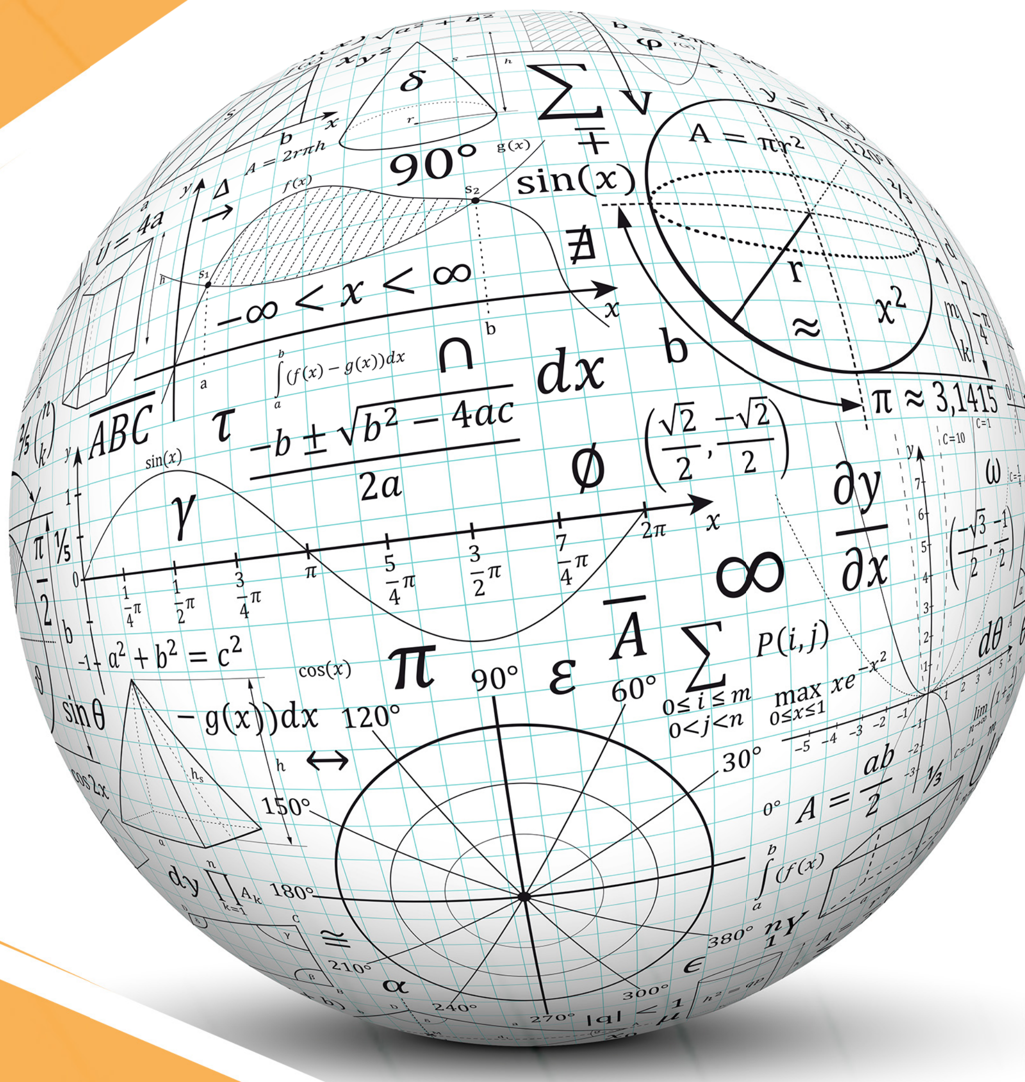
Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)



Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Universo dos Segmentos envolvidos com a Educação Matemática

Atena Editora
2019

2019 *by Atena Editora*
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Karine de Lima
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

U58 Universo dos segmentos envolvidos com a educação matemática [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-603-4
DOI 10.22533/at.ed.034190309

1. Educação. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Professores de matemática – Formação. 4. Prática de ensino. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A matemática nos dias de hoje, tem se mostrado uma importante ferramenta para todo cidadão, logo, não é somente restrita a comunidade científica que se dedica a esta área. Diante de toda as informações a que somos expostos a todo tempo, cabe a cada pessoa ser capaz de analisar, interpretar e inferir sobre elas de maneira consciente.

Esta obra, intitulada “Universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática” traz em seu conteúdo uma série de trabalhos que corroboram significativamente para o olhar da pesquisa matemática em prol da discussão sobre a Educação matemática, do Ensino Básico ao Superior. Discussões essas que são pertinentes em tempos atuais, pois apontam para o desenvolvimento de pesquisas que visam aprimorar propostas voltadas ao Ensino e Aprendizagem de Matemática, assim como na formação básica dos professores da disciplina.

Ao leitor, indubitavelmente os trabalhos aqui apresentados ressaltam a importância do desenvolvimento de temas diversos na disciplina de Matemática.

Que a leitura desta obra possa fomentar o desenvolvimento de ações práticas voltadas às diversidades na Educação, tornando o Ensino da Matemática cada vez mais voltado a formação cidadã.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

GEOGEBRA: FERRAMENTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DAS FIGURAS ESPACIAIS - CUBO, PARALELEPÍPEDO, CONE, CILINDRO E ESFERA

Larisse Lorrane Monteiro Moraes
Universidade do Estado do Pará – UEPA.
Moju – Pará

Aderian dos Santos Rodrigues
Universidade do Estado do Pará – UEPA.
Moju – Pará

RESUMO: O presente trabalho apresenta resultados de um projeto de intervenção realizado durante a disciplina Instrumentação para o Ensino da Matemática II do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Pará - UEPA, onde aplicou-se a utilização da tecnologia como método facilitador para o ensino de figuras espaciais com os 25 alunos da turma do 2º ano do Ensino Médio da Escola Antônio de Oliveira Gordo do município do Moju-PA. O projeto teve o objetivo de contribuir para a evolução dos conhecimentos de cálculos que envolvam áreas e volumes das figuras espaciais: cubo, paralelepípedo, cone, cilindro e esfera. A partir dos resultados obtidos, é possível inferir, que a utilização do software Geogebra como alternativa metodológica se mostrou satisfatória, uma vez que, mais de 60% dos discentes conseguiram progredir nos cálculos que envolvem a área e o volume das figuras espaciais estudadas. Desse modo, esta didática metodológica pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem das figuras geométricas espaciais.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática. Figuras espaciais. Software Geogebra.

GEOGEBRA: METHODOLOGICAL TOOL FOR TEACHING SPATIAL FIGURES - CUBE, PARALLELEPIPED, CONE, CYLINDER AND SPHERE

ABSTRACT: The present work presents results of an intervention project carried out during the Instrumentation for Mathematics Teaching II course of the Mathematics Degree course of the University of the State of Pará - UEPA, where the use of technology was applied as a facilitating method for the teaching of spatial figures with the 25 students of the class of the 2nd year of the High School of the Antônio de Oliveira Gordo School in the municipality of Moju-PA. The aim of the project was to contribute to the evolution of the knowledge of calculations involving areas and volumes of spatial figures: cube, parallelepiped, cone, cylinder and sphere. From the results obtained, it is possible to infer that the use of Geogebra software as a methodological alternative was satisfactory, since more than 60% of the students were able to progress in calculations involving the area and volume of the spatial figures studied. Thus, these methodological didactics can contribute to the teaching and learning process of spatial geometrical figures.

KEYWORDS: Teaching Mathematics. Spatial figures. Geogebra Software.

1 I INTRODUÇÃO

> Não há dúvidas de que o ensino da Geometria Espacial desempenha um papel de extrema importância no cotidiano das pessoas e de que a maneira como este conteúdo for estudado irá refletir no raciocínio lógico e visual, na capacidade de abstração e desenvolvimento, além de aprimorar ideias intuitivas. (RIGHI, 2016, p. 10)

Pensando nisso, durante a disciplina Instrumentação Para o Ensino da Matemática II, constatamos a dificuldade dos discentes do 2º ano do Ensino Médio da escola Antônio de Oliveira Gordo em resolver cálculos que envolvam figuras geométricas dentro do plano 3D, isto é, o conteúdo de Geometria Espacial. Percebemos a necessidade da aplicação de um projeto de intervenção que possibilitasse o processo de ensino e aprendizagem, através de métodos que tragam consigo, a maneira exata para descomplexificar o estudo dos alunos diante a geometria, uma vez que, o discente está acostumado com o ensino tradicional, onde o mesmo "[...] aprendia os conteúdos escolares porque era portador de uma inteligência inata, ou sua aprendizagem estava diretamente relacionada à quantidade ou qualidade da experiência escolar em determinado conteúdo". (LEÃO, 1999, p. 05), ou seja, o educando e um mero receptor de conhecimento.

Diante disso, pensou-se que o discente deve deixar de ser um simples receptor de conteúdo, passando a interagir e participar do próprio método de construção do conhecimento. Segundo, Pereira (2014*)* "a interação professor-aluno é imprescindível para que ocorra sucesso no processo de ensino- aprendizagem." (PEREIRA, 2014, p. 26)*,* Lins e Gimenez (1997), dizem ainda, que os docentes não devem substituir as técnicas já utilizadas, mas sim complementar com ideias que venham aprimorar a metodologia de ensino. Dessa maneira, buscou-se na tecnologia uma proposta de aprendizagem alternativa que possibilite ao aluno a experiência de identificar todos os aspectos presentes no desenho geométrico.

O projeto de intervenção, intitulado "O Software Geogebra Como Ferramenta Metodológica Para o Ensino das Figuras Espaciais: Cubo, Paralelepípedo, Cone, Cilindro e Esfera", traz como objetivo geral: Desenvolver um processo de ensino e aprendizagem dinâmico e facilitador, utilizando o Software Geogebra como ferramenta metodológica para o ensino de Geometria Espacial, e como objetivos específicos: Diferenciar o ensino de geometria espacial dentro de sala, para que o educando visualize todos os aspectos da figura geométrica em seu plano tridimensional; Reconhecer as figuras geométricas como sendo integrantes do cotidiano e Mostrar na forma visual lúdica, os desenhos geométricos já vistos em sala de aula.

"A ênfase a ser dada está vinculada não apenas no uso de tais ferramentas, mas sim no resultado que as inovações tecnológicas atrelam ao processo ensino-aprendizagem no ensino de matemática.” (SILVA, 2016, p. 01), pois segundo Souza (2014, p. 16)

> [...] com o passar dos anos, a forma de fixação e aprendizagem dos conteúdos por parte dos estudantes está mudando e neste sentido que se propõe o uso do software Geogebra 5.0 versão beta, para contribuir com os professores em suas aulas, tornando-as mais atrativas e fazendo com que os estudantes possam visualizar as figuras em três dimensões, além de dados algébricos para uma melhor compreensão dos conceitos e conteúdos abordados.

Logo, este projeto permitirá que o educando tenha acesso direto ao conteúdo, de uma maneira lúdica e compreensível, podendo assim ter a oportunidade de descobrir conceitos através da manipulação do aplicativo Geogebra e da visualização da figura geométrica em seu plano tridimensional. Este software matemático está disponível para download, sendo importante mencionar que o aplicativo não possui custo para o usuário, além de possuir uma linguagem de fácil acesso e entendimento, Hespanhol et al (2016), aponta que o uso desta ferramenta favorece a percepção gráfica das figuras e a investigação dos conceitos que a compõem.

Assim, este artigo relata as condições nas quais foi aplicado o projeto de intervenção, sendo estruturado com referencial teórico; os métodos utilizados e a análise dos resultados obtidos pelas apostilas durante a execução do projeto e algumas recomendações metodológicas que podem ser realizadas para a melhoria do ensino de figuras espaciais.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

De acordo com o Portal da Matemática da Obmep (2017) o conteúdo de geometria estuda os volumes e áreas das figuras geométricas de maneira geral, apresentando a partir da terceira etapa do estudo de geometria, os cilindros, os cones e as esferas, evidenciando fórmulas para as resoluções dos cálculos destes desenhos, e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Médio (2000), complementam, que o aluno deve “identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para o aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade” (BRASIL, 2000, p. 96).

Ao analisarmos as citações acima e fazendo uma comparação sobre o que nos professores notamos em sala de aula, percebemos que na prática, nossos discentes estão concluindo o segundo grau sem compreender a conexão existente entre o assunto das figuras geométricas com sua realidade, ou seja, o docente precisa antes de tudo, interligar o assunto exposto com o cotidiano de seu pupilo, fazendo-o enxergar que a geometria espacial está presente desde a quantidade de café que o mesmo ingere durante a manhã, a arquitetura dos prédios que cercam durante a caminhada até a escola.

Com isso, a escolha do software geogebra para o ensino e aprendizagem de geometria foi ocasionada de maneira simultânea a elaboração do projeto, uma vez que, este recurso "[...] é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos [...]" (GEOGEBRA, 2017, p. 01). Dentro do estudo de geometria, Andrade (2014) relata que o software

> [...] permite que a figura geométrica possa ser observada em várias posições e angulações, tornando o registro da imagem mental mais dinâmico e com isso o aluno poderá explorar melhor as propriedades [...], fazer conjecturas e tirar conclusões sobre o mesmo. (ANDRADE, 2014, p. 24)

Silva, Santos e Pereira (2016, p. 176) relatam que o uso destas ferramentas tecnológicas "[...] podem ser instrumentos de disseminação das informações do que é produzido dentro e fora da escola, beneficiando toda a comunidade escolar".

É notável que os alunos sentem dificuldades ao realizarem atividades nas quais se exige a compreensão da representação visual de objetos tridimensionais, desta maneira, a utilização da tecnologia como método de ensino lúdico, tem grande aproveitamento, e esta proposta é defendida por CARVALHO e CORNELIO, os quais afirmam que

> Devemos usar essa ferramenta, a favor da aprendizagem de maneira prática e coerente no nosso cotidiano escolar. Como professor devemos também usar todo recurso para deixar nossas aulas interativas e dinâmicas e para isso a tecnologia vem somar na hora do aprender. (CARVALHO; CORNELIO, 2016, p. 02)

A proposta de ensino com utilização da temática tecnológica tem ganhado ênfase nos últimos anos, já que no contexto globalizado em que vivemos as pessoas estão cada vez mais interligadas às tecnologias, além de terem em mãos leques de opções para o seu entretenimento. Neste sentido, a educação pode ser beneficiada de maneira que hajam ferramentas capazes de contribuir com a disseminação do conhecimento e, para tanto o professor tem o papel de se adaptar às tecnologias, e torná-las meios propagadores de conhecimentos. Além disso como afirmam Bertoli, Gili e Schuhmacher (2014)

> O mercado tecnológico tem sido mais atrativo do que o conhecimento científico presente na escola. Precisamos encontrar maneiras de utilizar estas tecnologias a favor do conhecimento, articulando aulas com novas metodologias de ensino, capaz de fazer o aluno perceber que o mundo tecnológico pode contribuir para a construção do seu conhecimento. (BERTOLI; GILI; SCHUHMACHER, 2014, p. 02)

Neste caso, buscou-se uma alternativa metodológica que fornecesse ao aluno o divertimento paralelo ao estudo, despertando no discente a experiência da construção do conhecimento por meio de formas recreativas, fazendo-o aperfeiçoar e/ou criar conceitos de área e volumes das cinco figuras exposta dentro de sala por meio do software geogebra.

3 I MÉTODOS E RESULTADOS

Esta pesquisa se divide em quatro pontos definidos, nos quais perpassam pela elaboração do projeto de intervenção e finaliza em sua aplicação na escola Antônio de Oliveira Gordo.

No primeiro momento foi realizada a elaboração do projeto de intervenção pelos alunos do terceiro ano do curso de licenciatura em matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA), no qual, ocorreram cinco encontros totalizando assim uma carga horaria de 25 (vinte e cinco) horas para elaborar o projeto.

No segundo momento, será apresentado a gestão escolar e aos alunos do 2º ano "B" o grupo que irá aplicar o projeto de intervenção. Em seguida será distribuída uma atividade aos discentes somente para avaliar o conhecimento referente ao assunto, como mostra o quadro abaixo.

Cubo	Paralelepípedo	Cone	Cilindro	Esfera.
Um cubo tem área 24 cm2. Quanto vale a diagonal desse cubo, o volume e sua área?	Um paralelepípedo reto retângulo tem arestas 2, 3 e 4 cm. Qual a medida da sua diagonal, seu volume e sua área total?	A geratriz de um cone circular reto mede 20 cm e forma um ângulo de 60 graus com o plano da base. Determinar a área lateral, área total e o volume do cone.	Qual a área e o volume de um cilindro reto cuja diagonal da base vale 6 cm e altura 8 cm?	Qual a área e o volume de uma esfera inscrita em um cubo de aresta 6 cm?

Quadro 01: Questões da apostila entregue aos alunos

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Foto 01: aplicação da apostila

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Foto 02: aplicação da apostila

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Após a resolução da apostila, o grupo responsável pelo projeto iniciará o conteúdo de geometria espacial com a utilização do Software Geogebra, ministrando aos alunos o conceito de geometria espacial, mostrando o plano e o espaço, as áreas e os volumes dos sólidos geométricos, como o paralelepípedo, cubo, esfera, cone e cilindro, utilizando-se do aplicativo para evidenciar os aspectos do desenho geométrico em seu plano tridimensional.

As fotos abaixo evidenciam as aulas que foram ministradas e algumas das figuras mostradas através do software escolhido, as imagens referem-se a aulas que mostraram o cubo, o paralelepípedo e suas planificações, a esfera e o cone.

Foto 03: Aula - cubo

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Foto 04: Aula – paralelepípedo

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

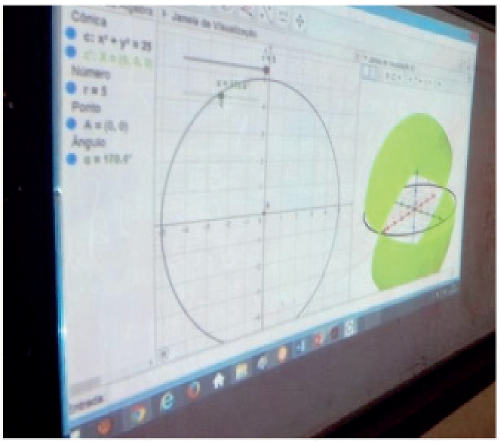


Foto 05: Aula - Esfera

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

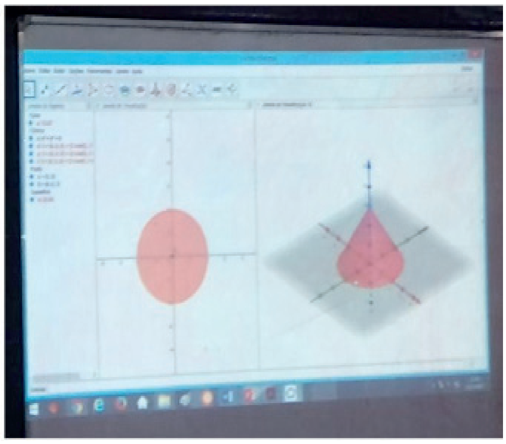


Foto 06: Aula – Cone

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

No terceiro momento será realizada a aplicação de uma atividade de fixação, referente aos conteúdos ministrados anteriormente, sempre se utilizando do aplicativo geogebra para auxiliar os discentes na resolução do exercício.

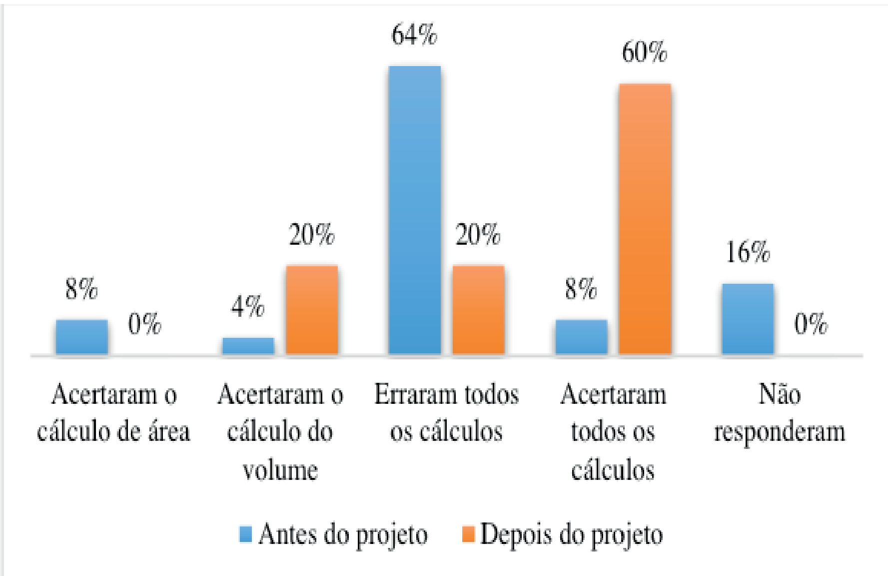
No quarto e último momento, ocorrera a avaliação dos conhecimentos adquiridos pelos alunos ao longo da aplicação do projeto, esta análise será realizada por meio da submissão de uma apostila, a qual os educandos resolverão de forma individual sem o nosso auxilio. Para assim, analisar o aprendizado dos alunos, antes e depois da execução do projeto de intervenção, evidenciando, desta maneira, se houve progresso no conhecimento dos alunos em relação ao conteúdo de geometria espacial.

As avaliações ocorridas ao longo da aplicação do projeto, foram efetuadas por meio das apostilas entregues aos 25 alunos do 2° ano B da escola Antônio de Oliveira Gordo, e também, realizadas através da coparticipação nas aulas ministradas. As apostilas concedidas aos discentes, foram os instrumentos utilizados neste trabalho para obter os resultados necessários, para analisar se houve evolução no aprendizado das figuras espaciais por partes dos educandos. Os dados coletados, tanto antes de nossa intervenção, quanto depois, estão nos quadros e gráficos abaixo.

Quantidades de Alunos	**Atividade da figura espacial: Cubo**			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram o cálculo de área	2	8	0	0
Acertaram o cálculo do volume	1	4	5	20
Erraram todos os cálculos	16	64	5	20
Acertaram todos os cálculos	2	8	15	60
Não responderam	4	16	0	0
Total	25	100	25	100

Quadro 02: Questão envolvendo a figura espacial: Cubo, antes e depois da proposta de intervenção

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)



GRAF 01: Porcentagem de erros e acertos dos alunos, antes e depois do projeto de intervenção.

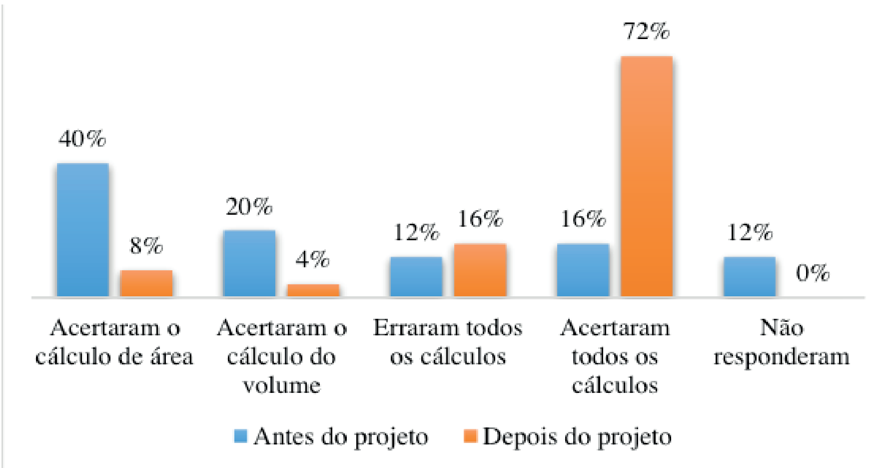
Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Ao realizarmos a análise do quadro, percebemos que o número de erros antes da proposta de intervenção somam 16 (dezesseis) discentes, chegando a porcentagem de 64% conforme mostra o gráfico, e aqueles que não responderam, também, antes do projeto totaliza 4 (quatro) alunos, com a porcentagem de 16%, porém, após a aplicação do projeto percebemos que a quantidade de alunos que acertaram tanto o cálculo de volume quanto o cálculo de área do cubo chega a 15 (quinze) educandos, mostrando, que houve uma melhora de 60% da turma em relação a resolução da questão.

Quantidades de Alunos	**Atividade da figura espacial: Paralelepípedo**			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram o cálculo de área	10	40	2	8
Acertaram o cálculo do volume	5	20	1	4
Erraram todos os cálculos	3	12	4	16
Acertaram todos os cálculos	4	16	18	72
Não responderam	3	12	0	0
Total	25	100	25	100

Quadro 03: Questão envolvendo a figura espacial: Paralelepípedo, antes e depois da proposta de intervenção

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)



GRAF 02: Porcentagem de erros e acertos dos alunos, antes e depois do projeto de intervenção

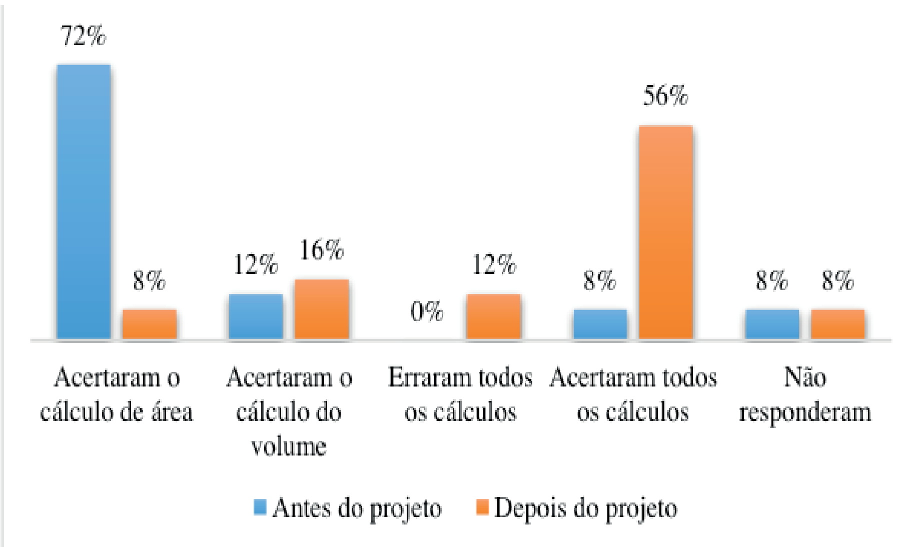
Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Ao compararmos a conta realizada na figura geométrica: cubo, com o cálculo desenvolvido com a figura do paralelepípedo antes da proposta, notamos que os alunos obtiveram uma evolução notória na atividade de paralelepípedo em relação ao cálculo do cubo, uma vez que, segundo o quadro 03, a quantidade de alunos que erraram todos os cálculos do paralelepípedo, alcança a porcentagem de 12%, ou seja, apenas 03 (três) discentes não conseguiram efetuar a atividade de área e/ou a de volume do paralelepípedo, ou as duas, portanto, após a proposta de intervenção esses dados alcançaram números ainda melhores, pois a soma de discentes que acertaram as duas contas (área e volume), na qual antes da proposta chegou a 04 (quatro) educandos, após nossa intervenção, aumentou em 14 (quatorze) alunos, com a porcentagem de 72%, conforme análise do quadro 03 e do gráfico 02.

Quantidades de Alunos	**Atividade da figura espacial: Cone**			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram o cálculo de área	18	72	2	8
Acertaram o cálculo do volume	3	12	4	16
Erraram todos os cálculos	0	0	3	12
Acertaram todos os cálculos	2	8	14	56
Não responderam	2	8	2	8
Total	25	100	25	100

Quadro 04: Questão envolvendo a figura espacial: Cone, antes e depois da proposta de intervenção

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)



GRAF 03: Porcentagem de erros e acertos dos alunos, antes e depois do projeto de intervenção.

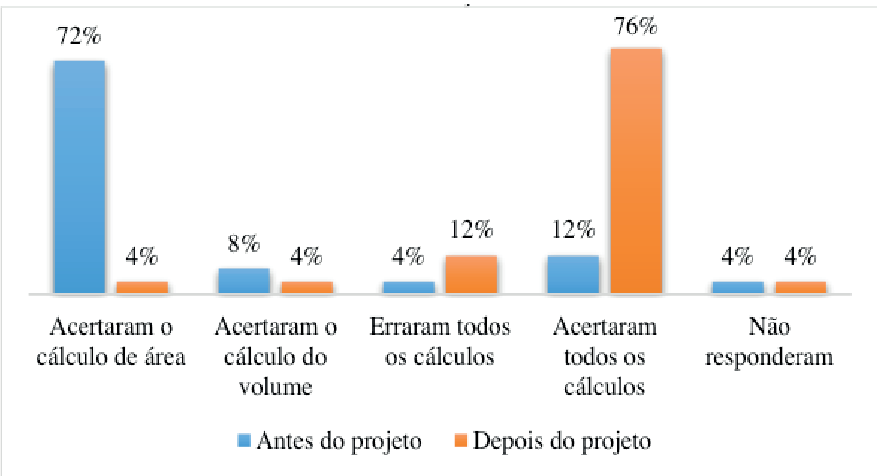
Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Observa-se, que o número de alunos que acertaram somente o cálculo de área do cone antes da proposta com o software Geogebra, somam 18 (dezoito) discentes, totalizando 72%, e a quantidade de alunos que acertaram a atividade de volume do cone, são de 03 (três) educandos, e aqueles que acertaram as duas contas somam 02 (dois) alunos, conquanto, após a aplicação do projeto, esses dados alcançaram os seguintes resultados: 02 (dois) discentes acertaram o cálculo de área, 04 (quatro) a conta do volume do cone e 14 (quatorze) acertaram tudo o que o exercício solicitava, implicando nas porcentagens de 8%, 16% e 56% consecutivamente.

Quantidades de Alunos	Atividade da figura espacial: Cilindro			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram o cálculo de área	18	72	1	4
Acertaram o cálculo do volume	2	8	1	4
Erraram todos os cálculos	1	4	3	12
Acertaram todos os cálculos	3	12	19	76
Não responderam	1	4	1	4
Total	25	100	25	100

Quadro 05: Questão envolvendo a figura espacial: Cilindro, antes e depois da proposta de intervenção

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)



GRAF 04: Porcentagem de erros e acertos dos alunos, antes e depois do projeto de intervenção.

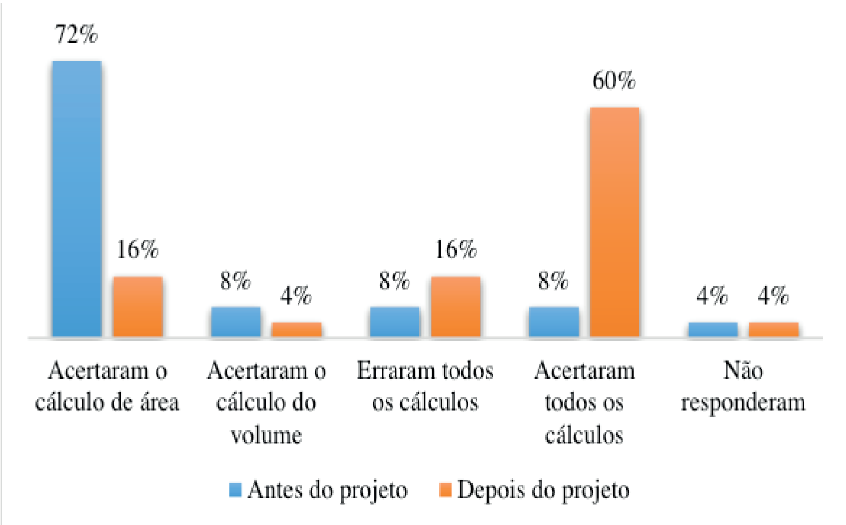
Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Os dados arrecadados na atividade relacionada a figura geométrica espacial: cilindro, foi o que os alunos mais se identificaram, tendo em vista, que aqueles que acertaram o cálculo de volume, o de área e os dois cálculos, antes do projeto, são: 02 (dois), 18 (dezoito) e 3 (três) discentes, com a porcentagem de 8%, 72% e 12%, assim descritos, no entanto, depois da proposta de intervenção, o que nos chamou a atenção, e que a quantidade de discente que conseguiram resolver tanto o cálculo de área, quanto o de volume do cilindro totaliza 19 (dezenove) alunos, com a porcentagem de 76%, a qual é o aprendizado com mais aproveitamento em relação ao cinco figuras estudadas.

Quantidades de Alunos	Atividade da figura espacial: Esfera			
	Antes do projeto	%	Depois do projeto	%
Acertaram o cálculo de área	18	72	4	16
Acertaram o cálculo do volume	2	8	1	4
Erraram todos os cálculos	2	8	4	16
Acertaram todos os cálculos	2	8	15	60
Não responderam	1	4	1	4
Total	25	100	25	100

Quadro 06: Questão envolvendo a figura espacial: Esfera, antes e depois da proposta de intervenção

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)



GRAF 05: Porcentagem de erros e acertos dos alunos, antes e depois do projeto de intervenção.

Fonte: Pesquisa de campo (Nov./2017)

Os resultados apresentados na figura espacial esfera, antes do projeto, assemelhasse ao dados evidenciados na figura procedente, pois o cálculo realizado de maneira correta tanto na resolução de área, quanto na de volume da esfera são igual a aqueles mostrados na figura espacial cilindro, dispondo de uma pequena diferença em relação ao discentes que acertaram as duas contas, na qual, na atividade de cilindro 03 (três) acertaram tudo e no exercício de esfera esse número somam apenas 02 (dois). Com a aplicação da proposta de intervenção, esses dados sofrem uma variação, e resultam nos seguintes números: a resolução da atividade de área totaliza 04 (quatro) alunos, o cálculo de volume apenas 1 (um) acertou após a aplicação, porem o resultado que mais subiu, foi o de educandos que conseguiram resolver 100% do exercício, no qual alcança 15 (quinze) discente, obtendo a mesma porcentagem adquirida na figura espacial do cubo, a qual é 60%.

4 I CONSIDERAÇÕES PARCIAIS

Diante dos resultados adquiridos nesta pesquisa, percebe-se que os discentes sentiram grande diferença no que diz respeito à compreensão analítica das figuras geométricas estudadas, pois, ao resolver o segundo exercício, pode-se admitir que a utilização do software Geogebra teve grande contribuição para tal resultado, uma vez que, ao comparamos os dados de antes e depois da aplicação do projeto de intervenção, conseguimos perceber que os conhecimentos dos alunos em relação aos cálculos de volume e de área das cinco figuras espaciais, alcançaram soluções satisfatórias, visto que a porcentagem de acertos dos cálculos após a proposta obtiveram mais de 60% de aproveitamento em todas as figuras, salientando que o objetivo foi alcançado, pois com o auxílio da tecnologia por meio do software os educandos conseguiram um avanço considerável nos exercícios de área e volumes do cone, paralelepípedo, cilindro, esfera e cubo.

Esse trabalho mostra a importância de se trabalhar com metodologias que diferem a didática tradicional, trazendo para o ensino médio propostas inovadoras para o repasse do conteúdo, todavia, para que o professor possa implementar estas alternativas didáticas, o mesmo precisa de formação continuada, esclarecendo, que o curso de pós graduação fornece ao docente a renovação do conhecimento, além de novos aprendizados, tornando esses cursos uma alternativa para o melhoria do ensino e aprendizagem da escola moderna.

Logo, entende-se, que essa proposta de intervenção realizadas simultaneamente ao curso de licenciatura, possibilita ao graduando uma preparação para o futuro docente, tendo como consequência, professores mais preparados, levando para dentro de sala um ensino “inovador”.

REFERÊNCIAS

ANDRADE; F. C. de. **Jujubas**: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. Rio de janeiro, 2014. p. 63.

BERTOLI, V.; GILI, M. L.; e SCHUHMACHER, E. **A Tecnologia Na Sala De Aula**: Uma Proposta Para o Ensino com uso de Metodologias Inovadoras. Universidade Regional de Blumenau (FURB). IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. Blumenau – Santa Catarina. 2014.

BRASIL**. Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**. 2000. p. 109.

BRASIL. **Portal da Matemática Obmep**: Módulos de Ensino. Disponível em: https://matematica.obmep.org.br/index.php/modulo/index#7. 13/11/2017

CARVALHO, G. G. B; CORNÉLIO M. L. **A Utilização da Tecnologia na Educação Infantil**. Universidade Federal da Paraíba- UFPB- Campus IV. III CONEDU: Congresso Nacional de Educação. Paraíba- UFPB-Campus IV, 2016.

GEOGEBRA**. Colocando o software de matemática dinâmica mais popular do planeta e seus materiais nas mãos de alunos e professores em todos os lugares**. Disponível em: < https://www.geogebra.org/about>. 14/11/2017.

HESPANHOL, L. L.; NICOLA, L.; SILVA, C. R. B. da; et al. **A Utilização do Software Geogebra Para o Ensino da Geometria**. Encontro nacional de educação matemática - Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016

LEÃO, D. M. M. **Paradigmas Contemporâneos de Educação**: Escola Tradicional e Escola Construtivista. Caderno de Pesquisa, nº 107, p. 187-206, 1999.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquin**. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas/São Paulo: Papirus 1997. 7ª Ed, 2006.

PEREIRA, M. L. L. **Cotidiano Escolar, Pratica Docente e Relação Professor/aluno**: a inter-relação significativa. Itaporanga – PB, 2014. p. 30.

RIGHI, F. L**. Aprendizagem Significativa na Geometria Espacial Utilizando o Geogebra**. Universidade Federal de Santa Maria – UFSM. 2016.

SILVA, Q. O. V. da. **O Ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio – Uma Abordagem Com o Uso do Geogebra**. Encontro Nacional de Educação matemática: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

SILVA, D. C.; SANTOS, R. V.; PEREIRA, M. F. F**. Desenvolvendo Aplicativos Para Auxiliar O Processo De Ensino-Aprendizagem Da Matemática:** Uma Experiência Num Programa De Mestrado. II Jornada de Estudos em matemática: tecnologia de informática no ensino de matemática. Marabá – PA, 2016. p. 09.

SOUZA, L. A. **Uma Proposta Para o Ensino da Geometria Espacial Usando o Geogebra 3D**. Universidade Estadual da Paraíba - UEPR. 2014. p. 35.

CAPÍTULO 2

A INVESTIGAÇÃO, O DIÁLOGO E A CRITICIDADE NOS PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSOS DE LICENCIATURA EM EDUCAÇÃO DO CAMPO

Aldinete Silvino de Lima
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), Centro de Ciência e Tecnologia em Energia e Sustentabilidade (CETENS)
Feira de Santa - BA

Iranete Maria da Silva Lima
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Centro Acadêmico do Agreste (CAA)
Recife – PE

RESUMO: Apresentamos um recorte de uma pesquisa de doutorado sobre a formação de professores de Matemática em Cursos de Licenciatura em Educação do Campo. A pesquisa ancora-se nos estudos sobre a formação de professores, a Educação Matemática Crítica e a Educação do Campo. Por meio de uma análise documental buscamos identificar elementos característicos das formações matemática, pedagógica e sociopolítica presentes nos projetos pedagógicos de três cursos sediados em universidades públicas das regiões Nordeste, Sudeste e Centro-Oeste do Brasil. As análises evidenciam elementos que permeiam as propostas dos cursos analisados no que concerne a *investigação*, o *diálogo* e a *criticidade*, categorias analíticas que consideramos neste estudo. As propostas dos cursos denotam, também, uma tendência a superar o modelo 3+1 de formação de professores de matemática, em favor de um modelo que busca articular: a teoria e a prática, a formação matemática e a pedagógica, a universidade, a escola e a comunidade. A Matemática ensinada nesta perspectiva aproxima-se das preocupações preconizadas pela Educação Matemática Crítica.

PALAVRAS-CHAVE: Formação de professores de matemática; Licenciatura em Educação do Campo; Educação Matemática Crítica; Análise documental.

RESEARCH, DIALOGUE AND CRITICITY IN THE PEDAGOGICAL PROJECTS OF LICENSING COURSES IN DEGREE IN FIELD EDUCATION

ABSTRACT: We present a cut of a doctoral research on the training of teachers of Mathematics in Courses of Degree in Field Education. The research is anchored in studies on teacher education, Critical Mathematics Education and Field Education. Through a documentary analysis we sought to identify characteristic elements of the mathematical, pedagogical and sociopolitical formations present in the pedagogical projects of three courses based in public universities in the Northeast, Southeast and Central West regions of Brazil. The analyzes show elements that permeate the proposals of the courses analyzed

in what concerns the investigation, the dialogue and the criticality, analytical categories that we consider in this study. The proposals of the courses also show a tendency to overcome the 3 + 1 model of teacher training in mathematics, in favor of a model that seeks to articulate: theory and practice, mathematical and pedagogical training, university, school and community. Mathematics taught in this perspective is close to the concerns advocated by Critical Mathematics Education.
KEYWORDS: Mathematics teacher training. Degree in field education. Critical mathematics education. Documentary analysis.

1 I INTRODUÇÃO

A formação inicial de professores no Brasil passa por reformas curriculares desde a criação das Escolas Normais no século XIX até os dias atuais. Discutindo sobre as primeiras propostas de formação Saviani (2009) destaca que, independentemente da área de conhecimento, os cursos foram estruturados com base em dois modelos: o modelo de conteúdos cognitivos, que trata dos conteúdos específicos de cada disciplina, e o modelo didático-pedagógico*,* cujo interesse se volta ao exercício da docência. Estes modelos foram largamente adotados, e ainda o são, pelas instituições formadoras que atribuem uma maior relevância aos conteúdos cognitivos sobre os didático-pedagógicos, sobretudo, na formação de professores que deverão ensinar nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Esta é, portanto, a origem do modelo de formação 3+1 que, como acentua Gatti (2010), tem a finalidade de formar bacharéis especialistas em educação porque na sua maior parte (três anos sobre quatro) a licenciatura em nada difere de um curso de bacharelado.

As constantes críticas à eficácia desse modelo e os avanços significativos no debate sobre a indissociabilidade entre as formações inicial e continuada e a docência na educação básica culminaram em importantes reformas curriculares, sendo a mais recente publicada nas *Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial e continuada dos profissionais do magistério da educação básica* (BRASIL, 2015).

Dourado (2015) ressalta que estas Diretrizes definem

> [...] a necessária organicidade no processo formativo e sua institucionalização ao entender que o projeto de formação deve ser elaborado e desenvolvido por meio da articulação entre a instituição de educação superior e o sistema de ensino e instituições de educação básica, envolvendo a consolidação de Fóruns Estaduais e Distrital Permanentes de Apoio à Formação Docente, em regime de cooperação e colaboração. (DOURADO, 2015, p. 307).

A adoção destas diretrizes implica em mudanças na dinâmica da formação dos profissionais do magistério da educação básica. Como destaca o autor, a inclusão de grupos e de sujeitos historicamente marginalizados no sistema educacional exige uma transformação na maneira como as instituições de ensino básico e superior estruturam seus projetos político-pedagógicos para garantir o direito à educação.

Neste cenário, no desenvolvimento da nossa pesquisa buscamos compreender as formações matemática, pedagógica e sociopolítica de professores, particularizando três cursos de Licenciatura em Educação do Campo. Com efeito, a política pública atual de formação de professores do campo, como bem ressalta Arroyo (2012), modifica a relação entre o Estado, as instituições formadoras e os movimentos sociais do campo que são protagonistas e propositores de tal política. Os cursos estão vinculados ao *Programa de Apoio à Formação Superior em Licenciatura em Educação do Campo* (PROCAMPO) da *Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão* (SECADI) do Ministério da Educação.

Neste artigo apresentamos um recorte da pesquisa que corresponde a uma análise documental dos Projetos Pedagógicos de três cursos sediados em instituições federais de ensino. Com esta análise buscamos responder a seguinte questão: *que elementos característicos das formações matemática, pedagógica e sociopolítica estão presentes nos Projetos Pedagógicos de Cursos de Licenciatura em Educação do Campo?* Para tanto, nos ancoramos nos estudos realizados em três domínios: a formação de professores de matemática, a Educação Matemática Crítica e a Educação do Campo.

Cabe ressaltar que este artigo corresponde a versão atualizada de uma comunicação científica publicada nos Anais do *XII Encontro Nacional de Educação Matemática – XII ENEM* (LIMA; LIMA, 2016). Ao longo do texto discorremos brevemente sobre alguns aspectos dos domínios que fundamentam a pesquisa para, em seguida, apresentar o percurso metodológico adotado e os principais resultados obtidos na análise documental.

2 I A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

O primeiro curso de Licenciatura em Matemática foi criado nos anos 1930 e ofertado pela Universidade de São Paulo (USP), adotando o modelo 3+1. Outros cursos no país foram criados com base neste modelo, com ênfase nos conteúdos matemáticos. No entanto, com a influência das discussões sobre o papel social e político da educação ocorreram as primeiras mudanças na estrutura curricular destes cursos. Moreira e David (2010) destacam que nos anos 1970 foram incluídas disciplinas como Sociologia da Educação e Política Educacional e a partir de 1980 houve a inserção de disciplinas ditas integradoras, a exemplo da Prática de Ensino e Didática da Matemática. Mesmo reconhecendo a relevância destas mudanças, os autores destacam que a falta de integração entre a teoria e a prática ainda eram evidentes.

Fiorentini (2008, p. 50) define a formação pedagógica do professor como sendo "[...] aquela que trata das relações professor-aluno-sociedade e, sobretudo, do sentido formativo ou educativo do que ensinamos e aprendemos o que, a rigor, não pode ser pensado independentemente do conteúdo do ensino". Concordando com o autor, entendemos que além da indissociabilidade entre a formação matemática e a pedagógica é necessário estabelecer outras relações, seja entre os diversos campos da Matemática, seja dela com outras áreas de conhecimento e, sobretudo, com as dimensões sociopolíticas e culturais que permeiam as realidades vivenciadas pelos estudantes. Esta forma de conceber e organizar o ensino de Matemática e, em particular, de considerar as dimensões aqui destacadas nos aproximam, como já anunciamos, das preocupações preconizadas pela Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2014) e, ao mesmo tempo, com os princípios da Educação do Campo (BRASIL, 2010), sobre as quais discorremos a seguir.

3 I A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A Educação Matemática Crítica tem como uma das bases teóricas os estudos de Paulo Freire sobre emancipação humana e discute o papel sociopolítico que a Educação Matemática pode desempenhar na sociedade. Nesta perspectiva, Skovsmose (2014) apresenta conceitos e preocupações como: *foregroud dos estudantes, aprendizagem como ação* e os *cenários para investigação* que se caracterizam por ser um terreno imprevisível no qual os processos de ensino e aprendizagem acontecem. Estes cenários se contrapõem ao ensino de conteúdos matemáticos baseados apenas em listas de exercícios e/ou na repetição e memorização de fórmulas. O ensino por meio de um cenário pressupõe a investigação como meio para aprender tais conteúdos sem desarticulá-los das realidades educacionais e socioculturais dos alunos.

Skovsmose (2008, 2014) associa os *cenários para investigação* e as *listas de exercício* à r*eferência à matemática pura*, à *referência a uma semirrealidade* e à vida real.

- As atividades que fazem *referência à matemática pura* possibilitam ao professor trabalhar conteúdos matemáticos, sem estabelecer relações com outros objetos ou saberes.
- As atividades que fazem *referência a uma semirrealidade* contemplam objetos idealizados pelo seu autor (um professor, um autor de livro didático...) para trabalhar os conteúdos matemáticos, sem necessariamente apresentar uma conexão com a vida real dos alunos.
- As atividades que fazem *referência à vida real* relacionam os conhecimentos matemáticos com situações efetivamente vivenciadas pelos alunos em suas realidades.

Da combinação destas três referências com os cenários para investigação e as listas de exercício resultam seis ambientes de aprendizagem, que diferem em função do diálogo que cada um deles permite que se estabeleça entre o professor, o aluno e o conhecimento e demais atores envolvidos na atividade. Alrø e Skovsmose (2006) acentuam que dialogar no ensino e na aprendizagem implica em construir novos significados em um ambiente colaborativo de investigação.

Compreendemos que o diálogo aproxima as perspectivas de ensino preconizado pela Educação Matemática Crítica com a Formação de professores de Matemática nos cursos de Licenciatura em Educação do Campo. Considerando que, conforme pondera Milani (2015), o diálogo não é neutro e, assim, se constitui em um dos elementos centrais para a formação de professores que irão atuar nos contextos da Educação do Campo. Vale frisar que a ausência de diálogos entre os diversos atores sociais e educativos do campo gerou décadas de silenciamento e de opressão da população camponesa.

4 I A EDUCAÇÃO DO CAMPO E OS CURSOS DE LICENCIATURA

A Educação do Campo fundamenta-se na perspectiva da Educação Popular, na acepção freireana, e na luta dos movimentos sociais do campo pela Reforma Agrária. O termo Educação do Campo foi concebido em meados de 1998 em contraposição a ideia de Educação Rural que, ainda impera nas escolas do campo. De fato, no contexto educacional ainda utiliza-se os termos *rural* e *campo* como se fossem sinônimos, desconsiderando as concepções e as proposições contraditórias subjacentes a cada um deles. A expressão “do campo” se contrapõe firmemente aos interesses do capitalismo e do agronegócio e extrapola a visão tradicional do rural definida pelo lugar geográfico de “atraso” e “fracasso” da população.

Os primeiros Cursos de Licenciatura em Educação do Campo foram implementados em 2007 por meio de um projeto piloto desenvolvido em quatro universidades: Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG); Universidade de Brasília (UnB); Universidade Federal da Bahia (UFBA) e a Universidade Federal de Sergipe (UFS). Posteriormente, o Ministério da Educação (MEC) lançou o Edital n. 2 de 23 de abril de 2008, o Edital n. 9 de 29 de abril de 2009 e o Edital n. 02 de 31 de agosto de 2012 (BRASIL, 2008; 2009; 2012), contendo chamadas para seleção de projetos para implantação de cursos em instituições públicas de ensino superior.

Nos termos dos editais, as universidades deveriam incluir nos Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPC) ações de organização escolar e pedagógica com o objetivo de contribuir para a expansão da oferta da educação básica no campo e superar as desvantagens educacionais historicamente sofridas pela população camponesa. Observam-se nos editais de 2008 e 2009 que os projetos deveriam ser organizados de acordo com as áreas de conhecimento: (i) *Linguagens e Códigos*; (ii) *Ciências Humanas e Sociais*; (iii) *Ciências da Natureza e Matemática* e (iv) *Ciências Agrárias* (BRASIL, 2009).

No entanto, a oferta das áreas de Ciências da Natureza e Matemática de maneira integrada não foi consenso entre os professores e pesquisadores. Antunes-Rocha (2009), por exemplo, relata que tal estruturação suscitou muitas dúvidas durante a formação de professores no curso na UFMG. Com relação a área de Matemática a autora pondera: “onde ela se encaixava? Nas Línguas, Artes e Literatura, ou nas Ciências da Vida e da Natureza? Nesse caso não foi possível manter a duplicidade de lugares; criamos uma habilitação específica.” (ANTUNES-ROCHA, 2009, p. 51). Debates como estes impulsionaram uma mudança nos termos do Edital publicado em 2012 (BRASIL, 2012) que contemplou a formação dos professores do campo em cinco áreas de conhecimento, e não mais quatro áreas, uma vez que desvinculou a Matemática das Ciências da Natureza. Considerando a mudança estrutural nessas licenciaturas delimitamos a formação do professor de Matemática, nos cursos selecionados, como campo de investigação, uma vez que, busca atender aos objetivos da Educação do Campo e da formação específica em Matemática. Trata-se de considerar os princípios da Educação do Campo nos processos formativos e, ao mesmo tempo, garantir a formação em Matemática de acordo com a legislação vigente na perspectiva da Pedagogia da Alternância. De acordo com Santos (2012), a Pedagogia da Alternância no ensino superior além de apresentar outro significado para os espaços de aprendizagem também modifica o papel do professor formador e propõe ação, reflexão e ação na perspectiva da transformação social.

A seguir apresentamos o percurso metodológico que adotamos para realizar a análise documental que dá corpo a este artigo.

5 I PERCURSO METODOLÓGICO

Analisamos os Projetos Pedagógicos dos Cursos (PPC) de Licenciatura em Educação do Campo de três universidades federais localizadas, respectivamente, nas regiões Nordeste, Sudeste e Centro-Oeste. A escolha por instituições destas regiões se justifica pelo fato de elas terem implementado o projeto piloto de cursos de Licenciatura em Educação do Campo, proposto pelo Ministério da Educação em 2007. Para nos referir a estas instituições utilizamos a seguinte denominação: universidade A, universidade B e universidade C.

Quarenta e dois cursos aprovados pelo Edital n. 02 de 31 de agosto de 2012 (BRASIL, 2012) estavam em desenvolvimento no momento da pesquisa. Deste total, doze ofertavam a Licenciatura com habilitação em Matemática, conforme indicado no caderno do IV Seminário da Licenciatura em Educação do Campo (BRASIL, 2014). Para escolher três cursos dentre eles utilizamos o critério da localização geográfica.

Tivemos acesso ao PPC dos cursos selecionados por meio das páginas eletrônicas das universidades. De posse deles realizamos uma análise documental com o intuito de identificar os elementos que caracterizam as formações matemática, pedagógica e sociopolítica nos referidos projetos. Segundo Cellard (2014), a análise documental como método de investigação permite ao pesquisador desconstruir, triturar o material coletado e depois reconstruí-lo para responder ao seu questionamento.

Tomando por referência os estudos realizados por Skovsmose (2000; 2014), Alrø e Skovsmose (2006) sobre a Educação Matemática Crítica, e por Molina (2015) e

Antunes-Rocha (2009) sobre aos cursos de Licenciatura em Educação do Campo, delimitamos as seguintes categorias analíticas:

- *Investigação*: caracterizada com base no conceito de *cenários para investigação* apresentado por Skovsmose (2000; 2014);
- *Diálogo*: tendo por referência os estudos de Alrø e Skovsmose (2006) relacionados aos estudos de Paulo Freire sobre emancipação humana e social;
- *Criticidade*: ancorada nos estudos Skovsmose (2014) é intrínseca aos processos de ensino e aprendizagem em qualquer área do conhecimento, inclusive a Matemática, pela possibilidade de contribuir para a construção do pensamento crítico necessário ao ser humano enquanto ser político e social. Ela está, portanto, presente na formação de professores.

A seguir, apresentamos alguns resultados do estudo realizado.

6 I ALGUNS RESULTADOS DA PESQUISA

Os resultados estão aqui organizados em função das categorias analíticas.

Investigação

A *investiga*ção está presente em diversos trechos dos PPC das três universidades. A *universidade A* evidencia em seu PPC que o curso tem por princípio "a flexibilidade curricular e a viabilidade de atividades de pesquisa e de extensão, como instrumentos de desenvolvimento de processos teórico-epistemológicos de investigação, interpretação e intervenção na realidade" (2012, p. 23). No PPC da *universidade B* a investigação pode ser percebida de maneira implícita nas atividades dos grupos e núcleos formativos. Do mesmo modo, o documento da *universidade C* indica que o curso tem como um dos princípios norteadores "a ênfase na pesquisa, como processo desenvolvido ao longo do curso e integrador de outros componentes curriculares" (2009, p. 19).

Observamos, com base em elementos como estes, indicativos de que a investigação é preconizada na formação matemática e pedagógica dos licenciados em Educação do Campo nestas universidades. Porém, esse instrumento de análise não nos permitiu identificar se a investigação está sendo desenvolvida na prática de sala de aula, conforme prescrito nos PPC. Esta temática foi objeto de outra parte da pesquisa (LIMA, 2018).

Para além do que identificamos nos documentos, consideramos que a *investigação* se constitui em uma estratégia importante de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos em escolas campo. Ela permite ao professor trabalhar conceitos e conteúdos matemáticos relacionando-os, por exemplo, à questão da luta pela terra, ao enfrentamento contra os conflitos de violência no campo e à valorização da diversidade cultural. Ela permite, também, aprofundar e relacionar conceitos dos diversos campos da própria Matemática.

Diálogo

O *diálogo,* na acepção da função atribuída ao ensino para a emancipação e a transformação social, é salientado significativamente nos documentos analisados. Os projetos das *universidades A* e *C* trazem os estudos de Paulo Freire como fundamentos e definem que "a dimensão dialógica é estruturante para as atividades do curso." (UNIVERSIDADE A, 2012, p. 34). Já o PPC da *universidade B* aponta que "a metodologia de ensino a ser adotada deve ser aquela que favoreça a interação, o questionamento, o diálogo e a criatividade." (2009, p. 47). O alinhamento destes cursos com o diálogo está em consonância com os princípios da Educação do Campo. Desse modo, a Pedagogia da Alternância disponibiliza os meios necessários para que o diálogo se materialize na formação dos professores de Matemática.

Na prática docente, o *diálogo* pode ser realizado à luz da Educação Matemática Crítica por meio de um cenário para investigação que discuta o empoderamento dos estudantes por meio da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, visando a transformação do projeto de sociedade e a melhoria de vida.

Criticidade

No PPC da *universidade A* essa dimensão evidencia-se, sobretudo, em um dos objetivos do curso: "Contribuir na preparação dos profissionais da educação para desenvolver práticas de escolarização capazes de formar sujeitos aptos a dialogar e intervir nos processos de elaboração das políticas de desenvolvimento rural." (2012, p. 22). O PPC da *universidade B* destaca, entre outros aspectos, a formação política em seus objetivos, como por exemplo: "propiciar a articulação dos conhecimentos técnico-científicos de seu campo do saber com os problemas sociais, políticos, econômicos e culturais das comunidades do campo." (2009, p. 89). Essa mesma articulação é ressaltada no documento da *universidade C* quando enfatiza a relevância da Pedagogia da Alternância que prevê momentos pedagógicos no Tempo-Escola (TE) e no Tempo-Comunidade (TC) para proporcionar as práticas formativas escolares e não escolares, favorecendo a criticidade do contexto social.

De fato, em concordância com Freire (1996), entendemos que a *criticidade* se configura em uma exigência do processo de ensino. Dessa forma, se os conteúdos matemáticos forem trabalhados nos cursos de Licenciatura em Educação do Campo nesta perspectiva poderão contribuir para a formação sociopolítica dos futuros professores.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O recorte da pesquisa que apresentamos neste artigo traz nosso olhar sobre os projetos pedagógicos de três cursos de Licenciatura em Educação do Campo ofertados por universidades públicas sediadas das regiões Nordeste, Sudeste e Centro-Oeste do Brasil. O estudo documental que realizamos buscou identificar nos referidos projetos alguns elementos que caracterizassem a investigação, o diálogo e a criticidade como meios para a formação de professores.

Os resultados da análise mostram que a investigação, o diálogo e a criticidade estão presentes nos projetos dos três cursos. O fato de não serem apresentados de maneira isolada apontam para a indissociabilidade entre a teoria e a prática, e para uma inter-relação entre a formação matemática, a pedagógica e a sociopolítica. A articulação entre a universidade, a escola e a comunidade torna-se evidente nas referências à Pedagogia da Alternância como metodologia de ensino e de formação.

Em etapas posteriores da pesquisa tivemos a oportunidade de entrevistar professores que atuam nos três cursos investigados, bem como de observar suas aulas. Os procedimentos metodológicos adotados, bem como os resultados obtidos nestas etapas podem ser encontrados em Lima (2018).

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática.** Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ANTUNES-ROCHA, M. Licenciatura em educação do campo: histórico e projeto político-pedagógico. In: ANTUNES-ROCHA, M; MARTINS, A. (Org.). **Educação do campo**: desafios para a formação de professores. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009 (Coleção Caminhos da Educação do Campo; 1). p. 39- 55.

ARROYO, M. Formação de educadores do campo. In: CALDART, R. et al. (Org.). **Dicionário da educação do campo**. Rio de Janeiro: Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio, São Paulo: Expressão Popular, 2012. p. 361-367.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade. Edital de Convocação nº 02, de 23 de abril de 2008. **Diário Oficial da União**, Brasília, 2008.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade. Edital de Convocação nº 09, de 29 de abril de 2009. **Diário Oficial da União**, Brasília, 30 abr. 2009. Seção 3, p.57-59.

______. Decreto-Lei nº 7.352, de 5 de novembro de 2010. Dispõe sobre a política de educação do campo e o Programa de Educação na Reforma Agrária - PRONERA. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**. Brasília, DF, 1-2 5 nov., 2010. Seção 1, nº. 212.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Edital de Chamada Pública nº 2, de 31 de agosto de 2012. **Diário Oficial da União**, Brasília, 5 set. 2012. Seção 3, p.59-60.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade. **Caderno do IV Seminário da Licenciatura em Educação do Campo**. Belém, 2014.

_______. Conselho Nacional de Educação. Parecer n. 2 de 09 de junho de 2015. Diretrizes curriculares nacionais para a formação inicial e continuada dos profissionais do magistério da educação básica. **Diário Oficial da União**, Brasília, 25 jun. 2015. Seção 1, p. 13.

CELLARD, A. A análise documental. In: POUPART, J. et al. **A pesquisa qualitativa**: enfoques epistemológicos e metodológicos (Trad. Ana Cristina Nasser). 4ª ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2014, p. 295-316.

DOURADO, L. Diretrizes curriculares nacionais para a formação inicial e continuada dos profissionais do magistério da educação básica: concepções e desafios. **Educação e Sociedade**. Campinas, v. 36, n. 131, p. 299-324, abr./jun., 2015. Disponível em: <http://www.scielo.br/ >. Acesso em: 10 jan. 2016.

FIORENTINI, D. A pesquisa e as práticas de formação de professores de matemática em face das políticas públicas no Brasil. **Bolema**. Rio Claro, v. 21, n. 29, p. 43-79, 2008. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221870004>. Acesso em: 30 fev. 2014.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. O lugar das matemáticas na licenciatura em matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**. Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917-938, dez., 2013. Disponível em: <http://www.redalyc.org>. Acesso em: 30 fev. 2014.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996 (Coleção Leitura).

GATTI, B. Formação de professores no Brasil: características e problemas. **Educação e Sociedade**. Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out./dez., 2010. Disponível em: <http://www.scielo.br>. Acesso em: 15 abr., 2014.

LIMA, A. **A relação entre conteúdos matemáticos e o campesinato na formação de professores de matemática em cursos de licenciatura em educação do campo**. 2018. 215f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

LIMA, A; LIMA, I. As formações matemática, pedagógica e sociopolítica de professores em cursos de licenciatura em educação do campo. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-11. Disponível em:< http:// http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/comunicacoes-cientificas>. Acesso em: 05 dez. 2016.

MILANI, R. **O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado**. 2015. 240f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Rio Claro, 2015.

MOLINA, M. Expansão das licenciaturas em educação do campo: desafios e potencialidades. **Educar em Revista.** Editora UFPR, Curitiba, n. 55, p. 145-166, jan./mar., 2015.

MOREIRA, P.; DAVID, M. **A formação matemática do professor**: licenciatura e prática docente escolar. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SANTOS, S. **A concepção de alternância na licenciatura em educação do campo na universidade de Brasília**. 2012. 163f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília (UnB), Brasília, 2012.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação** v. 14 n. 40, jan./abr. 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br>. Acesso em: 10 jun. 2014.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91. 2000. Disponível em: <http://educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/skovsmose-cenarios.pdf>. Acesso em: 12 jan. 2014.

______. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

______.**Um convite à educação matemática crítica.** Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papirus, 2014 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

CAPÍTULO 3

REVISITANDO A GEOMETRIA: SIMETRIA NO PLANO

Leila Pessôa Da Costa
Universidade Estadual de Maringá, PR.

Sandra Regina D'AntonioVerrengia
Universidade Estadual de Maringá, PR.

RESUMO: Este capítulo apresenta o registro de um minicurso desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em um evento de Educação Matemática ocorrido em Campinas no ano de 2018. A proposta apresentada aos docentes tinha por objetivo ressaltar a importância do ensino de geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir da análise de atividades envolvendo conceitos geométricos referentes a simetria de figuras no plano. A atividade desenvolvida fazia parte de uma das fases da pesquisa do GEPEME/UEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Escolar cujo objetivo era o de validarmos, com professores e profissionais que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a versão preliminar do material que se encontra em processo de elaboração e que servirá de apoio aos profissionais que atuam nesse nível de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática, Anos iniciais do Ensino Fundamental; Geometria; Simetria de figuras no plano.

REVISITING GEOMETRY: SYMMETRY ON THE PLANE

ABSTRACT: This chapter presents the register of a mini-course developed with teachers from the initial years of Elementary Education at a Mathematics Education event held in Campinas in the year 2018. The proposal presented to the teachers aimed to highlight the importance of teaching geometry in the years initials of the Elementary School from the analysis of activities involving geometric concepts referring to the symmetry of figures in the plane. The activity developed was part of one of the research phases of GEPEME / UEM - Group of Studies and Research in School Mathematics whose objective was to validate, with teachers and professionals who work in the initial years of Elementary School, the preliminary version of the material that is in the process of elaboration and will serve as a support for the professionals who work at this level of education.

KEYWORDS: Mathematics Education, Early Years of Elementary Education; Geometry; Symmetry of figures in the plane.

1 I INTRODUÇÃO

Sena e Dorneles (2013) ao mapear as pesquisas sobre o ensino da geometria no Brasil observaram "o descaso com o tema geometria, assim como a falta de preparo do professor no trato dessa área de conhecimento" (SENA, DORNELES, 2013, p.139), descaso esse, que de acordo com as autoras, evidencia que esse tema não tem sido considerado uma prioridade nas duas últimas décadas investigadas.

Freudenthal (1973, p. 407 *apud* Fonseca *et al,* 2001) em seus estudos evidencia que o estudo da geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento de capacidades intuitivas, pois oferece aos discentes a oportunidade de matematizar a realidade a partir de experiências que utilizam as mãos e os olhos guiando-os para a pesquisa e a descoberta.

De acordo com o NCTM (APM, 2008)

> Com o estudo da geometria, os alunos poderão aprender as formas e estruturas geométricas e o modo de analisar as suas características e relações. A visualização espacial – a construção e manipulação de representações mentais de objetos bi e tridimensionais e a percepção de um objeto em diferentes perspectivas - constitui um aspecto essencial do raciocínio geométrico (APM, 2008, p. 44).

Nesse sentido, a geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível, oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Delineia-se, desta forma, "um caminho que, partindo de um pensamento sobre objetos, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas" (PAVANELLO, 2004, p. 4).

De acordo com Walle (2009, p. 439) objetivos referentes ao ensino da geometria nos primeiros anos do Ensino Fundamental abarcam os seguintes temas:

> *Formas e Propriedades:* inclui um estudo das propriedades das formas em ambas as dimensões (bi e tri), como também um estudo das relações construídas sobre essas propriedades.
>
> *Transformação:* inclui o estudo de translações, reflexões, rotações (deslizamentos, viradas e giros), o estudo de simetrias e o conceito de semelhança.
>
> *Localização:* refere-se primariamente à geometria de coordenadas ou outros modos de especificar como os objetos estão localizados no plano ou no espaço.
>
> *Visualização:* inclui o reconhecimento de formas no ambiente, o desenvolvimento de relações entre objetos bi e tridimensionais e a habilidade de desenhar e reconhecer objetos de diferentes perspectivas (WALLE, 2009, p. 439).

Em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico a pesquisa de Dina Van Hiele-Geldof e de seu marido Pierre Van Hiele, advindas de suas teses de doutoramento em 1957, têm servido de guia para a abordagem didática das tarefas. Usiskin (1982, p.4 *apud* VILLIERS, 2010, p. 401) aponta as seguintes características dessa teoria:

- ordem fixa: A ordem na qual os alunos progridem por meio dos níveis de pensamento não varia. Em outras palavras, um aluno não pode estar no nível n sem ter passado pelo nível n-1.

- adjacência: Em cada nível de pensamento que era intrínseco no nível anterior se torna extrínseco no nível atual.
- distinção: Cada nível possui seus próprios símbolos linguísticos e sua própria rede de relacionamentos que conecta tais símbolos.
- separação: Duas pessoas com raciocínio em níveis diferentes não podem entender uma à outra (VILLIERS, 2010, p. 401).

2 I O MODELO DE VAN HIELE

No modelo apresentado por Van Hiele, os alunos percorrem cinco níveis de compreensão conceitual cujo progresso depende, em primeira instância, mais de uma aprendizagem adequada do que da maturação ou idade do aluno que vai do nível 0 ao nível 4. Para este trabalho exploraremos apenas o nível 0, 1 e 2:

> Nível 0 - *Pré-reconhecimento* - os alunos neste nível dão atenção apenas a parte das características visuais de uma figura, são incapazes de identificar muitas figuras comuns
>
> Nível 1 - *Visual* - os alunos identificam, descrevem e raciocinam acerca das figuras e outras configurações geométricas de acordo com a sua aparência como um todo visual. Os seus raciocínios são dominados pela percepção visual e imagética e não por uma analise das propriedades geométricas. Quando identificam figuras, os alunos usam muitas vezes protótipos visuais, por exemplo, dizendo que uma figura é um retângulo porque “se parece com uma porta”.
>
> Nível 2 - *Descritivo/Analítico* - os alunos reconhecem e caracterizam figuras pelas suas propriedades geométricas, isto é, explicitamente focando e descrevendo relações entre as partes de uma figura. Na transição do Nível 1 para o Nível 2, os alunos descrevem partes e propriedades das figuras informalmente, de modo impreciso e muitas vezes incompleto; eles não possuem as conceptualizacões formais que os tornam capazes de precisar propriedades específicas. Por exemplo, um aluno pode descrever um retângulo como uma figura que tem dois lados compridos e dois curtos. À medida que os alunos vão adquirindo conceptualizacões formais que podem ser usadas para fazer sentido e descrever relações espaciais entre as partes de uma figura, eles usam uma combinação do formal e do informal para a descrição dessa figura. Finalmente, quando raciocinam no Nível 2 usam explicita e exclusivamente linguagem e conceitos geométricos formais para descrever e conceptualizar figuras de um modo que corresponda a um conjunto suficiente de propriedades para especificar essas figuras. Por exemplo, podem pensar num retângulo como uma figura que tem lados opostos iguais e paralelos e quatro ângulos retos, ou seja, uma figura é identificada pelas suas propriedades (BREDA *et al*, 2012, p.18).

Para ajudar os alunos a passar de um nível para outro baseado nas pesquisas dos Van Hiele, Teppo (1991, pp. 212-213) evidencia cinco fases sequenciais de aprendizagem a saber:

> FASE 1 - QUESTIONAMENTO ou INFORMAÇÃO: Professor e alunos estabelecem um diálogo versando sobre o material de estudo deste nível. Neste diálogo são feitas observações, questões são levantadas, e o vocabulário específico do nível é introduzido. Nesta fase o professor percebe quais os conhecimentos anteriores que os alunos têm do assunto, e estes percebem qual direção os estudos tomarão.
>
> FASE 2 – ORIENTAÇÃO DIRETA: Os alunos devem explorar o assunto de estudo

através de materiais cuidadosamente selecionados pelo professor que os levarão gradualmente a se familiarizarem com as estruturas características deste nível. As atividades, em sua maioria, são tarefas de uma só etapa, que possibilitam respostas específicas e objetivas.

FASE 3 - EXPLICÍTAÇÃO: Com base nas experiências anteriores, os alunos refinam o uso de seu vocabulário, expressando verbalmente suas opiniões emergentes sobre as estruturas que observam. O papel do professor, nesta fase, deve ser mínimo, deixando o aluno independente na busca da formação do sistema de relações em estudo.

FASE 4 - ORIENTAÇÃO LIVRE: Nesta fase, as tarefas apresentadas ao aluno devem ser de múltiplas etapas, tarefas que possibilitam várias maneiras de ser completadas ou tarefas em aberto. É fundamental que o aluno ganhe experiência na busca de sua forma individual de resolver as tarefas, buscando sua própria orientação no caminho da descoberta de seus objetivos; desta maneira, muitas relações entre os objetos de estudo se tornam mais claras.

FASE 5 – INTEGRAÇÃO: Esta fase é de revisão e síntese do que foi estudado, visando uma integração global entre os objetos e relações com a consequente unificação e internalizarão num novo domínio de pensamento. O papel do professor nesta fase é o de auxiliar no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais sem, todavia, introduzir ideias novas ou discordantes. Ao final desta quinta a fase, os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento, estando aptos a repetir as fases de aprendizagem no nível seguinte.

Assim, dado o exposto e tendo por base a importância do estudo da Geometria o GEPEME/UEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Escolar desenvolveu em colaboração com professores dos primeiros anos do Ensino Fundamental I algumas tarefas que foram aplicadas em sala de aula e, em seguida, avaliadas e readequadas ou reestruturadas se necessário. Dentre as tarefas desenvolvidas encontram-se as de simetria no plano apresentadas aos docentes em um minicurso e, que serão no decorrer deste texto elencadas.

A que se ressaltar que a escolha para o desenvolvimento desse tema com os professores deve-se a habilidade contemplada na Base Nacional Comum Curricular BNCC (2017, p. 56): “Reconhecer a simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de *softwares* de geometria”, bem como por ser esse tema muito conveniente para a exploração de outros conceitos geométricos.

3 I SIMETRIA

Para Bastos (2006, p. 9) “A ideia de simetria é uma das mais ricas em matemática e, em particular, na geometria”. De acordo com o autor:

O estudo das simetrias das figuras constitui uma aplicação muito interessante das isometrias que permite desenvolver o conhecimento matemático destas transformações geométricas e fornecer, consequentemente, ferramentas que podem ser muito úteis na resolução de problemas geométricos (...) pode ser também a base para atividades de descrição e classificação de figuras geométricas, de argumentação/demonstração ou, em níveis mais adiantados, de construção de figuras [...] A análise de objetos artísticos ou de cristais através das suas simetrias são atividades que estabelecem ligações entre a matemática e outros domínios

> do saber, podendo ser o ponto de partida para projetos interdisciplinares onde a matemática, em geral, e a geometria, em particular, assumem papéis importantes (BASTOS, 2006, p. 11).

O estudo de simetrias das figuras constitui, assim, uma aplicação interessante das isometrias que permite desenvolver o conhecimento matemático com relação as transformações geométricas, bem como fornecer, ferramentas que podem ser muito úteis na resolução de problemas geométricos.

O conceito de simetria pode também ser base para atividades de descrição e classificação de figuras geométricas de argumentação/demonstração ou de construção de figuras. São exemplos de atividades desse tipo: o estudo dos polígonos regulares como figuras geradas por repetições de imagens no espelho, ou seja, por reflexões; a classificação de quadriláteros quanto às suas simetrias; a construção de polígonos regulares inscritos numa circunferência, ou de frisos e padrões por iteração de um conjunto de isometrias geradoras dessas figuras.

Apresentaremos a seguir algumas das tarefas desenvolvidas com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental e discutidas com os professores dos anos iniciais, cujo intuito era o de propiciar a reflexão sobre as características de uma figura quanto ao tema simetria, isto é, o desenvolvimento da percepção de que a figura permanece a mesma, apesar de estar em posição diferente, mantendo a distância, ângulos e forma – conceito de isometria.

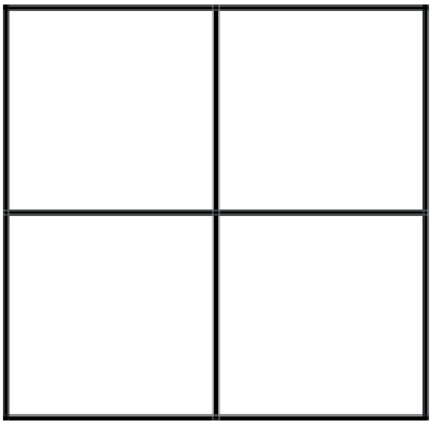
As tarefas apresentadas tiveram como referência o trabalho desenvolvido por Camila Roberta Ferrão Rodrigues intitulado "Matemática das Transformações", bem como as definições apresentadas pela autora:

> Translação: transformação em que a imagem de uma figura é obtida pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma distância, direção e sentido. Nesse movimento são mantidos o tamanho e a forma original.
>
> Reflexão: a sobreposição de uma figura a outra segundo um eixo denominado eixo de reflexão. Nesse movimento são mantidos o tamanho e a forma da figura original, porém em sentido inverso.
>
> Rotação: chamamos de rotação a transformação em que a imagem de uma figura é obtida ao girá-la em torno de um ponto fixo (centro de rotação), percorrendo um ângulo no sentido anti-horário ou horário (RODRIGUES, 2012, p.36-38).

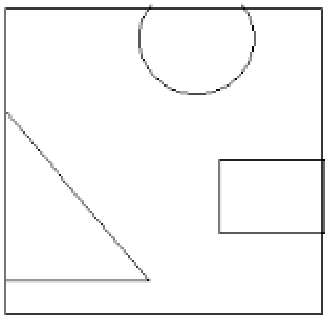
Para cada tarefa proposta procuramos ressaltar as cinco fases sequenciais de aprendizagem já descritas com vistas a possibilitar a discussão dos conceitos matemáticos subjacentes a cada tarefa, bem como, auxiliar no desenvolvimento dos níveis 0, 1 e 2, propostos por Van Hiele.

4 I TAREFAS PROPOSTAS

Objetivo: Desenvolver conceitos relacionados à simetria de rotação	
Fase 1: Investigação/Informação	- Observar a construção de um friso no qual aparece uma simetria de rotação de 45º. **Observar:** Como a figura foi construída? Que nome damos ao movimento que a figura inicial faz para dar forma a figura toda? Como podemos medir o movimento de cada uma das partes que compõem a figura total?
Fase 2: Orientação Dirigida	- Cada aluno receberá um molde. - Em seguida deve posicionar seu molde sobre o quadriculado de papel, escolhendo uma posição inicial para seu carimbo e coloque-o sobre uma das quadrículas. - Após, segure, com um dedo, o canto direito inferior de seu carimbo (no centro do quadriculado) e deslize o carimbo para outro quadriculado, sem tirar o molde do papel. - A cada movimentação da figura em uma das quadrículas, os espaços vazados devem ser pintados. - Preencha todos os quadrados. - Ao retornar seu carimbo à posição inicial, após ter concluído a atividade. - Expor as quadrículas pintadas e observá-las. - O que podemos dizer a respeito da imagem dos carimbos expostos. - Houve alguma alteração na imagem ou ela permaneceu sempre a mesma? - Quantas vezes você terá girado seu carimbo em torno de um ponto fixo?
Fase 3: Explicação	- Podemos dizer que cada giro, caso tenham preenchido os quatro quadriculados, mede um quarto de volta e que, como foram girados para o lado direito, foram realizados no sentido horário. - Podemos explorar as demais representações observadas. - Chamamos de ROTAÇÃO a transformação em que a imagem de uma figura é obtida ao girá-la em torno de um ponto fixo (neste caso seu dedo), percorrendo um ângulo no sentido horário ou anti-horário. -
Fase 4: Orientação Livre	- Diferentes padrões poderão ser obtidos por meio desse movimento. - Que tal escolher uma posição diferente daquela que está exemplificada para colocar sua peça na posição inicial e descobrir como ficará o seu padrão?
Fase 5: Integração	- Os novos padrões podem ser analisados e posteriormente será elaborado um texto coletivo com as descobertas do grupo.
Material: - Quadriculado para aplicação do molde.	



- Molde a ser aplicado



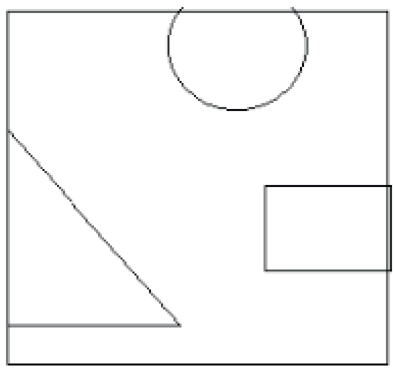
- Lápis preto
- Lápis colorido

QUADRO 1: Tarefa de Simetria de Rotação

Objetivo: Desenvolver conceitos relacionados à simetria de translação.	
Fase 1: Investigação/Informação	- Observar a construção de um friso no qual aparece uma simetria de translação. **Observar:** Como a figura foi construída? Que nome damos ao movimento que a figura inicial faz para dar forma a figura toda? O que acontece com a figura em relação ao seu tamanho, forma e posição?
Fase 2: Orientação Dirigida	- Cada aluno recebe uma tira de papel que tenha 5 centímetros de altura e, pelo menos, 20 centímetros de comprimento e um molde. - Em seguida deve posicionar seu molde sobre a tira de papel, fazendo coincidir as extremidades do lado esquerdo e colorir os espaços vazados. - Após o término da primeira pintura, "empurrar" o molde para a direita, de modo que o molde do carimbo fique justaposto, ou seja, "encostadinho" ao lado da posição em que se encontrava anteriormente. - Pinte novamente os espaços em branco e repita essa operação até o final da tira de papel.

Fase 3: Explicação	- Translação é a transformação em que a imagem de uma figura é obtida pelo deslocamento paralelo de todos os seus pontos a uma mesma distância, direção e sentido. - Nesse movimento, são mantidos o tamanho, a orientação e a forma da figura original.
Fase 4: Orientação Livre	- Distribuir aos alunos papel quadriculado em branco e pedir que cada um deles elabore um friso a partir de um padrão criado por eles.
Fase 5: Integração	- Os novos padrões podem ser analisados e posteriormente será elaborado um texto coletivo com as descobertas do grupo.

Materiais:
- Moldes



- Tira de papel sulfite
- Lápis preto
- Lápis colorido
- Frisos e materiais diversos
- Tiras de papel quadriculado/friso

QUADRO 2: Tarefa de Simetria de Translação

Objetivo: Desenvolver conceitos relacionados à simetria de reflexão.	
Fase 1: Investigação/Informação	- Observar a construção de um friso no qual aparece uma simetria de reflexão. **Observar:** Como a figura foi construída? Que nome damos ao movimento que a figura inicial faz para dar forma a figura toda? O que acontece com a figura em relação ao seu tamanho, forma e posição?

Fase 2: Orientação Dirigida	- Cada aluno recebe uma tira de papel que tenha 5 centímetros de altura e, pelo menos, 20 centímetros de comprimento e um molde. - Em seguida deve posicionar seu molde sobre a tira de papel, fazendo coincidir as extremidades do lado esquerdo e colorir os espaços vazados. - Após o término da primeira pintura, deverá colocar um espelho na extremidade do lado direito e observar o reflexo da imagem no espelho. - Deverá desenhar ao lado da imagem já desenhada, a imagem projetada no espelho e assim repetir essa operação até o final da tira de papel.
Fase 3: Explicação	- Nesse caso, a simetria tem um eixo. - A simetria de reflexão pode ser mais bem observada a partir de um espelho sendo colocado no eixo de uma figura. - Nosso corpo tem um eixo de simetria que nos “divide ao meio”. Esse pode ser um ponto para inicio da atividade. - Nesse movimento, são mantidos o tamanho e a forma da figura original, porém em sentido inverso.
Fase 4: Orientação Livre	- Distribuir aos alunos papel quadriculado em branco e pedir que cada um deles elabore um friso a partir de um padrão criado por eles. OU - Entregar uma tira para que continuem o friso
Fase 5: Integração	- Os novos padrões podem ser analisados e posteriormente será elaborado um texto coletivo com as descobertas do grupo.
Materiais - Moldes - Tiras quadriculadas de papel sulfite - Lápis preto - Lápis colorido - Frisos	

QUADRO 3: Tarefa de Simetria de Reflexão

5 I CONSIDERAÇÕES

A geometria é um dos eixos do ensino da Matemática que tem sido negligenciado ao longo dos anos, parte pela importância dada a outros eixos dessa área, em especial ao de números e operações, mas acreditamos que principalmente pela formação dada aos profissionais de educação que contribuem para o desconhecimento dos professores da sua importância para a aprendizagem dos alunos.

Assim, esse minicurso tem como objetivo contribuir para a formação desses profissionais e tem como público alvo, os educadores, professores e alunos da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

APM – Associação de Professores de Matemática. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Trad. Dos Principles and Standards for School Mathematics do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000. Lisboa, 2008.

BASTOS, Rita. Notas sobre o Ensino da Geometria. **Educação e Matemática**, número 88, mai/jun 2006, p. 9-11.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2017.

FREUDENTHAL, Hans. Mathrmatics as an educational task. Dordrecht: Reidel,1973, p.407. In: FONSECA, Maria da Conceição F. R. et al. **O ensino de geometria na escola fundamental:** três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011) **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 138-155, 2013.

PAVANELLO, R. M. Por que ensinar/aprender Geometria? In: **Anais** do VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004. Disponível em: http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/. Acesso em 20/04/2017.

RODRIGUES, Camila Roberta Ferrão. **A matemática das Transformações**. 1ª edição. Programa de Pós Graduação no Ensino de Matemática. Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2011.

RODRIGUES, Camila Roberta Ferrão. **Possibilidades e Potencialidades do Ensino das transformações geométricas no Ensino Fundamental**. (Dissertação Mestrado). Programa de Pós Graduação no Ensino de Matemática. Instituto de Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul: Porto Alegre, 2012.

TEPPO; Anne. Van Hiele Levels of Geometric Thought Revisited Source. **The Mathematics Teacher**, Vol. 84, No. 3, mar/1991), pp. 210-221.

VAN DE WALLE, John. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILLIER, Michael de. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.12, n.3, pp.400-431, 2010.

CAPÍTULO 4

A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA E ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS PARA A COMPREENSÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL DEFINIDA

José Cirqueira Martins Júnior.
Universidade do Estado da Bahia – UNEB.
Barreiras – BA.

RESUMO: Esse artigo pesquisou contribuições de atividades exploratórias com o conceito de integral definida desenvolvido na disciplina de *Softwares* Matemáticos com alunos do curso de licenciatura em Matemática na Universidade do Estado da Bahia (UNEB), *campus* IX, em Barreiras. O objetivo foi encontrar algumas contribuições para a aprendizagem dos alunos utilizando o *software* GeoGebra com atividades exploratórias ao reverem a definição de Integral Definida. A metodologia utilizada foi a Qualitativa, para coletar os dados usamos o questionário, o caderno de campo do pesquisador e a atividade gravada no computador, com a participação voluntária de 15 alunos do curso, divididos em 03 grupos. Os alunos ficaram no laboratório plotando as funções e discutindo sobre a solução das questões, utilizaram o processo de visualização para apoiar a aprendizagem e para descrever as suas impressões a respeito das possíveis contribuições dessas atividades. O estudo aponta que o *software* GeoGebra foi um mediador para a compreensão do conceito de Integral Definida e as atividades exploratórias indicaram ser um caminho promissor para o ensino, aprendizagem e para o desenvolvimento de pesquisas em Educação Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: *Software* GeoGebra. Atividades Exploratórias. Aprendizagem. Visualização. Integral Definida.

ABSTRACT: This study investigated the contributions of using exploratory tasks with students focusing on definite integral concept. The context of the study was a course (Mathematical *Software*) of the Mathematics degree at Universidade do Estado da Bahia (UNEB), *campus* IX, in Barreiras. The aim was to find some contributions to the learning of the students using the *software* GeoGebra with exploratory activities to review the definition of definite Integral. Based on a qualitative method, the data gathered consisted on a questionnaire, the *software* recordings of the process of the task implementation, and the researchers' notes. The 15 students, working into three subgroups, developed the task plotting functions and discussing the solution for the questions. They used the visualization process to support their learning and to describe their impressions about what they consider to be contributions of these kind of tasks. The study points out that the *software* GeoGebra was a mediator for the understanding of the concept of definite Integral and exploratory tasks indicated be a promising path for teaching, learning and for the development of research in mathematics

education.

KEYWORDS: *Software* GeoGebra. Exploratory Activities. Learning. Visualization. Definite Integral.

1 I INTRODUÇÃO

Esse artigo traz alguns resultados de um projeto de pesquisa que estudou o seguinte problema: “Quais as possíveis contribuições de atividades exploratórias para auxiliar os alunos do curso de Licenciatura em Matemática a incorporar conhecimentos de ensino para a aprendizagem de conteúdos Matemáticos com o uso de *software* GeoGebra?” e, para tal, utilizamos atividades exploratórias com o conteúdo do conceito de Integral Definida objetivando encontrar as possíveis contribuições. A disciplina de *Softwares* Matemáticos propõe criar condições para que aos alunos desenvolvam o seu trabalho, atual ou futuro, como professores de Matemática com experiências que possam ser válidas para as suas práticas com o ensino.

O intuito para se trabalhar com o uso das tecnologias em sala de aula é o de organizar novas experiências pedagógicas para que elas cooperem com o ensino e com a aprendizagem dos atores que estão envolvidos nesse processo (KENSKI, 2008). Da mesma forma como as tecnologias computacionais se transformam, o fazer pedagógico dos professores no ensino e o que acontece na aprendizagem dos alunos também tende a se modificar. A partir disso, surge um momento oportuno para que os professores possam inserir novas possibilidades para o seu ensino e também para a aprendizagem com seus alunos, revendo as suas práticas e tentando adaptá-las como um profissional que possa refletir a respeito de seus aspectos profissionais e de seus saberes que precisam ser construídos antes, durante e após o seu trabalho (SCHÖN, 2008; TARDIF, 2013).

A disciplina de Cálculo I tem despertado interesse de pesquisas por apresentar dificuldades que vão se manifestando no decorrer do trabalho que os professores realizam. Entre elas podemos citar as dificuldades de natureza epistemológicas, a falta de conhecimento prévios dos alunos, turmas muito cheias, alto índice de reprovação entre outras (MARTINS JÚNIOR, 2015; REZENDE, 2003).

A partir desse cenário, algumas investigações têm sido feitas com o uso de tecnologias como uma alternativa para melhorar a compreensão e o desempenho dos alunos no decorrer dos estudos com a disciplina de Cálculo I. É possível encontrar melhorias na aprendizagem dos alunos com o uso de *softwares* matemáticos, criação de atividades para articular a teoria e a prática de conteúdos, uso da visualização no processo de ensino e aprendizagem, desenvolvimento de conceitos geométricos com kits específicos, emprego de sequencias didáticas com atividades que permitiram a formação de conceitos (CARGNIN; BARROS, 2015; MARTINS JÚNIOR, 2015; PIMENTEL; PAULA, 2007; RICHIT et al. 2012). Sabemos que essas tentativas foram válidas e conseguiram encontrar soluções parciais para os problemas que estudaram e, com isso, percebemos que essa disciplina ainda coletará pesquisas que possam influenciar o processo de ensino dos professores e o de aprendizagem dos alunos.

2 I FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O manuseio das tecnologias nas aulas de Matemática ou no laboratório de Educação Matemática não é uma tarefa simples para os professores, pois pensar usando as tecnologias ainda se constitui um desafio para todos eles independente do nível em que trabalham.

Durante o processo de formação inicial que acontece em nível superior, a Universidade precisa proporcionar aos alunos e futuros professores de Matemática uma reflexão a respeito do uso das tecnologias como uma forma de melhorar o seu trabalho. As tecnologias têm sido apontadas como um elemento motivador para o desenvolvimento de novas práticas pedagógicas, fortalecem metodologias de ensino que podem ser construídas por professores de Matemática para auxiliar o seu trabalho, proporcionam aos seus alunos uma melhor compreensão e permitem uma aprendizagem mais significativa com os conteúdos que são exigidos para se realizar nos diversos níveis de ensino. As tecnologias possuem um caráter dinâmico e podem facilitar o trabalho de ensino dos professores durante as suas aulas (BORBA; PENTEADO, 2001; BORBA; VILLARREAL, 2006; LÉVY, 1993; MARTINS JÚNIOR, 2013, 2015).

De acordo o planejamento das ações desenvolvidas com as tecnologias, elas podem direcionar para a construção de novas formas e novos olhares aos conteúdos que são trabalhados na sala de aula ou em lugar apropriado e, isso dependerá também da organização e implementação necessária para incorporá-las nas realidades atuais de cada sala de aula. Elas permitem fazer uma conexão do abstrato ao real, do tradicional ao dinâmico e do ensino para a aprendizagem.

Muitos professores de Cálculo I ainda têm priorizado em suas aulas a parte abstrata e a algébrica e, ao mencionar esse fato, não estamos afirmando que a abstração e a álgebra, que constituem pontos cruciais de sua criação, sejam retiradas. Pelo contrário, queremos que os professores utilizem esses e, também, outros caminhos para a aprendizagem dos conteúdos de Matemática que podem ser oferecidos pelo uso das tecnologias computacionais, ou seja, os *Softwares* Matemáticos. A principal característica apresentada pelos *softwares* é a visualização que eles proporcionam durante a exploração dos conteúdos de funções e a construção de gráficos, desse modo, utilizamos ela como um caminho que favorece o ensino para a aprendizagem.

A disciplina de Cálculo I trabalha com funções e construção de gráficos e, desse modo, ela proporciona a utilização da visualização com o uso de alguns *softwares* durante as aulas e, entendemos isso, como uma possibilidade para facilitar o ensino. Com essa ideia, relatamos o que diz Fainguelernt (1999) em que:

> As imagens visuais são fatores importantes na imediação, mas a imediação não é uma condição suficiente para produzir uma estrutura específica de uma cognição intuitiva. A visualização contida numa atividade cognitiva adequada é um fator essencial para a compreensão intuitiva. As representações visuais, por um lado, contribuem para a organização das informações em representações sinópticas, constituindo um fator importante de globalização. Por outro lado, o aspecto concreto das imagens visuais é um fator essencial para a criação de um sentimento de auto-evidência e imediação. Uma imagem visual não somente organiza os dados à mão em estruturas significativas, mas é também um importante fator que guia o desenvolvimento da solução. As representações visuais são dispositivos antecipatórios essenciais. (FAINGUELERNT, 1999, p. 42).

A visualização indica oportunidades para que os professores se orientem no trabalho com os conteúdos de funções e gráficos em que as figuras formadas durante a manipulação proporcionada por um *software* que condicione a isso, permitem fazer a organização do pensamento, a intuição em relação à análise e interpretação das questões trabalhadas e uma prática diferenciada para auxiliar os alunos a pensarem usando as tecnologias durante o ensino e na verificação da aprendizagem.

A visualização está relacionada com o ato de ver e está diretamente ligada ao pensamento e a função cerebral. Mesmo que muitos professores não valorizem a visualização como uma oportunidade de aprendizagem para os alunos, é inegável que ela contribui para isso. Porém, essas oportunidades variam de acordo com as propostas que podem ser feitas para os alunos e quais pensamentos eles podem mobilizar. Buscando compreender melhor a visualização encontramos uma definição apontada por Arcavi (2003):

> Visualização é a habilidade, o processo e o produto da criação, interpretação, uso de reflexão sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, no papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de descrever e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias previamente desconhecidas e entendimentos avançados. (ARCAVI, 2003, p. 217, tradução nossa).

Nessa definição, notamos uma abrangência de aplicação da visualização e de como ela pode beneficiar o ensino e a aprendizagem. Também aparecem elementos que são característicos para um melhor desenvolvimento dos processos mentais e de como essas ideias podem se tornar poderosas para a compreensão dos conteúdos que são trabalhados na disciplina de Cálculo I.

A seguir, apresentaremos alguns trabalhos desenvolvidos com atividades investigativas e exploratório-investigativas, relatando algumas de suas principais características e seus resultados encontrados durante os experimentos realizados como uma forma de se compreender o que tem sido pesquisado quando utilizaram esses tipos de atividades.

Pimentel e Paula (2007) desenvolveram uma pesquisa com atividades investigativas para explorar conceitos de uma tabela com números e de um kit com figuras geométricas com alunos de um curso de especialização em Educação

Matemática em que estes já eram professores de Matemática. Para resolver as tarefas os alunos deveriam observar as relações existentes entre os números dessa tabela através das figuras geométricas, tentando descobrir os padrões, levantar hipóteses e sistematizar a partir de suas observações e discussões que eram feitas entre os grupos formados. Desse modo, as atividades investigativas apontaram um caminho a ser percorrido, tendo como alvo a conscientização dos alunos como o sujeito ativo da sua aprendizagem, permitindo colocá-los no centro do processo como seres atuantes e criadores, ficando evidenciado que, se existir as condições para isso, os alunos serão os atores principais para a construção do conhecimento.

Mencionamos também a pesquisa de Richit et al. (2012), nesta foi apresentada uma experiência que retratou como o desenvolvimento de atividades pautadas no *software* GeoGebra abriram possibilidades para a compreensão de Cálculo Diferencial e Integral, tais atividades foram realizadas com alunos do primeiro ano de um curso de Geologia, procurando compreender como a produção de conhecimentos dos alunos poderia ser reelaborada no contexto das tecnologias, e qual o alcance e as potencialidades do *software* GeoGebra enquanto alternativa teórico-metodológica na introdução e visualização de conceitos matemáticos. Foram utilizadas atividades exploratório-investigativas nas quais os alunos puderam trabalhar os conceitos matemáticos, buscando maneiras de solução, testando hipóteses e conjecturas e verificando-as com o auxílio do *software*. Assim, o estudo apontou que o *software* GeoGebra reduziu o tempo para o entendimento das definições e se mostrou como uma ferramenta favorável para alcançar e ampliar a compreensão desses conceitos.

Outro estudo que mereceu atenção foi o trabalho de Cargnin e Barros (2015), esta pesquisa foi realizada a partir de uma sequência didática elaborada com base na Teoria das Situações Didáticas e Teoria de Registro de Representação Semiótica para a construção do conceito de Integral de Riemann usando o *software* GeoGebra para solucionar as atividades. Essa sequência foi aplicada a treze alunos da Graduação que haviam cursado a disciplina de Cálculo I. O principal foco do trabalho foi o de mostrar como esse *software* permitiu a exploração do conceito de convergência de sequências e séries, favorecendo a sua compreensão. Com isto, o estudo apontou que o uso do *software* facilitou a compreensão do conceito de convergência e tornou possível a associação da notação de limite no infinito com a representação algébrica da convergência.

Por fim, apresentamos o trabalho de Martins Júnior (2015) que estudou as contribuições da realização de atividades exploratórias para a aprendizagem com alguns conteúdos relacionados às Derivadas de funções reais de uma variável real no ensino de Cálculo I, a partir da visualização proporcionada pelo *software* GeoGebra. Esse trabalho pesquisou o seguinte problema “Que contribuições a realização de atividades exploratórias com o uso do GeoGebra pode trazer à aprendizagem de Derivadas a partir da visualização? O estudo foi de caráter qualitativo, a pesquisa de campo foi realizada com Professores de Matemática do Ensino Superior, a partir do desenvolvimento de atividades exploratórias de construção e interpretação de gráficos. Para a análise dos dados, foram utilizados os registros e o áudio do desenvolvimento das atividades pelos professores, além de um questionário de avaliação das atividades que foi proposto para as suas respostas. Os resultados obtidos apontam que a visualização proporcionada pelo *software* GeoGebra contribuiu para uma ressignificação de conceitos e propriedades de Derivadas que são requisitados na construção de gráficos de funções reais, além de destacar como fundamental, nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo I em que os professores precisam estabelecer um ponto de equilíbrio entre os processos visuais e os processos algébricos.

3 I PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia representa um percurso trilhado pelo pesquisador na tentativa de encontrar uma melhor direção para a sua coleta e análise dos dados. A pesquisa Qualitativa em Educação Matemática tem sido apontada como um caminho promissor e seguro para o desenvolvimento de trabalhos, utilizando para isso, os instrumentos coerentes que favorecem o estudo e a compreensão dos fenômenos que envolvem a sala de aula, em especial as de Matemática (BICUDO, 2012; BOGDAN; BIKLEN, 1994; FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

Na pesquisa apresentada desse artigo foram utilizados como instrumentos: o questionário, o caderno de campo do pesquisador e o registro da atividade exploratória gravada no computador.

O uso do questionário foi indispensável para coletar as percepções dos alunos a respeito do desenvolvimento da atividade e das expectativas que eles tiveram em relação a essa proposta. O caderno de campo serviu como um suporte para registrar alguns fatos que se mostraram importantes antes, durante e depois do experimento. A atividade gravada no computador apontou a dinâmica realizada pelo *software* GeoGebra e, como a partir dela, os alunos realizaram a visualização.

Sobre as atividades exploratórias, trouxemos uma definição apontada por Martins Júnior (2015) que as descreve como um:

> Conjunto de atividades, didaticamente planejadas, com o objetivo de permitir a exploração, a conjecturação, a dedução lógica, a indução, a intuição, a reflexão na ação e a mediação em relação aos conteúdos abordados para possibilitar a construção de conhecimentos realizados por seus atores, sendo essas atividades livres ou guiadas e, usando para isso, os meios necessários que possam dinamizar a relação entre a teoria e a prática e o ensino para a aprendizagem. (MARTINS JÚNIOR, 2015, p. 58-59).

As atividades exploratórias permitem aos professores e alunos criarem oportunidades para explorar determinados conceitos, observando o que acontece de regular durante o processo de indução e dedução de informações, bem como permitir que haja uma dinâmica no ensino e na aprendizagem.

4 I DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A atividade exploratória foi realizada no laboratório de Educação Matemática da UNEB durante as aulas da disciplina de *Softwares* Matemáticos, no período de 9h até 12h. Houve a participação voluntária de 15 alunos matriculados na disciplina, divididos em 03 grupos, para descrever as suas impressões a respeito das possíveis contribuições dessas atividades no processo de ensino para a aprendizagem. Devido à questão de Ética na pesquisa em relação aos nomes dos participantes, chamaremos apenas de grupo de Grupo 01, Grupo 02 e Grupo 03.

A ementa dessa disciplina permite trabalhar diversos conteúdos de Matemática, desse modo, foram desenvolvidas atividades com os seguintes conteúdos: Funções do 1° e 2°, Funções Exponenciais, Logaritma, Matrizes e Sistemas Lineares, Geometria Plana e Espacial, Limites, Derivadas, Integrais, Convergência e Divergência de Funções, Cônicas entre outros. Para esse artigo, trouxemos apenas a atividade exploratória que contemplou o conceito de Integral Definida.

A atividade foi desenvolvida em grupo para estimular o diálogo e a reflexão das questões propostas. Os alunos plotavam as questões e, de acordo o que o *software* proporcionava, eles percebiam as regularidades, faziam as operações algébricas e tentavam chegar a um denominador comum em relação às soluções encontradas. Salientamos que os processos algébricos construídos pelos alunos não serão abordados aqui, pois representam um tema que necessita ser melhor investigado em outro artigo.

Durante a aplicação da atividade exploratória a postura do pesquisador foi a de proporcionar aos alunos possibilidades de interação com o conhecimento e, a partir disso, foram realizadas algumas intervenções que se tornaram necessárias para que os alunos completassem o entendimento para as soluções. Nestes momentos, foi pedido para que eles tentassem se lembrar das definições usadas quando fizeram a disciplina e, aos poucos, as ideias sobre os conteúdos estudados ressurgiam. Quando os alunos perguntavam, a reposta encontrada correta é a essa? Então, foi dito que, se não encontrassem mais nenhuma outra forma possível, é por que chegaram a uma resposta satisfatória. A seguir, apresentaremos o modelo da atividade exploratória usada na pesquisa, a sua construção no *software* GeoGebra e as análises das respostas de algumas perguntas dos questionários que foram entregues:

1) Dada a função $f(x) = sen(x + a)$ construam a sua representação gráfica no GeoGebra.

a) De acordo a variação do parâmetro a o que acontece com o gráfico da função?

b) Estude algum intervalo dessa função. Existem raízes? Existem pontos de mínimo ou máximo? Inflexão? É possível provar algebricamente?

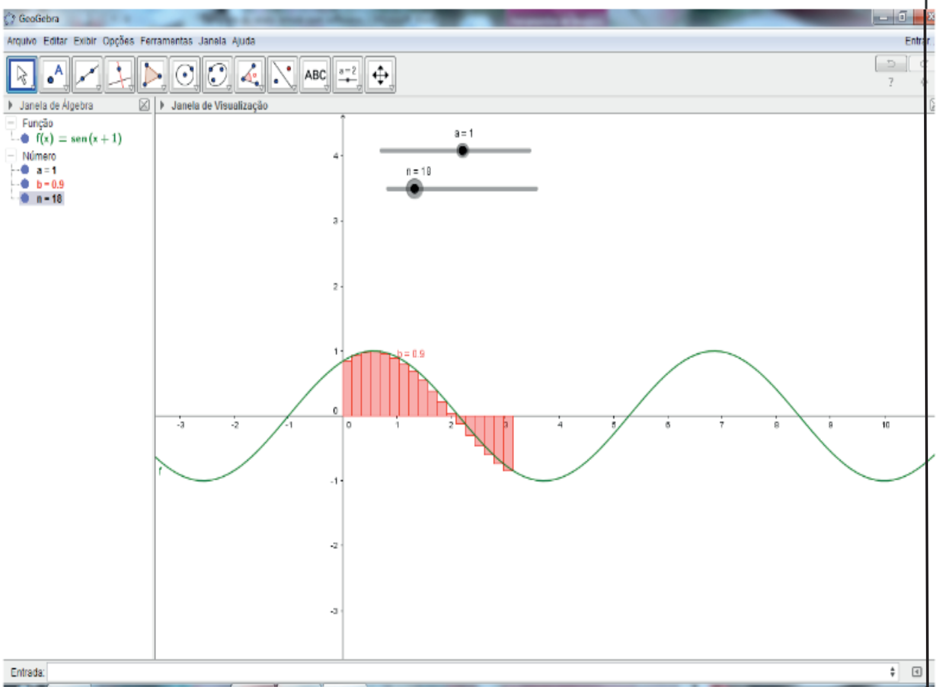
c) Porque a Derivada foi importante nessas operações?

d) Encontre a área da função no intervalo de $(0, \pi)$ utilizando o *software* GeoGebra, inserindo na entrada SomaDeRiemannInferior $[f, 0, \pi, n]$ e para n medida inferior de zero e superior 100. O que acontece quando variamos o número dos retângulos na aproximação para o cálculo da área dessa função?

e) Qual técnica de integração é possível usar para encontrar a área dessa figura? É possível provar algebricamente?

f) Existe diferença entre o erro do cálculo realizado pelo *software* e o dos procedimentos algébricos? É possível provar algebricamente?

Figura 01. Gráfico que visualiza a área da Integral Definida construída com a utilização do *software* GeoGebra pela aproximação dos retângulos.



FONTE: Os dados da pesquisa.

A visualização das soluções foi possível a partir do *software* GeoGebra, utilizando a dinâmica proporcionada por esse *software*, os alunos faziam algumas operações algébricas para tentar compreender os valores encontrados. Notamos que a visualização foi bastante útil para a aprendizagem, pois a partir dela, os conceitos que os alunos já haviam construído na disciplina de Cálculo I, mas sem os recursos computacionais, ficaram mais compreensíveis. A visualização tem sido apontada como elemento indispensável para a aprendizagem (ARCAVI, 2003; BORBA; VILLARREAL, 2006; MARTINS JÚNIOR, 2013, 2015; PRESMEG, 2006) e para que ela aconteça, faz-se necessário o desenvolvimento dela com a parte algébrica, pois o uso do *software* proporciona a complementação destes dois aspectos, indicando, dessa maneira, os melhores caminhos para as soluções que os alunos podem encontrar (MARTINS JÚNIOR, 2013, 2015).

Assim, encontramos algumas evidências relatadas pelos alunos, conforme as respostas dos questionários a respeito de possíveis contribuições oferecidas pelo *software* GeoGebra durante o desenvolvimento da atividade:

> O *software* GeoGebra nos auxiliou na manipulação de algumas propriedades matemáticas, auxiliando na sua compreensão e abrindo caminhos para diferentes formas de ver, compreender e assimilar a Matemática. Sem as limitações de outras fontes de informação, como o uso (apenas) da própria lousa, o *software* permitiu a visualização do comportamento de algumas entidades matemáticas que não seriam possíveis se não fosse por tal recurso e, além disso, facilitou a interpretação e reflexão das definições, axiomas e demonstrações por ser de fácil manipulação e verificação em tempo real com os dados. (Grupo 01).

> A atividade foi bem interessante, pois até então não sabíamos que no GeoGebra poderíamos utilizar Limite, Derivada, Integral [...]. Temos dificuldades em interpretar, em ver e saber como a função se comporta no gráfico, aqui ficou bem mais dinâmico e compreensível. (Grupo 02).

> O *software* se tornou um mediador a partir do momento em que foi possível relacionar teoria e a prática durante as aulas de Matemática obedecendo aos conteúdos programáticos em que ao mesmo tempo proporcionou um ambiente de aprendizado construtivo. Podemos citar entre outras contribuições proporcionadas pelo uso do *software*, a autonomia do raciocínio e da liberdade para a reflexão do que está sendo construído, além do seu potencial visual que é bem dinâmico e atrativo. (Grupo 03).

Além da visualização, experimentação e o desenvolvimento da parte algébrica, essa atividade proporcionou aos alunos reflexões sobre as possibilidades para se desenvolver pesquisas nas áreas de Matemática e Educação Matemática, desse modo, a visualização se constituiu um elemento motivador e mobilizador para a construção de projetos nessas áreas. Como o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) é algo obrigatório, eles começaram a pensar em como encaixar atividades exploratórias como apoio pedagógico e metodológico para o ensino, investigar problemas e tentar encontrar possíveis soluções. Assim, a atividade exploratória em conjunto com o *software*, podem funcionar como elementos motivadores para se pensar e usar as tecnologias computacionais na sala de aula ou no laboratório de Educação Matemática.

Sobre as contribuições dessas atividades para o desenvolvimento de pesquisas, os alunos mencionaram algo de importante a respeito de uma continuidade dos estudos, utilizando as explorações de conteúdos de Matemática, conforme as suas respostas:

> O que foi trabalhado na sala de aula e no decorrer da disciplina de *Softwares* Matemáticos elas podem contribuir, ao nosso ver, em dois âmbitos em termos da construção do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Primeiro porque abre portas para exploração de temas dentro do próprio emprego das novas tecnologias e suas funcionalidades dentro de sala de aula como uma ferramenta que pode enriquecer o trabalho do professor, tal como o uso de *softwares* matemáticos. A outra contribuição também está relacionada ao uso destas novas tecnologias, mas de forma indireta, no sentido de serem ferramentas que auxiliem na construção de um projeto que, necessariamente, não seja sobre o uso de novas tecnologias.

> Neste caso esses recursos ajudariam na construção, análise e sistematização da pesquisa que se quer fazer no TCC, independente de qual problema fosse abordado, mas dependendo de como ocorreria a sua inclusão e possível adaptação. Saber manusear os *softwares* e o que vai ser feito com ele representa o fator crucial para quem quer desenvolver pesquisas na área de Matemática. (Grupo 01).

> Recebemos um incentivo para seguir em frente. Porque nessas atividades que participamos, aprendemos e relembramos algumas coisas, e isso nos faz querer continuar [...]. Pois, uma vez que uma pessoa tem o gosto de entender a Matemática ou qualquer outra área, ela se sente capaz e procura mais informações e meios para continuar a compreendê-la. (Grupo 02).

> Fazer pesquisa em Educação Matemática seria de certo modo, pensar em alternativas metodológicas que venham a contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, nesse contexto, as atividades exploratórias atuariam como mecanismos que contribuem para a mobilização e construção do conhecimento e, ainda permitem que os indivíduos envolvidos no processo possam fazer uma investigação sobre o objeto que está sendo estudado. (Grupo 03).

Diante disso, percebemos a motivação que os alunos tiveram depois da realização dessa e também de outras atividades, pois eles começaram a pensar na construção de outras atividades que possibilitem a aprendizagem com suas futuras turmas de alunos e ainda notaram que tais atividades podem ser utilizadas como um meio para o desenvolvimento do ensino e de pesquisas com os conteúdos que são trabalhados na disciplina de Matemática. Estimular a continuidade de estudos de professores de matemática, com o uso de *softwares* matemáticos, representa uma conexão que é imprescindível para a construção de conhecimentos e formação de saberes necessários à prática docente.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos afirmar que a atividade exploratória abriu caminhos para que os alunos pudessem compreender, mais especificamente, o conceito de Integral Definida e o *software* GeoGebra permitiu a visualização da área a ser integrada e, também, uma interação entre o aspecto visual e o algébrico, que foram pontos importantes para indicar a aprendizagem. Dessa maneira, asseguramos que os alunos se tornaram os principais atores na mobilização dos seus conhecimentos.

Ao se trabalhar a autonomia proporcionada pelo *software* GeoGebra em conjunto com as atividades exploratórias e com um projeto de pesquisa a ser desenvolvido pelos orientadores de TCC, temos à frente um caminho promissor para o incremento da pesquisa em Educação Matemática em que a teoria e prática se mostraram complementares para consolidar uma direção de ensino para a aprendizagem do conceito de Integral Definida.

Entendemos que há um enriquecimento do trabalho pedagógico para os professores e futuros professores de Matemática, tal enriquecimento é aumentado quando se planeja bem os passos necessários, de acordo com os objetivos que se pretende alcançar, para uma aula ou uma pesquisa, que são oferecidas pelos contextos que podem surgir com a Educação Matemática. Portanto, o estudo aponta que o *software* GeoGebra foi um mediador para a compreensão do conceito de Integral Definida e as atividades exploratórias indicaram ser um caminho promissor para o ensino e para o desenvolvimento de pesquisas em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ARCAVI, A. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. In: **Educational Studies in Mathematics**, n. 52, p. 215-241, 2003.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012, p. 111-124.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. Visualization, mathematics education and computer environments. BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. (Orgs.). In: **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Techonologies, Modeling, Visualization and Experimentation.** Mathematics Education Library, v. 39, Melbourne: Springer, 2006, p.79-97.

CARGNIN, C.; BARROS, R. M. O. A contribuição do GeoGebra para a compreensão do conceito de convergência. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, Paraná, v. 4, n. 6, p. 215-232, jan.-jun., 2015.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: representação e construção em Geometria.** Porto Alegre: Artmed, 1999.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

KENSKI, V. M**. Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação**. 4. ed. Campinas: Papírus, 2008.

LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática**. São Paulo: Editora 34, 1993.

MARTINS JÚNIOR, J. C. Ensino de Derivadas em Cálculo I: Aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, XVII, Vitória, **Anais...** Vitória: SBEM, p. 1-12, 2013.

MARTINS JÚNIOR, J. C. **Ensino de Derivadas em Cálculo I: Aprendizagem a partir da visualização com o uso do GeoGebra**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Universidade Federal de Ouro Preto: Ouro Preto, 2015.

PIMENTEL, R. A.; PAULA, M. J. A dinâmica dos processos de aprendizagem em uma atividade de investigação. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, Belo Horizonte, 2007, **Anais...** Belo Horizonte: SBEM, p. 1-16, 2007.

PRESMEG, N. Research on visualization in learning and teaching mathematics: emergence from psychology. In: BOERO, P.; GUTIÉRREZ, A. (Orgs.). **Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future.** Roterdã: Sense Publishers, p. 205-235, 2006.

REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo: São Paulo, 2003.

RICHIT, A.; BENITES, V. C.; ESCHER, M. A.; MISKULIN, R. G. S. Contribuições do *software* GeoGebra no estudo de Cálculo Diferencial e Integral: uma experiência com alunos do curso de Geologia. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 90-99, 2012.

SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. 1. reimp. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 15. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

CAPÍTULO 5

SABERES ESPECÍFICOS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA, UTILIZANDO O GEOGEBRA

Sidimar Merotti Viscovini
Acadêmico do 8° semestre do curso de Licenciatura em Matemática, pela Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT. E-mail: sidimarviscovini@gmail.com

Josimar de Sousa
Drº- Professor titular no departamento de matemática-UNEMAT/Cáceres-MT. E-mail: jsousa.mt@unemat.br

RESUMO: O objetivo deste texto é trazer uma experiência desenvolvida no âmbito do Estágio Supervisionado IV entre as TICs, conteúdo de matemática e didática, podem produzir novos conhecimentos práticos especializados para futuro professor. Tem-se como pergunta de trabalho: Como é possível produzir saberes a partir da experiência no ensino da matemática? Para responder esta pergunta, fez-se o uso da teoria do Conhecimento Especializado, dado ao seu potencial para a compreensão do fazer necessário ao professor, no planejamento de aulas de matemática fazendo uso do Geogebra. Propõe-se o desenvolvimento de aulas práticas diferenciadas que pudesse promover maior interação entre o Geogebra, o ensino/aprendizagem, e assim, tornar possível a produção de conhecimentos práticos didáticos-pedagógicos que poderão emergir como conhecimentos especializados com potencial de vir a serem incorporados ás praticas letivas do futuro professor de matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Saberes Específicos. Saberes da experiência. Didática para Geometria.

SPECIFIC KNOWLEDGE FOR GEOMETRY EDUCATION, USING THE GEOGEBRA

ABSTRACT: The objective of this text is to bring an experience developed within the scope of Supervised Internship IV between the TICs, content of mathematics and didactics, can produce new specialized practical knowledge for future teacher. It is a question of work: How is it possible to produce knowledge from experience in teaching mathematics? In order to answer this question, it was made use of the Specialized Knowledge theory, given to its potential for the understanding of what is necessary to the teacher, in the planning of mathematical classes using Geogebra. It is proposed to develop differentiated practical classes that could promote greater interaction between Geogebra, teaching / learning, and thus make possible the production of didactic-pedagogical practical knowledge that could emerge as specialized knowledge with the potential to be incorporated into the of the future teacher of mathematics.

KEYWORDS: Special knowledge. knowledge of experience. Didactics for Geometry.

1 I INTRODUÇÃO

Durante o período de estágio supervisionado o acadêmico tem o dever de se preparar para a sua atuação docente, no entanto, é no estágio IV que deve aparecer todo seu potencial revelador de suas práticas enquanto profissional da educação. O estágio possibilitará conhecer as singularidades do ser docente, cabendo a este encarar tal momento como um aprendizado significativo à sua formação. Segundo Galvão (2012 p. 4), "É necessário relacionar a teoria com a prática para que o desenvolvimento do estágio seja proveitoso para a o início do processo de formação [...]".

Além disso, é no momento do estágio que o futuro professor poderá se apresentar também como um pesquisador, refletindo criticamente e construtivamente em relação a sua posição enquanto docente. Desta forma, me submeti a relatar minhas experiências como futuro professor da educação básica.

Tendo em mente a grandeza desta etapa para o desenvolvimento profissional do professor, cabe ao mesmo se atentar aos saberes a partir de suas experiências em sala de aula. Sendo assim, é necessário enfatizar que o professor é um construtor de conhecimentos, construção interiorizada através de demonstrações e exercícios, são nas pequenas demonstrações, sejam elas com figuras ou algébricas que a matemática se torna interessante para maioria dos estudantes, além do mais, temos uma diversidade de alunos em uma mesma sala de aula, desta forma cabe ao professor apresentar a eles formas diferentes para demonstração de um mesmo conteúdo. Agindo assim de forma segura quando entrelaça teoria e prática em função do ensino.

Neste embate, o *Software* Geogebra surge como uma ferramenta metodológica para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem, cabendo ao professor agir como mediador do conhecimento, ensinando matemática através da tecnologia.

Desta forma utilizei o programa computacional no ensino de geometria, em minhas aulas de estágio como um novo método de ensinar matemática. Diante a decorrência deste processo de estágio me submeti a ensinar geometria (razões trigonométricas) utilizando o *Software* Geogebra a partir dos conhecimentos especializados no estudo da matemática. As aulas foram realizadas com alunos do segundo ano do ensino médio no período dos dias 09/10/2017 à 25/10/2017.

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

Quando o professor de matemática lança mão de métodos para o ensino, acaba por integrar um conhecimento a partir de várias fontes diferentes. Neste caso cabe ao mesmo se atentar a inovações metodológicas afim de enriquecer sua aula, este processo enriquecedor fruto de constantes busca de ensino arremete um saber a partir do fazer, este trabalho construtor e conhecedor metodológico tem uma relação intrínseca com a experiência. Neste sentido Bezerra *et al* (2016, p. 9842) relata que "Os saberes experienciais se desenvolvem no exercício cotidiano da atividade docente e por isso levam em conta as múltiplas interações existentes na prática".

Nesta mesma perspectiva Lopes (2006, p. 3) mostra que “Os saberes da experiência são constituídos a partir do exercício da prática diária da profissão e que se fundam no trabalho e no conhecimento do meio”. Porem e necessário ressaltar que esta prática pode estar associada ao período de estágio supervisionado, já que não arremete a experiência como tempo, mas sim ligado a prática e o nível de produção do professor.

Neste embate o professor pode lançar mão do conhecimento especializado para produção de pesquisa, já que o conhecimento especializado, é por sua vez, uma proposta teórica-metodológica que possibilita ao professor investigar seu próprio conhecimento, bem como analisar suas práticas. Esse conhecimento possui uma grande complexidade, pois envolve uma série de etapas que se complementam e que são necessárias para dar sentido ao estudo da matemática.

Sendo assim, em relação ao conhecimento especializado Mazzi (2015, p. 6) aponta que, “Esse modelo, além de ser uma proposta teórica cujo objetivo é investigar o conhecimento do professor de Matemática, é também uma ferramenta metodológica que permite analisar as práticas dos professores a partir de suas categorias de análise”.

3 I ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para desenvolver este trabalho, optei por aulas diferenciadas, onde utilizei materiais que estavam em meu alcance e em torno dos alunos, para observarem na prática como se aplicava as razões trigonométricas. Santos *et al.* (2007, p. 37) destaca que “A construção do conhecimento exige novas metodologias e ambientes diferenciados de aprendizagem, pois, cada sala é formada por um grupo heterogêneo de alunos”. E prossegue, “A mudança da metodologia tem um papel principal na transformação do processo de ensino-aprendizagem”.

Dessa forma, observa-se que é de extrema importância utilizar de recursos metodológicos que chamem a atenção dos alunos, buscando aproximar a disciplina com a realidade dos mesmos, pois, a matemática não encontra-se isolada, externa do mundo real.

Levando em consideração, portanto, a realidade dos alunos e a necessidade de apresentar a Matemática como parte dessa realidade, sugeri que medíssemos a altura da caixa d’água, presente no pátio da escola. Entretanto, para que eles compreendessem, primeiramente foi necessário tomar conhecimento teórico das razões trigonométricas no triângulo retângulo.

Sendo assim, submeti minhas aulas em três etapas. Em um primeiro momento, utilizei de uma sequência didática para estudamos toda parte teórica dos ângulos notáveis entre seno, cosseno e tangente. Expliquei à eles sobre a construção dos ângulos notáveis. Nessa aula iniciei o conteúdo identificando os catetos e a hipotenusa em um triangulo retângulo, posteriormente vimos as condições estabelecidas para seno, cosseno, e tangente de um ângulo, em seguida encontramos os valores de cada lado do triângulo retângulo, em particular para encontrarmos a altura, demostrando através do teorema de Pitágoras.

A partir daí tivemos condições de calcular os valores de seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis, este era o conteúdo matemático que precisavam ter conhecimento para realização deste trabalho, porem antes de sair ao pátio tinha que construir o conhecimento a partir de teorias estudadas em sala de aula.

Com toda parte teórica alcançada incluindo demonstrações e exercícios passamos para segunda etapa, nesta aula optei por utilizar a tecnologia como um recurso didático para que os alunos tivessem consciência do que estariam fazendo ao sair da sala de aula e realizar o trabalho das medições.

A tecnologia inserida se trata do *Software* Geogebra, considero necessário para fazermos uma simulação do que seria colocado em prática no pátio da escola. Nesta aula construí três polígonos representando cada medida de ângulo diferente, sendo cada ângulo um ângulo notável que já tínhamos estudado em aulas passadas, dando sentido a eles de como utilizar o conteúdo em aplicações no cotidiano, e já expondo como teríamos de fazer no pátio da escola.

Com a imagem refletida na parede da sala estudamos as relações trigonométricas de forma clara, esclarecendo que através da distância de um certo objeto e o ângulo formado até o topo do mesmo é possível calcular sua altura. E quando variamos a distância, o ângulo consequentemente também varia, de forma que podemos calcular uma mesma altura através de vários ângulos diferentes. Veja o exemplo na figura abaixo.

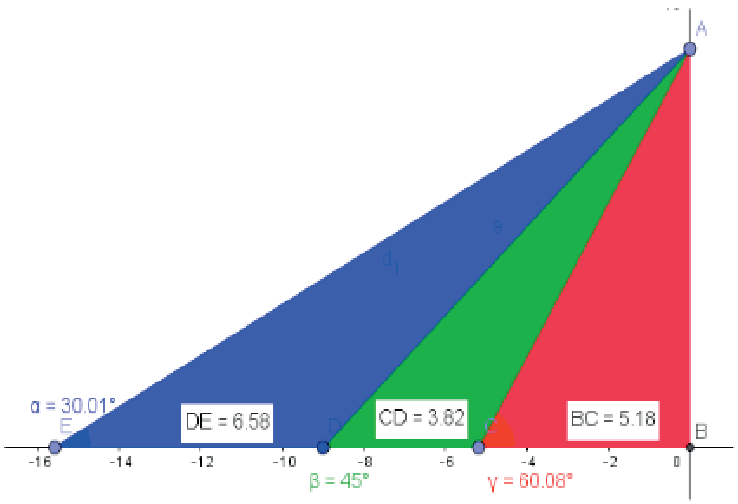


Figura 1 – Simulação de uma determinada altura, através de diferentes ângulos.

Fonte: Geogebra, 2017.

A fim de observar a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo, submeti a eles novos exercícios a serem solucionados. Após todas as aulas teóricas, com simulações e solução de exercícios, pedi para que os alunos se subdividissem em grupos e fomos colocar a teoria em prática. No entanto, para realizar esse trabalho, percebi a necessidade de um material didático necessário para tirar medidas de distância e ângulo, recorri então a um método simples de criar um recurso que possibilitasse nosso estudo, consequentemente com os grupos já formados, utilizei poucos materiais geométricos como transferidor, canudo, espeto, percevejo e borracha, com estes materiais foi possível ser construído o recurso didático – teodolito – que possibilita aos alunos observar a altura da caixa d'água, e os diferentes ângulos formados com relação à distância. Veja o material na imagem abaixo.

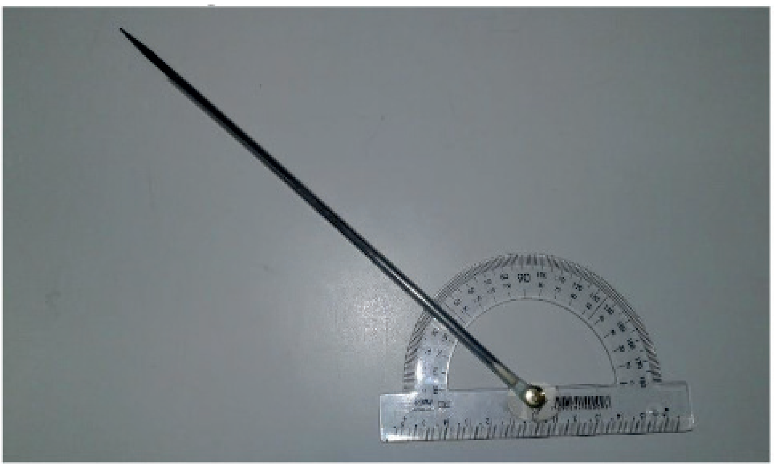


Imagem 1 – Material didático – Teodolito

Fonte: VISCOVINI, 2017.

Quando os alunos visualizam e constroem o material que será utilizado, os mesmos tem a possibilidade de relacionar o material com atividade a ser feita. Isso faz toda diferença para abstração do aprendizado matemático.

Depois de tudo claramente estabelecido, conceito entendido, material construído e objetivo a ser alcançado, direcionei os alunos à terceira e última etapa, este dia fomos para o pátio com o objetivo de medir altura da caixa d´agua da escola. Cada grupo de forma singular realizou as medições, visualizaram o conceito de forma matemática e fizeram as devidas anotações.

Para ter uma medição sem grande margem de erro, posicionamos o teodolito em cima de uma régua de madeira para garantir que a base do material didático fique paralelo ao solo, deste modo formando um ângulo de 90º com a base da caixa, dando origem a um triangulo retângulo, possibilitando aplicar as razões trigonométricas para calcular a altura. Veja a imagem a seguir.

Imagem 2 - Medições com o teodolito

Fonte: VISCOVINI, 2017.

4 I RESULTADOS

As aulas anteriores dentro da sala, foram de extrema importância para compreender o processo de trabalho na aula a campo, cada grupo trabalhou de forma singular, o que os fez perceber que é possível medir uma mesma altura através de ângulos diferentes, embora os resultados deram valores aproximados devido a irregularidade do material construído (teodolito) e a dificuldade da condição de paralelismo entre a régua de madeira e o solo.

No entanto, o importante é a compreensão dos alunos ao conteúdo. A partir desta aula a campo, solicitei que cada grupo me entregasse um trabalho com exercícios resolvidos, dos quais estavam relacionados com as medições realizadas, além disso, seria realizado um seminário onde explicarão para os demais colegas de sala, quais foram as razões trigonométricas utilizadas, apontando os caminhos seguidos para chegar ao resultado.

Como parte da avaliação, no decorrer da apresentação eu como avaliador estaria supondo novos valores de medida e ângulo, para que se sujeitassem a tomar novas razões trigonométricas, diferentes das quais tinham resolvido no trabalho. Assim como segue nas imagens a seguir.

Imagem 3 - Alunos do 2º ano explicando como alcançaram os resultados

Fonte: VISCOVINI, 2017.

Como os cálculos se desenvolvia com números de valores aproximados, permiti a utilização do celular como calculadora. O trabalho se tornou interessante, uma vez que utilizei uma nova metodologia de ensino, propiciando aos alunos um conhecimento teórico e prático, pois, de acordo com Ponte (2003, p. 19) "[...] teoria e prática são duas faces de uma mesma moeda". Dessa forma, evidencia-se que ao trabalhar determinado conteúdo, possibilitei aos alunos relacioná-lo com o seu cotidiano, apontando para que serve as razões trigonométricas.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando todo trabalho realizado, posso concluir que para conectar o ensino com a realidade dos alunos, é necessário ter antes um planejamento cauteloso com os conteúdos a serem estudado, observando de forma direta como pode ensinar relacionando a realidade do aluno com ambiente escolar. Assim como aponta Galvão (2012, p. 4), "[...] O futuro professor deve não somente ter uma noção teórica, ou seja, baseados em estudos realizados, mas sim conhecer a realidade social e funcional que vivenciada no ambiente escolar [...]".

Além disso, e de extrema importância que o professor estabeleça a relação entre teoria e prática em suas aulas, pois são dois campos indissociáveis, tal como enfatiza Pimenta e Lima (2005/2006). Por conseguinte, o professor deve levar em consideração a realidade dos alunos, bem como os conhecimentos prévios que os mesmos possuem, a fim de planejar aulas que vá atender as expectativas dos alunos. O docente, deve ser também, no âmbito escolar, um pesquisador, a fim de fazer uma crítica reflexiva em relação a sua própria prática pedagógica, a fim de aprimorá-la.

É necessário que o professor, esteja buscando o tempo todo melhorar sua formação profissional, a fim de atender as demandas da contemporaneidade, buscando, dessa forma, garantir um ensino-aprendizagem de qualidade. Além do mais, a utilização de novos recursos metodológicos, se fazem importantes, à medida em que os alunos exigem essa atualização metodológica. Por outro lado, a utilização de recursos tecnológicos, visa contribuir significativamente com ensino, contudo, os recursos a serem utilizados devem ser conhecidos pelo professor, uma vez que este é o mediador do conhecimento.

Quando vivencio esta experiência do professor pesquisador, surge as características dos saberes experienciais, isso se intensifica quando lancei mão de recursos metodológicos afim de alcançar um só objetivo, ensinar razões trigonométricas ao alunos. Destaco também que quando me lanço ao objetivo, utilizo uma sequência didática encadeada de passos, onde cada passo é utilizado uma metodologia adequada para o momento de estudo, ou seja não utilizo um método isolado para ensinar, mas constitui o conhecimento a traves do que estava ao meu alcance.

Este espaço de pesquisa abriu uma visão maior, de como o ensino pode ser empregado de forma eficaz, em outras palavras poso dizer que produzi conhecimentos a partir do momento que busquei, organizei e vivenciei a pratica na sala de aula.

Sendo assim, o conhecimento especializado tem se destacado como uma proposta enriquecedora para a atuação docente, uma vez que permite a reflexão da prática profissional, bem como pensar estratégias para aprimorá-la.

REFERÊNCIAS

BEZERRA, Keutre Glaúdia da Conceição Soares; *Et al*. Os saberes experiências e a prática como processo de aprendizagem na docência universitária. XVIII ENDIPE – Didática e Prática de Ensino no contexto político contemporâneo: cenas da Educação Brasileira. Disponível em http://www.ufmt.br/endipe2016/downloads/233_10017_36448.pdf Acesso em 17 de maio de 2018.

FERREIRA, Maria Cristina Costa. Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a Álgebra na escola e na formação do professor. Belo Horizonte, Faculdade de educação da UFMG, Tese de doutorado, 2014. Disponível em http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/BUOS-9PMKNE/tese_vers_o_final.pdf?sequence=1 Acesso em 05 de jan. de 2018.

GALVÃO, Luzia Cristina de Melo Santos. O estágio e as descobertas dos saberes docentes: o início da formação da identidade do futuro professor. 2012, p. 1 – 11.

JUNIOR, Jeferson Gomes Moriel.; WIELEWSKI, Gladys Denise. Conhecimentos especializados para ensinar divisão de frações mobilizados por um licenciando em contexto formativo. **In.: Prática de formação e letivas do professor de Matemática**/Josimar de Sousa, Ivete Cevallos (orgs). – Curitiba: CRV, 2016, p. 149 – 166.

MAZZI, Lucas Carato. Conhecimento Especializado do professor de Matemática: um olhar para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em educação Matemática – EBRAPEM, 2015, p. 1- 11. Disponível em http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd01_lucas_mazzi-A1.pdf Acesso em 15 de nov. de 2017.

LOPES, Lourival da silva. Os saberes da experiência do professor e suas implicações na prática pedagógica. 2006. Disponível em http://afirse.com/archives/cd11/GT%2006%20-%20POL%C3%8DTICAS%20E%20PR%C3%81TICAS%20DE%20FORMA%C3%87%C3%83O%20DE%20PROFESSORES/24_OS%20SABERES%20DA%20EXPERIENCIA%20DO%20PROFESSOR.pdf Acesso em 17/05/2018.

PIMENTA, Selma Garrido.; LIMA, Maria Socorro Lucena. Estágio e docência: diferentes concepções. Revista Poíesis – Volume 3, número 3 e 4, p. 5 – 24, 2005/2006. Disponível em https://www.revistas.ufg.br/poiesis/article/viewFile/10542/7012 Acesso em 25 de nov. de 2017.

PONTE, João Pedro Mendes da. Investigar, ensinar e aprender. Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM, p. 25 – 39). Lisboa: APM.

SANTOS, *et al*. Dificuldades na Aprendizagem de Matemática. Trabalho de Conclusão de Curso. São Paulo, 2007. Disponível em <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf> Acesso em 15 de nov. de 2017.

CAPÍTULO 6

APRENDIZAGEM INTERATIVA COM O SITE EDUCACIONAL KHAN ACADEMY INTERMEDIADA PELA PLATAFORMA MOODLE

Ana Carolina Camargo Francisco
Faculdade de Tecnologia de Sorocaba, Curso de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas
Sorocaba – São Paulo

Maria Angélica Calixto de Andrade Cardieri
Faculdade de Tecnologia de Sorocaba, Curso de Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas
Sorocaba – São Paulo

Mônica Oliveira Pinheiro da Silva
Faculdade de Tecnologia de Sorocaba, Curso de Tecnologia em Eletrônica Automotiva.
Sorocaba – São Paulo

RESUMO: Este trabalho busca compreender as relações didático-pedagógicas mediadas pelo site educacional Khan Academy, com alunos de graduação em Análise de Sistemas. Tal projeto justifica-se pela dificuldade comumente observada com a disciplina de Cálculo e ressalta o papel do professor como mediador no uso de ambientes virtuais de ensino. Além do referencial teórico, a pesquisa baseou-se em relatórios dos alunos, gerados pelo site, e pode perceber a contribuição do uso da tecnologia na aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem virtual. Moodle. Khan Academy.

INTERACTIVE LEARNING WITH THE KHAN ACADEMY EDUCATIONAL SITE INTERMEDIATE BY MOODLE PLATFORM

ABSTRACT: This paper aims to understand the didactic and pedagogical relations mediated by educational website Khan Academy, with students from an undergraduate degree in Systems Analysis . This project is justified by the difficulty commonly observed with the discipline of Cálculo and highlights the role of the teacher as a mediator in the use of virtual learning environments . In addition to the theoretical framework, the research was based on reports from students, generated by the site , and can see the contribution of the use of technology in learning.

KEYWORDS: Virtual learning. Moodle. Khan Academy.

1 I INTRODUÇÃO

A evolução das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), ocorrida nos últimos anos, possibilitou o desenvolvimento de ferramentas de apoio à área educacional. Neste contexto, os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVAs) tem se tornado importantes ferramentas para apoio ao ensino, sejam estes utilizados na educação à distância (EAD) ou de maneira presencial (Guterres, 2015, p.21).

Os AVAs - Ambientes Virtuais de Aprendizagem, também denominados LMS (Learning Management System) são sistemas de gestão de aprendizagem que tem como função apoiar o aprendizado tanto presencial como à distância através da oferta eletrônica de cursos (Tarrit, 2011).

Em se tratando de complemento às aulas presenciais, nem sempre a utilização destes ambientes atinge os resultados esperados. Guterres (2015) relata que em pesquisas recentes observou-se que os alunos que utilizaram ferramentas AVAs na modalidade EAD tiveram melhoria nas pontuações em avaliações, enquanto para os alunos que as utilizaram como apoio presencial, a utilização destas não foi significativa em relação ao desempenho. Ainda segundo Guterres (2015, p.21), é necessário explorar novas formas de utilização destes recursos de forma a aprimorar a qualidade do processo de ensino e de aprendizagem. Lazarroto et al. (2011), cita que apesar da utilização de ambientes virtuais de ensino em cursos presenciais e não presenciais, é necessário adotar procedimentos operacionais adequados para aumentar a eficiência do processo ensino-aprendizagem.

Buscando-se melhorar a qualidade do processo de aprendizagem, foi desenvolvido um projeto para oferecimento de aulas virtuais de Cálculo em complemento às aulas presenciais, voltado aos alunos do curso de graduação em Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas.

O projeto denominado "Monitor Virtual de Cálculo", promove a integração entre o ambiente Khan Academy e a ferramenta Moodle de maneira coordenada, buscando-se captar o interesse do aluno na utilização do ambiente e desta forma melhorar o seu aproveitamento na disciplina.

A motivação para este projeto surgiu da percepção de que para despertar o interesse do estudante não basta que o material esteja disponível via internet, mas que este seja um complemento às aulas presenciais e aderentes à matéria transmitida em aula, caso contrário o estudante se sente desestimulado a usar o ambiente. Além disso, o acervo disponibilizado pelos sites é, na maioria das vezes muito grande, e é preciso direcionar corretamente o estudante.

2 I CONCEITOS BÁSICOS

Um Ambiente Virtual de Aprendizagem é um recurso computacional para auxiliar a criação de cursos disponíveis principalmente pela internet (Lazzaroto et al., 2011). Estes permitem que os professores organizem seus cursos, disponibilizando materiais de aprendizagem e recursos de avaliação, permitindo também controlar prazos e a participação dos alunos, além de oferecer mecanismos para a comunicação (Tarouco, 2009, p.3).

Nestes ambientes é possível gerenciar usuários criando grupos e salas virtuais de forma a criar visões diferentes de acordo com o grupo ou individuo que irá utilizá-la. Os recursos educacionais podem ser disponibilizados em vídeo, texto, imagem, etc. Estes recursos também são chamados de objetos de aprendizagem e na maioria das vezes são criados de maneira independente ao ambiente AVA, por meio de outras ferramentas, possibilitando criar conteúdo em formato digital que possa ser reutilizado ou aproveitado na construção de outros (Zaina et al., 2010, p.23).

O Moodle (Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment) é um sistema de administração de atividades educacionais destinado à criação de comunidades on-line, em ambientes virtuais voltados para a aprendizagem. É uma ferramenta *desenvolvida como código livre* e disponível para as mais diversas plataformas. Através dele o usuário poderá ter acesso aos conteúdos disponibilizados pelos professores. A ferramenta permite também incluir atividades, debater o tema em fóruns de discussão, troca de mensagens entre outros recursos (Moodle, 2016).

A plataforma Khan Academy, foi criada em 2006 pelo educador americano Salman Khan (KhanAcademy, 2016). A plataforma é gratuita e oferece vídeo-aulas e exercícios que podem ser acessados a qualquer hora do dia. Pelo site o professor pode ter acesso imediato ao desempenho do aluno. O ambiente identifica quais habilidades o aluno domina e quais ainda precisa praticar auxiliando o professor.

Por meio da Fundação Lemann, desde 2014, a Khan Academy passou a ser traduzida para o português e mais de cinco milhões de brasileiros utilizam a plataforma. A Fundação Lemann também oferece um programa gratuito que leva a Khan Academy às escolas públicas.

O aprendizado é feito por meio de vídeos explicativos e exercícios. São também apresentadas dicas de como resolver os problemas. As dicas são fornecidas progressivamente conforme a necessidade do aluno, até que o exercício seja completamente resolvido. Porém, apesar de sua interface oferecer um ambiente muito rico para o aprendizado, na maioria das vezes o aluno não sabe exatamente qual tópico ou exercício é apropriado.

Para a construção do ambiente descrito neste trabalho, o passo inicial foi a organização do conteúdo programático da disciplina de Cálculo em módulos de acordo com a ementa. Após esta fase foram analisados diversos exercícios disponíveis no site Khan Academy e selecionados os que eram aderentes ao conteúdo programático da disciplina.

A plataforma Moodle foi utilizada para controlar o acesso dos alunos e direcioná-los para execução dos exercícios selecionados tornando mais eficiente o processo de aprendizagem. A seção a seguir descreve a implementação.

3 I IMPLEMENTAÇÃO

O cenário para esta pesquisa compõe-se de dois momentos: a aprendizagem em sala de aula e o uso do Khan Academy de forma não presencial.

Considerando um cenário de dificuldades apresentadas pelos educandos, buscou-se estender os momentos de aprendizagem, promovendo um espaço onde o estudante, de qualquer lugar onde desejasse, tivesse acesso a conteúdos que o permitissem rever o que foi aprendido em aula. Desta forma o usuário poderia estudar através de teoria e exercícios de fixação, acompanhados de orientação de estudo, utilizando a plataforma Moodle.

Além da utilização do material de cálculo disponível no ambiente virtual de ensino Moodle, semanalmente os alunos utilizaram o laboratório de informática para as aulas de Cálculo. Inicialmente foi apresentado todo conteúdo selecionado para o semestre. A cada estudante foi disponibilizado um login e uma senha para o acesso à plataforma Moodle. De imediato foi possível perceber o interesse ao material apresentado. Os acessos foram feitos durante as aulas de laboratório e remotamente.

O conteúdo disposto no Moodle contempla material de teoria e links com exercícios. Os mesmos foram selecionados do site da Khan Academy e têm um aspecto diferenciado, pois o estudante pode obter sugestões parciais para a resolução do exercício proposto. Também é possível assistir vídeo aulas e ainda são oferecidos exercícios distintos do mesmo assunto que esteja praticando até que seja capaz de resolver uma sequência de exercícios corretamente.

Como o Khan Academy permite registrar os acessos, semanalmente eram gerados relatórios que permitiam acompanhar de forma individual o conteúdo praticado, o tempo dedicado a cada atividade, seus acertos e erros. Através da análise destes relatórios, as principais dificuldades dos mesmos quanto à resolução dos exercícios puderam ser identificadas e abordadas em sala de aula. Esta análise ocorria semanalmente para que fossem tomadas ações voltadas a diminuir a quantidade de questões erradas, conteúdos que demandavam mais tempo para seu entendimento, bem como analisar o uso regular dessa ferramenta.

4 I DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Os alunos que fizeram uso do material disponível no Moodle relataram melhora significativa quanto à compreensão dos assuntos abordados na disciplina, através de um questionário aplicado no final do semestre. As respostas sinalizaram que a familiaridade destes com a informática tornou o processo de aprendizagem mais concreto e prazeroso.

Infelizmente alguns alunos não fizeram uso da ferramenta e os resultados destes nas avaliações foram em média aquém do esperado se comparados aos resultados dos que acessaram o material disponível no Moodle. Parte da justificativa da não utilização do Moodle se deu ao fato dos servidores do laboratório precisarem ter sido desligados aos finais de semana, o que impossibilitava o acesso dos alunos nesse período, justamente quando eles relataram ter mais disponibilidade de tempo para estudo.

No total haviam 47 alunos matriculados, sendo seis em regime especial, dispensados de frequência. Dos 41 alunos em regime normal, oito foram reprovados por nota. Destes oito reprovados, apenas dois fizeram as atividades propostas, sendo que apenas um deles fez uma quantidade significativa de exercícios. Infelizmente, ainda há um alto índice de abandono, uma vez que sete alunos foram reprovados por falta. Dos seis matriculados em regime especial apenas dois foram aprovados, totalizando 11 alunos desistentes. Nenhum aluno do regime especial fez uso do material disponível online, caracterizando a importância do acompanhamento presencial no uso de um ambiente virtual de ensino.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve por objetivo buscar entender as relações de ensino e aprendizagem mediadas por computador utilizando-se da plataforma AVA Moodle, com a interface do Khan Academy. Cabe aqui ressaltar que esta ferramenta, sendo oferecida a alunos do curso de ADS, já pressupõem um bom aceite, pois os mesmos apresentam familiaridade com tais componentes.

As dificuldades inerentes à disciplina de Cálculo, não foram totalmente sanadas com o auxílio do Khan Academy. Implicitamente, a proposta era de um estudo diferenciado, com acessos semanais, incutindo assim uma rotina de estudos e este objetivo foi atingido. Pelos relatórios, pelas dúvidas apresentadas e discussões em sala de aula, apresentam-se os seguintes aspectos como conclusão e/ou proposta para reflexão: a ferramenta em nada auxilia se o uso não for direcionado e com objetivos claros; o aluno ainda espera do professor a postura de condutor do processo; as dúvidas de matemática básica ainda dificultam o avanço na aprendizagem de novos conceitos e isso não pode ser sanado com a ferramenta; o avanço do projeto depende, além do uso contínuo do aluno, do professor promover discussões e momentos de sanar dúvidas referentes aos exercícios.

De uma forma geral, considerando o avanço dos alunos em termos de aprendizagem e consequente aprovação, julga-se positiva a aplicação deste projeto. Espera-se que tal resultado permita estimular uma parcela maior dos alunos a fazerem uso da ferramenta no próximo semestre e que a plataforma Moodle fique disponível aos finais de semana, com a expectativa de aumentar ainda mais o número de alunos aprovados.

Este trabalho poderá contemplar diferentes abordagens a serem consideradas para possíveis pesquisas, tais como o uso em física, ou com um curso de aprofundamento em cálculo, totalmente à distância.

REFERÊNCIAS

BLACKBOARD. Disponível em: <http://blackboard.grupoa.com.br/>. Acesso em: 26 de Agosto de 2016.

GUTERRES, J. P. et al. **Desafios e Novas Possibilidades de Uso de Learning Management Systems** . Anais do XXVI Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE 2015) CBIE-LACLO 2015

KHAN ACADEMY

<http://www.fundacaolemann.org.br/khan-academy/> Acesso em: 26 de Agosto de 2016.

LAZZAROTTO, L. L. et al. **A educação em ambientes virtuais: proposição de recursos computacionais para aumentar a eficiência do processo ensino-aprendizado**. Revista Brasileira de Informática na Educação, v. 19, n. 2, p. 42-55, Agosto 2011.

MOODLE. Disponível em: <http://moodle.org>. Acesso em: 26 de Agosto de 2016

TAROUCO, L. M. R. et al. **Gestão Colaborativa de Conteúdo Educacional**. CINTED – UFRGS v.7 n. 1, Julho 2009

TARRIT, C. R. **Visão geral sobre o Ambiente Virtual de Aprendizagem - AVAs** Newsletter ano 01 nº 04 / outubro de 2011. Disponível em <http://www.lami.pucpr.br/newsletter/site_news/artigo0104a.php> Acesso em: 26 de Agosto de 2016

ZAINA et Al. **Uma abordagem para recomendação de Objetos de Aprendizagem em Ambientes Educacionais** - Recet - Revista da PUC vol. 2, n. 1 p.23 – Outubro 2010

CAPÍTULO 7

AS ESTRUTURAS ALGÉBRICAS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: POR QUÊ?

Nancy Lima Costa
Universidade de Pernambuco
Petrolina-PE

Juciely Taís Silva de Santana
Universidade de Pernambuco
Petrolina-PE

RESUMO: As dificuldades encontradas por discentes ao estudarem a disciplina Estruturas Algébricas num curso de Licenciatura em Matemática podem estar ligadas a razões específicas, como, por exemplo, a dificuldade de estabelecer conexões entre a disciplina e a Álgebra aprendida no Ensino Básico. Com isto, o presente artigo tem como principal objetivo estabelecer essa correlação, a fim de mostrar a importância da disciplina na proposta curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática. Para tanto, a partir de uma pesquisa bibliográfica, iremos traçar um panorama do desenvolvimento da Álgebra, da sua inserção no ensino de Matemática, e justificar os jogos de sinais por meio das propriedades elementares de um Anel, com o intuito de apresentar uma dentre as inúmeras conexões entre as Estruturas Algébricas e a Álgebra aprendida no Ensino Básico. Diante disso, concluímos que o conhecimento das Estruturas Algébricas é essencial para a formação do professor de Matemática, pois fornecer uma base de conhecimento específico, as quais fundamentam boa parte dos conteúdos da Matemática do Ensino Básico.

Palavras-chave: Estruturas Algébricas; Anéis; Ensino Básico; Jogo de Sinais.

THE ALGEBRAIC STRUTURE IN FORMATION OF MATHEMATICS TEACHER: WHY?

ABSTRACT: The difficulties found by students in Algebric Struture in a Mathematics Degree may be related to specific reasons, for example, the difficulty of establishing connections between the discipline and Algebra learned in Basic Education. Thereby, the present article has as main objective to establish this correlation, show the importance of the subject in the curricular proposal of the courses of Degree in Mathematics. Therefore, from a bibliographic search we will outline an overview the development of Algebra, of its insertion in the teaching of Mathematics, and to justify the rules of signs by means of the elementary properties of a Ring, with the intention of presenting one of the numerous connections between Algebraic Structures and Algebra learned in Basic Education. Therefore, we conclude that the knowledge of the Algebraic Structures is essential for the formation of the Mathematics

teacher, since it provides a specific knowledge base, which substantiate the contents of Mathematics of Basic Education.

KEYWORDS: Algebricas Structures; Rings; Basic Education; Rules of Sings.

1 I INTRODUÇÃO

Enquanto discentes do curso de Licenciatura em Matemática, cursei a disciplina Estruturas Algébricas. Na ocasião, ao deparar-me com os conteúdos apresentados não conseguia discernir a importância da disciplina num curso de Licenciatura, uma vez que, não percebia uma conexão entre o que era exposto em sala de aula com as outras disciplinas e muito menos com os conteúdos que seriam ministrados no Ensino Básico. Devido a seu caráter essencialmente abstrato, o licenciando por vezes não consegue identificar a contribuição dessa disciplina em sua contribuir na sua formação docente.

No entanto, a disciplina está presente em todos os cursos de Licenciatura em Matemática, conforme regulamenta as Diretrizes Curriculares Nacionais para cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura, aprovado em 6 de novembro de 2001. Nas Diretrizes, os Fundamentos da Álgebra são conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura, e a organização dos currículos das Instituições de Ensino Superior devem contemplá-los. Então, podemos concluir que a disciplina assume um papel importante na formação do professor de Matemática.

Para exemplificar a relevância da disciplina, nos propomos aqui a estabelecer, uma, dentre as inúmeras conexões entre conteúdos da Álgebra Abstrata da graduação e a Álgebra ensinada na Educação Básica. Para tanto, consideramos importante conhecer o contexto histórico da Álgebra em seu processo de ensino e aprendizagem, por esta razão trazemos um pouco de sua história e o caminho que ela trilhou expandindo-se da Elementar para a Moderna (ou Abstrata). Além disso, iremos apresentar: pesquisas que defendem a presença da disciplina nas licenciaturas em Matemática; e a relevância das propriedades dos Anéis na compreensão do jogo ou regra de sinais, como um dentre os inúmeros exemplos das conexões que podem e devem ser estabelecidas entre a Álgebra Abstrata e a Álgebra do Ensino Básico.

2 I CONTEXTO HISTÓRICO DA ÁLGEBRA

2.1 Álgebra elementar

A Álgebra Antiga, também chamada de Elementar, se originou provavelmente na Babilônia e abrangeu o período de 1700 a.C. à 1700 d.C., aproximadamente, conforme *Baumgart* (1992), e foi definida por Omar Khayyam, importante Matemático dos séculos XI e XII, como *a ciência de resolver equações.* A princípio, esta Álgebra Elementar passou por três fases: a Retórica, a Sincopada e a Simbólica.

A Álgebra Retórica lidava apenas com palavras, ou seja, uma Álgebra constituída de resoluções de problemas Matemáticos sem o uso de números. Santos e Borges (2011) destacam que a Álgebra Retórica caracterizava-se pela maneira verbalizada de resolver problemas.

Um grande nome relacionado a este início da Álgebra foi o Matemático e Astrônomo al-Khowarizmi. Uma de suas grandes obras foi o *Tratado sobre o Cálculo da al-Jabr e al-Muqabalah. "*Esse livro é considerado o fundador da Álgebra como área do conhecimento matemático, sendo a palavra Álgebra uma evolução do termo *al-jabr*" (MOL, 2013. p.67), onde o termo *Al-jabr* significa complemento ou restauração, que consistia em passar os termos subtraídos para o outro lado da equação, e *al-muqabalah*, redução ou balanceamento, que consistia no cancelamento de termos iguais em ambos os lados da equação, como destaca Mol (2013).

Segundo Boyer (1974) a Álgebra de al-Khowarizmi foi inteiramente expressa em palavras, ou seja, uma Álgebra Retórica. Mas como seria esta Álgebra verbalizada? Um exemplo deste tipo de tratamento algébrico seria esta notação clássica e bastante conhecida: "*A ordem dos fatores não altera o produto*", ou seja, asequencia de uma construção algébrica por meio de palavras.

Já a Álgebra Sincopada foi justamente a transformação da Retórica para a Simbólica. Diofanto foi um dos percussores dessa transformação, na aritmética nomeada de "Aritmética de Diofanto" ele faz uso de uma simbologia por meio da abreviação de palavras e, apesar dele ter vinculado as resoluções de problemas matemáticos a formas verbalizadas, essa forma de tratamento algébrico já podia ser vista como um indício de uma simbologia que mais adiante iria ser conhecida como Álgebra Simbólica (SANTOS; BORGES, 2011).

Este simbolismo começou a aparecer, de fato, por volta do ano 1500, como afirma *Baumgart* (1992). O autor também *expõe em sua obra alguns exemplos dessa passagem da notação antiga (sincopada) para moderna (simbólica).* A forma verbalizada de resolver problemas transformou-se em manipulações simbólicas munidas de regras, operações, incógnitas, números e sinais.

2.2 Álgebra moderna

Com o passar dos anos a *ciência de resolver equações*, ou também chamada aritmética simbólica, cresceu. Boyer (1974, p.419) ressalta que o século XIX "[...] mais do que qualquer período precedente, mereceu ser conhecido como Idade Áurea da matemática.", pois foi em meados deste período que a Álgebra Moderna surgiu. O algebrista George Peacock, graduado e também Professor na Universidade de Cambridge, Inglaterra, foi um percursor para o desenvolvimento da Álgebra. Boyer (1974) destaca

> [...] Num esforço para justificar as idéias mais amplas na álgebra, Peacock em 1830 publicou seu *Treatiseon Álgebra*, em que procurou dar à álgebra uma

> estrutura lógica comparável à de *Os elementos de Euclides*. Sem usar seus nomes modernos, ele tentou, sem grande sucesso se julgado por padrões atuais, formular as leis fundamentais da aritmética. (BOYER, 1974, p.420).

Peacock ampliou seus estudos em uma obra na qual aplicou aos números a lei associativa e a lei comutativa para a adição e a multiplicação, e a lei da distributividade para a multiplicação em relação à adição, intitulando-a "Álgebra Aritmética". Já no segundo volume o autor aplicou tais leis às grandezas em geral, intitulando agora de "Álgebra Simbólica". Para Boyer (1974, p.421) "Peacock foi uma espécie de profeta no desenvolvimento da Álgebra Abstrata", e chegou até a chamá-lo de "Euclides da Álgebra".

Ferreira (2017) ressalta que com esse crescimento da Álgebra, surgiu a necessidade de novas vertentes.

> [...] Novas vertentes da Álgebra foram surgindo com perfeita naturalidade, no desenvolvimento das conexões que aplicavam a matemática aos problemas práticos. No surgimento dessas novas Álgebras, podemos destacar ***a Álgebra das Matrizes*** e ***a Álgebra Booleana.*** (FERREIRA, 2017, p.57).

Para o autor cada Álgebra que surgia consistia em um conjunto de elementos e operações binárias bem definidas. Essa estrutura de conjuntos e operações bem definidas ao satisfazerem algumas propriedades são classificadas como Estruturas Algébricas. Ele então define a Álgebra "como *o estudo das Estruturas Algébricas.*" (FERREIRA, 2017. p.58).

3 I A INSERÇÃO E A IMPORTÂNCIA DA ÁLGEBRA ABSTRATA NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO BRASIL

A Matemática é um ramo da ciência que vive em constante processo de análise e de descobertas. Grandes avanços e grandes objetivos foram traçados e alcançados desde que o Movimento da Matemática Moderna (MMM) chegou no Brasil. O MMM foi um movimento de renovação curricular que chegou ao Brasil na década de 60, como afirma Soares (2005). Nesse período, aconteceram congressos que reuniram professores de Matemática de várias cidades e que estavam em busca de uma mudança no ensino tradicional desta ciência exata no Ensino Básico e Superior.

O primeiro Congresso Nacional de Ensino de Matemática tratou de assuntos como as tendências modernas do ensino e aperfeiçoamento de professores, mas ainda não se falava da Matemática Moderna, como destaca Soares (2005). Ainda segundo a autora, na época, foram apontadas algumas falhas na Escola Secundária no que se refere a considerar a arte de calcular e a Matemática como iguais ou semelhantes em sua natureza. Como se a Matemática no Ensino Secundário não fosse nada mais que a continuação da tabuada. Segundo a autora, supracitada, na época foram apontadas algumas falhas na Escola Secundária no que se refere a considerar *a arte de calcular* e a *Matemática* como iguais ou semelhantes em sua natureza. Como se a Matemática no Ensino Secundário não fosse nada mais que a *continuação da tabuada*.

Precisava-se de muito mais que uma Matemática tradicional e pouco abrangente para alcançar objetivos maiores do que o simples fato de dominar a continuação da tabuada. Foi então que no segundo Congresso, o tema "Matemática Moderna" foi abordado, mas ainda sim, discretamente. Ubiratan D'Ambrósio, um dos grandes nomes ligados a Educação Matemática que participaram do Congresso, fez em sua tese críticas ao ensino tradicional da Matemática daquela época, exaltando que grande parte de seu ensino no curso Secundário era inútil, pois tinha pouca aplicação e produzia no aluno um efeito negativo, sendo uma ciência estéril e entediante. Osvaldo Sangiorgi, outro grande nome relacionado à Matemática, apresentou no Congresso a diferença entre Matemática Clássica (Antiga) e Matemática Moderna, citando as Estruturas Algébricas como um novo sistema operatório sobre as quais se assenta o edifício matemático. Ainda segundo Soares (2005), foi somente a partir do quarto Congresso que as discussões acerca da Matemática Moderna foram ganhando forma, sendo ainda mais intensificadas no *V Congresso Nacional de Ensino de Matemática*, onde foi dada total atenção a esta temática. A temática Matemática Moderna na Escola Secundária, articulada com o Ensino Primário e Superior, foi discutida e, neste contexto, tópicos sobre a Álgebra Moderna. Desde então, esta ganhou um grande espaço nos estudos da Matemática no país, como afirma Franco (2011).

Ferreira (2017) ao levantar a questão sobre a abstração da Álgebra Moderna/ Estruturas Algébricas no Ensino Superior destaca o quão é desafiante para o professor desta área lecionar e apresentar evidências que mostrem a relevância da disciplina para a formação docente do graduando, uma vez que, em geral este não vê a necessidade da disciplina na grade curricular devido a seu caráter essencialmente abstrato.

O autor ainda sugere que o professor faça uma reflexão sobre seu modo de ensino diante desses conteúdos, para que o graduando perceba que, mesmo com esse caráter abstrato, as Estruturas Algébricas fundamentam a Álgebra apresentada na Educação Básica. Talvez a ideia de não precisar explicar aos alunos da Educação Básica o que seria, por exemplo, a Estrutura dos Corpos, proporcionam ao licenciando fundamentos que norteiam a relevância da disciplina.

Na realidade, essa é a nossa maior discussão, pois foi partindo dessas inquietações dos licenciandos, que nos empenhamos a construir este trabalho. Sabemos que o caminho percorrido pela Álgebra foi muito longo, pois de apenas uma *ciência de resolver equações* ela se tornou um dos maiores pilares da Matemática, e com certeza, mesmo com toda sua abstração, a disciplina Estruturas Algébricas tem um papel fundamental na formação do professor de Matemática.

Rodrigues (2010) destaca que a disciplina tem como principal objetivo fazer com que os licenciandos, desenvolvam a compreensão e a habilidade de trabalhar com Estruturas matemáticas como Grupos, Anéis e Corpos, como também espera-se que eles

> "[...] desenvolvam a habilidade de analisar e construir provas matemáticas, para desenvolver hábitos gerais do pensamento algébrico e para evidenciar as estruturas que são à base da álgebra do currículo escolar." (RODRIGUES, 2010, p.3)

Contudo, Franco (2011) salienta que por um lado existe a importância da disciplina Estruturas Algébricas para a formação Matemática do futuro professor e, por outro, os licenciandos podem estar frente a frente com uma grande quantidade de conteúdos abstratos e com muitas dificuldades em compreendê-los. Porém, para Souza (2008) os licenciandos poderiam ter uma visão mais compreensível, afinal as Estruturas Algébricas surgiram pela necessidade de resolver problemas matemáticos. Tais problemas, que segundo Ferreira (2017), surgia como novas aplicabilidades da Matemática, dando origem a necessidade de novas vertentes da Álgebra.

Diante do exposto, podemos concluir que a disciplina exerce um papel no qual à torna indispensável nesse processo de formação do futuro professor de Matemática. Além disso, Mondini (2009) apresenta uma importante reflexão ao dizer que a importância da Álgebra para a Matemática é a mesma da Matemática para a Física, pois ela estabelece uma importante sustentação em termos de linguagens e noções. E dentre essas linguagens e noções que a Álgebra sustenta está o conceito dos Números Reais, Números Complexos, das Matrizes e dos Polinômios.

Na próxima seção iremos apresentar um exemplo que ilustra a necessidade dessa disciplina numa Licenciatura em Matemática.

4 I ANÉIS: CONCEITOS BÁSICOS

Seja *E* um Conjunto qualquer, não vazio, munido de duas operações bem definidas, a soma e a multiplicação. Dizemos que (*E*, +, •) é um *Anel* se as propriedades a seguir forem satisfeitas:

1) (*E*, +) for um *Grupo Abeliano*, isto é:

i) A Soma for Associativa, ou seja, x + (y + z) = (x + y) + z, para todo x, y, z*E*.

ii) Existir um Elemento Neutro aditivo *eE* tal que x + *e* = x = *e* + x, para todo x*E*.

iii) Para todo elemento *E* existir um único Elemento Simétrico aditivo, ou seja, para todo x*E* existe um **y** também*E* tal que x + y = *e*, sendo *e* o elemento neutro aditivo já encontrado na propriedade anterior.

iv) A Soma for Comutativa, ou seja, x + y = y + x, para todo x, y *E.*

2) A Multiplicação for Associativa, isto é, x • (y • z) = (x • y) • z, para todo x, y, z*E*.

3) E por fim, a Multiplicação for Distributiva em relação à Soma, ou seja,

x • (y + z) = x • y + x • z e (x + y) • z = x • z + y • z, para todo x, y, z*E*.

Por exemplo, o Conjunto dos Números Reais ($\mathbb{R}$, +, •), munido das operações usuais soma e multiplicação, é um *Anel,* pois para todo e qualquer número real, todas as propriedades acima são respeitadas. Diante dessas condições, podemos entender o porquê do zero ser considerado como o elemento neutro aditivo em $\mathbb{R}$, e que dado qualquer $x \in \mathbb{R}$ existe $y \in \mathbb{R}$ tal que x é o oposto de y, ou seja, $x + y = 0$. Além disso, Conjuntos como, dos Números Reais, dos Complexos, das Matrizes e dos Polinômios, munidos das operações de soma e produto usuais são exemplos de *Anéis*. E é nesse contexto que começamos a estabelecer as primeiras relações entre a Álgebra da Educação Básica e a Álgebra da graduação.

5 I PROPRIEDADES ELEMENTARES DE UM ANEL E O JOGO DE SINAIS

O ensino de Matemática na Educação Básica sempre foi alvo de algumas discussões no que tange um modelo mecânico de ensino e aprendizagem, aparentando uma linha, na maioria das vezes, rotineira de regras e exercícios.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental acordam a questão dos conteúdos propostos para o ensino de Matemática, especificamente, com relação à Álgebra, ao afirmarem que as noções algébricas não devem ser abordadas por meio de procedimentos unicamente mecânicos.

Com isso, os PCN destacam que o ensino da Álgebra deve assegurar que os alunos trabalhem com problemas que os possibilitem entender, e não mecanizar, os significados das linguagens e ideias matemáticas. Nesta perspectiva, quando falamos em um “ensino mecânico” estamos nos referindo a, por exemplo, quando estudávamos no 6° ano do Ensino Fundamental, que o professor quando explicava os jogos de sinais, sempre surgia o questionamento: “Por que menos vezes menos dá mais?”. E, sem pensar duas vezes, alguns professores respondiam: “Porque é regra!”.

Ao determinar tal processo como uma “regra”, isso, por vezes, é aceito como verdade. Mas a verdade é que tais regras operatórias que são válidas, tanto para os Números Reais e Complexos, quanto para Matrizes e Polinômios, são propriedades elementares de um *Anel*, teoria da Álgebra vista na graduação. E como tais, possuem justificativas, as quais serão apresentadas a seguir.

Propriedade 1. Seja *A* um *Anel,* então $0_A \cdot a = a \cdot 0_A = 0_A$ para todo *A.*

Prova: Como (*A*, +, •) é um *Anel*, então pela propriedade do Simétrico Aditivo dos elementos de *A*, temos que $0_A + 0_A = 0_A$. Com isso, pela propriedade da Multiplicação distributiva em relação à Soma, podemos verificar que,

$$0_A \cdot a = (0_A + 0_A) \cdot a = 0_A \cdot a + 0_A \cdot a \qquad \textbf{(1)}$$

Segue que, como (*A*, +) é um *Grupo Abeliano*, então ($0_A \cdot$ a) *A*, pois ($0_A \cdot$ a) é o

Simétrico Aditivo de $(0_A \cdot a)$. Com isso, ao adicionar $(0_A \cdot a)$ em ambos os membros de **(1)**, vamos obter

$$[(0_A \cdot a) + 0_A \cdot a] = [(0_A \cdot a) + 0_A \cdot a] + 0_A \cdot a$$
$$0_A = 0_A + 0_A \cdot a$$

E ainda, se $(A, +)$ é um *Grupo Abeliano*, então qualquer elemento de *A,* somado com 0_A será igual ao próprio elemento. Logo,

$$0_A = 0_A \cdot a$$

Esta primeira propriedade justifica porque zero multiplicado por qualquer número é sempre igual a zero.

Propriedade 2. Seja *A* um *Anel,* então $a \cdot (b) = (\ a) \cdot b = (\ a \cdot b)$, para todo a, b *A*.

Prova: Temos que $a \cdot (b) = a \cdot (b)$, então ao adicionar $(a \cdot b)$ em ambos os membros temos

$$a \cdot (b) + (a \cdot b) = a \cdot (b) + (a \cdot b) \qquad \textbf{(2)}$$

Utilizando a propriedade distributiva, segue que

$$a \cdot (b) + (a \cdot b) = a \cdot (b + b)$$
$$a \cdot (b) + (a \cdot b) = a \cdot 0_A$$

Pela propriedade 1: $a \cdot 0_A = 0_A$, então temos

$$a \cdot (b) + (a \cdot b) = 0_A$$

Ao adicionar$(a \cdot b)$, elemento simétrico aditivo de $(a \cdot b)$, em ambos os membros temos

$$a \cdot (b) = \ (a \cdot b)$$

De modo análogo demonstra-se que $(\ a) \cdot b = (a \cdot b)$.

Portanto**,** $(\ a) \cdot b = a \cdot (b) = \ (a \cdot b)$

Essa propriedade justifica o porquê da multiplicação entre um número negativo e outro positivo resultar em um número negativo.

A seguir, justificaremos porque "menos vezes menos dá mais".

Propriedade 3. Seja *A* um *Anel*, então $(\ a) \cdot (b) = (a \cdot b)$, a, b *A*.

Prova: Considere a equação

$$(\ a) \cdot (b) + ((a \cdot b)) = (\ a) \cdot (b) + ((a \cdot b)) \qquad (3)$$

Pela propriedade 2, tem-se que (a • b) = (a) • b, então segue que

$$(\ a) \cdot (b) + ((a \cdot b)) = (\ a) \cdot (\ b) + ((\ a) \cdot b) \qquad \textbf{(4)}$$

Aplicando a propriedade distributiva no segundo membro de **(4)**, temos

$$(\ a) \cdot (b) + ((a \cdot b)) = (\ a) \cdot (\ b + b)$$
$$(\ a) \cdot (b) + ((a \cdot b)) = (\ a) \cdot 0_A$$
$$(\ a) \cdot (b) + ((a \cdot b)) = 0_A$$

Adicionando (a • b) em ambos os membros obtemos:

$$(\ a) \cdot (b) = (a \cdot b).$$

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer do presente artigo mostramos que os Anéis presentes na disciplina de Estruturas Algébricas (ou Álgebra Abstrata) da Licenciatura estão interligados com a Educação Básica, justificando o jogo de sinais, os quais são apresentados como "regras" na Educação Básica, por meio de propriedades da Teoria dos Anéis.

É necessário que o graduando do curso de Licenciatura em Matemática reflita sobre seu posicionamento critico durante o curso, principalmente quando o professor de Estruturas Algébricas não evidencia a relevância da disciplina na formação do futuro professor da Educação Básica. Assim, sugerimos que conexões como as que foram estabelecidas no presente artigo sejam divulgadas não só entre os estudantes da graduação, mas também entre os professores, pois acreditamos que a partir delas a disciplina Estruturas Algébricas cumprirá, de fato, o seu papel num curso de Licenciatura em Matemática.

REFERÊNCIAS

BAUMGART, J. K. **Tópico de história da matemática para uso em sala de aula: Álgebra**. Tradução Hygino H. Domingues. São Paulo. Ed: Atual, 112p., 1992.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura.** Diário Oficial da União de 5/3/2002, Seção 1, p. 15. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf Acesso em: 04 abr. 2018.

BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf Acesso em: 01 nov. 2018.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. 2a ed. São Paulo: Edgar Bhicher Ltda., 489p., 1974.

FERREIRA, N. C. **Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna, com a utilização da**

Metodologia de Ensino – Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática. Tese. Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro-SP.281p, 2017.

FRANCO, H. **Os diversos conflitos observados em alunos de licenciatura num curso de Álgebra:** Identificação e análise. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora -MG.100f. 2011.

MOL, R. S. **Introdução à História da Matemática.** Belo Horizonte: CAED-UFMG.138p., 2013

MONDINI, F. **Modos de Conceber a Álgebra em Cursos de Formação de Professores de Matemática.**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro-SP. 177p., 2009.

RODRIGUES, V. C. **A respeito do ensino e aprendizagem de álgebra abstrata na graduação em matemática.** In: X Encontro Nacional de Educação Matemática: Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Anais.. Salvador – BA, 2010.

SANTOS, C. A. O; BORGES, M. F. **Evolução da simbologia algébrica**: Um passeio pela história evolutiva do pensar matemático humano. In: **Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática.** Anais. Rio Claro - SP, 2011. Disponível em: http://editorarealize.com.br/revistas/ebrapem/trabalhos/0c3d4ab019fbd17a8287b8cffe8ae4ec.pdf Acesso em: 19 maio 2018.

SOARES, F. S. **Os Congressos de Ensino da Matemática no Brasil nas décadas de 1950 e 1960 e as discussões sobre a Matemática Moderna**, São Paulo, 2005.

SOUZA, S. A. DE O. **O ensino de Álgebra no Curso de Licenciatura em Matemática**. Mestrado em Educação .Centro Universitário Nove de Julho, São Paulo, 2008.

CAPÍTULO 8

CONSTRUINDO O CONCEITO E OPERACIONALIZANDO FRAÇÕES COM MATERIAIS CONCRETOS

Givaldo da Silva Costa
Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco
Recife - Pernambuco

RESUMO: Em pleno Século XXI, grande parte dos estudantes brasileiros, nos mais diversos níveis de escolaridade, sentem dificuldades em assimilar o ensino-aprendizagem envolvendo números racionais, em especial as frações. Na hipótese de que um dos principais motivos está na restrita exploração, no ambiente escolar, da aplicação de apenas um dos seus significados conceituais: o significado de repartição e deixando em segundo plano o de medição, bem como na falta da prática cotidiana do uso de materiais concretos manipulativos, este capítulo, tem como prioridade construir o conceito de frações à luz dos seus principais significados, buscando uma explicação na origem epistemológica da sua palavra, associando à nomenclatura dos seus termos e fazendo um paralelo entre razão e fração, tendo como suporte a utilização de um kit fracionário, confeccionado com materiais simples (cartolina). Procura entrar nos bastidores das abstrações contidas nos algoritmos das quatro operações fundamentais dos números racionais fracionários com uma linguagem clara e objetiva, compatível com o nível de escolaridade do Ensino Fundamental, que seja dos anos iniciais ou finais. Por outro lado é fácil perceber que, por motivos não totalmente esclarecidos, à medida que o nível de escolaridade aumenta, a assiduidade no uso de materiais concretos manipuláveis vai escasseando em nossas salas de aulas, fazendo com que as abstrações contidas em nossas regras, convenções e propriedades matemáticas não sejam demonstradas e/ou justificadas, contribuindo para que a Matemática continue a ser aplicada de forma mecânica e restrita à memorização de regras e fórmulas sem nenhum significado para a maioria dos estudantes.

PALAVRAS-CHAVE: conceito, significado, instrumentalização, compreensão.

BUILDING CONCEPT AND OPERATIONALIZING FRACTIONS WITH CONCRETE MATERIALS

ABSTRACT: In the 21st century, most Brazilian students, in the most diverse levels of schooling, find it difficult to assimilate teaching-learning involving rational numbers, especially fractions. In the hypothesis that one of the main reasons lies in the limited exploitation in the school environment of the application of only one of its conceptual meanings: the meaning of distribution and leaving the measurement as a background, as well as the lack of daily practice

of using concrete materials, this chapter, has as a priority to build the concept of fractions in the light of its main meanings, seeking an explanation in the epistemological origin of its word, associating with the nomenclature of its terms and making a parallel between reason and fraction, having as support the use of a fractional kit, made from simple materials (paperboard). It tries to get behind the scenes of the abstractions contained in the algorithms of the four fundamental operations of rational fractional numbers with clear and objective language, compatible with the level of schooling of Elementary Education, from the earliest or final years. On the other hand, it is easy to see that, for reasons not fully understood, as the level of schooling increases, attendance in the use of manipulable concrete materials is scarce in our classrooms, making the abstractions contained in our rules, conventions and mathematical properties are not demonstrated and / or justified, thus contributing to the continued application of mathematics mechanically and restricted to memorizing rules and formulas with no meaning for most students.
KEYWORDS: concept, meaning, instrumentalization, understanding.

1 I INTRODUÇÃO

Segundo registros históricos encontrados no Papiro de Rhind, há cerca de 2.500 a.C., os geômetras do faraó egípcio realizavam marcação de terras para a população que ficavam às margens do rio Nilo, comprovando que, naquela época, as frações já eram praticadas com habilidade. Entretanto, atualmente, grande parte dos estudantes brasileiros, nos mais diversos níveis de escolaridade, principalmente no Ensino Fundamental, sentem dificuldades em praticar as operações e resolver situações-problema com números racionais.

Na hipótese de que uma das principais dificuldades do ensino-aprendizagem atual está na falta da prática cotidiana do uso de materiais manipuláveis em sala de aula, há uma prioridade metodológica em fazer uso da instrumentalização adequada para, através dela, justificar os porquês dos procedimentos abstratos, inseridos nos seus algoritmos.

É fácil perceber que professores dos anos iniciais do ensino fundamental, têm mais assiduidade no uso de materiais manipuláveis, devido à característica dos Cursos do Normal Médio e de Pedagogia, porém à medida que o nível de escolaridade aumenta, por motivos não totalmente esclarecidos, esses materiais vão escasseando em nossas salas de aula. Todavia, o fato é que justamente esta fatia de professores que mais utiliza materiais manipuláveis são as que têm menor intimidade com a disciplina de Matemática, diferentemente dos professores dos anos finais, que tem graduação específica na área, porém, muitos deles se distanciam da prática manipulativa de materiais concretos em seu cotidiano escolar.

Atualmente professores e estudantes têm várias ferramentas de pesquisas tecnológicas que estimulam a curiosidade em construir adequadamente os conceitos e procedimentos operatórios, entretanto, poucos sabem fazer uso adequado desses instrumentos. Então, oportunidades de participação em eventos presenciais são sempre bem-vindas, principalmente na modalidade de minicursos e oficinas pelo seu caráter teórico prático, proporcionam manipulação de materiais concretos, integrando o saber com o saber fazer.

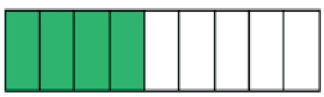
2 I CAMINHOS METODOLÓGICOS

Para início de conversa, alguns questionamentos foram instrumentos de uma enquete aplicada com 40 professores que lecionam nos Anos Finais do Ensino Fundamental, de diferentes escolas e cidades participantes do Projeto Escolas Prioritárias da Secretaria de Educação de Pernambuco, ao longo do biênio 2017/2018. Escolas Prioritárias são aquelas que têm baixo desempenho no SAEPE (Sistema de Avaliação do Estado de Pernambuco). Vejamos, então:

1.Colocando SIM ou NÃO, identifique quais figuras abaixo que representam frações. Em caso afirmativo, determine o seu valor fracionário:

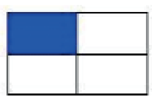
Resp.: _______ Resp.: _______ Resp.: _______ Resp.: ______

2.Sabendo que uma das representações gráficas da fração 4/9 é a apresentada abaixo, como seria a representação gráfica da fração 9/4?



3.Porque a fração que tem o numerador menor que o denominador recebe o nome de *fração própria*; e aquela que tem o numerador maior que o denominador, de *fração imprópria*?

4.Tomando como referência a representação gráfica abaixo, por que alguns estudantes a interpretam numericamente como 1/3 e, outros como l/4? Quais os nomes das relações matemáticas que estão envolvidas nessas duas interpretações?



5.Por que, ao adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, extraímos o MMC para dividir pelo denominador e o resultado multiplicar pelo numerador?

6.Por que na multiplicação de frações, multiplicamos os seus numeradores e os seus denominadores entre si?

7.Por que, na divisão de frações, repetimos o primeiro termo e multiplicamos pelo inverso do segundo termo?

Apenas para servir de parâmetro com outras enquetes semelhantes que possam ter sido realizadas por outras instituições e com outros entrevistados, vejamos uma visão geral das respostas obtidas, mesmo porque – apesar de sermos um imenso país continental – mas, a realidade educacional não difere muito de uma região para outra, no quesito dificuldades de aprendizagem dos números racionais fracionários.

Com relação às quatro figuras (A, B, C, D) apresentadas nos questionamentos o resultado final mostrou que 100% dos entrevistados afirmaram que a figura A é "com certeza" uma fração. Na figura B, a "certeza" já não era tão firme, pois apesar da figura estar dividida em partes iguais, a parte tomada (pintada) fugiu das representações comumente aplicadas, dividindo as opiniões, porém 50% confirmaram que ela representa 1/16 "pela lógica". Com relação à figura C, as opiniões mostraram que 80% sabem determinar também "pela lógica", que ela representa 1/6, embora também afirmassem que não representa fração, *"porque o inteiro não está dividido em partes iguais"*; e quanto à figura D, todos afirmaram categoricamente que não representa frações, pois o inteiro "*está dividido de forma estranha e irregular*", assim como não souberam determinar o seu exato valor fracionário. Mesmo assim, alguns fizeram estimativa visual de ser 50% do inteiro.

Quando solicitados para representar graficamente à fração imprópria 9/4, a visão inicial de 60% dos entrevistados é de que *"é impossível construir uma figura em que o inteiro seja dividido em 4 partes, e dela destacar 9 partes",* numa alusão ao procedimento de representar as frações próprias. Chamou a atenção o fato de que 70% dos professores identificaram as frações próprias e impróprias ainda pela comparação de seus termos numerador e denominador, fazendo uso da memorização, pela localização dos seus termos, entretanto, nenhum deles soube responder sobre a origem das suas nomenclaturas. Em relação à leitura da representação gráfica mostrada de 1/4, todos afirmaram que a resposta 1/3 é errada, porém apenas 40% têm discernimento de que essa resposta equivocada leva a outro tipo de relação comparativa: a razão.

No tocante à adição e subtração 80% deles sabem que a aplicação do MMC na adição e subtração de frações com denominadores diferentes, está relacionada com as suas frações equivalentes. Do total de entrevistados, 90% deles não compreendem o porquê de na multiplicação de frações, devemos multiplicar os termos dos numeradores e denominadores entre si. Assim como todos não souberam o porquê na divisão devemos repetir o primeiro termo e multiplicar pelo inverso do segundo, confirmando apenas que assim procede porque a "*regra está no livro*" ou então porque "é *sempre assim que um professor faz em sala de aula*".

3 I BUSCANDO RESPOSTAS

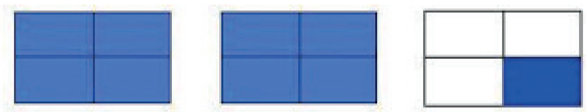
Na busca de respostas para os questionamentos aplicados, temos como aliado pedagógico *O Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa* (2009), onde aponta que a palavra *fração* vem do latim "*fractione*" que quer dizer "*dividir*, *quebrar*, *rasgar*", também lá encontramos: "*porção*, *parte de um todo"* e mais adiante finaliza: "*Na Aritmética: número que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais; número fracionário".* Notamos que nos registros acima apresentados, não há uma atitude precipitada em mostrar fração apenas como parte de uma divisão em fatias iguais, como acontece no ambiente escolar, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, gerando um conceito incompleto dos números fracionários, não havendo preocupação de, inicialmente, mostrar a fração como uma parte qualquer do inteiro.

Alguns especialistas educacionais apontam que a postura de alguns professores em apresentar a fração apenas como o inteiro dividido em partes iguais deve-se ao fato de que para realizar as suas operações fundamentais, essa repartição igualitária é imprescindível para que possamos adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir as partes fracionárias. Levando-nos a averiguar que o motivo é simplesmente de caráter *operacional*, e não *conceitual*. Logo, o conceito de fração pode, inicialmente, ser resumida simplesmente como *"parte do inteiro"*; sendo em seguida, aplicado com o sentido aritmético, visando às operações que vem adiante. Mesmo porque essa precipitação de apresentá-las em partes igualitárias entra em choque com atividades do cotidiano. Imaginemos a seguinte situação: se alguém derruba um vaso de louça, ao se quebrar ele ficará em vários pedaços (cacos), provavelmente de tamanhos diferentes, e nem por isso, cada um desses cacos, deixará de ser uma parte fracionária do vaso. Outras situações do cotidiano podem servir de exemplos, como pedaços de objetos que são cortados e repartidos aleatoriamente.

Ao longo do tempo, ao construir o conceito de fração, a prática pedagógica escolar priorizou bastante o significado de *"repartição"* como significado conceitual, relegando ao segundo plano, o de *"medição"*. Entretanto, numa forma de equilibrar as ideias, propõe-se que sejam mostrados mais de um significado, direcionando o pensamento não apenas à *quantidade de partes iguais em que o inteiro foi dividido* (repartição*)*, mas sim também à *da parte tomada, quantas vezes ela cabe no inteiro* (medição*).* Mesmo porque, segundo Lopes (2008): "é unanimidade entre os estudiosos matemáticos, que *[...] não é possível isolar cada uma das ideias envolvidas com as frações e suas interpretações"*. Reforçado também por Romanatto (1999), quando diz categoricamente: *"o número racional deve ser entendido como uma teia de relações nas quais noções, princípios e procedimentos matemáticos distintos são construídos ou adquiridos por meio de diferentes contextos".*

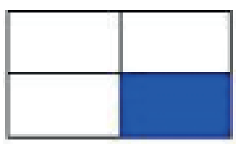
Também devemos enfatizar o significado da nomenclatura que damos quando classificamos os tipos de frações. Poucos param para pensar o porquê das denominações “frações próprias” e “frações impróprias”. Vejamos então, próprio é aquilo que é *pertinente, caracterí*stico. Impróprio é aquilo que é *inadequado, inconveniente, d*eixando a impressão de que, do ponto de vista histórico, inicialmente as frações impróprias não foram bem aceitas no mundo acadêmico em épocas remotas, tal como aconteceu com os números negativos, que inicialmente foram chamados de *números absurdos*. Ainda hoje, a fração própria recebe muito mais destaque do que a fração imprópria.

Este procedimento traz dificuldades quanto à falta de conhecimento de como representar graficamente as frações impróprias. Por exemplo, se pedirmos para representar graficamente a fração 9/4, os estudantes sentirão dificuldades, porém, ao transformar 9/4 em 2 ¼ a representação gráfica fica compreensível, quando as associamos com o processo da Extração do Inteiro, que é muito conhecido dos professores e estudantes.:

9/4 = 2 ¼ 

Por outro lado, infelizmente ainda é predominante a linguagem de que *“fração própria é aquela em que o numerador é menor do que o denominador”* (que leva apenas à memorização da localização dos termos fracionários), ao invés de *“fração própria* é aquela que representa uma quantidade menor *que um inteiro”* (que leva à compreensão pela comparação de uma parte com o todo). Situação similar ocorre com as frações impróprias. Sabemos que há uma grande vontade, por parte dos professores, em procurar uma linguagem clara e objetiva que façam com que os estudantes entendam com mais facilidade aquilo que se quer explicar, porém devemos ter a clareza de que nem sempre a linguagem mais fácil de transmitir algo é a mais completa e consegue traduzir o conceito com exatidão, dificultando a compreensão do estudante quando o conteúdo for aprofundado, mais adiante. Além disso é importante enfatizar a compreensão em detrimento da memorização.

Quando cruzamos o conceito de fração e razão, percebemos que a etimologia latina da palavra razão vem de *ratio*, que possui a ideia de *divisão*. Vemos, portanto, que há uma ligação muito forte entre fração e razão, a ponto de quando solicitamos aos estudantes que representem numericamente um gráfico fracionário surgem pontos de interpretações visuais diferentes de uma mesma figura. Tomemos como exemplo a representação gráfica abaixo:

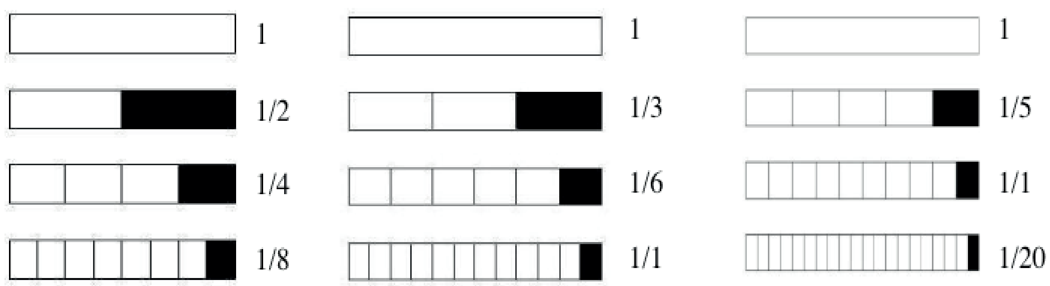


Neste exemplo, erroneamente, é bastante comum alguns estudantes a representarem numericamente como fração 1/3 (pois das quatro partes em que o inteiro foi dividido, uma parte está tomada e as outras três partes não estão), aplicando assim a leitura de "um está para três". Outros a representam corretamente como fração 1/4 (pois o inteiro foi dividido em quatro partes iguais e que foi tomada uma parte), aplicando assim a leitura de "um quarto". Dessa forma, podemos perceber que alguns a interpretam como *relação parte-parte,* e outros, como *relação parte-todo*. Na primeira comparação está aplicando a ideia de razão, e na segunda, a de fração. Cabe ao professor identificar e mostrar as devidas diferenças entre elas, apontando as suas peculiaridades, porém, a distância dessas relações na seqüência de conteúdos livrescos dificulta essa comparação.

4 I CONSTRUINDO OS MATERIAIS MANIPULATIVOS

Diante de tantos tipos de materiais para sua confecção, tais como: Barras, discos, cordas etc., ou mesmo réplicas representativas de bolos, pizzas, tabletes de chocolate, confeccionados com emborrachados, madeira, acrílico, etc., pode-se optar em utilizar cartolinas, devido ao seu baixo custo financeiro, fazendo que com que os kits sejam reproduzidos em quantidades suficientes para a sua aplicação em sala de aula com formação de várias equipes.

Importante ressaltar que no estudo de frações é preciso delimitar a *Representação do Inteiro*. Caso não haja esse referencial, haverá um campo de imaginação muito diversificado do inteiro interpretado/imaginado de acordo com a leitura de cada um. Em nossas atividades, o inteiro é representado graficamente através de uma figura geométrica retangular, formando grupos de a partir de unidades fracionárias de 1/2, 1/3 e 1/5. Convém lembrar que nada impede que outras unidades fracionárias possam ser inseridas no Kit, ampliando assim o Quadro da Classe de Equivalência.



Na manipulação dos materiais, inicialmente propõe-se uma atividade interessante: Formar o inteiro utilizando as unidades fracionárias recortadas, quando justapostas entre si. Primeiramente, permitindo a repetição de peças e, em seguida, solicitar a formação do inteiro sem repetição de peças, como o do exemplo abaixo e lançamos o desafio:

-De quantas maneiras diferentes podemos formar o inteiro, utilizando as unidades fracionárias abaixo? Quais são elas?

1/2 + 1/3 + 1/6 = 1

Dando continuidade à atividade, pode-se solicitar a formação do inteiro com outras unidades fracionárias com suas respectivas combinações.

É importante também relembrar a decomposição dos termos de um número fracionário. O pleno domínio desse procedimento irá ajudar bastante ao realizarmos as operações fundamentais.

Exemplo:	Representação Decomposta:
2/5	2 X 1/5 (duas vezes a unidade fracionária de 1/5)
5/2 = 2 ½	2 + 1 X 1/2 (2 inteiros mais uma vez a unidade fracionária de 1/2)

5 I OPERACIONALIZANDO COM MATERIAIS MANIPULATIVOS

A	1/2 + 1/3
	Encontrando as frações equivalentes e operacionalizando: 1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6 Conferindo o resultado: Sobrepondo a representação gráfica de 1/2 + 1/3 sobre a de 5/6 verificamos que elas são equivalentes.
B	5/8 – 1/4
	Encontrando as frações equivalentes e operacionalizando: 5/8 – 1/4 = 5/8 - 2/8 = 3/8 Conferindo o resultado: Sobrepondo a representação gráfica de 5/8 – 1/4 sobre a de 3/8 verificamos que elas são equivalentes.
C	1/3 + 3/4 – ½
	Encontrando as frações equivalentes e operacionalizando: 1/3 + 3/4 – 1/2 = 4/12 + 9/12 – 6/12 = 7/12 Conferindo o resultado: Sobrepondo a representação gráfica de 1/3 + 3/4 - 1/2 sobre a de 7/12 verificamos que elas são equivalentes.
D	2/5 X 1/8
	Pergunta-chave: Que unidade fracionária colocada *oito vezes* vai cobrir 2/5? Operacionalizando: 1/8 X 2/5 ou 1/8 de 2/5 = 1/20 Conferindo o resultado: A figura de 2/5 contém oito vezes a figura de 1/20
E	1/4 X 2/3 X ½
	Pergunta-chave: Que unidade fracionária colocada *quatro vezes* vai cobrir 2/3? Que unidade fracionária colocada *duas vezes* vai cobrir 1/6? Operacionalizando: (1/4 de 2/3) de 1/2 = 1/6 de 1/2 ou 1/2 de 1/6 = 1/12 Conferindo o resultado: A figura 2/3 contém quatro vezes a figura de 1/6, por sua vez, a figura de 1/6 contém duas vezes a figura de 1/12.
F	1/6 : 1/4

	Pergunta-chave: Quantas vezes 1/6 está contido em 1/4? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de 1/4, ela contém 4 vezes. Operacionalizando: 1/6 : 1/4 = 1/6 X 4 = 4/6 = 2/3 Conferindo o resultado: Sobrepondo a figura de 1/6 na de 1/4, ela está contida 2/3 de vez.
G	3/5: ½
	Pergunta-chave: Quantas vezes 3/5 contém 1/2? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de 1/2, ela contém 2 vezes. Operacionalizando: 3/5 : 1/2 = 3/5 X 2 = 6/5 = 1 1/5 Conferindo o resultado: Sobrepondo a figura de 3/5 na de 1/2, ela contém 1 1/5 de vez (ou seja, cabe l/2 e mais um quinto de 1/2) .
H	2 : 2/3
	Pergunta-chave: Quantas vezes 2 inteiros contêm 2/3? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de 2/3, ela contém 3/2 de vez ou 1 ½ de vez (ou seja, cabe 2/3 e mais metade de 2/3) Operacionalizando: 2 : 2/3 = 2 X 3/2 = 6/2 = 3 Para conferir: Sobrepondo a figura de 2 inteiros na de 2/3, ela contém 3 vezes.
I	3/4 : 3
	Pergunta chave: Quantas vezes 3/4 está contido em 3 inteiros? Justificando a inversão: Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de 3 inteiros, ela está contida 1/3 de vez. Operacionalizando: 3/4 : 3 = 3/4 X 1/3 = 3/12 = 1/4 Para conferir: Sobrepondo a figura de 3/4 na de 3 inteiros, ela está contida 1/4 de vez.
J	(3/5 – 1/2) X (1 + 3/2)
	Encontrando as frações equivalentes das operações constantes nos parênteses e operacionalizando: 3/5 – 1/2 = 6/10 – 5/10 = 1/10 1 + 3/2 = 2/2 + 3/2 = 5/2 Efetuando a terceira operação apresentada (multiplicação) com os resultados encontrados: 1/10 X 5/2 = 5/20 = 1/4 Pergunta-chave: Que unidade fracionária colocada *dez vezes* vai cobrir 5/2? Conferindo o resultado: A figura de 5/2, ou seja, a figura de 2 ½ (dois inteiros e meio) contém dez vezes a figura de 1/4.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pelas respostas obtidas na enquete com os professores, podemos notar claramente que há uma predominância excessiva da aplicação em nossas salas de aula, mostrando o significado de fração apenas como *“a divisão do inteiro em partes iguais”,* colocando-os muitas vezes em contradição quando aponta que uma determinada representação gráfica não é uma fração, mas ao mesmo tempo, ele dá um valor fracionário “pela lógica”, que na verdade, mesmo sem o saber, eles estão aplicando o significado de medição, que não está tendo a merecida atenção em sala de aula..

Faz-se necessário uma mudança de olhar sobre a aplicação da definição ao classificar frações próprias e impróprias, através da localização dos seus termos. Melhor caminho seria construir conceito, junto aos estudantes, através de uma comparação com o inteiro, pois é importante enfatizar a compreensão em detrimento da memorização.

Em relação à adição e subtração, os entrevistados são cientes que a aplicação do MMC (Mínimo Múltiplo Comum) na adição e subtração de frações com denominadores diferentes, está relacionada com as suas frações equivalentes, porém nenhum deles faz a verificação dessa importante equivalência usando materiais concretos, mas apenas através de registros numéricos no quadro, deixando assim de usar um recurso manipulativo que poderia, pela sobreposição de peças fracionárias, comprovar o que está sendo registrado numericamente no quadro, facilitando a compreensão. .

Todos os professores entrevistados compreendem o fato de que ao multiplicarmos uma fração por outra, o resultado pode ser menor ou maior que a fração inicial, porém reconhecem que a maioria dos estudantes tem a multiplicação como algo que leva à idéia de aumentar, como acontece com os números naturais, o que dificulta um pouco o seu entendimento inicial. Logo, devemos chamar a atenção deles que, na multiplicação, quando efetuamos uma multiplicação entre dois ou mais números fracionários, estamos procurando uma fração de outra fração, cuja abordagem fica mais visível quando substituímos o sinal da multiplicação (x) pela preposição "de". Essa situação fica mais explícita na percentualidade (%), ao calcular a taxa percentual de determinada quantidade. Exemplo: Calcular 5% de 60, que leva ao registro de 5/100 X 60.

Dos 40 professores consultados sobre o porquê em a divisão repetirmos o primeiro termo e multiplicarmos pelo inverso do segundo, nenhum soube justificar ou demonstrar o procedimento. Então, um bom caminho para justificarmos a inversão do segundo termo da divisão é sobrepor a figura de 1 inteiro na figura que representa o divisor e, assim saberemos quantas vezes ele contém ou está contido no divisor, o que corresponde exatamente ao termo fracionário invertido que consta no divisor.

Faz-se necessário enfatizar que, com este estudo, baseado no resultado de uma amostragem, é proporcionar uma reflexão sobre como os números fracionários estão sendo trabalhados em nossas salas de aula, uma vez que, podemos perceber facilmente a rejeição de grande parte dos nossos estudantes tem com este importante conteúdo, talvez como conseqüência da forma metodológica mecânica como estão sendo transmitidos, fazendo com que estimule o desinteresse dos estudantes na busca pelas respostas do que lhes estão sendo apresentadas. Devemos, também, reforçar que a transposição didática bem planejada é, entre outros, um fator que influi decisivamente nos objetivos e/ou metas que o professor quer alcançar, aliada a uma linguagem clara e simples, compatível com o nível de escolaridade da clientela a quem se destina o estudo.

Destacamos que o uso de materiais concretos naturalmente impõe a aplicação de situações reais e significativas, principalmente nos exemplos iniciais, devido às suas limitações demonstrativas. Com a aplicação de valores maiores, os materiais concretos, aos poucos, vão saindo de cena, dando lugar apenas aos registros numéricos, porém ao chegar nessa fase da aprendizagem, já há compreensão das abstrações. Outro ponto esclarecido é que apenas o uso desses materiais em sala de aula não significa que o ensino-aprendizagem acontecerá em "um estalar de dedos", como salientado por Nacarato, (2005) quando diz: *"Nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a salvação para a melhoria do ensino de matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado".*

Naturalmente, o estudo apresentado, não exige que seja aplicado fielmente da forma aqui exposto. As modificações e/ou adaptações ficam por conta de cada professor, dependendo do nível de escolaridade de seus estudantes. Esperando assim, que com o uso deste ou de outros materiais manipulativos, o ensino aprendizagem realmente aconteça no ambiente escolar.

Assim, como confirmação do título que recebe o presente estudo e por ser a Matemática considerada uma disciplina abstrata, faz-se necessário, sim, o uso de materiais concretos manipuláveis para demonstrar as suas regras, convenções, propriedades e fórmulas, contribuindo para que a Matemática se torne prazerosa, dinâmica e instrumental, deixando para trás a imagem negativa de ser uma disciplina rígida, chata e de difícil compreensão.

REFERÊNCIAS

FERREIRA, A. B. H., **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa** – 4ª edição, Editora Positivo, Curitiba – PR, p. 931, 2009.

LINS, R. C., SILVA, H., **Pró-Letramento** (Matemática). Brasília – DF. Ministério da Educação e Cultura, fascículo 4,p. 10-12, 2008.

LOPES, A. J. **O Que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender Sobre Frações, Quando Tentamos Lhes Ensinar Frações.**Bolema, Rio Claro – SP, v. 21, n. 31, p. 1-22, 2008.

NACARATO, A. M. **Eu Trabalho Primeiro o Concreto.** Revista de Educação Matemática, São Paulo - SP, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005, SBEM – SP.

ROMANATTO, M. C. **Número Racional: Uma Teia de Relações.** Zetetiké, Campinas – SP, v. 7, n. 12, p. 37 – 49, jul/dez, 1999.

CAPÍTULO 9

PROJETO DE INTERVENÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA USANDO COMO FERRAMENTA DIAGNÓSTICA DADOS DAS MACROAVALIAÇÕES

Ricardo Figueiredo Santos
Secretaria do Estado de Educação de Mato Grosso
Diamantino – MT

Joanil da Silva Fontes
Secretaria do Estado de Educação de Mato Grosso
Diamantino - MT

RESUMO: Neste trabalho foi proposto oficinas pedagógicas que tiveram como referências os indicadores externos encontrados nas macroavaliações, Prova Brasil e Avaliação Diagnóstica do Ensino Público Estadual de Mato Grosso (Adepe-MT), que tem suas questões elaboradas com base na Teoria da Resposta ao Item – TRI, cujos parâmetros usados são: discriminação, dificuldade e probabilidade de acerto ao acaso. Estas macroavaliações usam escalas de proficiência elaboradas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB, as escalas de proficiência estão divididas em quatro matrizes de referência - números e operações, espaços e formas, grandezas e medidas, tratamento da informação, na matemática. Ao ser feito, em um primeiro momento, o levantamento e a análise dos dados, foi possível identificar que a fragilidade dos estudantes está na matriz números e operações. Em seguida foi proposto uma oficina pedagógica dividida em cinco módulos.

PALAVRAS-CHAVE: Formação de Professores; Matemática; Macroavaliações; Projeto de Intervenção.

INTERVENTION PROJECT IN THE TEACHING OF MATHEMATICS USING DATA FROM MACROEVALUATIONS AS DIAGNOSTIC TOOLS

ABSTRACT: This work proposes pedagogical workshops that have as references the external indicators found in the macroevaluations "Brasil" Test and Diagnostic Assessment of Public Education of Mato Grosso (Adepe-MT), whose questions are prepared based on the Item Response Theory – IRT. Their parameters were: discrimination, difficulty and probability of getting the right answers randomly. These macroevaluations use proficiency scales elaborated by the Brazilian System of Assessment for Basic Education (SAEB) and are divided into four reference matrices in Mathematics – numbers and operations, spaces and forms, magnitudes and measurements, information processing. When the data collection and analysis was done, at first, it was identified that the students' fragility lies in the numbers and operations matrix. Subsequently a pedagogical workshop divided into five modules was proposed.

KEYWORDS: Teacher Training; Mathematics; Macroevaluations; Intervention Project.

1 I INTRODUÇÃO

A proficiência relacionada à disciplina de Matemática a partir de uma percepção de vivência profissional demonstrou a necessidade de um projeto de intervenção. Os trabalhos propostos para melhorar a proficiência dos alunos eram de pouca freqüência, mas no ano de 2016 com a aplicação da Avaliação Diagnóstica do Ensino Público Estadual de Mato Grosso (Adepe-MT), após a sua aplicação o uso das informações encontradas nas avaliações externas como diagnóstico tornou-se mais usual, embora já existissem os modelos de macroavaliações como: ANA, Prova Brasil, Provinha Brasil, ENEM.

No intuito de compreender os resultados das macroavaliações e fazer uso destas informações para o planejamento das oficinas pedagógicas, foi necessário interar-se de como era feita a elaboração das questões, que teoria era usada, uma vez que nas instruções destacava que não havia respostas totalmente erradas. No desenvolvimento do estudo para esclarecimentos foi então possível compreender e conhecer que as questões têm como base para a sua elaboração, a Teoria da Resposta ao Item – TRI, cujos parâmetros usados são:

- Discriminação, é a variação entre a aptidão em um intervalo de menor e maior acerto;
- Dificuldade, esta relacionada a aptidão do grupo a ser avaliado;
- Probabilidade de acerto ao acaso, é o acerto de um item cujo sujeito o desconhece (PASQUALI, 2013).

As macroavaliações usam escalas de proficiência elaboradas pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB que estão estruturadas em duas dimensões: objeto do conhecimento e competências; na primeira dimensão, são elencados quatro tópicos ou matriz de referência (números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas, tratamento da informação), relacionados a habilidades desenvolvidas pelos estudantes. A segunda dimensão da matriz de Matemática refere-se às competências desenvolvidas pelos estudantes, ou seja, de que forma ele consegue compreender ou estabelecer uma relação entre os conceitos apresentados. E dentro desta estrutura, foram elaborados descritores específicos para cada um dos quatro tópicos descritos anteriormente, diferentes para cada uma das etapa/fase avaliadas.

Ainda relacionado ao estudo sobre a formatação das avaliações externas, foram feitas pesquisas em sites que trabalham com a divulgação dos dados (ADEPE-MT, Devolutivas Pedagógicas, INEP, Qedu), após ser feito, em um primeiro momento, o levantamento e a análise dos dados foi possível identificar que dentre as quatro matrizes da disciplina de matemática aquela com maior fragilidade é *números e operações*.

Ao usar os dados dispostos nos sítios relacionados, como diagnóstico na expectativa de oferecer oficinas pedagógicas que pudessem subsidiar na escolha de temáticas para a formação contínua do professor de Matemática, nos permitiu propor um trabalho de intervenção que atendesse a necessidade dos docentes.

A escolha de trabalhar com os dados encontrados nas macroavaliações e a partir deles propor oficinas pedagógicas foi objetivando atender de maneira precisa e colaborativa as necessidades formativas do professor de Matemática. Como afirma Souza *et al* (2017, p. 48) *as macroavaliações teriam também sob o ponto de vista de seus propositores, um caráter formativo-diagnóstico.* Machado (2012) estimular a apropriação eficaz do uso dos resultados por parte dos profissionais da escola são condições para assegurar a melhoria da proficiência.

O uso dos dados não só permitiu a percepção da necessidade de formação continuada, mas também o hábito de pesquisar, pois na oficina pedagógica além de trabalhar os conceitos e métodos, que poderiam contribuir com a formação e desenvolvimento profissional docente, também foi explorado os sites - ADEPE-MT, INEP (Devolutivas Pedagógicas, Qedu) – que disponibilizam as informações.

No trabalho proposto, além do uso das informações para a aplicação do contexto pedagógico, também utilizamos dos sites para que ao professor cursista compreendesse a importância do seu papel como pesquisador, uma vez que o professor deve tornar a pesquisa como um ambiente didático cotidiano, desfazendo a expectativa de que o hábito de pesquisar é coisa para pesquisadores, cientistas, promovendo ao estudante a posição de parceiro de trabalho, ao invés de objeto de ensino (DEMO, 2002). O que possibilitará a visão sobre o planejar, será o uso do planejamento e da avaliação a serviço da construção de resultados satisfatórios (LUCKESI, 2008).

A proposição da oficina após o levantamento diagnóstico, primeiro momento, nos sítios das macroavaliações teve os seus módulos definidos, segundo momento, da seguinte forma: *História da Matemática (Números), Conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão, História da Matemática (Álgebra), Conceitos de Álgebra (Equações algébricas) e Aplicação dos conceitos com propostas envolvendo a matemática escolar, acadêmica e cotidiana*.

Restultando em 5 encontros que ocorreram nos dias 29/09/2017, 06 e 27/10/2017, 10 e 17/11/2017, das 19hs às 23hs. Após cada encontro os professores recebiam como atividade aplicar a proposta do material estudado nas turmas em que lecionavam, no início de cada módulo posterior a aplicação, tinhamos um período para discutir e compartilhar os resultados da aplicação da proposta, de maneira que na discussão pudéssemos entender sobre a eficiência e não eficiência do método usado na oficina.

A forma como o desenvolvimento dos trabalhos foram feitos nos permitiu fazer uso da pesquisa-ação, que segundo Thiollent (1996, p. 5-6),

> É um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em

> estreita associação com uma ação ou tom a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

O uso da pesquisa-ação no ambiente educacional tem como estratégia proporcionar durante o seu desenvolvimento a capacidade de professores e pesquisadores utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino (TRIPP, 2005).

Nos encontros foi possível perceber que os professores, na sua maioria, não tinham apropriação do conceito de macroavaliações como política pública e avaliação diagnóstica para subsidiar na elaboração dos planejamentos. Assim como, não conheciam e nem tinham acesso aos sítios que disponibilizam as informações destas macroavaliações. Em cada abordagem na oficina pedagógica, quando se tratava da elaboração de um planejamento usando dados das avaliações externas, os professores participantes conseguiam identificar a coerência das informações obtidas, com a realidade no seu contexto escolar, ou seja, sala de aula. Na oportunidade foi proposto que o professor fizesse uma equalização entre as informações externas com as internas, tratamento pedagógico com o alinhamento entre os domínios, competências, descritores, objetivos de aprendizagem e os conteúdos desenvolvidos em sala de aula, de maneira que pudessem nivelar as informações, uma vez que as escalas de proficiência usam como base os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), documento oficial que orientam as práticas pedagógicas.

No módulo I foram apresentadas aos professores as plataformas (sites) onde eles poderiam encontrar as informações que nortearam a oficina pedagógica, com o intuito de, a partir do conhecimento e acesso as plataformas os docentes participantes pudessem fazer uso das informações para elaboração de planos de intervenção, ou seja, usando as informações disponibilizadas das macroavaliações como diagnóstico. Em seguida foi dada como sugestão para se fazer uma abordagem introdutória o uso da História da Matemática para conceituar a ideia de números, cujo objetivo foi de viabilizar ao estudante a compreensão de que a matemática é uma construção humana.

Ao apresentar o conceito matemático partindo de um contexto histórico em sala, os docentes sugeriram aos alunos a aplicação em forma de trabalho, alguns replicaram em seminários e outros em teatro. Em síntese todas as aplicações, segundo os relatos dos professores, tiveram uma participação ativa e motivada por parte dos alunos envolvidos, caracterizando uma proposta com a possibilidade de dar certo. Dando continuidade aos estudos, iniciou-se o módulo II, nele foi apresentado o conceito de adição, subtração, multiplicação e divisão, a partir das propriedades (comutativa, associativa, existência de um zero, existência de uma unidade, existência de inversos, distributiva) encontradas no livro de Análise I. Neste módulo foi sugerida como atividade acessar o site do INEP e analisar as questões, encontradas nas devolutivas pedagógicas, que foram aplicadas nas avaliações externas de maneira que o professor pudesse enxergar a aplicação das propriedades estudadas.

No dia do compartilhamento das atividades propostas no módulo II, muitos dos professores demonstraram dificuldade na execução de maneira que foi preciso refazer os passos usando uma das questões como exemplo, após a exemplificação alguns docentes disseram ter entendido o procedimento, ficando de enviar a atividade em outro momento. Após esta socialização começamos o módulo III, que também usou da História da Matemática para abordar os conceitos de álgebra, da mesma forma como foi proposto no módulo I, considerando que esta prática foi bem aceita pelos docentes e discentes, tanto que o desenvolvimento da atividade, de replicar os conceitos na escola, teve mais uma boa atuação dos discentes envolvidos.

Em continuação o módulo IV foi iniciado e nele abordou-se os conceitos de álgebra, no qual começamos pelo pensamento algébrico que segundo Duarte (2011, p 64)

> ...vem alargar o conceito tradicional de Álgebra, para incluir processos que emergem de tópicos de matemática elementar, nomeadamente da generalização de relações da Aritmética e que se podem representar através de formas alternativas à notação algébrica simbólica, como a linguagem natural, as tabelas e os gráficos.

Na oportunidade os conceitos de polinômios complexos, funções contínuas e deriváveis foram abordados, ao final a atividade proposta tinha como objetivo a produção de um plano de aula envolvendo o módulo atual e os anteriores. Uma necessidade comum no compartilhamento desta atividade foi a dificuldade na descrição do plano.

O quinto e último módulo teve como tema *Aplicação dos conceitos com propostas envolvendo a matemática escolar, acadêmica e cotidiana*, que David *et al* (2013) assim descrevem:

- Matemática escolar, vista como um conjunto de práticas e saberes associados ao desenvolvimento do processo de educação escolar em matemática (que não se restringem ao que se ensina aos alunos na escola, porque inclui também, por exemplo, os saberes profissionais vinculados ao trabalho docente nesse processo);
- Matemática acadêmica, vista com um conjunto de práticas e saberes associados à constituição de um corpo científico de conhecimentos, conforme produzido pelos matemáticos profissionais e reconhecido socialmente como tal;
- Matemática do cotidiano, vista como um conjunto de ideias, saberes e práticas (frequentemente, mas nem sempre, com um correspondente na matemática escolar) utilizadas em situações do cotidiano (dia a dia, trabalho, etc.) fora da escola.

Para o fechamento da oficina os professores fizeram um relato de experiência, neste os participantes descreveram um breve texto que continha os estudos dos módulos, sua aplicação em sala e a contribuição para a sua formação profissional.

2 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho descrevemos uma proposta de formação que teve os dados diagnósticos retirados das avaliações externas, considerando que só foi possível devido a logística e método utilizado para a elaboração das questões, que tem como norte a Teoria de Resposta ao Item (TRI), sendo esta fundamentada em três parâmetros (dificuldade, discriminação, probabilidade de acerto ao acaso), é preciso compreender que estas avaliações fazem uso de dados oferecidos pela escola, censo escolar. Na aplicação das questões a localização da unidade escolar, que também revela o público que ela atende são informações relevantes e importantes para considerar as respostas dos discentes. Mas o nosso foco foi apenas as informações finais, ou seja, o resultado das avaliações, para propor uma oficina que pudesse nortear projetos de intervenção, considerando que esta é uma pesquisa ainda em desenvolvimento, este primeiro relato caracteriza um projeto piloto. Considerando que para situações futuras, estudos mais elaborados será preciso levar em consideração um questionário sócio cultural, sócio econômico, assim como uma escola para toda esta coleta. Diante da oferta, oficina pedagógica, e a coerência dos dados diagnósticos que pode ser identificado mediante a participação dos professores e conforme a descrição de cada módulo entende-se ser possível a utilização das informações que as macroavaliações disponibilizam em sites como Adepe-MT, INEP (Devolutivas Pedagógicas, Qedu).

REFERÊNCIAS

DAVID, Maria Manuela. MOREIRA, Plínio Cavalcanti. TOMAZ, Vanessa Sena. **Matemática Escolar, Matemática Acadêmica e Matemática do Cotidiano: uma teia de relações sob investigação**. Acta Scientiae, Canoas, v. 15, n.1, p. 42 – 60, jan./abr. 2013.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa.** 5 ed. – Campinas, SP: Autores Associados, 2002.

DUARTE, José Antônio de Oliveira. **Tecnologias e Pensamento Algébrico: Um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de Matemática.** Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Educação – Instituto de Educação. 2011.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: estudos e proposições** / Cipriano Carlos Luckesi – 19. ed. – São Paulo: Cortez, 2008.

MACHADO, Cristiane. **Avaliação Externa e Gestão Escolar: Reflexões sobre usos dos resultados.** Revista @mbienteeducação. 5 (1): 70 – 82, jan/jun, 2012.

SOUZA, Debora da Silva; SILVA, Thais Helena Inglêz.; GOMES, Vivilí Maria Silva; BEZERRA, Francisco Jose Brabo. **Concepções de Álgebra Presentes nas Macroavaliações: Os casos da Prova Brasil e do Enem de 2011.** REnCiMa, v. 8, n. 1, p. 46 – 66, 2017.

PASQUALI, Luiz. **Psicometria: Teoria dos testes na Psicologia e na Educação.** 5ª ed – Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-ação**. 7º edição. Editora São Paulo: Cortez; 1996.

TRIPP, David. **Pesquisa-ação: uma introdução metodológica.** Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005

CAPÍTULO 10

CONEXÕES ENTRE A PRÁTICA DOCENTE E A PESQUISA EM AVALIAÇÃO EDUCACIONAL EM LARGA ESCALA: A COMPREENSÃO ESTATÍSTICA DA TEORIA DA RESPOSTA AO ITEM E A INTERPRETAÇÃO PEDAGÓGICA

Alexandra Waltrick Russi
Regina Albanese Pose
Universidade Municipal de São Caetano do Sul
São Caetano do Sul – São Paulo

Larissa Bueno Fernandes
H0 Consultoria Estatistica

Vinícius Basseto Félix
H0 Consultoria Estatística

RESUMO: O estudo convida o leitor para uma reflexão ampliada sobre aspectos estatísticos aplicados à avaliação educacional em larga escala. O que avaliar? Como avaliar? Quais são as inovações tecnológicas utilizadas na avaliação em larga escala? Quais inovações tecnológicas o professor pode e deve utilizar em sala de aula? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados divulgados pelo INEP? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados gerados em sala de aula? O que é Teoria de Resposta ao Item? Quando utilizar? Como interpretar?

PALAVRAS-CHAVE: Avaliação Educacional de Larga Escala; Teoria de Resposta ao Item; Probabilidade Condicional, Educação Matemática, Prática docente.

ABSTRACT: The study invites the reader to an extended reflection on statistical aspects applied to large scale educational assessment. What to evaluate? How to assessment? What are the technological innovations used in large scale educational assessment? What technological innovations can the teacher use and use in the classroom? What statistical knowledge is required for the interpretation of the results released by INEP? What statistical knowledge is required for the interpretation of the results generated in the classroom? What is Item Response Theory? When to use? How to interpret?

KEYWORDS: Large Scale Educational Assessment; Item Response Theory; Conditional Probability, Mathematics Education, Teaching Practice.

1 I INTRODUÇÃO

O estudo convida o leitor para uma reflexão ampliada sobre aspectos estatísticos aplicados à avaliação educacional em larga escala. O que avaliar? Como avaliar? Quais são as inovações tecnológicas utilizadas na avaliação em geral? Quais inovações tecnológicas o professor pode e deve utilizar em sala de aula? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados divulgados pelo INEP? Quais conhecimentos em estatística são necessários para a interpretação dos resultados gerados em sala de aula? O que é Teoria de Resposta ao Item? Quando utilizar? Como interpretar?

Quando se opta por utilizar na análise dos resultados a Teoria de Resposta ao Item (TRI), alguns critérios devem ser adotados no delineamento das provas ou testes, como por exemplo a utilização/construção de matriz de referência, um instrumento de validação da proficiência medida, pautado em habilidades, competências, conteúdos e cenários ilustrativos para o nível avaliado (BLOOM, 1983), a ser utilizado para nortear a elaboração dos itens. É importante que este instrumento seja construído de forma que as habilidades, ou, o menor elemento representativo do traço latente, estejam dispostas desde o mais simples até o mais complexo nível de dificuldade. Pautada na matriz, a construção da prova deve ter como propósito a gestão do processo ensino-aprendizagem, permitindo a identificação de níveis do conhecimento, habilidade e atitudes (FERRAZ, 2010). Para possibilitar a análise pela Teoria de Resposta ao Item, além de um número grande de respondentes, que, efetivamente possam cobrir todas as possibilidades de respostas na prova, garantindo variabilidade e consistência interna na mesma, ainda, é necessário que os itens apresentem uma qualidade controlada. Para que, efetivamente, seja possível desenvolver e manter um sistema de gestão de avaliação que mensure a proficiência nas diversas áreas do sistema, pautadas em conhecimento, habilidades e atitudes; além de apontar algumas eficiências e deficiências no processo, em tempo de realizar ações no sentido de acelerar ou recuperar o que for necessário, deve-se considerar a necessidade e importância da capacitação docente, na construção da matriz curricular, matrizes de referência (para cada tipo de prova pré-determinado, quando não for possível utilizar matrizes já fundamentadas), elaboração de itens e construção provas e escalas.

Permeando todo o processo de educação, do nível básico ao superior, encontra-se a necessidade da verificação da aprendizagem dos estudantes, seja por meio de testes, listas, questionários, entre outros tipos de instrumentos. Nesse contexto, o processo de avaliação educacional está relacionado à produção de informações sobre o aprendizado (INEP, 2010). A partir dos resultados das avaliações, além da caracterização da aprendizagem dos estudantes sobre determinadas competências e habilidades, ações podem ser estabelecidas para aprimorar o método de ensino.

Além das avaliações internas, no âmbito escolar, elaboradas por professores ou pela equipe pedagógica da instituição, as avaliações externas, de larga escala, vêm ganhando cada vez mais espaço nos processos educacionais. Em avaliações de larga escala os instrumentos são aplicados simultaneamente a grandes amostras ou censos, de forma padronizada, incluindo, às vezes, alunos, professores, diretores e coordenadores (ROTHEN e SANTANA, 2018), e são elaboradas por um órgão externo às escolas, com a finalidade de fazer uma análise qualitativa e propor alternativas em âmbito mais amplo que o da instituição de ensino (INEP, 2010). Os instrumentos avaliativos do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb) são avaliações em larga escala para diagnóstico do ensino básico no país desenvolvidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), criado pelo INEP em 1998, tem por objetivo avaliar a qualidade do ensino médio no Brasil. A partir de 2009, o ENEM passou a ser utilizado como meio de acesso ao ensino superior em universidades públicas brasileiras, através do Sistema de Seleção Unificada (SiSU). A prova é realizada todos os anos e cada edição é composta por 180 questões, distribuídas em grupos de 45 questões nas quatro grandes áreas, avaliada em dois dias. Há também a aplicação de um tema de Redação. De acordo com o INEP, foram realizadas 7,6 milhões de inscrições na edição de 2017, das quais 6,7 milhões foram confirmadas e 4,7 milhões de candidatos efetivamente compareceram para a realização da prova. Todas as versões de cadernos de provas, em cada área do conhecimento, são compostas pelas mesmas 45 questões questões, apenas dispostas em ordenações diferentes ou em formatos diferentes (ampliado, libras, aplicador) e, os modelos são identificados por cores diferentes. Essa medida tem por objetivo evitar fraudes. Assim como são mantidas as mesmas 45 questões nas diferentes versões dos cadernos de testes de cada área, a redação apresenta os mesmos textos e materiais de apoio.

Os itens do ENEM são objetivos e de múltipla escolha, isto é, permitem ao candidato escolher a resposta entre um conjunto de cinco alternativas, sendo que apenas uma é correta (BRADFIELD e MOREDOCK, 1964). Um item, geralmente é formado por uma situação problema, ou um cenário real, seguido de um enunciado (consigna) a respeito do texto, com 5 alternativas de resposta das quais uma é o gabarito e as outras são os distratores (devem referenciar um erro). Todo item deve ilustrar uma “tarefa” que estime um traço latente (uma habilidade). A construção desses itens deve estar pautada em uma Matriz de Referência, construída em termos de competências e habilidades que se pretende avaliar (INEP, 2010). E, considerando o modelo de Teoria de Resposta ao Item, utilizado nessa prova, é possível observar que cada item deve estimar uma única habilidade, que se caracteriza como um traço latente, isto é, características de indivíduos que não podem ser medidas diretamente, algo mais subjetivo (ANJOS e ANDRADE, 2012).

A TRI surge num cenário em que há necessidade de complementar os resultados da Teoria Clássica dos Testes (ou da Medida) (TCT) e de solucionar algumas de suas limitações. Assim sendo, Lord (1952) e Rasch (1960), segundo Soares (2005), foram os primeiros a propor modelos estatísticos paramétricos para itens de testes que associavam a probabilidade de uma resposta correta à proficiência ou habilidade dos respondentes.

A TRI é composta por um conjunto de modelos matemáticos de forma que o objetivo, na avaliação, é avaliar a proficiência dos examinandos em um determinado teste. Assumindo a modelagem adotada pelo INEP no ENEM, modelo identificado como Modelo Logístico Unidimensional de três parâmetros (ML3), cujos parâmetros adotados são discriminação, dificuldade e acerto casual, verificam-se as probabilidades de acerto aos itens e o escore dos estudantes, de acordo com os conjuntos de respostas dadas ao teste. A probabilidade de acerto a um item é uma função dos parâmetros desse item e da proficiência do examinando, ou seja, quanto maior a proficiência, maior a probabilidade de o respondente acertar ao item (Andrade et al., 2000). As estimativas dos parâmetros dos itens e das proficiências são calculadas com a utilização de métodos estatísticos a partir das respostas dos avaliados e do modelo proposto. Quando as estimativas dos parâmetros dos itens e das proficiências são posicionadas em uma escala psicométrica, é possível fazer uma interpretação pedagógica da escala, bem como, fazer a validação da matriz de referência adotada.

As provas do ENEM estão pautadas nas duas suposições básicas para a aplicação do ML3: unidimensionalidade do traço latente (i.e. o item estima um único traço latente) e independência local (os itens devem ser independentes). Além do modelo da TRI utilizado no ENEM, o mais popular, também são utilizados outros três em outras avaliações, Rasch[1], Modelo logístico unidimensional de 1 parâmetro (ML1) [2](consideram apenas a dificuldade) e o Modelo logístico unidimensional de 2 parâmetro (ML2), (consideram a dificuldade e a discriminação) (Quadro 1).

Modelos de Rasch e ML1

Estima para cada item *i* um parâmetro *b* de dificuldade do item, assim a probabilidade de um indivíduo j com habilidade θ_j responder corretamente o item i é dada por $P(X=1|\theta_j)=\frac{1}{1+e^{(\theta-b_i)}}$ (Rasch) e $P(X=1|\theta_j)=\frac{1}{1+e^{a(\theta-b_i)}}$ (ML1).

Este modelo estima apenas um parâmetro para cada item, o parâmetro *b* de dificuldade do item, assim sendo, os modelos de Rasch e ML1 permitem um ajuste razoável com um tamanho de amostra razoavelmente menor que o necessário para os outros dois descritos neste quadro. No caso específico do modelo ML1, há estimação do parâmetro *a* de discriminação, mas este é comum para todos os itens.
Contudo, importante verificar, que nestes modelos, é necessário verificar a premissa de que todos os itens tenham a mesma discriminação, para Rasch a discriminação é 1 e para ML1 é um valor estimado.

Modelo logístico de dois parâmetros (ML2)

Estima para cada item *i* o parâmetro *b* de dificuldade do item e o parâmetro *a* de discriminação do item. , Assim a probabilidade de um indivíduo j com habilidade responder corretamente o item i é dada por $P(X=1|\theta_j)=\frac{1}{1+e^{a_i(\theta_j-b_i)}}$.

Este modelo, permite um ajuste razoável para um tamanho de amostra razoavelmente menor que o tamanho que o modelo 3PL. Contudo, para este modelo é necessário que se verifique a premissa de que todos os itens tenham o mesmo valor para o parâmetro c (sensibilidade ao acerto).

Modelo logístico de três parâmetros (ML3)

Estima para cada item *i* o parâmetro *b* de dificuldade do item, o parâmetro *a* de discriminação do item e o parâmetro *c* de probabilidade de acerto no item mesmo em caso de baixíssima habilidade θ – este parâmetro c comum e equivocadamente é chamado de parâmetro do chute, contudo, para estes pesquisadores, é utilizado como uma sensibilidade ao acerto do item, mesmo sem teoricamente, estar apto para a habilidade que o item estima. Assim a probabilidade de um indivíduo j com habilidade responder corretamente o item i é dada por $P(X=1|\theta_j)=c_i+(1-c_i)\frac{1}{1+e^{a_i(\theta_j-b_i)}}$.
Neste modelo, o número de amostra necessário deve ser tal que permita verificar uma variabilidade entre todas as respostas dos itens, e que garanta a estimação dos três parâmetros. Indicado para grandes amostras, e, para quando se tem a certeza de medir o parâmetro c (sensibilidade ao acerto).

Quadro 1: Modelos da TRI mais utilizados em avaliações educacionais – elaboração própria

1 A discriminação do modelo é igual a 1.
2 A discriminação do modelo é estimada, mas igual para todos os itens avaliados no modelo.

2 I OBJETIVO

Promover reflexões críticas, pautadas pela prática docente e a pesquisa em avaliação educacional, para compreender, em termos estatísticos e psicométricos os resultados da TRI em uma prova específica do ENEM, e possibilitar sua interpretação pedagógica.

3 I METODOLOGIA

Foram utilizados os microdados do ENEM, mais especificamente do teste de matemática aplicado em 2017, disponibilizados de forma universal e gratuita no site do INEP, para a construção da base de dados deste estudo. Foram considerados como critérios de inclusão, estudantes que concluíram ou iriam concluir o Ensino Médio em 2017, com pontuação igual ou superior a 450 (Meta de corte considerada como mínima para a antiga certificação no ensino médio), que fizeram a prova azul 2º Dia Caderno 7 - Azul - 1ª Aplicação, com pelo menos 50% das respostas válidas (sem rasuras, respostas múltiplas ou respostas em branco); critérios de exclusão, todos os estudantes na condição de treineiros, na condição de não formados, todos os examinandos portadores de alguma deficiência, ou seja, que indicassem a necessidade de tratamento diferenciado nas análises estatísticas. De acordo com as condições estabelecidas acima, foi feito um recorte do arquivo de microdados do ENEM para a construção da base de dados deste estudo, que resultou em 670.267 respondentes.

A modelagem foi conduzida no *software* Bilog-MG, com o ajuste do modelo ML3 que é o mesmo utilizado pelo INEP nas avaliações do ENEM, resultou na exclusão de 2 dos 45 itens em teste, sendo retirado o item 8 na fase 1 (por padrão de resposta inadequado) e o item 4 na fase 2 (por problemas na calibração). Assim permaneceram 43 itens no modelo.

4 I RESULTADOS

As Curvas Características dos Itens (CCIs) ilustram (Figura 1) o "comportamento" dos itens em relação à toda a população supracitada deste recorte da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM de 2017. As informações de cada gráfico devem ser complementadas com os parâmetros dos itens e com os erros padrão dos parâmetros dos itens (Tabela 1).

A interpretação e análise dos parâmetros sugere alguns limites pautados na literatura pela estatística que, sob certas circunstâncias, devem ser discutidos com a equipe de especialistas da disciplina para estabelecer se um item, mesmo "fora de algum padrão estatístico", deve ser mantido. Os especialistas devem justificar pela literatura, ou por uma reunião de consenso, os motivos pelos quais as informações deles e da estatística estão em desacordo. Deve-se ressaltar que as análises dos especialistas, desde que fundamentadas, devem prevalecer à análise de uma prova, salvo condições em que o item impreterivelmente deva ser excluído das análises por critérios estatísticos (Quadro 2).

Parâmetro *a*: discriminação Os valores de ***a* < *1*** podem ser considerados com pouco poder de discriminação. (Vey, 2011); as curvas referentes à itens com esses valores apresentam curvas mais íngremes (os itens com *a* ≥ *1*, apresentam curvas com ângulo de inclinação menor).
Parâmetro *b*: dificuldade Não existem referência a valore absolutos da dificuldade. Apenas é considerado que quanto maior o valor de *b* na escala, maior será a dificuldade em responder o item. O contrário é verdadeiro, ou seja, quando menor o valor de *b*, mais fácil é o item. As curvas que estiverem à direita de 0 (média), indicam uma dificuldade maior do que as que estiverem à esquerda de 0.
Parâmetro *c*: acerto ao item Este parâmetro é definido pela assíntota da CCI; então, nas curvas que cortarem a ordenada acima do ponto 0, pode ser compreendido como um acerto casual, ou seja, podem existir respostas corretas de examinandos que poderiam não ter a habilidade referenciada bem estabelecida, e, o seu nível de aptidão, pode ser baixo. Assim se a curva estiver, por exemplo, em 0,20, significa que houve 20% de respostas corretas dadas ao acaso neste item (20% dos examinandos que acertaram o item, podem não ter aptidão na habilidade estimada; e, então, a magnitude do teta (variável da proficiência) deve ser observada, e, num caso como esse, essa magnitude, pode ser baixa, e mostrar que os examinandos não poderiam conhecer a resposta correta) (Pasquali, 2003) Ainda, para um teste de múltipla escolha, com ***cinco alternativas***, como no ENEM, "espera-se", que, a ***probabilidade máxima de acerto ao acaso***, para os itens seja de ***20%*** (100% dividido por 5) e, assim, valores superiores podem apontar para uma maior probabilidade de sensibilidade de acerto no item (acerto ao acaso). Então, um parâmetro c igual a 0,2 ou 20% (nestas condições supracitadas), pode significar que, por menor que seja o nível de habilidade do respondente, pode-se atribuir a ele 20% de chance de acertar o item ao acaso (Fuentes et. al., 2014).

Quadro 2: Parâmetros do Modelo (3PL) da TRI – elaboração própria

O cálculo do erro de medida, na TRI, é utilizado, como um recurso analítico, para estimar a variabilidade das estimativas do *theta (θ),* ou seja, da proficiência; e, deve-se considerar que esse valor não é o mesmo para todos os examinandos, mas está condicionado ao valor de *theta (θ)*, ou seja, da proficiência; e portanto, a precisão do teste não é a mesma para todos os itens (depende do nível dos respondentes na variável medida, ou seja, do valor de θ (Baker, 2001).

Em geral, o Erro Padrão de Medida (EPM) é estudado nas funções de informação do teste (uma forma matemática de expressar o EPM); assim sendo, é possível considerar a função de informação de um teste como um indicador da precisão desse teste (i.e., quanto mais "informação" sobre o traço latente [habilidade] medido, menor deve ser o EPM; e o contrário é verdadeiro); portanto, a função de informação do item informa a qualidade (boa ou ruim) de cada nível de habilidade está sendo estimada, por meio de um item, ou um conjunto de itens específico (Baker, 2001).

Para esta análise, igual é feito no INEP, foi utilizado o método de máxima verossimilhança para estimar os itens e a proficiência dos respondentes, o erro padrão dos parâmetros é dado por: ; tal que é a informação do teste para a proficiência . Quanto maior a informação em , menor deve ser o erro padrão, portanto, maior deve ser a precisão da estimativa.

A informação do item está em função da probabilidade de acerto de um item em função da proficiência *theta (θ)*, dada por ; tal que, é uma curva de crescimento, converge para 0 (zero), quando *theta (θ)* converge para ; portanto, a informação converge para 0 (zero) quando *theta (θ)* converge e o erro padrão converge para .

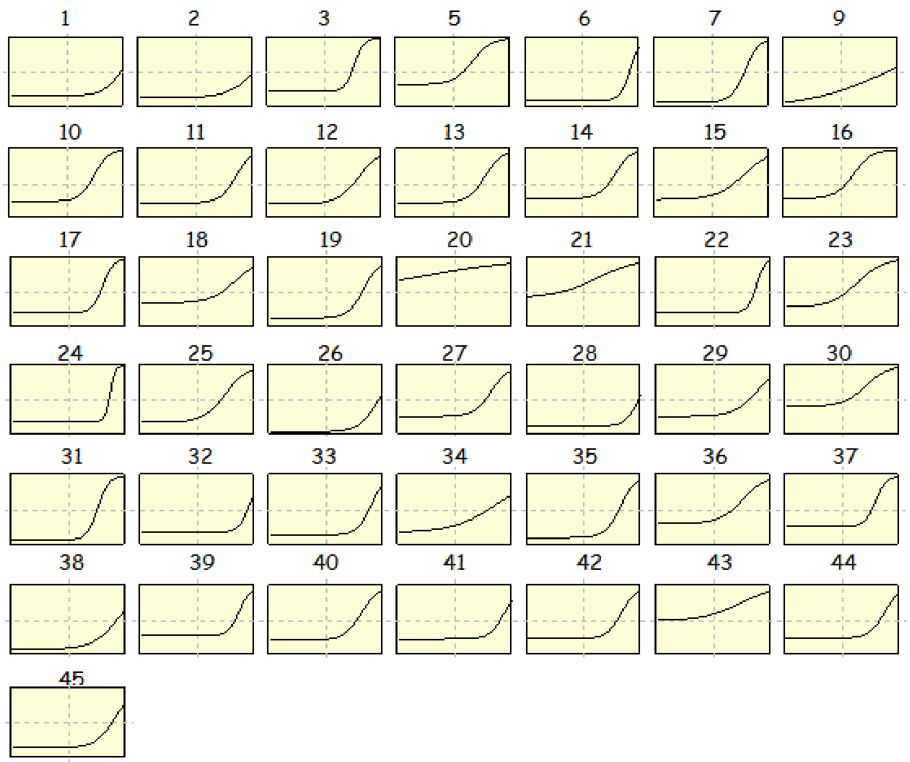


Figura 1 –Curvas Características do Itens (CCIs) da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017 – elaboração própria.

Para este estudo, a base de dados feita com apenas um caderno, conforme supracitado, é possível observar que o Item 19 (154 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta menor discriminação (a = 0,38), fácil (b = -1,66) e maior acerto ao acaso (c = 0,50). O item 23 (158 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta maior discriminação (a = 7,56). O item 7 (142 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta o menor o menor acerto ao acaso (c = 0,004). O item 2 (137 no caderno azul de Matemática, ENEM 2017) apresenta a maior dificuldade (b = 3,32).

Item	Discriminação (erro)	Dificuldade (erro)	Acerto casual (erro)
Item 01	1,93456 (0,04716)	3,02646 (0,02489)	0,16389 (0,00060)
Item 02	1,27996 (0,02989)	3,32523 (0,03489)	0,13356 (0,00083)
Item 03	3,97346 (0,03177)	1,56959 (0,00256)	0,22736 (0,00061)
Item 05	3,76357 (0,06303)	2,53641 (0,00740)	0,09678 (0,00039)
Item 06	2,65643 (0,01761)	1,79493 (0,00337)	0,06995 (0,00043)

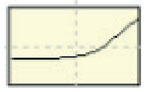
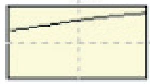
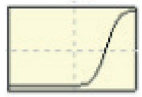
Item 07	0,48887 (0,00466)	2,41869 (0,01535)	0,00497 (0,00223)
Item 09	2,61909 (0,01921)	1,43162 (0,00323)	0,25570 (0,00078)
Item 10	2,35032 (0,02786)	2,12175 (0,00633)	0,22938 (0,00068)
Item 11	1,78318 (0,01620)	1,80410 (0,00540)	0,21631 (0,00090)
Item 12	2,19494 (0,01837)	1,66714 (0,00420)	0,23419 (0,00080)
Item 13	2,37040 (0,02215)	1,70587 (0,00437)	0,29223 (0,00080)
Item 14	1,37801 (0,01410)	1,71861 (0,00671)	0,28221 (0,00130)
Item 15	2,08410 (0,01206)	0,68962 (0,00354)	0,29628 (0,00127)
Item 16	3,49619 (0,03265)	1,81573 (0,00332)	0,21288 (0,00059)
Item 17	1,51336 (0,02062)	2,01543 (0,00885)	0,35686 (0,00115)
Item 18	**2,33092 (0,02118)**	**2,00766 (0,00501)**	**0,13882 (0,00059)**
Item 19	0,38673 (0,00547)	-1,66548 (0,08009)	0,50000 (0,00783)
Item 20	**0,89802 (0,01144)**	**0,66377 (0,01800)**	**0,43312 (0,00384)**
Item 21	4,35683 (0,07323)	2,30265 (0,00521)	0,22148 (0,00054)
Item 22	1,43410 (0,01030)	0,78367 (0,00569)	0,29714 (0,00181)
Item 23	7,56376 (0,02388)	2,21334 (0,00303)	0,19836 (0,00047)
Item 24	1,73003 (0,01254)	1,47613 (0,00419)	0,18438 (0,00099)
Item 25	1,89743 (0,02480)	2,80837 (0,01391)	0,04396 (0,00037)
Item 26	2,15996 (0,02313)	1,92661 (0,00561)	0,26994 (0,00079)
Item 27	2,72650 (0,07341)	2,97191 (0,02028)	0,12776 (0,00046)
Item 28	1,64227 (0,02445)	2,34860 (0,01124)	0,27067 (0,00091)
Item 29	1,69469 (0,01524)	1,22240 (0,00540)	0,41048 (0,00130)
Item 30	3,50185 (0,02067)	1,54627 (0,00226)	0,07572 (0,00042)
Item 31	**3,50593 (0,09651)**	**2,77413 (0,01361)**	**0,18616 (0,00051)**
Item 32	2,74558 (0,03721)	2,37140 (0,00736)	0,14772 (0,00052)
Item 33	0,86769 (0,01264)	2,19421 (0,01182)	0,18389 (0,00223)
Item 34	2,45670 (0,01945)	1,90921 (0,00419)	0,10904 (0,00053)
Item 35	1,67466 (0,01561)	1,55231 (0,00534)	0,31489 (0,00114)
Item 36	3,52723 (0,03440)	1,76839 (0,00337)	0,26846 (0,00064)
Item 37	1,45698 (0,01871)	2,67131 (0,01385)	0,09313 (0,00069)
Item 38	3,31149 (0,05175)	2,23299 (0,00611)	0,28453 (0,00062)
Item 39	2,18158 (0,02033)	1,85296 (0,00489)	0,22026 (0,00075)
Item 41	2,55082 (0,05298)	2,62392 (0,01294)	0,23779 (0,00061)
Item 42	2,48567 (0,02675)	1,98460 (0,00522)	0,24048 (0,00069)
Item 43	1,02142 (0,01469)	1,37975 (0,01172)	0,50000 (0,00222)
Item 44	2,44118 (0,03439)	2,25738 (0,00756)	0,24903 (0,00067)
Item 45	1,96550 (0,02599)	2,45253 (0,01006)	0,14854 (0,00062)

Tabela 1: Parâmetros e erro padrão dos parâmetros dos itens da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017.

Fonte: Elaboração própria, 2019.

Em destaque os itens comentados e copiados no Anexo.

Em anexo, constam algumas questões da prova azul 1ª. aplicação no 2º. dia, para ilustração das interpretações; quais sejam, 139, 143, 153, 155, 166, respectivamente associados aos itens do gráfico (Figura 1) de CCI, 4, 8, 18, 20 e 31.

Item 18 (153) a = 2,33092, EPM(a) = 0,02118; b = 2,00766, EPM(b) = 0,00501; c = 0,13882, EPM(c) = 0,00059 Item com padrão de discriminação médio a alto, e erro padrão médio; item difícil com erro padrão baixo; e baixo valor de probabilidade de acerto casual, com erro padrão baixo. Item de leitura longa, com duas figuras para compreender, de geometria plana, justifica os parâmetros.	18 
Item 20 (155) a = 0,89802, EPM(a) = 0,01144; b = 0,66377, EPM(b) = 0,01800; c = 0,43312, EPM (c) = 0,00384 Item com padrão de discriminação baixo, e erro padrão médio; item fácil com erro padrão médio; e alto valor de probabilidade de acerto casual, com erro padrão baixo. Item leve, de leitura rápida, fácil, de estatística, muito fácil, mas o enunciado tem a semântica invertida com o texto base, pode induzir ao erro, seria objetivo do item? Esse enunciado invertido com o texto base, pode indicar fator de confundimento e justifica o grande acerto casual	20 
Item 31 (166) a = 3,50593, EPM(a) = 0,09651; b = 2,77413, EPM (b) = 0,01361; c = 0,18616; EPM (c) = 0,00051 Item com padrão de discriminação alto, e erro padrão alto; item difícil com erro padrão médio; e baixo valor de probabilidade de acerto casual, com erro padrão baixo. Item de leitura rápida, que necessita atenção, com tabela informativa, difícil, justifica os parâmetros	31 

A função de informação do teste pode ser representada por uma curva (Figura 2), que represente o conjunto dos itens que compõem o teste.

A representação gráfica (Figura 2) da função de informação do teste é a Curva de Informação do Teste (CIT); esta curva representa a soma do grupo de itens que compõe o teste, de modo que resume a contribuição de cada item deste para a informação total.

A Linha contínua (azul) (Figura 2) ilustra a curva da informação do teste; a linha pontilhada (vermelha) ilustra a curva do erro padrão da medida. É possível observar ao lado esquerdo do gráfico, no extremo negativo dos níveis de θ, que o teste produz mais erro de informação do que informação legítima; porque a curva do erro padrão supera a curva de informação do teste.

Para esta base de dados, pode-se observar (Figura 2), que, a tendência do teste de Matemática e suas Tecnologias 2017, é avaliar melhor, e, com menos erros, os estudantes que apresentam escore com cerca de 0,8 até 3,0; ou seja, é uma prova quem quem tem escores altos, pra quem foi bem; ou seja, esta prova não mede bem os estudantes com escores abaixo de 0,8, dado que este teste pode ser considerado relativamente difícil para este grupo de respondentes (para este recorte da prova azul do ENEM 2017).

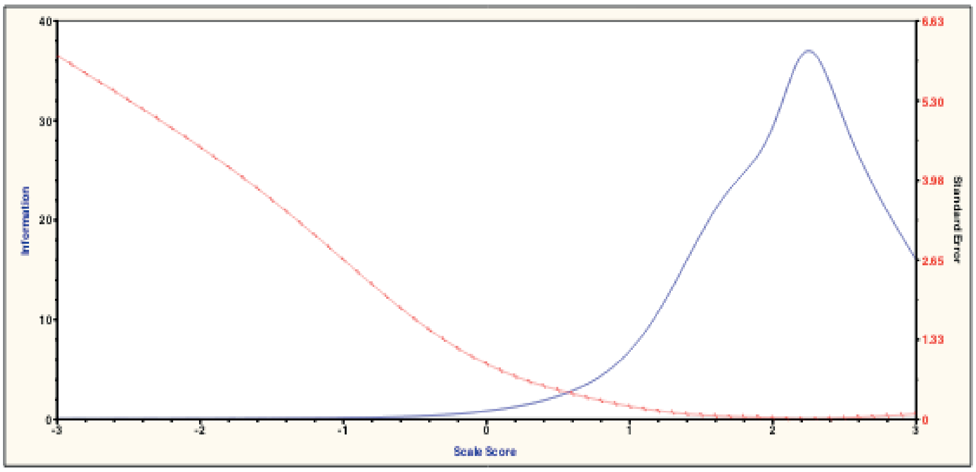


Figura 2 – Curva de informação do Teste (CIT) – da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017 – elaboração própria

A análise de *theta (θ)*, ou seja, da proficiência (traço latente), desta base de dados pode ser observada no gráfico de barras (Figura 3). A média desta escala é igual a zero, e o desvio padrão é 1. Houve uma grande concentração de escores desde -1 DP até a média zero. Contudo, é possível observar uma forte assimetria à direita, ou seja, de diferentes escores altos com uma frequência menor, desde a média zero até 3 DP.

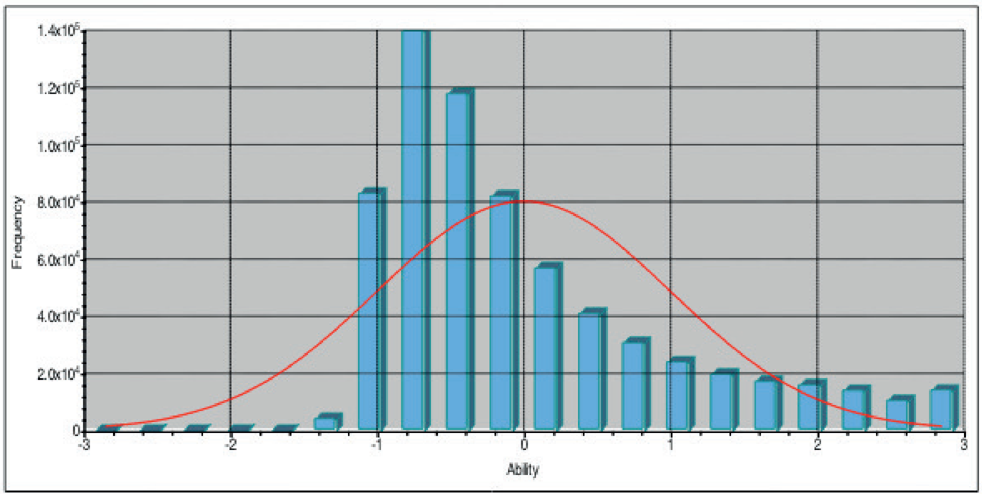


Figura 3 – Gráfico de barras das habilidades dos respondentes da prova de Matemática e Suas Tecnologias do ENEM 2017 – elaboração própria.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os autores são pesquisadores na área desde 2008, todos bacharéis em estatística registrados no conselho de estatística (CONRE3), sendo um mestre em gestão e avaliação educacional e dois também professores. Todos visam, em função do código de ética profissional do estatístico, divulgar a boa prática estatística a fim de atender às expectativas socioeconômico-culturais da população envolvida de alguma forma com avaliação educacional

REFERÊNCIAS

ANDRADE, D.F.; TAVARES, H.R.; VALLE, R.C. **Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações**. São Paulo: SINAPE, 2000.

BAKER, F.B. **The basics of item response theory**. Washington, DC: ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation (2001).

BARBETTA, P.A.; TREVISAN, L.M.V.; TAVARES, H.; AZEVEDO, T.C.A.M. Aplicação da Teoria da Teoria da Resposta ao Item uni e multidimensional. **Estudos em Avaliação Educacional.** São Paulo, v. 25, n. 57, p. 280-302, jan./abr. 2014.

BLOOM, B.; HASTINGS, J.T.; MADAUS, G.F. **Manual de Avaliação Formativa e Somativa do Aprendizado Escolar.** Trad. Lílian Rochlitz Quintão. São Paulo: Livraria Pioneira Editor, 1983.

BORGATTO, A.; ANDRADE, D. **Análise Clássica de Testes com diferentes graus de dificuldade**. Estudos em Avaliação Educacional, São Paulo, 23 (52), 146-156, 2012.

BRADFIELD, James M.; MOREDOCK, H. Stewart. **Medidas e testes em educação: Introdução à sua teoria e prática para os níveis da escola primária e secundária**. Rio de Janeiro: Brasil Fundo de Cultura, 1964. v. 2.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares do Curso de Medicina.** Brasília. 2014.

CHILDS, R. A.; OPPLER, S. H. **Implication of test dimensionality for unidimensional IRT scoring: an investigation of a High-Stake Testing Program**. Education and Psychological Measurement**.** v. 60, p. 939-955, 2000.

DOS ANJOS, Adilson; DE ANDRADE, Dalton Francisco. **Teoria da Resposta ao Item com uso do R**. 2012

EBEL, R. L. **Essentials of educational measurement.** New Jersey: Prentice Hall, 1991.

FUENTES, D; MALLOY-DINIZ, L.F.; CAMARGO, C.H.P.; COSENZA, R.M. (Org.) **Neuropsicologia: Teoria e Prática**. Artmed, 2ª ed. 2014.

GULLIKSEN H. **Theory of mental tests**. New York: Wiley; 1950.

HARDEM, R.M. – **Ten questions to ask when planning a course or curriculum**. Medical Education. 20(4): 356-65. 1986.

HUTZ, Claudio Simon; BANDEIRA, Denise Ruschel; TRENTINI, Clarissa Marceli. **Psicometria**. Artmed Editora, 2015.

KLEIN, Ruben. **Alguns aspectos da teoria de resposta ao item relativos à estimação das proficiências**. Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação, Rio de Janeiro, v. 21, n. 78, p. 35-56, 2013.

LORD FM. **A theory of test scores**. Iowa (IA): Psychometric Society; 1952.

LORD, F. M. et al. Novick. MR. **Statistical theories of mental test scores**, 1968.

MARCONDES, E.; GONÇALVES, E.L. **Educação Médica.** São Paulo: Editora Sarvier. 1998.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 6. ed. rev. atual. São Paulo: Saraiva, São

Paulo: Saraiva, 2014.

MURPHY, K. R.; DAVIDSHOFER, C. O. **Psychological Testing: Principles and Applications**, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1988.

ORTIZ, P. **El sistema de la personalidad**. Lima: Orion, 1994

PETERSON, R. **A meta-analysis of Cronbach's coefficient alpha**. Journal of Consumer Research, 21(2), 381-391, 1994.

PIAGET, J. **O possível e o necessário.** Vol. 1: Evolução dos possíveis na criança. Porto Alegre: Artes médicas. 1985.

RASCH, G. **Probabilistic models for some intelligence and attainment tests.** (Copenhagen, Danish Institute for Educational Research), expanded edition (1980) with foreword and afterword by B.D. Wright. Chicago: The University of Chicago Press. 1960.

RECKASE, M. **Multidimensional Item Response Theory.** USA: Springer. 2009.

RICHARDSON, R. J. **Pesquisa Social: métodos e técnicas.** 3. ed. São Paulo, Atlas, 1999.

SONG, Z.; SAFRAN, D.G.; LANDON, B.E.; HE, Y.; ELLIS, R. P.; MECHANIC, R. E.; MATTHEW, P.D.; CHERNEW, M. E. **Health Care Spending and Quality in Year 1 of the Alternative Quality Contract**. New England Journal of Medicine. 2011; 365(10):909

PASQUALI, Luiz. **Psychometric**s. Revista da Escola de Enfermagem da USP, v. 43, n. SPE, p. 992-999, 2009.

PASQUALI, L. **Psicometria: teoria dos testes na psicologia e na educação. Petrópolis:** Editora Vozes, 2003.

RASCH G. **Probabilistic models for some intelligence and attainment tests**. Copenhagen: Danish Institute for Educational Research and St. Paul; 1960.

ROTHEN, José Carlos; SANTANA, Andréia da Cunha Malheiros. **Avaliação da educação: referências para uma primeira conversa**. São Carlos: EdUFSCar, 2018. p. 139-156.

SOARES, Tufi Machado. **Utilização da teoria da resposta ao item na produção de indicadores sócio-econômicos**. Pesquisa Operacional, v. 25, n. 1, p. 83-112, 2005.

SPEARMAN, Charles. **Correlation calculated from faulty data. British Journal of Psychology**, 1904-1920, v. 3, n. 3, p. 271-295, 1910.

SYMPSON, J. **A model for testing with multidimensional items**. Proceedings of the 1977 Computerized Adaptive Testing Conference. 1977.

THURSTONE, Louis Leon. **Psychological Tests Used in a Study of Mental Abilities**. University of Chicago, 1934.

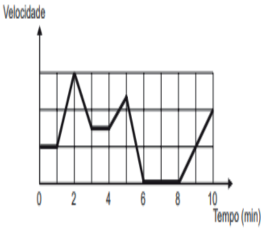
VEY, I. H. **Avaliação de desempenho logístico no serviço ao cliente baseada na Teoria da Resposta ao Item**. Florianópolis; 2011. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina.

WHITELY, S. **Measuring aptitude processes with multicomponent latent trait models.** Technical Report. Lawrence: University of Kansas. 1980.

ANEXO - itens 4,8,18,20,31; respectivamente questões da prova azul, 139, 143, 153, 155, 166

item 4

Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.

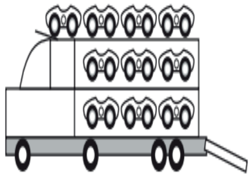


Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

Ⓐ 4
Ⓑ 3
Ⓒ 2
Ⓓ 1
Ⓔ 0

item 8

Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



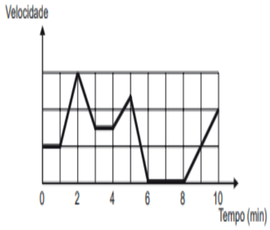
No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

Ⓐ $C_{6,4}$
Ⓑ $C_{9,3}$
Ⓒ $C_{10,4}$
Ⓓ 6^4
Ⓔ 4^6

item 4

Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.

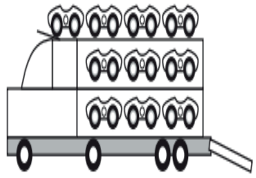


Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

Ⓐ 4
Ⓑ 3
Ⓒ 2
Ⓓ 1
Ⓔ 0

item 8

Um brinquedo infantil caminhão-cegonha é formado por uma carreta e dez carrinhos nela transportados, conforme a figura.



No setor de produção da empresa que fabrica esse brinquedo, é feita a pintura de todos os carrinhos para que o aspecto do brinquedo fique mais atraente. São utilizadas as cores amarelo, branco, laranja e verde, e cada carrinho é pintado apenas com uma cor. O caminhão-cegonha tem uma cor fixa. A empresa determinou que em todo caminhão-cegonha deve haver pelo menos um carrinho de cada uma das quatro cores disponíveis. Mudança de posição dos carrinhos no caminhão-cegonha não gera um novo modelo do brinquedo.

Com base nessas informações, quantos são os modelos distintos do brinquedo caminhão-cegonha que essa empresa poderá produzir?

Ⓐ $C_{6,4}$
Ⓑ $C_{9,3}$
Ⓒ $C_{10,4}$
Ⓓ 6^4
Ⓔ 4^6

item 20

Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

Ⓐ apenas o aluno Y.
Ⓑ apenas o aluno Z.
Ⓒ apenas os alunos X e Y.
Ⓓ apenas os alunos X e Z.
Ⓔ os alunos X, Y e Z.

item 31

Um cientista, em seus estudos para modelar a pressão arterial de uma pessoa, utiliza uma função do tipo $P(t) = A + B\cos(kt)$ em que A, B e K são constantes reais positivas e t representa a variável tempo, medida em segundo. Considere que um batimento cardíaco representa o intervalo de tempo entre duas sucessivas pressões máximas.

Ao analisar um caso específico, o cientista obteve os dados:

Pressão mínima	78
Pressão máxima	120
Número de batimentos cardíacos por minuto	90

A função $P(t)$ obtida, por este cientista, ao analisar o caso específico foi

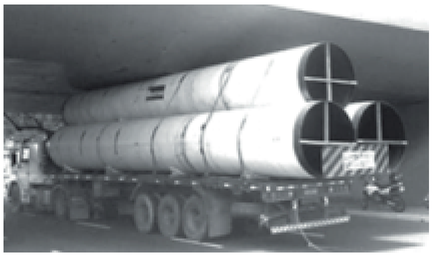
Ⓐ $P(t) = 99 + 21\cos(3\pi t)$
Ⓑ $P(t) = 78 + 42\cos(3\pi t)$
Ⓒ $P(t) = 99 + 21\cos(2\pi t)$
Ⓓ $P(t) = 99 + 21\cos(t)$
Ⓔ $P(t) = 78 + 42\cos(t)$

item 18

A manchete demonstra que o transporte de grandes cargas representa cada vez mais preocupação quando feito em vias urbanas.

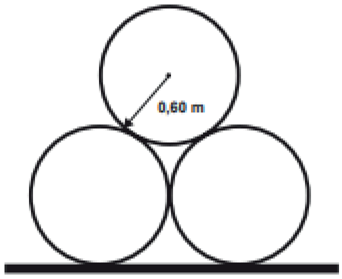
Caminhão entala em viaduto no Centro

Um caminhão de grande porte entalou embaixo do viaduto no cruzamento das avenidas Borges de Medeiros e Loureiro da Silva no sentido Centro-Bairro, próximo à Ponte de Pedra, na capital. Esse veículo vinha de São Paulo para Porto Alegre e transportava três grandes tubos, conforme ilustrado na foto.



Disponível em: www.caminhoes-e-carretas.com. Acesso em: 21 maio 2012 (adaptado).

Considere que o raio externo de cada cano da imagem seja 0,60 m e que eles estejam em cima de uma carroceria cuja parte superior está a 1,30 m do solo. O desenho representa a vista traseira do empilhamento dos canos.



A margem de segurança recomendada para que um veículo passe sob um viaduto é que a altura total do veículo com a carga seja, no mínimo, 0,50 m menor do que a altura do vão do viaduto.

Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$.

Qual deveria ser a altura mínima do viaduto, em metro, para que esse caminhão pudesse passar com segurança sob seu vão?

- **A** 2,82
- **B** 3,52
- **C** 3,70
- **D** 4,02
- **E** 4,20

CAPÍTULO 11

UMA PROPOSTA DE ENSINO HÍBRIDO PARA ALUNOS INGRESSANTES EM CURSOS SUPERIORES COM CONTEÚDOS DE MATEMÁTICA

Ubirajara Carnevale de Moraes
Universidade Presbiteriana Mackenzie, Escola de Engenharia
São Paulo – SP

Celina Aparecida Almeida Pereira Abar
PUC-SP, Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática
São Paulo – SP

Vera Lucia Antonio Azevedo
Universidade Presbiteriana Mackenzie, Faculdade de Computação e Informática
São Paulo – SP

RESUMO: Este trabalho apresenta resultados parciais de um projeto, em andamento, com o objetivo de promover um aprimoramento no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Superior por meio da plataforma Moodle. Os participantes do projeto são alunos de cursos da Universidade Mackenzie que possuem, em seu currículo, disciplinas de Matemática. Para a elaboração do projeto foi realizado um estudo de aportes teóricos sobre o uso da Internet e dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem, bem como sobre o Ensino Híbrido. Neste artigo são apresentadas as primeiras etapas do projeto e como foi proposto, aos participantes, o desenvolvimento dos trabalhos. Espera-se com os resultados obtidos, diferentes usos do Ensino Híbrido no Ensino Superior com a utilização presencial e online em um novo paradigma de "aula invertida" para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino Híbrido; Matemática; Ambientes Virtuais de Aprendizagem; Aula Invertida.

A BLENDED LEARNING PROPOSAL FOR STUDENTS IN HIGHER COURSES WITH MATHEMATICAL CONTENT

ABSTRACT: This paper presents partial results of a project that aims to develop an improvement on the teaching and learning process of mathematics in higher education and throughout the Moodle's platform. The participants of the project are undergraduate students at Mackenzie University whose undertaken courses present Mathematics as a subject. In order to support this study, research has been made about the use of internet and virtual environment learning as well as Hybrid teaching. This article presents the first stages of the project and how it has been proposed to the participants. We expect as an outcome of this research a broader usage, online and presential, of the Hybrid Teaching in Higher Education within the new *flipped classroom* paradigm to the the teaching and learning process of mathematics.

Keywords: Hybrid teaching; Mathematics;

Virtual environment learning; flipped classroom

1 I INTRODUÇÃO

A Educação a Distância (EaD) realizada por intermédio da Internet, cria novas situações, formas de interação e atitudes, exigindo, por conseguinte, novas práticas comportamentais adequadas ao Ambiente Virtual.

Os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) surgem em meio à popularização e expansão da Internet e possuem características próprias de comunicação no mundo virtual, sendo aplicáveis como apoio ao ensino presencial, ao semipresencial e a distância. Porém, é necessário ampliar os estudos, conhecer como os AVAs têm sido modelados e utilizados de forma inovadora, explorando seus recursos disponíveis e como utilizá-los eficientemente em ferramentas educacionais.

Nesse novo Ambiente de Aprendizagem, tem-se a oportunidade do desenvolvimento de procedimentos didáticos inovadores, não somente porque são usadas renovadas tecnologias em sala de aula, mas porque está sendo construída "uma nova lógica, uma nova cultura, uma nova sensibilidade, uma nova percepção", conforme afirma Kenski (2003, p. 46); com isso é exigido do professor, outro comportamento, que não seja mais como antes, quando era o centro do saber em sala de aula, mas como um parceiro, um educador que esteja disposto a compartilhar seus conhecimentos com os alunos e vice-versa em um processo contínuo de comunicação e interatividade.

Essa nova relação do professor com seu aluno também atinge as aulas presenciais, já que o aluno tem facilmente acesso à tecnologia e aos conteúdos disponíveis na Internet e que tais conteúdos ainda são apresentados em sala de aula na forma tradicional.

Evidentemente, a simples utilização de tecnologias não garante mudanças nos processos de ensino e de aprendizagem. Há a necessidade de uma organização, planejamento e novas ações que permitam o uso adequado dos recursos tecnológicos nesses processos.

A relevância desta pesquisa está na busca de métodos inovadores para o Ambiente Virtual de Ensino e Aprendizagem de Instituição de Ensino Superior que tem utilizado esse recurso nos últimos anos e que seguramente permanecem em constante inovação. Algumas dessas ações estão na adoção de novas propostas de ensino tais como: o *Blended Learning* (Ensino Híbrido).

Este projeto pretende pesquisar ações inovadoras para o desenvolvimento de conteúdos escolares e que utilizam os Ambientes Virtuais, promovendo um aprimoramento no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Superior.

O projeto está sendo desenvolvido em três etapas fundamentais e em algumas fases. Na primeira etapa foram explorados os aportes teóricos sobre o uso da

Internet e dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem, bem como reflexões sobre o ensino de Cálculo e sobre o Ensino Híbrido, uma proposta inovadora no processo de ensino e aprendizagem, principalmente no Ensino Superior. Na segunda etapa foram pesquisadas as propostas inovadoras na prática de uso em sala de aula e no Ambiente Virtual para o ensino da Matemática e constituída uma equipe para o desenvolvimento do projeto. Esta equipe desenvolve, atualmente, suas ações de acordo com a metodologia escolhida e com o conteúdo matemático proposto.

Na terceira etapa, estágio atual do projeto ainda em andamento, as propostas inovadoras na prática de uso da sala de aula e do Ambiente Virtual para o ensino da Matemática estão sendo realizadas e registradas para futura análise.

Espera-se com os resultados obtidos, diferentes usos do Ensino Híbrido no Ensino Superior com a utilização presencial e online em um novo paradigma do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

2 I PROBLEMÁTICA

A disciplina de Cálculo Integral e Diferencial é considerada uma das mais difíceis em alguns cursos superiores. Um dos motivos para isso é a dificuldade inerente ao conceito de Cálculo. Estes conceitos foram construídos ao longo de séculos e precisam ser assimilados em apenas um semestre. Por esse motivo a compreensão destes conceitos não costuma ser de fácil assimilação pelos estudantes. Outra razão para isso é a forma como estes conteúdos são ensinados, visto que, em muitos casos, são repassados aos estudantes de forma mecânica e estes não compreendem a aplicabilidade de tal conteúdo.

Segundo Irias *et al*. (2011), após análise das dificuldades dos alunos, observa-se que as mesmas se devem, em maior parte, por causa da falta de tempo para se dedicar à disciplina em sala de aula. Assim, acredita-se que uma possível solução para reduzir as reprovações dos alunos na disciplina de Cálculo I seria a utilização pelo professor de um método diferenciado afim de que a mesma supra a indisponibilidade dos alunos para se dedicar integralmente à disciplina na tentativa de melhorar o seu desempenho. Como possíveis soluções temos: a verificação da eficácia da monitoria *online,* o que possibilitaria a adequação de que possa contribuir para uma qualidade e eficiência na formação básica em Matemática no ensino fundamental e médio dos alunos e as possibilidades de capacitação e formação para os professores de Cálculo, investigando novas práticas e recursos didáticos.

Em geral, para Silva *et al*. (2010), a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral contempla, amplamente, as necessidades dos cursos de Engenharia, tecnológicos e licenciaturas nas áreas de Ciências da Natureza dentre outros. Percebe-se a necessidade e a importância que ela possui para a formação dos alunos desses cursos. A aprendizagem dessa disciplina possibilitará, futuramente, a realização de tarefas de grande complexidade e facilitará a assimilação de outros conteúdos.

A natureza das dificuldades encontradas no Cálculo é, em sua maioria, comum às aquelas encontradas em muitas outras disciplinas do Ensino Superior relacionadas à Matemática, tais como: relação professor-aluno, expectativa do professor em relação ao aluno, formação do professor e formação do aluno. Estas são as causas mais comumente citadas na literatura científica que estuda as dificuldades de aprendizagem dessa disciplina.

Muitos professores utilizam um Ambiente Virtual como um repositório, ou simplesmente um meio de cobrar e receber tarefas do curso, e, às vezes, utilizam as ferramentas de comunicação como fórum e *chat* para discutir assuntos, porém, faz-se necessário pesquisar novas formas para utilizar o AVA com o ensino presencial para um processo educacional motivador e eficiente.

Diante desta possibilidade de uso dos Ambientes Virtuais de Aprendizagem que oferecem inúmeras vantagens como recursos tecnológicos, o acervo da Internet, a comunicação/interação com o professor e seus colegas a qualquer momento e ainda o crescente interesse do aluno do Século XXI pela Tecnologia, temos a seguinte questão: como um AVA pode ser associado ao processo educacional no ensino do Cálculo, utilizando novos métodos de ensino e aprendizagem?

Desse modo, o presente estudo tem como objetivo geral, pesquisar modelos de Ensino Híbrido que podem ser aplicados aos conteúdos de Matemática no Ensino Superior e com o uso de Ambientes Virtuais.

Como objetivos específicos, o presente estudo pretende investigar como tais modelos inovadores podem envolver o ensino presencial e o *online* em seu Ambiente Virtual, além de identificar as estratégias utilizadas para criar condições favoráveis ao processo de ensino e aprendizagem de alguns conteúdos de Matemática e, em especial, no Cálculo Diferencial e Integral I.

3 I O AMBIENTE VIRTUAL DE ENSINO E APRENDIZAGEM (AVA)

Os ambientes informatizados que permitem a gestão e a realização de cursos a distância são chamados de Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA). Esses tipos de ambientes oferecem aos gestores todos os recursos necessários para a confecção e implementação de cursos.

Segundo Santos e Okada,

> ...os ambientes virtuais de aprendizagem correspondem ao conjunto de elementos técnicos e principalmente humanos e seu feixe de relações contido no ciberespaço (Internet) com uma identidade e um contexto específico criados com a intenção clara do aprendizado. (SANTOS E OKADA, 2003, p. 5)

Existem diferentes tipos de AVA no ciberespaço. Cada um tem suas vantagens e diferentes características de uso. Alguns ambientes geram custos elevados de aquisição e outros são de domínio público, ou seja, são gratuitos.

Um exemplo de AVA gratuito com grande aceitação mundial e que permite a sua customização é o AVA Moodle.

A grande vantagem no AVA Moodle, além das características técnicas, é a possibilidade de modelar as atividades de acordo com o público alvo e as características do curso que se pretende ministrar, além de funcionar como gestor de conteúdo, permitindo disponibilizar o material didático e tarefas de forma dinâmica, atrativa e inovadora.

O Moodle permite modelar um ambiente virtual de apoio ao ensino e à aprendizagem. Sua aplicação pode estender a atuação do professor para além da sala de aula presencial e do horário escolar e permite a ele usar sua criatividade e capacidade em construir um espaço adequado para a realização de seu curso.

No ensino presencial, o contato físico e o uso dos sentidos geram uma situação diferente do que a verificada no ensino *online*. Nele, é de fundamental importância que a separação física entre professor e alunos, durante a maior parte do tempo, seja amenizada de forma a criar um ambiente agradável, interativo e estimulante.

Para a criação de tal ambiente, o uso do Moodle permite a customização de cursos que atendam todos os estágios de ensino e principalmente no Ensino Superior.

Neste projeto é utilizado o Ambiente Virtual Moodle com novos métodos que serão explicitados nos próximos itens.

4 I O ENSINO HÍBRIDO

Na educação tradicional, encontramos um ambiente controlado, com tempo regular e constante supervisão dos professores. Há interação entre os alunos. Sem dúvida temos excelentes práticas de sala de aula, porém nem sempre são absorvidas igualmente e de forma eficiente por cada aluno.

Há uma preocupação necessária em atingir de forma eficaz o aluno, dando-lhe responsabilidade e autonomia, suprindo assim suas necessidades pessoais para o acompanhamento do conteúdo escolar.

Segundo Paulo Freire (1996, p. 12) “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”.

O aprendizado do aluno é despertado para o conhecimento quando ele é levado a compreender o que ocorre ao seu redor e fazer suas próprias conexões que fazem sentido à sua vida e realidade. Por isso é muito importante que o educador reveja as propostas desenvolvidas em sala de aula, permitindo a oportunidade do aluno em participar ativamente de sua construção do conhecimento. Segundo Moran (2007, p. 33) “o papel do educador é mobilizar o desejo de aprender para que o aluno se sinta sempre com vontade de conhecer mais”.

Criar situações em que ele assuma ativamente o seu papel nesse processo educacional, permite uma nova forma de ensinar (para o professor) e de aprender para o aluno.

Uma das estratégias utilizadas é provocar o protagonismo dos alunos com a utilização da tecnologia. Prado (2001) afirma que o papel da tecnologia pode ser um aliado extremamente importante, justamente porque demanda novas formas de interpretar e representar o conhecimento.

Devemos usar a tecnologia estrategicamente, ou seja, tendo claro sua finalidade, abrangência e eficiência. Christensen *et al.* (2009) afirmam que "a utilização das tecnologias deve ganhar espaço em sala de aula quando essa for de fato a melhor alternativa para o aluno aprender".

O professor pode fazer isso, quando planeja, organiza e usufrui dos recursos digitais e eletrônicos para criar novos espaços de convivência pedagógica com seus alunos.

Atualmente, uma nova proposta está surgindo para conduzir o aluno nesse processo educacional, o *Blended Learning.*

No *Blended Learning* ou Ensino Híbrido alterna-se momentos em que o aluno estuda sozinho no Ambiente Virtual de Aprendizagem e em grupo, interagindo com seus colegas e professores. Com isso temos uma integração entre atividades tradicionais em sala de aula com atividades *online* no AVA com a ressalva que o aluno controla seu lugar, tempo e ritmo de sua aprendizagem.

Tori (2009) refere-se ao Ensino Híbrido como:

> Dois ambientes de aprendizagem que historicamente se desenvolveram de maneira separada, a tradicional sala de aula presencial e o moderno Ambiente Virtual de Aprendizagem, e que vêm se descobrindo mutuamente complementares. O resultado desse encontro são cursos híbridos que procuram aproveitar o que há de vantajoso em cada modalidade, considerando contexto, custo, adequação pedagógica, objetivos educacionais e perfis dos alunos (TORI, 2009, p. 121).

Realmente, conforme Tori (2010, p.20), há uma tendência em "convergir a aprendizagem eletrônica e convencional, rumo a uma coexistência harmoniosa entre presencial e virtual, em variadas proporções, na educação do futuro".

De acordo com Christensen et al.

> O Ensino Híbrido está emergindo como uma inovação sustentada em relação à sala de aula tradicional. Esta forma híbrida é uma tentativa de oferecer "o melhor de dois mundos" — isto é, as vantagens da educação online combinadas com todos os benefícios da sala de aula tradicional. (CHRISTENSEN et al., 2013, p.35)

A presença da educação *online*, bem como de tecnologias digitais não irá reduzir a importância do professor no contexto escolar, apenas irá modificar sua atuação, já que o professor, com seus instrumentos analógicos e digitais, poderá promover discussões e reflexões, estimulando o protagonismo dos alunos que aprendem e ensinam uns aos outros.

Mas para isso, é necessário que haja no Ensino Híbrido uma análise da situação para a elaboração do planejamento das atividades.

As tecnologias necessárias podem ser escolhidas pelo professor com objetivos pedagógicos bem definidos e no momento oportuno. Deverá também ser definido o papel do aluno e do professor, pois durante a realização de uma atividade, o professor pode reservar seu tempo para atender aqueles alunos com maior dificuldade, enquanto os outros mais adiantados, seguem com a atividade proposta. É a personalização do ensino na prática.

Alunos com problemas de aprendizagem ou defasados por conteúdos escolares anteriores precisam de uma atenção especial, principalmente por ainda não terem alcançado sua autonomia no processo de aprendizagem. Seguramente, para os alunos que já dominam os conteúdos básicos, tem mais autonomia e controle sobre a situação, podendo seguir adiante.

Justamente, para atender essa demanda de supervisionar os alunos com maior dificuldade e permitir aos demais que deem andamento ao processo educacional, ou ainda enriquecer o conteúdo a ser ministrado, que o professor que pretende usar o Ensino Híbrido, precisará desenvolver um planejamento eficiente envolvendo estrategicamente a tecnologia.

Em função dos objetivos da aula ou curso, o professor pode: definir seu papel e o do aluno; selecionar vídeos na Internet ou criá-los à sua necessidade; selecionar materiais eletrônicos disponíveis em sites confiáveis; escolher as ferramentas digitais necessárias; realizar a modelagem do Ambiente Virtual atendendo as necessidades da disciplina; elaborar atividades e avaliações sobre o conteúdo programático trabalhado; escolher espaços diferenciados, salas ambientes ou mesmo a sala de aula tradicional.

5 I O PROJETO

Para implementação e desenvolvimento do projeto foram realizadas, até o momento, algumas fases que atendem a metodologia do Ensino Híbrido.

Foi organizado um planejamento em conjunto com a professora de Cálculo e adaptado ao modelo do Ensino Hibrido. Após a aplicação desse modelo e observação da receptividade e aproveitamento dos alunos, espera-se que uma nova versão possa ser produzida, aprimorando as dificuldades observadas. De acordo com Libâneo (2015, s. p.) “o plano é um guia de orientação, pois nele são estabelecidos as diretrizes e os meios de realização do trabalho docente. Sua função é orientar a prática partindo da exigência da própria prática”.

Uma equipe foi organizada com nove professores, oito monitores, uma pedagoga, a coordenadora de Matemática da Universidade, um técnico do departamento de tecnologia e o coordenador do projeto, um dos autores deste trabalho. Todos participaram de reuniões prévias ao início do curso nas quais a metodologia da “sala de aula invertida” foi apresentada e discutida. Além disso, também foram discutidos os conteúdos de Matemática a serem explorados pelos alunos e cada professor ficou responsável por um tema que seria trabalhado nos encontros presenciais.

Foi elaborada, pela equipe, e aplicada uma prova diagnóstica sobre conteúdos básicos da Matemática do Ensino Médio, a todos os alunos ingressantes no 1º. Semestre de 2017, em cursos da Universidade Presbiteriana Mackenzie nos quais a disciplina Cálculo I é ministrada no 1º. semestre. Em uma primeira etapa foram selecionados, dos 560 que realizaram a prova, os alunos cuja nota foi de zero a dois e convidados a se inscreveram no curso Pré-Cálculo no ambiente Moodle da Universidade. Se inscreveram e participam atualmente 141 alunos divididos em 9 (nove) turmas.

O curso no ambiente Moodle foi estruturado para dez semanas, pelo coordenador do projeto com a colaboração dos demais participantes da equipe, de modo que, em cada tópico de Matemática a ser desenvolvido, há um vídeo e atividades que devem ser exploradas pelos alunos antes do encontro presencial com os professores.

A sistemática do projeto e as orientações sobre a metodologia de "aula invertida", ou seja, como os alunos deveriam proceder durante o curso, também foi disponibilizada no Moodle como segue:

Cada encontro semanal conta com três momentos, a saber:

1) Interação previa com materiais didáticos (vídeos, leituras, etc), conteúdos e atividades (exercícios) *online* no Ambiente Virtual Moodle;

2) Encontro presencial com um professor de Matemática para discussões e aprofundamento dos estudos e conhecimentos adquiridos a partir da interação com os materiais didáticos;

3) Atividades pós-encontro para auto estudo e verificação de sua aprendizagem (exercícios, desafios, entre outros).

Os participantes contam ainda, com uma equipe de monitores para auxiliá-los em suas dúvidas, em horários disponíveis na seção "Material adicional" do Ambiente Virtual de Aprendizagem.

Os vídeos disponibilizados e as atividades propostas no Moodle fazem parte do conteúdo de livros adquiridos pela Universidade e podem ser consultados online pelos professores e alunos na biblioteca virtual.

Para que o aluno pudesse interagir com os materiais e realizar as atividades no Ambiente Virtual, foram criadas, para cada semana do projeto, trilhas de aprendizagem que continham os passos necessários para a realização das tarefas. Essas trilhas foram estrategicamente idealizadas pela equipe do projeto (Coordenador e professores de matemática) para colocar o aluno em contato com o conteúdo programático remotamente, além de permitir que ele possa rever ou avançar no curso em função de seu desempenho pessoal. Cada posição da trilha contém as atividades necessárias para a assimilação do conteúdo de Cálculo, tais como acesso aos vídeos, exercícios resolvidos, exercícios propostos, entre outros. A trilha pretende orientar ao aluno, qual é o caminho a ser percorrido para a realização das atividades, lembrando que nesse momento, o aluno estará longe do professor e da Universidade, podendo recorrer as indicações da trilha para a orientação dos estudos. Essas atividades poderão ser refeitas caso o aluno tiver dificuldades, vantagens do uso da Tecnologia na personalização do Ensino. O aluno avançará na trilha quando estiver mais seguro e terá o contato com os conceitos teóricos e fará exercícios antes do encontro presencial com o professor.

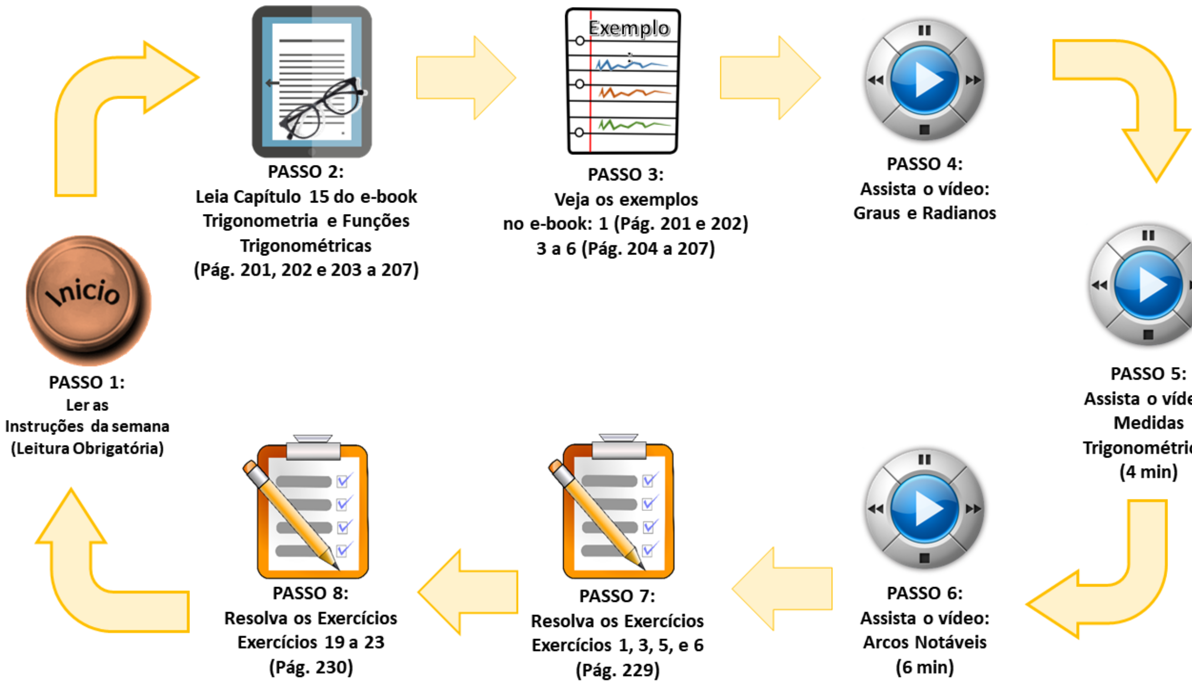


Fig. 1 Exemplo de trilha de aprendizagem

A aula presencial, após a realização da trilha passará a ser um momento de reflexão. Não será uma aula expositiva, pois o aluno já teve contato prévio com o conteúdo da semana, mas será um momento rico para que o professor destaque os pontos principais e possa focar nas principais dúvidas dos alunos na realização da trilha de aprendizagem.

Após a aula presencial, os alunos ainda podem contar com os monitores para dirimir dúvidas remanescente da trilha ou da aula presencial em um ambiente de colaboração e troca.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A proposta do projeto foi muito bem recebida pelos professores e monitores e, em um primeiro momento se interessaram pela metodologia apresentada de “sala de aula invertida” que se configura por uma postura, a ser adotada nos encontros presenciais, diferente da prática docente de cada um.

Com as nove turmas formadas por alunos ingressantes de diferentes cursos da Universidade, foi possível que cada professor elaborasse as atividades de um determinado conteúdo matemático para serem desenvolvidas no encontro presencial.

Os alunos nos encontros presenciais e em salas com mesas redondas, foram divididos em grupos e, para a realização das atividades, alguns alunos que não haviam assistido ao vídeo e ao perceberem que era uma necessidade para o encontro, pediram licença ao professor e o assistiram pelo celular, pois tinham sido orientados a baixar o aplicativo do Moodle em seus aparelhos para ter acesso ao curso.

Com a aplicação da “sala aula invertida” na prática, será possível identificar ações a serem incluídas, bem como outras que serão substituídas ou alteradas em todo processo, refinando a metodologia aplicada e sugerindo nova versão do modelo.

Novas turmas ocorreram nos semestres seguintes e então, será realizada no final de 2019, um levantamento final para se conhecer os resultados sobre o aproveitamento dos alunos, comparando os dados de reprovação e desistência anteriores com o desempenho dos alunos participantes deste projeto.

REFERÊNCIAS

CHRISTENSEN, C.; HORN, M.; JOHNSON, C. **Inovação na sala de aula**: como a inovação disruptiva muda a forma de aprender. Porto Alegre: Artmed, 2009.

CHRISTENSEN, C.; HORN, M. B. ; STAKER, H. **Ensino Híbrido**: uma Inovação Disruptiva? Uma introdução à teoria dos híbridos (2013).

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia** - Saberes necessária à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996 (Coleção Leitura).

IRIAS, D. F.; VIEIRA, J. P.; MIRANDA, P. R.; SILVA, R. C**. Cálculo Diferencial E Integral I**: Analisando as dificuldades dos alunos de um curso de Licenciatura em Matemática. (2011). Disponível em: <http://www.cead.ufop.br/jornal/index.php/redumat/article/view/343 >. Acesso em 19 abr. 2019.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. Campinas: Ed. Papirus, 2003.

LIBÂNEO, J. C. **O Planejamento Escolar**. 1994. Disponível em:<http://www.aecep.com.br/artigo/o-planejamento-escolar--jose-carlos-libaneo.html>. Acesso em 26 abr. 2019.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos**: novos desafios e como chegar lá. 3ª ed. Campinas, SP: Papirus, 2007.

PRADO, M. E. B. B. Articulando saberes e transformando a prática. **Série “Tecnologia e Currículo”** – Programa Salto para o Futuro, 2001. Disponível em: < http://eadconsultoria.com.br/matapoio/biblioteca/textos_pdf/texto23.pdf>. Acesso em 25 fev.2019.

SANTOS, E. O.; OKADA, A. L. P. **A construção de ambientes virtuais de aprendizagem**: por autorias plurais e gratuitas no ciberespaço (2003). Disponível em: <http://www.comunidadesvirtuais.pro.br/hipertexto/home/ava.pdf>. Acesso em: 19 abr. 2015.

SILVA M. A.; AQUINO L. R. C.; CAVALCANTE F. L. ; MACEDO A. A. M.; MACEDO L. N. **Dificuldades de aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e integral**: estudo de caso com alunos do curso de licenciatura em Química (2010). Disponível em: <http://connepi.ifal.edu.br/ocs/index.php/connepi/CONNEPI2010/paper/viewFile/1617/882 >. Acesso em 19 abr. 2019.

TORI, R. Cursos híbridos ou blended learning. In: LITTO, Frederic Michael; FORMIGA, Manuel

Marcos Maciel (Orgs.). **Educação a Distância:** o estado da arte. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009.

TORI, R. **Educação sem distância**: as tecnologias interativas na redução de distâncias em ensino e aprendizagem. São Paulo: Senac, 2010.

CAPÍTULO 12

APRENDIZAGEM E IDENTIDADE DO FUTURO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NAS PRÁTICAS DO ESTÁGIO SUPERVISIONADO INTERDISCIPLINAR DA FE/UNICAMP

Jenny Patricia Acevedo Rincón
Instituto de Estudos en Educação-IESE
Universidad do Norte (Colômbia)1

RESUMO: A presente pesquisa apresenta um estudo em andamento sobre aprendizagem situada e constituição profissional dos alunos do Curso Estágio Supervisionado I, oferecida pela Faculdade de Educação (FE) da Unicamp. O objetivo desta comunicação é relatar algumas compreensões sobre as práticas de aprendizagem profissional docente dos estagiários da Licenciatura em matemática a partir da participação em experiências interdisciplinares na Faculdade de Educação da Universidade Estatal de Campinas (FE/Unicamp). A pesquisa tem como marco referencial: a Aprendizagem Situada da Teoria Social da Aprendizagem, a participação em Comunidades de Prática, o desenvolvimento profissional docente, e, por último a interdisciplinaridade, como característica do Curso de Estágio. Esta é uma pesquisa de carácter qualitativa, tendo como contexto de investigação as aulas do Curso Estágio Supervisionado I, oferecido pela Unicamp no primeiro semestre do ano 2014. Na pesquisa participaram inicialmente dezoito alunos de oito licenciaturas da Universidade Estatal de Campinas (Matemática, História, Ciências Sociais, Ciências Naturais, Educação Física, Geografia, Letras e Artes). Porém, dos dezoito alunos, seis estagiárias eram da Licenciatura em Matemática. Para efeitos da pesquisa foram selecionadas só quatro estagiárias da Licenciatura em Matemática para analisar narrativamente suas trajetórias de aprendizagem profissional docente. Isto é, entendendo as aprendizagens como experiência (Significado), filiação (Comunidade), fazer (Prática) e como devir (identidade). Os materiais empíricos que compõem o corpus de análise e interpretação foram obtidos a partir de diários de campo da pesquisadora, diários de campo dos estagiários, planos de intervenção dos estagiários nas escolas campo de Estágio, relatórios finais do Curso, questionário, e entrevistas (individual e grupal) dos estagiários participantes da pesquisa. Os aportes metodológicos e os procedimentos de análise adotados estão de acordo com a Análise narrativa, sendo esta uma forma de compreender a(s) experiência(s) desenvolvida(s) através das práticas de aprendizagem em quatro cenários de aprendizagem docente: o Curso (C1), os Grupos Interdisciplinares (C2), a Escola (C3), e o TelEduc (C4). Cabe ressaltar que, embora

1 Uma versão prévia deste trabalho foi publicada no XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Eduação Matemática (2016).

tenham participado de quatro cenários de aprendizagem, os estagiários conformaram Comunidades de Prática na Escola (CdP-E), no Curso Estágio Supervisionado (CdP-C), e nos grupos interdisciplinares de trabalho ao interior do Curso (CdP-I). No Cenário 4, o Teleduc, utilizou-se como ferramenta de registro das suas observações e não se conformou uma Comunidade de Prática como tal neste espaço virtual. Neste sentido, pretendemos apresentar as análises iniciais dos dados e seus reverberações na aprendizagem professional docente. Ao problematizar as práticas dos estagiários nos diferentes cenários, consideramos que o desenvolvimento do Curso evidenciou características de natureza interdisciplinar e transdisciplinar, permitindo aos estagiários perpassar e ultrapassar as fronteiras das disciplinas escolares e acadêmicas próprias das Licenciatura.

PALAVRAS-CHAVE: Comunidades de Prática; Estágio Supervisionado interdisciplinar; Educação Matemática.

1 I INTRODUÇÃO

O Curso Estágio Supervisionado I teve diferentes mudanças históricas, nas quais influenciaram a proposta da Ementa. Tal o caso da proposta de um Estágio Interdisciplinar para as Licenciaturas, proposto pela FE desde o ano de 2008 (ZAN, et al., 2015). Neste sentido, a pesquisa em desenvolvimento, foca nas compreensões sobre as aprendizagens dos estudantes ao participarem de um estágio de natureza interdisciplinar. Nesta comunicação apresentamos as alguns dos resultados obtidos a partir da conformação de Comunidades de Prática nos cenários nos quais interatuaram no Curso Estágio Supervisionado (C1), do grupo Interdisciplinar (C2), da Escola (C3), e do TelEduc (C4). Entretanto, sua atuação individual não é desvinculada da participação dos outros estagiários, sendo que, as análises narrativas representam as interações dos estagiários nas três Comunidades de Prática que se conformaram nesses cenários. Isto é, ao participar das Comunidades de prática nos cenários C1 (Curso), C2 (Interdisciplinar) e C3 (Escola), os estagiários conformaram Comunidades de Prática correspondentes com os cenários, assim: CdP-C, CdP-I e CdP-E. Para compreender as aprendizagens segundo a Teoria Social da Aprendizagem, apresentaremos as experiências de participação e suas mudanças ao interior da Comunidade(s) de Prática e suas conexões com as comunidades dos três cenários. A seguir será apresentado o marco referencial, o contexto da pesquisa e a narrativa da estagiária da Licenciatura em Matemática.

1.1 A Aprendizagem Situada e as Comunidades de Prática (CdP)

A Teoria Social de Aprendizagem (TSA) reconhece que as aprendizagens são desenvolvidas no meio de sistemas de atividade humana. As relações e interações entre as pessoas, e as suas práticas produzem aprendizagens e que, apesar de participar de uma mesma situação, suas *experiências* e seus *interesses* não são homogêneos, já que por ventura, têm origens sociais diferentes. Assim a prática da aprendizagem se dá como "participação em cambiantes processos da atividade humana" (LAVE e WENGER, 1991, p. 25).

Os processos de atividade humana garantem sempre a heterogeneidade das experiências, porque os lugares sociais dos participantes, sendo iguais, suas interpretações e negociações de significados das experiências são pessoais, e correspondem à significação dada a cada uma delas. Podemos identificar que o conhecimento vai se produzindo na medida em que as pessoas, como seres sociais, vão transitando diferentes experiências imersas nas práticas que provêm de significado cada situação, sendo que o conhecimento se dá pela participação em diferentes práticas. Por sua parte, a prática, ao se desenvolver dentro de um sistema de relações, refere que a significação depende de um contexto, no nosso caso determinado pelos diferentes cenários dos quais o Estagiário faz parte.

Segundo Wenger (1998) a aprendizagem dentro a Teoria Social de Aprendizagem, está composta por quatro processos inter-relacionados, que se manifestam através da Comunidade, o Significado, a Prática e a Identidade, como apresentamos na Figura 1.

Figura 1 - A participação social como processo de aprendizagem e conhecimento.

Fonte: Tradução da pesquisadora baseada no modelo Wenger (1998, p. 5)

Os quatro processos da Figura 1, representam uma forma de aprendizagem, por exemplo, na Comunidade, a aprendizagem se manifesta como afiliação como membro desta, é dizer, através do desenvolvimento de formas de compromisso mútuo, da compreensão de objetivo conjunto e o desenvolvimento de repertórios compartilhados. Da mesma maneira ocorre com o significado, no qual a aprendizagem está reflexo por meio da experiência. Na Prática, a aprendizagem se dá pelo uso de recursos históricos e sociais do objetivo conjunto da comunidade de prática, quando este encontra-se em ação, isto é, a aprendizagem como fazer. E por último, a identidade dentro da comunidade está presente no devir dos participantes da mesma.

A prática, no sentido Wenger, é compreendida como o "fazer algo em um contexto histórico e social que dá uma estrutura e um significado ao que fazemos" (1998, p.47). Os participantes de uma prática dão um sentido particular a ela, no que refere à estrutura, e é por meio desse sentido e da negociação de significados com os outros participantes, que à prática lhes outorgam um significado. Porém, a leitura sobre a prática se dá dentro de estruturas sociais e significados que se deduzem muitas vezes do explícito, assim como também do implícito, segundo Wenger (1998). Tal e como define Cyrino a prática é "um processo contínuo, social e interativo, localizada no tempo e no espaço." (2016, p. 81). Em consequência, para nossa pesquisa, a constituição do professor se dá pelo trânsito entre as aprendizagens e os conhecimentos *para*, *na* e *da* prática escolar na qual o professor (ou futuro professor) participa e problematiza continuamente.

Compreensões sobre manifestações próprias de cada prática redundam em formas de produzir aprendizagens na prática, das experiências, para se projetar, sob a visão de comunidades, nas quais participam as pessoas. Cada um dos reflexos de participação das pessoas numa Comunidade representa tanto a interpretação do que fazer (*o que* fazemos?, *para que* o fazemos?, e, como o fazemos?), também, quem faz parte daquela prática e como a interpretá-la. Estes são elementos constitutivos e interconectados entre si.

As comunidades se estabelecem no cotidiano do desenvolvimento de práticas que envolvem aos participantes com objetivos comuns. Ao mesmo tempo, uma comunidade legitima a participação das pessoas a partir da competência ou não dos integrantes da prática, quanto à consecução daqueles objetivos. Por tanto, uma comunidade de pessoas que pretende um objetivo que envolve os interesses com os da prática, é uma comunidade que mobiliza aprendizagens. Segundo Wenger, as comunidades de prática podem se conceber como histórias compartilhadas de aprendizagem (1998, p. 73). As Comunidades de Prática (CdP) abrangem aspectos gerais dos quatro elementos constitutivos da aprendizagem como participação social.

> Cada participante de uma Comunidade de prática encontra um lugar único e adquire uma identidade própria que vai se integrando e definindo cada vez mais por meio do compromisso/engajamento na prática. Estas identidades se entrelaçam e se articulam mutuamente por meio do compromisso mutuo, mas não se fundem entre si (WENGER, 1998, p. 76).

Isto é, a partir do desenvolvimento dos participantes dentro da comunidade, o participante adquire identidade de participação. De fato, o participante que se envolve em uma comunidade, pode pertencer, ao mesmo tempo, a múltiplas comunidades. Assim, a pessoa vai constituindo ao longo do tempo as múltiplas identidades. Cada identidade depende da(s) prática(s) de cada comunidade. A participação em uma Comunidade de Prática (CdP), na Teoria Social de Aprendizagem é um elemento determinante e constituinte dentro das práticas. Assim que na medida em que um participante se compromete com os objetivos da comunidade, este vai se constituindo como membro legítimo dentro da mesma, e vai se apropriando do modo de agir da Comunidade de Prática. Desta maneira, a participação é o termo usado para: “descrever a experiência social de viver no mundo, desde o ponto de vista da afiliação a comunidades sociais e da intervenção ativa em projetos conjuntos” (WENGER, 1998, p. 54). Nesse sentido, na Teoria Social de Aprendizagem, manifestação por meio da qual se produz significado é chamada de *reificação*, que por sua vez, é um termo que representa o “Compromisso como produtor de significado” (WENGER, 1998, p. 63). Isto é:

> O termo reificação abrange uma ampla gama de processos que incluem fazer, desenhar, representar, nomear, codificar e descrever, aliás, de perceber, utilizar, reutilizar, decifrar e reestruturar. (WENGER, 1998, p.58).

É preciso compreender como a participação e a coisificação como processos que convergem na *negociação de significado* (WENGER, 1998, P. 58). Porém, estes dois processos são diferentes e complementares ao mesmo tempo: “[...] A negociação de significado entretece a participação e a coisificação de uma maneira tão perfeita que o significado parece ter sua própria existência unitária e autônoma” (WENGER, 1998, p. 64). Para o nosso caso, no Estágio Supervisionado, é necessário identificar a noção de Aprendizagem sob a perspectiva da Teoria Social da aprendizagem, para o qual explicamos o que estamos entendendo como prática e Comunidades de Prática.

2 I CONTEXTO DA PESQUISA

Inicialmente, a sala de aula do Curso Estágio Supervisionado I, foi o primeiro cenário encontrado no qual participaram. Com o decorrer do tempo, a participação do estagiário, em sala de aula do curso, o mesmo foi permeando dos outros espaços nos quais estava presente. Nos diálogos no interior do Curso, entre estagiários e o formador e a PED, entravam timidamente os espaços da escola e do TelEduc na participação. Ao se identificar e delimitar interesses particulares dos estagiários, frente à problematização das práticas nas escolas campo de estágio, foi se identificando, com maior ênfase, a configuração dos cenários de grupos de interesses ou grupos interdisciplinares, como foram chamados posteriormente. A Figura 2 ilustra os quatro cenários nos quais os alunos participaram durante o desenvolvimento do Curso Estágio Supervisionado I. Para efeitos de organização dos dados produzidos na pesquisa, os cenários foram nomeados e numerados na seguinte ordem: i)Cenário 1 (C 1) - Curso Estágio Supervisionado I; ii) Cenário 2 (C 2) - Grupo interdisciplinar; iii) Cenário 3 (C 3) - Escola; e. iv) Cenário 4 (C 4) – TelEduc, como se apresentam na Figura 2.

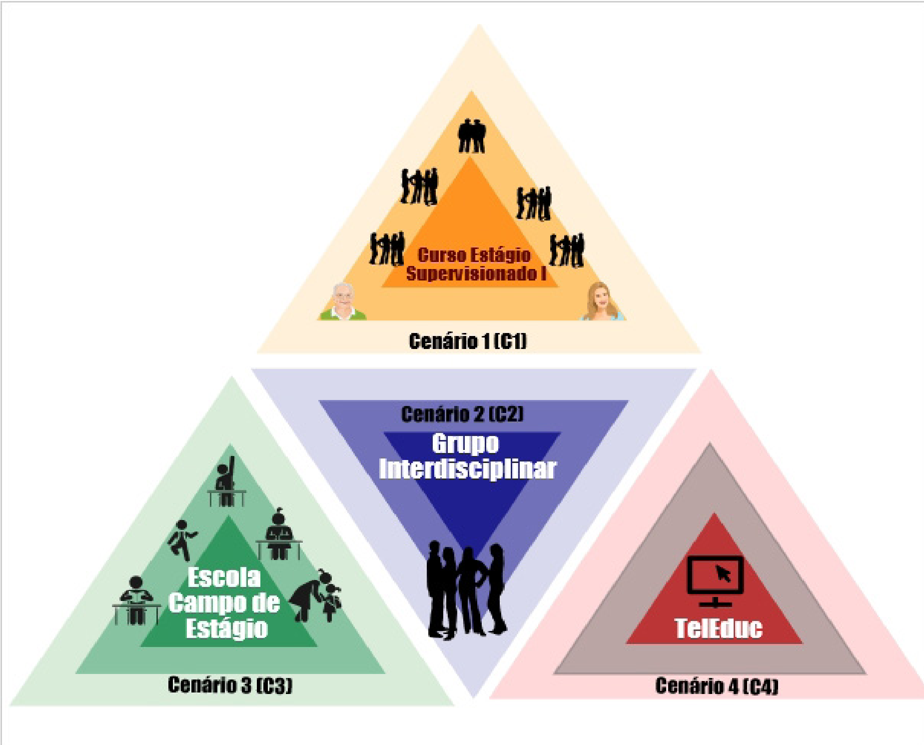


Figura 2 - Cenários de participação

Fonte: Construção da pesquisadora

Os movimentos de participação entre as fronteiras também possibilitam as aprendizagens dos estagiários. Portanto, suas experiências e, em consequência, sua participação não se desenvolvem em uma única comunidade. Isto é, com o tempo, os estagiários constituem umas trajetórias de aprendizagem que se complementam e/ou evoluem entre elas, ao ter aprendizagens sobre suas passagens. No caso particular do Estágio Supervisionado I, os alunos transitaram pelos quatro cenários que constituíram lhes tanto na sua trajetória individual pessoal e de formação, quanto na trajetória grupal da comunidade. Essas trajetórias serão apresentadas para as quatro alunas estagiárias, assim como também, são a base para narrar as experiências de aprendizagem. As trajetórias de aprendizagem, individual e grupal, nas diferentes práticas, oferecerão uma visão mais ampla sobre a Identificação ou não dos participantes da pesquisa, enquanto seu processo de constituição profissional como futuros professores da escola básica.

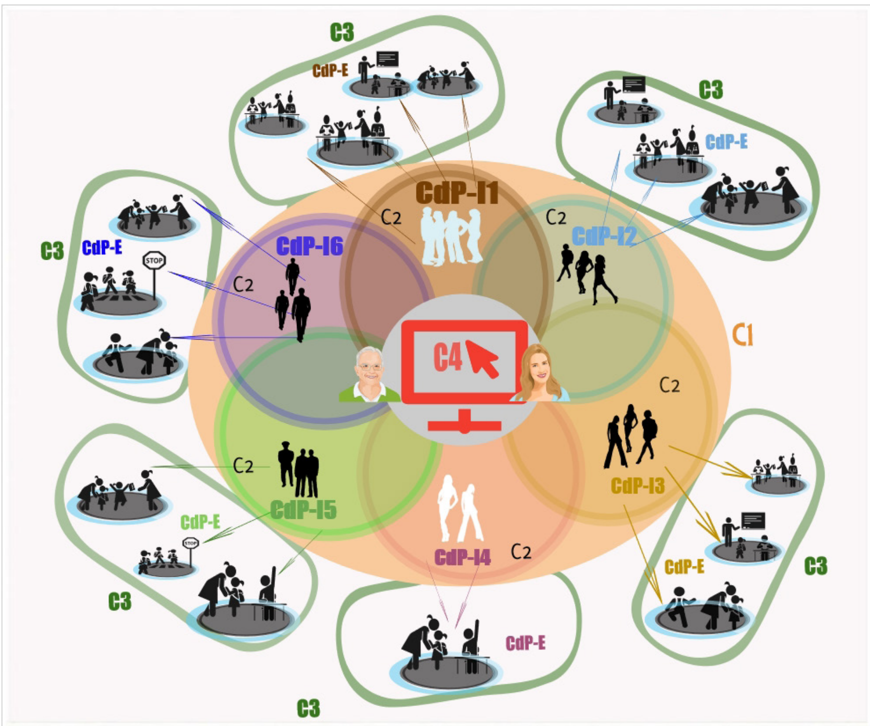


Figura 3 - Comunidades de Prática e suas conexões

Fonte: Construção da pesquisadora

Na Figura 3 apresentamos as três Comunidades de Prática:

i) CdP-C: Comunidade de estagiários, formador e PED do Curso Estágio Supervisionado I, a qual foi desenvolvida no Cenário 1.

ii) CdP-I: Comunidade interdisciplinar de estagiários pertencentes a, pelo menos, dois Licenciaturas diferentes, desenvolvida no Cenário 2 (C2).

iii) CdP-E: Comunidade de professores, alunos e estagiários na Escola desenvolvida no Cenário 3 (C3). Nas relações estabelecidas na Figura 3, se observam as três Comunidades de Prática (CdP-C, CdP-I e CdP-E), e suas relações. Como foram conformadas seis comunidades, foi necessário nominar cada uma delas, e assim diferenciá-las, por exemplo, CdP-I1, corresponde à Comunidade de Prática Interdisciplinar número 1. Esta CdP-I1, participou dos quatro cenários (C1, C2, C3 e C4). Porém, o desenvolvimento como Comunidade de Prática, no sentido Wenger (1998), foi centrado no Cenário 2 do Grupo Interdisciplinar (C2). Isto é, o Cenários 1 do Curso Estágio Supervisionado I (C1) e o Cenário 4 do TelEduc (C4), foram comuns à turma toda de Estágio Supervisionado I. O Cenário 2 do grupo interdisciplinar (C2) e o Cenário 3 da Escola (C3) foram particulares para cada CdP-I, portanto cada uma das CdP-I está caraterizada com diferente cor. Pese a que foi denominado cenário da Escola como C3, este é particular para cada estagiário, e cobra um sentido diferente. Assim, por exemplo, o C3 da CdP-I4, é diferente ao C3 da CdP-I1. Nos cenários dos quais fizeram parte as ações, relações e interações dos estagiários, permitiram negociar significados ao longo do processo de participação e a materialização através da reificação. Naquele movimento entre as fronteiras dos quatro cenários, para o caso do Estágio Supervisionado I, pode-se evidenciar diferentes manifestações de participação assim como de reificação, que representam algum tipo de aprendizagem dos estagiários, ou mudança com respeito de uma anterior.

Os movimentos de participação entre as fronteiras também possibilitam as aprendizagens dos estagiários. Portanto, suas experiências e, em consequência, sua participação não se desenvolvem em uma única comunidade. Isto é, com o tempo, os estagiários constituem umas trajetórias de aprendizagem que se complementam e/ou evoluem entre elas, ao ter aprendizagens sobre suas passagens.

No caso particular do Estágio Supervisionado I, os alunos transitaram pelos quatro cenários que constituíram-lhes tanto na sua trajetória individual pessoal e de formação, quanto na trajetória grupal da comunidade. Essas trajetórias serão apresentadas para as quatro alunas estagiárias conforme encaminhamentos do Capítulo 4, assim como também, serão a base para narrar as experiências de aprendizagem no Capítulo 5. As trajetórias de aprendizagem, individual e grupal, nas diferentes práticas, oferecerão uma visão mais ampla sobre a Identificação ou não dos participantes da pesquisa, enquanto seu processo de constituição profissional como futuros professores da escola básica.

Nas relações estabelecidas na Figura 3, se observam as três Comunidades de Prática (CdP-C, CdP-I e CdP-E), e suas relações. Como foram conformadas seis comunidades, foi necessário nominar cada uma delas, e assim diferenciá-las, por exemplo, CdP-I1, corresponde à Comunidade de Prática Interdisciplinar número 1. Esta CdP-I1, participou dos quatro cenários (C1, C2, C3 e C4). Porém, o desenvolvimento como Comunidade de Prática, no sentido Wenger (1998), foi centrado no Cenário 2 do Grupo Interdisciplinar (C2). Isto é, o Cenários 1 do Curso Estágio Supervisionado I (C1) e o Cenário 4 do TelEduc (C4), foram comuns à turma toda de Estágio Supervisionado I. O Cenário 2 do grupo interdisciplinar (C2) e o Cenário 3 da Escola (C3) foram particulares para cada CdP-I, portanto cada uma das CdP-I está caraterizada com diferente cor. Pese a que foi denominado cenário da Escola como C3, este é particular para cada estagiário, e cobra um sentido diferente. Assim, por exemplo, o C3 da CdP-I4, é diferente ao C3 da CdP-I1.

A seguir serão apresentadas as características gerais da turma do Estágio Supervisionado I, os grupos que nela se constituíram para na qual foi desenvolvida a pesquisa sobre a qual foi analisada a aprendizagem a constituição profissional.

2.1 Algumas considerações

Os resultados iniciais obtidos pela presente pesquisa evidenciam algumas conclusões preliminares da pesquisa de campo que se constituíram em reflexões iniciais que favorecem o desenvolvimento do futuro professor. A seguir, apresentamos algumas dessas conclusões.

O Estágio Supervisionado I oferecido pela Faculdade de Educação da Unicamp se converte em um espaço que garante ações, interações e relações que movimentam as disciplinas que o constituem. Isto é, de acordo com o apresentado pelos estagiários o estágio da FE, oferece condições diferentes aos estagiários, desde o momento de escolha da instituição. Posteriormente, no desenvolvimento do Curso, os estagiários valorizaram o espaço da sala de aula, dentro da Unicamp, na medida em que "outros pontos de vista" eram importantes durante a participação em sala de aula. Assim, o outro, o colega estagiário que vinha de outra Licenciatura motivou em diferentes momentos, participações não lineais de maneira que a participação dos estagiários da turma tornava-se enriquecida.

As vozes dos participantes, em geral, as problematizações feitas em sala de aula em conjunto dos formadores e dos estagiários, assim como nos registros em diário dos estagiários, e suas interlocuções com a literatura do Curso, tornou o desenvolvimento do Curso, em uma troca constante entre participação dos estagiários, das suas comunidades de prática e da turma. Isto é, a participação dos estagiários, motivou o desenvolvimento de mudanças e aprendizagens. Porém, é de ressaltar que o desenvolvimento da participação em sala de aula foi um processo que também mudou desde o princípio do Curso, até o momento de apresentar o relatório final. O fato de os alunos serem de diferentes Licenciaturas promove, dentro da sala de aula na universidade, uma diversidade de discursos e posições dos futuros professores. Em geral, cada uma das leituras feitas desde os olhares de diferentes disciplinas (das Licenciaturas) contribui para produzir, nas aulas do Curso de Estágio na Unicamp, uma variedade de interpretações e significações nas interlocuções com a literatura, e na análise das práticas escolares trazidas pelos estagiários da escola campo.

Tendo presente que os movimentos de participação são necessários enquanto às aprendizagens não se dão de maneira individual, segundo a teoria Social da Aprendizagem (Lave & Wenger, 1991), senão que é necessário esse movimento de participação em comunidade de prática de estagiários (WENGER, 2013) para que as aprendizagens se mobilizem e mudem e que, a sua vez, precisam ser mobilizadas nas fronteiras do individual e o social (WENGER-TRAYNER & WENGER-TRAYNER, 2015).

A participação, dos alunos estagiários, analisados por meio das intervenções em sala de aula na presente pesquisa, mudou de uma participação periférica legítima a uma participação periférica central. Porém, não todos os estagiários lograram verbalizar sua participação, pelo que também foi importante para a análise considerar sua participação por meio dos diários, e na medida em que são incorporadas as problematizações feitas em sala de aula, para analisar suas situações particulares na escola campo de Estágio Supervisionado. Nem todas as participações podem se evidenciar de maneira verbal. Ao analisar as trajetórias de aprendizagem individuais e grupais dos estagiários da comunidade de prática, podemos encontrar que as trajetórias de aprendizagem têm mudado no caminho, mas mantendo a tendências de liderança, participação ativa nas comunidades de prática em que são inseridos de maneira voluntária, ou em atividades em que se sentem envolvidos com a prática da comunidade. Ou pelo contrário, experiências pouco agradáveis marcam a trajetória de participação de um aluno até introvertê-lo e afastá-lo de participação verbal. A trajetória de participação do grupo apresenta que o grupo analisado na pesquisa, foi um grupo que surgiu sem muito envolvimento dos participantes, foi mudando seu envolvimento, de acordo com interesses comuns dos estagiários, e de acordo com os níveis de envolvimento, este grupo foi ganhando espaço na sua consolidação, até envolver trajetórias de práticas diferentes ao estágio supervisionado, na prática da sala de aula do Curso, cumprindo com o proposto até o término dela.

As escolas de campo de estágio ofereceram um cenário de tantos possíveis que problematizou as práticas dos estagiários, tanto quanto o cenário da sala de aula do Curso Estágio Supervisionado I. Este estágio, também se converteu em um espaço de identificação e não identificação, como afirma Wenger, já que o contato com a realidade do professor no Brasil, em escolas públicas onde eles participaram, ajudaram alguns deles para se convencer que as condições laborais não são as mais adequadas para seu desenvolvimento profissional. Além de concebera prática docente como inacabada, segundo os estudos que implicam a “atualização” constante, ou desenvolvimento de mestrados e doutorados para garantir melhores entradas salariais, consideram que é demais o gasto físico e mental ao se envolver em práticas em escolas e depois seguir se formando e, em comparação com outras profissões o investimento é menor, e o salário igual ou maior, segundo entrevista com duas das estagiárias da comunidade analisada para esta primeira entrega do trabalho. De outra parte, os outros dois estagiários entrevistados, encontraram possibilidades dentro da profissão docente, enquanto eles hoje formados estão se formando ou tentarão prestar concurso no magistério, mas convencidos de ter escolhido a graduação adequada.

Foi interessante evidenciar o a mobilização de recursos (diários, vozes e literatura) na aprendizagem dos estagiários, assim como as reflexões realizadas durante o semestre. A dinâmica do Curso, e a colaboração da turma, contribuíram para a definição das temáticas emergentes de diários, reflexões e negociação de significados, com o objetivo de transformar suas futuras práticas profissionais. Assim como apresentado em Acevedo e Fiorenitni (2016), os estagiários, ao refletir sobre suas concepções e idealizações da prática escolar, produzem novas compreensões e habilitam-se a projetar e planejar propostas de intervenção pedagógica na prática escolar, promovendo, assim, sua própria aprendizagem profissional e a possibilidade de transformar a prática de ensinar e aprender na escola básica.

Sobre as teorizações apresentadas anteriormente consideramos o Estágio Supervisionado da pesquisa como transdisciplinar nos processos de observação, análise e intervenção didático-pedagógica, porque esses perpassam e ultrapassam as fronteiras das disciplinas escolares. Nesse sentido, o transdisciplinar, é complementar ao disciplinar, uma vez que o confronto das disciplinas faz com que surjam novas informações que se articulam entre si, procurando pela abertura das disciplinas a aquilo que as atravessam e as transcendem. Embora o Estágio da faculdade de Educação esteja proposto sob um caráter interdisciplinar, na medida em que os estagiários mobilizam ou utilizam conhecimentos ou procedimentos próprios de um campo disciplinar específico para compreender, interpretar ou problematizar situações da prática pedagógica de *ensinaraprender* na escola básica, os formadores tiveram a autonomia de fazer transcender esta prática.

REFERÊNCIAS

ACEVEDO, J.; FIORENTINI, D. Práticas na formação dos licenciados em Matemáticas: A experiência de una prática interdisciplinar. Revista Tecné, Episteme y Didaxis, Bogotá, Colômbia, 2016, V. 40, p. 129-147.

CYRINO, M. Potencialidades da Exploração de um Caso Multimídia como Elemento da Prática na Formação Inicial de Professores de Matemática. Educação Matemática em Revista, 2016, p. 80-89.

LAVE, J.; WENGER, E. Practice, person and social world. In Situated Learning: legitimate peripheral participation, Cambridge, Cambridge University Press, 1991, p. 45-58.

WENGER, E. Communities of Practice: Learning, Meaning and identity. New York, Cambridge University Press, 1998, 306p.

WENGER-TRAYNER, E.; WENGER-TRAYNER, B. Learning in landscapes of practice: a framework. In WENGER, E.; ET AL. Learning in landscapes of practice: boundaries, identity, and knowledgeability in practice based learning. New York, Ed. Routledge (Taylor & Francis Group), 2015, p. 13-31.

ZAN, D.; DE MELO, B.; GRANDIN, L.; FERREIRA, N. Avaliação da política de Estágios da FE/Unicamp: um estudo com estudantes dos cursos de Licenciatura. In: PETRUCCI R., M.; ZAN, D. (Org). O campo da educação nos currículos das Licenciaturas: princípios e práticas. Campinas, 2015. p. 119-130.

CAPÍTULO 13

PERCEPÇÕES DE LICENCIANDOS SOBRE AVALIAÇÃO DE APRENDIZAGENS NOS ANOS INICIAIS

Valéria Risuenho Marques
Universidade Federal do Pará
Belém-PA

Raquel Batista Corrêa
Graduanda em Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens/Universidade Federal do Pará
Belém-PA

RESUMO: Este projeto de investigação tem como objetivo analisar a percepção dos graduandos, do curso de Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens para os Anos Iniciais da Faculdade de Educação Matemática e Científica – FEMCI/UFPA, em Estágio de Docência, sobre práticas avaliativas e instrumentos utilizados por professores para avaliar os alunos, em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A motivação para tal investigação pautou-se em observações quando do trabalho com o tema Avaliação das Aprendizagens em uma turma do segundo semestre do curso de Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens da UFPA. Os licenciatura evidenciaram, em registros escritos, compreensão de avaliação restrita à aplicação de provas e testes. Em relação a isto, é possível inferir que falam sobre práticas avaliativas a partir de suas experiências quando alunos da escola básica. Para a investigação em voga, serão realizados estudos teóricos, discussões e observações de aulas, em uma escola pública, para que os graduandos identifiquem as práticas e instrumentos de avaliação utilizados. Pretende-se, com isto, favorecer discussão e ampliação do conhecimento dos graduandos no que tange às possibilidades de utilização de práticas e instrumentos avaliativos e, sobretudo, que percebam a avaliação como um processo integrado ao de ensino e de aprendizagem.

PALAVRAS-CHAVE: Avaliação das aprendizagens. Matemática. Percepções. Graduandos. Anos Iniciais.

LICENSING PERCEPTIONS ON LEARNING EVALUATION IN INITIAL YEARS

ABSTRACT: This research project has the objective of analyzing the students' perception of the Integrated Degree in Science, Mathematics and Languages for the Initial Years of the Faculty of Mathematical and Scientific Education - FEMCI/UFPA, in Teaching Internship, on evaluative practices and instruments used by teachers to evaluate students, in classes from the initial years of Elementary School. The motivation for such research was based on observations when working with the theme Assessment of Learning in a class of the second semester of the Integrated Degree in Science, Mathematics and Languages of UFPA. Undergraduates

evidenced, in written records, evaluation comprehension restricted to the application of tests and tests. In relation to this, it is possible to infer that they speak about evaluative practices from their experiences when students of the basic school. For the current research, theoretical studies, discussions and classroom observations will be carried out in a public school, so that the students can identify the evaluation practices and instruments used. It is intended, with this, to favor discussion and expansion of the knowledge of undergraduates regarding the possibilities of using evaluation practices and instruments and, above all, that they perceive evaluation as an integrated process to that of teaching and learning.
KEYWORDS: Evaluation of learning. Mathematics. Perceptions. Graduating students. Early Years.

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo traz fundamentos do projeto de pesquisa intitulado “Percepções de licenciando sobre avaliação de aprendizagens nos anos iniciais do Ensino Fundamental”, aprovado pelo Edital 05/2017 – PROPESP - Programa de Apoio ao Doutor Pesquisador – PRODOUTOR 2017 e sob a coordenação de Valéria Risuenho Marques. O referido projeto tem como objetivo analisar a percepção dos graduandos, do curso de Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, da Faculdade de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, em Estágio de Docência, sobre práticas avaliativas e instrumentos utilizados para avaliar os alunos em aulas de matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Tal proposição é oriunda de estudos e discussões no âmbito do Projeto de cooperação internacional entre a Universidade Federal do Pará (UFPA) e a Universidade de Évora (UE-Portugal) intitulado “Avaliação e Ensino na Educação Básica em Portugal e no Brasil: relações com as aprendizagens” (AERA), aprovado pelo Edital CAPES-FCT 2013. Este projeto evidenciou, preliminarmente, que

> podemos afirmar que mesmo que a expectativa de melhoria de aprendizagens esteja fortemente presente nas preocupações dos professores (nas escolas Belenenses e **Éborenses**), parece não haver práticas letivas deliberadas que demonstrem conhecimento e/ou consideração para com um referencial teórico argumentativo/indicativo de que as relações entre práticas de ensino e aprendizagens são imbricadas às práticas de avaliação (LUCENA, p. 5, 2017).

As análises indicam também que, mesmo diante de um movimento no que tange à realização de estudos e pesquisa sobre os benefícios de práticas de avaliação formativa para a melhoria das aprendizagens, “a avaliação de natureza formativa é quase que ausente dentro dos resultados do projeto AERA (principalmente em relação ao contexto brasileiro)” (LUCENA, p. 6, 2017).

Este indicativo da quase ausência de avaliação de natureza formativa, permite inferir que há carência, no que tange ao conhecimento do que é avaliação formativa e somativa, além disto, em observações realizadas quando fazia (primeira autora) assessoramento em escolas da Rede Municipal de Educação de Belém-PA, detectava que os professores, de modo geral, utilizavam as provas e os testes como principais instrumentos de avaliação. Em experiência recente, ao acompanhar graduandos em Estágio de Docência II em turmas do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental, a prática avaliativa tem se destinado à uma espécie de realização de “treinos” para orientação dos alunos ao bom desempenho em avaliações externas, a exemplo da Prova Brasil. A preocupação parece estar voltada à quantificação e ao enquadramento de alunos em critérios preestabelecidos, quando há a necessidade de se colocar em prática iniciativas e propostas de ensino em que os alunos possam construir conhecimentos, que participem ativamente de seu processo de aprendizagem, que tenham a faculdade de regular esse processo e que sejam envolvido por prática de avaliação que deem vez à autoavaliação e à heteroavaliação.

Outrossim, temos como hipótese que há uma prevalência de tarefas de ensino de tipo fechadas, não permitindo aos alunos, por exemplo, a prerrogativa de elaborarem hipóteses, de fazerem questionamento, de comunicarem seus achados, de avaliarem seus colegas e se autoavaliarem. Diante do exposto, a proposição intenciona envolver graduandos em estudos e discussões que permitam a compreensão da avaliação como imbricada ao ensino e à aprendizagem, e, diante do que observem, possam refletir sobre as concepções presentes, de fato, nas propostas de ensino dos professores observados. Consideramos, portanto, a investigação relevante por trazer reflexões que culminem na proposição de subsídios para uma formação inicial, que possam direcionar ajustes e/ou reformulações em temas/disciplinas de cursos de graduação, de modo que o professor, em formação inicial, possa sair da universidade tendo compreensão da avaliação, sob uma perspectiva que se distancie da utilizada apenas para quantificar e hierarquizar.

As principais finalidades desta proposta são: envolver os graduandos em leituras e discussões de textos que fundamentam teoricamente a compreensão de aprendizagem matemática e práticas avaliativas contempladas neste projeto; envolver os graduandos em situações de observação e análise sobre as práticas avaliativas identificadas nas turmas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. No que se refere à observação, integrarão um grupo de graduandos que participarão do tema Estágio de Docência II. Quanto às análises, serão feitas a partir dos registros em diários de campo, orientadas pela matriz de investigação do projeto AERA (BORRALHO e LUCENA, 2015). Após registro, serão realizados grupos de discussão para que sejam efetuadas as análises pelos graduandos, sob orientação da primeira autora, no sentido de fazer inferências formativas.

2 I METODOLOGIA

A pesquisa possui caráter descritivo, preocupa-se com os significados que os próprios pesquisados dão as coisas e possui enfoque indutivo para as análises feitas, portanto, é uma pesquisa classificada como qualitativa (GODOY, 1995).

Inicialmente os graduandos participarão de sessões de estudos e discussão de textos. Esta etapa é relevante à pesquisa por intencionar ampliar a compreensão desses graduandos quanto à avaliação, as relações desta com o ensino e a aprendizagem e o conhecimento de possibilidades em termos de instrumentos utilizados para proceder à avaliação.

Após algumas sessões de estudo, passaremos a frequentar as escolas para o desenvolvimento de atividades pertinentes ao Estágio de Docência II. Para o desenvolvimento do tema de Estágio de Docência II as turmas serão do 4° ou 5° ano do Ensino Fundamental. Nesta etapa os graduandos, além de atividades peculiares ao estágio, como a observação, as anotações em diário de bordo, as análises sobre as aulas assistidas, levarão a matriz de observação utilizada no Projeto AERA, para que essa observação seja dirigida aos objetivos que se pretende alcançar com a investigação.

Essa matriz é composta por três objetos: práticas de ensino, práticas de avaliação e aprendizagens dos alunos. Embora considerando que esses três objetos não se separam, mas encontram-se imbricados no processo educacional, a estratificação utilizada é pensada para favorecer a organização didático-metodológica e como maneira de, a partir da seleção de dimensões, orientar o que precisa ser observado e analisado. As dimensões visam orientar e evidenciar os aspectos que precisam ser observados aos efetuarem os registro.

Os registros dos graduandos deverão contemplar os aspectos arrolados na matriz. Em relação à essa matriz, optamos por esta utilização por questões metodológicas, como já mencionado, mas consideramos que as atividades de ensino, aprendizagem e avaliação, por vezes se confundem, dada a proximidade no desenvolvimento das atividades em sala de aula, além da complexidade do processo.

Antes de os graduandos irem à escola do estágio, faremos estudo da matriz para que compreendam os objetos e dimensões que orientarão os registros. Dez graduandos participarão da investigação, sendo que, para a etapa de observação com base nos objetos e dimensões da matriz, terão ao todo 30 horas para cada graduando em atividade na turma.

Vale ressaltar que os graduandos, como participantes do tema Estágio de Docência II, têm como tarefas não apenas a observação, mas a análise das práticas encontrados à luz dos fundamentos teóricos e a regência como parte fundamental para seus processos formativos. Cabe registrar que a investigação em voga, restringir-se-á à observação tendo como objetivo o registro a partir dos critérios contemplados na matriz de investigação. Os registros feitos pelos graduandos serão o primeiro material empírico da investigação.

Objetos	Dimensões
Práticas de Ensino	Organização e desenvolvimento do ensino
	Recursos, materiais e tarefas utilizados
	Dinâmicas de sala de aula (e.g., trabalho de grupo; trabalho em pares; trabalho individual; organização das discussões)
	Papel do professor
	Papel dos alunos
	Estrutura da sala
	Percepções dos professores
	Concepção dos alunos
Práticas de Avaliação	Integração/Articulação entre os processos de ensino/avaliação/ aprendizagem
	Utilizações da avaliação (e.g., para classificar, para orientar, para regular, para melhorar)
	Instrumentos de avaliação predominantes (e.g., testes, trabalhos escritos, questões orais, listas de verificação, tarefas de sala de aula)
	Natureza, frequência e distribuição de feedback
	Dinâmicas de avaliação (e.g., Autoavaliação, Heteroavaliação)
	Natureza da avaliação formativa (Formal e Informal)
	Natureza da avaliação sumativa (Formal e Informal)
	Papel do professor
	Papel dos alunos
	Percepções dos professores
	Concepções dos alunos
Aprendizagens dos alunos	Participação dos alunos (dinâmicas, frequência e natureza)
	Percepções/Concepções dos professores/Alunos sobre os contributos para a aprendizagem (e.g., tarefas, qualidade do ensino, natureza e dinâmica das aulas, avaliação, feedback
	Relação pedagógica com os professores
	Percepções/Concepções dos diferentes intervenientes

Quadro 1. Matriz de Investigação (AERA)

Fonte: Borralho e Lucena (2015).

Após o término da carga horária destinada à observação, faremos grupo de discussão. Serão três encontros com carga horária de três horas cada, nos quais os graduandos farão o relato das observações a partir dos registros feitos. Além disto, os relatos serão acompanhados de perguntas e indagações que façam com que os graduandos evidenciem suas percepções em relações às práticas de ensino, de avaliação e das aprendizagens dos alunos que observaram nas salas de aula, em particular de matemática. Esses encontros serão gravados e depois transcritos, compondo o segundo material empírico da investigação. Por fim, diante do corpus da pesquisa, compostos pelos registros dos graduandos e pelas transcrições do grupos de discussão, realizar-se-á a análise, com base do referencial teórico para o alcance do objetivo da investigação que é analisar a percepção dos graduandos, do curso de Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens, em situação de Estágio de Docência II, sobre práticas avaliativas e instrumentos utilizados para avaliar os alunos em aulas de matemática, em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3 I ASPECTOS TEÓRICOS

No que se refere à concepção de estágio na docência, apoiamo-nos em Pimenta (2002) acerca da necessidade dos saberes: da experiência, o conhecimento, pedagógicos. Quanto ao primeiro, destaca a importância por acompanhar o licenciando desde o início do período de escolarização, quando tem a oportunidade de observar os professores que teve ao longo de sua vida escolar. No entanto, é preciso transcender esta perspectiva de experiência e passar o licenciando a se ver como futuro professor, aquele que em pouco tempo assumirá uma turma com a função de cuidar das aprendizagens.

Para Pimenta (2002),

> Conhecimento não se reduz à informação. Esta é um primeiro estágio daquele. Conhecer implica um segundo estágio: o de trabalhar com as informações classificando-as, analisando-as e contextualizando-as. O terceiro estágio tem a ver com a inteligência, a consciência ou sabedoria. Inteligência tem a ver com a arte de vincular conhecimentos de maneira útil e pertinente, isto é, de produzir novas formas de progresso e desenvolvimento; consciência e sabedoria envolvem reflexão, isto é, capacidade de produzir novas formas de existência, de humanização. (...) Portanto, não basta produzir conhecimento, mas é preciso produzir as condições de produção do conhecimento. Ou seja, conhecer significa estar consciente do poder do conhecimento para a produção da vida material, social e existencial da humanidade (PIMENTA, 2002, p. 21-22).

Neste sentido, compreende-se a urgência de refletir sobre esses conhecimentos, de selecionar, de pensar sobre as relações com a sociedade, da necessidade desses conhecimentos para o currículo escolar, da sabedoria de que não basta replicá-los, mas a partir deles propor estratégias e metodologias ainda não implementadas, estabelecer relações e fazer interpretações inovadoras.

Em relação ao terceiro aspecto, os saberes pedagógicos, a autora propõe “o retorno autêntico à pedagogia ocorrerá se as ciências da educação deixarem de partir de diferentes saberes constituídos e começarem a tomar a prática dos formandos como o ponto de partida (e de chegada). Trata-se, portanto, de reinventar os saberes pedagógicos a partir da prática social da educação” (PIMENTA, 2002, p. 25).

Aos graduandos, espera-se que adquiram habilidades e capacidades para pensar, refletir, propor, registrar sua experiências e, desse modo, tenham condições de constituírem seus saberes-fazeres na e para a prática, em um ir e vir em que a teoria não se distancie da prática, mas que juntas contribuam, sobremaneira, para a constituição desses saberes-fazeres. Além disto, é preciso que se envolvam em atividades que lhes permitam a reflexão sobre os conhecimentos que estão sendo trabalhados, as concepções usadas como suporte teórico para a proposição em voga, que percebam a relevância de se valorizar as proposição e argumentos dos alunos, que se coloquem na posição de futuros professores para analisarem que possibilidades podem ser colocadas para cuidar da melhoria das aprendizagens desses alunos.

Cabe esclarecer que percepção é aqui usado no sentido de contemplar o entendimento dos graduandos a partir de observações de aulas. Esse entendimento será evidenciado a partir das observações e análises, pautados nos fundamentos teóricos, e nos diálogos que ocorrerão durante a realização de grupos de discussão.

No que se refere à alfabetização matemática, agrego concepção que vai ao encontro do defendido por Marques (2016) ao sustentar a tese de que a alfabetização matemática é múltipla e plural e se constitui no diálogo e na complementaridade entre os saberes escolares e os saberes elaborados em ambientes informais de aprendizagem, quando as crianças se envolvem em vivências e experiências que permitem aprender fazendo, observando, interagindo, ouvindo.

Neste sentido, considera-se a necessidade de diálogo entre os saberes, de modo que a relação estabelecida por esse diálogo possa tornar as aprendizagens significativas aos alunos e na qual sejam incentivadas a comunicação entre esses alunos, o incentivo à tessitura de argumentos, de defesa de pontos de vista, de negociação entre pontos de vista distintos, quanto ao reconhecimento de que é possível e aceitável a proposição de mais de uma solução para um mesmo problema, considerando-se a lógica e a coerência na proposição.

Em relação às práticas de avaliação aqui consideradas, tomamos como norte as conclusões de pesquisa realizada por Black e Wiliam (1998) sobre os benefícios de práticas de avaliação formativa. O estudo em questão evidencia três resultados, quais sejam:

a) as práticas sistemáticas de **avaliação formativa** melhoram significativamente as aprendizagens de todos os alunos;

b) os alunos que **mais se beneficiam** de tais práticas são **os que revelam mais dificuldades de aprendizagem**;

c) os alunos que **frequentam aulas em que a avaliação predominante é de natureza formativa obtêm melhores resultados em exames e provas de avaliação externa** do que os alunos que frequentam aulas em que a avaliação é essencialmente somativa.

A postura do professor em sala de aula em relação à compreensão de que a avaliação é parte integrante do processo de ensino e aprendizagem e que, por isso, as tarefas propostas durante as aulas precisam ser tarefas de ensino, de aprendizagem e de avaliação.

Além disto, "o principal propósito da avaliação das aprendizagens terá que ser a melhoria dessas mesmas aprendizagens e se assim não for, a avaliação não cumpre o seu principal objetivo" (BORRALHO, LUCENA e BRITO, 2015, p. 34). Além disto, "a diversificação de instrumentos de avaliação é crucial para que tenhamos informação de diversa natureza e assim podermos ter uma clara e mais objetiva percepção das aprendizagens e do ensino” (BORRALHO, LUCENA e BRITO, 2015, p. 34).

Entendemos avaliação no sentido do que preconiza Fernandes (2009) ao propor avaliação formativa alternativa. Para ele,

> Trata-se de uma avaliação mais interativa, mais situada nos contextos vividos por professores e alunos, mais centrada na regulação e na melhoria das aprendizagens, mais participativa, mais transparente e integrada nos processos de ensino e de aprendizagem. Ou seja, uma avaliação que, sendo eminentemente formativa em suas formas e em seus conteúdos, é alternativa à avaliação psicométrica, de matriz behaviorista, muito baseada na avaliação somativa e na ideia da avaliação como medida (FERNADES, 2009, p. 56)

Além disso, consideramos como um processo complexo, no qual está imbricada com o ensino e a aprendizagem, que precisa propor tarefas de natureza abertas e fechadas para permitir aos alunos não apenas reproduzirem, mas sobretudo, que pensem; em que os alunos sejam informados sobre os objetivos que precisam alcançar para que possam regular (FERNANDES, 2008) o seu processo de aprendizagem; nas quais sejam incentivadas a autoavaliação e a heteroavaliação; em que se coloque em prática diferentes instrumentos para se compreender o que o aluno ainda não aprendeu, como forma de regular o projeto de ensino de professor.

4 I CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

O projeto encontra-se em fase inicial. Após contato com a turma 2015 Noite, do curso de Licenciatura Integrada em Ciências, Matemática e Linguagens, que cursou Estágio de Docência I no segundo semestre de 2017, dialogamos no sentido de esclarecer sobre os objetivos, a operacionalização das etapas metodológicas, como acontecerá a observação e as análises do projeto. Essa turma aceitou integrar a equipe do projeto que já contava com a participação de duas bolsistas, uma PIBIC-PRODOUTOR-2017 e outra PIVIC-2017. No primeiro semestre de 2018 a turma participará do tema Estágio de Docência II, na qual frequentarão turmas do 4° e 5° anos do Ensino Fundamental para desenvolverem atividades peculiares ao estágio e, além disto, farão as observações específicas do projeto.

Elaboramos um questionário, contendo oito (8) perguntas abertas sobre aspectos relacionados ao entendimento e compreensões dos graduandos sobre: concepção de avaliação, avaliação somativa e formativa, práticas e instrumentos de avaliação. Tal iniciativa permitiu conhecer o envolvimento deles com questões relacionadas ao tema e, fazer ajustes quanto à seleção de leituras. Para efeito de considerações preliminares, traremos excertos dos questionários de três graduandos.

A partir do questionário, foi possível percebemos, no que se refere à concepção de avaliação: *“perpassa sobre a ideia de confirmação da aquisição ou não de um dado conhecimento”* (Graduando1) , *“é um ato de diagnosticar, observar, acompanhar e intervir em todo o processo de ensino-aprendizagem”* (Graduando2), *“Habitualmente* *e não somente ao final de um período pré-determinado"* (Graduando3). Notamos que os graduandos percebem a avaliação como um processo que permite verificar aprendizagens, para a proposição de intervenções. Os graduandos não manifestaram o entendimento de que avaliação permite, também, a regulação da prática pedagógica do professor, como propõe Fernandes (2008).

Sobre a avaliação somativa: *"Este nome é familiar, mas não arrisco dar certeza sobre do que se trata. Imagino que seja a forma tradicional de avaliação: com uma sequência de atividades em determinados períodos do ano, feito isso, o professor soma essas notas e divide pela quantidade de avaliações que foram dadas"* (Graduando1), "É a avaliação usada normalmente nas escolas, no qual tem por objetivo classificar os alunos, ou seja, passá-los ou não de etapa" (Graduando2) e *"Forma de avaliar um aprendizado ao final de um ciclo de ensino atribuindo-lhe notas e classificações de aprendizagem dentro de parâmetros pré-estabelecidos, ocorre na maioria das escolas brasileiras"* (Graduando3). Os graduandos evidenciam conhecimento parcial sobre a concepção. Uns associando à classificação, outros à forma tradicional de avaliação, provavelmente fazendo referência às provas. Nenhum, entretanto, fez referência às avaliações externas que contemplam iniciativa de avaliação em larga escala, com caráter somativo.

Quanto à concepção de avaliação formativa: o Graduando1 afirmou não ter conhecimento, "*Essa avalição tem por objetivo o ensino-aprendizagem, isto é, tanto o aluno quanto o professor têm papeis importantes, pois trata-se de observações para encontrar as dificuldades dos alunos usá-la como ponto de partida. Os resultados obtidos refletem na metodologia de ensino docente. Deve haver adaptação de instrumentos para com o discente"* (Graduando2) e *"Processos nos quais, durante a jornada de ensino, professores recebem retorno dos alunos no tocante a aprendizagem a fim de modificá-la ou não para a melhor compreensão daquilo que é ensinado aos aprendizes"* (Graduando3). O Graduando2 e Graduando3 evidenciaram alguns aspectos da avaliação formativa. No entanto, não é possível afirmar se compreendem-na como um somatório de pontos, contemplando a realização de testes e/ou atividades, associados à observação, também, de comportamento. Além disso, o Graduando2 faz referência à avaliação formativa como um ponto de partida, o que se aproxima de uma avaliação diagnóstica e não como integrada ao processo de ensino e de aprendizagem.

Quando solicitados a indicarem quais instrumentos utilizariam para proceder à avaliação como futuros professores, evidenciaram: *"Trabalhos por meio de pesquisas (impresso, escrito e/ou desenhado), registro sobre as concepções dos alunos a respeito de cada assunto trabalhado (como um diário), cartazes de apresentações em equipe (caso não queiram utilizar algum recurso tecnológico, como o Data show), atividades individuais a partir do potencial de cada aluno (questões) e provas bimestrais integradas"* (Graduando1)*, "observação do progresso do aluno"* (Graduando2) e *"avaliação verbal – atendimento individual quando necessário - , avaliação escrita – provas e trabalhos - e avaliação da disciplina em forma de questionário de múltipla escolha com uma* *questão de opinião pessoal ao final das questões"* (Graduando3). Em relação aos instrumentos, evidenciam intenção de não se deter apenas à utilização da prova. É possível que percebam a urgência de se rever a quase que exclusividade da prova como instrumento de avaliação das aprendizagens utilizado por professores.

A aplicação do questionário serviu de base para que tenhamos o diagnóstico das concepções dos discentes a respeito de avaliação, desse modo poderemos trabalhar tais concepções dando-lhes maior arcabouço intelectual, visando a identificação de práticas avaliativas dos docentes.

Diante disto, a proposta é envolver os discentes em estudos de textos que forneçam amplo conhecimento a respeito da avaliação, de modo que sejam capazes de identificar, *in loco*, concepções, práticas e instrumentos dos docentes que irão observar em sala de aula.

REFERÊNCIAS

BLACK, P.; WILLIAM, D. Assessment and classroom learning: Assessment in Education: Principles, Policy & Practice. mar 1998, vol. 5, Issue 1.

BORRALHO, A, LUCENA, I. C. R. Avaliação e Ensino na Educação Básica em Portugal e no Brasil: relações com as aprendizagens (AERA). In: VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2015, Pirenópolis-GO: Anais do VI SIPEM, Pirenópolis-GO, 2015.

BORRALHO, A, LUCENA, I. C. R. e BRITO, M. A. R. B. Avaliar para melhorar as aprendizagens em matemática. Belém: SBEM-PA, 2015. (Coleção Educação Matemática na Amazônia)

FERNANDES, Domingos. Avaliar para aprender: fundamentos, práticas e políticas. São Paulo: editora UNESP, 2008.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. Revista de Administração de Empresas, 35(2), 57-63, 1995.

LUCENA, I. C. R. de. Matemática, Ciências e Língua Portuguesa: formação docente a partir da compreensão do ensino-avaliação para a melhoria das aprendizagens (no prelo). Projeto Submetido à Chamada CNPq N. 22/2016. Pesquisa e Inovação em Ciências Humanas, Sociais e Sociais Aplicadas, 2017.

MARQUES, Valéria Risuenho. Alfabetização Matemática: uma concepção múltipla e plural. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Belém/PA, 2016.

PIMENTA, Selma Garrido (Org.). Saberes pedagógicos e atividades docentes. São Paulo: Cortez, 2002. (Coleção Saberes da Docência).

CAPÍTULO 14

PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM GEOGEBRA E UMA PROPRIEDADE DOS QUADRILÁTEROS

Vinícius Almeida Louredo Gonçalves
Instituto Federal de Goiás, Câmpus Goiânia
Goiânia - Goiás

Ana Carolina Silva Adolfo
Instituto Federal de Goiás, Câmpus Goiânia
Goiânia - Goiás

Jéssica Vieira da Silva
Instituto Federal de Goiás, Câmpus Goiânia
Goiânia - Goiás

Uender Barbosa de Souza
Docente no Instituto Federal de Goiás, Câmpus Goiânia
Goiânia - Goiás

RESUMO: Com o advento das novas tecnologias, as metodologias tradicionais utilizadas em sala de aula acabaram ficando obsoletas, evidenciando a necessidade de os professores reverem seus métodos de ensino. Neste artigo, é apresentada uma proposta para análise de um problema de geometria, disponível no banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) de 2016. A metodologia usada foi a Investigação Matemática com o GeoGebra, um *software* livre e de matemática dinâmica, que permite ao usuário trabalhar com elementos geométricos e algébricos. Desenvolvida em quatro etapas, a investigação se baseia em visualizar através de experimentação com o *software* diversos casos do mesmo problema, alterando valores e elementos, buscando conjecturar e deduzir propriedades. Formalizar as conjecturas levantadas através de cálculos matemáticos e, por último, generalizar, onde o aluno consegue encontrar um padrão universal aplicável a todas as situações delimitadas pelo problema estudado. O uso do *software* como metodologia de ensino tem grande potencial, pois facilita a visualização e entendimento de problemas, colaborando para o melhor desenvolvimento educacional do aluno.

PALAVRAS-CHAVE: Investigação Matemática. GeoGebra. Geometria. **Ângulos**. Polígonos.

PROPOSAL OF MATHEMATICAL RESEARCH WITH GEOGEBRA AND A PROPERTY OF QUADRILATERALS

ABSTRACT: With the innovation of new technologies, the traditional methodologies used in the classroom became obsolete, evidencing the need for teachers to review their teaching methods. In this article, a proposal is presented for the analysis of a geometry problem, available at the OBMEP (Brazilian Public Mathematics Olympiad) bench of 2016. The methodology used was Mathematical Research with GeoGebra, a free dynamic mathematics software, which allows the user to work with geometric and

algebraic elements. Developed in four stages, the research is based on visualizing through of experimentation with the software several cases of the same problem, changing values and elements, seeking to conjecture and deduce properties. Formalize the conjectures raised through mathematical calculations and, finally, generalize, where the student can find a universal standard applicable to all situations delimited by the problem studied. The use of software as teaching methodology has great potential, because it facilitates the visualization and understanding of problems, collaborating for the best educational development of the student.
KEYWORDS: Matematical Investigation. GeoGebra. Geometry. Angles. Polygons.

1 I INTRODUÇÃO

Com o advento das novas tecnologias, as metodologias tradicionais utilizadas em sala de aula acabaram ficando obsoletas, evidenciando a necessidade de os professores reverem seus métodos de ensino. Fez-se necessário tornar o aprendizado mais dinâmico pois, as novas gerações são cada vez mais conectadas as novas tecnologias, como computadores e celulares, tornando o ensino tradicional com lousa insuficiente para motivá-los a buscar conhecimento. Nesse sentido, com o auxílio da tecnologia, acreditamos ser possível oferecer aulas mais dinâmicas, que permitam ao aluno desenvolver suas habilidades, seu pensamento crítico a luz de um novo problema e não apenas memorizar aquilo que está sendo ensinado.

As tecnologias têm um papel fundamental para a promoção de ações que contribuam para o desenvolvimento de uma escola centrada na pedagogia do problema, que trabalha com questões reais e que a utiliza como um elemento no processo pedagógico. Segundo Valente (2002, p. 3): “A construção do conhecimento advém do fato de o aluno ter que buscar novos conteúdos e estratégias para incrementar o nível de conhecimento que já dispõe sobre o assunto que está sendo tratado via computador”.

O professor deve planejar de maneira clara e consciente a utilização das tecnologias como um suporte, fazendo a associação das mesmas com o conteúdo trabalhado, sendo sua aplicação com fins pedagógicos.

Se tratando do ensino de matemática, é notável como os *softwares* vêm ganhando grande espaço por possibilitarem maior interação dos alunos com o conteúdo, facilitando a investigação de problemas diversos de forma dinâmica. Claro que, para o bom desenvolvimento de aulas usando *softwares*, os professores devem estar familiarizados com os mesmos, e, além do conhecimento de como usá-los, ter uma metodologia para seu uso adequado, dando sentido à relação entre o conteúdo trabalhado e o *software*.

No Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação e Tecnologias de Goiás são apresentados e trabalhados diversos *softwares* matemáticos bem como metodologias para o uso dos mesmos através das Práticas como Componentes Curriculares (PCC). Como citado por Assunção et al. (2017), a resolução CNE/CP2 de 19/02/2002 em seu Art. 1º inciso I determinou a carga horária da PCC, que se diferencia do Estágio Curricular e se estabelece como objeto de reflexão-ação-reflexão permanente, possibilitando uma formação ampla e qualificada de professores.

Desse modo, apresentamos uma proposta didática para uma investigação matemática utilizando o GeoGebra, um *software* livre e de matemática dinâmica, que permite ao usuário trabalhar com elementos geométricos e algébricos. A proposta surgiu a partir das ideias apresentadas pelo professor Uender B. Souza em suas aulas de PCC no IFG Câmpus Goiânia.

Em suas aulas, o professor apresenta e analisa as possibilidades e potencial que o GeoGebra pode oferecer e reforça que os *softwares* não devem ser utilizados sem um motivo especifico, um método que dê base e sustente sua importância para o conteúdo ao qual será trabalhado. Dentre algumas metodologias apresentadas em suas aulas, o professor destaca a proposta de Vaz (2012), que inspirou a proposta deste trabalho.

De acordo com Vaz (2012) o GeoGebra "se enquadra na categoria da geometria dinâmica, livre, permitindo uma boa interatividade, possibilitando trabalhar teoremas, construção de conceitos, testar hipóteses e fazer releituras importantes de conteúdos matemáticos". Segundo o autor:

> No GeoGebra podemos contemplar geometria e álgebra dinamicamente, interagindo entre si na mesma tela, possibilitando o usuário relacionar as várias faces de um mesmo objeto matemático. Permite trabalhar conceitos matemáticos do ensino fundamental, médio e superior e realizar construções matemáticas diversificadas e alterá-las após a construção ser finalizada. Esse dinamismo possibilita que o aluno perceba diversas relações entre os objetos matemáticos, faça conjecturas e até mesmo formalize os resultados, de forma visual, no próprio *software*. (VAZ, 2012, p.40).

O objeto de estudo será o problema de número 7 do nível 2, proposto por Barbosa e Feitosa (2016), disponível no banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) de 2016. O problema aborda conteúdos relacionados a quadriláteros e ângulos, segue seu enunciado:

Dado um quadrilátero convexo, se as quatro bissetrizes de seus ângulos formam um novo quadrilátero , calcule a soma dos ângulos opostos .

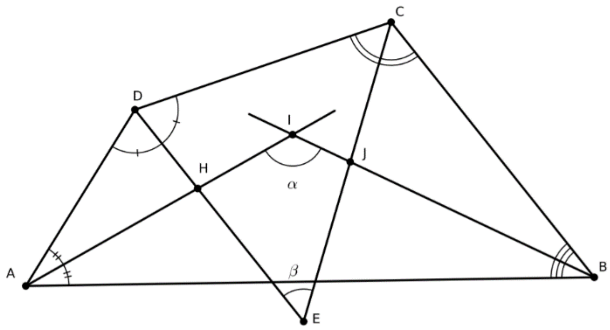


Figura 1 - Quadrilátero convexo descrito no problema

Fonte: BARBOSA & FEITOSA (2016, p. 27)

A metodologia será, como já citada, a Investigação Matemática com o *GeoGebra*, proposta por Vaz, desenvolvida em quatro etapas. A primeira etapa é *experimentar*, onde teorias e buscas por padrões podem ser testadas pelos alunos. A segunda é *conjecturar*, após investigar, o aluno pode levantar hipóteses e deduzir propriedades. A terceira é *formalizar* as conjecturas levantadas, tal etapa consiste em mostrar através de cálculos matemáticos que as conjecturas são verdadeiras ou não. E por último, a quarta etapa é a da *generalização*, onde o aluno consegue encontrar um padrão universal aplicável a todas as situações delimitadas pelo problema estudado.

2 I CONSTRUÇÃO E INVESTIGAÇÃO NO *SOFTWARE* GEOGEBRA

Para suporte ao *software*, indicamos Hohenwarter (2009) e Souza (2018). O primeiro, apesar de ser o manual de uma versão antiga do *software*, não deixa a desejar, ainda que usado como referência para versões mais recentes. O segundo é fruto de um projeto do Instituto GeoGebra de Goiás, se trata de um guia de comandos do *software*, vale ressaltar que o projeto ainda está em desenvolvimento.

Como citamos anteriormente, o *software* deve ser usado de maneira adequada como suporte no processo educacional, e cabe ao professor elaborar estratégias e aplicar metodologias bem fundamentadas. Neste sentido, mostramos nesta seção como desenvolver as quatro etapas propostas por Vaz na investigação do problema proposto.

Começamos a investigação pela *experimentação*. Seguem os passos para a construção do problema no *GeoGebra*.

1. Usando a ferramenta *Polígono*, crie um quadrilátero ;
2. Crie as bissetrizes inserindo os comandos:

$$r: Bissetriz(D, A, B);$$
$$s: Bissetriz(A, B, C);$$
$$t: Bissetriz(C, D, A);$$
$$u: Bissetriz(D, C, B),$$

no *Campo de Entrada* ou usando a ferramenta *Bissetriz* e clicando nos três pontos que formam o ângulo, até construir as quatro retas;

3. Crie as interseções das retas:

$$E = Interseção(t, u);$$
$$H = Interseção(r, t);$$
$$I = Interseção(r, s);$$
$$J = Interseção(s, u).$$

4. Crie os ângulos a e b:

$$\alpha = Ângulo(H, I, J);$$
$$\beta = Ângulo(J, E, H).$$

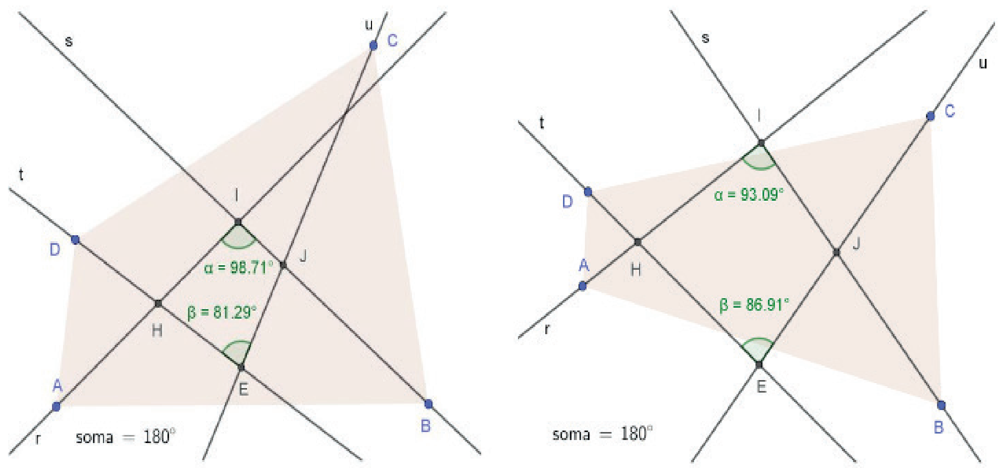


Figura 2 - Disposições distintas dos vértices e soma dos ângulos.

Fonte: Os autores.

5. Determine a soma dos ângulos com:

$$soma = \alpha + \beta.$$

Ao variar as posições dos vértices A, B, C e D, notamos que a soma se mantém constante e igual a , veja a Figura 2. *Conjecturamos* então que $\alpha + \beta = 180°$.

Nos resta verificar formalmente que o resultado é realmente o que conjecturamos. Como a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é , segue que:

$$\begin{aligned}
\alpha + \beta = \quad & 360° - \angle IJE - \angle IHE \\
& 360° - (180° - \angle DAH - \angle ADH) - (180° - \angle JCB \\
& \qquad\qquad - \angle JBC) \\
& \frac{\angle ADC}{2} + \frac{\angle DAB}{2} + \frac{\angle DCB}{2} + \frac{\angle CBA}{2} \\
& \frac{360°}{2} = 180°.
\end{aligned}$$

Finalizamos assim a etapa de *formalização* confirmando nossa conjectura. A última etapa da investigação é a *generalização*, e a faremos analisando o resultado obtido através das 3 etapas já desenvolvidas.

Note que se cada ângulo do quadrilátero ABCD for dividido em 2 e seguindo os passos para a construção do novo quadrilátero HIJE como descrito no enunciado do problema, obtemos a soma $\alpha + \beta = \frac{360°}{2}$. Levantamos a seguinte questão: ao dividir cada ângulo do quadrilátero inicial em partes (n-seção do ângulo) e seguindo os passos para a construção do novo quadrilátero HIJE, a soma dos ângulos será $\alpha + \beta = \frac{360°}{n}$?

Seguimos com a tentativa de *generalização* do problema. Para a nova construção no *GeoGebra*, basta substituirmos as retas e no passo 2 da etapa de experimentação pelas retas:

$$r\colon Girar(Reta(A,D),\ (-\hat{A}ngulo(B,A,D))/n,\ A);$$
$$s\colon Girar(Reta(B,C),\ \hat{A}ngulo(C,B,A)/n,\ B);$$
$$t\colon Girar(Reta(A,D),\ \hat{A}ngulo(A,D,C)/n,\ D);$$
$$t\colon Girar(Reta(A,D), \hat{A}ngulo(A,D,C)\ /\ n,\ D),$$

sendo *n* um *controle deslizante* com valor inicial maior ou igual a 2 e incremento 1. Os demais passos são idênticos.

Analisando a construção, alterando os vértices de posição e variando os valores de n, percebemos que $\alpha + \beta$ é $\frac{360}{n}$ como esperado, veja a Figura 3.

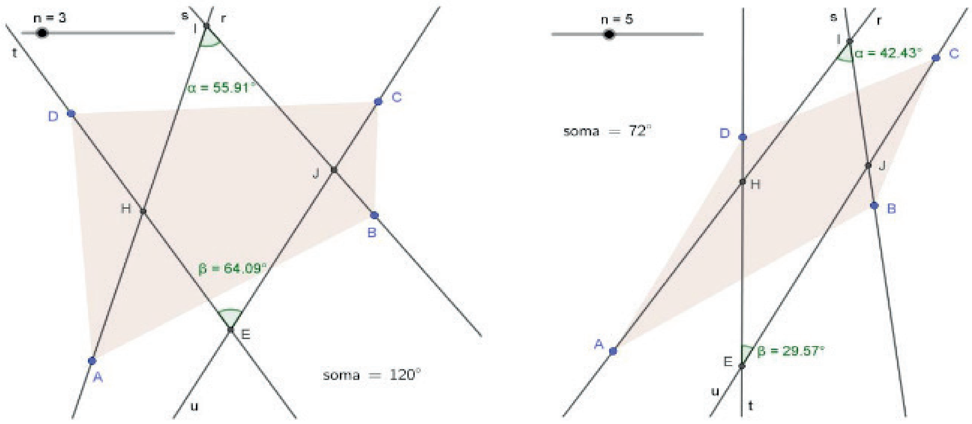


Figura 3 - Representação da etapa da generalização do problema no GeoGebra.

Fonte: Os autores.

Devemos *formalizar* o resultado com a demonstração, que é semelhante a que fizemos na etapa de experimentação.

$$\begin{aligned}\alpha+\beta = \quad & 360° - \angle IJE - \angle IHE \\ & 360° - (180° - \angle DAH - \angle ADH) - (180° - \angle JCB \\ & \qquad - \angle JBC) \\ & \frac{\angle ADC}{n} + \frac{\angle DAB}{n} + \frac{\angle DCB}{n} + \frac{\angle CBA}{n} \\ & \frac{360°}{n}.\end{aligned}$$

Percebemos que a tentativa de generalização do problema também é composta pelas 3 primeiras etapas, e reforça a eficiência da investigação matemática com o *GeoGebra*.

3 I RESULTADOS

A proposta foi desenvolvida com outros alunos da disciplina de PCC e observou-se que algumas situações imprevisíveis podem ocorrer, como a falta de familiarização dos alunos em relação às tecnologias. O professor deve estar preparado para perceber que isto pode acontecer.

Outra dificuldade que pode ser enfrentada ao empregar a metodologia sugerida é o tempo, pois os alunos devem antes estar familiarizados com *software* e possuir conhecimento, mesmo que básico, de como trabalhar com o mesmo. Em nossas experiências de estágio notamos que é difícil conciliar uma atividade deste tipo com o tempo escolar, já que a mesma necessita de uma preparação prévia da turma em que será aplicada.

Apesar das possíveis dificuldades, a aplicação da Investigação possibilitou a transmissão de ideias significativa, pois conseguimos através da experimentação com o *software* que os alunos envolvidos levantassem questionamentos relevantes sobre o problema. Notamos que alguns alunos podem fazer colocações que nem sempre possuem significância para a investigação, ou mesmo, não possuem respostas imediatas. Cabe assim ao professor, nortear através de diálogo e exemplos como as colocações e questionamentos devem ser elaborados.

Na fase de formalização é o momento em que o conhecimento matemático é colocado em prática, e como mostramos em nossa proposta, é a etapa que prepara o aluno para a generalização das ideias levantadas. Notamos que o professor deve guiar o aluno dando autonomia para que o mesmo possa desenvolver a intuição matemática e se preparar para a próxima etapa, a generalização.

Observamos que, a introdução de atividades investigativas na sala de aula é uma poderosa ferramenta e pode inspirar não só os alunos, mas também nossos professores.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

É notória a contribuição das tecnologias para o ensino de matemática, visto que possibilita ao aluno uma melhor compreensão dos problemas propostos, fazendo com que este possa visualizar suas aplicabilidades no cotidiano.

A investigação matemática com o software GeoGebra proporciona aos alunos experiências dinâmicas ao facilitar a visualização de propriedades e relações matemáticas, abrindo um novo horizonte de possibilidades. Além disso, outra vantagem do software é o fato de ser livre e gratuito sendo acessível a todos.

Ao utilizar o software para resolver um exercício da OBMEP, percebeu-se que este facilitou muito o entendimento do que era proposto no exercício, tornando a compreensão do mesmo mais dinâmica, entendível e inteligível.

Percebe-se que a utilização de diferentes metodologias e estratégias comprovaram a motivação e o aumento de interesse por parte dos alunos envolvidos, nos levando a concluir dessa experiência que o desenvolvimento de atividades investigativas de fato, proporciona um ambiente favorável à aprendizagem.

Nesse sentido, acreditamos que o uso do software como metodologia de ensino tem grande potencial, pois facilita a visualização e entendimento de problemas, colaborando para o melhor desenvolvimento educacional do aluno.

Finalizamos citando os trabalhos de Assunção et al. (2017) e Filho, Gonçalves e Souza (2017) por abordarem de forma semelhante à exposta neste a Investigação Matemática com o GeoGebra. Trabalhos que, assim como este, são frutos da disciplina de PCC ministrada pelo professor Uender.

REFERÊNCIAS

ASSUNÇÃO, Amanda de Brito R. et al. **Investigação da Razão Entre as Áreas de um Polígono Regular eum Polígono Estrelado Inscrito Usando o Software GeoGebra**. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO, 3., 2017, Goiânia. 2017. Disponível em: <https://www.geogebra.org/resource/ej4cDPjM/GZdAudRUV3GyEjf4/material-ej4cDPjM.pdf>. Acesso em 14 de maio de 2018.

BARBOSA, Régis; FEITOSA, Samuel. **OBMEP - Banco de Questões 2016**.
Disponível em: <http://www.obmep.org.br/bq/bq2016.pdf>. Acesso em 05 dez. 2017.

FILHO, Ricardo V. N., GONÇALVES, Vinícius A. L., SOUZA, Uender B. **Investigação Matemática com GeoGebra no Estudo de Máximos de uma Função**. In: SIMPÓSIO DE PESQUISA, ENSINO E EXTENSÃO, 3., 2017, Goiânia. 2017. Disponível em: <https://www.geogebra.org/resource/MWAbzkZT/qzQfHAYqhS6dpdXY/material-MWAbzkZT.pdf>. Acesso em 14 de maio de 2018.

HOHENWARTER, Markus; HOHENWARTER, Judith. **Ajuda GeoGebra, Manual Oficial da Versão 3.2**. Tradução e adaptação para português de Portugal: António Ribeiro. 2009. Diponível em <https://app.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf>. Acesso em 14 de maio de 2018.

SOUZA, Uender B. **Guia de Comandos do GeoGebra: Exemplos e desafios**. Projeto do Instituto GeoGebra de Goiás. Goiânia, 2018. Disponível em
<https://www.geogebra.org/m/EeedVvbU>. Acesso em 14 maio de 2018.

VALENTE, J. A. A Espiral da Aprendizagem e as Tecnologias da Informação e
Comunicação**:** Repensando Conceitos. In: Maria Cristina R. Azevedo Joly (Org.). **A Tecnologia no Ensino:** Implicações para a Aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002, p. 1-14.

VAZ, D. A. F. **Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o GeoGebra**. Revista Educativa. Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan./jun. 2012.

CAPÍTULO 15

REFLEXÕES SOBRE A INFLUÊNCIA DE PIAGET NO TRABALHO COM A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS

Bruna Sordi Rodrigues
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)
Dourados - MS

Camila de A. Cabral Romeiro
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Campo Grande – MS

Fernando Rodrigo Zolin
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)
Dourados - MS

Marcelo Salles Batarce
Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS)
Dourados - MS

RESUMO: Ao observarmos a rotina da escola e a prática dos professores, mais precisamente nas aulas de matemática nos anos iniciais, percebemos que, apesar de Jean Piaget ser um nome relevante na formação de professores, não há evidências do uso de sua teoria em sala de aula. Desta forma, apresentaremos neste artigo, em um primeiro momento, uma breve revisão bibliográfica sobre o surgimento de Piaget no Brasil, posteriormente, os resultados da aplicação de um simples questionário no curso de Pedagogia que pudesse sugerir a relevância do trabalho de Piaget no ideário das alunas e por fim, mais uma revisão bibliográfica, desta vez sobre o papel do professor dentro do construtivismo e o trabalho com o erro, visando propor, em um outro momento, o desenvolvimento de uma sequência didática a ser aplicada nas aulas de matemática no 3º ano do ensino fundamental de uma escola estadual.

PALAVRAS-CHAVE: Jean Piaget; Matemática; Anos iniciais.

REFLECTIONS ON THE INFLUENCE OF PIAGET AT WORK WITH MATHEMATICS IN THE INITIAL YEARS

ABSTRACT: When observing the school routine and the practice of teachers, more precisely in mathematics classes in the initial years, we realize that, although Jean Piaget is a relevant name in teacher training, there is no evidence of the use of his theory in the classroom of class. In this way, we will present in this article, in a first moment, a brief bibliographical review on the emergence of Piaget in Brazil, later, the results of the application of a simple questionnaire in the Pedagogy course that could suggest the relevance of Piaget's work in the students and finally, a bibliographical review, this time about the role of the teacher within the constructivism and the work with the error, aiming to propose, in another moment, the development of a didactic sequence to be applied in the classes

of mathematics in the 3rd elementary school year of a state school.

KEYWORDS: Jean Piaget; Mathematics; Early years.

1 I INTRODUÇÃO

Durante minha formação inicial (primeira autora deste artigo) no curso de Pedagogia na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS), tive a oportunidade de estagiar em três instituições de ensino distintas, permanecendo em cada uma delas durante, aproximadamente, um ano letivo. Minha primeira experiência ocorreu quando eu cursava a segunda série do curso, por meio do estágio curricular supervisionado não-obrigatório (atividade opcional), em uma escola particular que oferece desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. A segunda experiência, tratou-se do estágio obrigatório, desenvolvido na terceira série da licenciatura, durante a disciplina Estágio Curricular Supervisionado na Educação Infantil em um Centro de Educação Infantil Municipal (CEIM) que, como o nome já diz, oferece apenas a Educação Infantil. No mesmo ano, porém em períodos distintos, prossegui com a minha terceira experiência de estágio que, assim como a primeira, não era obrigatório.

Neste permaneci em uma escola particular que oferece Educação desde o Infantil até o Ensino Fundamental II.

Ao observar e refletir sobre o dia-a-dia da escola comecei a questionar a distância entre a teoria que eu aprendia no Curso de Pedagogia e a prática que via na escola. Esta mostrava um cenário de práticas e pensamentos bastante rudimentares no que se refere à educação: professores que se limitavam, diariamente, a copiar na lousa e depois recitar o conteúdo “a ser ensinado”, alunos todos enfileirados na posição de receptores de informação, passivos ou distraídos com relação à fala do professor e as atividades propostas, etc...

No terceiro ano do curso de graduação, mais precisamente nas aulas da disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática, tive certeza de que a postura que sempre presenciei estava em contradição com o proposto pelos pesquisadores da área de Educação. Foi então que surgiram dúvidas que se tornaram diretrizes de meu Trabalho de Conclusão de Curso. Este se delineou tendo como objetivo geral conhecer as concepções de ensino que norteiam a prática docente no trabalho com a matemática de professoras da pré-escola e a metodologia por elas utilizada. Esta introdução se faz necessária, pois contextualiza a pesquisa e o surgimento do interesse por este tema.

Ao concluir o trabalho citado, percebi que, muitas vezes, as próprias professoras não sabiam em qual teoria sua prática era respaldada, chegando a afirmar que não se baseavam em nenhuma.

Durante minha formação inicial fiquei com a impressão de que Piaget era um nome fundamental na formação do Pedagogo, principalmente no que se refere à área de matemática. Ao mesmo tempo a prática das pedagogas na escola pareciam distante daquilo que aprendi no curso de Pedagogia. Então para aprofundar a análise foquei o nome de Piaget e formulei as seguintes questões: Afinal, se Piaget é um marco na Educação Matemática, notadamente nas séries iniciais, porque a teoria dele não é tão visível na prática dos professores? Mas se ele não é, porque parece ser nos cursos de Pedagogia?

Resolvi abordar estas questões através de três etapas. A primeira seria uma revisão bibliográfica de pesquisas de cunho histórico que pudessem indicar como foi o surgimento da presença do trabalho de Piaget no Brasil. A segunda seria a aplicação de um simples questionário no curso de Pedagogia que pudesse sugerir a relevância do trabalho de Piaget no ideário das alunas do curso. E a terceira etapa seria o desenvolvimento de atividades a serem aplicadas na escola, fundamentadas no trabalho de Piaget, mais especificamente na valorização do erro em operações matemáticas nos anos iniciais. A proposta era de monitorar as barreiras que surgiriam no processo de implementação da proposta planejada.

Neste momento da pesquisa realizamos parte considerável da etapa 1 e já aplicamos o questionário da etapa 2. A etapa 3 está em desenvolvimento e requer também uma revisão bibliográfica mais aprofundada. Apresentaremos abaixo os resultados parciais das três etapas até o momento.

2 I ETAPA 1 – JEAN PIAGET E A ESCOLA NOVA

Recorrendo à literatura da história da educação, aprendemos, entre outras coisas, que Piaget surge como um desdobramento da escola nova. A escola nova, por sua vez, é um episódio da história da educação moderna.

Com a Revolução Francesa, surgiu a necessidade de alfabetizar a população para que se atingisse a plenitude do Estado e da cidadania. Assim, o melhor instrumento político para que isso ocorresse seria a escola obrigatória, gratuita e comum (VASCONCELOS, 1996).

Desta forma, para alcançar seus objetivos, a educação deveria começar na infância, sendo o mestre a figura central deste processo**:**

> Essa escola, que mais tarde convencionou-se chamar de escola tradicional, organizou-se como uma instituição centrada no professor, que tinha por tarefa transmitir ao aluno o conhecimento científico e cultural acumulado. O professor ensinava a lição e os alunos aprendiam (VASCONCELOS, 1996, p. 12).

A escola tradicional, no entanto, começou a gerar insatisfação, pois nem todos os ingressantes eram bem-sucedidos e seus objetivos de equalização social e consolidação do Estado democrático começavam a mostrar indícios de grandes frustrações e a receber críticas severas.

Durante o início do século XX, surgiu a necessidade de rever as práticas da escola tradicional (LOURENÇO, 1930), pois esta não havia cumprido seus fins desejáveis, anunciados já anos antes. Vasconcelos (1996, p. 13) afirma que “[...] os indivíduos instruídos e ilustrados não haviam sido adequadamente educados para assumir a grande tarefa de cooperação e solidariedade para a construção da nova ordem democrática".

Apesar disso, os novos educadores continuavam afirmando que a educação seria a melhor estratégia para os problemas sociais, porém com mudanças nos métodos. Assim, surge o movimento que se tornou conhecido por escolanovismo.

O Movimento Escola Nova surgiu nas primeiras décadas do século XX, neste contexto de revisão das formas tradicionais de ensino. Segundo Vasconcelos (1996), as críticas escolanovistas à escola tradicional se intensificaram nos conflitos da Primeira Grande Guerra:

> [...] à educação demasiadamente intelectualizada, à educação livresca, à superficialidade do ensino, à ausência da experimentação, ao desconhecimento da psicologia da criança, ao modo formal de ensinar e, principalmente ao fato de que a escola tradicional concentrava o ato pedagógico no professor (1996, p. 14).

Assim, em busca de uma nova metodologia, a biologia e a psicologia infantil começaram a servir de base para as práticas pedagógicas. De acordo com o Vasconcelos (1996), em 1912 surgiu o Instituto Jean Jacques Rousseau, onde Jean Piaget, entre outros pesquisadores, desenvolveu suas pesquisas. O instituto tinha como principal objetivo "iniciar os futuros educadores nos princípios da psicologia" (VASCONCELOS, 1996, p.17), ou seja, a essas novas práticas pedagógicas, que se contrapunham a diversas concepções do ensino tradicional e que buscavam atingir a finalidade política da escola. Estes fundamentos chegaram a nosso país nos últimos anos da ditadura militar, quando houve um grande crescimento de literatura educacional. Segundo Ghiraldelli:

> [...] esse crescimento se deu não apenas pelas necessidades de nossa sociedade, que de fato viu na educação, tanto do ponto de vista qualitativo quanto quantitativo, um problema real, mas também pelo nascimento de um sistema de pós-graduação – mestrado e doutorado – que alimentou a produção acadêmica de teses e dissertações (2006, p. 127).

Ainda segundo o Ghiraldelli (2006), no final da década de 1950 e meados dos anos de 1980, com os programas de pós-graduação, cresceram também os números de textos e publicações na área da educação inspirados por Piaget. Estes foram traduzidos para o português, assim como outros comentaristas estrangeiros e pedagogos que estudavam suas obras.

De acordo com Ghiraldelli (2006), "foi Lauro de Oliveira Lima um dos primeiros a contribuir de forma mais decisiva para que o "escolanovismo piagetiano" fosse divulgado entre nós" tendo como um dos seus livros mais importantes "A escola secundária moderna", que teve sua primeira edição em 1962 chegando até a décima em 1976.

Ghiraldelli (2006, p. 128), afirma que o livro propunha “traduzir para o plano dos procedimentos didáticos as conclusões pedagógicas da teoria de Piaget”. Lima (apud GHIRALDELLI, 2006, p. 129) afirmava que o “piagetianismo – aquilo que ele chamava de metódo psicogenético – assentava-se historicamente no Brasil nas técnicas propostas pela literatura criada ou divulgada por Lourenço Filho e Anísio Teixeira”. Tratava-se, portanto, segundo Oliveira Lima, de uma continuidade em relação ao movimento dos renovadores do ensino e, ao mesmo tempo, de uma modificação, pois a teoria piagetiana colocava o procedimento do professor em “graus maiores” de rigor cientifico.

Apesar de trazer maior embasamento teórico para práticas pedagógicas, os escritos de Lima, embora baseados na epistemologia genética de Piaget, “se desdobraram para o campo das técnicas didáticas, não raro gerando uma amálgama que às vezes beneficiava e às vezes confundia o professor.” Assim, difundiu-se o pensamento equivocado “de que tudo, em educação, se tratava de “técnicas”, fossem quais fossem os pressupostos psico-pedagógicos que as sustentavam”. Por conta desta “confusão”, no decorrer da década de 70, “os escritos em psicopedagogia foram se tornando menos filosóficos e mais técnicos”, o que foi adotado como pedagogia oficial da época (GHIRALDELLI, 2006, p. 129).

Ghiraldelli (2006, p. 130-1), afirma que “o número de publicações no âmbito desse tipo de literatura pedagógica de caráter mais técnico chegou a ser volumoso” e ainda que “o futuro da pedagogia, então, dependia menos de vontade política, de decisões filosóficas, de conflitos assumidos entre posições sociais e, sim, mais de opções por uma racionalidade tecnológica [...]”.

Assim, desta revisão bibliográfica inicial, destacamos as seguintes reflexões:

O movimento da Escola Nova já está completando um século se considerarmos, por exemplo, teóricos tais como Adolphie Ferrière na Europa ou John Dewey nos Estados Unidos, mesmo no Brasil, Lorenço Filho escreveu “Introdução ao Estudo da Escola Nova” na década de 30 do século passado. Um dos fundamentos do Movimento Escola Nova era o princípio do aluno ativo, ou seja, o princípio de que a aprendizagem depende da participação ativa do aprendiz. Notadamente, Piaget (1978), já afirmava na década de 70 do século passado que: “... o que se deseja é que o professor deixe de ser apenas um conferencista e que estimule a pesquisa e o esforço, ao invés de se contentar com a transmissão de soluções já prontas…” (p.15). Apesar disso, diante do cenário observado no dia a dia da Escola Brasileira, é possível se perguntar se não vivemos ainda uma época anterior ao Movimento da Escola Nova.

Estas reflexões intensificam nossas indagações iniciais. Na tentativa de constituir respostas percebemos que a teoria de Piaget não se construiu necessariamente como “solução” de uma necessidade social de nosso país, mas foi importada por pesquisadores da época. No entanto, as demais etapas da pesquisa devem nortear o aprofundamento das reflexões que ainda são iniciais.

3 I ETAPA 2 - QUESTIONÁRIO NO CURSO DE PEDAGOGIA

Ao desenvolver a pesquisa, sentimos a necessidade de verificar a relevância do trabalho de Piaget no ideário das alunas do curso de pedagogia. Para isso, aplicamos um questionário composto por duas perguntas: “Em que ano da graduação você está?” e “Quais os três principais teóricos da educação que lhe vem em mente quando você pensa sobre o seu curso de graduação em pedagogia? (Pense nos mais citados).” As questões foram elaboradas de forma clara e simples para que fosse preservada a espontaneidade das respostas.

O questionário foi aplicado a 59 alunas da segunda, terceira e quarta série na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Dentre essas, apenas uma pessoa deixou a folha em branco.

Jean Piaget foi citado em 45 questionários, ou seja, mais de 75% das respostas. Este foi encontrado com mais freqüência nas respostas das acadêmicas da segunda série da graduação. Outros nomes com números relevantes foram Paulo Freire e Vygotsky.

Ao analisarmos o Projeto Pedagógico do curso, encontramos o nome de Piaget na ementa de apenas duas disciplinas: Psicologia da Educação I e II, ministradas, respectivamente, na primeira e segunda série do curso, as quais teriam como objetivo, entre outros, “conhecer as principais teorias do desenvolvimento físico, emocional, cognitivo e social nas diferentes fases da vida da criança e do adolescente” (2013, p.39) e “apresentar os principais processos psicológicos envolvidos na aprendizagem nas relevantes teorias da área” (p. 48).

Desta forma, percebemos que é possível afirmar que Piaget é um nome que está presente na formação de professores, porém, na maioria das vezes, mesmo que os docentes possuam uma formação inicial onde tenham estudado teorias de aprendizagem, ao chegarem ao campo profissional, são tomados por um “senso pedagógico comum” já existentes nas escolas e acabam reproduzindo uma prática pautada na repetição, principalmente no ensino de matemática, não perpetuando então o que aprenderam inicialmente. (NACARATO, 2013).

No segundo semestre de 2016 pretendemos aplicar uma sequência didática que permita uma atividade onde o aluno seja participante ativo e com base na teoria construtivista desenvolver conhecimentos de matemática a partir do trabalho com o erro nos anos iniciais.

O objetivo é apresentar as dificuldades encontradas e possíveis estratégias metodológicas para adequar a Tendência Construtivista no ensino da matemática a realidade que encontramos ao chegar à escola pública para lecionar nos anos iniciais.

4 I ETAPA 3 - A PRÁTICA DO PROFESSOR E A VALORIZAÇÃO DO ERRO EM UMA ABORDAGEM CONSTRUTIVISTA

Como vimos, Jean Piaget, ao pesquisar o desenvolvimento cognitivo, introduziu uma nova concepção de ensino-aprendizagem no ideário da educação, contrapondo-se ao ensino tradicional, inclusive no Brasil. De acordo com Rosa:

> O modelo tradicional de ensino, ao reduzir o aluno à escravidão dos "pontos" dos programas, segue caminho inverso: delimita e restringe essa capacidade [de pensar]. É possível, no máximo, que possibilite ao professor enriquecer os seus próprios conhecimentos, através da prática narcísica de dar aula para si mesmo. [...] Do fracasso desses modelos é que vem surgindo, com maior ênfase nos últimos tempos, a necessidade de pensar uma nova proposta pedagógica cuja preocupação central seja a inteligência. É nesse contexto que se coloca a importância de dar atenção a perspectiva construtivista (2007, p. 44-5).

Compartilhando da mesma linha de pensamento, Carraro; Andrade afirma que "a concepção construtivista trouxe, por meio de grandes repercussões, modificações às ideias, às práticas pedagógicas dos educadores e ao cotidiano escolar, tornando-se ao longo dos tempos o centro das atenções no âmbito educacional" (2009, p. 262).

Desta forma, podemos perceber que, a partir da epistemologia de Piaget, o construtivismo surge como um renovo, contrapondo-se ao ensino tradicional que é centrado no professor e a aprendizagem pautada em uma mera transmissão de conhecimentos a um ser passivo.

Assim, de acordo com Niemann; Brandoli:

> Os principais pressupostos da teoria epistemológica de Jean Piaget revolucionaram a maneira de conceber o desenvolvimento humano e contribuíram na construção de novas teorias pedagógicas na medida em que o sujeito passa a ser visto como capaz de construir o conhecimento na interação com o meio físico e social (2012, p. 4).

Dentro deste contexto, de revolução de concepções e valorização do conhecimento construído pelo próprio aprendiz, como seria então, a prática do professor?

De acordo com Fiorentini (1995), as obras de Constance Kamii foram fundamentais na propagação das ideias construtivistas. A autora defende que a abstração dos conhecimentos matemáticos é uma construção feita interativamente pela mente através da reflexão, e não obtida de algo já existente nos objetos.

Nesta prática pedagógica, o aluno não é considerado passivo, mas sim ativo, e deve ter o erro visto pelo professor como uma manifestação positiva. Segundo Kamii:

> Considerando que o erro é um reflexo do pensamento da criança, a tarefa do professor não é a de corrigir a resposta, mas de descobrir como foi que a criança fez o erro. Baseado nessa compreensão, o professor pode, muitas vezes, corrigir o processo do raciocínio, o que é muito melhor do que corrigir a resposta (1990, p. 60).

Ainda de acordo com Kamii, não se trata de inventar outro método para alcançar as mesmas metas tradicionais, mas de conceituar novos objetivos, tendo a autonomia do aluno como finalidade da educação, já que "há uma enorme diferença entre uma resposta correta produzida autonomamente com convicção pessoal e uma produzida heteronomamente por obediência" (KAMII, 1990, p. 111).

Sobre isso, Goulart diz que:

> Não é suficiente conhecer a resposta dos alunos a uma situação-problema. É necessário proceder-se à analise dos processos mentais que levam a esta resposta. Pedir ao aluno que verbalize o caminho que percorreu pode ser um bom auxílio para esta compreensão (2000, p. 22).

Como vemos, a prática de aplicar e corrigir exercícios mecanicamente, estabelecendo respostas certas ou erradas, não estimula a autonomia e a criticidade nas crianças, pelo contrário, as obrigam a decorar resultados sem sentidos.

De acordo com Moretto (2003, p. 102) "a característica fundamental desta relação é o processo de interação que se estabelece entre os três participantes dos processos de ensino e aprendizagem em contexto escolar". Estes três participantes que o autor cita diz respeito ao professor, o aluno e o conhecimento. Sendo assim, o professor não deve ser o único detentor do saber, mas sim mediador do aprendizado, mostrando os caminhos e possibilitando que a própria criança produza seu conhecimento.

Além disso, o autor também afirma que "os conhecimentos que os alunos já têm são fundamentais para a aprendizagem de novos" (MORETTO, 2003, p. 105), logo, a prática do professor deve valorizar o conhecimento prévio da criança, a fim de que, a partir do que ele já sabe, assimile uma nova informação:

> Este é um ponto crucial no processo de construção do conhecimento no enfoque construtivista. É preciso que antes de apresentar qualquer novo conteúdo escolar (conceito, definição, fato, procedimento), o professor explore as representações que o aluno já tem sobre o assunto. Elas funcionarão como as "âncoras" para a elaboração das relações com os novos conhecimentos para, assim, estabelecer uma teia de relações entre os vários objetos de conhecimento (MORETTO, 2003, p. 109).

Pirola (2010, p. 38) afirma que "em síntese, um ensino de Matemática alicerçado na teoria de Piaget é aquele que considera o aluno como um co-construtor do conhecimento matemático, no qual professor e aluno atuam de modo interativo". Ou seja, de forma que exista uma relação de igualdade, descentralizando do professor o papel de único detentor do saber.

De acordo com Rosa (2007, p. 92) "as contribuições de teóricos construtivistas [...] mais do que nunca precisam ser apropriadas pelos educadores comprometidos com a mudança da educação brasileira, no sentido de torná-la mais humana e democrática". Entretanto, isso só será possível quando a teoria se incorporar cotidianamente na prática de professores e professoras da educação infantil e dos anos iniciais.

5 I CONCLUSÕES FINAIS

Este artigo apresenta resultados parciais de três etapas de uma pesquisa de Pós Graduação, Mestrado Profissional. A primeira etapa teve como objetivo apresentar uma breve revisão bibliográfica sobre a introdução das ideias de Piaget no Brasil, ficando explícito, a partir de autores como Lourenço (1930), Vasconcelos (1996) e Ghiraldelli (2006), que este teve uma forte relação com a escola nova, a qual se contrapõe ao ensino tradicional. Assim, é possível perceber que sua teoria não surgiu como uma necessidade da sociedade brasileira, mas foi importada por pesquisadores brasileiros através de programas de pós-graduação, o que intensifica nossas reflexões acerca de que vivemos hoje, na Escola Brasileira, um cenário de práticas anteriores ao Movimento da Escola Nova, como se esta não houvesse "atingido" o Brasil.

Já na etapa 2, apresentou-se os resultados da aplicação de um questionário no curso de Pedagogia que pudesse sugerir a relevância do trabalho de Piaget no ideário dos acadêmicos. A ocorrência do nome de Piaget consta em mais de 75% dos respondentes, o que evidencia que Piaget está presente na formação do pedagogo atual.

Na etapa 3, apresentou-se novamente uma revisão bibliográfica, desta vez a fim de discutir a prática do professor e a valorização do erro em uma abordagem construtivista.

Neste, tornou-se evidente que mais que decorar, o aluno precisa construir seu próprio conhecimento e para que isso ocorra, o professor deve ser um mediador e não o único detentor do saber. Neste contexto, a valorização do erro se faz importante porque demonstra o pensamento da criança, os caminhos que ela percorreu até ali. Compreender isso permite ao professor corrigir o processo de raciocínio, sendo mais eficaz do que simplesmente fazer o aluno decorar a resposta correta. No próximo semestre intentamos implementar uma tal prática em sala de aula, neste processo pretendemos identificar as barreiras das rotinas escolares para efetivação de práticas e princípios construtivistas na escola pública Brasileira.

REFERÊNCIAS

CARRARO, Patricia Rossi; ANDRADE, Antônio dos Santos. **Concepções docentes sobre o construtivismo e sua implantação na rede estadual de ensino fundamental**. Revista Semestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional (ABRAPEE) * Volume 13, Número 2, Julho/Dezembro de 2009.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil**. Zetetike, Campinas, v. 3, n. 2, p. 1-36, 1995. Disponível em:<https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/view/2561>. Acesso em: 02 jun 2015.

GHIRALDELLI, Paulo Jr. **História da Educação Brasileira**. São Paulo: Cortez, 2006.

GOULART, Iris Barbosa. **Piaget:** experiências básicas para utilização pelo professor. Petrópolis: Editora Vozes, 2000.

KAMII, Constance. **A criança e o número:** Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos/ Constance Kamii; tradução: Regina A. de Assis – 11ª Ed. – Campinas, SP: Papirus, 1990.

LOURENÇO FILHO M.B. **Introducção ao estudo da Escola Nova**. São Paulo: Cia. Melhoramentos, 1930 (Bibliotheca da Educação, v. XI).

MORETTO, Vasco Pedro. **Construtivismo:** a produção do conhecimento em aula. 4. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

NACARATO. Adair Mendes. **Práticas docentes em Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**/ Adair Mendes Nacarato (organizadora) – 1. ed. – Curitiba: Appros, 2013.

NIEMANN, Flávia de Andrade; BRANDOLI, Fernanda. **Jean Piaget**: um aporte teórico para o construtivismo e suas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem da Língua Portuguesa e da Matemática. IX anpedsul. Seminário de pesquisa em educação da região sul. 2012.

PIAGET, Jean. **Para Onde Vai a Educação?** São Paulo: Editora Bisordi LTDA, 1978.

PIROLA, Nelson Antonio; AMARO, Fernanda de Oliveira Taxa (Orgs). **Pedagogia Cidadã:** cadernos de formação: Educação Matemática. São Paulo: UNESP, Pró-Reitoria de Graduação, 2006.

ROSA, Sanny S. da. **Construtivismo e mudança**. São Paulo: Editora Cortez, 2007.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MATO GROSSO DO SUL. **Projeto Pedagógico de Pedagogia** - Licenciatura. Dourados, 2013.

VASCONCELOS, M. S. A Difusão das Idéias de Piaget no Brasil. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1996.

CAPÍTULO 16

PRÁTICAS DE PESQUISA PARA A FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Simone Simionato dos Santos Laier
UFMT – Instituto de Ciências Naturais, Humanas e Sociais
Sinop – MT

Elisangel Dias Brugnera
UNEMAT – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas
Sinop – MT

RESUMO: Este texto visa refletir sobre a importância da introdução de práticas de pesquisa em Educação para a formação inicial de professores na Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática. Foram exploradas abordagens metodológicas que oportunizassem a iniciação a práticas de pesquisa, com o objetivo de produzir conhecimentos técnicos para estruturarem estudos em Educação, Ciências e Matemática. Por meio de ações que envolveram leituras dirigidas, problematizações sobre o ensino de ciências e matemática e elaboração de propostas de pesquisa, foi possível oferecer um referencial para a construção do que chamamos de conhecimento técnico-instrumental, necessário para estudos que se tornariam uma pesquisa. Para os acadêmicos, as leituras são importantes aportes na construção de conceitos e definições sobre os temas escolhidos, e ainda, conhecer técnicas instrumentais de pesquisa que podem auxiliar na organização das ideias. A elaboração das propostas das pesquisas foi organizada durante a disciplina de Seminário de Práticas Educativas e as avaliações foram satisfatórias, quando se considerou o domínio de alguns procedimentos a partir do que foi explorado no decorrer das aulas. O delineamento dos trabalhos contemplou escolhas metodológicas que se adequavam a cada estudo, e isso foi possível a partir de discussões sobre metodologia e procedimentos de pesquisa em educação, voltadas à Educação em Ciências e Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Pesquisa. Práticas Educativas. Conhecimento técnico-instrumental.

PRACTICES OF RESEARCHING TO INITIAL FORMATION OF SCIENCE AND MATHEMATIC TEACHERS

1 I INTRODUÇÃO

No Curso de Ciências Naturais e Matemática – LCNM da Universidade Federal de Mato Grosso – Campus de Sinop; das disciplinas presentes em sua matriz curricular, podemos discutir especialmente: **Estágio Supervisionado**, que comtempla a observação, planejamento e regência das disciplinas de Ciências e Matemática; **Tendências em**

Educação Matemática, em que são promovidas discussões acerca de didática e metodologias para o Ensino da Matemática; **Seminário de Práticas Educativas**, que proporcionam aos acadêmicos a oportunidade de unir as tendências estudadas com o estágio supervisionado, além de possibilitar o exercício da prática de pesquisa.

Essas disciplinas fazem parte do eixo temático "Instrumentalização para a Prática Pedagógica" e são trabalhadas do primeiro ao oitavo semestre, com o objetivo de integrar as discussões sobre a prática docente, não semente nos momentos de estágio curricular obrigatórios, mas também em atividades que promovam reflexão sobre a prática, e principalmente a introdução do futuro professor no universo da pesquisa em educação.

Quando passamos a entender a formação de professores como "a preparação e emancipação profissional do docente para realizar a crítica" considerando um ensino que promova uma aprendizagem significativa nos alunos; que possibilite entender seu papel fundamental para a ação e inovação em suas práticas; identifica-se a necessidade do que Garcia (1999) trata como um princípio da formação de professores, com a ideia de "integrar a formação de professores em processos de mudança, inovação e desenvolvimento curricular" (p. 27).

Sobre um conhecimento a ser desenvolvido no professor, que preze pelo dinâmico, contextualizado e diferente do conhecimento de especialistas da disciplina; um caminho pautado na construção do pensamento para o contexto escolar é parte integrante deste e inclui, entre outros, compreensão sobre os estilos de aprendizagem dos alunos, seus interesses, necessidades e dificuldades, além de um repertório de técnicas de ensino e de competências de gestão de sala de aula. Isso tudo pode ser explorado com pesquisas que aprofundem os debates sobre estes contextos e mostram que as atividades associadas à dimensão prática desempenham papel central nos cursos de formação de professores.

Assim, no Curso de LCNM, uma das prioridades a serem asseguradas no que é apresentado no Projeto Político Pedagógico (PCC) são as componentes que constituem o currículo de formação, e não apenas as denominadas pedagógicas. Estas devem ter sua dimensão prática; que consideram impreterivelmente um espaço específico de aprofundamento teórico de diferentes aspectos do Ensino de Ciências Naturais e Matemática na educação básica.

Neste sentido, a existência de atividades em que conhecimentos teóricos e conhecimentos práticos sobre pesquisas em Educação em Ciências e Matemática sejam postos em discussão, contribui para atingir os objetivos de um processo formativo que fará o futuro professor integrar o conhecimento sobre ensino e aprendizagem com o conhecimento na situação de ensino e aprendizagem.

Faremos assim, a construção de uma sequência de discussões que pode servir como um exercício de reflexão sobre alguns aspectos voltados a práticas de pesquisa, considerando a importância de formar professores com conhecimentos necessários para a pesquisa em Educação em Ciências e Matemática.

A preocupação em permear esse debate funda-se na necessidade de prover princípios de sistematização para a pesquisa em Educação, no contexto do curso, uma vez que fazemos parte de um grupo que atende uma região com escassez de professores de Ciências e Matemática; e participamos do Programa de Pós-Graduação da Rede Amazônica de Ensino de Ciências e Matemática, que busca contribuir para a produção de novos conhecimentos, para a melhoria dos cursos de Licenciaturas da área e consequentemente, para a melhoria da Educação Básica e para o desenvolvimento sustentável da Região Amazônica.

A formação inicial é um momento expressivo para o desenvolvimento dos conhecimentos da profissão docente, e assim, deve contemplar o desafio de propor uma experiência significativa aos acadêmicos. Uma pesquisa científica remete à necessidade de apropriação de um conhecimento que seja base para investigações no campo da Educação em Ciências e Matemática. Assim, a formação para a pesquisa passa a ter um fundamento lógico; uma vez que para Sánchez Gamboa (2013) todo método implica uma teoria da ciência e a organização e sistematização de procedimentos contribui para "a compreensão da especificidade do conhecimento científico e para o aprimoramento das fases iniciais do planejamento da investigação científica" (p. 16).

Ainda temos que considerar a articulação da pesquisa com a prática do trabalho docente na formação inicial de professores, pois tem importância na comunidade educativa, com uma atitude de reflexão sobre essa prática, "não apenas antes, em sua preparação, mas também durante o seu desenrolar e depois dele, procurando extrair elementos que ajudem a melhorá-la" (LÜDKE et. al., 2001, p. 11).

> Os formadores de professores podem, a partir do ensino superior, fazer muito para apoiar e manter o crescimento de uma cultura profissional e reflexiva nas escolas, que leve consigo a promoção da autorreflexão metodológica, essencial para resolver os dilemas da investigação interna, de maneira que transforme a cultura profissional, em vez de reforçar seus valores e suas normas tradicionais (ELLIOTT, 1991 citado por LÜDKE, 2001, p. 14).

Nessa premissa, consideraremos importante introduzir na formação inicial, ferramentas teóricas e metodológicas para um profissional que pensa e reflete sobre as questões de ensino, e isso os leva a problematizar, perguntar e pesquisar.

2 I PERGUNTAS E RESPOSTAS

> "Eu quero saber, porque o gato mia?....
>
> Verde por fora, vermelho por dentro, ..., é a melancia...
>
> Eu quero saber, não quero dormir....
>
> O que está acontecendo?...eu vou descobrir..."[1]

1 Trecho da música de abertura do desenho infantil "Show da Luna", que tem o objetivo de trazer discussões que levem à alfabetização para a ciência e fenômenos da natureza. Em cada episódio a personagem explora questões cotidianas que a fazem questionar sobre os porquês das coisas que a rodeiam.

O trecho acima, por mais que pareça não ter sentido para o que queremos discutir neste texto, retrata um espírito de investigação, que muitos de nós não desenvolvemos. Metaforicamente, no "*eu quero saber",* temos a noção de que só se busca o conhecimento de algo, a partir de dúvidas, de coisas que não sabemos; e aí surgem as perguntas. No "*não quero dormir"* e "*o que está acontecendo, eu vou descobrir..."* podemos enxergar a necessidade de não se acomodar diante de algo que nos faz ter dúvidas, ou que mostra a necessidade de mudanças. Isso é o ponto de partida para qualquer pesquisa: a pergunta, os problemas, os caminhos para as descobertas e para as respostas etc.

No campo de toda investigação, falando de pesquisas científicas, existem ferramentas e procedimentos próprios que se tornam elementos básicos para a produção de conhecimento. Um modo concreto de se propor uma investigação é a elaboração de um projeto, de maneira que:

> Os projetos de pesquisa se caracterizam por organizarem os procedimentos necessários para a elaboração do conhecimento científico sobre objetos, fenômenos e problemas concretos, localizados no mundo da necessidade humana. O mundo da necessidade, por ser, complexo, aberto e desafiante, exige procedimentos que, além de serem sistematizados e rigorosos, também precisam ser espaços, dinâmicos e abertos à criatividade e à inovação. Nesse sentido, durante muitos séculos, a humanidade, em diversos estágios de seu desenvolvimento, vem realizando um esforço histórico para a compreensão dos elementos fundamentais dos conhecimentos e da heurística que os diversos caminhos da ciência apresentam para permitir esse jogo entre a sistematização e a inovação, o rigor e a criatividade (SÀNCHEZ GAMBOA, 2013, p. 29).

Esses procedimentos mencionados pelo autor, compreendem desde a delimitação dos fenômenos, localização de problemas, sua transformação em questões e perguntas, até os processos relacionados à elaboração das respostas. Apesar de toda esta esquematização culminar em teorias do conhecimento e discussões que adentram a Epistemologia; Sánchez Gamboa adota elementos básicos aos primeiros passos de uma pesquisa trazendo a perspectiva de Bachelard, que considera a relação simples entre dois elementos básicos para que um conhecimento seja produzido e esses dois elementos constroem o que pode ser entendido como a "resposta a uma pergunta".

Então, antes mesmo de sistematizarmos alguns pontos importantes sobre procedimentos técnicos-instrumentais[2] a serem adotados para iniciar uma pesquisa, vamos falar de perguntas (dúvidas) feitas pelos alunos, ao fazermos com que eles se deparem com questões envolvidas com a Educação Matemática.

O Contexto da elaboração deste texto envolveu experiências durante os momentos em que a disciplina de Seminário de Práticas Educativas III foi ministrada. Antes de apresentarmos as considerações tecidas sobre o que foi produzido nas

2 Chamaremos de procedimentos técnico-instrumentais aqueles pertinentes à metodologia do trabalho científico, tratada durante a disciplina, para que os estudantes pudessem esquematizar suas propostas de estudo.

aulas, é importante situar o leitor sobre o que o Curso pretende com essa componente curricular, e como ela foi pensada para a formação profissional. Primeiro entendemos que "a atividade prática, se não orientada por uma intenção e sem a reflexão teórica, se não conduzida a partir de um projeto, esclarecido pela teoria, mantém-se mecânica, cega, sem direção e, por isso, desnecessária e sem eficácia" (TANURI et al, 2003, p. 224).

O Curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática mantém uma proposta de formação das práticas educativas com ações integradas à dimensão prática, e o Projeto Pedagógico estabelece para a operacionalização do mesmo, três núcleos, Seminário de Práticas Educativas, Estágio Supervisionado e Atividades Complementares, que deverão estabelecer a plena articulação entre as atividades de formação específica e pedagógica.

Entendendo um conjunto de atividades ligadas à formação profissional e voltadas para a compreensão de práticas educacionais distintas dos fazeres e saberes da profissão docente, o Seminário de Práticas Educativas é uma componente curricular obrigatória na estrutura global do Curso de Licenciatura Plena em Ciências Naturais e Matemática; e constitui-se num ambiente de produção e exposição de resultados, projetos de investigação, projetos de ensino e desenvolvimento de materiais didáticos e de apoio ao ensino que resultarem das ações executadas no decorrer dos cursos. São 06 (seis) disciplinas de Seminários que compõem uma estrutura para atender aos objetivos das práticas educativas, trabalhadas dos módulos de I a IV.

No módulo III, em específico, o objetivo do Seminário de práticas educativas é pautado no processo de ensino-aprendizagem; contextualização e Resolução de Problemas no Ensino de Ciências e Matemática. Assim, a condução das discussões é feita com o propósito de que os alunos pensem no estudo e desenvolvimento de experiências de contextualização e problematização no ensino de Ciências e Matemática frente às diferentes concepções sobre o processo de ensino-aprendizagem.

A finalização da disciplina culmina na apresentação de Seminários à comunidade acadêmica; que mostra resultados da pesquisa inicial por eles desenvolvida, no decorrer do semestre. Para a realização da disciplina, algumas etapas foram previamente planejadas para que os estudantes pudessem pensar em uma proposta de estudo e assim, elaborar um projeto inicial.

2.1 As perguntas...

A disciplina foi iniciada com um exercício em que solicitado aos alunos, após a apresentação da turma, que, individualmente, fizessem perguntas relacionadas ao universo do Ensino de Ciências e Matemática. O que chamou a atenção foi o fato de que uma tarefa, aparentemente, simples pudesse transparecer dificuldades. É engano pensar que fazer perguntas é fácil. Primeiro, porque não estamos falando de quaisquer perguntas; segundo, por que os alunos apesar de terem dúvidas, mostraram não saber sistematizar perguntas que levam a uma proposta de pesquisa.

> As perguntas são as locomotivas do conhecimento, daí sua importância nos projetos de pesquisa. É possível afirmar que o essencial de um projeto de pesquisa é a problematização da necessidade e sua transformação em questões e perguntas. [...] A capacidade heurística da pergunta destaca-se como a parte dinâmica que potencializa a construção histórica dos conhecimentos (SÁNCHEZ GAMBOA, 2013, p. 86-89).

A importância de “saber perguntar” é o primeiro pressuposto para a construção e qualificação de uma pesquisa. Sánchez Gamboa aponta que uma das maiores dificuldades em relação aos projetos de pesquisa, está na elaboração das perguntas que motivam uma investigação. Isso reflete da formação recebida na escola, que “não favorece o desenvolvimento desse potencial” (p. 92). Deste modo, fomos surpreendidos com a dificuldade que os alunos evidenciaram em formular perguntas.

Então, para que tomássemos como ponto de partida na disciplina, a capacidade de os alunos formularem perguntas, alguns artigos sobre Problematização no Ensino de Ciências e Matemática foram lidos e discutidos, para que os mesmos tivessem a compreensão de que seguir alguns pressupostos na elaboração do projeto é primordial, essencialmente na fase de construir perguntas. Trabalhando com o esquema abaixo, foi possível situar alguns fundamentos para a construção inicial de uma pesquisa científica.

O mundo concreto da necessidade: **OBJETO**	→	Nesse primeiro momento os alunos passaram a entender por meio das leituras dos artigos, algumas realidades do Ensino em Ciências e Matemática, para que pudessem ter ideias do que seriam temas interessantes para iniciar um exercício de questionamentos sobre o trabalho que iriam desenvolver para a disciplina.
A capacidade transformadora do homem. **SUJEITO**	→	A partir da compreensão de algumas abordagens, conseguiram perceber como a fundamentação dos estudos e a escolha dos temas são questões essenciais, que eles mesmos deveriam desenvolver, e que um bom estudo é pautado em resultados positivos a partir de questionamentos sobre o Ensino.
O processo: conhecer para transformar (**PRÁXIS**: relação ação-reflexão-ação; relação da prática-teoria-prática)	→	Conhecidas algumas discussões, passaram para uma etapa importante da elaboração do trabalho da pesquisa, que foi a observação e reflexão das situações que envolvem o Ensino de Ciências e Matemática.
A forma sistematizada do conhecimento (como método) sobre o mundo concreto: **PESQUISA CIENTÍFICA**	→	Nesse momento, as ideias e reflexões são organizadas e sistematizadas na forma do projeto, que sumariza as intenções do estudo.

Quadro 1: Abordagens trabalhadas para compreensão de procedimentos técnico-instrumentais de práticas de pesquisa.

Fonte: Adaptado de Sánchez Gamboa (2013, p. 94).

Feito isso, os alunos passaram a tentar formular questionamentos que posteriormente se tornariam um problema inicial de pesquisa. Foram formuladas perguntas subliminares, em que respostas não aparecem claramente. “Nesse sentido, o problema que se coloca ao professor é de caráter prático, de criar com os alunos o hábito e a virtude 'de perguntar e de espantar-se'." (p. 93, destaque do autor).

Ao se tratar especificamente do ensino de Ciências e Matemática, os alunos se deparam com uma com o saber paradigmático – matemática, biologia, física, química (RICARDO, 2003); trazendo consigo possíveis explicações para os fenômenos e também concepções alternativas ou espontâneas para as práticas e estratégias de ensino.

Buscar essas discussões é o que entendemos por problematizar, e Bachelard (1977) nesse contexto, destaca a importância que se deve atribuir à compreensão de conhecimentos que se originam de problemas, ou melhor, da busca de soluções para problemas consistentemente formulados. Mas esses problemas precisam ser formulados, pois não surgem sozinhos. Assim, promover a aprendizagem a partir da problematização é propor a realização de estudos de um ou mais temas que devem dirigir o olhar para a observação de situações de seu meio, de modo a levantar dúvidas e problemas (GODEFROID, 2010).

Eram dezoito estudantes que se dividiram e elaboraram onze temas para a produção dos trabalhos de seminários. Com os temas pensados, surgiram as primeiras perguntas, que após debaterem nas aulas, chegaram à pergunta final que deu direcionamento à elaboração das demais etapas do estudo. Podemos verificar o tema e pergunta finais no quadro 2:

Tema do Trabalho	Pergunta elaborada
G_1 (2 acadêmicos) – O ENSINO DE FÍSICA E DIFICULDADES DISCUTIDOS NA DIMENSÃO FILOSÓFICA DE ADORNO	Como os obstáculos no ensino de conceitos introdutórios de física podem ser analisados segundo a perspectiva de Adorno?
G_2 (2 acadêmicos) – PROGRAMA MAIS EDUCAÇÃO: ALGUMAS AÇÕES E RESULTADOS	Como as ações do Programa Mais Educação contribuem para o desenvolvimento dos alunos?
G_3 (1 acadêmico) – APRENDENDO FRAÇÕES: IDEIAS E REFLEXÕES	Os materiais concretos auxiliam no ensino de conceitos iniciais de frações e suas operações?
G_4 (2 acadêmicos) – DIFICULDADES E METODOLOGIAS PARA LECIONAR MATEMÁTICA PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA AUDITIVA	Quais as principais dificuldades enfrentadas pelos professores em lecionar para alunos com deficiência auditiva, nas escolas?
G_5 (1 acadêmico) – OS JOGOS DIDÁTICOS COMO METODOLOGIA NO ENSINO DE CIÊNCIAS	O jogo didático poderia ser considerado um recurso metodológico para melhorar o ensino de Ciências?
G_6 (1 acadêmico) – A UTILIZAÇÃO DE LABORATÓRIOS DE INFORMÁTICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA, NAS ESCOLAS PÚBLICAS DE ENSINO FUNDAMENTAL DE SINOP-MT	Quais obstáculos geram a resistência ao uso dos laboratórios de informática, considerando os recursos computacionais que são disponibilizados aos professores para o ensino da matemática e como o uso de tecnologias interfere no processo ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos?
G_7 (1 acadêmico) – UM ESTUDO SOBRE A ABORDAGEM DE BIOMAS NO LIVRO DIDÁTICO E SEU ENSINO: APONTAMENTOS SOBRE A INTERDISCIPLINARIDADE	Como a interdisciplinaridade aparece quando os conteúdos de biomas surgem nos livros didáticos do ensino fundamental?

G_8 (1 acadêmico) – CONTEXTUALIZANDO MATEMÁTICA NA HORTA ESCOLAR	Como uma atividade de desenvolvimento de uma horta escolar pode explorar conteúdos de matemática contextualizados?
G_9 (2 acadêmicos) – O ENSINO DA ESPECTROSCOPIA: EXPLORANDO POSSIBILIDADES	Como a espectroscopia é abordada nos livros didáticos para o ensino fundamental?
G_{10} (2 acadêmicos) – REJEIÇÃO À MATEMÁTICA	Quais as principais causas que levam o aluno a rejeitar a matemática?
G_{11} (3 acadêmicos) – PLANO CARTESIANO E SUAS ABRANGÊNCIAS	Que abordagens são possíveis para explorar o conteúdo de plano cartesiano no ensino fundamental, para complementar o que é apresentado no livro didático?

Quadro 2: temas propostos e perguntas elaboradas pelos estudantes.

Fonte: organizado para a disciplina.

Esse ponto do trabalho só foi possível após um exercício de confrontar as perguntas apontadas pelos alunos, com as possibilidades de respostas. Assim, esta etapa também não fácil, pois mais uma vez, percebeu-se que o “fazer perguntas” não é tão fácil, na perspectiva de uma pesquisa, “a compreensão da relação dialética entre perguntas e respostas é fundamental para entender seu lugar e sua importância na pesquisa científica. Pergunta e resposta são dois elementos opostos que se negam mutuamente.” (SÁNCHEZ GAMBOA, 2013, p. 95). Isso quer dizer que uma boa pergunta não traz consigo uma resposta imediata. Caso contrário, há a superação do problema se a resposta for claramente identificada. Pode até existir caminhos para que a resposta seja obtida, mas isso levará a um estudo mais aprofundado do tema.

A próxima etapa compreendeu a construção do estudo a partir da pergunta, sistematizada da seguinte forma:

- Situar o problema levantado pela pergunta – em relação ao contexto onde será estudado (local e sujeitos);
- Indagar sobre a potencialidade da pergunta – dúvida, suspeita e questionamentos que levam à percepção de que realmente um problema está sendo estudado;
- Sistematizar as etapas do estudo – pensar na teoria que fundamentará as discussões às voltas do tema, identificar possíveis indicadores que justifiquem a escolha, planejar as ações para que a busca pelas respostas seja feita.

Assim, feita a pergunta e identificadas as possibilidades de dar prosseguimento ao estudo; o projeto deveria ser construído para a elaboração das considerações que levem a uma resposta.

2.2 Abordagens sobre métodos para práticas de pesquisa

Trabalhou-se com os alunos alguns conceitos básicos de métodos para uma pesquisa cientifica, não com o propósito de aprofundar esse campo da metodologia, mas sim como maneira de facilitar o trabalho dos alunos na organização do estudo que realizariam para debater os temas.

O princípio dos estudos em educação é pautado na pesquisa qualitativa, e utilizou-se a abordagem de Bogdan e Biklen (1994); pois esta estabelece estratégias e procedimentos que permitem considerar as experiências do ponto de vista do informador. Seu processo de condução reflete uma espécie de diálogo entre quem investiga e o que está sendo investigado.

Para estabelecer uma lógica dos trabalhos, foi proposto que escrevessem o texto sobre o estudo seguindo alguns aspectos pré-estabelecidos; em que os alunos deveriam contemplar os níveis quem envolvessem a construção de:

- Fundamentação teórica sobre o tema: apresentando principais autores que discutem o assunto, os fenômenos envolvidos, conceitos básicos, etc. De certo modo, essa etapa ofereceria um caráter de cientificidade ao estudo, para tentar justificar sua importância;
- Estruturação metodológica: que identifica os passos, procedimentos e maneiras de abordar e tratar o tema estudado. Nesse momento foi apresentado aos estudantes um panorama geral das metodologias de pesquisa (qualitativa e quantitativa, apresentando suas principais variações e tipologias);
- Sistematização técnica da instrumentação do estudo: explicando os processos pelos quais os dados poderiam ser obtidos, organizados e apresentados.

Outro aspecto explorado para auxiliar os alunos na produção do seminário final foi sobre a elaboração dessa modalidade de trabalho científico. Nestas aulas discutiu-se:

- **Conceitos e finalidades do seminário:** considerando que esta é uma técnica de estudo que inclui pressupostos iniciais de uma pesquisa científica, estudos e debates;
- **Objetivos do seminário:** no sentido de esclarecer aos estudantes que essa atividade pode contribuir para revelar aptidões para a pesquisa, indicar caminhos metodológicos para a utilização de instrumentos, e o mais importante, desenvolver a interpretação crítica de trabalhos já produzidos sobre o tema;
- **Modalidades do seminário:** que estão diretamente ligadas com os objetivos;
- **Exploração do tema:** que no caso da disciplina, era pautado pela problematização no ensino de Ciências e Matemática;
- **Roteiros:** auxiliou os alunos a organizarem os trabalhos, para intensificar

cada atividade e etapa do estudo;

- **Normas para apresentação escrita e oral:** os alunos identificaram a importância da elaboração de um texto que contemplaria elementos de um projeto inicial de pesquisa; e este subsidiaria a elaboração de uma apresentação oral. Para orientar sobre a apresentação oral, foi esclarecido sobre elementos indispensáveis como os aspectos do conteúdo apresentado – domínio do assunto, clareza no que seria exposto; adequação ao tempo de apresentação; sequência lógica da apresentação.

É oportuno esclarecer que não foi intenção oferecer uma disciplina de metodologia de pesquisa, mas a partir de abordagens básicas, indicar caminhos que facilitariam o trabalho dos estudantes na elaboração do estudo e produção do seminário. Assim, justifica-se também não aprofundarmos o assunto neste texto.

2.3 As considerações dos alunos

A cada dia era feito o registro no caderno de aula, em que as falas dos estudantes eram anotadas para futuras discussões. Além das anotações feitas pela professora, tínhamos os textos produzidos durante as aulas, com relatos sobre como cada aula pode contribuir para a elaboração do trabalho do Seminário. Deste modo, apresentaremos alguns trechos que indicam as ideias dos alunos, a partir dos registros do caderno, bem como dos textos por eles entregues. Identificaremos como RC os fragmentos extraídos dos registros do caderno, e T os extraídos dos textos produzidos. Como foram onze grupos formados para elaboração dos seminários, trataremos de G_1, G_2, G_3, ... G_{11} a fim de identificar de quem é o fragmento.

Os alunos identificaram a partir do que foi explorado nas aulas, que leituras podem e devem ser utilizadas para o aprendizado e desenvolvimento desde a observação e descrição na problematização dos temas escolhidos.

As escolhas dos temas e elaboração das perguntas foi facilitada a partir do estudo de artigos que problematizavam tópicos do ensino de Ciências e Matemática. É plausível dizer que as teorias aproximam suas compreensões de modo mais elaborado, e ampliam ideias de investigação científica. Percebemos isso a partir da manifestação dos acadêmicos em relação à importância das aulas em que artigos foram direcionados para a leitura, de acordo com o tema escolhido pelo grupo – quadro 3.

Grupo	Registro	Fonte
G1	*Foi possível identificar nos artigos lidos que as bases filosóficas podem servir de discussão para discutir as dificuldades enfrentadas pelos professores, pois elas dão um embasamento teórico que consolida a formalização do que queremos falar. Sabíamos que existem obstáculos enfrentados pelos professores, mas não que haviam teorias que nos dessem suporte para isso.*	T
G3	*Até sabia que as dificuldades em se aprender frações existiam, mas a leitura dos artigos mostrou como eu poderia abordar o tema e como escolheria os materiais para elaborar meu seminário.*	RC

G4	*A inclusão no Brasil está em processo inicial, e é preciso que haja mudanças na prática, já que na "teoria" tudo acontece de forma correta. E para isso, são necessários professores qualificados, estrutura física adequada, metodologias inovadoras que possam ser aplicadas tanto para alunos surdos, quanto para alunos ouvintes, ou seja, para que essa inclusão aconteça é preciso que alunos, e professores saibam Libras, só então, irá acontecer a verdadeira inclusão. Foi isso que identificamos nos artigos lidos, e foi muito produtivo para que pudéssemos fundamentar teoricamente nosso texto e justificar a escolha do tema.*	T
G5	*Estava em dúvida se abordaria ou não o tema do ensino de ciências com jogos. A partir das leituras realizada observei que os jogos poderiam ser utilizados como recursos didáticos no ensino, pois além de proporcionar o aprendizado poderia também levar os alunos a uma convivência mais sociável e torna a sala de aula um ambiente mais prazeroso. Assim, só tive que escolher uma turma, um conteúdo e elaborar um jogo para aplicar e coletar as informações para apresentar o seminário*	T
G7	*Não fazia ideia de como analisar livro didático envolvia tanta teoria. Mas pelas leituras consegui entender como me organizar para escolher os livros e os aspectos que seriam analisados.*	RC
G8	*Eu achava que não seria possível elaborar um seminário sem aplicar alguma coisa em sala de aula, sem ter dados. Mas pelos artigos que a professora indicou pude ver que estudos bibliográficos podem sim serem produzidos para uma pesquisa, e isso me ajudou muito para fazer meu trabalho.*	RC
G10	*A partir das fontes bibliográficas que estudamos podemos concluir que fatores que levam a rejeição à Matemática podem estar associados aos alunos, considerando sua renda familiar, a escolaridade de seus pais, seus hábitos de estudos e às impressões que têm da Matemática e do professor [...] Conhecendo as principais causas da rejeição dos alunos à disciplina de Matemática pudemos elaborar nosso questionário e foi possível fazer uma intervenção com uma turma para identificarmos como a rejeição apareceria naquele contexto.*	T
G11	*Nós não conhecíamos até então utilizações para o plano cartesiano no cotidiano. Estas leituras nos proporcionaram uma visão ampla da matemática e suas abrangências. Pudemos nos aprofundar no que mais nos identificamos e gostamos. O estudo da matemática pode ser diferente com aplicações de fatos cotidianos o jeito de estudar muda assim como os tempos.*	T

Quadro 3: Registro dos acadêmicos em relação à importância das leituras para elaboração dos trabalhos.

Fonte: Produções de aula.

As atividades foram avaliadas como satisfatórias pelos estudantes, que perceberam a possibilidade de continuarem com os estudos, inclusive nas Práticas de Ensino e Estágio Supervisionado. Com a sistematização dos métodos básicos de pesquisa, puderam se dedicar à elaboração de proposta de estudos e para projetos a serem desenvolvidos no âmbito das atividades relacionadas ao Ensino de Ciências e Matemática. Seus relatos mostraram que, sem uma sistematização de ideias e etapas para a pesquisa, a conclusão dos trabalhos seria mais difícil, conforme mostra o quadro 4 abaixo.

Grupo	Registro	Fonte
G2	*Esse semestre foi muito produtivo com as aulas de Seminário III, estudar metodologias de pesquisa e normas para elaboração de trabalhos científicos abriu nossos horizontes. Não fazíamos ideia de tudo que uma pesquisa precisa para ser feita.*	RC
G3	*O estudo que fizemos sobre a importância das perguntas para elaborar uma pesquisa me mostrou que não podemos deixar de estudar metodologia e técnicas de pesquisa. [...] Não sabia que isso faria tanta diferença.*	RC
G4	*O roteiro que a professora fez para produzirmos o texto foi excelente, pois não teríamos conseguido produzir um texto com uma sequência lógica que obedecesse aos padrões para a elaboração de um projeto inicial.*	RC
G6	*Se tivesse visto sobre as técnicas de elaboração de seminário nas disciplinas anteriores certamente estaria mais amadurecida neste aspecto e saberia como lidar com as questões.*	RC
G8	*As aulas aumentaram meu nível de conscientização sobre a importância dos seminários. Me estimulou ainda mais na participação do trabalho, presenciando o que é de fato iniciar um trabalho científico. Vai ajudar muito quando for para o estágio.*	RC
G9	*Fomos capazes de pensar mais criticamente quando se trata da produção de uma pesquisa [...], mesmo que inicial, é importante sabermos de técnicas e procedimentos para elaboração do trabalho.*	RC
G11	*A condução das atividades em sala e a sequência em que os conteúdos foram trabalhados foi "show", pois só agora pudemos ter noção da importância de entender sobre metodologia de pesquisa.*	RC

Investir no desenvolvimento do pensamento científico foi possível a partir das atividades propostas, pois notaram que, ampliar as leituras para o aprendizado e desenvolvimento de práticas de pesquisa, desde as possibilidades de abrangência conceitual e contribuição para áreas do conhecimento, foi uma iniciativa que consideraram de importância crucial.

O desenvolvimento de um roteiro para elaborarem os textos e conduzirem os trabalhos contribuiu para que conseguissem pensar sistematicamente, de modo a produzir um projeto de pesquisa; que futuramente se disponibilizariam a realizar.

3 I CONSIDERAÇÕES

A partir do que foi exposto, a disciplina de Seminário caracteriza-se como atividade voltada para o desenvolvimento de uma postura investigativa e reflexiva a partir de estudos, desenvolvimento de projetos de investigação sobre a produção e divulgação do conhecimento da área; experiência da produção do conhecimento científico e sua relação com conhecimentos culturais contextualizados; análise de modelos de planejamento e execução de projetos, de planos de aula, de propostas governamentais para a área de educação, de diretrizes curriculares, de livros e materiais didáticos;

Caracteriza-se como espaço para a troca de experiências entre graduandos do curso de Ciências Naturais e Matemática e educadores que atuam no ensino básico. Contribui para entendimentos sobre o campo de vivência de situações concretas e diversificadas dos estudantes.

As aulas, da maneira como foram organizadas, oportunizou aos alunos do curso experiências e análises sobre o processo de ensino-aprendizagem de Ciências e Matemática na perspectiva da problematização, bem como o conhecimento de diferentes propostas para a elaboração de práticas de pesquisa.

Sánchez Gamboa (2012) chama a atenção à importância de superar o "grau de inconsciência ou de ignorância metodológica dos investigadores" (p. 197); querendo dizer com isso que estudos sobre os pressupostos que fundamentam alguns modelos para práticas de pesquisa, devem ser incluídos nas discussões.

Enquanto estudantes das Ciências Naturais e Matemática precisam desenvolver o aprendizado teórico metodológico na área. As propostas elaboradas e as apresentações foram satisfatórias e; com o embasamento sobre algumas práticas de pesquisa, perceberam a possibilidade em explorarem os estudos na continuidade dos Seminários, aplicando-os concomitantemente às atividades de estágio e práticas educativas.

Os estudantes avançaram no modo de apresentar suas reflexões e sistematizações para um estudo inicial, que poderá se tornar uma pesquisa científica. A necessidade de leituras para que compreendam apropriadamente os conceitos dos temas estudados e a dedicação ao aprendizado das problematizações foram nítidos. Essas duas características possibilitaram o enfrentamento sobre problemáticas do aprendizado e desenvolvimento do Ensino de Ciências e Matemática.

A apresentação de um esquema básico para práticas de pesquisa foi elemento fundamental para que os estudantes se apropriassem de ferramentas que os fizeram repensar as propostas iniciais; incentivando assim, tentativas de produzir conhecimentos a partir dos estudos realizados. É um trabalho inicial, que ainda perdurará por todo o curso; mas que pode representar o passo inicial para que esses alunos desenvolvam a capacidade de problematizar e perguntar, fundamental para a iniciação científica.

Como professora da disciplina, entendo que este trabalho inicial deve ser fomentado desde o limiar do curso para que nos semestres finais os alunos possam desenvolver suas atividades voltadas para a prática docente, dotados de uma concepção reflexiva, melhorando assim suas ações, a partir de estudos e pesquisas sobre o ensino e aprendizagem em Ciências e Matemática. Ver os relatos positivos dos alunos nos motiva a continuar este trabalho, pois, ao obter resultados positivos sinto-me motivada a melhorar minha prática como formadora de professores, e também, de pesquisadora.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, G. **Epistemologia**: trechos escolhidos. Rio de Janeiro: Zahar, 1977.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto Editora, 1994.

GARCIA, C. M. **Formação de Professores:** para uma mudança educativa. Trad. de Isabel Narciso. Portugal: Porto, 1999.

GODEFROID, V. L. A. **Problematização:** outro olhar à Educação Matemática. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). 200f. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

LÜDKE, M. [et al.]. **O Professor e a Pesquisa.** SP: Papirus, 2001 (Série Prática Pedagógica).

RICARDO, E. C. A problematização e a contextualização no ensino das Ciências: acerca das ideias de Paulo Freire e Gérard Fourez. In: IV ENPEC - 2013. Disponível em http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CCgQFjAA&url=http%3A%2F%2Ffep.if.usp.br%2F~profis%2Farquivos%2Fivenpec%2FArquivos%2FOrais%2FORAL019.pdf&ei=XkybVYyyNIWPwgSKgql4&usg=AFQjCNH19a73-dGDB8dmoV1rm7f5hGtLIA&bvm=bv.96952980,d.Y2I > Acesso em Fev. 2014.

SÁNCHEZ GAMBOA, S. **Pesquisa em educação:** métodos e epistemologias. Chapecó: Argos, 2012.

____. **Projetos de pesquisa, fundamentos lógicos:** a dialética entre perguntas e respostas. Chapecó: Argos, 2013.

TANURI, L. M. et al. Pensando a licenciatura na UNESP. **NUANCES**: estudos sobre educação, ano 9, v. 9, p. 211-229, 2003.

CAPÍTULO 17

TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DE FUNÇÕES

Eduarda de Jesus Cardoso
Universidade Federal do Rio de Janeiro, e-mail: eduardadjc@gmail.com, orientadora: Dra. Lilian Nasser.

RESUMO: Nas últimas décadas, a Teoria de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele tem sido considerada como um guia para ensino/aprendizagem de habilidades em Geometria. Este modelo consiste em dois grandes princípios: o primeiro, da descrição da estrutura cognitiva, que se caracteriza por níveis mentais hierárquicos a serem atingidos pelos alunos e o segundo, da metodologia do ensino para que estes níveis sejam alcançados, com o intuito de orientar educadores quanto à tomada de decisão relacionada ao ensino. A validade dessa teoria foi estudada e testada por pesquisadores de diversos países nas décadas de 1970 e 1980. A partir de um estudo sobre os modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, este trabalho tem o objetivo de propor e testar um modelo de níveis de desenvolvimento para funções com base no modelo de Van Hiele para a aprendizagem de geometria. Para isso, foram aplicadas atividades a alunos do Ensino Médio, para verificar a validade da escala proposta sobre a aquisição do conceito de função, ou seja, testar as possíveis contribuições e limitações do modelo. Com base nas fases de aprendizagem de geometria propostas por van Hiele, pretendemos descrever o desenvolvimento a partir de uma sequencia didática que promova a elevação dos níveis de Van Hiele no tópico específico de funções. Por se tratar de uma dissertação ainda não concluída, a escala de níveis de desenvolvimento para funções com base no modelo de Van Hiele apresentada ainda não foi totalmente validada, podendo sofrer alterações.

PALAVRAS-CHAVE: função; Van Hiele; níveis de aprendizagem; dificuldades.

INTRODUÇÃO

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática. No entanto, o ensino/aprendizagem de funções vem se tornando sistematicamente motivo de grande preocupação para professores e pesquisadores, devido a dificuldades dos alunos em entender tal conceito. Isso se reflete em baixo rendimento escolar e em elevados índices de reprovação nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral em diversos cursos superiores, tornando-se um dos maiores desafios para os profissionais da Matemática (REZENDE, 2003).

Diversas pesquisas foram realizadas com o intuito de entender o processo ensino-aprendizagem de funções, como Bergeron & Herscovics (1982), Vinner (1989), Even (1990), Sierpinska (1992), Tall (1991), Isoda(1996). Tais pesquisas apontam que a aprendizagem de funções é um processo evolutivo, lento e gradual devido a sua complexidade, uma vez que existem vários tipos diferentes de representações para uma mesma função.

> Os estudantes têm tido problemas em fazer a ligação entre as diferentes representações de funções: fórmulas, gráficos, diagramas, descrições verbais de relações; em interpretar gráficos; em manipular símbolos relacionados a funções (SIERPINSKA, 1992)

Muitos desses aspectos relacionados às dificuldades dos alunos na aprendizagem de funções podem ser compreendidos na perspectiva dos obstáculos epistemológicos. De acordo com Sierpinska (1992), "se o obstáculo não for apenas nosso ou de algumas outras pessoas, mas for mais generalizado, ou foi generalizado em alguma época ou em alguma cultura, então ele é conhecido como um obstáculo epistemológico". A partir da perspectiva epistemológica, os obstáculos relativos à apropriação do conceito de função têm se mostrado de fundamental importância no processo de formação dos saberes dos educandos, e na elaboração de modelos de intervenção didática para o processo ensino-aprendizagem deste tópico.

Várias pesquisas em Educação Matemática apontam na direção da necessidade de uma melhor compreensão de conceitos matemáticos por parte dos alunos em tarefas que permitem a construção das definições e dos significados, por meio de procedimentos didáticos que envolvam atributos relevantes destes conceitos (TALL, 1993). Neste contexto, surge a discussão de modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções.

Autores como Dubinsky (1991), Sierpinska (1992) e Vinner (1991), propuseram tais modelos. Estes pesquisadores consideram o desenvolvimento dos alunos, não só em termos de pensamento conceitual sobre funções, mas também da linguagem dos alunos, ou seja, o problema da aprendizagem tem sua justificativa no desenvolvimento cognitivo dos alunos. Assim, o processo de elaboração mental da construção de conceitos matemáticos deve ir muito além da apresentação de sistemas dedutivos, por meio de definições, exemplos e contraexemplos.

Esta pesquisa pretende adaptar os níveis de van Hiele na aprendizagem de funções, com o objetivo de sugerir uma sequência didática baseada na teoria de van Hiele, que afirma que o progresso nos níveis depende do ensino, e não apenas da maturidade.

Teoria de Van Hiele

Nas últimas décadas, o Modelo do Pensamento Geométrico de van Hiele tem sido considerado como um guia para ensino/aprendizagem de habilidades em Geometria.

Ainda na década de 1960, a extinta União Soviética alterou o currículo escolar para se adequar a este modelo, muito embora tenha demorado a chamar a atenção internacional. Somente nas décadas de 1970 e 1980 o interesse pelo desenvolvimento de pesquisas sobre o modelo de van Hiele cresceu nos Estados Unidos.

Este modelo consiste em dois grandes princípios: o primeiro, da descrição da estrutura cognitiva, que se caracteriza por níveis mentais a serem atingidos pelos alunos; e o segundo, da metodologia do ensino para que estes níveis sejam alcançados, com o intuito de orientar educadores quanto à tomada de decisão relacionada ao ensino.

Os educadores holandeses Dina van Hiele-Geldof e seu marido Pierre Marie van Hiele desenvolveram tal estudo de pensamento geométrico que resultou nas teses de doutorado do casal na Universidade de Utrecht. Esses estudos apontaram que:

- a aprendizagem de geometria ocorre em níveis hierárquicos de conhecimento;
- quando o ensinamento ocorre em um nível cognitivo acima do que o aluno se encontra, os conceitos não são compreendidos e fixados;
- o crescimento relativo à idade não produz automaticamente um crescimento no nível do pensamento geométrico.

A teoria proposta consiste em cinco níveis de compreensão de ideias geométricas, onde o aluno avança de nível a partir de sua maturidade geométrica.

Níveis de Compreensão Geométrica

O casal van Hiele sugeriu cinco níveis de desenvolvimento da compreensão em geometria descritos por Shaughnessy e Burger (1985, p.420) como: Nível 0 - Visualização; Nível 1 - Análise; Nível 2 - Dedução Informal; Nível 3 - Dedução Formal; e Nível 4 – Rigor.

Estes níveis explicam como se produz o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes. De acordo com Nasser(1992), a divisão de tópicos sugerida pelo casal tem como objetivo ajudar o estudante a ter um ‘’insight” ao se deparar com uma situação não usual:

> A teoria sugere que os alunos progridem através de uma sequência hierárquica de níveis de compreensão enquanto aprendem Geometria, e que a linguagem, o *insight* e o tipo de experiências vivenciadas desempenham papeis essenciais nesse desenvolvimento (NASSER, 1992).

De acordo com Sant’anna (2001), os níveis sucessivos de compreensão se caracterizam, essencialmente, por diferenças nos objetos de pensamento, que vão se tornando gradativamente mais complexos.

A seguir, descrevemos os níveis de van Hiele, de acordo com os trabalhos de CROWLEY (1994) e VAN DE WALLE, KARP & WILLIAMS (2004).

Nível 0 - Visualização: Os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais, os conceitos de geometria são vistos como um todo, não sendo levadas em conta considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Com isso, as figuras geométricas são reconhecidas pela aparência global e pela forma e não pelas partes ou propriedades. Um aluno neste nível pode aprender o vocabulário geométrico, identificar formas específicas e reproduzir uma figura dada.

Exemplo: Com a turma dividida em grupos de quatro alunos, cada grupo deve receber um cartão com diversas figuras. Cada criança seleciona uma forma, e, um de cada vez, os alunos devem citar características que chamaram sua atenção na figura. Não existem respostas certas ou erradas.

Nível 1 - Análise: Neste nível inicia-se uma análise informal dos conceitos geométricos através de observação e experimentação. Com isso os alunos começam a discernir características das figuras geométricas, surgindo propriedades que são usadas para conceituar classes e formas. Alunos neste nível ainda não são capazes de explicitar relações entre propriedades, interrelações entre figuras e não entendem definições.

Exemplo: Atividades para os quadriláteros: paralelogramos, losangos, retângulos e quadrados, em que os alunos devem listar propriedades para cada tipo de quadriláteros.

Nível 2 – Dedução Informal: Os alunos conseguem estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras, formam definições abstratas, deduzem propriedades de uma figura, reconhecem classes de figuras, as definições passam a ter significado, conseguem acompanhar e formular argumentos informais. Neste nível, acompanham provas formais, mas não percebem como construir uma prova a partir de premissas diferentes, não compreendem o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas.

Exemplo: Uma vez feita a lista de propriedades para paralelogramos, losangos, quadrados e retângulos acordadas pela classe, têm-se estas listas afixadas. A partir daí, os alunos trabalham em grupos para encontrar uma "lista de definição mínima" para cada forma. Uma lista de definição mínima é um subconjunto das propriedades de uma forma que é a definição e "mínima". Definição nesta atividade significa que cada forma que tem todas as propriedades na lista de definição mínima deve ser essa forma.

Nível 3 - Dedução Formal: Os alunos desenvolvem sequências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de outra ou de outras, percebem a inter-relação e o papel de termos não definidos, axiomas, postulados, demonstrações, raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo, constroem demonstrações e não apenas memorizam, percebem a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma maneira, distinguem afirmação e recíproca.

Exemplo: Os alunos irão construir uma lista de axiomas e definições para a criação de teoremas. Eles também demonstram teoremas usando o raciocínio lógico, enquanto o raciocínio no nível 2 pode ser bastante informal. Os alunos devem descobrir as relações que provarão no nível 4.

Nível 4 - Rigor: Os alunos entendem a estrutura de vários sistemas dedutivos com alto grau de rigor, sendo capazes de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, estudando várias geometrias na ausência de modelos concretos e comparam sistemas diferentes. A geometria é vista no plano abstrato. Alunos neste nível são capazes de se aprofundarem na análise de propriedades de um sistema dedutivo, tais como consistência, independência e completude dos axiomas.

Exemplo: Estudo formal de sistemas axiomáticos de Geometrias não-euclidianas como, por exemplo, a Geometria esférica.

Em resumo, os objetos (ideias) devem ser criados em um nível para que as relações entre esses objetos possam se tornar o foco do próximo nível. Desta forma, o modelo afirma que o aluno move-se sequencialmente a partir do nível inicial até o nível mais elevado, não havendo como "pular" de nível.

Além de fornecerem uma compreensão daquilo que há de específico em cada nível de pensamento geométrico, os Van Hiele identificaram algumas propriedades que caracterizam o modelo. Crowley (1994) resume as propriedades do modelo sugerido pelo casal, que devem ser adotadas no ensino de geometria:

Sequencial: O modelo é parte de uma teoria construtivista. O aluno deve passar sucessivamente pelos níveis de aprendizagem, e para atuar com sucesso em um determinado nível é preciso ter adquirido as estratégias mentais dos níveis anteriores, não sendo permitido saltar de níveis.

Avanço: O progresso ou não de um nível para outro depende mais dos conteúdos estudados e dos métodos de instrução recebidos do que da idade do aluno. Como não é possível pular de nível, alguns métodos de ensino acentuam o progresso, enquanto outros retardam ou impedem o desenvolvimento do aluno.

Intrínseco e extrínseco: Os objetos inerentes a um nível tornam-se os objetos de ensino no nível seguinte.

Linguística: Cada nível tem seus próprios símbolos e seu próprio sistema de relações conectados a esses símbolos. Assim, uma relação que é aceita como correta em um nível pode ser modificada em outro nível. Por exemplo, nos níveis 0 e 1 é considerado correto quando o aluno diz que o quadrado pode ser diferente do retângulo, no entanto no nível 2 essa afirmação é modificada para todo quadrado é um retângulo.

Combinação inadequada: Tanto o aluno como o curso devem estar no mesmo nível, caso contrário o aprendizado e o progresso desejado podem não acontecer.

Ainda segundo Crowley (1994), "essas propriedades são particularmente significativas para educadores, pois podem orientar a tomada de decisões quanto ao ensino."

Fases do Aprendizado

Ao contrário de Piaget, o casal Van Hiele afirmou que o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade do aluno. Por isso, o método, a organização do curso, do conteúdo e o material utilizado são extremamente importantes.

Como a passagem de níveis depende de outros fatores que não a idade, Dina e Pierre propuseram cinco fases sequenciais de aprendizagem: Questionamento / Informação; Orientação Direta; Explicação; Orientação Livre; e Fechamento/Integração.

Ao concluírem a quinta fase os alunos devem ter alcançado um novo nível de pensamento. O modelo não especifica conteúdos ou currículo, mas pode ser aplicado à maioria dos conteúdos de geometria.

Modelos de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática, uma vez que este tópico se relaciona tanto com temas e conteúdos dentro da matemática como com outras disciplinas. Devido à grande abrangência do conceito, o tópico envolve múltiplas concepções e representações, portanto, faz-se necessário compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma melhor compreensão.

Visando auxiliar os alunos na aquisição deste tópico surgem modelos construtivistas que visam construir o conceito de função de forma gradativa e abrangente, tais modelos foram desenvolvidos com o objetivo de superar alguns obstáculos epistemológicos. A seguir, descrevemos duas propostas de níveis de desenvolvimento de funções.

A pesquisa de Isoda (1996)

Este modelo de desenvolvimento de linguagem de funções foi criado comparando as práticas de ensino japonês e currículos nacionais com formas generalizadas dos Níveis de van Hiele. O estudo de Isoda utiliza a estrutura dos níveis de compreensão geométrica e mostra que eles também podem indicar características para a linguagem de funções.

Estas características incluem: hierarquia da linguagem, dualidade de objeto e método, linguagem matemática e contextualização do pensamento dos alunos (ISODA, 1996 p.105) .

Níveis de Compreensão de Funções por Isoda

Através de investigações sobre o desenvolvimento da linguagem dos alunos para descrever funções e sua origem histórica, os níveis de compreensão foram elaborados tomando como base os níveis de compreensão geométrica.

Nível 1 - Linguagem Cotidiana: Os alunos raciocinam basicamente por meio de especulações, através da linguagem cotidiana, os conceitos de funções são vistos como um todo, não sendo levadas em conta considerações explícitas das propriedades dos seus componentes. Com isso, discutem alterações numéricas através de resultados observados em cálculos simples e/ou calculadoras, normalmente suas descrições são feitas com base em uma variável fisicamente evidente, a variável dependente. Mesmo estando conscientes das diferenças numéricas, é difícil explicá-las adequadamente usando duas variáveis, uma vez que suas observações são feitas verbalmente, usando uma linguagem cotidiana.

Nível 2 – Aritmética: Neste nível inicia-se uma análise informal dos estudos de funções através do uso de aritmética e tabelas. Ao explorarem as tabelas, os alunos descrevem as regras de relações, suas conclusões sobre as relações dos fenômenos são mais precisas com as tabelas do que com a única linguagem cotidiana do Nível 1. Apesar de conseguirem descrever as relações, não é fácil traduzir para notações.

*N*ível 3 - Álgebra e Geometria: Os alunos conseguem estabelecer interrelações entre a lei de formação das funções e seus gráficos, convertem as notações de tabelas, equações e gráficos através de álgebra e geometria. Neste nível, sua noção de função está bem evoluída, envolve a representação em diferentes notações.

Nível 4 – Cálculo: Os alunos desenvolvem o estudo das funções a partir de conhecimentos de cálculo, como limite, derivada e integral.

Nível 5 – Análise: Um exemplo de linguagem para a descrição é a análise funcional, que é uma metateoria do cálculo. A justificação deste nível é baseada no desenvolvimento histórico e ainda não foi investigada.

Modelo proposto por Bergeron & Herscovics (1982)

Os pesquisadores Jacques C. Bergeron e Nicolas Herscovics desenvolveram um esquema para o ensino de funções. Neste modelo, os pesquisadores basearam-se nos obstáculos cognitivos estudados anteriormente. Bergeron & Herscovics(1982) usaram uma abordagem construtivista, partindo da intuição dos alunos para a formalização, onde cada nível foi construído sobre o anterior.

Compreensão Intuitiva: pensamento com base na percepção visual e ações primitivas não quantificadas, resultando em aproximações.

Matematização Inicial: organização e quantificação das primeiras noções intuitivas para a construção de um conceito.

Abstração: o conceito se destaca do procedimento e alcança uma existência própria, com generalizações.

Formalização: uso da linguagem simbólica, justificação lógica das operações, descontextualização e descoberta dos axiomas.

Proposta de modelo de níveis de desenvolvimento para funções baseado em van Hiele

Com base nos níveis de van Hiele e nas outras referências estudadas, estou desenvolvendo meu próprio modelo de pensamento de funções. Propomos, inicialmente, a seguinte classificação voltada para o ensino brasileiro:

Nível 1: É um pré-conceito de função. Reconhecimento da dependência de uma variável, estabelecimento de esquemas visuais (gráfico ponto a ponto) e tabelas. Noções não formais de variação (temperatura, dependência...)

Nível 2: Reconhecimento do domínio e contradomínio, identificação e representação de pares ordenados a partir da expressão algébrica de uma função. Uso da notação y = f(x).

Nível 3: Estabelecimento de uma expressão analítica da relação entre duas grandezas,

distinção entre equação e função, construção e interpretação de gráficos

Nível 4: Distinção entre contradomínio e imagem, operações com funções, classificação (injetora, sobrejetora, par e ímpar).

Após essa primeira classificação dos níveis foi aplicado um teste de validação da teoria. Esse teste tinha como objetivo verificar a validade da escala proposta e classificar os alunos em um dos níveis, para que posteriormente, fossem aplicadas mais atividades. A atividade foi realizada em uma escola particular da Freguesia – Jacarepaguá – Rio de Janeiro, com seis alunos do 3º ano do ensino médio que se voluntariam a participar.

Análise dos Resultados

Primeiro teste: O primeiro teste tinha como objetivo verificar a validade da escala inicialmente proposta para os níveis de desenvolvimentos de funções.

1) O que você entende por função?

Todos os alunos deram respostas genéricas, com características abaixo do nível 1. Por exemplo: determinar o valor de f(x), uso de gráficos, função é usada em outras áreas e confusão com o conceito de equação.

2) Dê um exemplo de função.

Todos deram o exemplo f(x) = ax+b, exemplo genérico. Nenhum aluno substituiu os valores de a e b.

3) Quais os elementos envolvidos numa função?

Nem todos os alunos responderam essa questão, os que o fizeram deram respostas genéricas, como valores de x e y; +, -, *, x e y, elementos variáveis e invariáveis, respostas abaixo do nível 1.

4) Ao observar um gráfico, como você decide se este representa ou não uma função?

De acordo com a análise das respostas concluímos que os alunos não sabem identificar uma função através do teste da reta vertical.

5) Considere a função que define o custo de ***n*** cadernos, se cada caderno custa 3 reais.

a) Represente, de duas maneiras diferentes, essa função.

b) O que está variando nessa situação? O que é invariável?

Apenas um aluno conseguiu representar corretamente a função (nível 3), entretanto, interpretou de maneira equivocada o enunciado, fornecendo como resposta duas maneiras diferentes de escrever a expressão analítica da função f(n) = 3n e f(n)= (n+1)3 - 3. Nenhum aluno pensou em uma representação diferente da expressão analítica. Já a letra (b) todos os alunos souberam identificar (nível 1).

6) Em uma estante há duas prateleiras com livros, sendo que na segunda prateleira há sempre o dobro de livros da primeira, mais cinco livros. Sabe-se também que cada prateleira suporta no máximo vinte livros. Com base nessas informações, responda:

a) Essa situação representa uma função? Por que?

b) Quais as variáveis envolvidas nessa situação?

Todos os alunos responderam que a situação representava uma função, mas nenhum soube justificar, já no item (b) todos os alunos acertaram a questão, de acordo com o nível 1.

c) Que valores essas variáveis podem assumir?

Apenas dois alunos acertam o domínio e a imagem (nível 2), um aluno tentou determinar o domínio e a imagem, mas chegou na igualdade x = 7,5; não percebendo que x é o número de livros da primeira prateleira e que o mesmo deveria ser um número inteiro, no caso 7.

d) Represente essa situação por meio de uma expressão algébrica.

Metade dos alunos deixou em branco, a outra forneceu respostas coerentes com o nível 3.

e) Esboce um gráfico que represente essa situação.

Metade dos alunos deixou em branco, a outra metade errou, os que tentaram deram como resposta: duas retas decrescentes e uma passando pela origem. Isso significa que nenhum aluno atingiu o nível 4.

Com os resultados deste primeiro teste verificamos que era preciso reformular os níveis de desenvolvimento do pensamento sobre a linguagem de funções, uma vez que os alunos apresentaram respostas com características tanto abaixo do nível 1, como no nível 2. Antes, porém, de reformular os níveis, foi aplicada uma segunda atividade de validação, uma vez que os resultados da primeira foram imprecisos.

Segundo teste: O segundo teste tinha como objetivo verificar o desempenho dos alunos diante de um problema prático. Junto às questões do teste, foi anexada uma conta de luz da fornecedora de energia Light.

Parte dos domicílios do Estado do Rio de Janeiro recebe energia elétrica distribuída pela Light. Observe a conta de energia de uma residência, e use uma calculadora para responder:

a) Quantos kWh foram consumidos, nesse mês, por essa família?

b) Determine o adicional bandeira vermelha, cobrado nessa conta.

Com estas perguntas pretendíamos verificar se o aluno identificava as variáveis envolvidas na situação. A maioria dos alunos deu respostas características de acordo com o nível 1, pois identificaram corretamente o número de kWh e, no item (b), apesar de acertarem, alguns fizeram um arredondamento equivocado.

c) Escreva a expressão que determina quanto esta família pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh nesse mês, e encontre esse valor arredondando para duas casas decimais.

Metade da amostra conseguiu determinar corretamente a expressão analítica do preço da conta, indicando um raciocínio no nível 2.

d) Quanto pagará de energia uma família que consumiu 120 KWh?

Neste caso, cinco dos seis alunos demonstraram saber encontrar o número do domínio correspondente ao valor estipulado, apesar de alguns deles terem cometido um erro de arredondamento e esquecido de acrescentar o valor da bandeira vermelha. Este comportamento é característico do nível 2.

e) O adicional bandeira vermelha pode ser expresso em forma de função. Determine a função que expressa quanto o consumidor pagará de adicional bandeira vermelha.

f) Escreva a função que determina quanto um consumidor pagará de luz de acordo com o seu consumo de kWh.

Apenas um aluno respondeu de acordo com o nível 3, estabelecendo corretamente a função pedida, outro aluno cometeu um erro de arredondamento na letra (e) e esqueceu de adicionar a bandeira vermelha na letra (f), os demais não fizeram e/ou erraram.

g) Represente graficamente as funções que dão o custo da bandeira vermelha em relação ao consumo e o custo total do fornecimento de energia em relação ao consumo.

Nenhum aluno conseguiu traçar o gráfico corretamente, o que indica que não atingiram o nível 4.

De acordo com os resultados obtidos nos dois testes preliminares, concluímos que os alunos envolvidos nesta pesquisa têm dificuldade em expressar conceitualmente as características de função, entretanto, quando apresentada uma situação prática conseguem desenvolver cálculos e identificar propriedades. Além disso, temos uma primeira classificação da amostra com dois alunos no nível 3, três alunos no nível 2 e um aluno no nível 1. Continuaremos aplicando atividades para melhor verificar o nível destes alunos e promover a elevação destes a níveis superiores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que o trabalho tem potencial para produzir contribuições relevantes para a pesquisa na área. O modelo proposto certamente poderá contribuir para descrever o desenvolvimento da aprendizagem de funções. Para alcançar os resultados esperados, continuaremos aplicando atividades e testando o modelo. Esperamos que até o evento tenhamos resultados mais precisos sobre a escala proposta.

REFERÊNCIAS

BERGERON, J. e HERCOVICS, N. *Levels in the understanding of functions concept. Proceedings of the Workshop of Functions*. Enschede, The Netherlands, 1982.

CROWLEY, Mary L. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.* Em: Mary M. Lindquist & Albert P. Shulte: Aprendendo e ensinando geometria. Atual, São Paulo: 1994.

DUBINSKY, E. *Reflective abstraction in advanced Mathematical Thinking*. Em: TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

ISODA, M., *The Development of Language about Function: An Application of Van Hiele's Levels*. PME 20, Valencia, Espanha, vol.3, p.105-112, 1996.

NASSER, L. Using the van Hiele Theory to Improve Secondary School Geometry in Brazil. Tese de doutorado apresentada na Universidade de Londres, 1992

REZENDE, W. M. *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*, Tese de Doutorado, São Paulo: FE-USP, 2003.

SANT´ANNA, N. F. P, *Aplicação da teoria de Van Hiele no acompanhamento da mudança curricular no ensino médio no colégio Pedro II*, dissertação de mestrado, PUC- Rio, 2001.

SHAUGHNESSY, J. M. & BURGER, W. F. *Spadework Prior to Deduction in Geometry.* Mathematics Teach, 78, 1985, p.411-418.

SIERPINSKA, A. *On understanding the notion of function.* In: DUBINSKY, E; HAREL, G (Ed.) The Concept of Function: aspects of epistemology and Pedagogy. MAA Notes, 1992, p.25-58.

TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

VINNER, S. The hole of definitions in the teaching and learning of Mathematics. Em:

TALL, D. (Ed.): *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers.1991

CAPÍTULO 18

APRESENTANDO PESQUISAS E POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DE TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE ANÁLISE MATEMÁTICA

João Lucas de Oliveira
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Ouro Preto – MG.

Frederico da Silva Reis
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP
Ouro Preto – MG.

RESUMO: Este trabalho constitui-se numa pesquisa de natureza teórica, a partir de uma revisão bibliográfica que apresenta algumas possibilidades de utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática – TICEM, especialmente, no ensino de Análise Matemática. Inicialmente, trazemos pesquisadores da Educação Matemática no Ensino Superior que delineiam um caminho do Ensino de Cálculo para o Ensino de Análise. A seguir, relacionamos a discussão das TICEM e apresentamos pesquisas relacionadas à sua utilização no ensino de Análise. Concluímos apontando novas possibilidades a partir das discussões geradas.

PALAVRAS-CHAVE: Tecnologias da Informação e Comunicação; Ensino de Análise; Educação Matemática no Ensino Superior

PRESENTING RESEARCH AND POSSIBILITIES OF USING INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES IN THE TEACHING OF MATHEMATICAL ANALYSIS

ABSTRACT: This work is a theoretical study, which stems from a bibliographical review that presents some possibilities of using Information and Communication Technologies in Mathematics Education – TICEM, especially, in the teaching of Mathematical Analysis. Firstly, we bring researchers in Mathematics Education for Higher Education, who outline a path from the Teaching of Calculus to the Teaching of Analysis. Then, we relate the TICEM's discussions and present research related to their application in the Teaching of Analysis. From the discussions brought about, we conclude the study pointing out new possibilities.

KEYWORDS: Information and Communication Technology; Teaching of Analysis; Mathematics Education in Higher Education.

1 I OBJETIVOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Objetiva-se neste trabalho apresentar algumas pesquisas que apresentam possibilidades de utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação no Ensino de

Análise Real.

Para isso, buscamos coletar e analisar trabalhos relacionados ao tema no banco de dissertações e teses da CAPES, em artigos em periódicos e em trabalhos completos publicados em anais de congresso. Selecionamos, então, pesquisas voltadas ao Ensino de Análise e uso de *softwares*, como GeoGebra e Maple, na construção de conceitos de / no Cálculo / Análise, como por exemplo, o conceito de Integral de Riemann, dentre outros.

2 I CAMINHANDO DO ENSINO DE CÁLCULO PARA ENSINO DE ANÁLISE

Após lecionar Cálculo durante anos para diversos cursos na Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, Reis (2001) questionou-se sobre o que ensinar, como ensinar e para quê ensinar. Ele defende que muitas das dificuldades no entendimento da disciplina estão na prática pedagógica, pois grande parte dos docentes da disciplina de Cálculo abordam os mesmos tópicos, da mesma maneira (formalista e com muitos procedimentos, sem a utilização de livros que exploram mais situações-problemas, exemplos aplicados, etc), em diferentes cursos de distintas áreas de conhecimento, não levando em consideração as buscas profissionais dos estudantes. Para o pesquisador

> A prática pedagógica do professor de Cálculo deve se pautar, primeiramente, na reflexão e compreensão do papel fundamental do Cálculo Diferencial e Integral na formação matemática de seus alunos. Somente estabelecendo elementos que esclareçam a real função do Cálculo na formação matemática do aluno, o professor terá condições de refletir sobre que objetivos traçar, que conteúdos e metodologias estabelecer, enfim, que prática pedagógica desenvolver. (REIS, 2001, p.23)

Então, podemos nos perguntar em relação ao ensino de Cálculo já buscando uma relação com o ensino de Análise nos cursos de Matemática: Será que existe uma visão tão dicotômica entre os ensinos de Cálculo e de Análise? O que retratam as pesquisas? Seria possível relacionar as Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática – TICEM com esse contexto do ensino e da aprendizagem objetivando por uma “suavidade” da tensão que ocorre na transição entre o Cálculo e a Análise?

Para muitos estudantes de graduação em Matemática, o primeiro contato com a disciplina de Análise se insere no meio ou no final do curso. Tal disciplina é precedida de situações já vivenciadas pelos discentes nos Cálculos nos quais, equivocadamente, alguns professores transpõem didaticamente suas metodologias baseadas apenas numa crença de que devem se basear somente na intuição (em relação ao Cálculo) e somente no rigor (em relação a Análise) e, com isso, não observam uma complementariedade desses dois aspectos.

Em geral, os alunos apresentam muitas dificuldades ao iniciarem sua primeira disciplina de Análise, principalmente por esta tratar de abordagens excessivamente formais. Aqui, os teoremas e os conceitos ganham outra notoriedade, em relação a como são apresentados no Cálculo. Lá, os estudantes são acostumados com processos e manipulações algébricas (geométricas), objetivando apenas uma resposta final. Grande parte dos alunos não se preocupa com a significação dos conceitos, aspecto relevante na aprendizagem de Análise. Em determinados momentos no ensino de Análise, alguns professores costumam adotar posturas privilegiadas do rigor (formalista, simbólico-proposicional) em relação à intuição (imagens visuais, argumentações descritivas), não oportunizando a percepção visual dos estudantes em muitos casos e limitando-os na construção dos conceitos.

Nessa difícil tarefa que cabe ao professor, Pinto (1998) reconhece a dificuldade do ensino da Análise Matemática, onde essa disciplina ocupa posição central nos processos de transição entre o pensamento elementar e o avançado.

Em seu estudo, a pesquisadora identificou dificuldades de diferentes alunos de uma disciplina de Análise, em seus primeiros contatos com a Matemática formal. Ela procurou observar algumas diferenças marcantes existentes entre a Matemática elementar, aquela vista na Educação Básica e até mesmo em cursos de Cálculo e a matemática formalista, presente no ensino de Análise; utilizou como referencial para coleta e análise de seus dados a teoria do *Advanced Mathematical Thinking Group;* dividiu seu trabalho em duas etapas, sendo a primeira realizada com alunos da Licenciatura um período após eles cursarem a disciplina e a segunda, com uma mescla de bacharelandos e licenciandos durante o curso de Análise Pinto (2001) separou os estudantes em dois tipos: os que *extraem significados (*aceitam *as regras do jogo;* partem das definições formais dos conceitos e trabalham com as novas noções de prova) e os que *atribuem significado* (relacionam-se com as novas ideias em um novo contexto através da experiências/experimentações mentais prévias) e categorizou-os finalmente em *definições, argumentos e imagens.* As definições em: descritivas, formais corretas ou distorcidas. Os argumentos: *baseados na teoria formal* ou *baseados em imagens.* As imagens: *construídas a partir da definição ou não construídas a partir da definição.*

Ao observar os alunos, a pesquisadora concluiu que dentre os que *extraem significados* alguns fazem o uso da memória, porém não de forma mecânica. Ela acredita que tal processo é importante no estudo da Matemática quando trabalhada de maneira mobilizada. Suas *definições* são, em geral, simbólicas - proposicionais com a predominância de representações verbais e construídas corretamente. Em relação aos *argumentos,* baseiam-se na teoria formal. As *imagens* são trabalhadas a partir das definições como critério de tomada de decisão. Para aqueles estudantes que fazem o uso mecanizado da memória, as três categorias são baseadas na teoria formal, mas aparentam serem compartimentalizadas, com argumentos decorados e imagens distorcidas.

No grupo dos pesquisados que englobam os que *atribuem significados,* Pinto (2001) destaca a participação de Chris, que ao utilizar inúmeras representações, faz constante uso de imagens visuais com a preocupação de não perder o novo contexto de vista, objetivando tornar o conceito concreto. No entanto, suas *argumentações* são baseadas em experimentações mentais de forma a não serem utilizadas para provar afirmações e sim, atribuir significado para o conteúdo formal, concluindo-as em um contexto formal. Suas *definições* são descritivas e suas *imagens* são construídas a partir das definições, acarretando / evocando numa reconstrução de suas experimentações prévias o que acarreta um conflito entre o conhecimento prévio e o novo. A pesquisadora também retrata o fato dos *argumentos* serem essencialmente baseado em *imagens*, o que significaria um fracasso por parte do estudante. Preocupada com os possíveis meios de investigação inseridos nessa transição do Cálculo para a Análise Real, Pinto (2001) afirma que "não há uma engenharia ou fórmula única para conduzir o ensino de Matemática avançada".

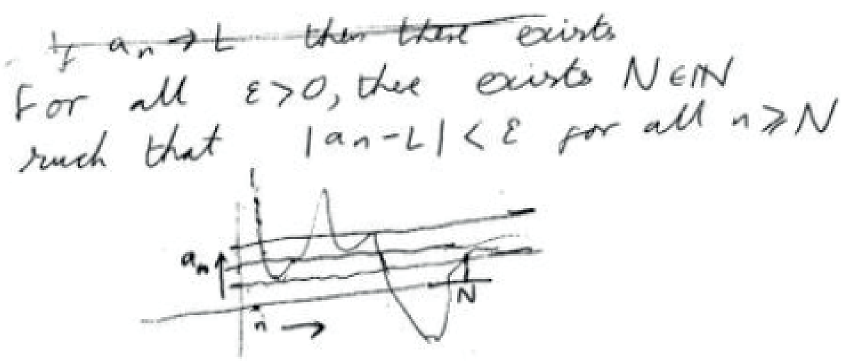


Figura 1. Chris atribuindo significado com o uso de imagens visuais

. Fonte: Pinto (2001)

Como existem poucas pesquisas focando o ensino de Análise na perspectiva da formação de professores de Matemática, concluímos o presente item com o trabalho de Amorim e Reis (2013) que destaca a dificuldade da tarefa de se ensinar Análise por demandar dos professores uma reflexão sobre seus objetivos e metodologias. Os pesquisadores ressaltam a importância do planejamento da disciplina para o curso de Licenciatura em Matemática, uma vez que a Análise é uma ponte entre a formalização dos conceitos e conteúdos que serão ensinados pelo futuro Professor de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio (BRITO, 2010).

3 I RELACIONANDO AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Numerosas são as pesquisas envolvendo as TICEM com o ensino de Cálculo. Entretanto, são poucas as pesquisas realizadas que relacionam as TICEM com o ensino de Análise. Baroni e Otero-Garcia (2013) após levantamentos de pesquisas em nível nacional, afirmaram não ter encontrado nenhuma pesquisa relacionando tecnologias no ensino de Análise.

Diante desse cenário, nos perguntamos: A utilização de *softwares* no ensino dessa disciplina poderia contribuir para a aprendizagem dos alunos?

A utilização de alguns tipos de *softwares* pode significar um rompimento com o ensino de alguns conceitos trabalhados quase que exclusivamente por noções algébricas e simbólicas, dificultando assim a visualização e a experimentação das atividades. As tecnologias devem objetivar, dentre outras coisas, construir conceitos, fazer Matemática, investigar e significar soluções numéricas. A dinâmica da utilização de um *software* pode motivar o estudante a pesquisar, experimentar e procurar novas soluções relacionadas a um problema. Em particular, em relação ao conceito de Integral abordado tanto no ensino de Cálculo como no de Análise, o estudante pode elaborar gráficos, partições, realizar cálculo de somas inferiores e superiores, representando-os por meio de um programa. Assim, ele investiga, explora e visualiza.

Com o tempo, as tecnologias educacionais foram ganhando espaço na sala de aula, transformando, em alguns aspectos, o ensino e a aprendizagem. Os alunos, quando direcionados de forma correta, atuam como atores em um processo de investigação no qual se estabelecerão novos desafios cognitivos. Com isso, o computador ajuda nessa transformação e na reorganização do modo de pensar, como destacam Borba e Penteado (2012).

4 I ALGUMAS PESQUISAS SOBRE O ENSINO DE ANÁLISE E TECNOLOGIAS

Em sua dissertação "Experimentação-com-tecnologias: revisitando alguns conceitos de Análise Real", Mazzi (2014) investiga algumas possibilidades para o ensino e aprendizagem de conceitos na Análise Real, a partir do uso do *software* GeoGebra. Apoiando-se principalmente nos trabalhos de De Villiers (2003) e Borba e Villareal (2005), o autor subsidia o conceito de "Experimentação-com-tecnologia" juntamente com o papel da visualização no desenvolvimento da aprendizagem matemática.

Baseando-se na triangulação de dados proposta por Aráujo e Borba (2004), Mazzi (2014) investigou com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UNESP de Rio Claro – São Paulo no qual seu levantamento de dados ocorrera com foco em conceitos de Convergência de Sequências Numéricas, resultados de convergência de sequências, e do Teorema do Valor Intermediário. O autor ainda destaca a utilização de entrevistas, após cada experimento de ensino.

Mesmo já possuindo conhecimento prévio dos conceitos trabalhados na pesquisa, Mazzi (2014, p.42) destaca que "as alunas tiveram dificuldades em discuti-los no decorrer das atividades propostas". Para o autor, tais atividades proporcionaram discussões entre os sujeitos de tal modo a contribuir para o ensino e aprendizagem na Análise. Entre essas discussões, Mazzi (2014) destaca: possibilidade de refutação de conjecturas, verificação de hipóteses, definições de sequências limitadas e monótonas, aspectos visuais utilizados com o GeoGebra na possibilidade de gerar dificuldade de entendimento de conceitos, compreensão da noção de convergência, etc. A partir desse quadro de discussões, (MAZZI, 2014, p.105) conclui que “a utilização de um *software* no ensino da disciplina Análise pode trazer contribuições para a aprendizagem dos alunos”.

Herceg e Herceg (2009) investigaram o conhecimento teórico, visual e prático do conceito de Integral definida com estudantes universitários. Para isso, utilizaram da integração dos *softwares* Mathematica e GeoGebra, objetivando a visualização (conceito) e computação (aproximação de integrais e métodos computacionais) a partir de gráficos, imagens, mudanças de parâmetros, etc. Por meio do uso do Mathematica, observaram-se mudanças de parâmetros e valores para as somas superiores, inferiores e ponto médio.

Para os autores, calcular uma aproximação para a integral definida por meio de métodos numéricos, é necessário usar as Somas de Riemann. Os pesquisadores utilizaram-se do fato de uma integral definida ser um limite de somas e, com isso, especial atenção foi dada às Somas de Riemann e aos limites dessas somas. Seu objetivo era mostrar que as Somas de Riemann poderiam ser pensadas como uma aproximação de valores da integral definida e apresentar seus comportamentos de integração. A metodologia utilizada foi basicamente quantitativa e os resultados apontaram que o uso dos *softwares* tem um impacto positivo na aprendizagem e na habilidade dos estudantes.

Scucuglia (2006) investigou o Teorema Fundamental do Cálculo – TFC por meio de programas e comandos da calculadora gráfica TI-83, de modo a pesquisar como eram condicionados os pensamentos dos estudantes do 1º ano de Licenciatura em Matemática. Para isso, o autor utilizou experimentos de ensino onde os alunos estabeleceram conjecturas sobre o TFC. Alguns conceitos envolvidos versavam sobre Somas de Riemann e Integral, inerentes ao TFC. Objetivando uma demonstração do TFC, Scucuglia (2006) introduziu tal ideia de forma intuitiva e simplificada, antes da simbologia formalista da Matemática. Sua abordagem “experimental-com-tecnologia” possibilitou uma maior discussão de questões matemáticas, de modo a relativizar um paralelo com a simbologia mais formal da Matemática vista posteriormente.

Já Attorps et al (2011) investigaram um experimento de ensino em relação ao conceito de Integral Definida no ensino de Matemática universitária. O objetivo da pesquisa era a concepção de sequências de ensino para Integral Definida, com a utilização do *software* GeoGebra, com vistas a facilitar a aprendizagem matemática de estudantes universitários. A metodologia de pesquisa foi quantitativa e tal investigação ocorreu em uma universidade da Suécia. Os sujeitos foram estudantes de Cálculo em um curso de Engenharia. De acordo com a Figura a seguir, destacamos uma atividade do questionário, cujo objetivo foi testar a concepção intuitiva dos estudantes sobre o conceito de Integral Definida como um limite de processo, em particular, por meio de Somas Superiores de Riemann.

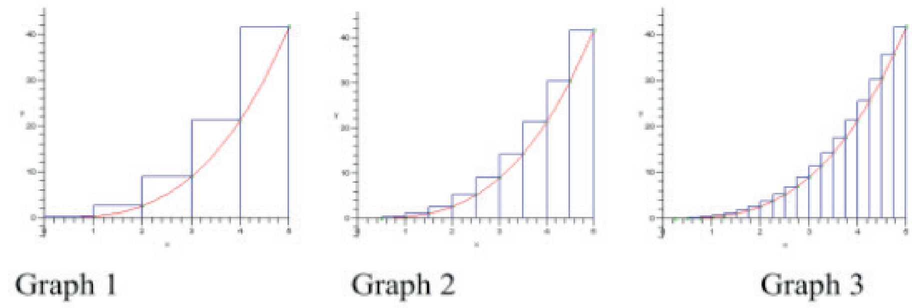


Figura 2. Somas Superiores

Fonte: Attorps et al (2011)

Dentre os objetos criados no GeoGebra para uma sequência de ensino, os autores destacaram o uso deles para o cálculo numérico da Integral Definida por meio de somas superiores e inferiores, e a abordagem do conceito de Integral Definida a partir de inerentes limites dos processos (como mostra a figura abaixo). Por meio desses objetos, foi possível explorar quantos subintervalos o domínio da função em questão poderia mostrar. Segundo os autores, o objetivo da aplicação era mostrar que o aumento do número desses subintervalos diminui a diferença entre as somas superiores e inferiores e, com isso, essas somas coincidem com valor da integral, como mostra a Figura a seguir:

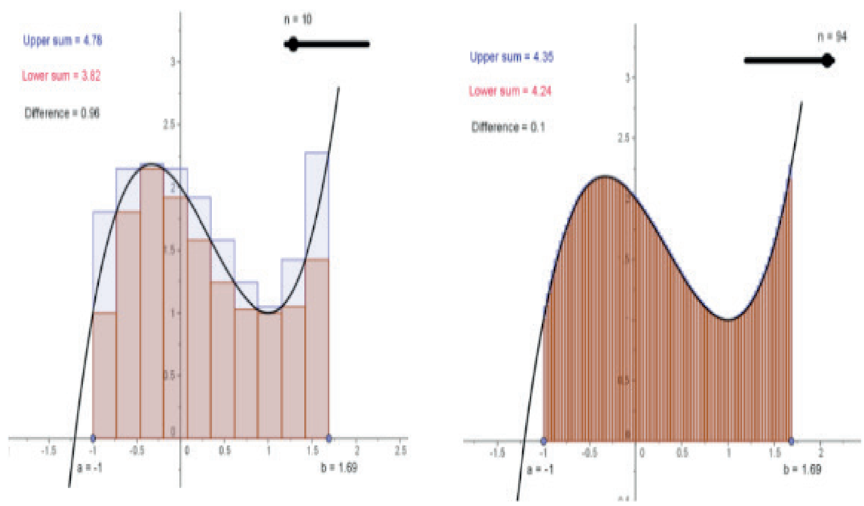


Figura 3. Somas Superiores e Inferiores com o GeoGebra

Fonte: Attorps et al (2011)

Como segundo exemplo de aplicação com o GeoGebra, os autores objetivaram mostrar que o valor da área entre a função, o eixo x e o valor da integral nem sempre são os mesmos. Para Attorps et al (2011, p.6), “enquanto a área é sempre um número real não-negativo (não necessariamente constante), valor da integral pode ser qualquer número real”. Para isso, tal atividade possibilitou os estudantes explorarem os intervalos no eixo x e, com isso, obtiveram para cada subintervalo, valores distintos de áreas e integrais. Assim, para os pesquisadores, o entendimento do conceito de Integral perpassa por um contexto mais amplo, envolvendo o significado de integral como um número real e não apenas área sob a curva, como muitos livros apresentam.

Alves e Neto (2012) usaram o GeoGebra para explorar definições e teoremas na Análise. Entre as definições exploradas encontram-se: funções limitadas e ilimitadas em uma vizinhança, convergência de sequências de números reais, assim como suas subsequências e valores de aderência. Em relação aos teoremas, destaca-se a exploração do Teorema do "Sanduíche" em Análise onde os autores apresentam inúmeras aplicações deste resultado matemático. Os pesquisadores buscaram oportunizar ao aprendiz, a partir da visualização com suporte do *software,* uma ressignificação conceitual e construção de propriedades formais desses aspectos matemáticos citados anteriormente, com vistas a um futuro apoio para um contexto mais formal da Análise.

Utilizando do *software* GeoGebra na transição do Cálculo e a Análise, Alves (2012) explorou algumas noções topológicas com essa tecnologia. O pesquisador utilizou a visualização a partir do *software* como fator importante na possibilidade de construção de conceitos da Análise pelos estudantes. Os conceitos explorados foram, dentre outros, sequências de números reais, conjuntos compactos, continuidade uniforme, etc.

Alves (2012) ainda defende a integração de dois *softwares* como suporte na possibilidade de produção do conhecimento matemático quando este fica limitado de alguma maneira com a utilização apenas do *software* GeoGebra. Para isso, Alves (2012, p.176) afirma que "ferramentas computacionais como o *GeoGebra* ou o CAS *Maple* possibilitam explorar a visualização, a evolução de imagens mentais, o uso de metáforas, a produção de *insights* [...]".

Diante de funções como h(x) = {0, se x є Q; 1, se x є (R - Q), Alves (2012) destaca o fato delas não poderem ter seus gráficos esboçados pelo GeoGebra. Porém, o autor argumenta que, para uma solução desse fato, precisaríamos "recorrer a outros programas mais sofisticados, como os de computação algébrica (CAS)" (ALVES, 2012, p.175) o que demonstra, num certo sentido, que as tecnologias também apresentam limitações em sua utilização.

Melo (2002) investigou qualitativamente a função do *software* *Maple* na prática de ensino e aprendizagem da Integral de Riemann como limite comum de somas superiores, inferiores e médias. Seu objetivo foi responder à pergunta: "Os alunos são capazes de construir o conceito da Integral, por meio de atividades que levem em conta sua gênese, utilizando um *software* matemático?"(MELO, 2002, p.7). Para responder a tal questão, o autor elaborou e aplicou uma sequência de ensino em um ambiente computacional, no qual baseou sua fundamentação teórica, além de trazer alguns elementos históricos da Integral. O autor observou que as atividades da sequência proporcionaram aos estudantes o aprofundamento dos processos de visualização, conjecturar, simulação, refutação, validação de conceitos e resultados.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluímos este trabalho enfatizando, como muitos dos autores aqui destacaram a necessidade do uso crítico das TICEM em aulas de Matemática e, especialmente, nas aulas de Análise, ressaltando um melhor aproveitamento da mídia, quando se conhece a fundo suas potencialidades e limitações.

Inerente a isso, destacam-se algumas possibilidades de abordagens pedagógicas, objetivando-se uma construção de conceitos relacionados à Análise e/ou na transição desses, em via de mão dupla entre o Cálculo e a Análise. Deve-se observar, dentre essas possibilidades, o uso conjunto de diferentes mídias para tal finalidade. Para tanto, deve-se buscar alguns significados, bem como se utilizar da exploração, visualização, conjecturar e construção desses conceitos e de teoremas, como por exemplo, para o caso da Integral de Riemann (OLIVEIRA, 2016), do Teorema Fundamental do Cálculo, do Teorema do "Sanduíche", de Sequências de Números Reais, dentre outros.

REFERÊNCIAS

ALVES, F. R. V. Exploração de noções topológicas na transição do Cálculo para a Análise Real com o GeoGebra. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 1, p. 165-179, 2012.

ALVES, F. R. V.; BORGES NETO, H. Interpretação Geométrica de definições e teoremas: o caso da análise real. **In:CONFERÊNCIA LATINOAMERICANA DE GEOGEBRA**, Montevidéu. Anais.Editora Universitária, 2012. p. 322–329.

AMORIM, L. I. F.; REIS, F. S. A (Re) construção do conceito de limite do Cálculo para a Análise. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, L. B.; CARVALHO, A. M. F. **Marcas da Educação Matemática no Ensino Superior**. Campinas, SP: Papirus, 2013. p. 277-305.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (.). **Pesquisa Qualitativa em Educação**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

ATTORPS, I.; BJÖRK, K.; RADIC, M. **The use of mathematics software in university mathematics teaching**. The Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education - CERME7. Rzeszów, Poland: [s.n.]. 2011.

BARONI, R. L. S.; OTERO-GARCIA, S. C. **Análise Matemática no Século XIX**. Campinas: Sbhmat, 2013.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 5ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking:** information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, v. 39, 2005.

BRITO, A. B. **Questionando o Ensino de Conjuntos Numéricos em disciplinas de Fundamentos**

de Análise Real: Da abordagem de livros didáticos para a sala de aula em cursos de Licenciatura em Matemática, Dissertação de Mestrado.Programa Profissional de Pós-Graduação em Educação Matemática - Universidade Federal de Ouro Preto-UFOP, Ouro Preto, 2010.

DE VILLIERS, M. **The value of experimentation in mathematics. In:** NATIONAL CONGRESS OF AMESA 9, 2003, Cape Town. Anais. Cape Town: University of the Western Cape, 2003. Disponivel em: <http://mysite.mweb.co.za/residents/profmd/experiment.pdf>. Acesso em: 15 Junho 2014.

DOMINGUES, H. A Demonstração ao Longo dos Séculos. **Bolema. Boletim de Educação** , v. 18, p. 55-67, 2002.

HERCEG, D.; HERCEG, D. The definite integral and computers. **The teaching of mathematics**, Vol XII, p. 33-44, 2009. Disponivel em: <http://elib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/22/tm1215.pdf>. Acesso em: 21 Janeiro 2015.

MAZZI, L. C. **Experimentação-com-o-Geogebra:** revisitando alguns conceitos da análise real. 2014. 136 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Extas. Rio Claro: [s.n.], 2014.

MELO, J. M. R. **Conceito de Integral. Uma proposta computacional para seu ensino e aprendizagem**, 180f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP, São Paulo, 2002.

OLIVEIRA, J. L. **A utilização de softwares dinâmicos no Ensino de Análise Real:**, **Um estudo sobre a construção do Conceito de Integral de Riemann.** Dissertação de mestrado. 141 f. - Universidade Federal de Ouro Preto. UFOP. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática., Ouro Preto - MG, 2016.

PINTO, M. M. F. **Student's Understanding of Real Analysis**, Tese de Doutorado. University of Warwick. England, 1998.

PINTO, M. M. F. Discutindo a transição dos Cálculos para a Análise Real. In: LACHINI, J.; LAUDARES, J. B. (.). **Educação Matemática: A prática educativa sob o olhar de professores de Cálculo**. Belo Horizonte: Fumarc, 2001. p. 123-145.

REIS, F. S. **A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise:A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos**, 2001. 302f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, UNICAMP, Campinas, 2001.

SCUCUGLIA, R. **A investigação do teorema fundamental do cálculo com calculadoras gráficas**. [S.l.]: [s.n.], 2006. 145 f. Mestrado – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2006.

CAPÍTULO 19

UM PONTO DE VISTA SOCIOLÓGICO DO *PROFMAT*

José Vilani de Farias
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – IFRN
Canguaretama – Rio Grande do Norte.

RESUMO: Este artigo tem como objetivo analisar um curso de mestrado profissional em Matemática, de abrangência nacional, denominado Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat, levantando a discussão sobre o modelo de formação do professor de Matemática e quais as suas implicações para o campo da matemática. Utilizamos para isso alguns conceitos da teoria do sociólogo Pierre Bourdieu, como campo e capital, para procedermos a uma análise sociológica desse curso de mestrado. A justificativa para a escolha desse objeto de estudo deve-se, por um lado, à relevância do Profmat no cenário nacional entre os cursos de mestrado profissional e por outro lado, a ênfase na formação matemática com poucas disciplinas voltadas para a discussão de problemas educacionais. Com essa visão sociológica interpretamos o Profmat como uma estratégia de valorização tanto de uma prática matemática quanto de seus praticantes e como uma estratégia de recrutamento de novos agentes.

PALAVRAS-CHAVE: Mestrado profissional; matemática acadêmica e escolar; campo científico; formação docente

A SOCIOLOGICAL POINT OF VIEW OF *PROFMAT*

ABSTRACT: This article aims to analyze a national master's degree program in Mathematics, known as Profmat – Professional Master in Mathematics – developed by the Brazilian Bureau of Education up from the discussion of a teacher training model and formation considering its implications for the area. We have explored conceptions from Pierre Bourdieu´s theory such as Field and Capital to carry out our analysis of this master´s course program. The justification for choosing this sociological view of study is due, on one hand, to the relevance of this program – Profmat lies in a national scenario filled with other professional master's degrees – and, on the other hand, to the emphasis on mathematics model and formation considering the low number of disciplines focused on the discussion of a broader educational reach. With this sociological view we interpret Profmat as a strategy of valuing both mathematical practice and its practitioners, as well as being a way of recruiting new agents.

KEYWORDS: Professional Master's Degree;

Academic and School Mathematics; Scientific Field; Teacher Training

1 I INTRODUÇÃO

Neste trabalho, propomo-nos a apresentar uma análise do Programa Nacional de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – Profmat. Para esta análise adotamos uma perspectiva sociológica, na qual nos utilizamos da teoria do sociólogo Pierre Bourdieu, do que se destacam os conceitos de *campo e capital*.

O Profmat, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática – SBM –, é um curso de mestrado profissional, semipresencial, ofertado por várias instituições de ensino superior do país. O público-alvo desse programa são os profissionais graduados nas diversas áreas, porém dá-se preferência aos professores de Matemática da rede pública de ensino.

Justificamos esse objeto de pesquisa, por nós escolhido, por sua relevância no cenário nacional entre os cursos de pós-graduação, principalmente entre os mestrados profissionais voltados para a formação do professor de matemática. O Profmat é relevante pela sua abrangência, presente em mais de 50 instituições de Ensino Superior do país; é relevante pelos investimentos iniciais da ordem de mais de 14 milhões de reais destinados à concepção, elaboração e implantação do programa, que iniciou suas atividades no ano de 2010, além da concessão de bolsas de estudos, que foram disponibilizadas para grande maioria dos alunos - todos os alunos que compunham a primeira turma foram contemplados com bolsa de estudo.

O Profmat é relevante pela relevância das instituições participantes, denominadas de Instituições Associadas – UFRJ, UNICAMP, USP, UFSCar entre tantas outras reconhecidas como as melhores instituições superiores do país - que ofertam o curso; é relevante pela relevância no cenário nacional e internacional das instituições promotoras, o Instituto de Matemática Pura e Aplicada – Impa – e a Sociedade Brasileira de Matemática – SBM, e é relevante pela relevância dos seus idealizadores e gestores, agentes reconhecidos por órgãos nacionais e internacionais, pelas suas contribuições no campo científico.

O Profmat destaca-se também por seu pioneirismo, tornando-se modelo para a implantação de outros programas com o mesmo formato, como é o caso do Profletras e do Profis.

Se, por um lado, o investimento financeiro destinado a esse programa e essa mobilização de pesquisadores e instituições, justifica-se pela necessidade e importância que tem a formação continuada dos professores de Matemática no Brasil, por outro, é intrigante a quase ausência de discussão de questões educacionais na grade curricular desse mestrado.

Nos últimos trinta anos muitos pesquisadores como Shulman (2005), Gatti (2009), Fiorentini et al (2002), Tardif (2002) e Imbernon (2006), debruçaram-se sobre o tema da formação de professores e dos conhecimentos que são necessários a prática docente.

Esses autores concordam sobre a relevância de conhecimentos específicos, mas também dos conhecimentos pedagógicos, sociológicos, antropológicos, filosóficos e do sistema educacional. O que nos chamou a atenção, no caso do Profmat, foi a dissonância entre a composição curricular do Profmat e as pesquisas citadas que discutem a formação do professor e apontam a importância e a necessidade de abarcar outros conhecimentos além do específico. A formação dos gestores e dos professores formadores o sistema avaliativo empregado pelo programa são também alguns dos aspectos do Profmat que vão de encontro ao modelo de formação docente defendido por essas pesquisas e por outras no âmbito da educação matemática.

Mesmo quando se trata da formação específica, ainda assim podemos problematizar. Nesse sentido Moreira e David (2003) estabelece os termos *matemática acadêmica* e *matemática escolar*, discutindo suas especificidades, as relações existentes entre essas duas práticas matemáticas e as implicações para a formação de professores de matemática.

Diante disso e do fato de que o Profmat se define como um programa que objetiva melhorar a qualidade do ensino básico e a valorização do professor, levantamos as seguintes questões: por que não valorizar também determinados conhecimentos educacionais tanto quanto os específicos? O que podemos entender dessa ausência, de um conhecimento diversificado, em um curso de formação de professores? O que podemos esperar dos professores formados pelo Profmat?

2 I METODOLOGIA

Para nossa análise adotamos um processo denominado, por Fiorentini e Lorenzato (2006, p.138-139), de "emparelhamento ou associação" que consiste na análise de documentos a partir de um modelo teórico prévio. Um processo que relaciona uma teoria com os documentos constituídos na pesquisa. A pesquisa está fundamentada na teoria de Bourdieu. Quanto aos documentos constituídos, utilizamos: currículos dos gestores do Profmat, entrevistas, questionário e os documentos oficiais das instituições – SBM e Impa - e o regimento do Profmat. Essa análise favorece tanto a compreensão da teoria quanto possibilita lançar um outro olhar para o objeto de pesquisa.

A abordagem metodológica, caminha em sintonia com o modelo teórico, uma vez que a pesquisa é ao mesmo tempo uma atividade teórica e empírica. A adoção dos conceitos teóricos, traz algumas implicações metodológicas, como por exemplo, quando trabalhamos com o conceito de campo que, segundo Bourdieu (1989): "a noção de campo [...] vai comandar – orientar – todas as opções práticas da pesquisa. Ela funciona como um sinal que lembra o que fazer" (BOURDIEU, 1989, p.27). O modelo teórico adotado vai colocando-nos diante de indagações que, para melhor compreender o objeto, precisam ser respondidas.

Para conseguir essa melhor compreensão, ou para ter uma visão mais ampliada do objeto, o método empregado permite-nos a utilização de uma multiplicidade de técnicas e procedimentos: a entrevista, o questionário, a análise de documentos, a trajetória de vida, métodos quantitativos e qualitativos, a observação do micro e do macrossocial. Nesse modelo não tomamos o construído, mas adotamos o processo de construção, inclusive do objeto de pesquisa. O objeto vai sendo construído à medida que a pesquisa vai sendo desenvolvida. Isso também implica dizer que o objeto está sempre em construção, uma vez que a visão é ampliada, mas não se torna completa, um ponto de vista é apenas a visão de determinado ponto. Esse método também evita que caiamos na tentação da prescrição ou da descrição.

Não temos uma verdade para oferecer!

De acordo com esses pressupostos metodológicos da teoria sociológica de Bourdieu, procuramos não nos prender a uma única técnica ou a um único procedimento para não cair na armadilha da rigidez dos "cães de guarda metodológicos" (BOURDIEU, 1989, p.26).

Não se trata, portanto, de uma análise teórica descritiva, prescritiva ou que intencione algum julgamento de valor, mas trata-se aqui de oferecer a possibilidade de uma compreensão do programa. A partir de um olhar para as práticas desenvolvidas no Profmat podemos interpretá-las como resultado das relações entre os matemáticos e os educadores matemáticos que, sendo estabelecidas com e por esse programa, camuflam interesses e outras relações mais conflitosas e menos patentes.

Dentre essas relações destacamos a que Moreira e David (2003) denominam "matemática acadêmica" e "matemática escolar". Apresentaremos as relações entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, destacando a imposição de uma prática matemática, acadêmica, com a única e legítima.

3 I A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA: A MATEMÁTICA ACADÊMICA E ESCOLAR

Quando se questiona a qualidade da educação e a sua melhoria, logo vem à tona a formação do professor. No entanto, não se tem um consenso sobre o modelo dessa formação. Há os que defendem o aprofundamento dos conteúdos específicos de matemática, como no caso do Profmat, há outros que defendem os conhecimentos didáticos e pedagógicos e há os que defendem um conjunto de conhecimentos muito mais amplo.

Há mais de trinta anos, vários pesquisadores, concordam que na formação do professor devem ser contemplados conhecimentos para além daqueles referentes ao conteúdo específicos da matéria que se vai ensinar e apontam o saber docente como um saber que envolve vários outros saberes de naturezas diversas. Para Tardif (2002, p. 39) "o professor ideal é alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências da educação e à pedagogia". De acordo com Shulman (2005, p.5), para "transformar uma pessoa em um professor competente" alguns conhecimentos são necessários: o conhecimento do conteúdo; o conhecimento geral de didática; o conhecimento do currículo; o conhecimento didático do conteúdo; o conhecimento dos alunos; o conhecimento do contexto e o conhecimento dos objetivos, das finalidades e dos valores educativos, além de seus fundamentos filosóficos e históricos.

No âmbito da matemática, Caldatto (2015) comenta que a lista proposta por Shulman, "foi adotada, na área do ensino da matemática, dentre outros, por Bromme, Ball, Baumert e Carrillo" (CALDATTO, 2015, p. 83), que não só a aprofundaram como a adaptaram levando em conta as especificidades do professor de matemática.

Moreira e David (2003), colocam os termos *matemática acadêmica* e *matemática escolar*, afirmando haver diferenças significativas entre elas, que podem ser constatadas pelas necessidades e finalidades de cada uma dessas práticas do *campo* da Matemática.

3.1 Matemática acadêmica e matemática escolar e a teoria sociológica de Bourdieu

Os conceitos da teoria de Bourdieu nos ajudam a lançar sobre o Profmat um outro olhar, a oferecer uma outra interpretação das práticas dos agentes envolvidos com esse programa.

Com o conceito de *campo* definido, por Bourdieu, como "o lugar e o espaço de uma luta concorrencial" (BOURDIEU, 2013, p. 112), entre produtores concorrentes que esperam reconhecimento de seus próprios concorrentes, interpretamos o Profmat como um instrumento estratégico de luta dentro desse espaço, para impor um modo de fazer matemática.

Uma luta entre dominados e dominantes, entre a matemática escolar e a matemática acadêmica que se impõe no espaço da escola. Para Bourdieu "é dominante quem consegue impor uma definição de ciência" (BOURDIEU, 2013, p. 118), nesse caso, uma definição de matemática, da matemática legitima e por isso valorizada, assim como são legítimos e valorizados os que a define e a pratica.

Ao caracterizar, segundo Vilela (2013), a matemática como um *campo*, interpretamos as relações entre matemáticos e educadores como uma luta concorrencial entre esses agentes. Os dominantes, os matemáticos, são caracterizados por práticas de imposição e de manutenção de uma visão de matemática. A força dessa imposição deve-se a posição de autoridade científica que ocupam no campo, que lhes garante o privilégio da legitimidade para interferir no sistema de ensino, desde ações como: Olímpiadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP -, até programas voltados para a formação de professores como o Programa de Aperfeiçoamento de Professores do Ensino Médio – PAPMEM – e o próprio Profmat. Ações que são capazes de promover um determinado currículo escolar e determinada formação docente e discente pela inculcação dos valores e da legitimidade da matemática acadêmica.

4 I RESULTADOS PARCIAIS E CONCLUSÕES PRELIMINARES

Por todo o exposto, primeiro, pela forma como no Profmat é ignorada as pesquisas a respeito da formação de professores quando, ao definir como objetivo a melhoria da qualidade do ensino de matemática no Brasil, faz exclusivamente uma formação com o aprofundamento do conteúdo específico de matemática. A grade curricular do Profmat tem uma predominância de disciplinas de conteúdo específico de matemática, mesmos entre as eletivas. Poucas, quase ausentes, são as disciplinas voltadas para discussão de questões educacionais envolvendo outros conhecimentos. As poucas oportunidades para a discussão pedagógica podem sofrer com as dificuldades da formação do professor formador, dentre os gestores e professores formadores encontramos uma quantidade significativa de bacharéis (matemáticos), pesquisadores em matemática ou em outras áreas que não em Educação matemática ou mesmo em licenciatura.

Segundo, pela valorização desse programa, medida pela sua abrangência, pelos investimentos e por outros aspectos já mencionados. E por último, fundamentados na teoria sociológica de Bourdieu interpretamos esse programa de mestrado como um instrumento e uma estratégia de valorização de uma prática matemática, a matemática acadêmica, e dos seus praticantes, os matemáticos.

Além de configurar-se como um instrumento de recrutamento de novos agentes capazes de reproduzir a hierarquia de valores estabelecida pelos dominantes, o Profmat configura-se como uma estratégia capaz de manter esses agentes que, sob o efeito da crença na ordem da ortodoxia e por uma cumplicidade não consciente, funcionam como reprodutores e divulgadores dos valores do *campo*, como guardiães da ordem e da hierarquia.

Por meio desse programa é inculcada uma visão e uma classificação da matemática, de acordo com a visão e a maneira de classificar dos dominantes. Há uma imposição do que se deve ensinar e de como se deve formar os professores. Há nessa formação um processo cujo sucesso depende de que, sendo arbitrário, esconda a arbitrariedade do processo. Ou seja, no Profmat há um processo de formação que mais do que conduzir os agentes ao conhecimento, conduze-os ao reconhecimento pelo desconhecimento. Reconhecimento da legitimidade de uma prática matemática e dos que a impõe, ou dos que dela se beneficiam pelo desconhecimento da arbitrariedade dessa visão e dessa classificação.

Ao tornar-se modelo para a implantação de outros programas, o Profmat - os gestores do Profmat e todos aqueles que se beneficiam dos símbolos hierarquicamente distinguíveis desse programa - amplia seu alcance e sua influência para além dos limites do *campo* da matemática. De forma que o entendimento sociológico que fazemos é que esse programa se configura como um instrumento de imposição, também, de um modelo formativo para outras áreas

Outro aspecto, desse programa, passível de ser discutido, diz respeito ao tipo de aluno para o qual se pretende formar esse professor.

Pela ausência de disciplinas que abordem o processo de ensino e aprendizagem nas suas várias modalidades, com por exemplo na educação de Jovens e adultos, nos leva a interpretar esse programa como direcionado para formar professores para lidar com um modelo de aluno. Apesar de estar voltado para a formação do professor do Ensino Básico, o modelo de aluno que acreditamos ser pensado pelo Profmat é o aluno do ensino médio, cujo histórico não consta descontinuidades, ou seja, o aluno do Ensino médio regular.

Porém mais que o aluno do ensino médio regular, acreditamos que o modelo de aluno pensado pelo Profmat é o aluno olímpico, aluno que participa de olimpíadas e que nelas obtém sucesso por meio das premiações. Nossa afirmação baseia-se no fato de que ao analisar a matriz curricular e as referências bibliográficas do Profmat, constatamos a presença significativa de materiais relacionados ao treinamento de alunos para as olimpíadas de matemática. Além disso, todos os conteúdos, a forma como eles são abordados e a formação dos formadores no Profmat, podem não favorecer aos professores do ensino básico o trabalho com a diversidade dos alunos presentes nas escolas públicas.

Com isso, algumas questões ficam em aberto para o debate no âmbito das escolas públicas que oferecem esse nível de ensino – básico – para o qual os professores de matemática receberam uma “formação matemática adequada para o exercício profissional qualificado do ensino de matemática na escola básica” (SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2010a): em que medida a formação do Profmat contribuiu para a melhoria do ensino na escola? Ou melhor, como os professores, mestres pelo Profmat, estão contribuindo para a melhoria do ensino de matemática? Ou ainda, o que esses professores compreendem por melhoria do ensino? Ou mais ainda, o que esses professores estão fazendo com a formação que receberam pelo Profmat?

A partir dessa interpretação podemos olhar para a prática dos professores de matemática como práticas de reprodução da valorização da matemática acadêmica, em detrimento de outras práticas matemáticas. Ao preferir determinadas práticas também preferimos determinados agentes. Toda ação de preferência implica outra de preterência.

REFERÊNCIAS

BOURDIEU, Pierre. **O poder simbólico**. Trad. Fernando Tomaz. Rio de Janeiro-RJ: Editora Bertrand Brasil. 1989. 315 p.

BOURDIEU, Pierre. **Esboço de uma teoria da prática**. In: ORTIZ, Renato. A sociologia de Pierre Bourdieu. São Paulo: Olho d’Água, 2013, p. 39-72.

CALDATTO, Marlova Estela. **O Profmat e a formação do professor de Matemática**: uma análise curricular a partir de uma perspectiva processual e descentralizadora. 2015. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá – PR, 2015.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; FERREIRA, Ana Cristina; e outros. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, UFMG, n. 36, 2002, pp.137-160.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas - SP: Autores Associados, 2006.

GATTI, Bernadete Angelina. **Formação de professores para o ensino fundamental**: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas. Bernadete A Gatti; Marina Muniz R. Nunes (orgs.). São Paulo: FCC/DPE, 2009.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional**: formar-se para a mudança e a incerteza. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

MOREIRA, Plinio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores. ***Zeteyiké***, v. 11, n. 19, p. 57-80, jan./jun. 2003.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA – SBM. **Apresentação de Proposta de Cursos Novos (APCN) 7137/2010**. Rio de Janeiro: SBM, 2010a. Disponível em: <http://www.Profmat-sbm.org.br/docs/relatorios/01-Documentos/apcn.pdf> Aceso em: 17 fev. 2014.

SHULMAN, Lee S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. **Revista de curriculum y formación del profesorado**. v.9, 2, 2005. Disponível em: <http://www.ugr.es/~recfpro/?p=235>. Acesso em: 5 ago. 2013.

TARDIF, Maurice. Saberes e formação profissional. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

VILELA, Denise Silva. **Usos e jogos de linguagem na matemática**: diálogo entre a Filosofia e Educação Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013. 352 p. (Coleção contextos da ciência).

CAPÍTULO 20

EXPLORANDO A INTERDISCIPLINARIDADE ENTRE LÍNGUA PORTUGUESA E MATEMÁTICA NO DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Cassio Cristiano Giordano
Mestre em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), São Paulo/SP, Brasil. Membro do Grupo de Pesquisa Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática (PEA-MAT). Contato: ccgiordano@gmail.com.

RESUMO: Este trabalho apresenta alguns resultados observados em uma pesquisa qualitativa sobre gestão e desenvolvimento de um projeto interdisciplinar de Educação Financeira. Seu objetivo é identificar as possíveis contribuições de uma abordagem por meio de projetos interdisciplinares para a educação financeira de quarenta e dois alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual paulista. Avaliamos, ao final do projeto, a experiência como positiva, tanto nos aspectos atitudinais, como mobilização do interesse dos alunos, quanto nos aspectos cognitivos, expressos pela qualidade do produto final dos trabalhos. A exploração da intertextualidade entre poesia e prosa, na literatura e produção de texto, associada ao estudo de Matemática Financeira, proporcionou aprimoramento de habilidades de letramento financeiro, importantes para o desenvolvimento da autonomia dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Financeira; TSD; Projetos Interdisciplinares.

1 I INTRODUÇÃO

Vivemos um momento conturbado no cenário político e econômico nacional e mesmo mundial, em uma sociedade leve, fluida e, sobretudo, dinâmica, como bem destaca o sociólogo polonês Zygmunt Bauman (2001). A falta de solidez e confiabilidade institucional, marca de nosso tempo, torna as pessoas autocentradas, num movimento de individualização que leva à perda de referências em termos de valores sociais. Esse processo de “[...] individualização parece ser a corrosão e a lenta desintegração da cidadania” (BAUMAN, 2001, P.50). Ele considera ainda que na modernidade líquida:

> Se o indivíduo é o pior inimigo do cidadão, e se a individualização anuncia problemas para a cidadania e para a política fundada na cidadania, é porque os cuidados e as preocupações dos indivíduos enchem o espaço público até o topo, afirmando-se como seus únicos ocupantes legítimos e expulsando tudo mais do discurso público. O público é colonizado, o interesse público é reduzido à curiosidade sobre as vidas privadas [...]. (BAUMAN, 2001, p. 51)

Segundo ele, apesar de termos superado o capitalismo “pesado”, no estilo “fordista”, o modelo sociopolítico-econômico que o sucedeu, “leve” e “amigável” com o consumidor, se torna igualmente opressor, sobretudo para alguém que não compreende bem suas regras. Nesse contexto, a Educação Financeira se apresenta como importante aliada, preparando o aluno para enfrentar dos desafios que o aguardam na transição para a vida adulta. Teixeira (2015) ressalta que:

> A Educação financeira não consiste somente em aprender a economizar, cortar gastos, poupar e acumular dinheiro, é muito mais que isso. É buscar uma melhor qualidade de vida, tanto hoje quanto no futuro, proporcionando a segurança material necessária para obter uma garantia para eventuais imprevistos. (TEIXEIRA,2015, p. 13)

Muitos alunos não se interessam pela área de finanças, a princípio, por julgá-la útil apenas para grandes investidores. Essa atitude pode ser reflexo de uma má compreensão sobre a natureza da Educação Financeira. Vista, no entanto, de modo mais amplo, podemos considerá-la como o processo por meio do qual:

> [...] consumidores/investidores melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros de maneira que, uma informação, instrução e/ou orientação objetiva possam desenvolver confiança e as competências necessárias para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos financeiros e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações efetivas que melhorem o seu bem-estar financeiro. (OECD, 2005, p. 26)

Dois aspectos justificam a inserção da Educação Financeira no Ensino Médio: o desenvolvimento de autonomia para obter as informações necessárias para a tomada de decisões que afetem diretamente seu futuro e a busca por estabilidade e bem-estar financeiro que promovam qualidade de vida. Assim, se faz necessário o aprimoramento do letramento financeiro dos alunos. Soares (2003) define letramento como:

> [...] um contínuo não linear, multidimensional, ilimitado, englobando múltiplas práticas, com múltiplas funções, com múltiplos objetivos, condicionados por e dependentes de múltiplas situações e múltiplos contextos, em que consequentemente são múltiplas e muito variadas as habilidades, conhecimentos, atitudes de leitura e de escrita [...]. (SOARES, 2003, p. 95)

Já a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura o define como a capacidade para identificar, compreender, interpretar, criar, comunicar e usar novas tecnologias, conforme os diversos contextos, em um processo contínuo de aprendizagem, que possibilita aos indivíduos alcançar os seus objetivos, desenvolvendo seu potencial, suas habilidades e competências, a partir da aquisição e do aprimoramento de seu conhecimento, contribuindo para o bem-estar social

(UNESCO, 2003).

Tratando mais especificamente do letramento financeiro, podemos considerá-lo como um processo de instrumentalização do cidadão, visando a melhoraria de sua capacidade de tomar decisões. Segundo Orton (2007), esse processo envolve a sua:

> [...] à capacidade de ler, analisar e interpretar as condições financeiras pessoais que afetam o bem-estar em nível material. Inclui a capacidade de discernir sobre decisões financeiras, discutir sobre dinheiro e assuntos financeiros. Planejar o futuro e responder de forma competente às várias etapas e acontecimentos da vida que afetam as decisões financeiras, incluindo acontecimentos da economia em geral. (ORTON, 2007, p.17)

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

A Educação Financeira constitui um campo de investigação amplo e complexo, mobilizando diversos saberes, habilidades e competências. Tentar ensinar apenas Matemática Financeira para o aluno, ignorando outras dimensões dessa problemática seria, no mínimo, simplista. Nessa perspectiva faz todo o sentido pensar numa abordagem interdisciplinar. Segundo Tomaz e David (2012), essa proposta:

> [...] ajudaria a construir novos instrumentos cognitivos e novos significados, extraindo da interdisciplinaridade um conteúdo constituído do cruzamento de saberes que traduziria os diálogos, as divergências e confluências e as fronteiras das diferentes disciplinas. Supõe-se que construiríamos, assim, novos saberes escolares, pela interação entre as disciplinas (TOMAZ e DAVID, 2012, p. 17)

Dentro desta perspectiva, Silva e Powell (2013) defendem uma abordagem interdisciplinar e contextualizada da Educação Financeira:

> [...] propomos uma Educação Financeira, cuja análise de situações problemas que os estudantes vivenciarão tenha fundamentação matemática como auxiliar na tomada de decisões. Por outro lado, não queremos dizer que o assunto deva ser explorado apenas como parte da disciplina Matemática, pois acreditamos que o efeito do ensino do assunto será tão mais amplo quanto mais diversidade de enfoques ele tiver. (SILVA e POWELL, 2013, p. 12)

Tal proposta prevê diversos obstáculos e o primeiro deles é delinear o problema a ser investigado, pois como nos lembra Fazenda (2008):

> A pesquisa interdisciplinar somente torna-se possível onde várias disciplinas se reúnem a partir de um mesmo objeto, porém é necessário criar uma situação problema no sentido de Freire (1974), onde a ideia nasça da consciência comum, da fé dos investigadores no reconhecimento da complexidade do mesmo e na disponibilidade destes em redefinir o projeto a cada dúvida ou a cada resposta encontrada. (FAZENDA, 2008, p. 27)

Essa concepção de projeto interdisciplinar vai ao encontro das propostas apresentadas no PCN para o Ensino Médio (PCNEM):

> O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, 2000, p. 43)

Vemos, na abordagem por meio de projetos, um campo para exploração de situações previstas pela Teoria das Situações Didáticas (TSD). Para Brousseau (2007):

> O professor realiza primeiro o trabalho inverso ao do cientista, uma recontextualização do saber: procura situações que deem sentido aos conhecimentos que devem ser ensinados. [...] O trabalho do professor consiste, então, em propor ao aluno uma situação de aprendizagem para que elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor. Há uma grande diferença entre adaptar-se a um problema formulado pelo meio e adaptar-se ao desejo do professor. (BROUSSEAU, 2007, p. 54-55)

Esse quadro teórico, desenvolvido por ele na França, a partir da década de 1970, influenciado pela teoria epistemológica genética de Piaget, sobretudo no que se refere às contradições e desequilíbrios construtivistas, naturais à problematização, constitui um sólido referencial para a Educação Matemática. O foco da TSD é a situação didática , a tríade professor/aluno/ saber. Busca caracterizar uma série de situações reprodutíveis que conduzam o aluno a um novo conjunto de comportamentos. Freitas (2012) define a situação didática como um conjunto de relações, explicita ou implicitamente constituídas, por um ou mais alunos num determinado *milieu* (muitas vezes traduzido como meio), com seus instrumentos, objetos e um sistema educativo, com a finalidade de possibilitar a estes o acesso e apropriação de saberes constituídos, ou em vias de constituição.

O aluno, na condição de sujeito cognitivo, aprende, adaptando-se a um *milieu*, gerador de dificuldades, de contradições, de desequilíbrio, desenvolvendo novas respostas, mas para tanto, ele deve ser munido de intenção didática. Segundo Almouloud (2007), cabe ao professor, na condição de mediador, criar e organizar um *milieu*, no qual estão engajados saberes matemáticos, propício ao ensino e à aprendizagem.

Para Brousseau (2006, p. 272), os conhecimentos são o que "... um ser humano coloca mentalmente em funcionamento, quando reage a circunstâncias precisas", ao passo que o saber "...é o sabor dos conhecimentos. No processo de transformação de conhecimento em saber mobilizável é fundamental a estruturação da situação adidática. Parte essencial da situação didática, ela se caracteriza pelo desconhecimento, por parte do aprendiz, da intenção de ensinar. Segundo Brousseau (1986, apud Almouloud, 2007, p. 33), a situação adidática se caracteriza por conduzir os alunos naturalmente à reflexão, à discussão, à busca coletiva de soluções. O professor, na função mediadora, cria condições para que o aluno articule os conhecimentos e construa novos saberes. Cada conhecimento é caracterizado por, no mínimo, uma situação adidática, dotada de sentido, denominada situação fundamental. Quando um aluno utiliza um dado conhecimento em uma situação não prevista no contexto escolar, na ausência do professor, temos uma situação adidática.

Brousseau (1986, apud Silva, 2012, p. 50) define contrato didático como um "[...] conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor [...]", um conjunto de regras, explicitas ou não que delimitam a relação entre o professor e o aluno nas situações no cotidiano escolar. Supõe a escola como instituição social responsável pelo ensino. Na dinâmica escolar esse contrato eventualmente sofre rupturas, exigindo renegociações, e se renova a cada nova etapa do processo de construção do conhecimento.

É obrigação social do professor, segundo Brousseau (apud Brun, 1996, p. 51), ajudar os alunos, caso eles recusem ou evitem o problema. Ele deve aceitar a responsabilidade pelos resultados e garantir os meios efetivos para aquisição de conhecimentos, o que não assegura, necessariamente a aprendizagem. Esse movimento é conhecido como devolução, um conjunto de condições que possibilitem aos alunos a apropriação da situação. Eles devem fazer a sua parte, tentando adaptar-se às novas condições propostas pelo professor em cada situação. O paradoxo da adaptação às situações se caracteriza por essa relação professor/aluno: o professor deve garantir condições de aprendizagem, mas não pode ser muito diretivo, não deve, na ânsia de ensinar, fazer a parte do aluno, pois este deve ser o ator do processo. Intervir incisivamente no processo de construção do conhecimento pode abortá-lo. Se o professor quiser ajudar demais seus alunos, acabará prejudicando-os. O *milieu* antagonista, com seus desafios na medida certa, oferece a eles condições reais de aprendizagem.

A dinâmica da situação de aprendizagem envolve quatro momentos básicos: ação, validação, formulação e institucionalização. No contexto da aprendizagem, segundo Silva (2012, p. 95) "[...] é uma situação de ação quando o aluno se encontra ativamente empenhado na busca de solução de um problema, realizando determinadas ações que resultam na produção de um conhecimento de natureza mais operacional". Na formulação o aluno emprega modelos, esquemas teóricos, algoritmos para elaborar hipóteses, tentando explicitar suas justificativas e controlar suas ações. Na validação o aluno tenta provar suas hipóteses, utilizando explicitamente seus saberes para elaborar uma explicação teórica. Finalmente ocorre na institucionalização o professor estabelece critérios de objetividade, dando um caráter universal ao conhecimento. Num processo essencialmente dialético, os alunos agem sobre a situação criada pelo professor, e recebem como retorno novas informações. Formulam hipóteses, que são validadas ou não, conduzindo a reformulações ou novas hipóteses. Essa análise pode ser representada por espiral ascendente, que culmina com a institucionalização.

Uma das ideias centrais da TSD é a existência do contrato didático: um conjunto de normas, convenções e práticas, raramente explícitas, que rege as relações entre professor e aluno, como as cláusulas de um contrato formal qualquer. Almouloud (2007, p. 89) acrescenta que o contrato didático é "um meio para gerenciar o tempo didático em sala de aula". Segundo Brousseau (1986 *apud* SILVA, 2012):

> Chama-se de contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor. [...] Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte, explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá que prestar conta diante do outro. (BROUSSEAU, 1986 *apud* SILVA, 2012, p. 50)

Entretanto, podemos extrapolar essa relação estendendo-a a pais de alunos, equipe de gestão escolar, secretaria de educação – enfim, todos os envolvidos, direta ou indiretamente, no ensino e na aprendizagem. Silva (2012) enfatiza que o contrato didático depende das estratégias de ensino adotadas e de seus contextos. Ele observa que:

> Há casos extremos em que o professor se refugia na segurança dos algoritmos prontos, fraciona a atividade matemática em etapas pelas quais passa mecanicamente, esvaziando o seu significado. Sua atuação resume-se em apresentar uma definição, dar alguns exemplos e solicitar exercícios "idênticos" aos dos exemplos dados. Aos alunos, cabe memorizar regras para repeti-las nas provas repletas de questões rotineiras que permitem a reprodução dos modelos fornecidos pelo professor. (SILVA, 2012, p. 52-53)

3 I OBJETIVO

Identificar as possíveis contribuições de uma abordagem por meio de projetos interdisciplinares para a educação financeira de alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual paulista.

4 I METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Realizamos uma pesquisa qualitativa, como definida por Bogdan e Biklen (1994), mais especificamente um estudo de caso, na concepção de Fiorentini e Lorenzato (2007). Os sujeitos de pesquisa foram 42 alunos, proveniente de duas turmas da segunda série do Ensino Médio de uma escola estadual paulista. O trabalho com os alunos transcorreu durante o quarto bimestre letivo de 2016, com duas aulas semanais de 50 min cada, ministradas na própria unidade escolar pelo professor de Matemática e a pela professora de Língua Portuguesa simultaneamente, dedicadas à discussão de temas relacionados à Educação Financeira, bem como orientações sobre a elaboração dos três produtos finais do projeto. Neste artigo, destacaremos um deles. Na primeira etapa, foram exibidos alguns vídeos de sensibilização:

TÍTULO E DURAÇÃO	TEMA	LINK
1. “Vida simples”, com Mario Sérgio Cortella (5min23s).	Ética e valores.	https://www.youtube.com/watch?v=sglbbzuIUxs
2. “Sete hábitos financeiros para administrar seu dinheiro com sabedoria”, com André Fogaça (9min57s).	Dicas básica de educação financeira para quem está pensando em investir.	https://www.youtube.com/watch?v=KplB-Gk80CM
3. “A história das coisas (dublado)”, com Annie Leonard (21min17s).	Discussão sobre ética, consumo e meio ambiente.	https://www.youtube.com/watch?v=7qFiGMSnNjw
4. “Como juntar dinheiro para conquistar seu objetivo”, com Joyce Coelho (16min58s).	Dicas básica de educação financeira para quem está pensando em investir.	https://www.youtube.com/watch?v=mBOBK1DLp-4
5. “Modernidade líquida”, com Zygmunt Bauman (4min22s).	Discussão sobre características e valores de nossa sociedade.	https://www.youtube.com/watch?v=FOeCu4-kmA0
6. “Modernidade líquida”, com Leandro Karnal (1h28min36s).	Discussão sobre características e valores de nossa sociedade.	https://www.youtube.com/watch?v=TZEIfZakc5E
7. “A vida que vale a pena ser vivida em tempos líquidos”, com Leandro Karnal (1h37min22s).	Discussão sobre características e valores de nossa sociedade.	https://www.youtube.com/watch?v=dCdYwzuhuMU

Quadro 1 – Vídeos de sensibilização para Educação Financeira

Fonte: Autoria própria.

As discussões, organizadas pelos dois professores, tinham a intenção de promover reflexão sobre o papel de cada um em nossa sociedade, seus direitos e deveres, seus sonhos, e, sobretudo, seus planos para o futuro, sempre envolvendo aspectos financeiros.

Na segunda etapa, os alunos foram convidados a descrever um cenário ideal, porém possível, para sua vida, em três momentos distintos: I – Concluindo o curso superior/iniciando carreira profissional (após 5 anos); II – Adquirindo estabilidade profissional/constituindo família (após 15 anos); III – Descansando/usufruindo das conquistas realizadas (na aposentadoria).

Na terceira etapa, foi solicitado aos alunos que esboçassem um orçamento para esses três momentos idealizados de seu futuro. Nesse esboço, deveria constar previsão de despesas e receitas. Eles deveriam estabelecer metas e planejar ações que possibilitassem a sua concretização. Todos os cálculos realizados deveriam ser entregues e todas as informações, referenciadas. Assim, por exemplo, se um aluno quisesse se formar em Direito, viajar para o exterior, comprar um apartamento e uma casa de praia, casar-se, ter dois filhos, deveria pesquisar sites de universidades que oferecessem esse curso, ler anúncios de emprego, visitar imobiliárias e agências de turismo, etc, documentando tudo aquilo que alimentasse planilhas orçamentárias.

5 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Quando negociamos esse projeto para os alunos, eles se mostraram entusiasmados, porque se identificavam com ele. Cada um tentaria, esquematicamente, viabilizar seus sonhos, traçando metas e estabelecendo um planejamento que, etapa por etapa, se mostrasse factível. Diferentemente dos problemas de Matemática Financeira, encontrados em seu livro didático, o pano de fundo era sua própria vida. Eles não estariam reproduzindo situações, mas sim criando-as. Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), ressaltam esse importante aspecto da abordagem por meio de projetos:

> De acordo com Skovsmose (2001), o trabalho com projetos pode contribuir para que aspectos políticos da Educação Matemática possam emergir. Tal autor destaca que uma das "soluções" para que a educação não sirva como reprodução passiva das relações, tanto sociais quanto de poder, existentes nas escolas, é o trabalho desenvolvido baseando-se em temas, segundo Freire (2005), isto é, a abordagem temática ou por projetos. (MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2013, p. 112)

O fato dos alunos aceitarem a proposta, com alguns ajustes, e se empenharem em sua realização, pode ser interpretado como sinal de seu interesse e motivação. Vale ressaltar que nessa época do ano estavam preocupados com os vestibulares e que a maioria deles já sabia que estava aprovado no ano letivo corrente, pois as notas já obtidas e divulgadas garantiam isso. Nenhum trabalho escolar é bem-sucedido se o aluno não se interessa, o que geralmente não ocorre com projetos, como observam Meyer, Caldeira e Malheiros (2013):

> [...] projeto é uma atividade na qual o interesse dos estudantes é primordial. A partir de uma situação, tema ou problema, por meio de negociação pedagógica e orientação docente, ele abre possibilidades para questões relacionadas a questões de diferentes áreas do conhecimento a ser exploradas. (MEYER, CALDEIRA, MALHEIROS, 2013, p. 113)

Não apenas os aspectos pedagógicos são negociados e renegociados. A partir que uma quebra intencional e previamente pensada, por parte do professor, e de outras tantas quebras de contrato inesperadas, conscientes ou não, pelos dois lados, novos aspectos didáticos emergem para ser trabalhados, de forma que o produto final nunca é o que se esperava inicialmente, e cada resultado é único. Não encontramos dois trabalhos iguais. Sua singularidade é prevista por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013):

> [...] por mais que os estudantes escolham um mesmo tema para investigar, os projetos não serão iguais, visto que cada um tem seus métodos e metas, considerando seus interesses, objetivos e experiências. (MEYER, CALDEIRA,

MALHEIROS, 2013, p. 113)

O programa curricular não foi abandonado, mas os conteúdos de Matemática Financeira previstos para essa série foram contemplados de um modo mais atraente e dinâmico para os alunos. Campos, Wodewotzki e Jacobini, (2013) destacam que:

> O trabalho com projetos é uma forma pedagógica de ação em que um programa de estudo é desenvolvido a partir da organização e desenvolvimento curricular, com a explícita intenção de transformar o aluno em sujeito. Esta pedagogia baseia-se na concepção de que a educação é um processo de vida, e não apenas uma preparação para o futuro profissional ou uma forma de transmissão da cultura e do conhecimento. Assim, trabalhos com projetos na sala de aula inserem-se no contexto em que se busca direcionar o olhar pedagógico pelos fundamentos da educação crítica. (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p. 45-46)

Silva e Powell (2013), ao discutir uma proposta curricular que contemple os objetivos da Educação Financeira, elencam:

> compreender as noções básicas de finanças e economia para que desenvolvam uma leitura crítica das informações financeiras presentes na sociedade; aprender a utilizar os conhecimentos de matemática (escolar e financeira) para fundamentar a tomada de decisões em questões financeiras; desenvolver um pensamento analítico sobre questões financeiras, isto é, um pensamento que permita avaliar oportunidades, riscos e as armadilhas em questões financeiras; desenvolver uma metodologia de planejamento, administração e investimento de suas finanças através da tomada de decisões fundamentadas matematicamente em sua vida pessoal e no auxílio ao seu núcleo familiar; analisar criticamente os temas atuais da sociedade de consumo; (SILVA e POWELL, 2013, p. 12)

A quebra de contrato didático e a renegociação, com a mudança da aula tradicional, com foco no resultado final e apoio no livro didático para o trabalho por meio de projetos, com foco no processo e apoio na pesquisa, mostrou-se satisfatória para o desenvolvimento da autonomia investigativa, para o seu amadurecimento ao assumir as escolhas por eles feitas, para a produção de pesquisa em ambiente escolar, enfim, para propiciar aos alunos condições para “aprender a aprender”, não se limitando a mera reprodução e memorização de conceitos pouco significativos para eles.

Uma dessas escolhas foi a de realizar o trabalho individualmente ou não. Nas duas turmas de Ensino Médio havia seis casais de namorados. Destes, cinco pediram para realizar o planejamento em dupla, uma vez que pretendiam traçar um futuro juntos. Após consultar os demais alunos da sala, tal proposta foi aceita, e o orçamento dos “casais” se mostrou bem mais complexo e pormenorizado que os demais.

Outro aspecto significativo foi o desenvolvimento da tolerância à frustração na busca de adequação orçamentária. Os alunos se angustiavam ao lidar com o grande número de gastos e perceber que o salário estimado para suas profissões não cobriria tais despesas. Assim, se fazia necessário abrir mão de coisas supérfluas, como viagens ao exterior e carros esportivos, e se ater às prioridades, como saúde e educação.

Ao definir as prioridades, valores pessoais e sociais são envolvidos. Ao discutir as possibilidades de obtenção dos recursos financeiros necessários, questões éticas vem à tona. Que preço estão dispostos a pagar para realização de seus sonhos?

Dentre a grande lista de despesas referenciadas, nos deparamos com cópias de contas de água, luz, gás encanado, IPVA, IPTU, aluguel, condomínio, seguros (de vida, residencial e até mesmo seguro de *smartphone*, *tablet* e *notebook*), mensalidades escolares, material escolar, transporte, despesas com maternidade, cerimônia de casamento, viagem de lua de mel, plano de saúde, plano funerário, recortes de jornais do caderno de imóveis, veículos etc.

Nesse percurso, tiveram acesso a diversos tipos de portadores de texto, e tanto na leitura e interpretação, quanto na elaboração do produto final, puderam contar com a orientação da professora de Língua Portuguesa, que explorou aspectos da intertextualidade. Nem todas as despesas foram referenciadas, mas consideramos o material apresentado bem elaborado, considerando o público alvo. Embora a tarefa fosse individual (com exceção dos cinco "casais"), foi observamos muitas discussões e troca de informações entre os alunos. Muitos consultavam indiretamente os pais dos colegas, colegas de trabalho e até mesmo professores e funcionários da unidade escolar.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Projetos interdisciplinares oferecem amplas condições para desenvolvimento, por parte dos alunos, de habilidades de letramento. Além disso, o desenvolvimento desse projeto permitiu, por meio de situações didáticas e adidáticas, como prevê a TSD, promoção da autonomia dos alunos, ao buscar adaptar-se às quebras e renegociações do contrato didático, tanto nos aspectos didáticos quanto pedagógicos. Para a maioria dos alunos, foi a primeira oportunidade de discutir orçamento doméstico. A consulta ao pais aproximou estes da vida escolar de seus filhos, valorizando a sua experiência de vida. Relatos de alunos mostraram que muitos pais gostaram de participar do projeto dos filhos, sentindo-se valorizados, pois muitos alunos não costumam consultá-los, uma vez que os mesmos geralmente se mostram inseguros e despreparados frente aos conteúdos escolares. Foi uma experiência inusitada. O mesmo vale para os casais. Acostumados a falar de afetos em suas conversas, se viram diante da difícil realidade do planejamento orçamentário familiar. Esperamos, com nossa breve pesquisa, ter contribuído para a reflexão sobre o papel do trabalho por meio de projetos na Educação Financeira.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

BAUMAN, Zygmunt. **Modernidade líquida**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2001.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais (Ensino M***édio)*. Brasília: MEC, 2000.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In. BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996.

______. A Etnomatemática e a Teoria das Situações Didáticas. Educação Matemática Pesquisa. **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**. ISSN 1983-3156, v. 8, n. 2, 2006: 267-281.

______. Os diferentes papéis do professor. In. PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2007. p. 48-72.

CAMPOS, Celso Ribeiro; WODEWOTZKI, Maria Lúcia Lorenzetti; JACOBINI, Otávio Roberto. **Educação estatística**: **teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

FAZENDA, Ivani. (Org.). **O que é interdisciplinaridade**. São Paulo: Cortez Editora, 2008.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das situações didáticas. In. MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org). **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. 3ª ed, Educ, São Paulo, 2012, p. 76-111.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2007.

MEYER, João Frederico da Costa Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

OECD (2005) **Improving Financial Literacy: Analysis of Issues and Policies**. Paris: Secretary General of the OECD, 2005.

ORTON, Larry. **Financial Literacy: Lessons from international experience**. Canadian Policy Research Network - CPRN Research Report. September, 2007.

SILVA, Benedito Antonio da. Contrato Didático. In. MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org). **Educação Matemática: Uma (nova) introdução**. 3ª ed, Educ, São Paulo, 2012, p. 49-75.

SILVA, Amarildo Melchiades; POWELL, Arthur Belford. **Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica.** 2013.

SOARES, Magda. Letramento e escolarização. In: RIBEIRO, Vera Masagão. (Org.). **Letramento no Brasil**. São Paulo: Global, 2003, p. 89-113.

TEIXEIRA, James. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira**. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

TOMAZ, Vanessa Sena; DAVID, Maria Manuela Martins Soares. **Interdisciplinaridade e aprendizagem da matemática em sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

UNESCO. **Aspects of Literacy Assessment**: **Topics and issues from the UNESCO Expert Meeting**. Paris, 10-12 june, 2003.

CAPÍTULO 21

A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL POR MEIO DE JOGOS

Patrícia Pereira
PPGE/UFSCar
São Carlos - SP

RESUMO: O presente trabalho relata uma experiência com jogos matemáticos com crianças entre 4 e 5 anos, visto ser a educação infantil um espaço privilegiado para tal abordagem por constituir-se num espaço de muitas linguagens. Considerando que o jogo pode ser um importante recurso pedagógico, dado sua motivação inerente, e também representar um aliado à formação de conhecimentos, destacamos os seguintes objetivos: desenvolver estratégias de contagem e de registro numérico; registrar numericamente as quantidades; reconhecer e diferenciar números; reconhecer, comparar e diferenciar quantidades; refletir e resolver situações-problema por meio de estratégias pessoais; desenvolver a linguagem oral através de interações entre as crianças e entre elas e a professora. Os jogos usados foram planejados intencionalmente, de maneira que houvesse participação ativa das crianças e que as mediações possibilitassem reflexões e contribuíssem para o desenvolvimento. No decorrer desse período, constatamos avanços significativos no reconhecimento numérico, na contagem e nos registros elaborados pelas crianças.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Infantil; Jogos; Educação Matemática.

MATHEMATICS IN EARLY CHILDHOOD EDUCATION THROUGH GAMES

ABSTRACT: This paper reports an experiment with mathematical games with children between 4 and 5 years, since the early childhood education a privileged space to such an approach by constitute in many languages. Considering that the game can be an important educational resource, given your inherent motivation, and also represent an ally to the formation of knowledge, we highlight the following objectives: develop strategies of counting and numerical registry; register the quantities numerically; recognize and differentiate numbers; recognize, compare and differentiate quantities; reflect and resolve problem situations through personal strategies; develop oral language through interactions between children and between them and the teacher. The games used were planned deliberately so that there was active participation of children and that the mediations would allow reflections and contribute to development. During this period, we see progress.

KEYWORDS: Early Childhood Education; Games; Mathematics Education.

1 I INTRODUÇÃO

A educação infantil é um espaço privilegiado para a abordagem de jogos e brincadeiras, sejam estes planejados intencionalmente pelo professor ou dirigidos pelas próprias crianças, por ser um espaço de muitas linguagens.

Assim, o jogo pode apresentar-se como um importante recurso pedagógico para o ensino da matemática, não apenas por representar prazer e descontração para as crianças, mas por possibilitar a formação de conhecimentos (NACANALLO; MORI, 2008).

2 I O JOGO PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA

O jogo pode mobilizar as crianças para a aprendizagem de determinado conceito matemático, desde que seja desenvolvido a partir de um conjunto de necessidades e motivos. Além disso, quando o jogo é utilizado com intenção pedagógica, apresenta-se como importante elemento da atividade de ensino, pois possibilita a proposição de problemas diversos.

Assim, com intencionalidade educativa, o jogo pode representar caminhos para as crianças superarem as dificuldades de aprendizagem de conceitos matemáticos. Segundo Moretti e Souza,

> O jogo ou a brincadeira pode constituir-se como importante recurso metodológico nos processos de ensino e de aprendizagem, se considerado de forma intencional e em relação com o conceito que se pretende ensinar. No caso da Matemática, é possível planejar situações nas quais, por meio da brincadeira desencadeada por jogos ou por histórias, as crianças se deparem com as necessidades de contar, registrar contagens, socializar registros, organizar dados (2015, p. 32).

Para Grando (2000), o uso do jogo pode contribuir no desenvolvimento da capacidade de pensar, refletir, analisar e compreender conceitos matemáticos, levantar hipóteses, testá-las e avaliá-las com autonomia e cooperação. Para tanto, cabe ao professor planejar situações desafiadoras e lúdicas, capazes de despertar nas crianças a necessidade de apropriação do conceito que se pretende ensinar.

Assim, os jogos, especificamente no ensino da Matemática, incentivam não apenas o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático, mas também propiciam a interação e o confronto entre diferentes formas de pensar (PADOVAN; GUERRA; MILAN, 2000). Os jogos permitem à criança vivenciar uma experiência com características sociais e culturais, provocando a descentração (entendida como sendo a consciência e o respeito à cultura e aos valores de si próprio e dos outros), a aquisição de regras, a expressão do imaginário e a apropriação de conhecimentos.

Os jogos apresentam, portanto, um aspecto relevante por proporcionarem desafios às crianças, ocasionando interesse e prazer, ou seja, motivando a aprendizagem. Então, é de suma importância esse recurso fazer parte do cotidiano escolar, desde que o professor tenha uma intencionalidade educativa e potencialize a aprendizagem dos conceitos científicos tendo como referência a necessidade da mediação e da motivação.

O papel mediador do professor, contudo, é complexo, pois cabe a ele criar condições de aprendizagem, por meio de práticas pedagógicas planejadas intencionalmente, de maneira às crianças apropriarem-se dos conhecimentos e conceitos científicos sistematizados em conteúdos escolares, por meio da apropriação e objetivação, ou seja, realizando mediações cognitivas (FARIAS; BORTOLANZA, 2013).

Desse modo, acreditamos que o uso de jogos planejados intencionalmente pode potencializar a aprendizagem, permitindo à criança desenvolver seus conhecimentos.

3 I METODOLOGIA

As atividades foram desenvolvidas no decorrer do primeiro semestre de 2017, numa turma de 23 crianças cujas idades variavam entre 4 e 5 anos, num Centro Municipal de Educação Infantil.

Os jogos usados foram planejados intencionalmente, considerando os conteúdos previstos para essa faixa etária, de maneira que houvesse a participação ativa das crianças e que as mediações da professora possibilitassem reflexões e contribuíssem para o desenvolvimento delas.

Assim, a proposta de trabalho com jogos matemáticos na Educação Infantil, teve como ponto de partida os seguintes objetivos: desenvolver estratégias de contagem e de registro numérico; registrar numericamente as quantidades; reconhecer e diferenciar números; reconhecer, comparar e diferenciar quantidades; refletir e resolver situações-problema por meio de estratégias pessoais e desenvolver a linguagem oral através de interações entre as crianças e entre as crianças e a professora.

Diante disso, as atividades foram organizadas tendo como referência os seguintes jogos: “Trilha da Dengue”, “Derruba Latas” e “Batalha de Números”, apresentadas sinteticamente no item a seguir.

4 I RESULTADOS PRELIMINARES

1. Trilha da Dengue: O tema “Dengue” fazia parte do nosso planejamento inicial, devido aos perigos do mosquito *Aedes Aegypti*. Após realizarmos pesquisas com o auxílio dos familiares, assistirmos vídeos e conversarmos sobre o assunto, foi construído um jogo com a participação das crianças na confecção do tabuleiro (Figura 1).

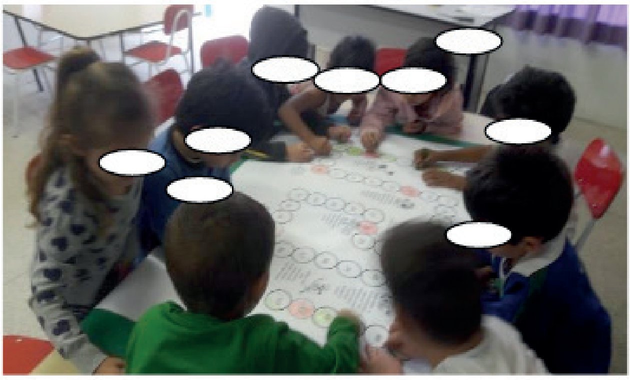


Figura 1 - Crianças pintando o tabuleiro do jogo

Com o tabuleiro pronto as crianças puderam jogar. A turma foi dividida em dois grupos, sendo cada grupo representado por uma tampinha de garrafa com cores diferentes (verde e roxa). Cada criança deveria, na sua vez, jogar o dado gigante, contar os pontos marcados no dado e percorrer a quantidade de espaços correspondentes aos pontos tirados no dado (Figura 2).

Figura 2 - Crianças jogando

A cada jogada todas participavam da contagem, ajudando o amigo a descobrir quantos pontos havia marcado. A sequência numérica do tabuleiro também foi explorada, com a contagem das casas e a leitura das mensagens relacionadas ao cuidado e prevenção do mosquito *Aedes*.

2. Derruba Latas: Esse jogo foi construído com 5 latas decoradas com desenhos feitos pelas próprias crianças (uma lata para cada grupo). Com o jogo pronto, as latas foram organizadas sobre uma mesa e todas as crianças deveriam tentar derrubar o maior número de latas que conseguissem, jogando uma bola a partir de um espaço delimitado no chão (Figura 3).

Figura 3 – Criança jogando Derruba Latas

Em outro momento, elas deveriam registrar as latas derrubadas num cartaz, representando com um "pauzinho" cada lata derrubada, na frente do seu nome (Figura 4). Outra forma encontrada para registrar a quantidade de latas derrubadas foi cada criança pintar numa folha de papel, após jogar, as latas que haviam sido derrubadas nas rodadas realizadas. Depois de terminado o jogo, elas deveriam contar o total de latas pintadas e tentar registrar numericamente.

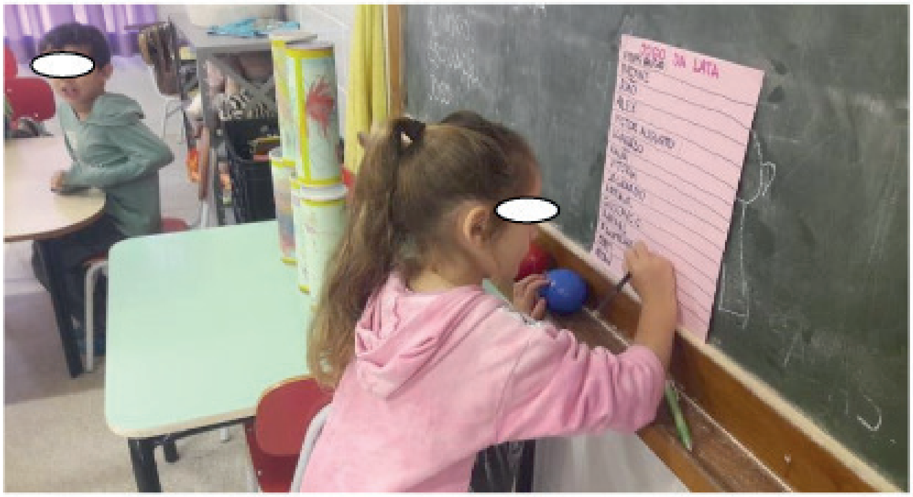


Figura 4 – Criança registrando as latas derrubadas

<u>. Batalha de Números:</u> Nesse jogo foi apresentado às crianças dois conjuntos de fichas de cores diferentes com os números de 1 a 9. Essas fichas deveriam ficar com os números virados para baixo e as crianças deveriam "duelar", tentando escolher a ficha com o maior número. Ao virar a ficha, mostravam aos colegas, que ajudavam a identificar quem havia tirado o maior número e marcado ponto (Figuras 6 e 7).

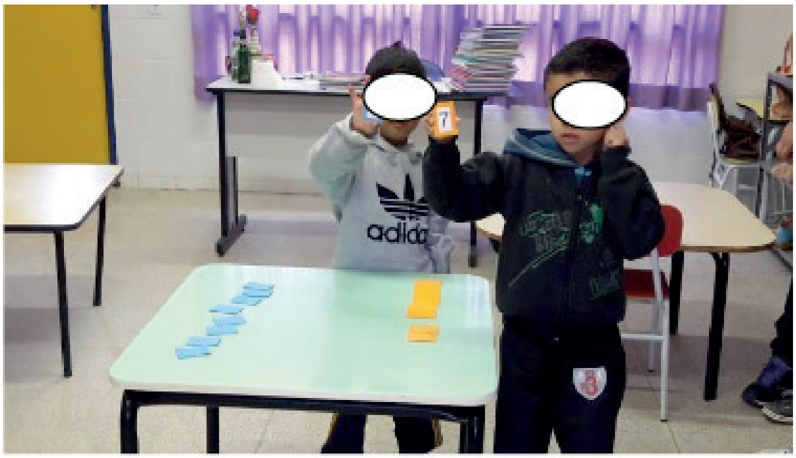


Figura 6: Crianças “duelando”

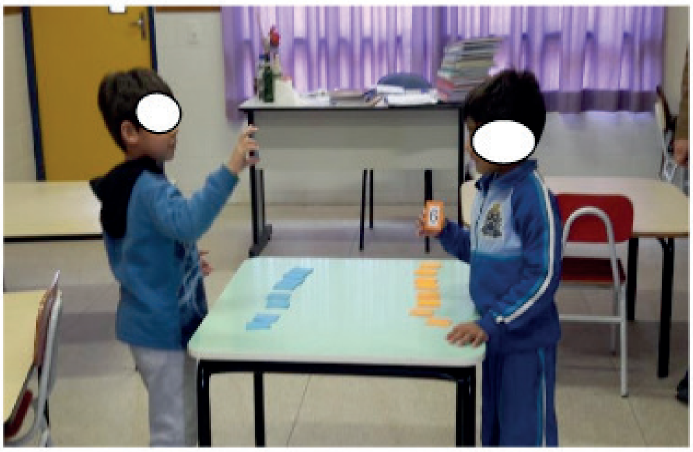


Figura 7: Crianças “duelando”

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Priorizando processos pedagógicos que incentivam a curiosidade, a criatividade, o raciocínio e o pensamento crítico, torna-se imprescindível a problematização de atividades de ensino de modo a permitir o desenvolvimento do pensamento da criança pela análise, interpretação e compreensão de relações matemáticas; que podem ser favorecidas pelo uso de jogos, de forma a desenvolver atitudes positivas com relação à aprendizagem da matemática.

Do mesmo modo, é essencial considerar que os erros e os acertos colaboram na aprendizagem de conceitos matemáticos. Compreender os erros e acertos realizados pelas crianças é tarefa primordial dos professores, visto que podem oferecer pistas de como e o quê elas pensaram, quais caminhos percorreram para solucionar determinado problema, as estratégias utilizadas na obtenção da solução, bem como o que ainda não foi compreendido.

Essa tarefa essencial do professor torna-se mais concreta na medida em que passa a considerar o papel mediador exercido não só por ele, mas também pelo conhecimento matemático e os recursos que utiliza (no caso, os jogos).

REFERÊNCIAS

FARIAS, S. A.; BORTOLANZA, A. M. E. Concepção de mediação: o papel do professor e da linguagem. **Revista Profissão Docente**, Uberaba: UNIUBE, v. 13, n.29, p. 94-109, jul./dez. 2013.

GRANDO, R. C. **O conhecimento Matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 224fls. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 2000.

MORETTI, V.D.; SOUZA, N.M.M. **Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental:** Princípios e práticas pedagógicas. 1. ed., São Paulo: Cortez, 2015. 216 p.

NACANALLO, L.F.; MORI, N.N.R. Jogos em matemática: uma possibilidade de desenvolvimento de funções psicológicas superiores. In: SEMINÁRIO DE PESQUISA. 2008, Londrina. **Anais.** Disponível em: <http://www.ppe.uem.br/publicacoes/seminario_ppe_2008/pdf/c025.pdf>. Acesso em: 06 set. 2015.

PADOVAN, D. M. F.; GUERRA, I. C. F.; MILAN, I. **Matemática:** ensino fundamental. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2000. p. V-XXII

CAPÍTULO 22

FOLHAS DE ATIVIDADES ENVOLVENDO PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E MATEMÁTICA FINANCEIRA

Roberta Angela da Silva
FATEC – Faculdade de Tecnologia Waldyr Alceu Trigo
Sertãozinho – SP

RESUMO: O conteúdo matemático escolhido surgiu da necessidade de se aprender Matemática Financeira, do desejo de que o estudante saiba escolher de forma consciente entre uma compra à vista e a prazo, que entenda informações corretas sobre porcentagens, impostos e financiamentos. Para isto, é necessário aprender sobre Educação Financeira. No Ensino Básico, a Matemática Financeira é tratada de forma superficial e repetitiva, limitando-se a cálculo de juros simples e compostos. Para auxiliar, foram confeccionadas quatro Folhas de Atividades envolvendo Progressão Geométrica e Matemática Financeira para serem aplicadas aos alunos do primeiro ano do Ensino Médio. O objetivo é transmitir conhecimentos e criticidade relacionados à Educação Financeira. É desejado que os estudantes busquem o conhecimento e utilizem-no de forma consciente, com entusiasmo no desenvolvimento da atividade e autonomia na resolução dos exercícios. Tudo foi observado na maioria dos estudantes.
PALAVRAS-CHAVE: Educação Financeira; criticidade; Progressão Geométrica.

SHEETS OF ACTIVITIES INVOLVING GEOMETRIC PROGRESSION AND FINANCIAL MATHEMATICS

ABSTRACT: The mathematical content chosen arose from the need to learn Financial Mathematics, from the student's desire to know how to consciously choose between a purchase made in cash or charge, that understands correct information about percentages, taxes and financing. To do so, it is necessary to learn about Financial Education. In Basic Education, Financial Mathematics is treated superficially and repetitively, being limited to the calculation of simple and compound interest. To assist it, four Activity Sheets involving Geometric Progression and Financial Mathematics were prepared to be applied to the students of the first grade of High School. The aim is to impart knowledge and criticality related to Financial Education. It is desired that the students seek the knowledge and use it in a conscious way, with enthusiasm in the development of the activity and autonomy in the resolution of the exercises. Everything was observed in most of the students.
KEYWORDS: Financial Education; criticality; Geometric Progression.

1 I INTRODUÇÃO

Primeiramente, é importante comentarmos sobre a diferença entre Educação Financeira e Matemática Financeira. De acordo com a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) de 2005, Educação Financeira é:

> o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram a sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e riscos neles envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda e adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, podem contribuir de modo mais consistente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro.

Enquanto a Matemática Financeira é uma ferramenta utilizada na análise de algumas alternativas de investimentos ou financiamentos de bens de consumo. Consiste em aplicar procedimentos matemáticos para simplificar a operação financeira. Com um melhor entendimento da Matemática Financeira, é possível tomar melhores decisões aprendidas em Educação Financeira.

Em nossos dias, ao entrarmos em uma loja, sentimos a necessidade de saber lidar com a Matemática Financeira, ao perguntarmos o valor à vista e o valor das parcelas no pagamento a prazo, quando nos questionamos sobre o valor dos juros em cada parcela. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, no que se refere à Matemática Financeira, o estudante deve ser orientado e capacitado a compreender as formas de compras: à vista ou a prazo e saber decidir qual delas é a melhor. Saber o significado entre o custo e a quantidade, saber calcular impostos e juros bancários além de saber interpretar corretamente embalagens de produtos quanto à quantidade (volume) e preço.

Cada estudante terá que se envolver, em algum momento da vida, com financiamentos, empréstimos, compra, troca, venda de bens e serviços. Daí surgiu a indagação sobre o que poderia ser feito para prepará-los para participarem de forma consciente e crítica nas decisões financeiras. Por enquanto, a maior parte dos estudantes do Ensino Médio não possui independência financeira, mas, certamente, podem aplicar os conhecimentos e estratégias econômicas junto a seus familiares.

Muitas pessoas não se preocupam em perguntar quanto de juros estão pagando, para elas, basta saber o valor da parcela e se esta cabe em seu orçamento. A menor parte dos consumidores faz a análise das taxas de juros das transações financeiras efetuadas, o que pode gerar dívidas sem controle, inadimplência e descontrole na economia pessoal, familiar e/ou empresarial.

Com o objetivo de contribuir para a solução deste problema, foram elaboradas “Folhas de Atividades”. Para testar esse produto didático, foram aplicadas em três salas de primeiro ano do Ensino Médio nas cidades de Jaboticabal, Matão e Monte

Alto, todas no interior do Estado de São Paulo.

2 I REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A Matemática Financeira, quando não tem suas aplicações compreendidas de forma correta, pode gerar prejuízos no que se refere ao lado financeiro, e, segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica Brasil (2006, p. 135):

> [...] o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários.

Entendemos que a Educação Matemática Financeira excede os limites da sala de aula e das formalidades pedagógicas. É uma questão de prática de todo cidadão e isto está de acordo com o que cita Rosetti (2003, p. 35):

> Na vida profissional e no ambiente mundo do trabalho é cada vez maior a exigência educacional de se buscar uma forma mais adequada para um significativo ensino-aprendizagem da Matemática Financeira nos Cursos de Formação Técnica e Tecnológica e para aplicação de seu uso nos problemas financeiros do dia-a-dia, de uma maneira cidadã, criativa e prazerosa.

Amaral; Rosetti; Schimiguel, (2013, p. 33) prossegue:

> Os livros didáticos, em grande parte, abordam a Matemática Financeira de forma superficial e por meio de situações artificiais. Esse conteúdo é reduzido ao ensino de cálculo de porcentagem, regra de três, cálculo de juro simples, montante, taxa de juro, desconto, aumento, cálculo de juro composto e outros temas, sem abordar os conceitos intrínsecos a esses elementos. Um exemplo: Uma TV é vendida por R$ 2000,00, se João comprar à vista terá um desconto de 10%. Qual o Valor pago pela TV?

Para nos distanciarmos desse método pronto e repetitivo, optamos pela Educação Financeira. Ao utilizarmos apenas porcentagem, regra de três e cálculos de juros, limitamo-nos à utilização de fórmulas prontas e engessamos a disciplina.

Ole Skovsmose (2004) cita que além dos estudantes terem técnicas e formas de conhecimentos, eles devem ser levados a refletirem sobre tais ferramentas e como trazê-las à ação:

> A Educação Matemática não deve apenas ajudar os estudantes a aprenderem certas formas de conhecimento e de técnicas, mas também convidá-los a refletirem sobre como essas formas de conhecimento e de técnicas devem ser trazidas à ação (grifo nosso).

A “ação” da qual cita SKOVSMOSE, é a maneira prática e do cotidiano com a qual os conhecimentos podem e devem ser aplicados.

3 I METODOLOGIA

Foram construídas três Folhas de Atividades com o objetivo de proporcionar aos estudantes um aprendizado mais autônomo e colaborativo. Ao iniciar a aplicação desse material didático, foi explicado em cada sala que os estudantes teriam cinquenta minutos para resolver cada Folha de Atividades e que eles deveriam formar grupos com dois integrantes cada para a resolução das mesmas, porém, a entrega das folhas resolvidas deveria ser individual. As cidades com número ímpar de estudantes possuíram um grupo com três integrantes. Também foi explicado que poderiam e deveriam debater entre os integrantes do grupo para explorarem da melhor maneira possível as atividades, deixando claro que a intervenção da docente seria praticamente nula.

Ao aplicar as Folhas de Atividades, ocorreu a seguinte divisão das classes. A classe com cinquenta estudantes foi dividida em vinte e cinco grupos, a classe com vinte e nove estudantes foi dividida em catorze grupos e a sala com vinte e cinco estudantes foi dividida em doze grupos, tendo, portanto um total de cinquenta e um grupos. Esses grupos se conservaram durante a aplicação das quatro Folhas de Atividades.

Para a análise da aplicação das Folhas de Atividades, foi considerado igualmente todos os grupos sem fazer distinção das classes a que pertenciam. Observamos pelo desempenho dos grupos que não há necessidade de separar as classes para fazer essa análise. Observamos também que os estudantes de cada grupo responderam as questões de forma praticamente idêntica. Abaixo segue um problema da quarta Folha de Atividades.

> 1) Joaquim decidiu comprar um carro em uma concessionária. A atendente lhe ofereceu um plano de pagamento parcelado, em que a taxa mensal de juros cobrada era de 3,5% ao mês, em doze parcelas iguais de R$3311,49. Joaquim ofereceu uma contra proposta. Daria 20% do valor do carro como entrada, e pagaria o restante em 6 parcelas iguais, mas com uma redução da taxa de juros para o nível de 3% ao mês. Dado que a concessionária aceitou o negócio proposto por Joaquim, construa a Tabela Price desse financiamento.

MESES	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0				
1				
2				
3				
4				

5				

4 I RESULTADOS PRELIMINARES

Em geral os estudantes responderam muito bem as Folhas de Atividades. Eles manifestaram uma certa resistência a essa metodologia por ser nova para eles, mas, a partir da aplicação da segunda Folha de Atividades, a insegurança foi passando e começaram a se familiarizar com o produto didático.

Um dos pontos mais positivos observado durante a aplicação das Folhas de Atividades foi o trabalho em grupo. Os estudantes debateram os problemas, discutiram e se ajudaram, o que não é possível durante as aulas expositivas. Esta é uma das principais razões pelas quais acredita-se ter sido satisfatório também para os estudantes.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo traçado para esse projeto foi alcançado. Os estudantes, em sua grande maioria, apresentaram uma boa compreensão do conteúdo e manifestaram-se positivamente quanto à proposta diferenciada, com menor utilização de formalismo algébrico, maior interpretação e maior autonomia diante das diversas situações apresentadas a eles.

Os estudantes compreenderam que a Matemática Financeira é muito mais que formalismos, que é de extrema importância e auxilia na tomada de decisões financeiras. Viram como os conteúdos se entrelaçam: Progressão Geométrica e Matemática Financeira.

É possível mudar a maneira de ensinar Matemática Financeira e Matemática, em geral. Não há necessidade da aula de Matemática Financeira limitar-se a cálculos de porcentagem, utilização de regra de três e aplicação das fórmulas de juros simples e juros compostos. Mostrou-se que há meios de despertar nos estudantes o gosto por aprender Matemática e que é possível auxiliá-los em suas futuras tomadas de decisões no âmbito financeiro. Esses procedimentos proporcionam aos estudantes maior curiosidade, interesse, senso crítico e autonomia em seu aprendizado.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica.** Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio). Brasília: MEC, 2000.

BRASIL, **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica. Ministério da Educação.** Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral.

ORGANIZAÇÃO DE COOPERAÇÃO E DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO – OCDE. Assessoria de Comunicação Social. OECD’s Financial Education Project. OCDE, 2005. Disponível em: <http://www.oecd.org/> Acesso em: 03 mai. 2018.

ROSETTI JR, H. **Não Pare de Estudar.** Vitoria. Oficina de Letras, n. 3, p. 33-36, jan./dez. 2009.

ROSETTI JR, H. **Educação matemática financeira: conhecimentos financeiros para a cidadania e inclusão.** Vitória. n. 2, p. 21-26, jan./dez. 2010.

SKOVSMOSE, O. **Matemática em ação.** In: BICUDO, M. e BORBA, M.C. (Orgs.). Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 30-57.

Folha de atividade nº 1

Nome:______________________________Série:____

Recordando progressão geométrica...

Você se lembra de como fazíamos para determinar o termo geral de uma P.G.?

Dada uma P.G. de razão q e primeiro termo a_1, o termo geral a_n é dado por $a_n = a_1.q^{n-1}$

Para recordarmos, em cada caso abaixo, com o auxílio da calculadora científica do seu celular, complete:

1) PG (1; 2; 4; 8; ...)

a_1 = _________ q = _________ a_n = _______________

2) PG (81; 27; 9; 3; ...)

a_1 = _________ q = _________ a_n = _______________

3) PG (20; 2; 0,2; 0,02; ...)

a_1 = _________ q = _________ a_n = _______________

4) PG (500; 525; 551,25; 578,8125, ...)

a_1 = _________ q = _________ a_n = _______________

Vamos agora pensar um pouco em Matemática Financeira...

Quando um valor sofre aumento de 2%, por exemplo, basta multiplicarmos esse valor por 1,02, pois:

100% + 2% = 102% = 1,02

Vamos pensar que o valor que sofrerá aumento é R$ 4000,00.

Após 1 aumento de 2% o valor passará a ser _______________

Após 2 aumentos sucessivos de 2% o valor passará a ser _______________

Após 3 aumentos sucessivos de 2% o valor passará a ser _______________

Após 4 aumentos sucessivos de 2% o valor passará a ser _______________

Após 12 aumentos sucessivos de 2% o valor passará a ser _______________

Após t aumentos sucessivos de 2% o valor passará a ser _______________

E se chamarmos o valor de inicial de C (capital inicial), qual seria o valor após t aumentos sucessivos de 2%?

Resposta:___________________________________

E se chamarmos o valor de inicial de C (capital inicial) e o aumento de 2% de i (taxa), qual seria o valor após t aumentos sucessivos de i?

Resposta:___________________________________

Vamos treinar...

Se desejamos investir R$ 4500,00 a 1% ao mês, complete:

q = 100% + ___ = _____

CAPITAL (C ou a_1)	MÊS	VALOR FINAL OU MONTANTE
R$4500,00	1	4500 x _______= R$
R$4500,00	2	4500 x _______= R$
R$4500,00	3	4500 x _______= R$
R$4500,00	12	4500 x _______= R$
R$4500,00	24	4500 x _______= R$
R$4500,00	t	M = 4500 x ________

Clipart free

Gostou da atividade? ☐ SIM ☐ NÃO

Achou: ☐ DIFÍCIL ☐ MÉDIO ☐ FÁCIL

Espero que tenham gostado!!!

Folha de atividade nº 2

Nome:______________________________Série:____

Recordando soma de progressão geométrica...

Você se lembra de como fazíamos para determinar a soma dos n primeiros termos de uma P.G.?

Dada uma P.G. de razão q e primeiro termo a_1, a soma dos n primeiros termos Sn é dada por $S_n = \frac{a_1 .(q^n - 1)}{q - 1}$

Para recordarmos, em cada caso abaixo, com o auxílio da calculadora científica do seu celular, complete:

1) PG (1; 2; 4; 8; ...)

a_1 = ________ q = ________ S_n = ______________

2) PG (81; 27; 9; 3; ...)

a_1 = ________ q = ________ S_n = ______________

3) PG (20; 2; 0,2; 0,02; ...)

a_1 = ________ q = ________ S_n = ______________

4) PG (500; 525; 551,25; 578,8125, ...)

a_1 = ________ q = ________ S_n = ______________

Vamos agora pensar um pouco em Matemática Financeira...

Os conceitos de soma dos termos de uma progressão geométrica são fundamentais para resolução de problemas de matemática financeira.

Vamos estudar o problema de Renata...

Clipart Free

MÊS DO DEPÓSITO	VALOR DESSE DEPÓSITO EM DEZEMBRO (APÓS OS RENDIMENTOS)
JANEIRO	1000 x $1{,}02^{11}$= R$ ___________
FEVEREIRO	1000 x $1{,}02^{10}$= R$ ___________
MARÇO	1000 x $1{,}02^{9}$= R$ ___________
ABRIL	
MAIO	
JUNHO	

JULHO	
AGOSTO	
SETEMBRO	
OUTUBRO	
NOVEMBRO	1000 x 1,02 = R$
DEZEMBRO	R$ 1000

Renata deposita todo mês R$1000,00 em sua conta que possui um rendimento de juros compostos a 2% ao mês. Ela inicia os depósitos em janeiro e termina em dezembro.

Vamos preencher a tabela para entender o investimento de Renata:

Qual o saldo na conta de Renata após o depósito efetuado em dezembro?
Resposta:____________________________________

Você notou que trata-se de uma soma de 12 termos de uma P.G.?
Resposta:________

Tente aplicar a fórmula da soma dos 12 primeiros termos da P.G. para conferir o saldo da conta de Renata...
Resolução: ____
____
____

Agora que você percebeu que é mais fácil utilizar a soma de P.G., vamos calcular o saldo da conta de Renata se ela continuar esses depósitos por 5 anos (60 meses)!!!

Resolução:____

Gostou da atividade? SIM NÃO

Achou: DIFÍCIL MÉDIO FÁCIL

Espero que tenham gostado!!!

Folha de atividade nº 3
Nome:____________________________**Série:**____

Aprendendo sobre financiamentos...


Clipart free

Vamos aprender a calcular as prestações de financiamentos!!! Essa atividade realizaremos juntos!!! Desde o cálculo das prestações utilizando soma de

P.G. até o preenchimento das tabelas ☺
Utilizaremos a calculadora científica dos celulares!!!

1- Um carro de R$50.000,00 é financiado a taxa de 1% a.m. em 60 meses de acordo com o SAF ou SF. Qual será o valor da parcela desse carro? Qual o valor total pago por esse carro?

Resposta:____

2- Um empréstimo de R$3.790,79, realizado no regime de juros compostos, será pago em cinco prestações anuais iguais. Sabendo que a taxa de juros do empréstimo é de 10% a.a., calcule o valor da prestação e construa a planilha financeira referente ao pagamento do empréstimo.

Primeiro calcule o valor da prestação!!! Não se esqueça!!! ☺

n	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0				
1				
2				
3				
4				
5				

3- Joaquim decidiu comprar um carro em uma concessionária. A atendente lhe ofereceu um plano de pagamento parcelado, em que a taxa mensal de juros cobrada era de 3,5% ao mês, em doze parcelas iguais de R$3311,49. Joaquim ofereceu uma contra proposta. Daria 20% do valor do carro como entrada, e pagaria o restante em 6 parcelas iguais, mas com uma redução da taxa de juros para o nível de 3% ao mês. Dado que a concessionária aceitou o negócio proposto por Joaquim, construa a Tabela Price desse financiamento.

MESES	JUROS	AMORTIZAÇÃO	PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Gostou da atividade? ☐ SIM ☐ NÃO

Achou: ☐ DIFÍCIL ☐ MÉDIO ☐ FÁCIL

Espero que tenham gostado!!!

SOBRE O ORGANIZADOR

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves - Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

ÍNDICE REMISSIVO

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-603-4
9 788572 476034