de fração que foi confeccionado com EVA. As frações são em auto relevo, para os alunos sentirem através do tato.

Como trabalhamos numa escola do interior do município de Canguçu, ensinamos também com material adquirido no pátio da escola como laranja, caqui e levamos para dentro da sala de aula.

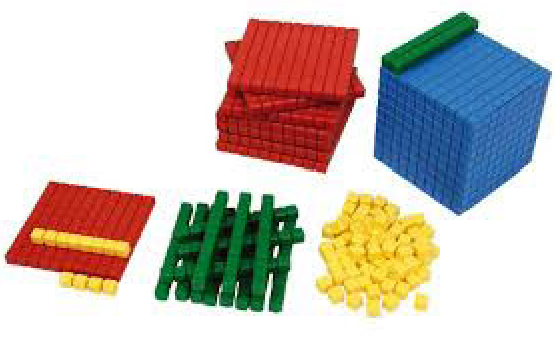


Figura 02: Material Dourado, confeccionado de madeira, utilizado para trabalhar com operações, sequência numérica.

Figura 03: Materiais confeccionados com sucata, resto de material.

Todo esse material é levado para sala de aula, os alunos utilizam e manipulam os jogos de maneira lúdica e criativa.

Figura 04: dominó com sequência numérica, os números são em auto relevo para os alunos de baixa visão e cegos poderem aprender e manusear.

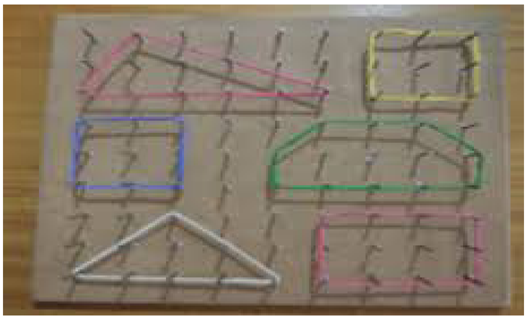


Figura 05: Geoplano

Com este material, podem ser trabalhados conceitos geométricos como: área, perímetro, diagonal e simetria (KALEFF, 2016, p. 12).

Figura 06: Caixa de números

Números em auto relevo, para trabalhar sequência numérica. Este material possibilita associar quantidades aos números.

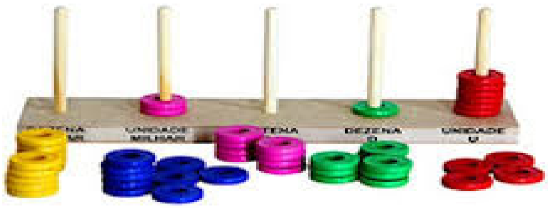


Figura 07: Ábaco

Permite ao estudante vivenciar situações que contribuem para a representação dos números, além de aprender a realizar as quatro operações com números inteiros, iniciar na adição e subtração de frações (KALEFF, 2016, p.12).

Figura 08: Régua e transferidor adaptados

Esse material tem marcações em alto relevo para os alunos de baixa visão e cegos para utilizar.

Auxiliam na identificação dos sistemas de medidas, facilitando a compreensão do estudante. Outros instrumentos de medida também podem ser adaptados, como a fita métrica e o esquadro (GRANDI, 2012, p.12).

Figura 09: Jogo da potência

Na frente do envelope coloca-se a base e o expoente, dentro do envelope coloca-se o número de cartões que resolve a potência.

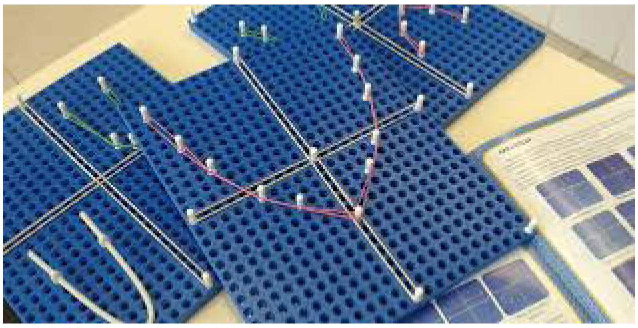


Figura 10: Multiplano

Permite ao aluno fazer gráficos, figuras geométricas, entender conceitos de equações, funções e cálculos avançados, além de entender melhor volume e distância.

Figura11: Jogos de encaixe

Com este material os estudantes podem analisar as diferentes formas, tamanhos, explorar conceitos de maior e menor, de figuras geométricas, entre outros (GRANDI, 2012, p. 17).

CONCLUSÃO

Procurou contribuir com o ensino de matemática para se trabalhar de forma inclusiva, utilizando materiais manipuláveis, facilitando assim a aprendizagem e ficando visível a compreensão dos conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIAS

DISCO de frações. Disponível em: <http://www.utfpr.edu.br/cornelioprocopio/cursos/licenciaturas/Ofertados-neste-Campus/matematica/laboratorios/material-didatico/discos-de-fracoes>. Acesso em: 26 maio 2018.

GRANDI, C. S. O uso de recursos didáticos como ferramenta no ensino da Matemática para deficientes visuais: a sua importância. *Revista da Graduação*, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p.1-17, 2012. Disponível em:
< http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/index>. Acesso em: 15 maio 2018.

KALEFF, A. M. M. R. (Org.). Vendo com as mãos, olhos e mente: Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, 2016. Disponível em: <http://drive.google.com/file/d/0B0M9GEU6FsoVRGRoQTZmWTRhTGM/view?ts=5787e9f0. Acesso em: 12 maio 2018.

SÁ, E. D.; CAMPOS, I. M.; SILVA, M. B. C. Atendimento educacional especializado: deficiência visual. SEESP / SEED / MEC Brasília, 2007. Disponível em:
< http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/aee_dv.pdf>. Acesso em: 10 maio 2018.

CAPÍTULO 19

O USO DE METODOLOGIAS DIFERENCIADAS NA COMPREENSÃO DAS QUESTÕES DE MATEMÁTICA DA PROVA BRASIL

Elenise Neuhaus Diniz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha
São Borja – RS

Carine Girardi Manfio
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha
São Borja – RS

Carla Loureiro Alves Kleinubing
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha
São Borja – RS

Felipe Klein Genz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha
São Borja - RS

Francielen Legal Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha
São Borja - RS

RESUMO: O presente trabalho refere-se a uma experiência obtida, a partir de um projeto de extensão realizado por acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha, campus São Borja. Assim, um dos objetivos era desenvolver algumas práticas pedagógicas de interpretação e resolução de questões de Matemática abordadas na Prova Brasil, tendo como público-alvo alunos do 5º (quinto) ano das séries iniciais da Escola Estadual de Ensino Fundamental João Goulart do município de São Borja/RS. Este trabalho tomou como base as questões da Matriz de Referência de Matemática, disponibilizado pelo Ministério da Educação e Cultura – MEC. As atividades realizadas no projeto encetaram com a realização de um estudo sobre os temas e descritores levados em consideração no documento, em seguida as atividades realizadas na escola iniciaram com a resolução de questões para as quais foram apresentadas alternativas pedagógicas, através de atividades práticas, que tinham como objetivo melhorar a interpretação de questões de Matemática e a compreensão dos conceitos na área.

PALAVRAS-CHAVE: Desenvolvimento do pensamento, Matemática, Metodologias pedagógicas, Prova Brasil.

THE USE OF DIFFERENTIATED ETHODOLOGIES IN THE UNDERSTANDING OF MATHEMATICAL QUESTIONS OF PROOF BRASILTÍTULO DO TRABALHO EM LÍNGUA INGLESA

ABSTRACT: The present work refers to an experience obtained from an extension project carried out by the undergraduate mathematics students of the Farroupilha Federal Institute, São Borja campus. Thus, one of the objectives was to develop some pedagogical practices of

interpretation and resolution of Mathematics issues addressed in the Brazil Test, having as target audience students of the 5th (fifth) year of the initial series of the State School of Primary Education João Goulart of the municipality of São Borja / RS. This work was based on Mathematics Reference Matrix, made available by the Ministry of Education and Culture - MEC. The activities carried out in the project started with a study on the themes and descriptors taken into account in the document, then the activities carried out in the school began with the resolution of questions for which pedagogical alternatives were presented through practical activities that had as objective to improve the interpretation of Mathematical questions and the understanding of the concepts in the area.
KEYWORDS: Development of thought, Mathematics, Pedagogical methodologies, Proof Brazil.

1 I INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos da Prova Brasil é ter um instrumento que demonstre se o direito dos alunos à educação e ao aprendizado está sendo garantido, e assim perceber se os estudantes de uma mesma escola e rede de ensino dominam competências comuns, isto é, o básico que se espera de um conhecimento de habilidades cognitivas como Português e Matemática. O objetivo da Prova Brasil não é reprovar ou aprovar o aluno, mas avaliar o aprendizado, além de revelar o conhecimento dos alunos, pois diante desta será analisado se o que eles aprenderam é o adequado para a sua etapa escolar, ou seja, se dominam habilidades mínimas que lhe permitam avançar para uma próxima etapa.

Desse modo a promover uma cultura escolar de qualificação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB, ocorreu a ideia de colocar em prática o presente projeto de extensão, que tinha como objetivo desenvolver algumas práticas pedagógicas de interpretação de questões focadas na área de Matemática abordadas na Prova Brasil, tendo como público alvo alunos do 5º (quinto) ano das séries iniciais da Escola Estadual de Ensino Fundamental João Goulart do município de São Borja/RS. Este trabalho toma como base a Matriz de Referência de Matemática, disponibilizada pelo Ministério da Educação e Cultura - MEC. De modo que, num primeiro momento foi realizado um estudo sobre os temas e descritores levados em consideração no documento.

Assim, as atividades realizadas na escola iniciaram com a resolução de questões que são recorrentes nas avaliações da Prova Brasil e através destas conseguimos identificar as habilidades cognitivas e de motricidade além das dificuldades apresentadas pelos alunos. Por meio de um trabalho em equipe com docentes e discentes do projeto, métodos pedagógicos foram elaborados para que as correções das atividades fossem realizadas de uma melhor forma, assim possibilitando o esclarecimento de cada questão.

No decorrer do projeto foram trabalhadas questões relacionadas à identificação de figuras geométricas, medidas, unidades, porcentagem, as quatro operações básicas, valores em cédulas e moedas nacionais, tempo e espaço. Com base nestas, os alunos relataram já terem um breve conhecimento sobre as figuras geométricas e operações básicas, porém unidades de medidas padronizada, frações e porcentagens até o momento não haviam sido trabalhadas pelo professor, e ao resolverem as questões, os alunos utilizaram apenas o que sabiam do seu cotidiano, as demais foram respondidas através de dedução. Já questões que envolviam habilidade de localização, gráficos e tabelas, os alunos não conseguiram interpretar o enunciado da atividade, gerando um índice elevado de erro nas questões.

Diante desses resultados, alguns conceitos foram retomados por meio de atividades práticas com material concreto envolvendo situações-problema que permitam trabalhar os conceitos matemáticos para promover uma aprendizagem formativa.

2 I MATERIAIS E MÉTODOS

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) aponta o professor como o eixo central responsável pela qualidade da educação e ressalta que o processo de aprendizagem será mais efetivo e prazeroso quando é motivado pela ludicidade e modernidade. Já as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica (2013, p.39) atribui a responsabilidade ao professor de “[...] criar situações que provoquem nos estudantes a necessidade e o desejo de pesquisar e experimentar situações de aprendizagem como conquista individual e coletiva [...]”. O professor precisa sempre estar disposto a conhecer as etapas do desenvolvimento dos alunos. Por sua vez, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), apontam para a necessidade de focar, principalmente nas séries iniciais, em um ensino mais próximo do cotidiano e da realidade do aluno.

Para Van de Walle (2009, p.58), “ao separar o ensino da resolução de problemas e do confronto de ideias, a aprendizagem matemática fica separada do fazer matemática” (WALLE, 2009, p 58): “É importante compreender que a matemática deve ser ensinada por meio da Resolução de Problemas. Quer dizer, tarefas ou atividades baseadas em resolução de problemas são o veículo pelo qual se pode desenvolver o currículo desejado. A aprendizagem é um resultado do processo de Resolução de Problemas”. Desse modo, problematizar as questões da Prova Brasil, através de situações-problemas facilita o processo de aprendizagem, levando o aluno e compreender melhor os conceitos matemáticos.

Abaixo segue exemplos de algumas atividades desenvolvidas através de problemas, que foram propostas aos alunos para resolução e posteriormente foram realizadas as correções. Primeiramente era feita a leitura das questões e depois os alunos realizavam a resolução das mesmas, fazendo como se fosse de fato uma aplicação da Prova Brasil.

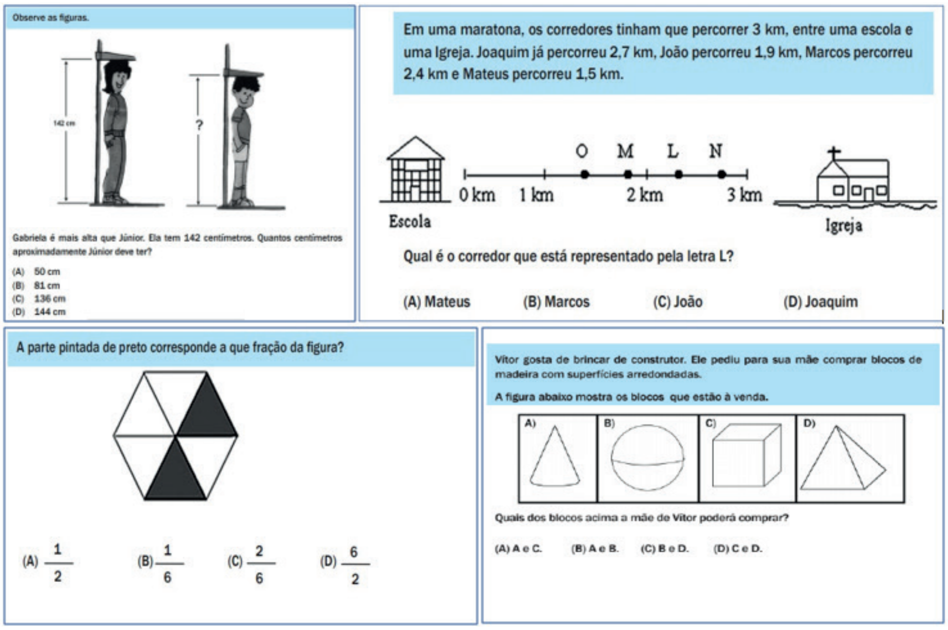


Figura 1. Atividades propostas na matriz de referência.

Fonte: PDE Prova Brasil, edição 2011, p.113, p.120, p.142, p.145.

Para desenvolver as atividades de compreensão das questões da Prova Brasil, foram organizados materiais diversificados em cada um dos descritores. Através das atividades apresentadas acima e outras recorrentes do plano de desenvolvimento da educação, proposta na matriz de referência, correções foram realizadas junto aos alunos e as práticas pedagógicas de ensino foram realizadas em grupos contendo no máximo 5 (cinco) integrantes em cada, a estes foram disponibilizados figuras palpáveis em material de EVA, isopor e dobraduras em papel de cartolina, conforme figura 2, assim procurando instigar os alunos a busca pelo aprendizado e entendimento da atividade proposta.

Figura 2. Material utilizado para auxiliar nas explicações dos problemas aos alunos.

Fonte: Fotografia tirada pelos integrantes do projeto (imagens autorizadas para publicações).

Dado o exposto acima, o trabalho com materiais concretos pode favorecer ao aluno um pensamento que possa condicionar as relações existentes entre o material e o conteúdo investigado, sendo estas necessárias à construção dos princípios matemáticos que foram prescritos no momento da preparação do material. A utilização deste recurso deve estar concatenada com o processo de ensino-aprendizagem da matemática, pois é visto como uma ponte que permite a passagem do saber concreto para o abstrato, a fim de auxiliar a construção do pensamento lógico matemático.

Para Sarmento (2010, p. 3) o manejo de materiais concretos:

> [...] permite aos alunos experiências físicas à medida que este tem contato direto com os materiais, ora realizando medições, ora descrevendo, ou comparando com outro de mesma natureza. [...] permiti-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas (SARMENTO, 2010, p.3).

Em vista dos argumentos apresentados quando se propõe uma aula com a utilização de materiais manipulativos a probabilidade de sucesso é grande. Isso porque através desse recurso os discentes são capazes de pensar, analisar, associar, experimentar e contextualizar aquilo que está manuseando com o conhecimento matemático que está sendo abordado.

3 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com os materiais utilizados conseguimos trabalhar com todos os alunos, incluindo aqueles que possuem algum diagnóstico especial. Os discentes desenvolveram as atividades, alguns apresentaram um pouco mais de dificuldade onde exigiam coordenação motora para atrelar as partes das dobraduras, interpretação das questões para reconhecer as frações e a identificação das unidades de medidas, mas tudo de acordo com o esperado.

Em primeiro momento, o foco foi nas atividades com dobraduras onde eram apresentadas as figuras geométricas para que assim, aos poucos, as crianças fossem reconhecendo suas formas através de cada recorte e colagem, deste modo, transformando e buscando diferenciar cada uma delas com os simples toque de suas mãos. Com o auxílio de uma régua foi proporcionado aos educandos a possibilidade de identificar as medidas entre cada vértice.Os alunos conseguiram perceber como as formas são parecidas e diferentes, não especificando suas propriedades geométricas, mas comparando com as formas geométricas e utilizando vocabulário simples para descrever, em alguns relatos dos alunos as figuras foram associadas a algo que já haviam visto de alguma forma no seu cotidiano. Um exemplo citado foi a comparação do cone de papel utilizado no trabalho aos utilizados nas ruas, a uma casca de sorvete e até mesmo a um chapéu utilizados em festinhas de aniversários, outro relato foi a comparação do triângulo com as faces das pirâmides do Egito.

De acordo com o desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e a teoria de Walle (2009), conseguimos observar nessa etapa que o conhecimento dos alunos se encaixa no primeiro modelo de aprendizagem, o nível da visualização, Walle (2009, p. 440) descreve uma observação a este nível: “Os estudantes nesse nível irão agrupar e classificar formas, baseados em suas aparências – ‘Eu coloquei essas formas juntas porque elas são todas pontudas’ (ou “gordas” ou “se parecem com uma casa”, ou são “dentadas”, e assim por diante)”.

No estágio seguinte foi abordado o conteúdo de frações, este ganhou uma atenção a mais devido o relato dos alunos de ainda não terem conhecimento desta temática.As atividades apresentadas foram por meio de situações problemas e as resoluções foram desenvolvidas através de material concreto em forma de Pizza e também associadas a ideias de barrinhas de chocolate. Assim proporcionando uma melhor compreensão de frações no cotidiano, o que pode contribuir para uma maior facilidade de compreensão pelos alunos, uma referência denotada por um destes foi que também pode-se relacionar a fração utilizando-a em uma divisão de bolo.

A utilização de diferentes recursos didático visual ou visual-tátil pode auxiliar no processo de ensino das frações tornando-as mais compreensível para os discentes. De acordo com (LORENZATO, 2008, p.72) “Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele [...]”, e mais, “[...] experimentar é investigar”.

Com o andamento do projeto foi observado que no momento em que a criança trabalha com materiais concretos ela faz experimentações importantes que têm o poder de estimular o raciocínio, a reflexão e a construção do conhecimento.Também é importante lembrar que no momento em que esta metodologia é aplicada é fundamental que ocorram discussões em torno de situações-problemas e que estes estejam ligadas ao seu cotidiano.

4 I CONCLUSÕES

Por fim, nosso propósito era de auxiliar os alunos na compreensãoe desenvolvimento de suas habilidades intelectuais, com o intuito de prepará-los para situações que envolvessem problemas matemáticos. Por esta razão, foi apresentado de um modelo de abordagem dos conteúdos em sala de aula ao processo de produção de pensamento e problematização dos conteúdos integrando o conceito cognitivo ao sensório motor por meio da interação que ao aprendiz passa a ter com a teoria, a linguagem e o visual, são fatores que os levaram a ter uma percepção e aprendizagem diferenciada dos conteúdos proposto, também foram desenvolvidas atividades lúdicas e didáticas, que possibilitassem aos alunos estabelecer uma relação do conteúdo trabalhado com situações do seu cotidiano.

Para, além disso, essas metodologias proporcionam a troca de experiências e habilidades, bem como, o exercício de autonomia dos alunos. Podemos identificar, através de avaliações, e pelo relato da própria professora regente, que houve uma melhora significativa na aprendizagem dos alunos, e que, consequentemente, nosso trabalho contribuiu para a elevação da autoestima deles, que também está relacionada à sua forma de aprender e se perceber enquanto sujeito ativo do seu processo de aprendizagem.

De acordo com Lorenzato:

> Para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção de sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar (LORENZATO, 2009, p. 25).

Através deste pensamento é importante ressaltar que a utilização de aulas mais dinâmicas, possibilita ao aluno desenvolver a parte lúdica, assim tornando a matemática uma disciplina mais atrativa por meio de novas alternativas.

Por fim, percebe-se que este trabalho foi de grande valia para os alunos da escola, pois segundo relatos dos professores, os mesmos obtiveram melhor desempenho e entendimento dos conteúdos trabalhados em sala de aula. Com relação ao desempenho da escola na Prova Brasil, ainda não se obteve o resultado oficial de desempenho da escola, no entanto a escola demonstrou interesse na continuação deste trabalho para os próximos anos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. C. **Teoria de Resposta ao Item**: conceitos e aplicações. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística, 2000.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil, de 05 de outubro de 1988**. Brasília/DF, 1988.

BRASIL. **Ministério da Educação; Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira; Diretoria de Avaliação para Certificação de Competências**. Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB. (1997). Brasília: MEC/INEP/DAEB, 2000.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.

LORENZATO, S. - **Para aprender matemática**. – Campinas, SP: Autores Associados, 2008

LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2ª ed. rev.. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores).

CAPÍTULO 20

EXPERIÊNCIAS DO ESTÁGIO NO ENSINO FUNDAMENTAL A PARTIR DE METODOLOGIAS DIFERENCIADAS

Julhane Alice Thomas Schulz
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa - RS

Fabiana Patricia Luft
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa - RS

RESUMO: O estágio representa um contato do aluno, futuro docente, com a realidade que um dia atuará, possibilitando-o por em prática todo seu conhecimento prévio já adquirido, tanto técnico como metodológico. É nesta perspectiva que se desenvolveu o Estágio Curricular Supervisionado II, com o objetivo de inserir o aluno no ambiente escolar e a partir da prática realizada, refletir sobre as metodologias utilizadas e as formas de avaliação propostas aos alunos. Com o intuito de desenvolver metodologias e atividades diferenciadas durante a realização do estágio com a turma do 6º ano B da Escola Municipal de Ensino Fundamental São José de Boa Vista do Buricá, optou-se por desenvolver as aulas através das metodologias: Expositiva e dialogada, trabalho em grupo, resolução de problemas, história da matemática, jogos e atividades especiais com o uso da tecnologia. Ao desenvolver as aulas foi possível perceber o envolvimento e entusiasmo dos alunos mediante as atividades propostas, estavam sempre dispostos a enfrentar novos problemas e situações de aprendizagem. Desta forma, pode-se afirmar que os objetivos foram alcançados, uma vez que o desenvolvimento de metodologias diferenciadas proporcionou aos alunos momentos de diálogo, troca de ideias, o que resultou na construção do conhecimento.
PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática; Metodologias de Ensino; Estágio.

ABSTRACT: The internship represents a contact of the student, future teacher, with the reality that one day will act, enabling him to put into practice all his previous knowledge already acquired, both technical and methodological. It is in this perspective that the Supervised Curricular Internship II was developed, with the objective of inserting the student into the school environment and, based on the practice, reflect on the methodologies used and the evaluation methods proposed to the students. With the purpose of developing different methodologies and activities during the internship with the 6th grade class B of the Municipal School of Basic Education of São José de Boa Vista do Buricá, it was decided to develop the classes through the methodologies: Expositive and dialogued, group work, problem solving, history of mathematics, games and special activities using technology. In developing the classes it was possible

to perceive the involvement and enthusiasm of the students through the proposed activities, they were always willing to face new problems and learning situations. In this way, it can be affirmed that the objectives were achieved, since the development of differentiated methodologies gave the students moments of dialogue, exchange of ideas, which resulted in the construction of knowledge.

KEYWORDS: Mathematics Teaching; Teaching Methodologies; Internship.

1 I INTRODUÇÃO

O presente relato de experiência apresenta as atividades realizadas na Escola Municipal de Ensino Fundamental São José com a turma do 6° ano B, no período de 24 de agosto à 17 de outubro de 2017, desenvolvidas para o Componente Curricular "Estágio Curricular Supervisionado II" do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - Campus Santa Rosa. Serão abordados os procedimentos didáticos e metodológicos utilizados para sua realização.

O Estágio foi desenvolvido com o objetivo de inserção no ambiente escolar e a partir da prática realizada, refletir sobre as metodologias utilizadas e as formas de avaliação propostas aos alunos. Através deste convém refletir sobre as atividades e dinâmicas propostas durante as aulas, com intuito de melhorar as práticas em sala de aula mediante a realidade e situação de cada escola, conforme Piconez (2012) é com a prática de reflexão sobre a prática vivida e idealizada teoricamente, que são abertas perspectivas de futuro através de uma postura crítica e mais ampliada, permitindo diagnosticar os problemas e as dificuldades que remetem nas atividades e na fragilidade da prática.

O Estágio permitiu planejar e vivenciar as práticas, refletir sobre elas, visualizar a importância das metodologias trabalhadas e em que sentido contribuíram para o ensino e aprendizagem do aluno. Proporcionando a construção do conhecimento de forma atraente e diferenciada, na qual foram utilizadas as metodologias da História da Matemática, Resolução de Problemas, Trabalho em Grupo, Metodologia Expositiva e Dialogada, Metodologia de Jogos e Atividades Especiais com Uso da Tecnologia.

2 I METODOLOGIA DO TRABALHO

Segundo a classificação de Gil (2002), o presente trabalho tem caráter qualitativo, uma vez que concentra suas atividades na reflexão e compreensão de fatores determinantes no ensino e na aprendizagem de matemática durante o estágio desenvolvido e não apenas em representações numéricas.

A pesquisa é explicativa quanto aos objetivos, pois busca explicar os resultados de determinados fenômenos, como a utilização de metodologias diferenciadas, através dos resultados encontrados. Em relação aos procedimentos adotados, o trabalho caracteriza-se como estudo de caso, em que através da prática do estágio busca-se aperfeiçoar a formação inicial de professor e colaborar com a construção da aprendizagem da turma envolvida.

3 I DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Levando em consideração os referenciais para o ensino da matemática, iniciou-se o Estágio Curricular Supervisionado II, buscando trabalhar com metodologias diferenciadas, já citadas anteriormente, uma vez que,

> A atividade docente não pode ser vista como um conjunto de ações desarticuladas e justapostas, restrita ao observável, isso porque envolve consciência, concepção, definição de objetivos, reflexão sobre as ações desenvolvidas, estudo e análise da realidade para a qual se pensam as atividades. O professor, antes de executar o seu processo de ensino, projeta-o e antecipa seus resultados (VEIGA et al., 2012, p. 68).

A fim de introduzir o conteúdo de divisores e em seguida o Máximo Divisor Comum (MDC), algumas perguntas nortearam a introdução para que se tivesse uma ideia do que os alunos já conheciam, para então dar início ao conteúdo. Considera-se importante essa relação entre aluno e professor, uma vez que o aluno pode expressar os seus conhecimentos até então construídos. É através do desenvolvimento da metodologia expositiva e dialogada que se dá o contato entre o professor e aluno, essa metodologia se torna importante para a explanação e teorização dos conteúdos, sendo interessante fazer a conciliação desta com outras metodologias.

A metodologia expositiva e dialogada foi explorada em todas as aulas, pois,

> É uma exposição do conteúdo, com a participação ativa dos estudantes, cujo conhecimento prévio deve ser considerado e pode ser tomado como ponto de partida. O professor leva os estudantes a questionarem, interpretarem e discutirem o objeto de estudo, a partir do reconhecimento e do confronto com a realidade (ANASTASIOU; ALVES, 2004, p. 79 *apud* MAZZIONI, 2013, p. 98).

Após a teorização do conteúdo e alguns exemplos no quadro de como encontrar o MDC, foram desenvolvidos alguns exercícios utilizando o método da fatoração. Pôde-se perceber dificuldades na divisão dos números e dificuldade em recordar os critérios de divisibilidade. Por esse motivo, foram retomados os critérios de divisibilidade para facilitar o entendimento do conteúdo. Cabe ressaltar a importância da interação com os alunos, em que a professora estagiária transitava por toda a sala de aula para sanar as dúvidas dos alunos.

Após a correção dos exercícios foi desenvolvida a metodologia da resolução de problemas (Figura 1), para os alunos compreenderem o estudo do MDC e sua aplicação no dia a dia.

Figura 1 - Alunos Desenvolvendo a Atividade de Resolução de Problemas

Fonte: Dados do Estágio (2017).

Ao desenvolver a metodologia de Resolução de Problemas foi possível perceber o estranhamento na atividade, e a dificuldade encontrada pelos alunos diante da interpretação dos problemas, tanto que chamavam várias vezes pela ajuda da professora estagiária, essa por sua vez apenas ajudava na interpretação dos problemas através de novas perguntas.

Para introduzir o conteúdo de Mínimo Múltiplo Comum (MMC), também optou-se por essa metodologia, uma vez que os alunos ainda não tinham o conceito referente a este conteúdo. A metodologia de Resolução de Problemas segundo Polya (1978, p.117) é “o ato de buscar conscientemente alguma ação apropriada para alcançar um objetivo claramente imaginado, mas não imediatamente atingível”. O objetivo desta atividade foi o levantamento das hipóteses e a análise dos resultados obtidos, ampliando conhecimentos acerca dos conceitos. A partir destes, foi introduzido o conceito de MMC, e os alunos ficaram surpresos ao ver que havia uma maneira diferente de resolvê-los.

Na aula seguinte, com o objetivo de despertar o interesse do aluno nas aulas, o jogo foi uma maneira deles se envolver, assimilar e aprender de forma divertida e prazerosa os conteúdos abordados em aula. Primeiramente foi proposto aos alunos o Jogo “Encontre o MDC”, que tinha como proposta em um tabuleiro fatorar os números sorteados e encontrar o MDC, em seguida o adversário teria que conferir se o MDC encontrado estava correto e garantir um ponto quando estivesse (Figura 2).

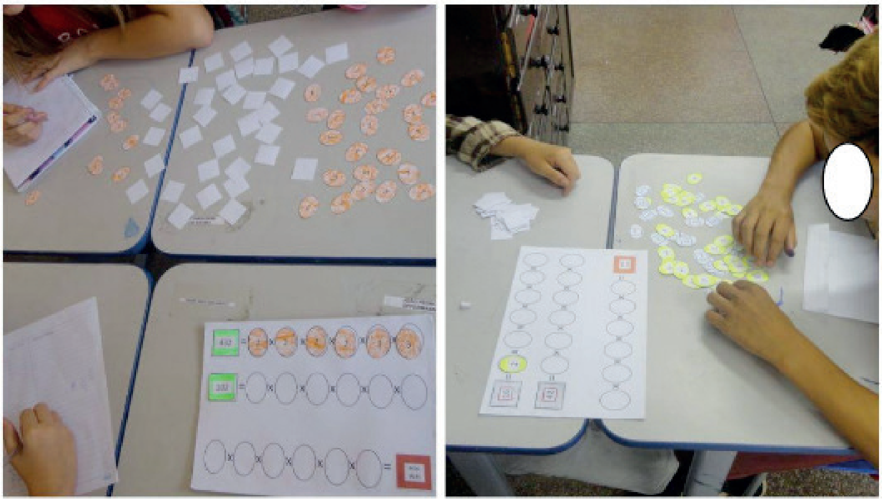


Figura 2 - Desenvolvimento do Jogo Encontre o MDC
Fonte: Dados do Estágio (2017).

Inicialmente os alunos sentiram um pouco de dificuldade pelo fato de ter que fatorar separadamente cada número, pois achavam mais fácil encontrar o MDC através da fatoração conjunta dos números (Figura 3). Durante o jogo, os alunos se mostraram interessados e envolvidos, fato que possibilitou que os alunos com dificuldade conseguissem ultrapassar seus limites e sentiram-se motivados em relação ao conteúdo estudado.

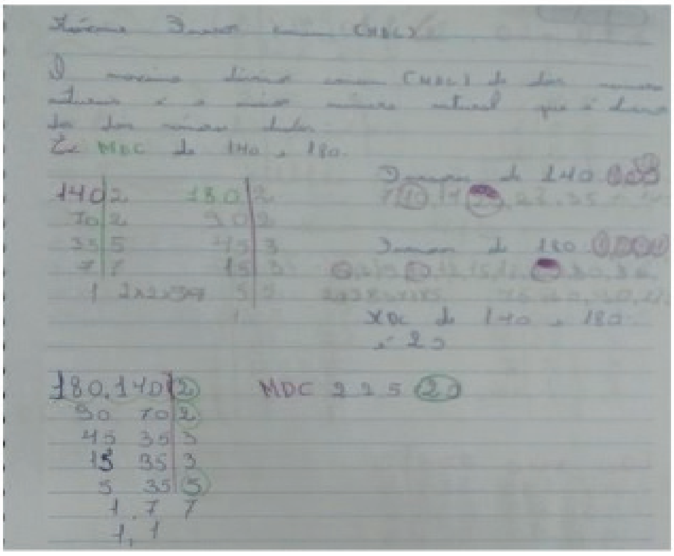


Figura 3 - Registro do Caderno do aluno A
Fonte: Dados do Estágio (2017).

Diante da metodologia de jogos explorada em várias aulas durante o Estágio, buscou-se trazer através dela atividades diferenciadas, uma vez que,

> Em contraposição a um modelo de escola que privilegia atividades repetitivas e rotineiras sem qualquer estímulo à criação e à investigação, um trabalho com jogos matemáticos pode representar a mudança para uma nova configuração escolar,

voltada ao desenvolvimento de sujeitos críticos, criativos, reflexivos, inventivos, entusiastas, num exercício permanente de promoção da autonomia (RIBEIRO, 2008, p. 24).

Tendo por objetivo trabalhar jogos *online*, os alunos foram levados para o laboratório de informática, onde foram desafiados a explorar o jogo Roleta Matemática do MMC e MDC (Figura 4), que propunha aos alunos um sorteio de números na roleta e a partir de dois números sorteados teriam que encontrar o MMC e o MDC no menor tempo possível, após o acerto, o aluno passava de fase. Era nítido na expressão da maioria dos alunos a empolgação em ir ao laboratório de informática. Percebeu-se que os alunos não estavam habituados a irem ao laboratório, principalmente durante as aulas de matemática.

Figura 4 - Desenvolvimento do Jogo *online* de MMC e MDC

Fonte: Dados do Estágio (2017).

A fim de introduzir o conceito de Frações, foi desenvolvida a Metodologia da História da Matemática, com o objetivo dos alunos conhecer como e quando surgiram as frações, para poder perceber as situações reais que à cercam. Conforme o Referencial Curricular,

> A utilização da história da Matemática ao longo do trabalho, como desencadeadora da abordagem de novos conteúdos, favorece a contextualização do ensino e possibilita o entendimento da Matemática como um processo histórico em construção e como resposta a perguntas surgidas, ao longo do tempo, motivadas por problemas de ordem prática vindas da própria humanidade (RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 53).

Nessa perspectiva que se desenvolveu essa metodologia, com o intuito de despertar a curiosidade e o interesse dos alunos ao conhecer a História das Frações, que trazia uma imagem que representava os matemáticos dos faraós fazendo a medição das terras (Figura 5), procurando mostrar-lhes que a história da matemática é mais antiga do que eles imaginam e que ela continuará trazendo novas contribuições e descobertas a cada século. A partir da leitura algumas perguntas foram feitas, como, à que fração representa o pedaço de corda destacado e se eles imaginavam que naquela época já existia alguma forma de registro de frações, alguns responderam que não imaginavam que a matemática era tão antiga assim.

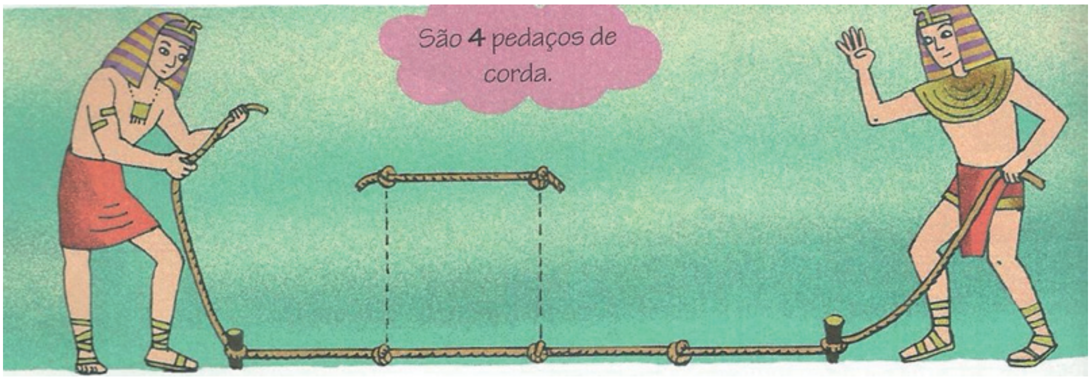


Figura 5: Matemáticos dos Faraós Fazendo Medição das Terras

Fonte: Dados do Estágio (2017).

Após a explicação sobre frações, para representá-las foi levado uma barra de chocolate aos alunos, de modo que todos pudessem visualizar que uma fração é uma parte de um inteiro. Com esse propósito a barra de chocolate foi dividida sempre em partes iguais e questionou-se os alunos sobre qual fração representava cada pedaço da barra de chocolate. Nesse sentido, torna-se importante a utilização de algum material que seja concreto para os alunos visualizarem a matemática e não apenas tê-la como algo abstrato.

Para assimilar o conceito de Frações, além de algumas atividades contextualizadas, foi proposto aos alunos o jogo Dominó de Frações (Figura 6), que tinha por objetivo fazer com que os alunos encaixassem a representação numérica da fração com a representação gráfica da fração, para que conseguissem relacioná-las e assim compreender o conceito de frações.

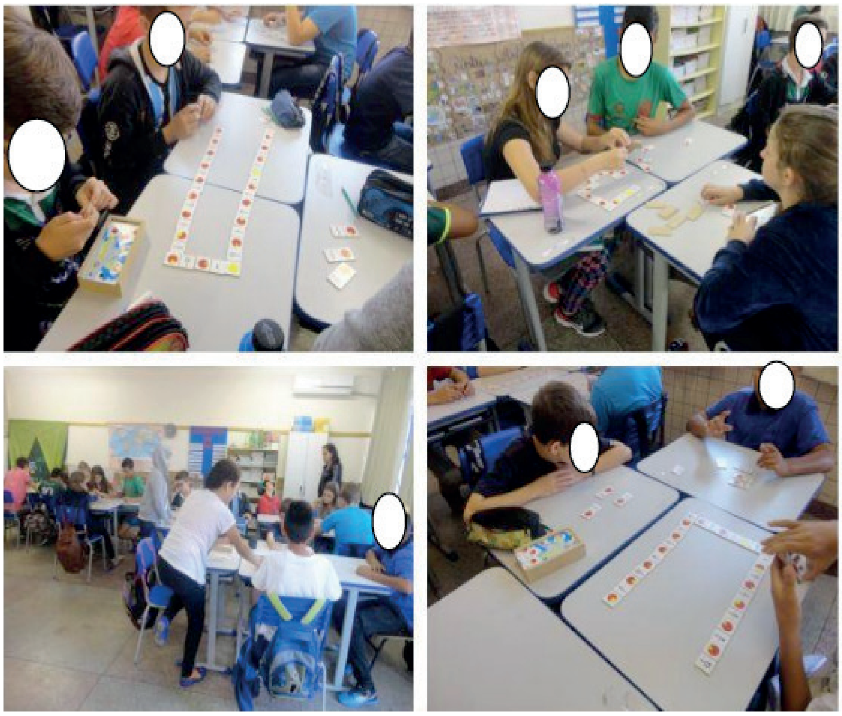


Figura 6 - Desenvolvimento do Jogo Dominó de Frações

Fonte: Dados do Estágio (2017).

Observou-se que a aprendizagem se deu a partir do momento que os alunos conseguiram fazer a relação entre a representação gráfica e a representação numérica da fração.

Os tipos de Frações e Números Mistos foram abordados mediante a Metodologia Expositiva e Dialogada. Em seguida foi encaminhada uma atividade em duplas com o material concreto manipulável Disco de Frações (Figura 7), com intuito de fazer com que os alunos construíssem seus próprios conceitos e os concretizassem a partir deste material, pois segundo Carvalho (2011. p. 107)

> O material didático não tem mera função ilustrativa. Na manipulação do material didático a ênfase não esta sobre objetos e sim sobre as operações que com eles se realizem. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor, respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele. Não é o aluno quem pesquisa, mas o professor é quem lhe mostra o que deve concluir.

Neste viés, foi explicado aos alunos que cada dupla teria o auxílio do disco para montar a fração que seria dada e deveriam desenhá-la em seu caderno, em seguida, classificar as frações em própria, imprópria, aparente ou número misto. Uma maneira diferenciada que proporcionou aos alunos manipular algo concreto e perceber como se forma a fração e então classificá-la.

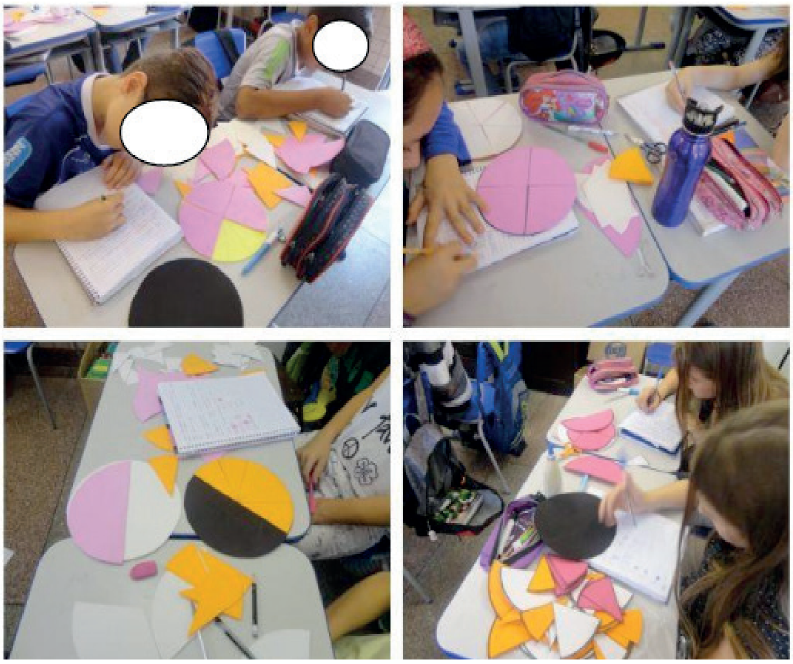


Figura 7 - Alunos Desenvolvendo Atividade com o Disco de Frações

Fonte: Dados do Estágio (2017).

A partir do uso do material concreto Disco de Frações, de forma não abstrata, os alunos compreenderam os conceitos de fração própria, imprópria ou aparente e número misto, em que eles mesmos construíam a fração com o auxílio do Disco. Na Figura 8, o registro do caderno do aluno B a partir da atividade proposta:

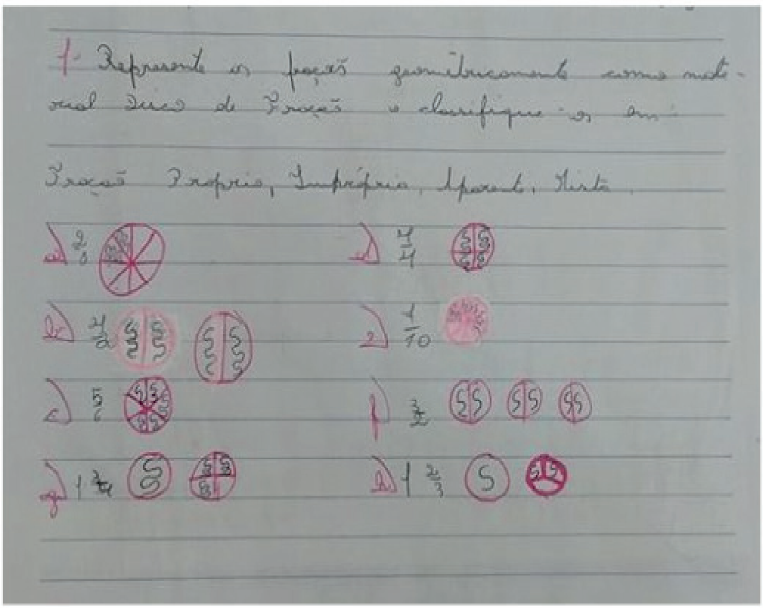
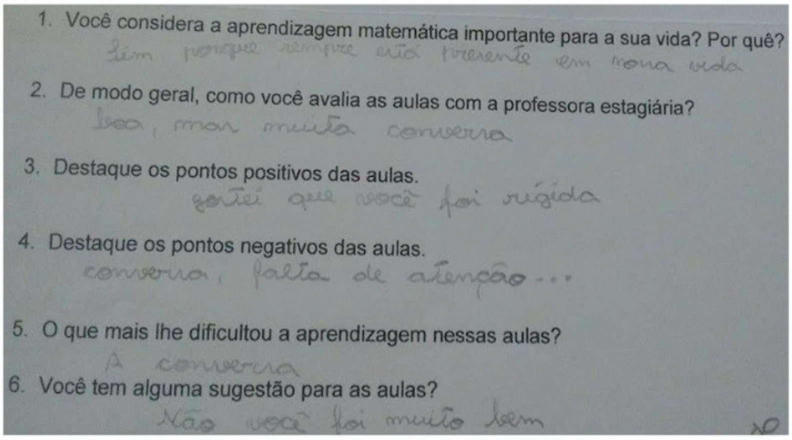


Figura 8 - Caderno do Aluno B Desenvolvendo a Atividade com o Disco de Frações

Fonte: Dados do Estágio (2017).

No final do Estágio foi entregue aos alunos um questionário sobre como foi a regência de classe, uma maneira interessante para poder avaliar as aulas, e repensar na formação do ser professor, em que os alunos apontam os aspectos positivos e negativos das aulas, e dão suas sugestões, conforme o aluno F (Figura 9):

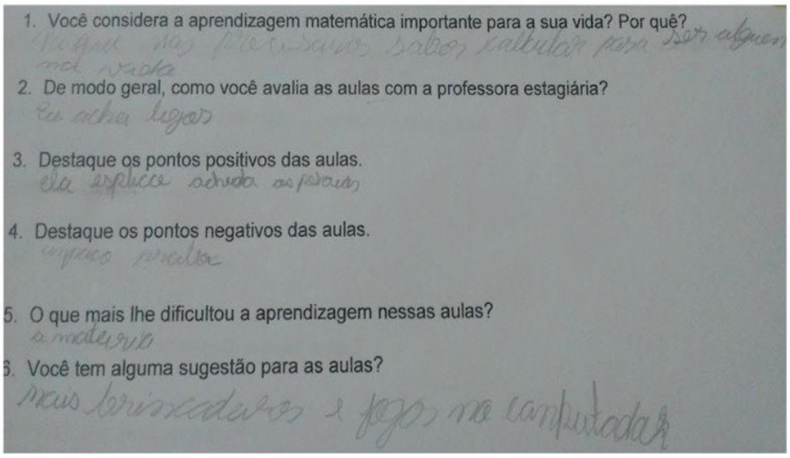


1. Você considera a aprendizagem matemática importante para a sua vida? Por quê?
Sim porque sempre está presente em nossa vida
2. De modo geral, como você avalia as aulas com a professora estagiária?
boa, mas muita conversa
3. Destaque os pontos positivos das aulas.
gostei que você foi rígida
4. Destaque os pontos negativos das aulas.
conversa, falta de atenção...
5. O que mais lhe dificultou a aprendizagem nessas aulas?
A conversa
6. Você tem alguma sugestão para as aulas?
Não você foi muito bem

Figura 9 - Questionário do Aluno F

Fonte: Dados do Estágio (2017).

Já o aluno H, sugeriu mais brincadeiras e jogos no computador (Figura 10).



1. Você considera a aprendizagem matemática importante para a sua vida? Por quê?
2. De modo geral, como você avalia as aulas com a professora estagiária?
3. Destaque os pontos positivos das aulas.
4. Destaque os pontos negativos das aulas.
5. O que mais lhe dificultou a aprendizagem nessas aulas?
6. Você tem alguma sugestão para as aulas?
mais brincadeiras e jogos no computador

Figura 10 - Questionário do Aluno H

Fonte: Dados do Estágio (2017).

Mediante esta avaliação realizada com os alunos, foi possível identificar alguns pontos que precisam ser melhorados e também sugestões para o desenvolvimento das aulas. Mas em geral através da avaliação verifica-se a satisfação dos alunos durante a regência de classe.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A prática do Estágio Curricular Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática possibilitou a relação entre a teoria concebida em sala de aula durante todo o curso até então, com a prática ao entrar em sala de aula, uma vez que para a o planejamento e o desenvolvimento de metodologias na prática há a concepção da teoria.

Além disso, com o desenvolvimento das aulas, pôde-se perceber a importância que as aulas dinâmicas e atrativas que envolvem o aluno, exercem dentro da sala de aula. Deixando as aulas mais interessantes, de modo que facilitem a compreensão dos conceitos, auxiliem na aprendizagem dos alunos e na construção do conhecimento, uma vez que durante o desenvolvimento das aulas do Estágio, houve envolvimento e participação dos alunos nas atividades propostas, mostrando interesse nas dinâmicas e jogos realizados.

É nessa perspectiva que pode-se dizer que os objetivos foram alcançados, ao analisar o envolvimento dos alunos diante das atividades planejadas a partir de metodologias diferenciadas, e na aprendizagem que as atividades proporcionaram, uma vez que instigam o aluno na construção do conhecimento.

Portanto, afirma-se que a prática do estágio foi de grande valia, pois só acrescentou na formação da futura docente, tanto profissional como pessoal de forma positiva, proporcionou momentos de aprendizado juntamente com os alunos, possibilitou ver que ensinar não é transmitir, mas sim construir o conhecimento através de maneiras diferenciadas, de modo que ocorra a aprendizagem.

REFERÊNCIAS

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. 4 Ed. São Paulo: Editora Cortez, 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MAZZIONI, S. **As estratégias utilizadas no processo de ensino-aprendizagem: concepções de alunos e professores de ciências contábeis.** Universidade Comunitária da Região de Chapecó – Unochapecó. Revista Eletrônica de Administração e Turismo – ReAT I vol. 2 – n. 1 – JAN./JUN. – 2013. Disponível em: < https://periodicos.ufpel.edu.br/ojs2/index.php/AT/article/viewFile/1426/2338> Acesso em 19 de novembro de 2017.

PICONEZ, S. C. B. **A Prática de Ensino e o Estágio Supervisionado**. Campinas, SP: Papirus, 2012.

POLYA, G. *A* **Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro Interciência, 1978.

RIBEIRO, F. D. **Jogos e modelagem na educação matemática**. Curitiba: Ibpex, 2008.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico. **Referenciais Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: Matemática e suas tecnologias**. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

VEIGA, I. P. A.; et al. **A escola mudou. Que mude a formação dos professores!** 3ª ed.- Campinas, SP: Papirus, 2012.

CAPÍTULO 21

MONITORIAS: UMA ALTERNATIVA PARA QUALIFICAR O ENSINO DA MATEMÁTICA

Felipe Klein Genz
Graduando de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Borja
São Borja – Rio Grande do Sul

Aline da Rosa Parigi
Professora Dra. no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Vicente do Sul
São Vicente do Sul – Rio Grande do Sul

Carine Girardi Manfio
Professora Ma. no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Borja
São Borja – Rio Grande do Sul

Elenise Neuhaus Diniz
Graduanda de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Borja
São Borja – Rio Grande do Sul

Maicon Quevedo Fontela
Graduado em Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Borja
São Borja – Rio Grande do Sul

Mariane Baptista de Freitas Ciscato
Graduada em Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Borja
São Borja – Rio Grande do Sul

RESUMO: O presente trabalho buscou complementar a formação dos alunos de 1º (primeiro) ano dos cursos técnicos de Eventos e de Informática, que ingressaram no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha, campus São Borja, em 2017, muitos deles com dificuldades nos conhecimentos de Matemática Básica. Para diminuir as dificuldades apresentadas pelos alunos e melhorar a aprendizagem conceitual foram propostas monitorias por acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática. Desse modo, oportunizando aos futuros professores uma experiência profissional no Ensino Médio, de forma que se sintam motivados a buscar estratégias que promovam melhorias no ensino-aprendizagem e no contato vivenciado com a realidade escolar. As monitorias eram realizadas no campus, duas vezes por semana sendo um dia dedicado a cada turma, com duração de uma hora. Os monitores eram responsáveis por prepararem as aulas de reforço, baseando-se em metodologias que abrangessem os conteúdos trabalhados em aula e dúvidas que surgiam por meio dos discentes. A partir de relatos dos professores e dos alunos da instituição, verificou-se que os educandos melhoraram seu desempenho em sala de aula, comprovando a importância das monitorias para o processo de ensino-aprendizagem, além das experiências e desafios proporcionados aos monitores.

PALAVRAS-CHAVE: Monitorias; Ensino-aprendizagem; Matemática

MONITORING: AN ALTERNATIVE FOR QUALIFYING MATH TEACHING

ABSTRACT: The present work aimed at complementing the training of students in the 1st (first) year of the technical courses of Events and Informatics, who joined the Federal Institute of Education, Science and Technology Farroupilha, São Borja campus, in 2017, many of them with knowledge difficulties of Basic Mathematics. In order to reduce the difficulties presented by the students and to improve conceptual learning, monitors were proposed by the undergraduate students in Mathematics. Thus, providing future teachers with professional experience in High School, so that they feel motivated to seek strategies that promote improvements in teaching and learning and the contact experienced with the school reality. The monitoring was accomplished on campus, twice a week, and each day was dedicated to each class, lasting one hour. The monitors were responsible for preparing the reinforcement classes, based on methodologies that covered the contents worked in class and questions that arose through the students. Based on reports from the institution's teachers and students, it was verified that the students improved their performance in the classroom, proving the importance of monitoring for the teaching-learning process, as well as the experiences and challenges offered to the monitors.
KEYWORDS: Monitoring; Teaching-learning; Mathematics

1 I INTRODUÇÃO

De acordo com Ferreira e Frota (2004), a formação de professores em nível superior é um grande desafio, e precisa de mudanças no sentido de reforçar a formação docente. A formação de professores necessita ser repensada a prática docente e das as disciplinas pedagógicas, que são fundamentais no estudo de teorias alinhada com a ação docente. Assim, a prática docente e a reflexão pedagógica sobre as ações, permitem aos estudantes dos cursos de licenciatura vivenciar diferentes situações do cotidiano escolar.

Através das disciplinas é possível desenvolver embasamento pedagógico e metodológico que iremos necessitar no momento em que iniciaremos nossa prática docência. Já ações como projetos e práticas de inserção no contexto escolar, propiciam vivenciar situações de conflitos que ressignificam e dão novas interpretações as teorias pedagógicas.

Em exemplo disso, o projeto de ensino "Criando Alternativas para Qualificar o Ensino de Matemática nos Primeiros Anos dos Cursos Técnicos em Eventos e Informática", no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Borja.

O presente projeto buscou complementar a formação dos alunos de 1º ano dos cursos técnicos de Eventos e de Informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha campus São Borja que ingressam na instituição com muitas deficiências nos conhecimentos de matemática básica. Desse modo, procurou-se trabalhar os conhecimentos básicos da matemática, oferecendo aos alunos a superação de conhecimentos não consolidados durante a vida escolar do estudante. Através dessas ações os participantes do projeto poderão apresentar melhores rendimentos nas disciplinas de Matemática, e consequentemente nas disciplinas de Química e Física. Com isto, espera-se uma redução no expressivo número de reprovações nas referentes disciplinas, em especial na Matemática.

Este projeto buscou também oportunizar aos alunos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática experiências de ensino de matemática básica, de forma que, uma vez confrontados com a realidade da Educação Básica, sintam-se motivados a buscar estratégias que promovam melhorias no ensino-aprendizagem da matemática. O objetivo deste projeto é auxiliar os alunos ingressantes nos cursos técnicos em Eventos e Informática a fim de aprimorar seus conhecimentos de matemática básica, oportunizando aulas de reforço através de monitorias, ministradas por acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática.

É importante ressaltar a interação ocorrida durante o semestre, entre monitores e alunos, que além de proporcionar o espaço para tirar dúvidas, também era possível ter uma boa relação entre os envolvidos no projeto. Possibilitando diferentes aspectos, por meio de situações observadas no cotidiano.

Para o autor Paulo Freire (1993 p,71), “cabe ao professor observar a si próprio; olhar para o mundo, olhar para si e sugerir que os alunos façam o mesmo e não apenas ensinar regras, teorias e cálculos”. De acordo com esta observação, o monitor deve ser um mediador de conhecimentos, auxiliando os alunos a pensar, a ser persistentes, a ter empatia e ser autores e não expectadores no palco da existência. O aluno tem que ter interesse em voltar à escola no dia seguinte reconhecendo que aquele momento é mágico para sua vida.

Sem dúvida o docente de hoje desempenha muitos papéis que são importantes para o desenvolvimento das futuras gerações. Deve, portanto o monitor, encarar com muita seriedade a oportunidade ofertada, trabalhar para esclarecer seus alunos e fazer com que eles reflitam sobre a realidade em que vivem. Como futuro profissional o monitor está em busca do saber, aperfeiçoando-se, através de situações vivenciadas no decorrer do projeto.

Tendo em vista, o monitor pode trazer situações do cotidiano para a sala de aula e explorá-las, simultaneamente com a matéria. Pode trabalhar questões difíceis de forma divertida, trocar experiências, considerar a vivência do aluno no seu dia-a-dia.

2 I JUSTIFICATIVA

Segundo Frison e Moraes (2010), o objetivo da criação das atividades de monitoria é proporcionar aos estudantes uma oportunidade de aprimoramento e desenvolvimento de suas habilidades e competências, além de ser uma atividade de iniciação à docência. “A monitoria compreende uma estratégia de apoio ao ensino em que estudantes mais adiantados nos programas de formação acadêmica colaboram nos processos de apropriação do conhecimento de seus colegas” (FRISON e MORAES, 2010, p.145).

Assim, o acadêmico relaciona as monitorias como forma de estimular sua futura formação como profissional, proporcionando experiências que serão válidas na atuação docente. Sendo forma de enfrentar novos desafios ao longo da graduação, por meio de dificuldades encontradas em certos conteúdos, onde proporcionam a buscar maneiras distintas de explicar a disciplina.

Complementando, as monitorias possibilitam além do que foi citado, um crescimento intelectual, como afirma Carvalho:

> Aquele que ensina aprende. Os alunos crescem em seu conhecimento, se ensinam e são ensinados por outros alunos. Se um aluno deseja obter progresso em sua carreira acadêmica, ele deve dar aulas diariamente dos conteúdos específicos que está aprendendo para os outros companheiros. (CARVALHO, 1991)

O presente trabalho procurou desenvolver atividades de reforço para sanar possíveis dificuldades que os alunos enfrentam ao ingressar no Ensino Médio técnico. Porém ao iniciarmos nossas atividades encontramos dificuldades em relação a frequência dos alunos. O discurso dos alunos evidência que “não gostam de Matemática”, segundo os estudantes, “temos pavor em escutar a palavra matemática”, os relatos indicam que as vivências nessa área de conhecimento não foram dignas de boas recordações, ao contrário, tornaram a disciplina uma das piores disciplinas do currículo escolar. Talvez esse pré-conceito criado pelos estudantes se deve à falta de metodologias atraentes e necessárias para a aprendizagem desses alunos. Desta maneira, os docentes acabam utilizando uma forma tradicional e mecânica, impedindo novas interações que possam ser utilizadas no ensino da matemática. Ausubel destaca a aprendizagem mecânica:

> Como sendo a aprendizagem de novas informações com pouca ou nenhuma relação a conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Nesse caso, o novo conhecimento é armazenado de maneira arbitrária: não há interação entre a nova informação e aquela já armazenada, dificultando, assim, a retenção. (Moreira, 2006)

Assim, em alguns momentos, o professor utiliza a ensino tradicional como a principal forma de abordar os conteúdos, ou seja, uma maneira de trabalhar toda a grade curricular da instituição. Desconsiderando aulas diferenciadas e contextualizadas, dando maior ênfase nos conteúdos mecânicos, com listas de exercícios, ao invés de usar resolução de problemas cotidianos dos estudantes.

3 I METODOLOGIA

O processo de ensino-aprendizagem apresenta dois agentes principais, aquele que ensina (que também pode aprender) e aquele que aprende (que também pode ensinar), esse processo realizado com eficiência a partir das trocas em um processo de interação entre ambas as partes, ocasiona em novas aprendizagens. Por isso que, o indivíduo que ensina deve apresentar boas metodologias, pois como afirma Andrade (1999, p.109), metodologia é o "conjunto de métodos ou caminhos que são percorridos na busca do conhecimento". Ou seja, todo o processo de ensino parte de métodos delineados, indica que os meios são primordiais para o fim. Carlin e Martins apud Nérici (1997, p. 255) afirmam que:

> Método de ensino, por sua vez, é o conjunto de momentos e técnicas logicamente coordenados, tendo em vista dirigir a aprendizagem do educando para determinados objetivos. Dele faz uso o professor para levar o educando a elaborar conhecimentos, a adquirir técnicas ou habilidades e a incorporar atitudes e ideais.

Portanto, as metodologias de ensino devem abranger um conjunto de fatores, que sejam favoráveis na compreensão de novos conhecimentos. Sendo necessária a adequação conforme a realidade e as dificuldades apresentada pelas turmas. Com a análise do perfil da turma foi possível perceber recursos, que foram úteis no decorrer das monitorias.

A partir de atendimentos realizados individualmente durante as monitorias os alunos tiveram espaços para tirar suas dúvidas de acordo com suas dificuldades nos conhecimentos matemáticos.

As monitorias foram disponibilizadas aos alunos dos primeiros anos dos cursos técnicos em Eventos e Informática, ocorreram semanalmente em dois encontros durante a semana, sendo um dia destinado a cada curso (terça-feira destinado aos alunos de eventos e quinta-feira aos alunos de informática).

A dinâmica do projeto é desenvolvida nas seguintes etapas: as professoras identificam em sala de aula os conteúdos de matemática que os alunos apresentam dificuldades e os convidam a participar das monitorias. Posteriormente são planejadas as aulas e estratégias, buscando atender as necessidades dos alunos. Cabe a nós, acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática, preparar as aulas e estratégias, que são previamente aprovadas pelas professoras regentes. Após a identificação dos professores em sala de aula, organizamos o planejamento do conteúdo em que os alunos se encontram com dificuldades, posteriormente usamos estratégias de ensino que condizem com os conteúdos, como: aula expositiva, exercícios com situações-problemas e atividades práticas que aproximam o aluno a sua realidade, possibilitado ensinar determinados conteúdos e garantir a aprendizagem dos alunos presentes. De acordo com Polya (1986), "a resolução de um problema é na verdade um desafio e um pouco de descobrimento, uma vez que não existe um método rígido do qual o aluno possa sempre seguir para encontrar a solução de uma situação-problema".

Dessa forma, através das atividades que os aproximam de seu cotidiano podemos despertar o interesse dos alunos em relação à disciplina de matemática, sendo que esta é vista pelos alunos como uma disciplina temida, complicada e de difícil compreensão, devido a forma em que a mesma foi apresentada a eles anteriormente. Fazendo também com que eles estimulem sua capacidade de resolver diversas situações que são propostas em sala de aula.

Ainda presenciamos algumas resistências por parte de alguns alunos, no entanto, tem alunos muito empenhados em quebrar essas dificuldades que encontram nas disciplinas de matemática com respaldo também nas demais disciplinas. Para isso, primeiramente, relembramos os conteúdos trabalhados no ensino fundamental e enfatizamos com exercícios e atividades que envolvam o cotidiano do aluno, propiciando uma melhor compreensão e visualização do que está sendo trabalhado. No decorrer das atividades buscamos sempre identificar as dificuldades para que possamos trabalhar em cima delas e também desenvolver metodologias para que possamos sanar as dificuldades.

Segundo Dante (2003):

> Situações-problema são problemas de aplicação que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da Matemática para serem resolvidos... Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações (DANTE, 2003, p. 20).

Assim, desenvolvemos atividades que aproximam o aluno de seu cotidiano para que sejam superadas as dificuldades recorrentes das séries anteriores, que por diversos motivos que encontramos na educação, principalmente por serem trabalhados de maneira mecânica, que não viabilizam uma aprendizagem significativa para o aluno.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização de algumas atividades em sala de aula, nos deparamos frequentemente com deficiências provenientes de séries anteriores, como dificuldades relacionadas, principalmente, ao "jogo de sinal", equações de primeiro grau, operações com frações e unidades de medida. Esses obstáculos foram trabalhos de forma paciente, no tempo do aluno, algo que muitas vezes os professores não conseguem devido a imensa ementa que precisam cumprir em um curto espaço de tempo. A atenção que o monitor pode oferecer ao educando favorece-o, permitindo que ele tenha mais tempo para tirar suas dúvidas sobre determinado conteúdo ou problema.

Dessa forma, as dificuldades foram trabalhadas com metodologias que aproximaram o conteúdo a realidade do educando, favorecendo a compreensão e visualização, de forma mais clara, o que estava sendo proposto.

Além de ajudar nos problemas matemáticos, as monitorias proporcionaram uma aproximação entre monitores e os alunos. Facilitando na forma em que era trabalhado certos conteúdos, por meio das interações que ocorriam na sala de aula. Assim, os monitores não eram considerados apenas professores, e sim como “amigos” que auxiliavam na compreensão da matéria.

Com este trabalho buscou-se aperfeiçoar os conhecimentos de matemática dos alunos, possibilitando melhor aproveitamento na disciplina de matemática e com isto reduzir/minimizar os índices de reprovação na disciplina de Matemática no primeiro ano dos Cursos Técnicos em Eventos e Informática Integrado.

Ao final das monitorias foi possível perceber, que os alunos tiveram um bom desempenho nas avaliações de Matemática. Através de relatos de professores e alunos da instituição, concluiu-se que as monitorias são fundamentais no processo de ensino-aprendizagem. Contribuindo na formação dos monitores, como futuros docentes, proporcionando experiências e desafios, das quais se encontram em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, M. M. **Como preparar trabalhos para cursos de pós-graduação**. São Paulo: Atlas, 1999.

CARLIN, I. P.; MARTINS, G. A. **Métodos de Sucesso no Ensino da Contabilidade**. Disponível em: Acesso em: 20 de junho de 2018.

CARVALHO, F.V. (1991). **Pedagogia da cooperação**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina. TELES, Maria Luiza Silveira. Educação- A Revolução Necessária, 4ª ed. vozes- RJ, 2004.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de problemas de matemática**. 1ª a 5ª séries. Para estudantes do curso Magistério e professores do 1° grau. 12ª ed. São Paulo: Ática, 2003.

FREIRE, P. **Educação como prática de liberdade**. Rio de Janeiro, Paz e Terra. 1999.

FRISON, L. M. B; MORAES, M. A. C. **As práticas de Monitoria como possibilitadoras dos processos de autorregulação das aprendizagens discentes**. Revista Poíesis Pedagógica, Goiás: UFG, v.8, n.2, pag. 145. 2010.

MOREIRA, M. A; MASINI, E.A.F.S. ***Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel***. São Paulo, Centauro, 2006. 2ª ed.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Primeira reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de janeiro: Interciências, 1986.

CAPÍTULO 22

SEMELHANÇAS ENCONTRADAS NA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS ESTADUNIDENSES E BRASILEIROS: UMA ANÁLISE SOBRE LOGARITMOS

Crístiam Wallao Rosa
Ricardo Fajardo

RESUMO: Este artigo é parte resultante da pesquisa de mestrado intitulada "A Matemática em livros didáticos estadunidenses e brasileiros: uma análise sobre o ensino de logaritmos". O objetivo do trabalho foi investigar as semelhanças em relação à abordagem metodológica encontrada em livros didáticos estadunidenses e brasileiros versando sobre Logaritmos. Para tal foram utilizados vinte e dois livros didáticos de Matemática publicados entre a década de 1960 e a primeira década dos anos 2000 que contemplassem tal conteúdo. Inicialmente, realizou-se um apanhado histórico sobre Logaritmos desde sua invenção por Napier em 1614 por meio de sua obra *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*[1] e a colaboração por parte de outros grandes matemáticos, como Bürgi e Briggs. Logo após passou-se à análise dos livros didáticos e para tal foi realizada uma pesquisa bibliográfica, qualitativa e descritiva Gil (2002) e, em um segundo momento, os princípios da análise de conteúdo Bardin (2011). Ao final da análise concluiu-se que as principais semelhanças estão na definição e nas propriedades dos Logaritmos.

PALAVRAS-CHAVE: Logaritmos; Livros didáticos; Educação Matemática; História da Matemática; Pesquisa Bibliográfica.

1 I INTRODUÇÃO

A disciplina de Matemática é considerada por grande parte dos alunos como a mais complicada das escolas, pois é muito difícil de ser compreendida e entendida. Essa dificuldade torna-se mais evidente quando ocorre a inserção de letras no lugar de números, ou seja, quando a Álgebra é inserida. As pessoas não estão habituadas a utilizar a escrita matemática por meio da linguagem formal, utilizada na academia, ou por meio de símbolos, utilizados principalmente no Ensino Médio.

O conceito de Logaritmo, segundo Santos (2014, p.4) "é assimilado com muita dificuldade por parte dos alunos e dificultoso ao professor em ensiná-lo", desse modo, torna-se um dos conceitos mais difíceis de ser compreendido pelos alunos, desde o nível médio até o superior. Normalmente o conteúdo de Logaritmos é incluído em livros didáticos direcionados ao primeiro ano do ensino médio brasileiro e no início da chamada *High School* estadunidense.

Em diversos livros didáticos, os conteúdos de Logaritmos e de Funções Logarítmicas

1 A construção do maravilhoso princípio de Logaritmos

são dispostos em capítulos distintos para que a conexão com os demais conteúdos seja realizada da forma mais clara possível. No entanto, a grande maioria das obras analisadas define a Função Logarítmica como a função inversa da Função Exponencial, afirmativa essa que se diferencia do contexto histórico, pois segundo Eves (2011), a invenção dos Logaritmos ocorreu em 1614, enquanto os prenúncios da função exponencial só foram colocados no papel por Leibniz no final do século 17. Além do mais, Cajori (1913) menciona que a notação exponencial moderna teve o seu nascimento com a obra *La géométrie*[2] de René Descartes no ano de 1637, vinte e três anos após a apresentação de Logaritmos por Napier.

Buscando aprofundamento no assunto, realizou-se um estudo histórico da Matemática com ênfase nos Logaritmos, cujo intuito é retomar o conceito desse conteúdo desde sua invenção. Para tal, tomou-se a obra *The construction of the wonderfull Canon of logarithms*, que se traduz em língua portuguesa por "A construção do maravilhoso princípio de Logaritmos". Essa obra foi traduzida para o inglês em 1889, pelo também escocês William Rae MacDonald, a partir da obra *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (Figura 1) escrita em latim no ano de 1614 pelo artífice dos Logaritmos, o escocês John Neper (1550-1617) mais conhecido por Napier.


MIRIFICI
Logarithmorum
Canonis descriptio,
Ejusque usus, in utraque Trigonometria; ut etiam in omni Logistica Mathematica,
Authore ac Inventore, IOANNE NEPERO, Barone Merchistonii, &c. Scoto.
EDINBURGI, Ex officinâ ANDREÆ HART

Figura 1 – Capa do trabalho de Napier, publicado em 1614

Fonte: Knott (1915)

É conveniente destacar que, segundo Eves (2011), foi o matemático inglês Henry Briggs (1561-1631) quem sugeriu a Napier, em 1615, o uso da base 10 e mais tarde registrou seus próprios cálculos, nessa base, no livro *Arithmetica Logarithmica*[3] editado em 1624. Note que, os Logaritmos, decimal e neperiano, representados atualmente por log e In, apresentam as seguintes propriedades colocadas por meio das *Eq. (1),*

2 A geometria

3 Aritmética Logarítmica

(2) e (3).

$$\log(a.b) = \log a + \log b \quad e \quad \ln(a.b) = \ln a + \ln b \qquad (1)$$

$$\log(a^n) = n\log(a) \quad e \quad \ln(a^n) = n\ln(a) \qquad (2)$$

$$\log\frac{a}{b} = \log a - \log b \quad e \quad \ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b. \qquad (3)$$

2 I METODOLOGIA

A metodologia utilizada para elaborar este trabalho foi a Pesquisa Bibliográfica, que “é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2002, p.44). Ainda sobre a pesquisas bibliográficas, Gil (2002) coloca que as mesmas podem se propor à análise de diversas posições acerca de um problema e também costumam ser desenvolvidas quase exclusivamente mediante fontes bibliográficas.

As fontes bibliográficas são encontradas em grande número e podem ser classificadas conforme a figura 2:

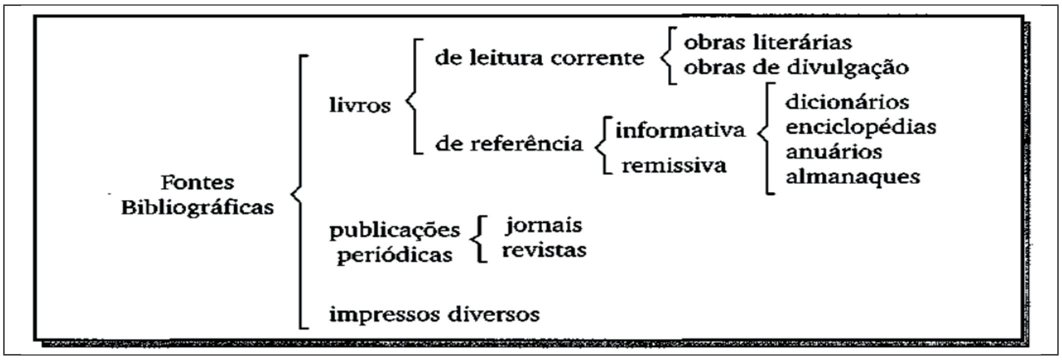


Figura 2 – Classificação das fontes bibliográficas

Fonte: (GIL, 2002)

As fontes bibliográficas utilizadas neste trabalho são caracterizadas como Livros de leitura corrente, isto é, aqueles que abrangem diversas obras alusivas a gêneros literários e também as obras de divulgação, que visam proporcionar conhecimentos técnicos ou científicos. Desse modo:

> A principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente. Essa vantagem torna-se particularmente importante quando o problema de pesquisa requer dados muito dispersos pelo espaço. (GIL, 2002, p. 45)

A análise realizada é também qualitativa, pois segundo Gil (Ibid, p.133) “depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação”.

Para realizar tal análise, verificaram-se vários métodos, adotamos os princípios da análise de conteúdo de Bardin.

Conforme Bardin (2011, p. 31) a análise de conteúdo “não se trata de um instrumento, mas de um leque de utensílios adaptáveis a um campo de pesquisa muito vasto além de recorrer ao método de análise sistemática para verificar hipóteses no sentido de invalidá-las ou de confirmá-las e enriquecer a tentativa exploratória, aumentando a propensão à descoberta”; desse modo tornando-se bastante útil na realização do presente trabalho.

A análise de conteúdo é desenvolvida em três etapas, a primeira é chamada de pré-análise, onde ocorre “a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, à formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração dos indicadores que fundamentam a interpretação” (Ibid, p. 126). Nessa fase, sintetizamos as ideias iniciais, ou seja, constituímos o *corpus* documental da pesquisa.

A segunda etapa da análise de conteúdo é onde ocorre a exploração do material. É a etapa mais duradoura e trabalhosa. É a realização das decisões tomadas na pré-análise. É o momento da codificação, em que os dados brutos são transformados de forma organizada e, se “as diferentes operações da pré-análise forem convenientemente concluídas, a fase de análise propriamente dita não é mais do que a aplicação sistemática das decisões tomadas”. (Ibid, p. 131)

A terceira etapa é constituída pelo tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação, “onde os resultados brutos são tratados de maneira a serem significativos (‘falantes’) e válidos”. Aqui são estabelecidos “quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põe em relevo as informações fornecidas pela análise” (Ibid, p. 131).

3 I OBJETIVOS

3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é: Investigar semelhanças em relação à abordagem metodológica encontrada em livros didáticos estadunidenses e brasileiros versando sobre Logaritmos.

3.2 Objetivos Específicos

- Analisar o material selecionado a partir do estudo sobre alguns livros didáticos de Matemática estadunidenses e brasileiros;
- Analisar os livros didáticos de Matemática estadunidenses e brasileiros versando sobre Logaritmos separadamente, a fim de categorizá-los a partir das definições, propriedades e a quantidade de exercícios e atividades;
- Averiguar quais são as semelhanças existentes nos livros didáticos de Matemática em estadunidenses e brasileiros.

4 I SOBRE OS LIVROS ANALISADOS

A análise sobre as possíveis semelhanças existentes foi realizada tomando como base vinte e dois livros didáticos, sendo onze estadunidenses e onze brasileiros. O recorte na quantidade de livros analisados deveu-se ao período temporal que tinha para realizar a pesquisa e também pela dificuldade de adquirir os exemplares estadunidenses. No entanto, procurou-se realizar a análise tomando os livros em pares (um estadunidense e um brasileiro) para que fosse possível confrontar os dados obtidos.

Como o propósito da pesquisa não é mostrar figuras apresentam-se apenas as capas de alguns livros que foram julgados mais interessantes de acordo com a metodologia utilizada, como seguem abaixo, no entanto segue abaixo dois quadros com os livros brasileiros e estadunidenses analisados:

Livro	Título	Autores	Ano de publicação
1	Logaritmos e Equações Exponenciais	Luiz Mauro Rocha	1965
2	A função exponencial, Logaritmos, Equações exponenciais e logarítmicas	Scipione de Pierro Netto	1967
3	Matemática na escola renovada	Scipione di Pierro Netto Célia Contin Góes.	1972
4	Matemática – Segundo grau	José Guilherme Tizziotti Damiam Schor	1975
5	Matemática.	Vários autores	1981
6	Trigonometria e Logaritmos – Notas de aula	Desconhecidos	1984
7	Exponencial e Logaritmos	Glaciete Jardim Zago Walter Antonio Sciani	1996
8	Matemática aula por aula	Benigno Barreto Filho Cláudio Xavier da Silva	1998
9	Matemática – Edição Compacta	Carlos Alberto Marcondes dos Santos Nelson Gentil Sérgio Emílio Greco	2001

10	Matemática: Ciência e Aplicações	Gelson Iezzi Osvaldo Dolce David Degenszajn Roberto Périgo Nilze de Almeida	2002
11	Matemática completa	José Ruy Giovanni José Roberto Bonjorno	2005

Quadro 1 – Livros didáticos brasileiros analisados

Fonte: compilação dos autores

Livro	Título	Autores	Ano de publicação
12	Basic concepts of Elementary Mathematics.	William L. Schaaf	1960
13	Integrated algebra and trigonometry	Lester W.Schumpf Thomas Munro	1967
14	Advanced Algebra	Edgerton and Carpenter's – Revisado por Myron R. White	1968
15	Intermediate Algebra with trigonometry	Scott, Foresman and company	1972
16	Algebra and Trigonometry – Structure and Method – Book 2.	Mary P. Dolciani Robert H. Sorgenfrey William Wooto Robert B. Kane	1977.
17	HBJ Algebra 2 with Trigonometry	Arthur F.Coxford Joseph N.Payne	1983
18	Algebra 2 With Trigonometry	Clyde A. Dilley Steven P. Meiring John E. Tarr Ross Taylor	1990
19	Advanced Mathematics.	Richard G.Brown	1997.
20	Advanced Algebra Through Data Exploration: A Graphing Calculator Approach.	Jerald Murdock Ellen Kamischke Eric Kamischke	1998

21	New York Math B an Integrated Approach.	Allan Bellman Sadie Chavis Bragg Suzanne H. Chapin Theodore J. Gardella Bettye C. Hal William G. Handlin Edward Manfre	2002
22	Beggining & Intermediate Algebra.	K. Elayn Martin-Gay	2005

Quadro 2 – Livros didáticos estadunidenses analisados

Fonte: compilação dos autores

Na sequencia estão dispostas algumas capas de livros analisados

As figuras 3 e 4 mostram respectivamente as obras estadunidenses que utilizam uma metodologia que torna o conteúdo claro e interessante:

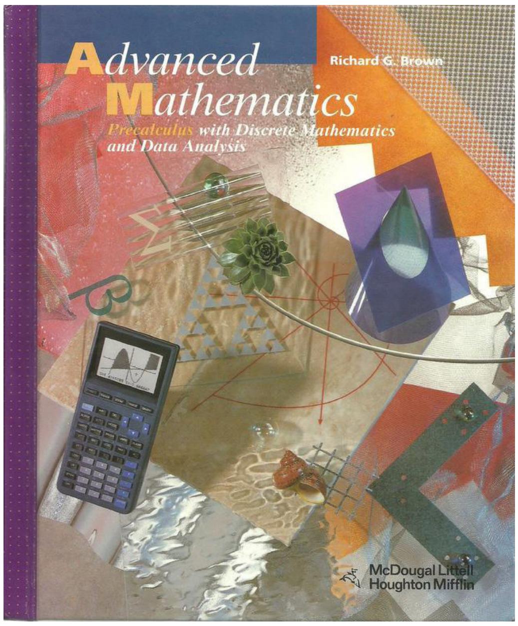


Figura 3 – A obra estadunidense *Advanced Mathematics* de 1995[4]

Fonte: foto tirada pelos autores

A obra *Advanced Mathematics* é um livro de capa dura que aborda conceitos básicos do ponto de vista avançado. Inicia com funções lineares e segue até os rudimentos do cálculo. Também apresenta atividades com uma calculadora gráfica, bem como aplicações do dia a dia. Apresenta várias figuras ao longo do texto. Cada capítulo é formado por: seção teórica com exemplos e solução, exercícios, atividades, resumo do capítulo, uma lista do vocabulário introduzido, mais problemas na forma de teste.

4 (BROWN, 1997)

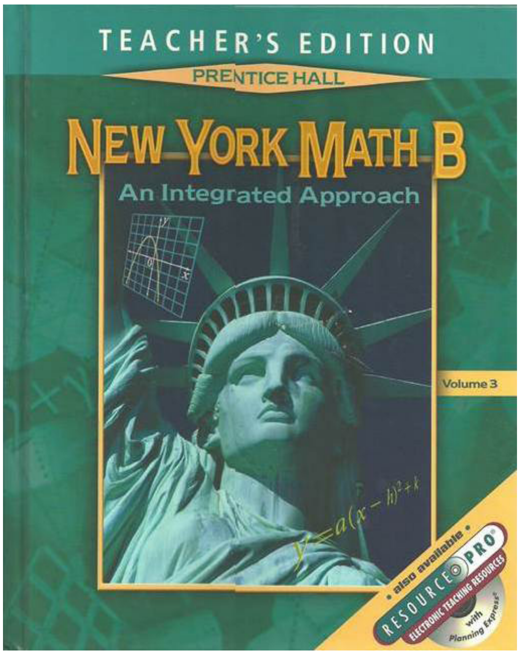


Figura 4 – A obra estadunidense *New York Math B* de 2002[5]

Fonte: foto tirada pelos autores

A obra *New York Math B* também é um livro de capa dura e é repleto de gráficos, figuras e diagramas explicativos. Apresenta o conteúdo de uma forma mais avançada com o intuito de preparar aqueles estudantes que tivessem o interesse de fazer o *New York Regents Math B*[6] da época. Inicia com modelos, funções e permutações. Continua com matrizes, sistemas lineares, funções quadráticas e polinomiais. Após, trabalha as funções exponenciais, logarítmicas e racionais. No capítulo 9 trabalha as funções trigonométricas. Seguia com as relações quadráticas e um pouco mais de probabilidade e estatística. Finaliza com sequências e séries.

As figuras 5 e 6 mostram respectivamente as obras brasileiras que abordam o conteúdo da maneira mais objetiva possível, com bastante exemplificação. A escolha dos dois livros foi feita de maneira bastante detalhada, explorando todos os pontos positivos e negativos. Dessa maneira, as obras dirigidas pelo Professor Gelson Iezzi foram as contempladas, pois elucidam muito bem o conceito de Logaritmo, com muitos exemplos, exercícios e atividades.

A primeira obra data de 1977 e traz muitas informações diferenciadas para a época, essa que trazia, em grande maioria, os conteúdos separados em fascículos e muito poucos em forma de livros direcionados a um ano específico, tanto do então primeiro grau, quanto do segundo grau. A obra de 2004, já muito mais atualizada, com muitas figuras representativas e exemplos contextualizados, insere assuntos atuais e faz menção a questões relativas a testes vestibulares e ao ENEM.

5 (BELLMAN, 2002)

6 Na época, esse exame era opcional, sendo o *Math A* obrigatório.

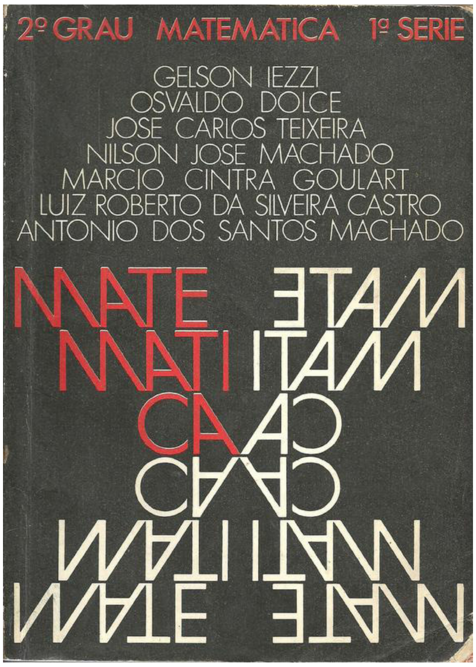


Figura 5: A obra Matemática de 1977[7]

Fonte: foto tirada pelos autores

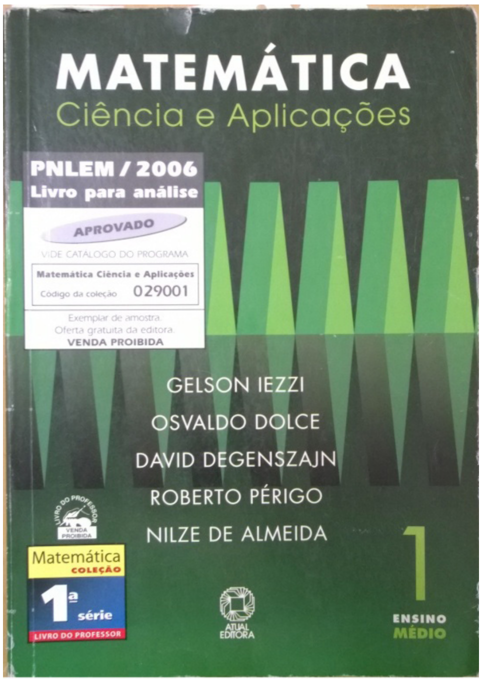


Figura 6 – A obra Matemática: Ciência e Aplicações de 2004[8]

Fonte: foto tirada pelos autores

5 I FENDAS CONCLUSIVAS

A análise que se buscou efetuar no decorrer do texto leva em consideração vários aspectos sobre as vinte e duas obras analisadas. No entanto, no momento da análise

7 (IEZZY, 1977)

8 (IEZZY, 2004)

e categorização, procurou-se ater, principalmente, na definição e nas propriedades de Logaritmos, além da quantidade de exemplos e exercícios que são abordados sobre Logaritmos, sempre buscando distinguir suas formas de elaboração e possíveis maneiras de resolução.

Após a análise estar finalizada constatou-se que existem muitas características em comum entre os conteúdos descritos como, por exemplo, a definição de Logaritmo, colocada praticamente da mesma forma na maioria delas. As propriedades são divididas na maioria delas em quatro básicas, a saber: Logaritmo do produto, Logaritmo do quociente, Logaritmo da potencia e mudança de base.

A definição de Logaritmo é colocada na maior parte dos livros analisados de acordo com o descrito abaixo e na expressão (4):

*Dizemos que o logaritmo de um número positivo **b**, na base **a**, positiva e diferente de 1, é o expoente **x** ao qual se deve elevar **a** para se obter **b**.*

$$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x \text{, com } b > 0,\ a > 0 \text{ e } a \neq 1 \qquad (4)$$

É importante frisar, que a definição não é dada exatamente como foi colocada acima no que diz respeito à parte literal, pois as palavras usadas, por muitas vezes são diferentes, mas buscam passar a mesma informação. No entanto, a parte algébrica é fiel a grande maioria dos livros. Também é muito interessante ressaltar que em algumas obras é chamada a atenção do estudante para a *Unicidade de um Logaritmo*, conforme a expressão (5) abaixo:

$$\text{Se } \log_a b = \log_a c \text{, então } b = c \qquad (5)$$

São escritas também, na maioria das obras, como decorrência direta da definição de Logaritmos, as seguintes propriedades:

- O Logaritmo de 1 em qualquer base *a* é igual a 0, conforme segue na expressão (6):

$$\log_a 1 = 0,\ \ pois \quad a^0 = 1 \qquad (6)$$

- O Logaritmo da base, qualquer que seja ela, é igual a 1, conforme segue na expressão (7):

$$\log_a a = 1, \quad pois\ a^1 = a \qquad (7)$$

- A potência de base a e expoente $\log_a b$, é igual a b, conforme segue na expressão (8):

$$a^{\log_a b} = b \qquad (8)$$

As semelhanças supracitadas são resultado de uma análise bastante criteriosa e rigorosa realizada em um período de 11 meses. Buscando alcançar os objetivos propostos foram categorizados todos os vinte e dois livros didáticos estadunidenses e brasileiros dando ênfase aos capítulos que envolvessem o conteúdo de Logaritmos. Com base nas obras analisadas, uma possível conclusão é que no decorrer das décadas os livros didáticos brasileiros têm melhorado muito, principalmente da década de 1990 em diante, tornando-se ainda melhores com a criação do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), de certo modo, equiparando-se aos estadunidenses, que por não estar agregados a um plano nacional, tem mais liberdade de organizar e expor os conteúdos com mais clareza e detalhamento das informações e continuidade dos capítulos.

As semelhanças encontradas em relação à definição e suas decorrências e a unicidade é uma mostra de que, os livros elaborados e produzidos em nosso país estão tendo uma melhora significativa, mas em um âmbito geral, o que há em comum, ainda é muito pouco em relação aos conteúdos elaborados buscando o ensino/aprendizagem do conteúdo de Logaritmos nos Estados Unidos.

A busca por semelhanças nas obras que analisamos foi realizada focando somente nos conteúdos relativos a Logaritmos e por vezes relacionando a funções exponenciais. Porém, imagina-se que um trabalho muito maior e mais detalhado pode ser feito, obtendo mais material e tendo um período maior de tempo para que outras perguntas pertinentes à área da Educação Matemática possam ser respondidas.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. *Análise de conteúdo.* Lisboa, Portugal: Edições 70, Persona, 2011.

BELLMAN, A. et al. *New York Math B:* An integrated Aproach. New York: Prentice Hall, 2002.

BROWN, R. B. *Advanced Mathematics:* Precalculus with discrete mathematics and data Analysis. New York: Houghton Mifflin Company, 1997.

CAJORI, F. History of the Exponential and Logarithmic Concepts. *The American Mathematical Monthly.* v. 20. n.1. Jan. 1913. pp. 5-14.

EVES, H. *Introdução a História da Matemática.* Campinas: Editora Unicamp. 2011.

IEZZY, G. et al. *Matemática.* São Paulo: Atual Editora LTDA, 1977.

IEZZY, G. et al. *Matemática:* Ciência e aplicações. São Paulo: Atual, 2004.

GIL, A.C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: ATLAS, 2002.

KNOTT, C.G. *Napier tercentenary memorial volume.* Edinburg: Royal Society of Edinburg, 1915.

MACDONALD, W.R. *The construction of the wonderful Canon of logarithms.* Edinburgh: William Blackwood and sons,1889.

SANTOS, C.C.; LIMA, D. S. Logaritmo ao longo da história: Um estudo sobre o Processo de Ensino e Aprendizagem dos logaritmos nos tempos atuais, com articulações históricas. In: *VI Encontro Brasiliense de Educação Matemática.* 12, 2014, Brasília.

CAPÍTULO 23

ASPECTOS HISTÓRICOS DO CONCEITO DE COORDENADAS POLARES

Angéli Cervi Gabbi
Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da UNIJUÍ. Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul - IFRS, Campus Ibirubá/RS, GEEM, angeli.gabbi@ibiruba.ifrs.edu.br

Cátia Maria Nehring
Professora Orientadora. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ, Ijuí/RS, Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – PPGEC, GEEM, catia@unijui.edu.br

RESUMO: Este capítulo analisa a partir da história da matemática, a historicidade do conceito que norteia o processo de ensino e aprendizagem de coordenada polar, considerando processos de ruptura e continuidade do entendimento em relação as coordenadas cartesianas. O que nos moveu a problematizar esse conceito foi a dificuldade que os estudantes possuem em sala de aula, bem como, diferentes pesquisas voltadas à disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que abordam esta temática. Procuramos responder a seguinte problemática: quais entendimentos da história do conceito de coordenadas polares, podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do mesmo, considerando continuidades e rupturas desse conceito e as coordenadas cartesianas? Buscamos na história da matemática a origem destes conceitos para assim conseguirmos entender a partir da antiguidade como este conceito era apresentado e como foi evoluindo seu entendimento. Identificamos que a mudança de coordenadas cartesianas para polares envolveu uma mudança de perspectiva dos matemáticos, quando determinados problemas seculares passaram a ser confrontados com substituição das coordenadas cartesianas por outra forma de localização no plano e também quando situações problemas foram surgindo e as coordenadas cartesianas não davam conta de resolvê-los, precisando criar outras possibilidades para isto, como por exemplo a curva descrita por um planeta em torno do sol ou como as espirais. A compreensão da história do conceito pode facilitar o entendimento dos estudantes através dos questionamentos acerca do porquê e para que da matemática, uma vez que permite entender sua origem, considerando as modificações que foram acontecendo ao longo do tempo.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. História da Matemática. Coordenada Polar. Coordenada Cartesiana.

HISTORICAL ASPECTS OF THE CONCEPT

ABSTRACT: This chapter analyze from the history of mathematics, the historicity of the concept that guides the teaching and learning process of the polar coordinate, considering processes of rupture and continuity of the understanding related to the Cartesian coordinates. Our motivation to discuss this concept was the difficulty that students have in the classroom, as well as different researches focused on the subject of Differential and Integral Calculus that approach this subject. We try to answer the following question: which understandings of the history of the polar coordinates concept can help in its teaching and learning process, considering continuities and ruptures of this concept and the Cartesian coordinates? For this purpose, we seek in the history of mathematics the origin of them in order to understand from the ancient times how this concept was presented and how its understanding evolved. We identified that the change of Cartesian to polar coordinates involved a change the mathematicians perspective, when certain secular problems came to be confronted with substitution of the Cartesian coordinates for another form of location in the plane. Also, situations problems arose and the Cartesian coordinates did not deal with solving them, so they need to create other possibilities for this, such as the curve described by a planet around the sun or like the spirals. The understanding of the concept history can facilitate the understanding of the students through the questions about the reasons (why and what for) of mathematics, since it allows to understand its origin, considering the modifications that have been happening over time.
KEYWORDS: Mathematical Education. History of Mathematics. Polar Coordinate. Cartesian Coordinate.

1 I INTRODUÇÃO/JUSTIFICATIVA

O ensino e a aprendizagem de conteúdos relacionados às disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI)[1] têm sido objeto de estudo e discussão por diferentes pesquisadores no campo da Educação Matemática. As dificuldades enfrentadas pelos estudantes se traduzem nos índices de reprovações, cancelamento e desistência em diferentes cursos superiores. Frente ao exposto, várias pesquisas têm sido realizadas na perspectiva de compreender tal problemática sob diferentes perspectivas, tais como, Rezende (2003), Junior (2006) e Cury (2013), para citar alguns.

Para além das pesquisas já realizadas, o tema desse capítulo também possui como fonte de inspiração as reflexões e inquietações realizadas ao longo da trajetória profissional, particularmente no ensino de CDI, no que se refere ao ensino e a aprendizagem dos educandos com o conceito de coordenadas polares.

O estudante necessita compreender e perceber uma certa ruptura e ao mesmo tempo uma continuidade entre os conceitos de coordenada cartesiana para a coordenada polar, para que o mesmo consiga converter tanto um ponto de coordenada cartesiana para polar quanto uma equação ou vice-versa. Todo este processo, mudança

1 A partir desse momento, utilizaremos a sigla CDI para indicar Cálculo Diferencial e Integral.

de coordenadas e mudança de variáveis gera certa "confusão" para os estudantes, não permitindo a significação dos referidos conceitos.

Elencamos no decorrer do texto uma análise histórica e epistemológica sobre as coordenadas cartesianas e polares, na perspectiva de compreender o conceito e enfrentar a seguinte problemática: quais entendimentos da história do conceito de coordenadas polares, podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do mesmo, considerando continuidades e rupturas desse conceito e as coordenadas cartesianas?

2 I PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente estudo baseia-se em uma pesquisa qualitativa, uma busca teórica para compreender o objeto de estudo, no caso, coordenadas cartesianas e polares. Consideramos que esta abordagem proporciona resultados significativos para o campo da educação, no sentido de proporcionar ao pesquisador uma visão mais ampla do assunto abordado, além da produção de novos conhecimentos necessários ao fazer docente.

A pesquisa em questão foi de caráter bibliográfico, cuja fonte de dados se efetivou a partir de livros de História da Matemática, tais como Boyer (1996), Eves (1997), Stewart (2004). A partir desses referenciais definidos, fizemos uma busca no sentido de compreender a história do conceito de coordenadas focando principalmente nas coordenadas cartesianas e polares. Os entendimentos são explicitados a seguir, na perspectiva de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem.

3 I EPISTEMOLÓGICA DO CONCEITO

Segundo Boyer (1996), a primeira pessoa a discutir coordenadas foi Pierre de Fermat. Este propôs a sua utilização para determinar a localização precisa de pontos na superfície da terra, além de determinar o cálculo da distância entre dois pontos no espaço euclidiano.

De acordo com Stewart (2004), o surgimento das coordenadas se deu em função de que Fermat queria encontrar o lugar geométrico de todos os pontos cujas distâncias a dois outros pontos fixos sempre somassem o mesmo valor. Este lugar geométrico revelou-se uma elipse, conforme Figura 1, sendo os dois pontos fixos chamados de foco.

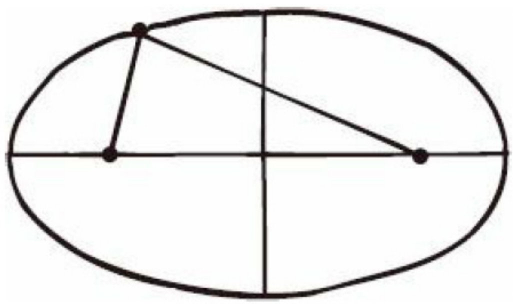


Figura 1 – Propriedade dos focos da elipse

Fonte: Stewart (2004).

Fermat argumentou que se as condições impostas ao ponto pudessem ser expressas em uma única equação, envolvendo duas incógnitas, o lugar geométrico correspondente seria uma curva ou uma reta. Ilustrou-se esse princípio por meio de um diagrama, Figura 2, no qual as duas grandezas desconhecidas *A* e *E* são representadas como distâncias em duas direções distintas (STEWART, 2004).

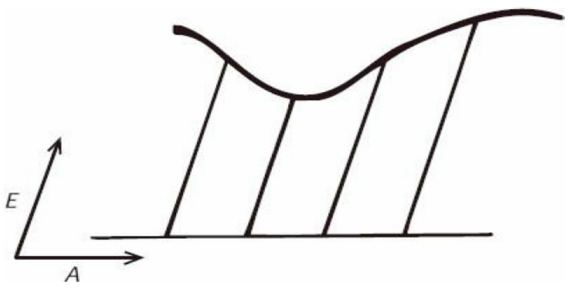


Figura 2 – Abordagem de Fermat para as coordenadas

Fonte: Stewart (2004).

Fermat listou alguns tipos especiais de equações ligando A e E, explicando que curvas representavam. Introduziu eixos oblíquos no plano. As variáveis A e E são as duas coordenadas, que chamamos de x e y, de um ponto dado em relação aos eixos. Assim, Fermat afirma que qualquer equação com duas coordenadas define uma curva, e seus exemplos nos dizem que tipos de equações correspondem a que tipos de curvas, baseando-se nas curvas padrão, já conhecidas pelos gregos (STEWART, 2004).

Desta maneira, Fermat introduziu o método das coordenadas na geometria, sendo que a ideia de definir a posição de um ponto por meio de uma sequência de números foi sugerida em problemas de navegação, que levaram a adaptar o sistema das coordenadas geográficas. Cada ponto da superfície marítima ficou determinado por um par de números designados de latitude e longitude e, se o ponto está situado acima ou abaixo do nível do mar, um terceiro número torna-se necessário, para localizar, ou seja, a altitude. Definições que atualmente são utilizadas pelas embarcações e que se deve a criação das coordenadas na geometria.

Ainda que a geometria seja uma ciência dedutiva criada pelos gregos, lhe faltava utilidade, sendo que isso ocorreria somente mediante a álgebra como princípio unificador. De acordo com Boyer (1996), a geometria pode ter sido uma dádiva do Nilo, mas os egípcios pouco a aproveitaram. A geometria teria sido levada do Egito para a Grécia por Tales de Mileto, onde se desenvolveu como uma forma de conhecimento mais organizada, sem se preocupar com aplicações uteis, mas de maneira ordenada tentavam explicar os porquês utilizando argumentos mais precisos e lógicos possíveis.

Tales juntamente com Pitágoras formularam problemas e explicaram hipóteses, pois segundo Boyer (1996) tinham a vantagem de conseguir viajar para os centros antigos de conhecimento e de lá extrair informações sobre astronomia e matemática. Porém a dicotomia entre grandezas contínuas e números exigia um método diferente para tratar a álgebra babilônica que Tales e Pitágoras tinham herdado. De acordo com Boyer:

> Os velhos problemas de que, dada a soma e o produto de dois lados de um retângulo se pediam as dimensões, tinham que ser tratados de modo diferente dos algoritmos numéricos dos babilônios. Uma “álgebra geométrica” tomara o lugar da antiga “álgebra aritmética”, e nessa nova álgebra não podia haver somas de segmentos com áreas ou de áreas com volumes. De agora em diante devia haver estrita homogeneidade dos termos de uma equação e as formas normais mesopotâmicas, $xy = A$, $x \pm y = b$, deviam ser interpretadas geometricamente (1996, p. 53).

Desta forma, os gregos construíram as soluções de equações quadráticas pelo processo de áreas. Os gregos trabalhavam com figuras geométricas sem o uso de um sistema de coordenadas e utilizavam somente régua e compasso. Boyer (1996) descreve que o sistema utilizado por Apolônio, e outros antes dele, sobre a aplicação de retas de referência em geral e de um diâmetro e uma tangente em sua extremidade não difere essencialmente do uso de sistemas de coordenadas. “As distâncias medidas ao longo do diâmetro a partir do ponto de tangência são as abscissas, e os segmentos paralelos à tangente e cortados entre o eixo e a curva são as ordenadas” (BOYER, 1996, p. 106). No entanto, os gregos não englobavam grandezas negativas, sendo as coordenadas, as variáveis e as equações eram derivadas de uma situação geométrica específica.

Pouco antes de 1361, Nicole Oresme chegou próximo ao que hoje chamamos de representação gráfica de funções, tentando responder a seguinte questão: “porque não traçar uma figura ou gráfico da maneira pela qual variam as coisas?” (BOYER, 1996, p. 180). Foi a primeira pessoa a utilizar coordenadas para representar graficamente a velocidade em função do tempo. Ao longo de uma reta horizontal Oresme marcou pontos representando instantes de tempo (ou longitudes) e para cada instante ele traçou perpendicularmente à reta de longitude um segmento de reta (latitude) cujo comprimento representava a velocidade. As extremidades desses segmentos, alinhadas, formavam uma linha reta. De acordo com Boyer (1996), “os termos latitude e longitude, que Oresme usou, são equivalentes, num sentido amplo, à nossa ordenada e abscissa, e sua representação gráfica assemelha-se com nossa geometria analítica" (p. 181).

Vale destacar que o uso de coordenadas não era novo, Apolônio e outros antes dele, tinham usado sistemas de coordenadas, porém sua representação gráfica de uma quantidade variável era novidade naquele momento. Contudo, Oresme nunca utilizou de fato o termo função, suas representações eram qualitativas, não utilizando medições para realização dos desenhos. Conforme cita Eves (1997), "a ideia de coordenadas foi usada no mundo antigo pelos egípcios e os romanos na agrimensura e pelos gregos na confecção de mapas". (p. 382). No entanto, sua teoria influenciou o trabalho de outros matemáticos, principalmente daqueles que contribuíram para a origem da geometria analítica, como René Descartes e Pierre de Fermat.

Os objetivos do método de Descartes era segundo Boyer (1996), "1) por processos algébricos libertar a geometria de diagramas e 2) dar significados às operações da álgebra por meio de interpretações geométricas" (p. 233). Seu método, segundo o mesmo autor, consistia em partir de um problema geométrico, traduzi-lo em linguagem de equação algébrica e, logo após, tendo simplificado ao máximo a equação, resolvê-la geometricamente.

Apesar de muitos estudos, Descartes não estabelecia um sistema de coordenadas para localizar pontos "como um medidor de terras ou um geógrafo poderiam fazer, nem pensava em suas coordenadas como pares de números" (BOYER, 1996, p. 237). Segundo Boyer (1996), mesmo conhecendo as representações gráficas de Oresme, Descartes não via relação com o atual sistema cartesiano "não há nada em sua forma de pensar que indique ter ele percebido qualquer semelhança entre a finalidade da latitude de formas e sua própria classificação das construções geométricas" (Ibid, p. 237).

Descartes chegou mais próximo do que hoje chamamos de sistema cartesiano, quando marcava x em um eixo dado e um comprimento y, formando um ângulo fixo com esse eixo, como mostra a Figura 3, tendo objetivo de construir pontos cujos x e y satisfizessem uma relação dada.

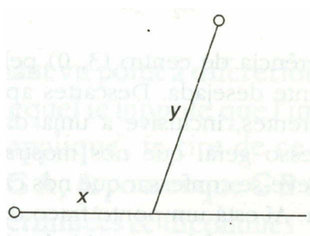


Figura 3 – Marcação de x e y segundo Descartes

Fonte: Eves (1997, p.385).

Ao mesmo tempo em que Descartes formulava o início da geometria analítica, Fermat, em meados do século XVII, retomando a ideia dos construtores egípcios, se refere a um ponto do plano por meio de um par de retas perpendiculares entre si, que recebeu o nome de Sistema Cartesiano, denominado por R^2, em homenagem a René Descartes, que assinava o seu nome em latim Renatus Cartesius. Assim, Descartes partia de um lugar geométrico e a partir disso encontrava sua equação, já Fermat partia de uma equação e a partir dela determinava o lugar correspondente.

Igualmente, Fermat e Descartes introduziram a ideia de sistema de coordenadas na reta, ou seja, definindo que cada par de números *(x, y)* corresponde a um ponto, conforme Figura 4. Como o plano tem duas dimensões, para localizar pontos no plano, precisamos de dois números, ao invés de um. Descartes e Fermat resolveram este problema usando duas retas numeradas, perpendiculares, cortando-se na origem, conforme Figura 4. Usualmente, uma dessas retas é horizontal, com a direção positiva para a direita. Esta reta foi chamada de eixo *x* ou eixo das abscissas. A outra reta, vertical com a direção positiva para cima, é chamada eixo *y*, ou eixo das ordenadas.

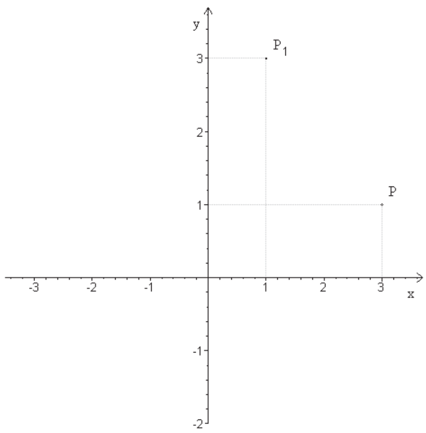


Figura 4 – Plano cartesiano com os pontos P(3, 1) e P_1(1, 3)

Fonte: Autoras do texto

Além de retas e circunferências, os matemáticos da antiguidade estudaram outras curvas, como por exemplo, parábolas, elipses e hipérboles, descritas como sendo o lugar geométrico de pontos no plano verificando determinadas propriedades. Foi Fermat quem propôs muitas dessas curvas, como $x^m y^n = a$, $y^n = ax^m$ e $r^n = a\theta$, que são conhecidas como hipérboles, parábolas e espirais de Fermat. Tendo por base os estudos de Fermat, Newton e Leibniz, separadamente, introduziram o Cálculo. Este não existiria sem a geometria analítica, o que para alguns historiadores representa a algebrização da geometria dos gregos. A introdução do sistema de coordenadas permitiu o cálculo da distância entre dois pontos no espaço euclidiano.

Em 1691, os irmãos Bernoulli descreveram, no lugar de um par de eixos, um ângulo θ e uma distância *r* para determinar pontos no plano, introduzindo as coordenadas polares.

> Bernoulli fora levado a espirais de tipo diferente quando repetiu o processo de Cavalieri de enrolar metade da parábola $x^2 = ay$ em torno da origem para produzir

> uma espiral de Arquimedes; mas ao passo que Cavalieri estudara a transformação por métodos essencialmente sintéticos, Bernoulli usou coordenadas retangulares e polares. Newton usara coordenadas polares antes – talvez desde 1671 – mas a prioridade de publicação parece caber a Bernoulli que na *Acta Eruditorum* de 1691 propôs medir abscissas ao longo do arco de um círculo fixo e ordenadas radialmente ao longo das normais. Três anos depois, na mesma revista, ele propôs uma modificação que concordava com o sistema de Newton. A coordenada y agora era o comprimento do raio vetor do ponto, e x era o arco cortado pelos lados do ângulo vertical sobre um círculo de raio a descrito com centro no pólo. Essas coordenadas eram essencialmente o que agora escreveríamos como (r, aθ) (BOYER, 1996, p. 288).

Assim, os geômetras tiveram de romper com os sistemas cartesianos quando as situações indicavam um referencial mais conveniente para utilizar. Hermann, discípulo de Bernoulli, fez contribuições à geometria analítica no espaço e as coordenadas polares, continuando com os resultados dos irmãos Bernoulli. “Ao passo que Bernoulli aplicara coordenadas polares a espirais um tanto hesitantemente, Hermann deu equações polares também de curvas algébricas, juntamente com equações de transformação de coordenadas retangulares para polares” (BOYER, 1996, p. 299).

De acordo com Eves (1997), há outros sistemas de coordenadas além do cartesiano retangular, contudo este sistema é o mais comum de todos e tem sido explorado enormemente. O autor enfatiza:

> Grande parte da terminologia, como a classificação das curvas em lineares, quadráticas, cúbicas e assim por diante, provém do uso deste sistema. Porém algumas curvas, como muitas espirais apresentam equações impraticáveis quando referidas a um sistema cartesiano, ao passo que quando referidas a sistemas mais apropriados, passam a ter equações relativamente simples. No caso das espirais é particularmente útil o sistema de coordenadas polares (EVES, 1997, p. 595).

Até final do século XVIII pouco se investigou outros sistemas de coordenadas, no entanto, para fazer frente as situações cujas peculiaridades indicavam um referencial mais conveniente, os geômetras tiveram de romper com os sistemas cartesianos e buscar outros mais convenientes, como as coordenadas polares.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como professoras, observamos que os estudantes apresentam dificuldades em identificar que um ponto em coordenada cartesiana continua sendo o mesmo em coordenada polar, o que vai alterar é a forma como o escrevemos, ou seja, a forma como tratamos a localização deste ponto, que passa a ser dado não mais por uma distância *x* e *y*, mas sim através de um ângulo e de uma medida de raio. O fato de trabalharmos com a história da matemática em sala de aula, identificando as origens dos conceitos pode levar os estudantes a perceber a matemática como criação humana. Pode-se compreender que o conceito de coordenada polar originou-se da necessidade que o homem teve em resolver problemas que surgiram ao longo dos anos, mostrando que esta ciência teve origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da idade média e que somente a partir do século XVII se organizou de fato como um campo do saber.

Outra dificuldade enfrentada pelos estudantes está na mudança das equações dadas em coordenadas cartesianas para polares ou vice-versa, gerando problemas tanto de reconhecimento da função quanto a sua representação gráfica. Ao compreender a origem destas equações, talvez o estudante compreenda situações presentes por meio do entendimento do passado. As contribuições de Descartes tiveram papel fundamental no desenvolvimento das coordenadas cartesianas, dando significado às operações da álgebra por meio de compreensões geométricas, marcando uma ruptura com as tradições estabelecidas e um avanço aos conceitos algébricos.

É importante que o professor compreenda que o estudo de coordenadas faz parte da identificação de um lugar geométrico e que podemos definir regiões e/ou um lugar no espaço a partir delas. As coordenadas cartesianas determinam uma posição no plano com referência a um eixo vertical e outro horizontal. Já as coordenadas polares estabelecem a posição de um ponto em relação a uma grade formada por círculos concêntricos com centro no pólo e semirretas partindo da origem. Qualquer sistema de coordenadas pode ser utilizado para resolver problemas físicos, porém uma escolha correta do sistema de coordenadas pode ser fundamental para tornar este problema mais fácil de ser resolvido e até mesmo compreendido pelos estudantes.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. **História da matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 2.ed., 1996.

CURY, Helena Noronha. **Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática**. Educação Matemática Pesquisa, v.15, n.3, p. 547-562. São Paulo, 2013.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Unicamp, 2.ed., 1997.

JUNIOR, Antonio Olímpio. **Compreensões de conceito de Cálculo Diferencial no primeiro ano de Matemática:** uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. Tese de doutorado. UNESP, Rio Claro, 2006.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo:** dificuldades de natureza epistemológica. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, maio/2003.

STEWART, Ian. **Em Busca do Infinito:** Uma História da Matemática dos Primeiros Números à Teoria do Caos. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2004.

CAPÍTULO 24

FORMAÇÃO DE PROFESSORES: UM OLHAR SOBRE O FORMALISMO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Pedro Adilson Stodolny
Colégio Estadual Dr. Chafic Cury – Ensino Fundamental Médio e Normal
Rio Azul – Paraná

RESUMO: O presente artigo busca analisar a constituição do formalismo pedagógico e sua influência nas aulas da disciplina de matemática no Curso de Formação de Docentes - nível médio. O formalismo defendido por HILBERT, (1862 - 1943) apresenta várias questões que se opõem quanto ao que a escola define como uma de suas funções, entre elas a de tornar o aluno um cidadão crítico e reflexivo. Com base nesses argumentos, entra em cena a Educação Matemática, que tem como um dos objetivos formar cidadãos atuantes, estes que inseridos na escola necessitam de um direcionamento de suas ideias de acordo com os pensamentos matemáticos, para que assim possam buscar, analisar e refletir sobre os temas propostos. Todas essas estratégias têm por objetivo instigar a reflexão dos envolvidos sobre qual metodologia seja realmente adequada para o melhor desenvolvimento do aprendizado. A presente pesquisa foi desenvolvida com o terceiro ano do Curso de Formação de Docentes - nível médio. Foram propostas para com a turma, atividades em grupos com o objetivo de que os alunos usassem a investigação matemática, numa perspectiva diferenciada de reflexão e discussão, vivenciando portanto, os conceitos que estão inseridos em cada proposta.

PALAVRAS-CHAVE: Formalismo; Educação Matemática; Investigação; Reflexão

ABSTRACT: This article seeks to analyze the constitution of pedagogical formalism and its influence to the mathematic classes of the teacher training- medium level. The formalism defended by Hilbert, (1862 – 1943) shows a lot of questions that opposite as to school define like one of its functions, among them to become the student a critical and reflexive citizen. Based on these arguments, Mathematic Education comes into play, which has as one of aims form active citizens, these who entered at school need a directing their ideas according mathematical thinking, so that they can seek, analyze and reflect about the proposed themes. All these strategies aim at instigate the reflection of the involved on what methodology is really suitable to the best learning development. This research was development with third grade of the teacher training- medium level. It was proposed to the class activities in groups with aims that the students used the mathematical investigation in a different perspective of reflection and discussion, thus experiencing concepts that are inserted in each proposal.

KEYWORDS: Formalism; Mathematic

Education; Investigation. Reflection

1 I INTRODUÇÃO

O presente artigo, faz uma abordagem sobre as questões do formalismo pedagógico, evidenciando suas principais características, sendo este sonhado por Pitágoras, Platão, entre outros pensadores. Com o passar do tempo, ao avançarem os estudos, principalmente da escola Pitagórica, surgiram discípulos de Pitágoras na qual podemos destacar Zenão que fez a descoberta dos incomensuráveis, assim como, Euclides de Alexandria, que descreve os primeiros axiomas, buscando enfatizar os trabalhos de Pitágoras e Platão. Já na década de 1930, surgi Boubarki, que organizou todos os descritos matemáticos, em documentos chamados elementos da matemática. Podemos então evidenciar, que Boubarki, tinha o sangue do formalismo nas veias, tendo como grande mentor, Hilbert.

É sabido que o formalismo/tradicionalismo esteve e está presente nas aulas de matemática, muito fortemente até o final da década de 80, quando a partir deste momento começa a aparecer as pesquisas em Educação Matemática. Desta forma o presente trabalho tem como objetivo principal identificar, se no curso de formação de professores nível médio, os mesmos ao entrarem em contato com uma tendência diferenciada, poderão mudar sua concepção de ensino;

2 I CONSTITUIÇÃO DO FORMALISMO PEDAGÓGICO

Uma possível iniciação do formalismo pedagógico começa a surgir com o formalismo filosófico que é evidenciado por Miguel: 1995 “ Sonho de Bourbaki foi o sonho de Descartes, que foi o de foi o sonho de Euclides, que foi o sonho de Platão, que foi o sonho de Pitágoras e de todos os que sonharam; Não pela identificação de uns com os outros mas, “Uma linha de continuidade epistomológica” Miguel 1995.

Devido a esta difusão do conhecimento entre os filósofos, acabou por se identificar diferentes maneiras de se conceber a matemática, e isso gerou algumas mudanças no ensino da base da matemática, o que se chamou de formalismo Pedagógico. Segundo Miguel 1995, entendemos o formalismo pedagógico como:

> Aquele sentido de prática educativa em matemática que extermina, consciente ou inconsciente, o significado e o sentido do conhecimento que busca transmitir, gerando nos estudantes a sensação de que o único sentido que busca transmitir, gerando nos estudantes a sensação de que “ o único sentido de um ato está no próprio ato (MIGUEL, 1995, pag. 117 apud; Davis e Hersh, 1998, p. 311).

O extermínio do conhecimento relatado por Miguel, consiste na maneira de como o conhecimento é apresentado, ou seja, não abrindo espaço para discussões, de modo geral dizemos que o conhecimento não é vivenciado; desta forma, acredita-se que o conhecimento torna-se mais atraente ao ser quando apresenta significados. Segundo CERQUEIRA, 2013: “Chamamos de aprendizagem significativa essa intenção de propiciar aos alunos condições para os conhecimentos conceituais, procedimentais e atitudinais, favorecendo o desenvolvimento de competências e habilidades, valores e princípios éticos para atuarem na sociedade”.

Sendo assim, observamos o formalismo presente desde o período, Pitágoras e Platão, onde o primeiro destacava-se pelo estudo dos numérico para ele “os números governam o mundo”, já Platão vivia no mundo das ideias e das formas, para ele “ as ideias governam o mundo”. Assim como muitos discípulos, Platão e Pitágoras começaram perder espaço dentro de suas ideologias. Um exemplo que podemos citar é Zenão, que foi discípulo de Pitágoras, MIGUEL, 1995 p. 123 destaca “ A cosmologia crítica Pitagórica que havia caído num total descrédito após a crítica de Zenão de Elea à teoria pitagórica das mônadas e após o escândalo provocado pela descoberta das grandezas incomensuráveis por Hipasus e Metapontum”.

> No entanto, Snapper (1984) alerta para o fato de que não devemos confundir axiomatização com formalização e dá um exemplo: “Euclides axiomatizou a geometria por volta do ano 300 a.C., mas sua formalização principiou somente uns 2200 anos após, com os logicistas e os formalistas” (CURY apud, SNAPPER 1984, p. 91).

No entanto, entende -se que o formalismo se caracteriza pela maneira formal de escrever, principalmente referente à linguagem utilizada, no que diz respeito a formalização da matemática no qual destaca-se a importância de se descrever cálculos e conceitos matemáticos.

2.1 Presença do formalismo no ensino da matemática

É sabido que o ensino da matemática passou por vários etapas, sempre se constituindo de uma maneira formal. Em 1549 o primeiro grupo de jesuítas chegou ao nosso País, onde criaram as escolas elementares, nessas escolas era dado mais privilégio para o estudo do latim, o conteúdo matemáticos eram restritos: GOMES, 2012, p. 14 “Nas escolas elementares, no que diz respeito aos conhecimentos matemáticos, contempla o ensino da escrita dos números no sistema de numeração decimal e o estudo das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais”.

Nós seres, comuns, podemos estabelecer maneiras de ensinar, construir, realizar experiências, mas não registramos de acordo com regras e conceitos, algum tempo depois visualizamos as experiências escritas e experimentadas que foram realizadas por diversoss filósofo, cientista entre outros.

Quando citamos acima que o formalismo esteve sempre presente no ensino da matemática podemos dizer que o mesmo deve ter ocorrido pela influência de Bourbaki. As obras de Bourbaki, foram influenciadas pelo matemático alemão Hilbert.

> Hilbert via o formalismo como um meio de começar de novo, a partir do zero, construído sobre uma fundação básica a ponto de ser totalmente incontroverso [...]. seu sonho era criar uma matemática puramente formal, na qual dizer que um enunciado era verdadeiro, equivalia precisamente a dizer que ele obedecia as regras estabelecidas no inicio do jogo, nem mais nem menos. (ELLENBERG, 2015 p.298).

A matemática de Hilbert, serviu para as mentes acomodadas, onde obedeciam as regras do jogo. Qual seria o futuro da matemática, se seguíssemos o sonho de Hibert? Carl F. Gauss (1777 – 1855), teria verificado, o quinto postulado de Euclides e a possibilidade de uma geometria que não fosse a a que Euclidiana. Nicolai Ivanovich Lobachesvsky (1792 – 1856), identificariam uma geometria, que contestasse o postulado das paralelas.

> O formalismo foi introduzido no ensino de Matemática no começo do século XX principalmente por meio da influência da obra de Bourbaki. Face aos problemas que se apresentavam no ensino de Matemática, foi realizado na Europa o Seminário de Royaumont, em 1959, em que foram estabelecidas as linhas centrais da reforma da Matemática Moderna, que contemplava os conceitos da Teoria dos Conjuntos, a introdução das estruturas algébricas. (CURY, p. 06).

Foram grandes as contribuições de Boubarki, para a matemática, sendo este muito bem aceito pela comunidade, mesmo recebendo sempre muitas críticas, principalmente porque descartou a matemática da lógica, das probabilidades e estudos da física. ESQUINCALHA, 2012, p. 05 relata: “tem o mérito de ir na contramão do sistema acadêmico vigente, substituindo o individualismo pelo trabalho de equipe, a vaidade pessoal pelo anonimato, o amadorismo pelo profissionalismo, e o provincialismo pela abertura ao que mundo exterior”. Sendo assim, Boubarki, uniformizou os termos técnicos da ciência matemática tornando -se comum em várias áreas da mesma.

O movimento Matemática Moderna, teve seu forte entre 1960 e 1970, surgiu, portanto de uma reunião de matemáticos e políticos presentes na Organização Européia de Cooperação Econômica, o ensino da matemática passava por uma decadência (a reformulação do currículo), que implicaria na reformulação do ensino científico, como desejavam os políticos. ESQUINCALHA, 2012, p. 06.

Como citado no inicio, as primeiras escolas brasileiras eram de domínio dos jesuítas, que conduziam as escolas de acordo com seus ideais, claro que com o decorrer dos anos as escolas se estruturaram, adquirindo novas ideias, planejamentos diferenciados, e assim chegaram ao nosso país, pessoas de diferentes nacionalidades com novos ideais. O que importa para nós é identificar a presença do formalismo em nossas escolas, por isso devemos avançar por períodos, dessa maneira, chegamos ao movimento de Matemática Moderna em nosso país, que acompanhou os sistemas internacionais, Gomes destaca:

> Mudanças profundas na matemática escolar brasileira se realizariam, de fato, a

> partir da penetração e difusão, em nosso país, do ideário propagado pelo segundo movimento internacional de renovação do ensino da matemática, iniciado na Europa e nos Estados Unidos,e amplamente conhecido como o movimento da matemática moderna(GOMES, 2012, p.42)

Podemos dizer, que esse movimento revolucionou o ensino da matemática, tanto no sentido de ensino e currículo, quanto na formação de professores como relata GOMES:

> O movimento da Matemática moderna teve enorme impacto na Matemática escolar brasileira, pela realização de inúmeros cursos para professores e, em grande parte, pela publicação e ampla circulação de uma enorme quantidade de manuais [...].Um traço característico essencial do conjunto de idéias defendidas pelos modernistas e incorporadas aos livros didáticos foi a proposta de unificação da Matemática no ensino. (GOMES, 2012,p.43)

Um dos principais objetivos do movimento Matemática Moderna era proporcionar estudos, que refletissem na qualidade de ensino das escolas, com isso foram criados grupos de estudos entre eles: “ GEEM (Grupo de Estudo do Ensino de Matemática) de São Paulo e o NEDEM (Núcleo de Estudo e Difusão do Ensino da Matemática) do Paraná, que além de proporcionarem aulas demonstrativas, ofereciam cursos e treinamentos organizados por eles e a outros professores em seus estados ou até em outras regiões do país.(CLARAS, p. 02).

O movimento Matemática Moderna perdeu força em 1970, pois já não apresentava os resultados desejados, houve a indignação de pais e responsáveis e até mesmo o MEC mostrava estar descontente com a situação:

> “O que meu filho aprende na escola não serve pra nada”, “Esta matemática moderna, cheia de letras, não é usada na vida”, “Queria ajudar meu filho, mas não entendo nada desta matemática moderna”, “Antigamente sim, a gente aprendia...”. A causa do descontentamento expresso é principalmente com a matemática moderna.
>
> O movimento da matemática moderna recebeu apoio discreto do Ministério da Educação e Cultura que estava desejoso em adotar uma postura mais progressista. As mudanças nos rumos da economia, sociedade e política, originaram a necessidade de adaptar o país a esse crescimento econômico e a escola passa a ter a função de adaptar o indivíduo para o mercado de trabalho.(MULLER, 2000, p. 135).

Com a evolução da humanidade, percebemos que sempre houve tentativas de se construir e identificar modelos situações que facilitassem o desenvolvimento de povos e nações, então o mesmo aconteceu na questão de se ensinar a matemática. Partindo do mundo da ideias de Platão, assim como do Universo dos Números de Pitágoras, Euclides escreveu os postulados, o mesmo teve diversas reformulações dos escritos matemáticos, mas com insucessos, pois muito depende-se do ponto de vista de cada ser pensante.

3 I FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Como se forma um bom professor? Será que temos respostas que contemplem essa indagação? O que se sabe, é que para ser professor, um bom curso em licenciatura não basta; Como dizia os nossos saudosos avós, “é preciso estar no sangue”. Nos deparamos atualmente com situações extremamente bem alarmantes sobre a profissão de professor, e dados atuais do Ministério da Educação (MEC) dá conta de que faltem 170 mil docentes nos níveis fundamental e médio no país. (publicado em 20/08/2015, Márcia Maria Cruz /Estado de Minas). O que leva a extinção dos professores? Questões como essa devem flutuar nas mentes curiosas que buscam por explicações referentes à situação enfrentada pelo país;

Vamos pensar de que forma vem sendo a formação de professores, principalmente os da séries iniciais. No que diz respeito à disciplina de matemática, como deve ser a relação professor aluno? Como se dá os espaços de sala de aula? A sala de aula, enquanto espaço social de aprendizagem, é um ambiente no qual as interações de todos os parceiros, professores e futuros professores, estão organizadas sobre saberes e concepções que refletem a cultura e os contextos sociais a que pertencem. (CYRINO, 2005, p.12).

> O bom professor é o que consegue, enquanto fala trazer o aluno até a intimidade do movimento do seu pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma cantiga de ninar. Seus alunos cansam, não dormem. Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas”. (SIMPRO, 2013 apud FREIRE,1996:96)

Para PONTE, p.07. “ a criança vai acompanhando e observando o seu mestre, vendo como este faz, assumindo responsabilidades cada vez maiores, até atingir a plena maturidade. O saber assume uma forma algo difusa, sendo essencialmente prático, tácito, difícil de descrever e de formalizar”.

A expectativa maior encontra-se na formação de professores, no que diz respeito à disciplina de matemática, pois esta é tida como uma disciplina historicamente difícil, vista muitas vezes como um monstro na vida dos estudantes, com isso cabe ao professor de que agora passa a ser educador matemático, democratizar o estudo dessa disciplina buscando sempre os mistérios da mesma;

4 I A CHEGADA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Quando dizemos que se encerrou, ou houve a extinção de movimentos, não estamos tirando ele totalmente do próximo estudo e pesquisa a se desenvolver. Quando o movimento Matemática Moderna esteve no auge, muitos estudos já estavam sendo realizados, com intuito de repensar os estudos de matemática nas escolas.

> No entanto, em nível internacional, a pesquisa em Educação Matemática daria um

salto significativo a partir do "Movimento da Matemática Moderna", ocorrido nos anos 50 e 60. Esse movimento surgiu, de um lado motivado pela Guerra Fria, entre Rússia e Estados Unidos e, de outro, como resposta à constatação após a 2ª Guerra Mundial, de uma considerável defasagem entre o progresso científico-tecnológico e o currículo escolar então vigente. A Sociedade norteamericana de Matemática, por exemplo, optou, em 1958, por direcionar suas pesquisas ao desenvolvimento de um novo currículo escolar de Matemática. (SÃO PAULO, 2001).

Segundo, SÃO PAULO, 2001 apud, Kilpatrick (1992), até o final dos anos 80, já haviam sido realizados mais de cinco mil estudos na área, da matemática em sua maioria, nos Estados Unidos.

Com a "extinção" do movimento Matemática Moderna, nos anos 70, o Brasil acompanha os movimentos internacionais, nesse período de 70 à 80, surge no brasil SBEM, (Sociedades brasileira de Educação Matemática), assim como os programas de formação continuada de professores em relação à esta disciplina.

Em outras palavras a Educação Matemática, significa Educar pela Matemática, ou seja, realizar intervenções pedagógicas nas aulas dessa disciplina, por meio de situações nas quais as atividades sejam vivenciadas e manipuladas com objetivo de se aprender de fato matemática. MACIEL, 2009, p.18 ; destaca: acredita-se que o educador não deve menosprezar a capacidade de raciocínio e interação do educando, uma vez que este não deverá ser mero receptor do conhecimento, e sim um ser atuante e participativo no processo ensino-aprendizagem.

Com isso, a educação matemática através de suas tendências, tem como objetivo principal conduzir o ensino da mesma de forma a se proporcionar uma reflexão da realidade vivida pelo aluno.

Pela Educação Matemática, almeja-se um ensino que possibilite aos estudantes análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulação de ideias. Aprende-se Matemática não somente por sua beleza ou pela consistência de suas teorias, mas, para que, a partir dela, o homem amplie seu conhecimento e, por conseguinte, contribua para o desenvolvimento da sociedade. (PARANÁ, 2008, p. 48).

Mudar o estilo de se ensinar matemática, talvez seja um dos maiores desafios na atualidade para professores que estão há a mais tempo no campo educacional, pois a tendência é de que o professor ensine da maneira como aprendeu os conteúdos. De modo algum questiona-se as diferentes de se conduzir a aprendizagem, mas estamos alertando para às novas práticas pedagógicas, que podem influenciar na metodologia. Portanto é neste sentido que o presente trabalho busca, colocar em ação algumas metodologias de educação matemática, para que assim, uma pequena semente, seja cultivada na tentativa de que a mesma possa fazer a diferença no ensino dessa disciplina, no curso de formação de professores.

4.1 A investigação Matemática na formação de professores

Vários são os apontamentos sobre o uso de investigação matemática, nas aulas dessa disciplina pois a diversificação de metodologias podem facilitar o aprendizado como nos relata os Pcns.

> [...] identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimUm espírito de curiosidade, é o que os futuros professores devem desenvolver em seus alunos, para que estes olhem a ciência matemática, como algo transformador, e que a vejam no sentido de investigar situações que caracterizem em aprendizados significativos para vivência em sociedade.

MENDES, 2009 p.134 relata que: “[...] Alternativas que os leve a busca de conhecimento matemático, por meio de atividades, que valorizam o saber produzido pela sociedade[...]”.ento da capacidade para resolver problemas”. (BRASIL, 2001, p.47).

> O conhecimento matemático é gerado pelo povo, e dessa forma está de acordo com o contexto sociocultural no qual está inserido. Portanto, ao trabalharmos com um conteúdo matemático em sala de aula, devemos tentar conhecer e reconhecer a matemática produzida por este grupo, considerando -o como produtor de conhecimento, para que possamos propiciar espaços que permitam ao indivíduo atingir a plenitude de sua criatividade e integrar -se na comunidade como um todo, conhecendo e discutindo o desenvolvimento histórico da construção desse conceito[...]. (CYRINO,2005 p. 07)

É nesse aspecto que destaca -se a importância da investigação matemática na formação de professores, pois certamente pensamos que ao apresentarmos e introduzirmos novas, metodologias nas aulas de matemática, os futuros profissionais tendem se utilizar gradativamente de novos meios pedagógicos.

5 I METODOLOGIA DE PESQUISA

A presente trabalho trata de uma pesquisa qualitativa realizada com alunos do 3º ano de Curso de Formação de Docentes nível médio, na cidade de Rio azul - Pr, onde foi realizado por meio de uma experiência de investigação matemática, um trabalho dentro do conteúdo de análise combinatória, para que os mesmos percebessem que existem formas diversas de se trabalhar os diferentes conteúdos, principalmente a análise combinatória que é considerado um conteúdo difícil de ser aprendido e ensinado. Para isso foi realizado um questionário de pesquisa onde os alunos relataram como eles sentiram, perceberam e viram o conteúdo que foi apresentado tanto de uma forma tradicional como de forma diferenciada.

A atividade foi realizada em grupos com 3 integrantes, cada onde os alunos buscaram informações pontuadas pelo professor, bem como as que eles consideravam relevantes para o desenvolvimento; do trabalho o mesmo seguia os seguintes passos: sorteio de uma atividade para cada grupo, utilização do laboratório de informática para pesquisa, registro dos conceitos e das estratégias de resolução, apresentação dos dados obtidos para os colegas, seguido de uma breve discussão dos dados. Ao final das considerações referenciada pelos grupos, os mesmos relataram de forma descritiva individual suas reflexões sobre a melhor forma de se aprender matemática. Para conservar a identidade dos sujeitos, as falas serão destacadas como aluno 1, aluno 2, aluno 3, aluno 4, aluno 5;

6 I APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Aluno 1

Identifiquei – me muito com o método de investigação matemática, pois consegui assim melhorar absorver o conteúdo do tema abordado. Com a pesquisa consegue -se desenvolver o raciocínio lógico. Mas, sugiro que haja uma explicação do professor depois das apresentações, a partir de todos os temas abordados, pois cada aluno acaba por entender o tema por ele trabalhado, enfim o seu conteúdo pesquisado, já os demais conteúdos (dos colegas) acabam ficando vagos.

Concluindo acabo ficando no meio termo, acredito que pode haver um consenso de ideias, pois o método tradicional ainda é muito presente e importante nas escolas, mas os educadores devem, sim, estar utilizando de uma certa diversidade em suas aulas.

Aluno 2

No meu ponto de vista, a atividade foi interessante, trouxe uma outra forma de se aprender matemática, pode-se na qual trabalhar em grupo, argumentar e buscar soluções para os problemas. Fomos em busca de as soluções para todas respostas e encontramos maneiras diferentes de resolver um cálculo. Mas por este método não se pode aproveitar o que os outros colegas tentaram-nos repassar. Portanto, os outros conteúdos ficaram vagos, uma vez que, desde crianças estamos acostumados com os métodos tradicionais e isso dificulta um pouco a aprendizagem dentro desta nova metodologia, por esta razão prefiro o método tradicional.

Aluno 3

Na minha opinião o trabalho em grupo a partir da investigação é bem mais proveitoso, pois através das pesquisas, nos esforçamos e encontramos assim a nossa maneira de entender o conteúdo, além de pode também refletir com colegas sobre a atividade, tirar dúvidas e criar ideias novas para serem apresentadas aos demais.

Aluno 4

Na minha opinião, o método de ensino utilizado pelo professor nos possibilitou diferentes formas de aprendermos certos conteúdos. Conseguimos pesquisar e apresentar o tema que nos foi sugerido.

De certo modo, consegui aprender sobre o tema que nos foi proposto, porém o tema dos demais colegas ficou um pouco aberto, uma vez que pois não consegui aprender de modo geral o que foi apresentado pelos demais grupos.

Minha sugestão consiste na ideia de que após cada apresentação o professor explicasse melhor sobre aquele determinado tema, ou ao final das apresentações retomasse todos os assuntos trabalhados.

O método utilizado nos proporcionou um modo diferente de aprender, porém não se pode esquecer, nem deixar de lado o método tradicional, com o que já estamos acostumados.

Aluno 5

Na minha opinião, ao realizarmos o trabalho em grupo, nos alunos, nos esforçamos muito em relação à pesquisa e aprendizado do tema análise combinatória. Acredito que precisamos estudar sim, para fazermos uma boa apresentação. Creio também que o método utilizado facilitou bastante a forma de aprendermos porque cada um possui o seu próprio jeito no diz respeito ao ensino- aprendizagem.

6.1 Análise dos dados

Ao analisar os comentários dos alunos percebemos uma influência muito forte em relação ao formalismo/tradicionalismo, visto que este modelo de aprendizagem esteve presente em todas as etapas da vida escolar desses estudantes, visto que a formação desses professores foi extremamente focada no modelo tradicional.

Desse modo, identificamos várias situações em que os alunos preferem o modelo tradicional de aprendizagem, simplesmente por essa identificação que os próprios alunos possuem com o método. Como relata o aluno 2 " estamos acostumados com os métodos tradicionais e isso dificulta um pouco aprendizagem por esta razão prefiro o método tradicional."

Todos somos conhecedores do método formalista /tradicional, onde é mais prático para o professor e para o aluno, o trabalho em sala de aula, pois aprendizagem já vem pronta e acabada, mas devemos pensar que se queremos formar cidadãos críticos e participativos, este caminho gera dúvidas, pois este modelo deixa de lado situações que pontuam a discussão a interatividade em sala de aula.

Em algumas situações apresentadas verifica -se que os alunos sentiram dificuldades em realizar esse tipo de atividade, pois BERTINI, p 03 evidencia a investigação como: "[...] uma investigação requer a participação efetiva do estudante na própria formulação das questões a estudar, e, segundo estudos, essa dinâmica favorece o seu envolvimento na aprendizagem".

> Na investigação matemática, o aluno é chamado a agir como um matemático, não apenas porque é solicitado a propor questões, mas, principalmente, porque formula conjecturas a respeito do que está investigando. Assim, "as investigações

matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração" (PONTE, 2006, p.10).

As metodologias diferenciadas, exigem dos envolvidos uma participação efetiva na realização das atividades, com isso, a atividade de investigação se apresenta como um choque de aprendizagem, pois os alunos estão muitos centrados nos métodos tradicionais, mesmo que as avaliações se apresentem de formas diferenciadas. FIORENTINI, 2010, P.40 Salienta que os professores e alunos estão acostumados com uma "cultura matemática", onde todos estão acostumados à supervalorização dos resultados. Sendo assim, nos comentários dos alunos, encontramos relatos de que os modelos tradicionais, talvez porque estes sempre estiveram presentes na trajetória escolar.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando toda trajetória do ensino da matemática, identificou -se que independente dos métodos aplicados, a teoria sempre esteve presente como item principal no desenvolvimento de ações da humanidade, por isso, muitos filósofos destacavam-se na construção e desconstrução de práticas que organizavam os modelos matemáticos.

Como o passar do tempo, percebe-se que a sociedade evolui e transfora-se, muitas coisas porém, também devem se adpatar ao dia a dia da sociedade, e sem dúvidas uma dessas questões que sofreu adaptação, foi o ensino da matemática, todas mudanças se deu por conta de que os seres evoluíram, tornaram- se questionadores. Com isso, muitas práticas de professores devem ser repensadas, a fim de que estas possam contribuir mais efetivamente para com a formação dos futuros estudantes.

Muitas vezes em conversas informais, ouvimos dos nossos próprios colegas, as dificuldades que se apresentam na aprendizagem da matemática, muitos nem sequer ouviram falar que existe situações em que o ensino da mesma pode ser apresentado com novas metodologias. Penso que há uma necessidade emergencial de que os futuros professores tenham contato com novas metodologias de ensino da matemática para estes ao sentirem necessidade de aplicações de modo diferenciado da matemática tenham suporte inicial para aplicar as novas metodologias.

Ao aplicar metodologias diferenciadas no curso de Formação de Docentes nível médio, percebeu-se que num primeiro contato, apesar se estarem no terceiro ano de formação, nunca tinham ouvido falar que os conteúdos matemáticos poderiam ser realizados de maneira mais diversificada. Com isso, ouve várias situações contraditórias, de como deveriam proceder. Alguns alunos, no entanto se sentira-se desconfortáveis, pois o professor comumente atua apenas como mediador na condução dos estudos, mas já se percebe um olhar diferenciado sobre o ensino da matemática principalmente na formação inicial de docentes. Voltando à questão colocada no início desse estudo, acredita -se que se ao apresentados novas metodologias de ensino da matemática, os futuros professores tendem a mudar suas práticas;

REFERÊNCIAS

BERTINI, L. F.; **Uso da Investigação Matemática no Processo de Ensino e Aprendizagem nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental**. Disponível em: *www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/.../135-1-A-gt8_bertini_ta.pdf. Acesso em: 10 de agost. 2015*

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais** (5ª a 8ªsérie): Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CERQUEIRA, S. D. A importância da aprendizagem significativa dos conceitos da Matemática. A Curiosidade na Aula de Ciências. **Revista Nova Escola**. Edição 265. setembro 2013. disponível em: http://revistaescola.abril.com.br/fundamental-2/palavra-especialista-demerval-santos-cerqueira-conexao-atividades-didaticas-matematica-752650.shtml. Acesso em: 29 de mai. 2015

CURY, N.H. **Recontando uma história: o formalismo e o ensino de Matemática no Brasil**. Disponível em: <http://www.unifra.br/professores/13935/45-165-2-PB%20(1).pdf>*. Acesso em: 13 de jun. 2015.*

CLARAS, A.F.; O **Movimento da Matemática Moderna e as Iniciativas de Formação docente***. Disponível em: < http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/863_662.pdf>. acesso em: 12 de jul. 2015.*

CRUZ, M.M.; **Desinteresse cresce e faltam 170 mil professores na educação básica do país***. Estado de Minas. Belo Horizonte. 20/08/2015 08:02. Disponível em: http://www.em.com.br/app/noticia/especiais/educacao/2015/08/20/internas_educacao,680122/desinteresse-cresce-e-faltam-170-mil-professores-na-educacao-basica.shtml. Acesso em: 21de agost. 2015.*

de Costa Trindade Cyrino, Márcia Cristina. **A Matemática, a arte e a religião na formação do professor de MatemáticaBoletim de Educação Matemática** [online] 2005, 18 (Mayo-Sin mes) : [Date of reference: 9 / octubre / 2015] Available in:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223444003> ISSN 0103-636X

ELLENBERG, J. **O poder do pensamento matemático: A ciência de como não estar errado**. Edição digital: abril 2015; ISBN: 978-85-378-1450-5, Disponível em:<http://bibliotecalivrandante.blogspot.com.br/search/label/Matem%C3%A1tica>. Acesso em: 12 de jul. 2015.

ESQUINCALHA, C.A. Nicolas Bourbaki e o **Movimento Matemática Moderna**. Revista de Educação, Ciências e Matemática v.2 n.3 set/dez 2012 ISSN 2238-2380 28. Disponível em: http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/1865/1085 acesso em: 10 de jun. De 2015.

FIORENTINI, D, ; CRISTOVÃO, M. E. **Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática**. ed. Alínea 2ª edição 2010. Campinas

GOMES, M.L.M. **História do Ensino da Matemática: uma introdução/Maria Laura Magalhães Gomes** – Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. Disponível em: http://www.mat.ufmg.br/.../historia_do_ensino_da_matematica_CORRIGIDO*. Acesso em: 06 de jun. de 2015*

MACIEL, M. V.; **A IMPORTÂNCIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO CIDADÃO** . Disponível em: revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/article/.../4359 . Acesso em: 10 de agost. 2015.

MENDES, I. A. **Matemática e Investigação em sala de Aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem** / Iran Abreu Mendes. - Ed. rev. e aum. - São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, A. **A Constituição do Paradigma do Formalismo Pedagógico Clássico em Educação Matemática**. Revista Zetetiké. Ano 3. n° 3;. 1995.

MÜLLER, I. / **UNOPAR Cient., Ciênc. Hum. Educ., Londrina**, v. 1, n. 1, p. 133-144, jun. 2000. Disponível: http://www.ime.usp.br/~brolezzi/disciplinas/20142/mpm5610/tendencias.pdf. Acesso em: 10 de jul. 2015.

PARANÁ; **DIRETRIZES CURRICULARES DA EDUCAÇÃO BÁSICA MATEMÁTICA** . Seed, 2008. Disponivel em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1 . Acesso em: 03 de mai. 2015.

PONTE, J. P. **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação**. Disponível em: repositorio.ul.pt › ... › FC-DE-CIE-GIDM - Capítulos de Livros. Acesso em 10 de jul. 2015.

SAVIANI, D. **Formação de Professores no Brasil. Dilemas e Perspectivas**. v.9, n. 1 jan/jun.2011; pp.07-19 . Disponível em: www.revistas.ufg.br/index.php/poiesis/article/view/15667/9592. Acesso em: 13 de jul. 2015.

SIMPRO. **Relação professor aluno pelo olhar de Paulo Freire**. 09 de Setembro de 2013. Disponível em: < http://www.sinproitajai.org.br/noticias/48-noticias/704-relacao-professor-aluno-pelo-olhar-de-paulo-freire.html>. Acesso em: 30 de jul. 2015.

CAPÍTULO 25

PAMATH-C POTENCIAL DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS: PROGRAMA DE ENTRENAMIENTO PARA NIÑOS

Alejandro Sánchez-Acero
franciscoa.sancheza@koradlorenz.edu.co
María Belén García-Martín
mariab.garciam@konradlorenz.edu.co
Fundación Universitaria Konrad Lorenz. Colombia

1 I INTRODUCCIÓN

Las Dificultades de Aprendizaje en Matemáticas (DAM), han sido estudiadas por diversos investigadores en las últimas décadas. Estos estudios han indicado que se presenta una prevalencia en niños entre un 3% y un 8% (González-Castro, Rodríguez, Cueli, Cabeza, & Álvarez, 2014; Sánchez-Acero & García-Martín, 2019a). Observando estas cifras es importante analizar estas dificultades, su evaluación e intervención (Aunio, Tapola, Mononen, & Niemivirta, 2016; Núñez & Lozano, 2003). Varios estudios avalan la eficacia de las intervenciones tempranas sobre niños con riesgo de presentar DAM (Gervasoni, 2005; Young-Loveridge, 2004).

Investigaciones de Aubrey, Dahl, y Godfrey (2006) enuncian que un bajo nivel de competencia matemática temprana predice posibles dificultades en el desarrollo matemático posterior, esto reforzado por la investigación de (Jordan & Hanich, 2000; 2003). De tal manera, se sabe que las habilidades en matemáticas al final de la educación infantil están relacionadas con la discriminación de cantidades, el dominio de las secuencias numéricas y el conocimiento e identificación de los números, y estás pueden predecir el éxito en primer grado de educación Primaria (Desoete & Grégoire, 2006).

Las DAM están enmarcadas según National Joint Committee on Learning Disabilities (1994) como una Dificultad Específica de Aprendizaje (DEA), junto con las dificultades relacionadas con la lectura y escritura. Por su parte, el Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales (DSM-5) (APA, 2013), lo presenta como uno de los síntomas en niños con Dificultades de Aprendizaje, delimitándolo específicamente como dificultades para dominar el sentido numérico, los datos numéricos o el cálculo, así como las dificultades en el razonamiento matemático. El DSM-5 (APA, 2013) aclara que dicha dificultad debe haber permanecido por lo menos durante 6 meses y se necesita el acompañamiento de un experto para poder diagnosticarla adecuadamente. A manera de parágrafo también define el término Discalculia como alternativo con el fin de referirse a un patrón de dificultades que se caracteriza por problemas de procesamiento con la información numérica, aprendizaje de operaciones aritméticas y cálculo correcto o fluido.

En la literatura se encuentran diversos tipos de clasificaciones sobre las DAM, para este estudio se tomará la referida por Geary (1994), citado por Bermejo (2004) donde enuncia que se pueden clasificar en tres grandes grupos:

DAM de tipo semántico: cuyas dificultades están relacionadas con la recuperación de la memoria, hechos matemáticos, como respuestas a problemas aritméticos sencillos. Por ejemplo en aritmética, los errores en la recuperación de la memoria están asociados a menudo a los números que contiene el problema (ej. responder 2+3 = 4, ya que 4 es el número que sigue en la secuencia de conteo 2, 3,...). Relacionado también con tiempos de reacción poco sistemáticos para la recuperación de los hechos matemáticos.

DAM de tipo procedimental: son dificultades relacionadas con la ejecución de los procedimientos utilizados en la realización de los algoritmos. Se observan mediante errores frecuentes en la ejecución de procedimientos en tareas matemáticas, sumado con la escasa comprensión de los conceptos subyacentes al uso de procedimientos y las dificultades para secuenciar los pasos en procedimientos complejos.

DAM de tipo visoespacial: dificultades relacionadas con la representación espacial de los números y con su valor posicional. Relacionándolo con la magnitud y la cantidad en un espacio determinado; por ejemplo, implicaciones de relación como grande-pequeño, más que-menos que, y los valores de posición de un número como 23 donde se representa el 2 como “veinte” unidades por su posición a la izquierda del 3.

En Colombia existen pocos estudios relacionados con la prevalencia y la identificación de las DAM y sus características particulares. Un estudio reciente de Sánchez-Acero y García-Martín, (2019a) encontraron que el porcentaje de niños con DAM es de un 7,63%, donde evaluaron un total de 162 niños entre los 6 y los 11 años mediante la prueba TEDI-MATH (Grégoire, Noël, & Van Nieuwenhoven, 2005), observando que en general las puntuaciones más altas (por encima del percentil 70) fueron Contar, Numerar, Operaciones con Apoyo de Imágenes y Estimación del Tamaño. Las pruebas Sistema Numérico Oral, Sistema en Base 10, Codificación, Operaciones Lógicas, Operaciones con Enunciado Aritmético, Operaciones con Enunciado Verbal y Conocimientos Conceptuales presentan puntaciones por debajo del percentil 40. Se encontraron que pruebas como Conocimientos Conceptuales, Operaciones con Enunciado Aritmético, Operaciones con Enunciado Verbal, Sistema Numérico Oral y Estimación del tamaño fueron las que más discriminaban a los niños con dificultades y sin dificultades.

Al analizar las áreas evaluadas con menor desempeño en la TEDI-MATH (Grégoire, Noël, & Van Nieuwenhoven, 2005) frente a la clasificación realizada por Geary (1994) (Tabla 1), se encuentra que las DAM de tipo semántico y procedimental son las más afectadas.

Clasificación de las DAM	Áreas con puntuaciones bajas de la TEDI-MATH en niños colombianos
Semántico	Sistema Numérico Oral Codificación Operaciones con Enunciado Verbal Conocimientos Conceptuales
Procedimental	Sistema en Base 10 Operaciones Lógicas Operaciones con Enunciado Aritmético,
Visio-espacial	N-A

Tabla 1. Comparativo entre la clasificación de las DAM de Geary (1994) y las áreas con puntuación baja en la TEDI-MATH Sánchez-Acero y García-Martín (2019a).

Esta información permite realizar un análisis sobre las DAM en Colombia, no sólo con el fin de determinar las áreas con mayor o menor desempeño que presentan los niños en matemáticas, sino para determinar las habilidades que se deben entrenar para mejorar a los niños identificados con DAM.

Hasta el momento se pueden observar diversos programas de intervención para mejorar las dificultades en matemáticas como los de Fedriani, Fernández y Ojeda (2013) al igual que los de Butterworth, Varma y Laurillard (2011) con el programa Big Math for Little Kids (Greenes, Ginsburg y Balfanz, 2004). En éstos, las tareas se basan en la introducción de conceptos básicos como: comparación, clasificación, seriación, trabajando la introducción de conceptos aritméticos iniciales (sumas, restas...), lo cual contribuye al mejoramiento del sentido numérico (Berch, 2005), el cual es un predictor fuerte del desempeño matemático en cursos posteriores. Por su parte Siegler y Ramani (2009) han mostrado la importancia del sentido numérico y su desarrollo a través de juegos simples (recta numérica y dados), mostrando cómo mejoran en su rendimiento matemático especialmente los niños de bajo nivel socioeconómico.

Como es de esperarse, la mayoría de niños con DAM muestran grandes dificultades para aprender conceptos matemáticos lo que lleva a obtener un rendimiento en general considerablemente inferior a sus iguales de la misma edad sin DAM (Fuchs & Fuchs, 2002), por lo cual los programas instruccionales pueden ser una herramienta base para disminuir dichas dificultades.

En la actualidad se pueden encontrar diferentes programas de intervención basados en el proceso de Enseñanza Asistida por Ordenador (EAO), los cuales son avalados por investigaciones sobre su influencia en el aprendizaje matemático y su consecuente mejora (Aydin, 2005; Räsänen, Salminen, Wilson, Aunio, & Dehaene, 2009). Por su parte, Symington y Stranger (2000) enuncian que las herramientas tecnológicas mediadas por computador son instrumentos eficientes para realizar intervenciones. Estos EAO han tomado como referencia programas tradicionales para la elaboración de nuevas herramientas computarizadas entre ellos se puede mencionar el Mathematics Recovery Programe (Wright, Martland, Stafford, & Stanger, 2006), y el Numeracy Recovery Programme (Dowker, 2005).

El software *«Jugando con Números 2.0»* (Navarro, Ruiz, Alcalde, Aguilar, & Marchena, 2007) también es un programa de intervención que incluye sub-programas destinados al desarrollo, aprendizaje y refuerzo de habilidades en competencia matemática. Está dirigido a alumnos del primer ciclo de Primaria, presenta distintos niveles de dificultad y además se puede aplicar a edades más tempranas o a niños con necesidades educativas especiales. En cada uno de los programas, después de la respuesta del alumno, si ésta es correcta, aparece una pantalla de refuerzo. Por el contrario, cuando no es correcta, el ordenador proporciona una ayuda donde le indica cuál debería haber sido su respuesta correcta en base al error cometido. Jugando con Números 2.0 está compuesto de los siguientes sub-programas: Comparaciones, clasificaciones, seriaciones, combinaciones, repartir y recta numérica (Aragón, Aguilar, Navarro, & Araujo, 2015).

Para este estudio no se tendrá en cuenta la metodología EAO, a pesar de que en varias investigaciones, como las mencionadas, se muestra eficiencia en su práctica. También observamos que posturas como las de Aznar-Díaz, Cáceres-Reche, Hinojo-Lucena (2005) enuncian que existe una brecha tecnológica que puede entorpecer los procesos de aprendizaje favoreciendo la desigualdad entre los que sí tienen acceso y los que no lo poseen.

Por su parte la metodología de Potencial de Aprendizaje (PA) tanto como una herramienta de evaluación como también, una herramienta de entrenamiento ha sido investigada por diversos investigadores por ejemplo, Swanson (2003), Morales y Landa (2004) prueban que las habilidades metacognitivas entrenadas mediante estrategias de aprendizaje-mediado afianzan y mejoran los procesos de aprendizaje en los niños con diferentes tipos de dificultades en el aprendizaje.

La Evaluación del Potencial de Aprendizaje, constituye una alternativa para la evaluación y la intervención en niños con diferentes dificultades. Desde esta perspectiva, el examinador intenta que el niño consiga el éxito a partir de sus fracasos proporcionándole ayudas o guías, Swanson, (2003). El entrenamiento y la evaluación basada en Potencial de Aprendizaje o Evaluación Dinámica, implica dos conceptos importantes: Actividad y Modificabildad. El examinador y el examinado asumen un rol activo, donde el examinador interviene y modifica la interacción con el examinado con el propósito de inducir exitosamente el aprendizaje (Swanson, Olide, & Kong, 2017).

El examinado es dirigido y reforzado para asumir un rol activo en la búsqueda y en la organización de la información. El producto del entrenamiento y la evaluación es la modificabilidad o el cambio en el funcionamiento cognitivo (Morales & Landa, 2004; Morales, 2013). La idea subyacente según Resign, (2001), retoma la posición de Binet y Thorndike sobre la Inteligencia entendida como capacidad de aprender, influida por la teoría de Vigotsky en el sentido de que no sólo se interesan por determinar el nivel intelectual, sino también por la posibilidad de instrucción del sujeto evaluado. Así, desde sus inicios, la mayoría de los grupos de investigación que han desarrollado esta tecnología, han asumido como constructos teóricos fundamentales el concepto de Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, Vigotsky, (1978), y los de Modificabilidad Cognitiva y Mediación desarrollados por Feuerstein, (Feuerstein, Rand, & Hoffman, 1979).

Este estudio presenta el diseño y pilotaje de un protocolo de entrenamiento basado en potencial de aprendizaje para mejorar las dificultades en el área de matemáticas en niños colombianos, describe su proceso de diseño y arroja resultados sobre la prueba en un grupo de 10 niños.

2 I PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

El objetivo principal de este estudio es diseñar y pilotear un entrenamiento en competencias matemáticas basado en la perspectiva del Potencial de Aprendizaje en niños colombianos entre 7 y 10 años con DAM.

Para el desarrollo de este objetivo se siguieron cinco fases (Figura 1)

Figura 1. Estructura metodológica para la propuesta de PAMATH-C.

A continuación, se describe el “PAMATH-C, Potencial de Aprendizaje en matemáticas: Programa de entrenamiento en niños”, sesión a sesión donde se delimita el objetivo, el contexto y la mediación correspondiente de cada una de las actividades. Luego, se expondrá una tabla describiendo las dificultades encontradas en cada sesión y los cambios realizados parar consolidar una versión final de este programa de entrenamiento.

2.1 Diseño del instrumento de entrenamiento

2.1.1 Competencias que desarrolla el PAMATH-C

Razonamiento verbal: entendido como la capacidad para razonar con contenidos verbales, estableciendo entre ellos principios de clasificación, ordenación, relación y significados.

Procesos de cuantificación: entendidos como la capacidad de comparar objetos asignándole una cantidad numérica.

Razonamiento numérico. Refiere capacidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad.

Resolución de problemas: se refiere al proceso mental que se pone en marcha para descubrir, analizar y resolver problemas. La noción se refiriere a todo el proceso o a su fase final, cuando el problema efectivamente se resuelve.

2.1.2 Tareas diseñadas para el logro de las competencias que desarrolla el PAMATH-C.

Decisión numérica oral: se le presenta oralmente al niño ciertas palabras y éste debe indicar si son números o no. *Ej:"te voy a decir unas palabras y debes decirme si éstas son números o no*".

Decisión numérica escrita: se le presenta de forma escrita al niño ciertas palabras y debe indicar si estas palabras son números. *Ej:"te voy a presentar unas palabras y debes decirme si éstas son números o no*".

Juicio Gramatical: se le presenta al niño oraciones las cuales están relacionadas con palabras que representan números y el niño decide si la oración tiene sentido o no. *Ej: "Un amigo me ha dicho que tiene …, canicas". ¿Puedes decirme cuando está bien dicho?*

Comparación de números orales: aquí se les presenta a los niños de forma oral dos números y ellos deben decidir cuál es mayor o menor. *Ej: "Te voy a decir unos números y debes decirme cuál es más grande".*

Operaciones con enunciado aritmético: El niño debe resolver operaciones sencillas mostradas en láminas. *Ej: Se presentan láminas con operaciones 6+8=…, 2+2=…. SIN LEERLAS.*

Operaciones con enunciado verbal: El niño debe resolver problemas básicos escritos, identificando la operación a realizar. *Ej: "Luis tiene 2 canicas y gana otras 2, ¿Cuántas tendrá en total?".*

Comparación de números escritos: aquí se les presenta a los niños de forma escrita dos números y ellos deben decidir cuál es mayor o menor. *Ej: "Te voy a decir unos números y debes decirme cuál es más grande".*

Conocimientos conceptuales: El niño debe argumentar y reconocer algunas propiedades o conceptos básicos de las matemáticas. *Ej: Se presentan en ejercicios las propiedades conmutativas, definición de multiplicación etc. Si se conoce que 2+2+2=6---- Con esto se podrá conocer cuál es resultado de 2x3=….*

Las tareas no están relacionadas uno a uno a cada competencia, en cada actividad se proporcionará el objetivo, las competencias y las tareas que desarrollará el niño.

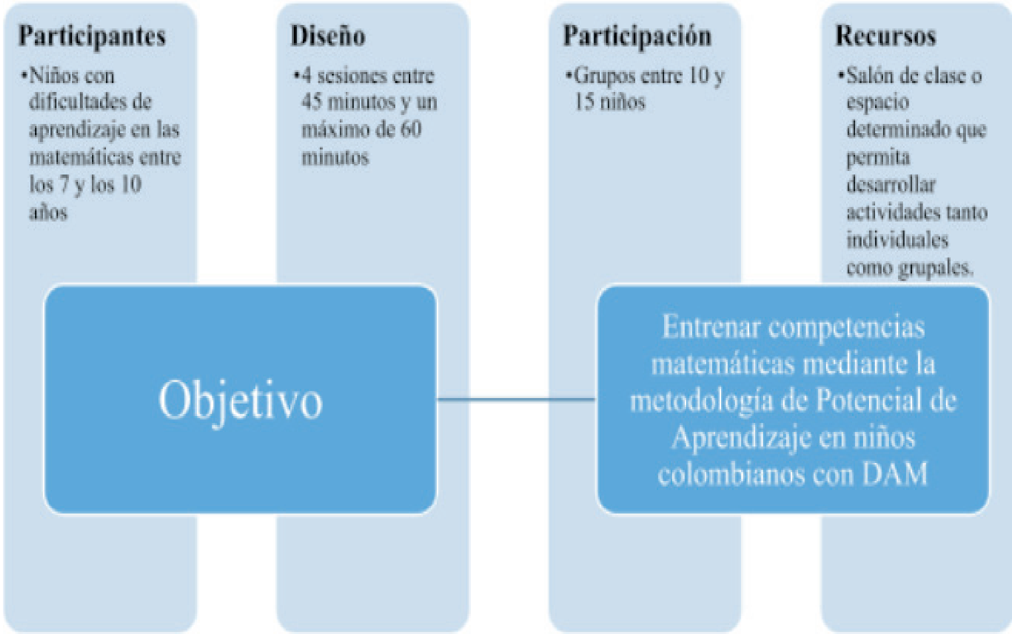


Figura 1. Estructura del PAMATH-C.

EL ANEXO COMPLETO DEL PROTOCOLO DE INTERVENCIÓN SE ENCUENTRA EN: https://drive.google.com/file/d/1ocR6GLN9N6y4BwrvPfBVgbHAaG0N9c5T/view?usp=sharing

2.2 Instrumentos de evaluación del pilotaje.

Para la evaluación pretest y postest se utilizaron tres instrumentos: Torres de Hanoi, TEDI-MATH y WISC-IV. A continuación, se especificará cada una de estas.

2.2.1 Torres de Hanoi.

Esta prueba es como un juego en el que se debe solucionar un problema, se tiene tablero que con 3 barras o torres. En la primera torre se tiene 3 discos: el de abajo es el más grande, el del medio es de tamaño mediano y el de arriba es el más pequeño. El problema consiste en tratar de colocar los discos en la tercera barra, igual que están en la primera (barra de inicio). Se deben mover de uno en uno, nunca se podrá poner un disco grande sobre otro más pequeño y sólo se pueden colocar en otra barra, nunca fuera del tablero. (Calero, García-Martín, & Gómez-Gómez, 2007).

Los errores que se cometen son:

Error Tipo 1: mover más de una ficha a la vez.
Error Tipo 2: sacar una o mas fichas del juego.
Error Tipo 3: colocar un disco grande encima de uno pequeño.

Puntuaciones que se obtienen:

Número de ensayo con 3 discos. El número del ensayo en el que el niño resuelve la tarea correctamente con este número de discos (3). El mínimo número de movimientos con 3 discos es 7.

Número de ensayo con 4 discos. El número del ensayo en el que el niño resuelve la tarea correctamente con este número de discos (4). El mínimo número de movimientos con 4 discos es 15.

Número de ensayo con 5 discos. El número del ensayo en el que el niño resuelve la tarea correctamente con este número de discos (5). El mínimo número de movimientos con 5 discos es 31.

Para la investigación se ha utilizado las puntuaciones con 3, 4 y 5 discos, utilizando la puntuación del ensayo número 5 como puntuación final de cada disco. También se calcula una puntuación promedio por los errores cometidos por cada disco. De esta manera se tendrán 6 puntuaciones, 3 relacionadas con número de movimientos y 3 relacionadas con los errores.

Es muy importante que el niño antes de iniciar el conteo de los ensayos tenga tanto la instrucción con el objetivo claros como los errores que pueda cometer.

Al finalizar se obtendrán las mediciones de potencial de aprendizaje por cada niño evaluado.

2.2.2 TEDI-MATH

Test para el Diagnóstico de las Competencias Básicas en Matemáticas [TEDI-MATH] (Grégoire, Noël, & Van Nieuwenhoven, 2005). Este test evalúa las competencias básicas matemáticas de las siguientes áreas: a) Contar; b) Numerar; c) Comprensión del sistema numérico; d) Operaciones lógicas; e) Operaciones y f) Estimación del tamaño, La prueba determina 12 factores generales, entre los 6 subtests obteniendo así, 12 puntuaciones para toda la prueba. En este estudio se evaluaron únicamente las áreas que parecen identificar con fiabilidad dificultades de aprendizaje en matemáticas en niños colombianos (Sánchez-Acero & García-Martín, 2019a) que son: sistema numérico oral, operaciones con enunciado aritmético, operaciones con enunciado verbal, conocimientos conceptuales y estimación del tamaño. La prueba se utilizarán las puntuaciones directas en cada subprueba aplicada.

2.2.3 WISC-IV

El Test de Inteligencia para niños (WISC-IV) (Wechsler, 2006), es una prueba de inteligencia, para este caso se aplicaron las subpruebas que median: a) Índice de Comprensión verbal (CV) el cual expresa habilidades de formación de conceptos verbales, expresión de relaciones entre conceptos, riqueza y precisión en la definición de vocablos, comprensión social, juicio práctico, conocimientos adquiridos y agilidad e intuición verbal. Donde se la aplicó la prueba específica de Semejanzas la cual analiza la capacidad de abstraer y generalizar a partir de dos conceptos dados; b) El índice de Memoria de Trabajo (MT) el cual analiza la capacidad de retención y almacenamiento de información, de operar mentalmente con esta información, transformarla y generar nueva información. Este índice se evaluó en específico la prueba de Dígitos (D) donde se analiza memoria inmediata y memoria de trabajo, indicando habilidades de secuenciación, panificación, alerta y flexibilidad cognitiva; c) La Velocidad de Procesamiento (VP) el cual mide la capacidad para focalizar la atención, explorar, ordenar y/o discriminar información visual con rapidez y eficacia. Aplicando el sub-test de Claves (CL) el cual mide habilidades de rapidez asociativa, aprendizaje, percepción visual, coordinación viso-manual, atención, motivación y resistencia frente a tareas repetitivas.

3 I METODOLOGÍA Y PARTICIPANTES

Se utilizó una muestra de 10 estudiantes en edades entre los 7 y los 9 años M(8,7), d.t.(1,2) distribuidos por género en 4 niños y 6 niñas de un Centro Educativo Distrital de la ciudad de Bogotá. La selección la muestra fue intencional y los niños que participaron fueron seleccionados mediante la aplicación de la prueba TEDI-MATH (Grégoire, Noël, & Van Nieuwenhoven, 2005) que mostraron 3 o más áreas con puntuaciones por debajo del centil 40. A estos niños se les aplicó la prueba de Potencial de Aprendizaje, TEDI-MATH, Torres de Hanoi e inteligencia (Comprensión verbal, memoria de trabajo y velocidad de procesamiento) con WISC-IV (Wechsler, 2006).

Procedimiento

Se envió consentimiento informado a los padres de familia y se les informó a los niños sobre el procedimiento del protocolo de entrenamiento. Se aplicó el protocolo durante las 4 sesiones con una duración aproximada de 50 minutos cada una. Las sesiones se desarrollaron de forma grupal en un espacio cerrado y sin distractores. Se recolectaron datos sobre el vocabulario, los tiempos de cada actividad y las respuestas dadas por los participantes. Al terminar las sesiones se evaluaron a los niños con las mismas pruebas aplicadas al inicio. Se analizaron los resultados y se enviaron recomendaciones a los padres de familia y al colegio. Por último, se modificó el protocolo para su versión final.

Análisis de datos

Para la evaluación del pilotaje del PAMATH-C se realizaron los siguientes análisis: Descriptivos de la muestra. T de Student de muestras relacionadas para comparar las puntuaciones medias pretest y postest de todas las variables.

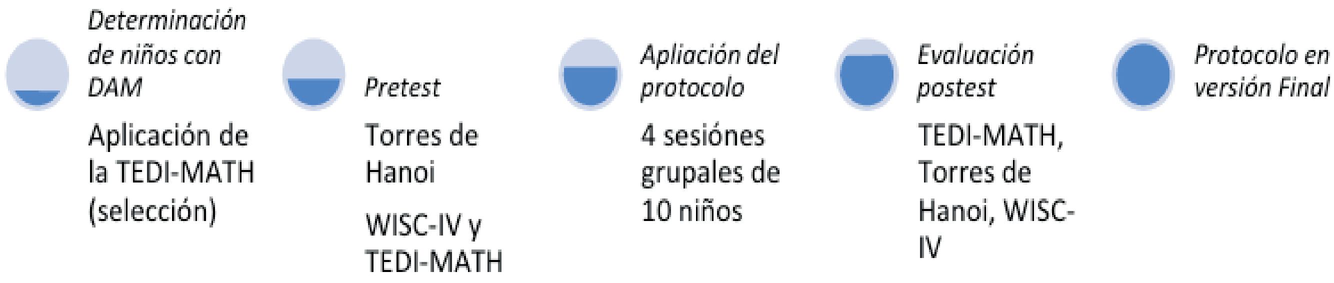


Figura 20. Proceso de análisis de datos del PAMATH-C

4 I RESULTADOS

En los resultados de la prueba t de student (Tabla 6) para muestras relacionadas se evidencian diferencias significativas en la mayoría de las variables. En sólo dos pruebas no se encontraron resultados significativos, aunque se podrían considerar diferencias significativas marginales, éstos fueron, el número de ensayos con 5 discos p = 0,052 y conocimientos conceptuales p = 0,052 de la TEDI-MATH.

Pruebas	M	d.t.	t	p
Movimientos con 3 Discos Pretest	7.800	.632	-5.014	< .001
Movimientos con 3 Discos Postest	7,000	.000		
Movimientos con 4 Discos Pretest	17.400	1.713	-4.743	.001
Movimientos con 4 Discos Postest	16.000	.816		
Movimientos con 5 Discos Pretest	39.300	2.791	-2.236	.052
Movimientos con 5 Discos Postest	34.100	1.663		
Errores 3Discos Pretest	4.860	.749	-9.000	< .001
Errores 3Discos Postest	2.130	1.320		
Errores 4 Discos Pretest	6.510	1.529	-4.000	.003
Errores 4 Discos Postest	3.940	1.353		
Errores 5 Discos Pretest	7.400	1.356	-3.737	.005
Errores 5Discos Postest	4.110	1.825		
Sistema numérico oral Pretest	21.200	1.033	-8.820	< .001
Sistema numérico oral Postest	25.600	2.271		
Operaciones con enunciado aritmético Pretest	29.100	12.106	-2.780	.021
Operaciones con enunciado aritmético Postest	36.300	14.119		
Operaciones con enunciado verbal Pretest	7.400	1.506	-4.019	.003
Operaciones con enunciado verbal Postest	9.100	1.197		
Conocimientos conceptuales Pretest	3.500	1.269	-2.236	.052
Conocimientos conceptuales Postest	4.000	1.414		
Estimación del tamaño Pretest	15.200	1.549	-5.250	< .001
Estimación del tamaño Postest	16.600	1.265		
Dígitos Pretest	9.000	1.764	-6.273	< .001
Dígitos Postest	11.300	1.767		

Conceptos Pretest	10.500	2.953	-11.769	< .001
Conceptos Postest	15.600	2.836		
Claves Pretest	35.300	7.119	-8.060	< .001
Claves Postest	44.700	9.934		

Tabla 8. Prueba t student para muestras relacionadas entre las medias pretest y postest de todas las variables.

Se observa que las puntuaciones medias del número de movimientos disminuyeron con 3, 4 y 5 discos desde la aplicación pretest a la postest (Figura 21).

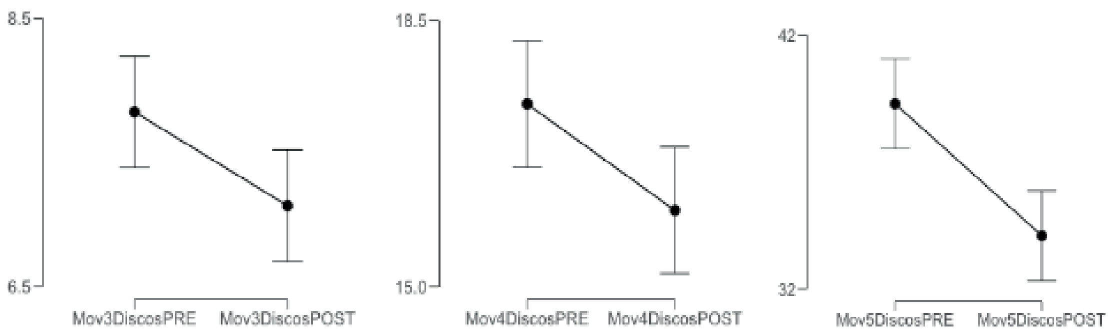


Figura 21. Puntuación media del número de movimientos en pretest y postest por 3,4, y5 discos en la prueba de Torres de Hanoi.

Frente al numero de errores promedio entre el pretest y el postest se evidenció que disminuyeron tanto con 3, 4 y 5 discos también desde la medición pretest a la postest (Figura 22).

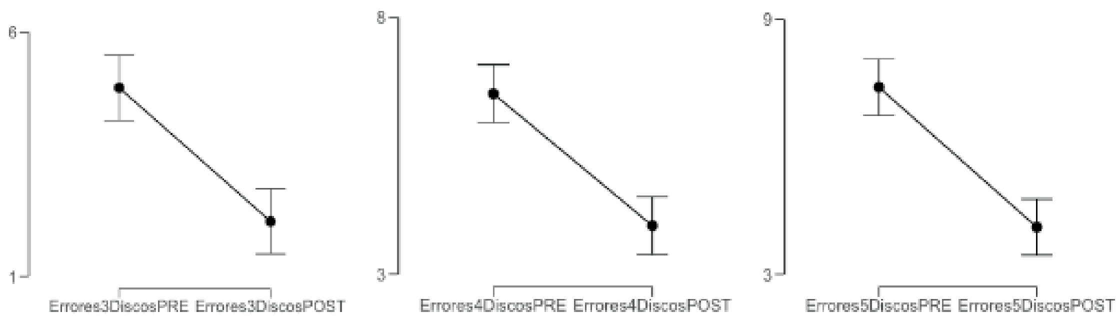


Figura22. Puntuación media de errores en pretest y postest por 3, 4 y 5 discos de la Prueba Torre de Hanói.

Sobre las puntuaciones directas en el postest de las variables evaluadas en la TEDI-MATH, se observa que mejoraron significativmente con respecto a las del pretest (Figura 23). Es necesario recordar que la diferencia en la variable Conocimientos Conceptuales fue marginal (p=.052).

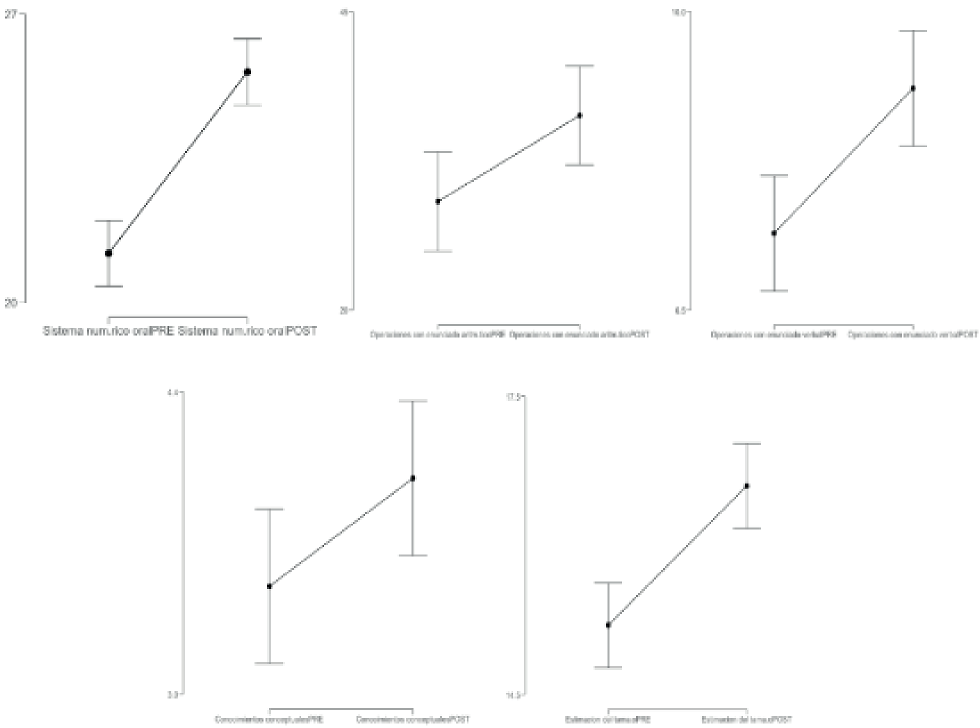


Figura 23. Puntuaciones directas del Pretest y Postest de las puntuaciones en la subpruebas de la TEDI-MATH

En la (Figura 24), se observa que las puntuaciones postest en las subpruebas de la WISC-IV mejoraron significativamente con respecto a los datos presentados en el pretest.

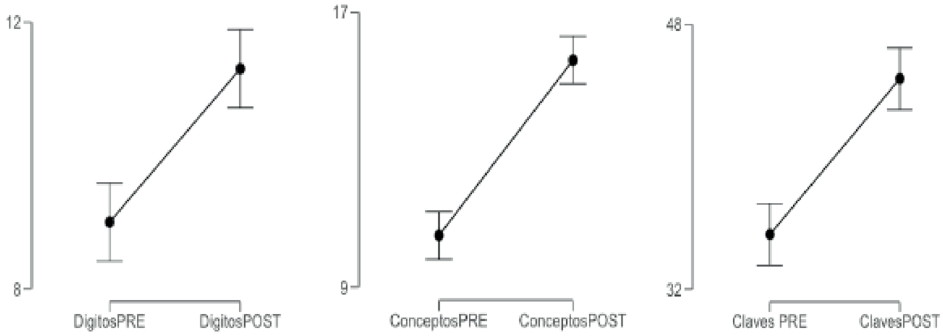


Figura 24. Puntuaciones directas del Pretest y Postest de las puntuaciones en la subpruebas de la WISC-IV.

5 I CONCLUSIONES

Los resultados muestran la efectividad del protocolo frente a sus resultados tanto en los componentes de Potencial de Aprendizaje mediante la prueba de Torres de Hanoi, competencias matemáticas con las subpruebas de la TEDI-MATH y las subpruebas de evaluación de inteligencia evaluadas con la WISC-IV. Lo que implica que el protocolo PAMATH-C no sólo es efectivo para mejorar competencias matemáticas sino a su vez su diseño permite mejorar en velocidad de procesamiento, memoria de trabajo y razonamiento verbal.

Se ha desarrollado una propuesta de intervención con un plan de actuación grupal (máximo 10 niños), acorde a las características y necesidades que presentan los mismos, integrando actividades en grupo, que permiten tanto la interacción con el otro como el desarrollo invidiual en cada una de las competencias. Con esta intervención se ha favorecido el gusto por las matemáticas alejando a los niños que han sindo intervenidos de los mitos sociales y culturales propios de la asignatura de matemáticas propios de esta edad en este contexto. Esto mediante actividades motivadoras utilizando diversos recursos para tal fin.

El protocolo se diseñó únicamente en 4 sesiones con el objetivo de poder ver resultados significativos en el menor tiempo posible y también para asegurar que los reusltados encontrados se debían a la propia intervención, y no al mero paso del tiempo y del curso escolar en los niños. Del mismo modo, el apoyo por parte de la familia y la institución hacen parte fundamental del buen desarrollo del niño en la intervención ya que el apoyo emocional y la motivación son fundamentales para la continuidad y la finalización de la intervención.

El PAMATH-C es un protocolo diseñado bajo la metodología del potencial de aprendizaje lo que permite al niño mejorar en sus habilidades y competencias metacognitivas lo que impacta en las demás áreas del conocimiento, mejorando la generalización de sus aprendizajes.

Tendiendo en cuenta lo anterior, el protocolo diseñado PAMATH-C prueba su eficacia dentro de este estudio piloto en su aplicación con niños colombianos, sin embargo se hace necesario realizar un estudio clínico mucho más profundo con más participantes y con la versión final desarrollada en este documento. De esta manera, se puede observar como resultado de este ejercicio el diseño y validación del protocolo PAMATH-C como una intervención pionera para mejorar las DAM en niños colombianos bajo la metodología del potencial de aprendizaje.

REFERENCIAS

American Psychiatric Association, APA. (2013). Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders Fifth Edition (DSM 5). Washington D.C.: American Psychiatric Association.

Aragón, E., Aguilar, M., Navarro, J. & Araujo, A. (2015). Efectos de la aplicación de un programa de entrenamiento específico para el aprendizaje matemático temprano en educación infantil. Revista Española De Pedagogía, 73 (260), pp. 105-119. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/ servlet/articulo?codigo=4916001.

Aubrey, C., Dahl, S., & Godfrey, R. (2006) Early mathematics development and later achievement: Further evidence, Mathematics Education Research Journal, 18, pp. 27–46.

Aunio, P., Tapola, A., Mononen, R., & Niemivirta, M. (2016). Early mathematics skill development, low performance, and parental support in the finnish context. Early childhood mathematics skill development in the home environment, 51-70, 10.1007/978-3-319-43974-7_4.

Aydin, E. (2005) The use of computers in mathematics education: A paradigm shift from «computer assisted instruction» towards «students programming», The Turkish Online Journal of Educational Technology, 4, pp. 79–83.

Aznar-Díaz, I., Cáceres-Reche, M. P., & Hinojo-Lucena, F. J. (2005). El impacto de las TIC en la sociedad del milenio: nuevas exigencias de los sistemas educativos ante la “alfabetización tecnológica”. Revista Virtual Étic@.net. Año III(4), 177-190.

Berch, D. B. (2005) Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities, Journal of Learning Disabilities, 38, pp. 333–339.

Bermejo, V. (2004). Cómo enseñar matemáticas para aprender mejor. Madrid: Editorial CCS

Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. Science, 332 (6033), 1049-1053. doi:10.1016/j.cub.2011.07.005.

Calero, M.D., García-Martín, M.B., & Gómez-Gómez, M.T. (2007). El alumnado con sobredotación intelectual: conceptualización, evaluación y respuesta educativa. Sevilla: Consejería de Educación, Junta de Andalucía.

Desoete, A., & Grégorie, J. (2006) Numerical competence in young children and in children with mathematics learning disabilities, Learning and Individual Differences, 16, pp. 351–367.

Dowker, A. (2005) Early identification and intervention for students with mathematics difficulties, Journal of Learning Disabilities, 38, pp. 324-332.

Fedriani, E., Fernández, A. A., & Ojeda, M. (2013) Ludymat: un intento de motivación por las matemáticas mediante el juego, Suma. Revista sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas, 72, pp. 45-49.

Feuerstein, R., Rand, & Hoffman (1979). Instrumental enrichment. Baltimore: University Park Press.

Fuchs, L.S., & Fuchs, D. (2002). Mathematical problem solving profiles of students with mathematics learning disabilities with and without reading disabilities. Journal of Learning Disabilities, 35, 563-573.

Geary, D. C. (1994). Children’s Mathematical Development, Research and Practical Applications. Washington, DC: American Psychological Association.

Gervasoni, A. (2005). The diverse learning needs of young children who were selected for an intervention program, en CHICK, H. L. y VINCENT, J. L. (eds.) Proceedings of the 29th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, vol. 3 (Melbourne, Australia, PME), pp. 33-40.

González-Castro, P., Rodríguez, C., Cueli, M., Cabeza, L.,& Álvarez, L. (2014) Competencias matemáticas y control ejecutivo en estudiantes con Trastorno por Déficit de Atención con Hiperactividad y Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas, Revista de Psicodidáctica, 19, pp. 125-143.

Greenes, C., Ginsburg, H. P., & Balfanz, R. (2004) Big math for little kids, Early Childhood Research Quarterly, 19, pp. 159–166.

Grégoire, J., Nöel, M., & Van-Nieuwenhoven, C. (2005). TEDI-MATH; Test para el Diagnostico de las Competencias Básicas en Matemáticas. Madrid: TEA Ediciones.

Jordan, N. C., & Hanich, L. B. (2003) Characteristics of children with moderate mathematics deficiencies: A longitudinal perspective, Learning Disabilities Research y Practice, 18, pp. 221–231.

Jordan, N.C., & Hanich, L.B. (2000). Mathematical thinking in second-grade children with differents forms of LD. Journal of Learning Disabilities, 33, 567-578.

Morales, M. (2013). Teoría de la modificabilidad cognitiva un modelo para ser aplicado en la escuela theory of cognitive modifiability a modelto be appliedat school. Educação: Saberes E Práticas, 1(1), 1–13.

Morales, P., & Landa, V. (2004). Aprendizaje basado en problemas. Theoria, 13(1), 145-157.

National Joint Committee on Learning Disabilities (1994). Collective perspectives on issues affecting learning disabilities. Austin, TX: PRO-ED.

Navarro , J. I., Ruiz, G., Alcalde, C., Aguilar, M., & Marchena, E. (2007) Jugando con números. Cd-rom problemas matemáticos para niños (Cádiz, Departamento de Psicología).

Núñez, M., & Lozano, I. (2003) Evaluación del pensamiento matemático temprano en alumnos con déficit intelectual, mediante la prueba TEMA-2, revista española de pedagogía, 226, pp. 547-564.

Räsänen, P., Salminen, J., Wilson , A. J., Aunio, P., & Dehaene, S. (2009) Computer-assisted intervention for children with low numeracy skills, Cognitive Development, 24, pp. 450-472.

Resing, W. C. M. (2001). Beyond Binet all Testing should be Dynamic testing. Issues in Education Contributions from Educational Psychology, 7(2), 225-235.

Sánchez-Acero, A., & García-Martín, M. B. (2019a). Identificación de dificultades de aprendizaje en matemáticas en niños colombianos y su relación con variables de inteligencia. Acta Colombiana de Psicología.(en Prensa).

Siegler, R. S., & Ramani, G. B. (2009) Playing linear number board games —but not circular ones— improves low-income preschooler´s numerical understanding, Journal of Educational Psychology, 101, pp. 545–560.

Swanson, H. L. (2003). Age-related differences in learning disabled and skilled readers' working memory. Journal of Experimental Child Psychology, 85(1), 1-31.

Swanson, H.L., Olide, A.F., & Kong, J.E. (2017). Latent Class Analysis of Children With Math Difficulties and/or Math Learning Disabilities: Are There Cognitive Differences. Journal of Educational Psychology. Article in Press. doi: 10.1037/edu0000252

Symington, L., & Stranger, C. (2000) Math = success: New inclusionary software programs add up to a brighter future, Teaching Exceptional Children, 32, pp. 28–33.

Vigotsky, L.S. (1978). Mind in Society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Wechsler, D. (2006). Escala de inteligencia de Wechsler para niños IV (WISC-IV). Madrid: TEA Ediciones.

Young-Loveridge, J. M. (2004) Effects on early numeracy of a program using number books and games, Early Childhood Research Quarterly, 19, pp. 82-98.

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves- Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

H

I

J

L

M

N

O

P

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-686-7
9 788572 476867