

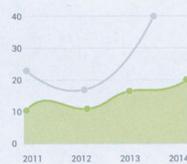
Ernane Rosa Martins  
(Organizador)

### Morris Charts

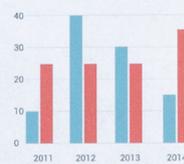
Line Chart



Area Chart



Bar Chart



Donut Chart



### Sparkline Charts

Line Chart



Bar Chart



Pie Chart



### Easy Pie Charts



Pesquisa Operacional  
e sua Atuação Multidisciplinar

**Ernane Rosa Martins**

(Organizador)

# **Pesquisa Operacional e sua Atuação Multidisciplinar**

**Atena Editora  
2019**

2019 by Atena Editora  
Copyright © Atena Editora  
Copyright do Texto © 2019 Os Autores  
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora  
Editora Executiva: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Antonella Carvalho de Oliveira  
Diagramação: Karine de Lima  
Edição de Arte: Lorena Prestes  
Revisão: Os Autores

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores. Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

### **Conselho Editorial**

#### **Ciências Humanas e Sociais Aplicadas**

Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Deyvison de Lima Oliveira – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### **Ciências Agrárias e Multidisciplinar**

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Alexandre Igor Azevedo Pereira – Instituto Federal Goiano  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas

#### **Ciências Biológicas e da Saúde**

Prof. Dr. Benedito Rodrigues da Silva Neto – Universidade Federal de Goiás  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Elane Schwinden Prudêncio – Universidade Federal de Santa Catarina  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. José Max Barbosa de Oliveira Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará

Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande

### **Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

### **Conselho Técnico Científico**

Prof. Msc. Abrãao Carvalho Nogueira – Universidade Federal do Espírito Santo  
Prof. Dr. Adaylson Wagner Sousa de Vasconcelos – Ordem dos Advogados do Brasil/Seccional Paraíba  
Prof. Msc. André Flávio Gonçalves Silva – Universidade Federal do Maranhão  
Prof.ª Drª Andreza Lopes – Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento Acadêmico  
Prof. Msc. Carlos Antônio dos Santos – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro  
Prof. Msc. Daniel da Silva Miranda – Universidade Federal do Pará  
Prof. Msc. Eliel Constantino da Silva – Universidade Estadual Paulista  
Prof.ª Msc. Jaqueline Oliveira Rezende – Universidade Federal de Uberlândia  
Prof. Msc. Leonardo Tullio – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof.ª Msc. Renata Luciane Polsaque Young Blood – UniSecal  
Prof. Dr. Welleson Feitosa Gazel – Universidade Paulista

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)</b>	
P474	Pesquisa operacional e sua atuação multidisciplinar [recurso eletrônico] / Organizador Ernane Rosa Martins. – Ponta Grossa, PR: Atena Editora, 2019.  Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-85-7247-478-8 DOI 10.22533/at.ed.788191107  1. Pesquisa operacional. I. Martins, Ernane Rosa.  CDD 658.51
<b>Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422</b>	

Atena Editora  
Ponta Grossa – Paraná - Brasil  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br

## APRESENTAÇÃO

A Pesquisa Operacional (PO) utiliza a matemática, a estatística e a computação para auxiliar na solução de problemas reais, com foco na tomada das melhores decisões nas mais diversas áreas científicas e de atuação humana, buscando otimizar e melhorar suas performances. Através do uso de técnicas de modelagem matemática e eficientes algoritmos computacionais, a PO vem cada vez mais atuando na análise dos mais variados aspectos e situações de problemas complexos em demandas de inúmeras áreas, principalmente por conta de sua flexibilidade de aplicação e interação multidisciplinar, permitindo a tomada de decisões efetivas e a construção de sistemas mais produtivos.

Esta obra reúne importantes trabalhos que envolvem o uso de PO, realizados em diversas instituições de ensino do Brasil, abordando assuntos atuais e relevantes, tais como: modelos matemáticos; otimização multiobjectivo; heurísticas; algoritmos; otimização geométrica; metodologia SODA; soft systems methodology; strategic choice approach; procedimentos metodológicos de análise estatística; jogos cooperativos; algoritmos genéticos; método VIKOR; regressão linear múltipla; algoritmos de aprendizado de máquina; análise de decisão multicritério e composição probabilística de preferências.

A importância desta coletânea está na excelência dos trabalhos apresentados e na contribuição dos seus autores em temas de experiências e vivências. A socialização destes estudos no meio acadêmico, permite ampla análise e inúmeras discussões sobre diversos assuntos pertinentes referentes a atuação multidisciplinar da PO. Por fim, agradeço a todos que contribuíram na construção desta belíssima obra e desejo a todos os leitores, boas reflexões sobre os assuntos abordados.

Ernane Rosa Martins

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
UMA ABORDAGEM MULTIOBJETIVO EM UM PROBLEMA DE PRODUÇÃO COM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO E TESTE DE FUNCIONALIDADE	
Sander Joner Neida Maria Patias Volpi Joyce Rodrigues da Silva Tulipa Gabriela Guilhermina Juvenal da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911071</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>16</b>
SOLUÇÕES INTEIRAS PARA O PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE UNIDIMENSIONAL	
Gonçalo Renildo Lima Cerqueira Sérgio da Silva Aguiar Marlos Marques	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911072</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>28</b>
OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE AERONAVES REMOTAMENTE PILOTADAS CARGUEIRAS VIA ECOLOCALIZAÇÃO	
Guilherme Aparecido Barbosa Pereira Ivo Chaves da Silva Júnior Luiz Rogério Andrade de Oliveira Carlos Henrique Sant'Ana da Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911073</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>41</b>
O CASO DA INDÚSTRIA CRIATIVA DO CARNAVAL SOB O ENFOQUE DO SODA	
Ailson Renan Santos Picanço Adjame Alexandre Oliveira Mischel C.N. Belderrain Nissia Carvalho Rosa Bergiante	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911074</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>55</b>
MODELO DE NEGÓCIO EM UMA COMUNIDADE AGRÍCOLA: APLICAÇÃO DE <i>SOFT SYSTEMS METHODOLOGY</i> E <i>STRATEGIC CHOICE APPROACH</i>	
Michelle Carvalho Galvão Silva Pinto Bandeira Raquel Issa Mattos Mischel Carmen Neyra Belderrain Anderson Ribeiro Correia John Bernhard Kleba	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911075</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>72</b>
MODELAGEM MATEMÁTICA PARA GERAÇÃO DE ESCALAS DE TURNO	
Laiz de Carvalho Nogueira Tiago Araújo Neves	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911076</b>	

<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>87</b>
METODOLOGIA ADOTADA PELA ARCELORMITTAL BRASIL PARA CERTIFICAÇÃO DE PADRÕES SECUNDÁRIOS PARA ANÁLISES QUÍMICAS EM AMOSTRAS DE MINÉRIO DE FERRO DA MINA DE SERRA AZUL EM MINAS GERAIS	
Antonio Fernando Pêgo e Silva Juliana Cecília C R Vieira Luiz Paulo de Carvalho Serrano	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911077</b>	
<b>CAPÍTULO 8</b> .....	<b>100</b>
JOGOS COOPERATIVOS NA ALOCAÇÃO DE CUSTOS DE ESTOQUES DE PEÇAS COMPARTILHADOS	
Bernardo Santos Aflalo Natália Nogueira Ferreira Souza Takashi Yoneyama	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911078</b>	
<b>CAPÍTULO 9</b> .....	<b>112</b>
BIASED RANDOM-KEY GENETIC ALGORITHM ACCORDING TO LEVY DISTRIBUTION FOR GLOBAL OPTIMIZATION	
Mariana Alves Moura Ricardo Martins de Abreu Silva	
<b>DOI 10.22533/at.ed.7881911079</b>	
<b>CAPÍTULO 10</b> .....	<b>126</b>
AVALIAÇÃO MULTICRITÉRIO DA QUALIDADE DA INFORMAÇÃO CONTÁBIL	
Alini da Silva Nelson Hein Adriana Kroenke	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110710</b>	
<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>142</b>
AVALIAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS DE APRENDIZADO DE MÁQUINA PARA DETECÇÃO REATIVA E PREVENTIVA DE BOTNETS	
Vinicius Oliveira de Souza Sidney Cunha de Lucena	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110711</b>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>158</b>
AVALIAÇÃO DE ATRIBUTOS ESTATÍSTICOS NA DETECÇÃO DE ATAQUES DDOS BASEADA EM APRENDIZADO DE MÁQUINA	
Eduardo da Costa da Silva Sidney Cunha de Lucena	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110712</b>	

<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>173</b>
ABORDAGEM PROBABILÍSTICA À ESCOLHA DE PRODUTOS DE DEFESA: UMA APLICAÇÃO DA COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA DE PREFERÊNCIAS NA AQUISIÇÃO DE BLINDADOS	
Luiz Octávio Gavião Annibal Parracho Sant'Anna Gilson Brito Alves Lima Pauli Adriano de Almada Garcia	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110713</b>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>189</b>
A STOCHASTIC DYNAMIC MODEL FOR SUPPORT OF THE MANAGEMENT OF NEW PRODUCT DEVELOPMENT PORTFOLIOS	
Samuel Martins Drei Thiago Augusto de Oliveira Silva Marco Antonio Bonelli Júnior Luciana Paula Reis Matheus Correia Teixeira	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110714</b>	
<b>CAPÍTULO 15</b> .....	<b>205</b>
A RELAXED FLOW-BASED FORMULATION FOR THE OPEN CAPACITATED ARC ROUTING PROBLEM	
Rafael Kendy Arakaki Fábio Luiz Usberti	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110715</b>	
<b>CAPÍTULO 16</b> .....	<b>217</b>
A COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA DE PREFERÊNCIAS COM MEDIDAS DE DESIGUALDADE: CORRELAÇÕES COM OS PONTOS DE VISTA PROGRESSISTA E CONSERVADOR	
Luiz Octávio Gavião Annibal Parracho Sant'Anna Gilson Brito Alves Lima	
<b>DOI 10.22533/at.ed.78819110716</b>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR</b> .....	<b>233</b>

## UMA ABORDAGEM MULTIOBJETIVO EM UM PROBLEMA DE PRODUÇÃO COM ESTOQUE INTERMEDIÁRIO E TESTE DE FUNCIONALIDADE

### Sander Joner

IFPR - Campus Colombo  
Colombo, PR, Brasil  
sander.joner@ifpr.edu.br

### Neida Maria Patias Volpi

Universidade Federal do Paraná - PPGMNE  
Curitiba, PR, Brasil  
neidavolpi@gmail.com

### Joyce Rodrigues da Silva

Universidade Federal do Paraná - PPGMNE  
Curitiba, PR, Brasil  
joycee.07@gmail.com

### Tulipa Gabriela Guilhermina Juvenal da Silva

Universidade Federal do Paraná - PPGMNE  
Curitiba, PR, Brasil  
tulipajs@gmail.com

**RESUMO:** Este trabalho apresenta um modelo matemático para um problema de dimensionamento de lotes com estoques intermediários controláveis entre a produção e o teste de funcionalidade dos itens produzidos, através de uma abordagem de otimização multiobjetivo. Um problema teste foi utilizado para analisar o *trade-off* entre custo do estoque intermediário, custo de *setup* e o custo de operação de forno onde é realizado o teste de funcionalidade dos itens produzidos. As soluções obtidas por este problema teste indicam

que o conflito com o teste de funcionalidade e demais variáveis é determinante na construção das soluções ótimas. Além disso, há um ganho significativo no número de soluções não dominadas com o uso de mais de uma técnica de resolução.

**PALAVRAS-CHAVE:** Dimensionamento de Lotes, Otimização Multiobjetivo, Modelo Matemático

**ABSTRACT:** This paper presents a mathematical model for a problem of dimensioning of lots with controllable intermediate stocks between the production and the test of functionality of the items produced, through a multiobjective optimization approach. A test problem was used to analyze the trade-off between the cost of the intermediate stock and the operating cost of an oven where the functionality test of the produced items is performed. The solutions obtained by this test problem indicate that the conflict with the test of functionality and other variables is determinant in the construction of the optimal solutions. In addition, there is a significant gain in the number of non-dominated solutions with the use of more than one resolution technique.

**KEYWORDS:** Batch Dimensioning, Multiobjective Optimization, Mathematical Model

## 1 | INTRODUÇÃO

O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes foi adaptado para uma empresa fabricante de produtos eletroeletrônicos. O trabalho de Joner e Volpi (2017a) apresenta um modelo matemático para este problema. No trabalho citado, os autores resolveram o problema pelo método dos pesos, nesta abordagem e com os pesos adotados, o conflito se deu apenas entre o custo de estoque e operação de forno. Neste trabalho, com a aplicação de novos pesos e métodos, a saber método E-restrito e Goal Programming, outras soluções foram obtidas, indicando conflito também entre setup e as funções anteriores. Com isso, este trabalho visa apresentar a nova fronteira obtida sistematicamente por meio dos métodos: Pesos, E-restrito e Goal Programming.

O problema que este trabalho estuda é um planejamento operacional de curto prazo, relacionado ao dia-a-dia da produção, cujo objetivo é definir as prioridades das ordens de produção dos itens e quais as máquinas que serão utilizadas (programação da produção), entre outros.

Os itens produzidos deverão passar por um teste de funcionalidade em fornos próprios para este fim que tem a particularidade de

testar os itens por um curto período de tempo, com área restrita e sem interrupção. Isto exige um sincronismo entre a produção e a fase de teste através de um controle do estoque intermediário gerado.

Inspirados pela grande aplicabilidade dos problemas de dimensionamento de lotes da produção no nível operacional, neste trabalho será usado uma abordagem usando a otimização multiobjetivo para criar um modelo matemático para uma empresa multinacional do Sul do Brasil, fabricante de produtos eletro-eletrônicos, especificamente no processo de fabricação de inversores de frequência.

Na literatura alguns trabalhos abordam o problema de forma integrada aplicado a alguns setores industriais são eles: indústria de fundição de Araujo et al. (2004), suplementos para nutrição animal Toso et al. (2009), produção de papéis Santos e Almada-Lobo (2012), refrigerantes Ferreira et al. (2012) e Toledo et al. (2012), problemas multiestágios Ulbricht (2015) e modelo matemático com sincronismo entre a produção e o teste de funcionalidade de itens Joner e Volpi (2017a), entre outros. Apesar de existir vários trabalhos nesta área a abordagem multiobjetivo é pouco explorada.

O objetivo deste trabalho é apresentar métodos distintos, que são os mais conhecidos na literatura de multiobjetivo, com a finalidade de tentar explorar melhor o espaço de soluções. Esses métodos serão adaptados para o modelo matemático em questão.

O trabalho está estruturado da seguinte forma: apresentação do problema, abordagem multiobjetivo que será utilizada, o modelo matemático proposto, um teste de aplicação, a fronteira de eficiência, análise dos resultados e por fim as conclusões.

O problema aqui apresentado é uma adaptação do problema apresentado por

Joner e Volpi (2017b). O modelo original sofreu algumas simplificações no conjunto de restrições, visto que o objetivo deste trabalho é estudar o comportamento dos métodos no espaço de busca das soluções.

Em um sistema produtivo, devem ser produzidos vários tipos de itens em um conjunto de máquinas em um dado horizonte de planejamento. Em um intervalo de tempo, pode ser produzido mais de um tipo de item, desde que esta utilização não ultrapasse a capacidade de produção disponível. Entre a produção de lotes de tipos de itens diferentes em uma dada máquina, existe a necessidade de um tempo de preparação da mesma (tempos de *setup*).

Em sistemas produtivos compostos por máquinas distintas em paralelo, existe a possibilidade dos itens serem fabricados em várias máquinas, conforme a Figura 1. Nesses sistemas, a escolha da máquina para produção deve levar em consideração as diferentes taxas de produção e níveis de eficiência e assim incorrer em custos de produção diferentes.

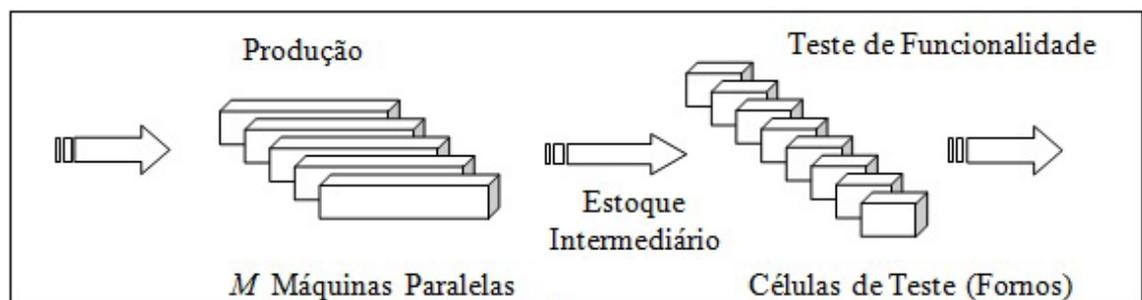


Figura 1: Representação do Ambiente de Produção

Fonte: Os Autores (2018)

No problema abordado, após produzidos os itens nas  $M$  máquinas paralelas, esses são enviados a um setor de teste de funcionamento, denominado “Células de Teste” ou fornos, que operam a uma temperatura elevada de modo a simular o funcionamento do produto em condições extremas, e que contam com conectores (*slots*) apropriados ao tipo de item que deve ser testado. Cada forno é ajustável a um grupo de itens. Um dos problemas encontrados, além do dimensionamento dos lotes na produção nas  $M$  máquinas paralelas, é o fato de tentar se trabalhar com as células teste (fornos) de forma que suas capacidades não sejam subutilizadas. Uma vez que uma célula de teste que tem capacidade para um número fixo de itens, começa a operar de forma a não estar completamente ocupada, o processo não pode ser interrompido por um tempo pré-determinado.

A espera por novos itens até a completa lotação do forno, implica no processo de resfriamento/aquecimento ou da manutenção da célula de teste aquecida durante um tempo, o que gera custos. Devido ao tempo para aquecimento da célula, é mais viável manter a célula sempre aquecida durante o horizonte de planejamento e desligá-la após não haver mais demanda.

Se não houver controle no processo de fabricação, pode-se incorrer tanto na falta de itens para completar espaços ociosos nas células de teste, bem como na produção demasiada de um determinado tipo de item em um mesmo período, o que gera estoque intermediário de itens não testados e conseqüentemente custos com estocagem e com acúmulo de itens gerando filas. Um dos objetivos para qual o modelo matemático foi formulado é o de estabelecer um controle dos estoques intermediários evitando filas em determinadas células e falta de itens em outras, limitando quantidade de itens em estoque intermediário.

Observa-se que nem sempre é possível ou viável produzir uma quantidade que possa suprir a capacidade da célula de teste num tempo pré-determinado. Devido à busca pela minimização de custos, torna-se necessário sempre que possível, utilizar ao máximo a capacidade das células teste buscando atender às demandas previstas para o horizonte de planejamento. Este ambiente de produção é complexo, pois para atender as demandas previstas, com o menor custo possível, é preciso saber o quanto produzir, em qual momento e controlar os estoques intermediários evitando filas para o teste de funcionalidade e ao mesmo tempo não deixando os fornos ociosos.

Existem conflitos associados às decisões de quantidades produzidas, custo de estocagem dos itens, ocupação e operação dos fornos, o que justifica utilizar a abordagem multiobjetivo.

## 2 | PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Um problema de otimização multiobjetivo, geralmente, consiste em minimizar (ou maximizar) simultaneamente um conjunto de critérios ou objetivos satisfazendo um conjunto de restrições. Em otimização multiobjetivo, não existe uma única solução que otimize cada um dos objetivos, mas sim um conjunto de soluções eficientes no qual nenhuma solução é melhor que outra solução para todos os objetivos. O decisor (*decision maker*) é o responsável pela escolha de uma solução eficiente particular que pondere os objetivos globais do problema.

Um problema geral de otimização multiobjetivo consiste em encontrar um vetor de variáveis de decisão (solução) que satisfaça restrições e otimize uma função vetorial cujos elementos representam as funções objetivos. Estas funções representam os critérios de otimalidade que, usualmente, são conflitantes. Portanto, o termo “otimizar” significa encontrar soluções cujas funções objetivo não podem ser melhoradas simultaneamente Deb (2001).

Formalmente, isto pode ser definido da seguinte maneira Deb (2001):

$$\min(\text{ou max})z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_r(x)) \quad (1)$$

sujeito a:

$$g(x) = (g_1(x), g_2(x), \dots, g_p(x)) \leq b \quad (2)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \quad (3)$$

$$z = (z_1, z_2, \dots, z_r) \in Z \quad (4)$$

onde,  $x$  é o vetor decisão,  $z$  é o vetor objetivo,  $X$  denota o espaço de decisões, e  $Z = f(X)$  é a imagem de  $X$  denominada espaço objetivo. O conjunto de restrições (2),  $b \in \mathbb{R}_p$  e o espaço  $X$  determinam o conjunto das soluções factíveis  $X^* = \{x \in X / g(x) \leq b\}$ . Portanto o problema pode ser reescrito como:

$$\min(\text{ou } \max) z = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_r(x)) \quad (5)$$

sujeito a:

$$x \in X^* \quad (6)$$

A imagem de uma solução  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X^*$  no espaço objetivo é um ponto  $z = (z_1, z_2, \dots, z_r) = f(x)$ , tal que  $z_j = f_j(x), j = 1, \dots, r$ . Na otimização de um único objetivo  $f$ , o espaço objetivo factível é completamente ordenado, no entanto, quando são considerados vários objetivos conflitantes em otimização multiobjetivo, não existe uma única solução que seja ótima com respeito a todos os objetivos. Por exemplo, em um problema de minimização, minimizar um dos objetivos pode causar o acréscimo de outros objetivos Pareto [1964].

Uma solução  $x_i$  domina uma solução  $x_j (j \neq i)$  se a  $z(x_i)$  é melhor (considerando minimizar ou maximizar de acordo com cada função objetivo) que  $z(x_j)$  em todas as funções objetivo, onde  $f$  é a função a ser otimizada Deb (2001).

Assim, adota-se como conjunto solução (fronteira, ou conjunto de Pareto) o conjunto de soluções não dominadas obtidas.

### 3 | MODELO MATEMÁTICO

A seguir são descritos os parâmetros, índices, dados e as variáveis de decisão que serão utilizados no modelo matemático.

Parâmetros:

N: quantidade de itens;

M: quantidade de máquinas;

T: quantidade de períodos no horizonte de planejamento;

F: quantidade de células de teste (fornos).

Índices:

$i$ : item ( $i=1, \dots, N$ );

$l$ : máquina ( $l=1, \dots, M$ );

$t$ : período de produção ( $t=1, \dots, T$ )

$f$ : células de teste ou fornos ( $f=1, \dots, F$ ).

Dados:

$D_i$ : demanda do item  $i$  no final do horizonte de planejamento;

$st_i$ : tempo de *setup* para a produção do item  $i$ ;

$Cp_{lt}$ : capacidade de produção disponível da máquina  $l$  no período  $t$ ;

$P_{il}$ : tempo de produção de uma unidade do item  $i$  na máquina  $l$ ;

$CS_i$ : custo de *setup* para produzir o item  $i$ ;

$h_i$ : custo de manutenção de uma unidade do item  $i$  não testado em estoque intermediário por período;

$cf_{oper_f}$ : custo de operação do forno  $f$  para a realização do teste de carga;

$SP_l$ : conjunto de itens que podem ser produzidos na máquina  $l$ ;

$CCT_f$ : ocupação máxima em área do forno  $f$ ;

$a_i$ : área ocupada pelo item  $i$  no forno  $f$ ;

$CANT_t$ : capacidade de armazenamento de itens não testados para cada período

$t$ .

Variáveis de Decisão:

$q_{it}$ : quantidade do item  $i$  produzido no período  $t$ ;

$l_{it}$ : quantidade do item  $i$  não testado em estoque intermediário no final do período

$t$ ;

$qc_{it}$ : quantidade do item  $i$  do estoque intermediário que será enviado para teste no período  $t$ ;

$qcf_{itf}$ : quantidade do item  $i$  que será enviado ao forno  $f$  no período  $t$ ;

$z_{ft}$ : igual a 1, se o forno  $f$  está sendo utilizado no período  $t$ ; e 0, caso contrário;

$y_{itl}$ : igual a 1, se há *setup* do item  $i$  na máquina  $l$  no período  $t$ ; e 0, caso contrário.

As condições iniciais são representadas por:

$l_{i0}$ : quantidade de item  $i$  não testado no estoque intermediário, no período inicial;

Na formulação representada pelas equações (7) à (17) é apresentado o modelo matemático para o problema em estudo.

A função objetivo no modelo matemático 7 representa a minimização dos custos variáveis com *setup*, estoque e custos de operação e de utilização dos fornos.

$$\begin{aligned} \min \quad z &= (f_1, f_2, f_3) \quad (7) \\ f_1 &= \sum_{l=1}^M \sum_{i \in SP_l} \sum_{j \in SP_l} cs_i \cdot y_{itl} \\ f_2 &= \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_i \cdot I_{it} \\ f_3 &= \sum_{f=1}^F \sum_{t=1}^T cfo_{per_f} \cdot z_{ft} \end{aligned}$$

e restrições (8) a (13).

O conjunto de restrições (8) garante que a quantidade de horas consumidas na produção, adicionada da quantidade de horas necessárias para preparação da máquina  $l$ , seja menor ou igual à capacidade disponível em cada máquina  $l$  em cada período de tempo  $t$ .

$$\sum_{i \in SP_l} p_{il} \cdot q_{il} + \sum_{i \in SP_l} st_i \cdot y_{itl} \leq CP_{lt} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad (8)$$

O conjunto de restrições (9) indica que somente haverá produção do item  $i$  no período  $t$  se a máquina estiver preparada para o item ( $y_{itl}=1$ ).

$$p_{il} \cdot q_{il} \leq CP_{lt} \cdot y_{itl} \quad l = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (9)$$

O conjunto de restrições (10) realiza o balanço do estoque intermediário, relacionando quantidades produzidas, estoque intermediário de itens a serem testados com quantidades enviadas para células teste para cada item por período em todo o horizonte de planejamento.

$$I_{i,t-1} + \sum_{l=1}^M q_{il} - I_{it} = qc_{it} \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (10)$$

O conjunto de restrições (11) indica que a quantidade de itens enviados para a célula de teste deve ser no máximo a quantidade do estoque intermediário do item no período anterior.

$$qc_{it} \leq I_{i,t-1} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (11)$$

O conjunto de restrições (12) garante que a quantidade de itens não testados, que compõem o estoque intermediário, não exceda a capacidade de armazenamento

de itens não testados depois de retirados os itens enviados aos fornos.

$$\sum_{i=1}^N I_{it} \leq CANT_t \quad t = 1, \dots, T \quad (12)$$

O conjunto de restrições (13) determina que a quantidade do item  $i$  que será enviado para teste no período  $t$  seja igual ao conjunto de todos os itens que serão enviados ao forno  $f$  no período  $t$ .

$$qc_{it} = \sum_{f=1}^F qc_{f_{itf}} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (13)$$

O conjunto de restrições (14) indica que a quantidade máxima do item  $i$  que será enviado ao forno  $f$  no período  $t$  seja no máximo a ocupação em área do forno  $f$ .

$$\sum_{i=1}^N a_i \cdot qc_{f_{itf}} \leq CCT_f \cdot z_{ft} \quad t = 1, \dots, T \quad f = 1, \dots, F \quad (14)$$

O conjunto de restrições (15) determina que a quantidade total do item  $i$  enviada à célula de teste dedicada a este item em todos os períodos, deve ser pelo menos igual à demanda do item  $i$  estabelecida para o horizonte de planejamento.

$$\sum_{t=1}^T qc_{it} \geq Di \quad i = 1, \dots, N \quad (15)$$

O conjunto de restrições (16) indica que as variáveis  $x_{isl}, z_{ft}$  e  $w_{ft}$  são binárias.

$$y_{itl}, z_{ft} \in \{0,1\} \quad l = 1, \dots, M \quad f = 1, \dots, F \quad t = 1, \dots, T \quad i \in SP_l \quad (16)$$

O conjunto de restrições (17) indica que as variáveis  $q_{il}, qc_{it}, qc_{f_{itf}}$  e  $I_{it}$  são inteiras não negativas.

$$q_{il}, qc_{it}, qc_{f_{itf}}, I_{it} \in \mathbb{Z}^+, y_{itl} \geq 0 \quad l = 1, \dots, M \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad (17)$$

Para validar o modelo proposto foram apresentados experimentos computacionais.

## 4 | APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

### 4.1 DADOS UTILIZADOS

A aplicação do modelo foi realizada em um problema de pequeno porte. Como sugestão os custos utilizados na função objetivo poderão ser calculados usando a abordagem que será explicada a seguir.

O custo de *setup* é calculado usando o tempo que a máquina fica parada sem produção, para executar a preparação. Primeiro é identificado o tempo de *setup*, (tempo que a máquina não está produzindo). Depois é calculada a quantidade que a máquina poderia produzir caso não estivesse parada, e por último o valor médio de venda do item. Assim a fórmula para o cálculo do custo de *setup* é: (tempo do *setup*) x (quantidade produzida) x (valor médio do item).

O custo do estoque é proporcional à quantidade e o tempo que um item permanece em estoque. Ele pode ser calculado como (preço do item) x (ganho no mercado por período). O custo de operação o do forno por período pode ser calculado da seguinte forma: (Consumo de kWh) x (Custo de kWh (industrial)).

Neste experimento os dados foram gerados aleatórios com o objetivo de validar o modelo. Considere a produção de 5 itens num horizonte de planejamento de 8 períodos. Têm-se disponíveis duas máquinas paralelas, dois fornos e o estoque inicial é zero para todos os itens. Na Tabela(1), encontra-se os valores dos dados utilizados no experimento. O custo de operação do forno 1 é de 1000 unidades monetárias por período e a capacidade é de 10000 unidades de área. O forno 2 tem custo de 2000 unidades monetárias por período e capacidade de 20000 unidades de área. A capacidade do estoque é de 100 unidades e a capacidade de produção disponível em cada máquina e em qualquer período é de 60 unidades.

Item	Custo <i>Setup</i>	Custo Estoque	Área	Tempo <i>Setup</i>	Tempo Prod.	Demanda
1	1	1	25	1	1	50
1	2	2	50	2	2	250
3	3	3	100	3	3	15
4	4	2	200	4	4	10
5	5	2	600	5	5	25

Tabela 1: Dados utilizados nos testes

Fonte: Os Autores (2018).

O modelo foi implementado e resolvido utilizando IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6 com interface OPL. Para execução do modelo foi utilizado um computador com processador Intel Core i3, 2,5GHz e 4Gb de memória RAM.

## 4.2 MÉTODO DOS PESOS (MPE)

O método dos pesos (MPE) consiste em definir uma certa prioridade para cada função objetivo e resolver um problema multiobjetivo para os parâmetros dados. Na literatura autores como Deb [2001], afirmam que os pesos ideais para se obter soluções mais próximas da fronteira de Pareto são as que respeitam a equação (18).

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \quad (18)$$

Esse método permite simplificar um modelo multiobjetivo para um modelo de um único objetivo. Para o problema (7), o método tem como finalidade resolver o modelo com a função objetivo (19), onde  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  são funções normalizadas de  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ .

$$\text{Min } (w_1F_1 + w_2F_2 + w_3F_3) \quad (19)$$

e restrições de (8) a (17).

Para a escolha dos pesos, o intervalo  $[0, 1]$  foi particionado em tamanhos de 0.1, respeitando a equação (18). Assim, são obtidos 66 conjuntos de pesos para a resolução do problema (19). Como algumas soluções encontradas são repetidas, foi necessário retirá-las, restando 25 soluções.

Esta abordagem explorou muito mais regiões em que *setup* e estoque geram uma curva ótima, explorando pouco as relações com a operação de forno. De fato, o conflito maior ocorre entre estoque e *setup*, indicando que o método possa tender a explorar mais relações de maior conflito em detrimento das de menor conflito.

Eliminando as soluções dominadas neste conjunto, como apresentado em Deb [2001], o conjunto de soluções é reduzido para 6 soluções não dominadas mostradas na Tabela (2), com seus respectivos pesos.

$w_1$	$w_2$	$w_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
0.5	0.5	0	665	41	7000
0.3	0	0.7	698.6	52	6000
0.3	0.1	0.6	709.73	41	6000
0.2	0.1	0.7	780.07	41	5000
0.1	0	0.9	866	61	4000
0.1	0.1	0.8	882.07	41	4000

Tabela 2: Soluções não dominadas obtidas pelo método dos pesos

Fonte: Os Autores (2018).

### 4.3 MÉTODO E-RESTRITO (MER)

O método E-restrito (MER) consiste em fixar uma função como objetivo a ser minimizado e as funções restantes são adicionadas como restrições no modelo a ser resolvido. Para este método tem-se 3 diferentes modelos a serem resolvidos, (20), (21) e (22). Nesse método temos apenas uma função a ser minimizada, com isso não é necessário fazer a normalização das funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$ . Os modelos obtidos por esse método são:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_1 \text{ (20)} \\ & \text{s. a. } f_2 \leq \epsilon_2 \\ & \quad f_3 \leq \epsilon_3 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_2 \text{ (21)} \\ & \text{s. a. } f_3 \leq \epsilon_3 \\ & \quad f_1 \leq \epsilon_1 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

$$\begin{aligned} & \text{Min } f_3 \text{ (22)} \\ & \text{s. a. } f_2 \leq \epsilon_2 \\ & \quad f_1 \leq \epsilon_1 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

Através dos testes realizados pelo método dos pesos, encontrou-se os limitantes de cada função objetivo. Assim, o espaço onde encontram-se as soluções, para a função  $f_1$  é o intervalo [665, 1207], para a função  $f_2$  é o intervalo [41, 62] e por fim, para a função  $f_3$  é [4000, 24000]. Cada intervalo foi particionado em 5 partes, assim os valores assumidos por parâmetro são

$$\epsilon_1 = \{665, 800.5, 936, 1071.5, 1207\},$$

$$\epsilon_2 = \{41, 46.25, 51.5, 56.75, 62\},$$

$\epsilon_3 = \{4000, 9000, 14000, 19000, 24000\}$ . Fazendo a combinação desses valores são obtidos os parâmetros para a resolução de 77 modelos.

Nesta aplicação, este método explorou amplamente a região de otimalidade, embora o número de soluções não dominadas e repetidas tenha sido inferior ao método dos Pesos.

Excluindo as soluções dominadas, usando a mesma metodologia apresentado por Deb [2001], encontraram-se apenas 4 soluções não dominadas, Tabela (3).

Função a ser Min.	$f_1$	$f_2$	$f_3$
$f_3$	665	41	7000
$f_3$	800.5	41	5000
$f_1$	866	45	4000
$f_1$	882.07	41	4000

#### 4.4 MÉTODO GOAL PROGRAMMING (MGP)

O método *Goal Programming* (MGP) permite que cada função objetivo tenha um pequeno desvio. O modelo padrão (7) sofre uma pequena mudança para que seja minimizado a soma destes desvios. Os valores de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$  são os mesmos utilizados no método E-restrito. Relembrando que cada intervalo de solução foi particionado em 5, assim cada  $\epsilon$  assume o conjunto de 5 valores. Então o modelo (7) torna-se:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \frac{(d_1^+ + d_1^-)}{\epsilon_1} + \frac{(d_2^+ + d_2^-)}{\epsilon_2} + \frac{(d_3^+ + d_3^-)}{\epsilon_3} \quad (23) \\ \text{s. a.} \quad & f_1 + d_1^- - d_1^+ = \epsilon_1 \\ & f_2 + d_2^- - d_2^+ = \epsilon_2 \\ & f_3 + d_3^- - d_3^+ = \epsilon_3 \end{aligned}$$

e restrições de (8) a (17)

Combinando os valores de  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  e  $\epsilon_3$ , tem-se ao total de 125 modelos a serem analisados. No entanto, as soluções obtidas apresentaram poucas soluções não dominadas, embora o número de soluções distintas obtidas tenha sido superior aos demais métodos utilizados. Com isso, viu-se necessário a particionar mais perto desses pontos.

Melhorando o particionamento perto das regiões não exploradas, aumentou o número de modelos para 165, apresentando mais soluções não dominadas.

Neste caso, o método explorou o espaço de solução por igual e forma intensa, porém não necessariamente próximo a fronteira ótima.

Por fim foram encontradas 6 soluções não dominadas, obtidas pelo método *Goal Programming*, Tabela (4).

$f_1$	$f_2$	$f_3$
665	41	7000
698,6	43	6000
763,75	43	5000
780,07	41	5000
866	45	4000
882,07	41	4000

Tabela 4: Soluções obtidas pelo método *Goal Programming*

## 4.5 ANÁLISE DA FRONTEIRA DE PARETO

Para a construção da Fronteira de Pareto, uniu-se as soluções obtidas pelos 3 métodos (MPE, MER, MGP). Após excluir as soluções dominadas, foram obtidas 7 soluções não dominadas, Tabela (5) e Figura 2.

Ao analisar as Figuras 2(a) e 2(b), nota-se que a relação de *setup* e estoque quase chega a formar uma curva de soluções não dominadas, no entanto o Forno exerce influência tal que soluções que seriam dominadas analisando apenas *setup* e estoque passam a ser não dominadas considerando o custo de utilização do forno. Esta relação fica mais perceptível ao analisar a Figura 2(b), na qual as soluções são aplicadas ao plano *setup* versus estoque e apresentadas em cores para o valor de operação de forno. Assim, soluções mais frias são as menores em termos de forno, sendo pertencentes ao conjunto de Pareto, mesmo com altos valores em *setup* e forno.

$f_1$	$f_2$	$f_3$	Método
665	41	7000	MPE, MER, MGP
698,6	43	6000	MGP
709,73	41	6000	MPE
763,75	43	5000	MGP
780,07	41	5000	MPE, MGP
866	45	4000	MER, MGP
882,07	41	4000	MPE, MER, MGP

Tabela 5: Soluções não dominadas obtidas pelos 3 métodos

Fonte: Os Autores (2018).

Inicialmente, como o conflito maior se apresenta entre *setup* e forno esperava-se uma expressividade maior nesta relação, no entanto, o que se observa é uma forte influência na operação de forno na apresentação de uma solução ótima, sendo que, desconsiderando-se a operação de forno, as soluções não dominadas seriam reduzidas a apenas uma solução.

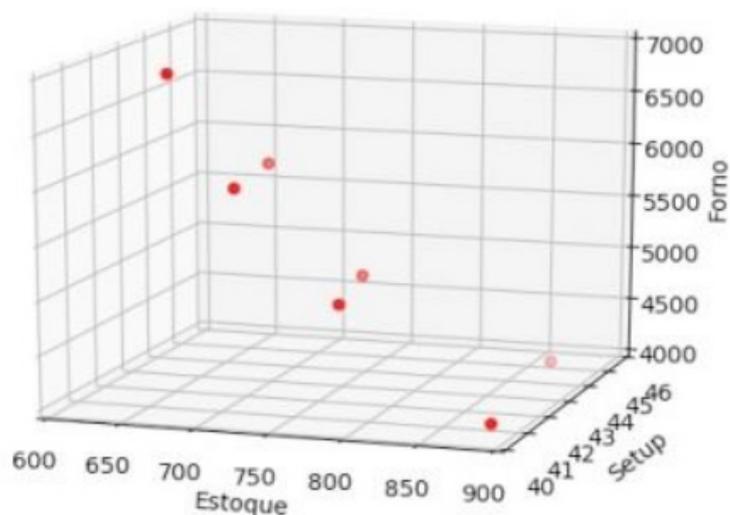
## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi apresentado um modelo multiobjetivo com a expectativa de que métodos diferentes pudessem explorar regiões diferentes da fronteira de Pareto. Observou-se que, nesta aplicação, o método dos pesos repetiu muitas soluções, o E-restrito explorou soluções muito próximas a fronteira e GP explorou o espaço de soluções de forma mais uniforme. Assim, as soluções obtidas diferem para cada método, resultando em uma fronteira com maior precisão.

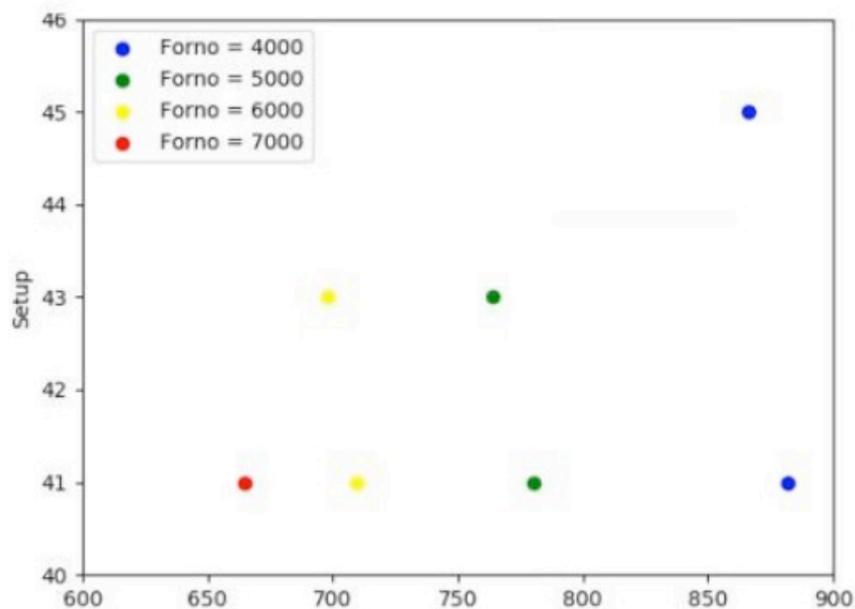
A utilização de um método pode não apresentar todas as soluções obtidas devido a escolhas de parâmetros que representam uma das maiores dificuldades na busca por

soluções de um problema multiobjetivo. Por isso, para o conjunto de dados testados, os métodos apresentados se complementam, não é possível escolher apenas um método para encontrar as soluções do problema. Além disso, a não continuidade das funções é um agravante que torna muitas das soluções obtidas infactível.

Outra contribuição deste trabalho, é ter proposto uma forma diferenciada de representar o conjunto de Pareto com mais de duas funções objetivo, o que não é comum nos trabalhos pesquisados.



a) Fronteira de Pareto representada de forma localizada no espaço de busca de solução



b) Fronteira de Pareto representada em na perspectiva de estoque e setup.

Figura 2: Soluções não dominadas pelos três métodos utilizados

Fonte: Os Autores (2018)

## REFERÊNCIAS

- ARAUJO, S. A., ARENALES, M. N., E CLARK, A. R. (2004). **Dimensionamento de lotes e programação do forno numa fundição de pequeno porte.** *Gestão & Produção*, 11:165–176.
- DEB, K. (2001). **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms.** Volume 16. John Wiley & Sons.
- FERREIRA, D., CLARK, A. R., ALMADA-LOBO, B., E MORABITO, R. (2012). **Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production.** *International Journal of Production Economics*, 136(2):255–265.
- JONER, S. E VOLPI, N. (2017a). **Problema de dimensionamento de lotes: uma abordagem multiobjetivo.** *Anais do Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia*, (2):425–432.
- JONER, S. E VOLPI, N. M. P. (2017b). **Modelo matemático para a produção e teste de funcionalidade em ambiente de máquinas.** *Interiencia: Revista de ciencia y tecnología de América*, p. 33–38.
- PARETO, V. (1964). **Cours d'économie politique.** Volume 1. Librairie Droz.
- SANTOS, M. O. E ALMADA-LOBO, B. (2012). **Integrated pulp and paper mill planning and scheduling.** *Computers & Industrial Engineering*, 63(1):1–12.
- TOLEDO, C. F., ARANTES, M. S., FRANÇA, P. M., E MORABITO, R. (2012). **A memetic framework for solving the lot sizing and scheduling problem in soft drink plants.** In *Variants of evolutionary algorithms for real-world applications*, p. 59–93. Springer.
- TOSO, E. A., MORABITO, R., E CLARK, A. R. (2009). **Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant.** *Computers & Industrial Engineering*, 57(3):813–821.
- Ulbricht, G. (2015). **A production programming model multistage with intermediate stocks.** *Applied Mathematical Sciences*, p. 2111–2124.

## SOLUÇÕES INTEIRAS PARA O PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE UNIDIMENSIONAL

### Gonçalo Renildo Lima Cerqueira

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB  
Vitória da Conquista- Bahia

### Sérgio da Silva Aguiar

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB  
Vitória da Conquista- Bahia

### Marlos Marques

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB  
Vitória da Conquista- Bahia

**RESUMO:** Abordamos neste trabalho heurísticas que geram soluções inteiras para o problema de corte unidimensional. Propomos uma nova abordagem que busca aprimorar alguns procedimentos clássicos da literatura. A ideia consiste em fazer modificações simples nestes algoritmos a fim de melhorá-los, segundo os objetivos propostos. Modificamos a heurística Gulosa e levamos em conta as duas possibilidades para o tamanho do objeto em estoque utilizado para produzir os itens menores: se o tamanho do objeto em estoque for par, a heurística Gulosa tenta inserir primeiro os itens de comprimento par, em ordem decrescente de tamanho, *Gulosa<sub>par</sub>*. Caso contrário, a prioridade é dada para os itens de comprimento ímpar, também em ordem decrescente de tamanho,

*Gulosa<sub>ímpar</sub>*. Os testes computacionais realizados mostraram que a modificação proposta tornou a heurística Gulosa mais eficiente e serão apresentados ao final deste trabalho.

**PALAVRAS-CHAVE:** Problema de corte, Programação Inteira, Heurística.

**ABSTRACT:** In this paper we discuss one-dimensional cutting stock problem, and propose improvements over heuristics to the problem of generating integer solutions. The main idea is to modify Greedy Algorithm taking into account the object size in stock: if the object size is even then the new algorithm tries to grab even-sized small items first. This approach is called Even Greedy. Otherwise, the priority is for odd-sized items. It is called Odd Greedy. Computational experiments shown the odd-even greedy approach decreases the leftovers in the standard one-dimensional cutting stock problem. The results and analysis are reported.

**KEYWORDS:** Cutting stock problem, Integer Programming, Heuristics.

### 1 | INTRODUÇÃO

Problemas de corte podem surgir com alguma frequência em setores da indústria siderúrgica (corte de aço), indústria têxtil (corte de tecidos), indústria de papel (corte de

bobinas) etc. Também são comuns na produção de plásticos, vidros, móveis e outros. Encontramos alguns trabalhos da literatura nos quais os autores observaram linhas de produção que poderiam ser modeladas como um problema de corte, dentre os quais destacamos: Stadtler [1990], Farley [1990], Cui [2005], Johnson et al. [1997]. Esse problema envolve uma quantidade de itens com suas demandas, um objeto de tamanho padrão em estoque e consiste em obter os itens menores a partir destes objetos para satisfazer suas demandas e tentar reduzir o número de objetos cortados. Para determinar uma solução para o problema, são utilizados padrões de corte, gerados por meio das diferentes maneiras de obter os itens a partir do objeto maior e o número de vezes que estes serão utilizados (frequências dos padrões). Como a variedade no tamanho dos itens envolvidos e as suas demandas, podem gerar grande quantidade de padrões, acarretando assim custos adicionais de mão de obra e tempo para as empresas, alguns autores acrescentam a seus trabalhos o objetivo de redução de padrões da solução (Cerqueira e Yanasse [2009], Yanasse e Limeira [2006], Haessler [1975]. Em nosso trabalho serão consideradas as melhores soluções aquelas com menor taxa de desperdício, e embora a redução de padrões no problema de corte de estoque unidimensional não seja objeto de estudo deste artigo, incluiremos na apresentação dos testes computacionais a média do número de padrões na solução, devido à comparação que faremos com outros trabalhos da literatura que tratam do assunto e que consideraram os dois objetivos. Para a formulação do modelo matemático do problema (Arenales et al. [2004]), denotamos por  $m$  o número de diferentes itens solicitados;  $l_i$  o comprimento do item de demanda  $d_i$  para  $i=1,2,\dots,m$ ;  $n$  a quantidade de padrões na solução;  $L$  o tamanho do objeto em estoque, com custo de utilização  $c_j$  e  $J$  o conjunto de índices de todos os padrões viáveis. O objetivo é minimizar a quantidade de objetos cortados. Supõe-se, sem perda de generalidade, que  $c_j=1, \forall j \in J$ . Se  $a_{ij}$  for a variável de decisão que indica a quantidade de itens tipo  $i$  no padrão  $j$  e  $x_j$  representa a frequência do padrão de corte  $j$ , para  $i=1,\dots,m$  e  $j=1,\dots,n$ , então o problema pode ser formulado como o problema de programação linear inteira seguinte:

$$\text{minimize: } \sum_{j \in J} x_j \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } \sum_{j \in J} a_{ij} x_j = d_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} l_i \leq L, \quad \forall j \in J \quad (3)$$

$$x_j, a_{ij} \geq 0 \text{ e inteiros, } \forall j \in J, i = 1, \dots, m \quad (4)$$

Seja  $A = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$  a matriz cujas colunas representam os  $n$ -possíveis padrões e

$d = (d_1, \dots, d_1, \dots, d_m)^T$  o vetor de demanda dos itens. Cada vetor coluna de  $A$ ,  $a_j = (a_{1j}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{mj})^T$ , representa um padrão de corte viável, devendo portanto,

satisfazer a seguinte restrição da mochila:

$$\begin{aligned} l_1 l_{1j} + l_2 l_{2j} + \dots + l_m l_{mj} &\leq L \\ 0 \leq a_{ij} \leq d_i, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

Este problema é NP-hard (McDiarmid [1999]) e o que torna-o difícil de ser resolvido são as condições de integralidade atribuídas às variáveis de decisão, associado ao fato de que o número de padrões a explicitar aumenta à medida que cresce o número de diferentes itens e suas demandas. Foi partindo deste princípio que Gilmore e Gomory [1961], Gilmore e Gomory [1963] apresentaram o método simplex geração de colunas, uma técnica de resolução em que a exigência de integralidade das variáveis de decisão é abandonada, considerando-se o modelo relaxado. Todo fundamento teórico para resolução do problema vem do método simplex (Bazaraa [1990]). As colunas são geradas na medida necessária e uma solução para o problema inteiro pode ser obtida aplicando-se alguma técnica de arredondamento na solução encontrada (Poldi e Arenales [2006]). O único algoritmo exato encontrado na literatura para resolvê-lo foi proposto por Vanderbeck [2000] e na grande maioria dos trabalhos encontrados, são propostas heurísticas para solução.

## 2 | SOLUÇÃO INTEIRA PARA O PROBLEMA DE CORTE

Algumas heurísticas de arredondamento de solução são propostas na literatura e podem ser utilizadas para se obter uma solução inteira para o problema (Wascher e Gau [1996], Stadtler [1990]). Poldi e Arenales [2006] propuseram a Heurística Residual Nova, onde a cada iteração resolve-se um problema de corte de estoque relaxado e ordena-se o vetor solução de forma decrescente, a fim de priorizar os padrões de corte que são mais utilizados. Segundo os autores, para cada posição deste vetor, nesta ordem, arredonda-se a frequência para o número inteiro acima do fracionário obtido e testa-se a factibilidade desta solução, para verificar que não houve excessos na produção de nenhum item. Caso não seja factível, ou seja, houve excesso de itens, a frequência é reduzida de uma unidade até que excessos sejam eliminados. Quando o último padrão de corte gerado for examinado, atualiza-se a demanda e o estoque. O problema residual é resolvido e o procedimento de arredondamento é repetido até que toda a demanda seja atendida. Outra maneira de se determinar uma solução inteira para o problema de corte unidimensional, consiste em construir um bom padrão de corte e utilizá-lo tantas vezes quanto possível, sem que haja superprodução de algum item. Estas são as chamadas heurísticas construtivas. A cada iteração deste procedimento, a demanda de cada item é atualizada e o processo repetido, até que toda ela tenha sido atendida, gerando ao final uma solução inteira para o problema. Apresentamos a seguir duas destas heurísticas.

## 2.1 Heurística FFD

A Heurística FFD consiste em colocar o maior item no padrão o máximo de vezes possível, sem que haja excesso na demanda. Se o item selecionado não couber mais no padrão, o segundo maior item é selecionado e, assim por diante. O algoritmo completo é apresentado a seguir:

### INÍCIO

**P.1.** Ordene os itens em ordem decrescente de tamanho.

Suponha sem perda de generalidade que:  $l_1 \geq l_2 \geq \dots \geq l_m$

**P.2.** Seja  $dr_i$  a demanda residual do item  $i \in I$ .

$I = \{1, \dots, m\}$ . {conjunto de índices dos itens}

Inicialmente:  $dr_i = d_i, \forall i \in I$ .

Faça  $k = 1$  {Primeiro padrão de corte }

PARE=Falso {variável lógica que indica demanda não-nula}

Enquanto PARE=Falso)

**P.3.** Faça:  $dem_i = dr_i$ ,  $Sobra = L$  e  $a_{ik} = 0, \forall i \in I$

Seja  $i = 1$  {comece colocando o primeiro item no padrão }

Enquanto ( $i \leq m$  e  $Sobra \geq l_i$ ) faça:

$$a_{ik} = \left\{ \min \left[ \frac{Sobra}{l_i}, dr_i \right], dr_i \right\}$$

( $a_{ik}$  é a quantidade de itens tipo  $i$  no padrão  $k$ )

Faça:  $Sobra = Sobra - (a_{ik} l_i)$

$dr_i = dr_i - a_{ik}$

$i = i + 1$

Fim do Enquanto

**P.4.** Determine a frequência do padrão  $k$ :

$$x_k = \left\{ \min \left[ \frac{dem_i}{a_{ik}} \right] \right\} \forall i \in I; a_{ik} > 0$$

**P.5.** (Critério de Parada)

Se  $dr_i = 0 \forall i \in I$  então

PARE=Verdade.

Senão Faça  $k = k + 1$  e volte para P.3

Fim do Enquanto.

FIM

## 2.2 Heurística Gulosa

A Heurística Gulosa difere da Heurística FFD somente na maneira de como o padrão de corte é gerado (passo P.3. do algoritmo anterior). Ao invés de construí-lo com prioridade para os itens maiores, a geração do padrão consiste na resolução de um problema da mochila restrito conforme (6). O padrão gerado neste caso, tem a menor perda possível e deve ser utilizado com frequência máxima, sem que haja excesso na produção dos itens.

$$\begin{aligned} & \text{maximize: } l_1 l_{1j} + l_2 l_{2j} + \dots + l_m l_{mj} \leq L \\ & \text{sujeito a: } \sum_{i=1}^m l_i a_{ij} \leq L, 0 \leq a_{ij} \leq d_i \quad (6) \\ & \quad \quad \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

## 2.3 Heurística Gulosa Modificada Ímpar

Encontramos na literatura alguns trabalhos que modificam as heurísticas construtivas clássicas a fim de utilizá-las para gerar uma solução inteira para o problema de corte de estoque ou para resolver o problema residual gerado. Em Cherri e Arenales [2005], a heurística FFD foi modificada com a finalidade de resolver o problema de corte de estoque com reaproveitamento de sobras. Basicamente a heurística consiste em aplicar a heurística FFD para obter padrões de corte e, após gerado cada padrão, a perda/sobra é analisada. Se estiver dentro dos limitantes aceitáveis de perda (definidos previamente), o próximo padrão de corte é considerado, caso contrário, um item do padrão (o maior) é retirado. Sendo então aplicado o problema da mochila para a sobra gerada com a retirada do item. A capacidade da mochila é dada pela perda no padrão somada ao tamanho do item retirado. Depois de resolvida a mochila, a perda gerada é analisada e, se ainda não estiver dentro de limitantes aceitáveis, outro item do padrão (o segundo maior) é retirado. Novamente para a sobra gerada é resolvido o problema da mochila. Este procedimento é repetido até que a perda/sobra esteja dentro dos limitantes definidos como aceitáveis ou a demanda seja totalmente atendida. Ongkunaruk [2005] apresenta uma modificação na heurística FFD a fim de resolver o Bin Packing Problem - BPP (Martello e Toth [1990]). O método consiste em a cada iteração remover o maior item da lista e aplicar a heurística FFD aos itens restantes. Ao final da iteração, tenta-se colocar o item inicialmente removido, podendo inclusive abrir um outro bin. Cerqueira e Marques [2015] propuseram uma modificação na heurística Gulosa que coloca no padrão primeiro os itens de tamanho par em ordem decrescente de tamanho, seguidos dos ímpares também em ordem decrescente de tamanho, se o objeto em estoque é de comprimento par, isto é,  $L=2.W$ ,  $W \in \mathbb{N}$  e a prioridade é para os itens pares, ou seja,  $l_i=2.w_i$ ,  $i \in P$ ,  $w_i \in \mathbb{N}$ . Em que  $P$  é um conjunto de índices  $i$  tal que  $l_i$  é par, para  $i=1,2,\dots,m$  e  $\mathbb{N}$  é o conjunto dos números naturais. Neste caso denominamos o procedimento de Gulosa<sub>par</sub>. Analogamente, se o objeto

em estoque é de comprimento ímpar ( $L=2.W+1$ ,  $W \in \mathbb{N}$ ), denomina-se a heurística de  $Gulosa_{\text{ímpar}}$ , neste caso os itens  $l_i$  tal que  $l_i=2.w_i+1$ ,  $i \in I$ ,  $w_i \in \mathbb{N}$ , são alocados primeiro no padrão seguido dos pares também em ordem decrescente de tamanho. Em que  $I$  é um conjunto de índices  $i$  tal que  $l_i$  é ímpar, para  $i=1,2,\dots,m$ . Cerqueira e Marques [2015] relatam que neste caso, o padrão só será aceito na solução se a soma das quantidades dos itens tipo  $i$ ,  $i \in I$ ,  $i=1,2,\dots,m$  de comprimento ímpar produzidos pelo padrão for ímpar. Se isto não ocorrer, a lista de prioridade dos itens de comprimento ímpar é alterada, modificando o valor de utilidade do item no problema da mochila restrito (6) passando para o próximo item ímpar, até que um padrão viável com tais características seja gerado. Eles explicam que esta mudança se faz necessária a fim de garantir que a porção do objeto a ser cortada seja de comprimento ímpar, visto que a soma de dois números naturais ímpares é um número par. Eles concluem informando que se após passar por todos os itens ímpares, o padrão gerado não for aceito, os itens são colocados em ordem decrescente de ímpares e pares e segue-se a mesma metodologia adotada no caso da heurística  $Gulosa_{\text{par}}$ . A heurística proposta aposta que cada padrão construído tenha a menor perda possível, pois cortar uma porção ímpar de objeto de comprimento par ( $Gulosa_{\text{par}}$ ) ou cortar uma porção par de objeto de comprimento ímpar ( $Gulosa_{\text{ímpar}}$ ) sempre acarreta em perda.

A seguir apresenta-se um exemplo do problema de corte em que são aplicadas as heurísticas  $Gulosa$  e  $Gulosa_{\text{par}}$ . São considerados 10 tipos de itens ( $m=10$ ) e tamanho do objeto em estoque  $L=1000$ . Os tamanhos e as demandas dos itens são mostrados na Tabela 1.

Item	Comprimento	Demanda
1	784	15
2	736	12
3	653	14
4	626	7
5	538	10
6	516	13
7	382	10
8	254	14
9	235	1
10	35	4

Tabela 1: Exemplo 1: dados de um problema de corte

A solução do problema obtida com a heurística  $Gulosa$  fornece 73 objetos e 10 padrões distintos e é mostrada na Tabela 2. Já a heurística  $Gulosa_{\text{par}}$  fornece uma solução com 09 padrões distintos e 71 objetos, 01 padrão e 02 objetos a menos que a solução fornecida pela heurística  $Gulosa$  como mostra a Tabela 3.

Frequência	Padrão									
1	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1	2	0	3
12	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0

Tabela 2: Solução da Heurística Gulosa

Frequência	Padrão									
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4
12	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
10	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
14	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 3: Solução da Heurística Gulosa<sub>par</sub>

Como Cerqueira e Marques [2015] não apresentaram os resultados computacionais para a heurística *Gulosa<sub>ímpar</sub>*, iremos apresentá-los neste trabalho, mas não implementamos a proposta de usar níveis de aspiração para aceitar determinado padrão à solução, sugerida pelos autores. A implementação seguiu a mesma idéia que eles utilizaram para a heurística (*Gulosa<sub>par</sub>*). O algoritmo completo é mostrado a seguir.

## INÍCIO

**P.1.** Seja  $I_1, I_2, \dots, I_m$  conjunto dos diferentes itens demandados. Subdivida este conjunto em dois subconjuntos: o 1º formado por  $r$ -itens de comprimento ímpar, e os  $m - r$  restantes constituem o subconjunto dos itens de comprimento par.

**P.2.** Ordene os dois subconjuntos em ordem decrescente de tamanho.

Suponha sem perda de generalidade que  $I_1 > I_2 > \dots > I_r$  e  $I_{r+1} > I_{r+2} > \dots > I_m$

**P.3.** Seja  $dr_i$  a demanda residual do item  $i$ , inicialmente  $dr_i = d_i$  para  $i = 1, 2, \dots, m$

Faça  $k = 1$  {Primeiro padrão de corte }

PARE=Falso {variável lógica que indica demanda não-nula}

**Enquanto** PARE=Falso)

Comece alocando os itens de comprimento ímpar

**P.4.** Faça:  $dem_i = dr_i$ ,  $Sobra = L$  e  $a_{ik} = 0$ , para  $i = 1, 2, \dots, r$

Seja  $i = 1$  {comece colocando o primeiro item ímpar no padrão}

**Enquanto** ( $i \leq r$  e  $Sobra \geq l_i$ ) faça:

( $a_k$  é a quantidade de itens tipo  $i$  no padrão  $k$ )

Faça:  $Sobra = Sobra - (a_{ik} l_i)$

$dr_i = dr_i - a_{ik}$

$i = i + 1$

**Fim do Enquanto**

Se possível, continue alocando agora os itens de comprimento par ao padrão de corte  $k$

**P.5.** Faça  $dem_i = dr_i$ , e  $a_{ik} = 0$ , para  $i = r + 1, r + 2, \dots, m$

Seja  $i = r + 1$  {comece colocando o primeiro item par no padrão}

**Se** ( $r + 1 \leq i \leq m$  e  $Sobra \geq l_i$ ) **então**

Faça:  $Sobra = Sobra - (a_{ik} l_i)$

$dr_i = dr_i - a_{ik}$

$i = i + 1$

**Senão** siga para **P.6**

**P.6.** Determine a frequência do padrão  $k$ :

**P.7.** (Critério de Parada)

**Se**  $dr_i = 0$  para  $i = 1, 2, \dots, m$  **então**

PARE=Verdade.

**Senão** Faça  $k = k + 1$  e volte para **P.4**

Fim do **Enquanto**.

**FIM**

### 3 | EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Para os experimentos computacionais os problemas testes foram obtidos pelo Cutgen1, um gerador aleatório de problemas de corte de estoque unidimensional desenvolvido por Gau e Wascher [1995]. Consideramos 18 classes de problemas cada uma com 100 instâncias e adotamos no Cutgen1 a semente 1994. As classes estão divididas conforme a quantidade de itens  $m$ , a média  $d_M$  das demandas dos itens  $d_i$  para  $i = 1, \dots, m$  e combinações diferentes de valores  $v_1$  e  $v_2$  para a determinação do comprimento dos itens que são gerados no intervalo  $[v_1 L, v_2 L]$ , como mostrado na Tabela 4. Nos experimentos computacionais realizados, o tamanho considerado do objeto em estoque foi  $L = 1000$  para a heurística Gulosa par e  $L = 1001$  para a *Gulosa<sub>ímpar</sub>*. As heurísticas FFD, Gulosa, *Gulosa<sub>par</sub>* e *Gulosa<sub>ímpar</sub>* foram implementadas em C++ e todos os testes computacionais para este trabalho foram realizados em um computador Intel Core i5-2450M com 4GB de memória (Ram).

Classe	$m$	$v_1$	$v_2$	$d_M$
1	10	0,01	0,2	10
2	10	0,01	0,2	100
3	20	0,01	0,2	10
4	20	0,01	0,2	100
5	40	0,01	0,2	10
6	40	0,01	0,2	100
7	10	0,01	0,8	10
8	10	0,01	0,8	100
9	20	0,01	0,8	10
10	20	0,01	0,8	100
11	40	0,01	0,8	10
12	40	0,01	0,8	100
13	10	0,2	0,8	10
14	10	0,2	0,8	100
15	20	0,2	0,8	10
16	20	0,2	0,8	100
17	40	0,2	0,8	10
18	40	0,2	0,8	100

Tabela 4: Problemas Testes Utilizados

#### 4 | ANÁLISE DOS RESULTADOS

Na Tabela 5 são apresentados os resultados dos testes computacionais realizados com as quatro heurísticas: FFD, Gulosa,  $Gulosa_{par}$  e  $Gulosa_{impar}$ . Na coluna onde são apresentados os resultados obtidos por cada heurística, mostramos duas outras colunas que fornecem a média do número de objetos (objs) e a média do número de padrões (pads) para cada uma das 18 classes de problemas testes utilizados. Os valores em negrito na Tabela 5 indicam que a heurística correspondente apresentou soluções não dominadas para a referida classe de problemas testados, isto é, em pelo menos uma das médias de objetos (objs) ou de padrões (pads), a heurística não é superada pelas correspondentes soluções das outras três. Os experimentos mostraram que tendo como referência a heurística FFD, as heurísticas  $Gulosa_{par}$  e  $Gulosa_{impar}$  obtiveram desempenho muito próximos, em coerência com a modificação proposta, uma vez que cortar itens de comprimento par (ímpar) a partir de um objeto em estoque de tamanho par (ímpar), favorece a diminuição de desperdício. Em somente 05 das 18 classes: 08, 10, 12, 14 e 18, a heurística Gulosa apresentou melhores soluções para o número médio de objetos cortados. O que mostra que a proposta de modificação da heurística apresentada neste trabalho tornou-a mais eficiente. É possível perceber também que em algumas classes como 04 e 12, a heurística  $Gulosa_{impar}$  superou a  $Gulosa_{par}$  apresentada por Cerqueira e Marques [2015] e em outras foi superada por esta, como no caso da classe 16. Possivelmente devido a variação de itens de comprimento par ou ímpar nos problemas testes da classe. A Tabela 6 apresenta o desempenho da heurística  $Gulosa_{impar}$  em relação à Gulosa e  $Gulosa_{par}$  tendo como referência as soluções da heurística FFD. Para cada classe de problemas testes

é mostrado o percentual de objetos (coluna objs) e de padrões (coluna pads) que cada heurística conseguiu reduzir quando comparados os resultados com aqueles gerados pela heurística FFD. Se considerarmos a classe 4, percebe-se que enquanto a heurística Gulosa reduz a média de objetos cortados em 22, 61% a *Gulosa<sub>impar</sub>* reduz 34, 40%, tendo praticamente todas elas reduzido a média de padrões em 41%. Não citamos a *Gulosa<sub>par</sub>*, pois como explicado anteriormente, seu desempenho é muito próximo do desempenho obtido pela *Gulosa<sub>impar</sub>*.

Classe	FFD		Gulosa		GulosaPar		GulImpar	
	objs	pads	objs	pads	objs	pads	objs	pads
1	11,61	9,50	<b>11,41</b>	<b>8,98</b>	<b>11,40</b>	<b>9,47</b>	11,42	9,47
2	111,68	16,80	<b>89,86</b>	<b>10,07</b>	<b>76,23</b>	<b>10,32</b>	77,68	10,41
3	22,07	18,32	<b>21,83</b>	<b>17,86</b>	<b>20,05</b>	<b>17,98</b>	<b>20,13</b>	<b>17,83</b>
4	217,70	32,36	<b>168,47</b>	<b>18,85</b>	<b>147,44</b>	<b>18,99</b>	<b>142,84</b>	<b>19,07</b>
5	43,13	34,50	<b>42,78</b>	<b>33,61</b>	42,80	33,82	42,85	34,00
6	426,53	62,05	<b>327,32</b>	<b>34,66</b>	<b>276,06</b>	<b>35,29</b>	<b>278,87</b>	<b>35,26</b>
7	50,35	10,89	50,57	10,51	<b>48,97</b>	<b>10,54</b>	<b>49,94</b>	<b>10,45</b>
8	501,15	12,12	<b>187,79</b>	<b>7,03</b>	<b>197,99</b>	<b>6,64</b>	<b>197,23</b>	<b>6,67</b>
9	94,06	20,94	<b>94,55</b>	<b>20,21</b>	<b>92,25</b>	<b>20,23</b>	<b>91,80</b>	<b>20,38</b>
10	936,30	23,50	<b>364,36</b>	<b>12,78</b>	<b>380,39</b>	<b>12,23</b>	<b>381,47</b>	<b>12,22</b>
11	177,56	39,84	<b>183,6</b>	<b>39,05</b>	<b>176,86</b>	<b>39,35</b>	177,28	39,45
12	1770,26	44,65	<b>731,69</b>	<b>23,63</b>	<b>750,17</b>	<b>22,78</b>	<b>756,26</b>	<b>22,50</b>
13	63,59	10,55	<b>64,38</b>	<b>10,28</b>	<b>63,49</b>	<b>10,39</b>	<b>63,98</b>	<b>10,39</b>
14	633,70	11,05	<b>226,74</b>	<b>5,35</b>	<b>232,60</b>	<b>5,17</b>	<b>234,36</b>	<b>5,08</b>
15	119,93	20,64	<b>122,66</b>	<b>20,06</b>	<b>119,82</b>	<b>20,22</b>	<b>120,01</b>	<b>20,21</b>
16	1195,29	21,72	<b>441,65</b>	<b>9,73</b>	<b>437,77</b>	<b>9,79</b>	<b>446,29</b>	<b>9,28</b>
17	225,30	39,36	<b>238,47</b>	<b>38,65</b>	<b>227,16</b>	<b>38,88</b>	<b>226,48</b>	<b>38,88</b>
18	2247,42	41,58	<b>832,70</b>	<b>18,69</b>	<b>850,21</b>	<b>17,72</b>	<b>856,94</b>	<b>17,48</b>

Tabela 5: Testes Computacionais

Classe	Gulosa		GulosaPar		GulImpar	
	objs	pads	objs	pads	objs	pads
1	1,72%	5,47%	1,81%	0,31%	1,64%	0,31%
2	19,54%	40,00%	31,74%	38,57%	30,44%	38,03%
3	1,09%	2,51%	9,15%	1,86%	2,01%	8,93%
4	22,61%	41,74%	32,27%	41,32%	34,40%	41,01%
5	0,81%	2,58%	0,76%	1,97%	0,65%	1,45%
6	23,26%	44,14%	32,28%	43,12%	34,62%	43,17%
7	0,00%	3,45%	2,74%	3,21%	0,81%	4,04%
8	62,52%	42,00%	60,49%	45,21%	60,64%	44,97%
9	0,00%	3,49%	1,92%	3,39%	2,40%	2,67%
10	61,08%	45,61%	59,37%	47,96%	59,26%	48,00%
11	0,00%	1,98%	0,39%	1,23%	0,16%	0,98%
12	58,67%	47,08%	57,62%	48,98%	57,28%	49,61%
13	0,00%	2,56%	0,16%	1,52%	0,61%	1,57%
14	64,22%	51,58%	63,29%	53,21%	63,02%	54,01%
15	0,00%	2,81%	0,10%	2,03%	-0,07%	2,08%
16	63,06%	55,20%	63,38%	54,92%	62,66%	57,27%
17	0,00%	1,80%	0,00%	1,22%	0,52%	1,22%
18	62,95%	51,34%	62,17%	57,38%	61,87%	57,98%

Tabela 6: Desempenho em relação a FFD (%)

## 5 | CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Apresentamos neste trabalho uma proposta de modificação na heurística Gulosa que gera uma solução inteira para o problema de corte de estoque unidimensional. Esta é uma extensão da proposta apresentada em Cerqueira e Marques [2015], que testaram o desempenho da heurística modificada  $Gulosa_{par}$ . Incluímos neste trabalho a heurística modificada  $Gulosa_{impar}$ . Os resultados dos testes computacionais realizados mostraram-se promissores e validaram a essência da idéia nela contida que é realizar modificações simples com teorias matemáticas fáceis de serem implementadas, mas que cumprem o seu objetivo de melhorar o desempenho de algumas heurísticas da literatura para o problema em estudo. Para trabalhos futuros, pretendemos implementar heurísticas da literatura que utilizam a abordagem residual na determinação de uma solução inteira para o problema de corte de estoque unidimensional, comparar com a abordagem construtiva que apresentamos neste trabalho e reunir todos os dados num único artigo.

## 6 | AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fapesb, Capes e CNPq e pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- Arenales, M. N., Morabito, R., e Yanasse, H. H. (2004). *Problemas de corte e empacotamento*. Anais Sobrapo, São João Del Rei-Rio de Janeiro.
- Bazaraa, M. (1990). *Linear programming and network flows*. Virginia Polytechnic Institute and State University, United States of America.
- Cerqueira, G. R. L. e Marques, M. (2015). Heurísticas para o problema de corte de estoque unidimensional inteiro: novas contribuições. *In Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*.
- Cerqueira, G. R. L. e Yanasse, H. H. (2009). A pattern reduction procedure in a one-dimensional cutting stock problem by grouping items according to their demands. *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*, 2:159–164.
- Cherri, A. C. e Arenales, M. N. (2005). O Problema de corte de estoque com reaproveitamento das sobras de material - Heurística FFD Modificada. XXXVII SBPO, Gramado-RS
- Cui, Y. (2005). Cutting stock problem and its solution in the manufacturing industry of large electric generators. *Computers and Operations Research*, 32:1709–1721.
- Farley, A. A. (1990). The cutting stock problem in the canvas industry. *European Journal of Operational Research*, 44:247–255.
- Gau, T. e Wascher, G. (1995). Cutgen1: a problem generator for one-dimensional cutting stock problem. *European Journal of Operational Research*, 84:572–579.
- Gilmore, P. e Gomory, R. (1961). A linear programming approach to the cutting stock problem. *Operations Research*, 9.

- Gilmore, P. e Gomory, R. (1963). A linear programming approach to the cutting stock problem-partii. *Operations Research*, 6:863–888.
- Haessler, R. W. (1975). Controlling cutting pattern changes in one-dimensional trim problems. *Operations Research*, 23:483–493.
- Johnson, M. P., Rennick, C., e Zak, E. (1997). Skiving addition to the cutting stock problem in the paper industry. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 39:472–483.
- Martello, S. e Toth, P. (1990). Lower bounds and reduction procedures for the bin packing problem. *Discrete Applied Mathematics*, 28:59–70.
- Mcdiarmid, C. (1999). Pattern minimisation in cutting stock problems. *Discrete Applied Mathematics*, 98:121–130.
- Ongkunaruk, P. (2005). Asymptotic Worst-Case Analyses for the Open Bin Packing Problem. *Virginia Polytechnic Institute*, Blacksburg, Virginia.
- Poldi, K. C. e Arenales, M. N. (2006). Heurísticas para o problema de corte de estoque unidimensional inteiro. *Pesquisa Operacional*, 26.
- Stadtler, H. (1990). A one-dimensional cutting stock problem in the aluminium industry and its solution. ***European Journal of Operational Research***, 44:209–223.
- Vanderbeck, F. (2000). Exact algorithm for minimising the number of setups in the one-dimensional cutting stock problem. *Operations Research*, 48:915–926.
- Wascher, G. e Gau, T. (1996). Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: a computational study. *OR Spektrum*, 18:131–144.
- Yanasse, H. H. e Limeira, M. S. (2006). A hybrid heuristic to reduce the number of different patterns in cutting stock problems. *Computers & Operations Research*, 33.

## OTIMIZAÇÃO GEOMÉTRICA DE AERONAVES REMOTAMENTE PILOTADAS CARGUEIRAS VIA ECOLOCALIZAÇÃO

### **Guilherme Aparecido Barbosa Pereira**

Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade  
de Engenharia Elétrica  
Juiz de Fora – Minas Gerais

### **Ivo Chaves da Silva Júnior**

Universidade Federal de Juiz de Fora,  
Departamento de Energia Elétrica  
Juiz de Fora – Minas Gerais

### **Luiz Rogério Andrade de Oliveira**

Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade  
de Engenharia Elétrica  
Juiz de Fora – Minas Gerais

### **Carlos Henrique Sant’Ana da Silva**

Universidade Federal de Juiz de Fora, Centro  
Gestão do Conhecimento Organizacional (CGCO)  
Juiz de Fora – Minas Gerais

**RESUMO:** A utilização de aeronaves remotamente pilotadas, ou RPAs (Remotely Piloted Aircrafts) tem crescido em diferentes setores como institucionais, experimentais ou comerciais. Ao mesmo tempo que se deseja qualidade de voo, almeja-se também alta sustentação e autonomia, que possibilitam uma aeronave mais robusta, com baixo consumo e com grande capacidade para embarcar carga e equipamentos. Este trabalho tem como objetivo explorar as características geométricas dessas aeronaves e utilizá-las para otimizar suas propriedades aerodinâmicas, seu desempenho,

sua estabilidade e controle. Para alcançar tal objetivo, foram desenvolvidos algoritmos que modificam a geometria e analisam os parâmetros resultantes a fim de aumentar a qualidade de voo e, principalmente, maximizar o peso máximo de decolagem, ou MTOW (Maximum Take-Off Weight), da aeronave. Utilizando a ecolocalização de morcegos, ou BA (Bat Algorithm), os resultados obtidos superaram as expectativas, apresentando tempo computacional reduzido para obtenção de geometrias que atendem a todas as restrições e metas propostas.

**PALAVRAS-CHAVE:** VANT. Aeronave remotamente pilotada. ARP. Aerodesign.

**ABSTRACT:** The use of remotely piloted aircraft (RPAs) has increased in different sectors such as institutional, experimental or commercial. At the same time that is desired a good flight quality, it is also desired high lift and autonomy, which allows for a more robust aircraft, with low consumption and with great capacity to load cargo and equipment. Based on this, this work aims to explore the geometric characteristics of these aircrafts and to use them to optimize their aerodynamic properties, their performance, their stability and control. To achieve this goal, algorithms have been developed to modify the geometry of the aircraft and analyze the resulting parameters in order to increase flight

quality and, principally, to maximize the maximum take-off weight (MTOW). Using Bat Algorithm (BA), the results obtained exceeded expectations, presenting reduced computational time to obtain geometries that meet all the proposed restrictions and targets.

**KEYWORDS:** UAV. Remotely piloted aircraft. RPA. Aerodesign.

## 1 | INTRODUÇÃO

O termo Aeronave Remotamente Pilotada (RPA) denota, segundo a ANAC, um subgrupo de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT) destinados à operação remotamente pilotada, seja essa realizada a partir de uma estação de controle ou de um rádio como o utilizado por aeromodelistas. Ao contrário dos aeromodelos, que são utilizados para recreação e lazer, as RPAs são utilizadas para outros fins, como institucionais, experimentais ou comerciais.

Diversas empresas, associações, forças armadas, dentre outros, têm incentivado e trabalhado em prol do desenvolvimento dessa tecnologia. Um bom exemplo é a competição de Aerodesign promovida pela Sociedade de Engenheiros da Mobilidade (SAE Brasil), que incentiva alunos de diferentes escolas de engenharia do Brasil e alguns outros países da América do Sul a projetar RPAs cargueiros e rádio controlados.

Os desafios impostos pela competição são baseados em desafios reais enfrentados pela indústria aeronáutica. Busca-se aumentar a qualidade de voo, através de melhoras de estabilidade e controle na aeronave, maximizar o peso máximo de decolagem (MTOW) com uma boa aerodinâmica e propulsão, dentre outros. Essas características garantem melhor pilotagem e possibilidade de embarcar mais carga na aeronave, como sensores, equipamentos característicos da missão e suprimentos, por exemplo.

Este objetivo é atingido através da geração de parâmetros que fornecem a geometria de uma aeronave, tornando possível avaliá-la em condições específicas de voo, atendendo aos limites de comprimento da pista para decolagem e restrições que aprimoram sua manobrabilidade. Para simplificar a análise, os perfis da asa e empenagens e o grupo motopropulsor são definidos previamente. Ao final da execução, o algoritmo é capaz de fornecer os parâmetros geométricos (envergadura de asa, afilamento, enflechamento, corda, distância entre centro aerodinâmico da asa e do estabilizador horizontal, dimensões dos estabilizadores, dentre outros) que retornam uma aeronave com a melhor relação entre sustentação, arrasto e pilotagem.

Dentro desse contexto, esse trabalho integra softwares utilizados em projetos aeronáuticos, modelagem matemática contida nas bibliografias e o método de otimização baseado na ecolocalização de morcegos (Bat Algorithm, BA) para implementação das tarefas descritas. A avaliação das geometrias se dá através do MTOW e do atendimento das restrições de estabilidade e controle da aeronave.

## 2 | MODELAGEM

A definição de uma aeronave pode ser dividida em três etapas (RAYMER, 1992):

- Design conceitual;
- Design preliminar;
- Design detalhado.

### 2.1 Design Conceitual

Dentro do contexto deste trabalho, o design conceitual pode ser compreendido através das restrições definidas para o problema. Para definição do conceito inicial, levou-se em consideração as características de uma aeronave que compete na categoria Micro da competição SAE Brasil Aerodesign. Aliado a isso, tem-se também um banco de dados com o histórico de competição da equipe Microraptor UFJF e, com isso, é possível restringir as variáveis do problema com precisão.

### 2.2 Design preliminar

Definida as restrições e o conceito de design inicial, é começada a etapa de design preliminar da aeronave, onde são realizados todos os dimensionamentos e posicionamentos dos componentes (de acordo com suas massas e inércias) na aeronave. O enfoque do presente artigo é justamente nessa etapa do projeto. A metodologia do algoritmo utilizado pode ser descrita de acordo com o exposto na Figura 1:



Figura 1: Representação do ciclo do algoritmo

Fonte: Autores

A meta do algoritmo concentra-se justamente nas características aerodinâmicas, de desempenho, estabilidade e controle da aeronave. Para alterar a geometria e realizar as análises, utilizou-se o software Athena Vortex Lattice (AVL), considerando

a aeronave como um corpo rígido. Esse software importa arquivos de texto, com extensão “.avl”, para identificar a geometria da aeronave e exporta outro arquivo de texto com os resultados. Para gerar os parâmetros de diferentes geometrias, foi desenvolvido um código no MATLAB que interage com o “Bat algorithm (BA)”. O BA trabalha manipulando 12 variáveis, que correspondem aos seguintes elementos da aeronave:

*ANGLE\_W* Ângulo de incidência da asa.  
*Chord\_W\_S1* Corda do primeiro perfil da asa.  
*Xle\_W\_S2* Posição em x do segundo perfil da asa.  
*Yle\_W\_S2* Posição em y do segundo perfil da asa.  
*Chord\_W\_S2* Corda do segundo perfil da asa.  
*Xle\_W\_S3* Posição em x do terceiro perfil da asa.  
*Yle\_W\_S3* Posição em y do terceiro perfil da asa.  
*Chord\_W\_S3* Corda do terceiro perfil da asa.  
*ANGLE\_H* Ângulo de incidência do estabilizador horizontal.  
*Xle\_H\_S1* Posição em x do estabilizador horizontal.  
*Chord\_H\_S1* Corda do estabilizador horizontal.  
*Yle\_H\_S2* Posição em y do estabilizador horizontal.

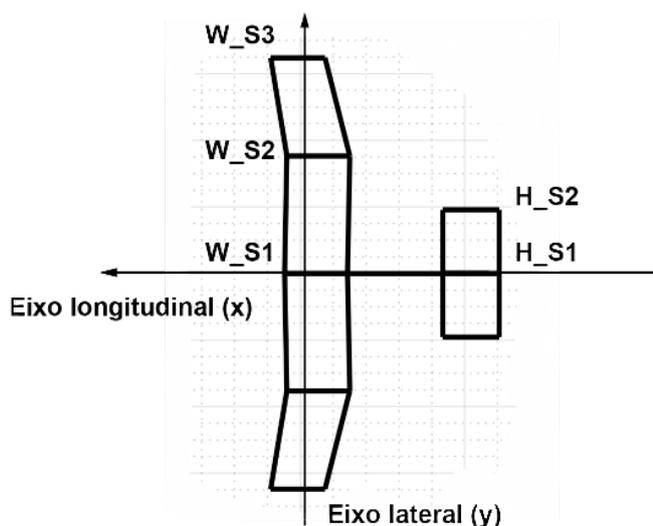


Figura 2: Representação das variáveis na aeronave

Fonte: Autores

A determinação dos perfis da asa e empenagens também é realizada previamente, pois suas análises são bidimensionais e é possível garantir a obtenção de perfis que se adaptem bem em diferentes configurações. A representação das variáveis pode ser visualizada através da geometria de uma aeronave genérica, apresentada na Figura 2.

Esses parâmetros são a base utilizada pelo algoritmo que cria o arquivo de geometria lido pelo AVL. Os parâmetros referentes ao estabilizador vertical são calculados utilizando equações obtidas nas bibliografias utilizadas, com base no dimensionamento da asa e na posição do estabilizador horizontal.

## 2.3 Características inerciais

Para as análises de estabilidade dinâmica, que definem a qualidade de voo, é necessário conhecer os momentos de inércia da aeronave. O próprio AVL é capaz de gerar esses dados, porém, como o algoritmo não lida com a estrutura da aeronave, foi necessário encontrar um método alternativo. Para obtê-los foram analisadas diferentes geometrias a partir de um software CAD 3D, todas respeitando as restrições do problema e com diferentes configurações estruturais previamente definidas. Com isso, foi possível analisar os momentos de inércia das aeronaves resultantes e encontrar limites que se aplicam a todas que podem ser geradas pelo algoritmo. Na etapa de design detalhado, é possível atingir os valores encontrados através do design da fuselagem e da realocação de componentes (grupo motopropulsor, trem de pouso, etc.) na aeronave.

Os limites utilizados para uma aeronave com envergadura de no mínimo 1,4m e no máximo 2m e com corda de no mínimo 0,2m e no máximo 0,3m foram:

$$0,12 \text{ kg.m}^2 \leq I_{xx} \leq 0,22 \text{ kg.m}^2$$

$$0,20 \text{ kg.m}^2 \leq I_{yy} \leq 0,25 \text{ kg.m}^2$$

$$0,25 \text{ kg.m}^2 \leq I_{zz} \leq 0,35 \text{ kg.m}^2$$

## 3 | AVALIAÇÃO DA AERONAVE

Como o objetivo é maximizar o MTOW, avalia-se a fase de decolagem levando em consideração as forças que atuam sobre a aeronave. São elas: peso ( $W$ ), tração ( $T$ ), sustentação ( $L$ ), arrasto ( $D$ ) e atrito do solo ( $\mu$ ). O último é dependente do material utilizado nos pneus da aeronave e das características do solo da pista. A tração é obtida através das configurações do grupo motopropulsor da aeronave, que é definido previamente e é composto por baterias, ESC (Eletronic Speed Control), motor e hélice. Tanto  $T$  quanto  $\mu$  são mantidos fixos e suas definições preliminares aliadas à geometria gerada pelo algoritmo permitem a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos da aeronave, que tornam possível a geração da polar de arrasto e avaliação de estabilidade e controle.

O AVL analisa uma condição de voo por vez, portanto, foi necessário implementar um algoritmo que varia o ângulo de ataque e coleta os respectivos valores do coeficiente de sustentação ( $C_L$ ) e do coeficiente de arrasto ( $C_D$ ). Os valores de  $C_L$  e  $C_D$  são corrigidos para se aproximarem de dados obtidos empiricamente e garantir maior precisão no resultado final. Também são inseridos os valores dos momentos de inércia para obtenção da matriz característica da aeronave. O procedimento pode ser visto na Figura 3:

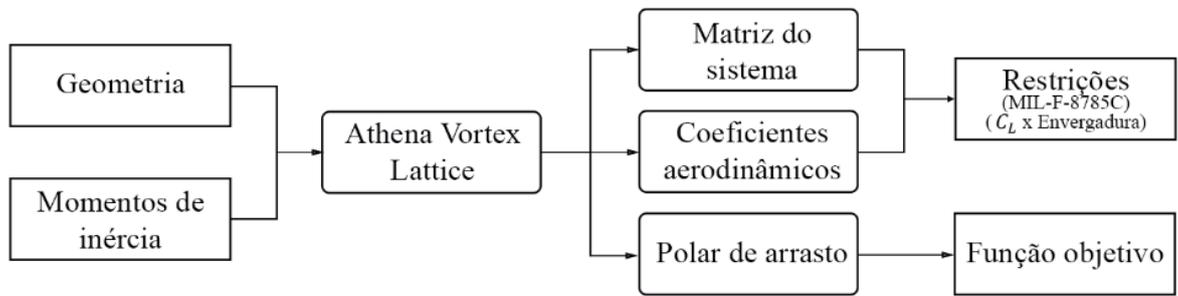


Figura 3: Esquema para obtenção do MTOW e avaliação das restrições

Fonte: Autores

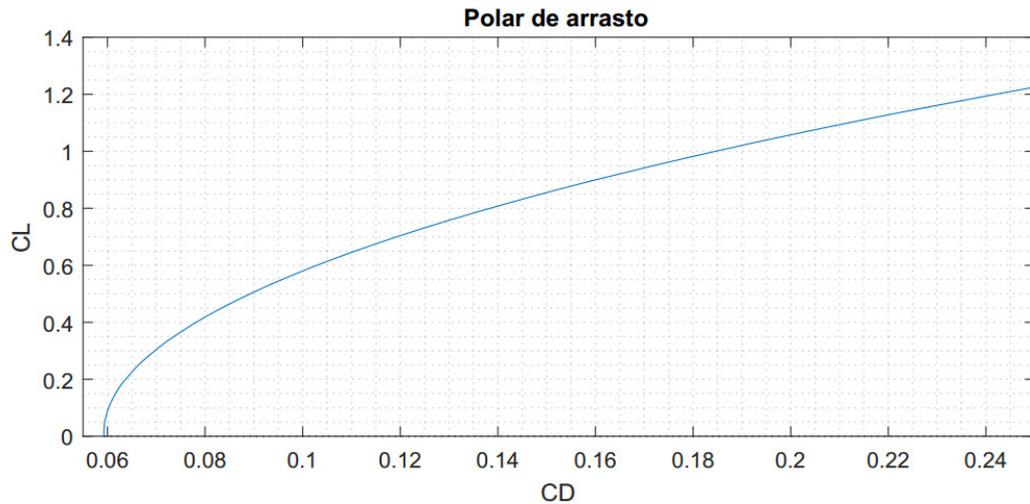


Figura 4: Polar de arrasto

Fonte: Autores

O MTOW está diretamente relacionado à distância de corrida no solo ( $S_G$ ) de uma aeronave que decola. A partir da matriz obtida com os valores de  $C_L$  e  $C_D$  corrigidos, é possível obter a polar de arrasto, exibida na Figura 4, que pode ser representada por uma função quadrática  $C_L(C_D)$ , que está representada por (4). A formulação matemática pode ser vista a seguir (RAYMER, 1992):

$$S_G = \frac{1}{2g} \int_{V_i}^{V_f} \frac{d(V^2)}{K_T + K_A V^2} \quad (1)$$

onde:

$$K_T = \left(\frac{T}{W}\right) - \mu \quad (2)$$

$$K_A = \frac{\rho}{2(W/S)} C_D \quad (3)$$

$$C_D = -K C_L^2 + \mu C_L - C_{D0} \quad (4)$$

$g$  → aceleração da gravidade.  
 $W$  → peso total da aeronave.  
 $\mu$  → coeficiente de atrito estático entre o solo e o trem de pouso.  
 $\rho$  → densidade do ar .  
 $S$  → área da asa.  
 $V$  → velocidade da aeronave.  
 $V_i$  → velocidade inicial da aeronave.  
 $V_f$  → velocidade final da aeronave.  
 $K$  → coeficiente de arrasto induzido.  
 $K_A$  → coeficientes aerodinâmicos.  
 $K_T$  → coeficientes de tração.

O MTOW é o valor de  $W$  para o qual  $S_G$  se iguala ao comprimento máximo de pista disponível para decolagem, que é um valor conhecido. Quando o  $W$  descrito é encontrado, seu valor passa a ser o valor final da FOB, o qual deseja-se maximizar.

Após essa etapa, ainda é necessário verificar alguns requisitos aerodinâmicos e de estabilidade e controle da aeronave. Para estabilidade estática, verifica-se:

$$c_{m\alpha} < 0 \quad (5)$$

$$c_{m0} > 0 \quad (6)$$

$$c_{n\beta} > 0 \quad (7)$$

$$c_{l\beta} < 0 \quad (8)$$

onde:

$\alpha$  → ângulo de ataque da aeronave.

$\beta$  → ângulo de derrapagem da aeronave.

$c_{m\alpha}$  → Coeficiente de momento de arfagem em função de  $\alpha$ .

$c_{m0}$  → Coeficiente de momento de arfagem para  $\alpha=0$ .

$c_{n\beta}$  → Coeficiente de momento de guinada em função de  $\beta$ .

$c_{l\beta}$  → Coeficiente de momento de rolagem em função de  $\beta$ .

A partir da matriz de estados que representa a aeronave, podem ser obtidas as características (amortecimento e frequência) de cada modo dinâmico (NELSON, 1998). Como o regulamento da competição fornece o tipo da missão, é possível avaliar a aeronave utilizando a norma militar norte americana MIL-F-8785C (ROSKAM, 2001). Almeja-se o nível 1 (excelente) de qualidade de voo para a aeronave, portanto, os critérios da norma que equivalem a esse nível são utilizados como restrições do problema.

Para completar os requisitos do problema, avalia-se  $C_L$  em função da envergadura da asa. A restrição busca garantir que a condição de estol ocorra primeiro na raiz da asa e posteriormente nas pontas, ou seja,  $C_L$  deve ser maior na raiz conforme visto na Figura 5.

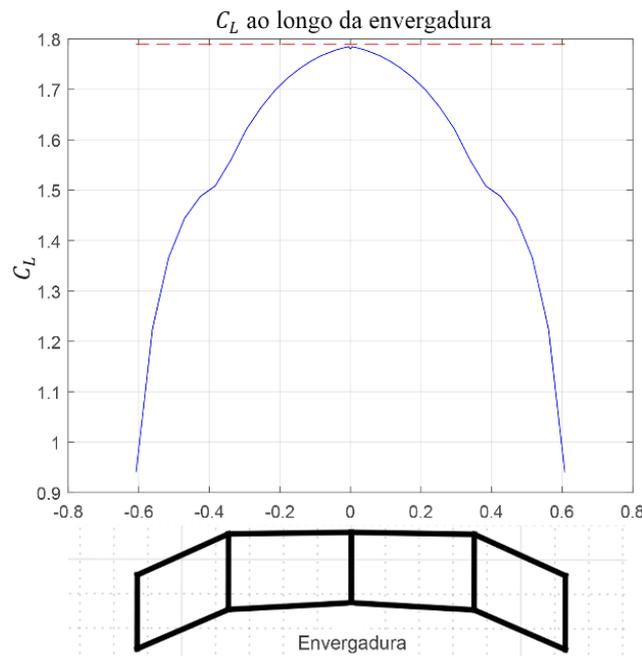


Figura 5: ao longo da envergadura [m]

Fonte: Autores

Isso garante a manutenção da eficiência dos ailerons mesmo em condição de estol, permitindo ao piloto realizar manobras que retirem a aeronave dessa condição. Além disso, também é verificado o fator de eficiência da asa, permitindo a geração de aeronaves com asas que gerem menos arrasto.

Caso algum dos requisitos não seja atendido, são aplicadas penalidades ao valor de MTOW de forma que a aeronave seja considerada inadequada para a missão designada. Esse procedimento trata-se de um grande processo de “*trade-off*”. Muitas vezes aeronaves com grandes valores de MTOW são descartadas devido ao não atendimento de algumas das restrições. Uma boa RPA consegue aliar uma grande capacidade de transportar carga a uma boa qualidade de voo.

#### 4 | PARÂMETROS DO ALGORITMO DE ECOLOCALIZAÇÃO

O algoritmo de ecolocalização de morcegos, ou Bat Algorithm (BA), foi proposto por Xin-She Yang em 2010 com o intuito de resolver problemas de otimização utilizando um algoritmo de otimização meta-heurístico bioinspirado. Os fatores que levaram à escolha desse método concentram-se no fato desse ser relativamente novo e, principalmente, devido ao número de parâmetros de configuração reduzido. O pseudocódigo utilizado está descrito em Algoritmo 1:

---

**Algoritmo 1:** Pseudocódigo do Bat Algorithm

---

```
1 Função objetivo  $f(x)$ 
2 Parâmetros  $\eta$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $A$ ,  $r$ ,  $v$ ,  $f$ ,  $e$ 
3 Definição das frequências  $f$  para cada morcego  $x_i^t$ 
4 Inicialização das taxas de emissão de pulso  $r_i$  e amplitudes  $A_i$ 
5 Inicialização da população de morcegos  $x_i^t$ 
6 Avaliação dos morcegos  $f(x_i^t)$ 
7 Encontra a melhor solução global (avaliação do melhor morcego)
8 Para  $t \leftarrow 1, \dots$ , Número máximo de gerações faça
9   Para  $i \leftarrow 1, \dots, \eta$  faça
10      $f_i \leftarrow f_{min} + (f_{max} - f_{min})\beta$ 
11      $v_i^t \leftarrow x_i^{t-1} + (x^* - x_i^{t-1})f_i$ 
12      $x_i^t \leftarrow x_i^{t-1} + v_i^t$ 
13     Adequa  $x_i^t$  aos limites
14     Se  $\text{rand} < r_i^t$ ,  $\text{rand} [0,1]$ , então
15        $x_i^t \leftarrow x_i^t + e \cdot \text{rand}$ ;
16       Adequa  $x_i^t$  aos limites
17     fim (linha 14)
18     Calcula  $f(x_i^t)$ 
19     Se ( $\text{rand} < A_i^t$ ) ou  $f(x_i^t) < f(x_i^{t-1})$ , faça
20        $f(x_i^t) \leftarrow f(x_i^{t-1})$ 
21        $r_i \leftarrow 1 - \exp(-\lambda t)$ 
22        $A_i \leftarrow \alpha \cdot A_i$ 
23     fim (linha 19)
24     Atualiza melhor morcego  $x^*$ 
25   fim (linha 9)
26 fim (linha 8)
```

---

Devido à característica do problema, prezou-se por uma grande população inicial de morcegos, que garante boa diversidade de indivíduos, e também por um processo com tendência de busca exploratória, diminuindo ligeiramente a busca local. A partir de valores propostos ( $\alpha=0,5$  e  $\lambda=0,1$ ) e com bons resultados em *benchmarks* (CORDEIRO, 2012), o algoritmo foi executado diversas vezes para encontrar parâmetros que se adequem às necessidades do problema. Com isso:

População de morcegos, $\eta = 100$	(9)
Taxa de decréscimo da amplitude, $\alpha=0,8$	(10)
Taxa de aumento da emissão de pulso, $\lambda = 0,05$	(11)
Velocidade inicial, $v_i = 0$	(12)
Frequência inicial, $f_i = 0$	(13)
Amplitude inicial, $A_i = 1$	(14)

$$\text{Taxa de emissão de pulso, } r_i = 0 \quad (15)$$

$$\text{Frequência mínima, } f_{\min} = 0 \quad (16)$$

$$\text{Frequência máxima, } f_{\max} = 2 \quad (17)$$

A população de 100 indivíduos, que se encontra acima do proposto (YANG, 2010), garante a diversidade desejada. A partir das análises, percebeu-se que um número de iterações compreendido entre 10 e 20 (para cada indivíduo) é suficiente para encontrar boas soluções para a quantidade de indivíduos escolhida. Os valores de  $\alpha$  e  $\lambda$  utilizados contribuem para que  $A_i$  seja mínimo e  $r_i$  máximo após esse valor, indicando a convergência do método conforme evidenciado na Figura 6.

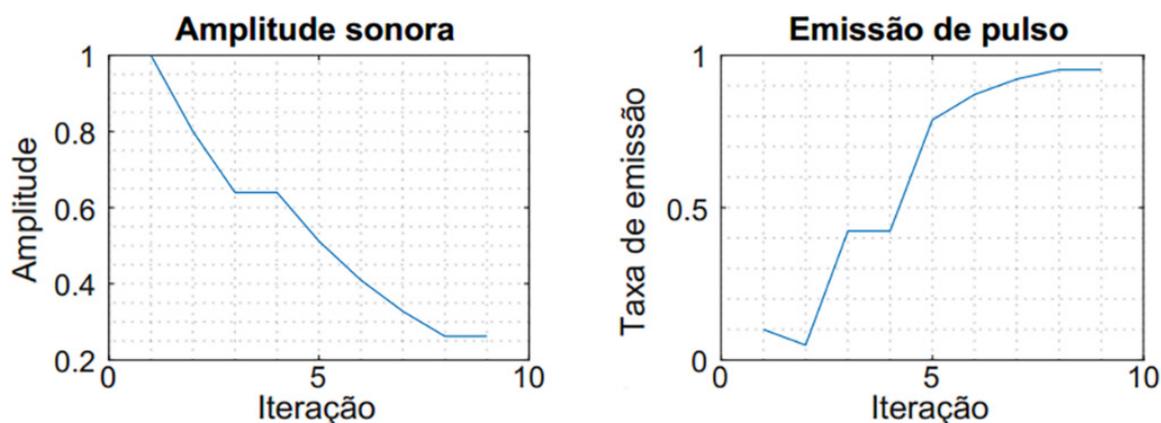


Figura 6: Convergência de  $A_i$  e  $r_i$  para  $\alpha=0,8$  e  $\lambda = 0,05$

Fonte: Autores

O termo “ $e$ ” utilizado na linha 15 do algoritmo trata-se de um vetor com o mesmo número de variáveis do problema. Cada posição contém um valor da mesma ordem de grandeza da variável de mesmo índice. Esse vetor permite ao algoritmo encontrar novas soluções na proximidade de uma solução já existente e só é utilizado pelo algoritmo quando a taxa de emissão de pulso atinge valores altos, ou seja, quando o algoritmo está próximo da solução.

## 5 | RESULTADOS

O modelo proposto foi implementado através de uma série de algoritmos utilizando a linguagem MATLAB integrada ao software AVL, que utiliza o método Vortex Lattice (VLM) para análise da aerodinâmica e dinâmica de voo das aeronaves geradas. Essas características são obtidas a partir do cálculo do escoamento em torno da geometria, que é discretizada através de painéis.

Adotou-se um número moderado de painéis, que garantem tempo computacional reduzido aliado à boa precisão numérica. As configurações realizadas visam concentrar mais painéis nas regiões do bordo de ataque e de fuga dos perfis e também na raiz das superfícies (asa e estabilizadores), conforme pode ser visto na Tabela 1.

Componente	Nº de painéis ao longo da envergadura	Nº de painéis ao longo da corda	Distribuição de painéis ao longo da envergadura	Distribuição de painéis ao longo da corda
Asa	20	10	Senoidal	Cossenoidal
Estabilizador horizontal	12	6	Senoidal	Cossenoidal
Estabilizador vertical	6	6	Senoidal	Cossenoidal

Tabela 1: Distribuição de painéis

Fonte: Autores

A execução dos algoritmos foi realizada utilizando um computador com processador i5-4200U @ 1.6GHz ~2.3GHz (4 CPUs), com 6GB de RAM e Windows 7 x64. Algumas geometrias obtidas a partir de diferentes execuções do algoritmo podem ser visualizadas na Figura 7:

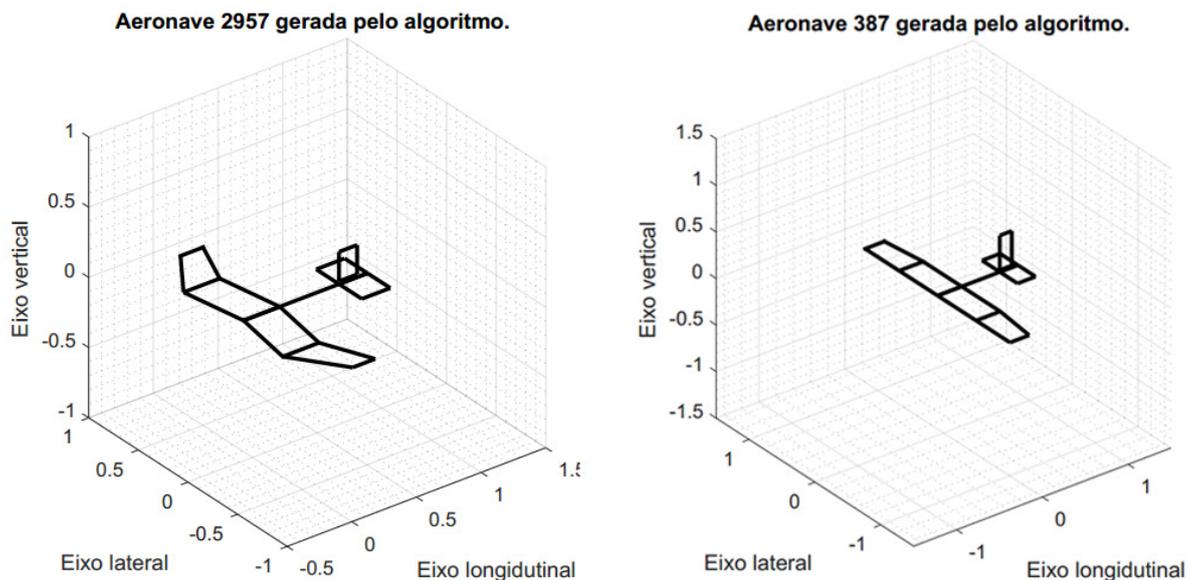


Figura 7: Geometrias geradas por diferentes execuções do algoritmo

Fonte: Autores

Para verificar a eficiência da metodologia adotada e também do *Bat Algorithm* aplicado a este problema, foram comparadas aeronaves geradas manualmente com as geradas pelo BA e também pelo Algoritmo Genético, conforme exposto na Tabela 2:

Aeronave	Método de geração	MTOW (Kg)	Iterações	Tempo
1	Manual	8,6911	-	2 semanas
2	Manual	8,5372	-	2 semanas
3	Manual	8,8267	-	2 semanas
4	GA	9,3109	1676	13 horas e 4 minutos
5	GA	9,3017	1542	12 horas e 3 minutos

6	BA	9,7136	1840	13 horas e 23 minutos
7	BA	9,6290	1777	12 horas e 55 minutos
8	BA	9,5566	1193	8 horas e 32 minutos

Tabela 2: Resultados das análises utilizando diferentes métodos

Fonte: Autores

Nos resultados obtidos, a execução foi realizada até a estagnação do valor de MTOW. Conforme previsto, as configurações favorecem a obtenção de um bom resultado em um valor de gerações entre 10 e 20 para cada morcego, que corresponde a, no máximo, 2000 aeronaves.

O BA conseguiu gerar melhores resultados quando comparado ao GA em sua configuração padrão, disponível no MATLAB. Os resultados em relação a aeronaves geradas manualmente também se mostram consideravelmente superiores e mais rápidos.

## 6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foram apresentadas técnicas de otimização multidisciplinar do design de aeronaves remotamente pilotadas de perfil cargueiro. O enfoque do procedimento concentra-se na aerodinâmica, desempenho, estabilidade e controle e da aeronave.

Com a metodologia proposta, foi possível obter geometrias que atendem a todos os requisitos, apresentando boa relação entre os critérios analisados. A análise dos parâmetros do Bat Algorithm voltados para esse problema aliados aos métodos utilizados apresentou excelentes resultados. Todos os algoritmos utilizados foram implementados utilizando a linguagem de programação MATLAB.

A validação ocorreu através da comparação das aeronaves geradas com aquelas já existentes, obtidas no banco de dados da equipe Microraptor UFJF. A obtenção de valores de MTOW maiores e em tempo muito inferior evidenciam a eficiência do método.

Propostas de trabalhos futuros são a implementação de análises estruturais e de fenômenos aeroelásticos, que permitirão refinar ainda mais a geometria e gerar aeronaves ainda mais factíveis do ponto de vista fabricativo. Outro ponto é um ajuste ainda mais refinado nos parâmetros do Bat Algorithm e também obtenção de funções de amplitude e emissão de pulso que se adequem melhor ao problema.

## 7 | AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à equipe Microraptor UFJF, pela disposição do banco de dados, do laboratório e das aeronaves para análises. Fica também o agradecimento

ao INERGE, por apoiar financeiramente um projeto dentro do tema abordado, ao grupo de otimização heurística e bioinspirada (GOHB) e, especialmente, ao professor Ivo, por acreditar no projeto e em sua importância para os alunos pertencentes e também para o desenvolvimento da tecnologia aqui exposta.

## REFERÊNCIAS

ANAC. **Drones**. <http://www.anac.gov.br/assuntos/paginas-tematicas/drones>. Acesso em: Março/2018.

ETKIN, Bernard, & REID, Lloyd. **Dynamics of Flight Stability and Control**, John Wiley and Sons, New Jersey, 1996.

J. Cordeiro, R. S. Parpinelli & H. S. Lopes. **Análise de Sensibilidade dos Parâmetros do Bat Algorithm e Comparação de Desempenho**. Encontro Nacional de Inteligência Artificial (ENIA), 2012.

NELSON, Robert. **Flight Stability and Automatic Control**, 2nd ed., McGraw-Hill, 1998.

PEREIRA, Alessandro. **Fator humano na operação de aeronaves remotamente pilotadas**. Disponível em: <http://www.defesaaereanaval.com.br/fator-humano-na-operacao-de-aeronaves-remotamente-pilotadas>. Acessado: Março/2018.

RAYMER, Daniel, P. **Aircraft design: a conceptual approach**, AIAA, Washington, 1992.

ROSKAM, Jan. **Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Control**, Parte I e II, DAR Corporation, 2001.

SADRAEY, Mohammad H. **Aircraft Design: A Systems Engineering Approach**, First Edition, John Wiley & Sons, 2013.

Yang, X. S. **A new metaheuristic bat-inspired algorithm**. In Gonzalez, J. R., editor, *Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization*, Studies in Computational Intelligence, páginas 65–74. Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2010.

## O CASO DA INDÚSTRIA CRIATIVA DO CARNAVAL SOB O ENFOQUE DO SODA

### **Ailson Renan Santos Picanço**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA/  
Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP),  
São José dos Campos-SP

### **Adjame Alexandre Oliveira**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA  
São José dos Campos-SP

### **Mischel C.N. Belderrain**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA  
, São José dos Campos-SP

### **Nissia Carvalho Rosa Bergiante**

Universidade Federal Fluminense (UFF) – Instituto  
de Engenharia de Produção  
Niterói - RJ

**RESUMO:** A indústria criativa do carnaval é um importante componente da economia das principais cidades do Brasil, em especial no Rio de Janeiro. As atividades desenvolvidas pelas agremiações carnavalescas para a obtenção de resultados positivos no desfile de carnaval envolvem interações complexas entre múltiplos agentes, como os profissionais da área (carnavalescos), o público e a mídia especializada, entre outros atores. O objetivo do presente artigo é estruturar e analisar a indústria criativa do carnaval utilizando a metodologia SODA (*Strategic Options Development and Analysis*). A construção e a análise dos mapas SODA revelaram quais

são as questões fundamentais que devem ser levadas em consideração para o processo de tomada de decisão, com destaque para a escolha de profissionais, a interdependência entre os quesitos de julgamento, a importância da gestão de riscos para o espetáculo e o impacto da escolha da temática para o sucesso do projeto.

**PALAVRAS-CHAVE:** Métodos de estruturação de problemas. Indústria do carnaval. SODA.

**ABSTRACT:** The creative carnival industry is an important provider for Brazil's main cities economies, especially Rio de Janeiro. The development of a positive result for the carnival organizations is given by a complex system, with the interference of many agents, such as the area professionals, specialized media and general public. This article's objective is to structure the complex issue using the Strategic Options Development and Analysis (SODA) method. From the application and analysis of SODA maps in different agents, questions have emerged that were fundamental for the decision taking process, in particular the professionals' choice, the interdependency among the judging criteria, the importance of risk management for the spectacle and the impact brought by the thematic selection for the success of the project.

**KEYWORDS:** Problems structuring methods. Carnival industry. SODA.

## 1 | INTRODUÇÃO

No Brasil os festejos de carnaval são atividades culturais tradicionais, em especial, no Rio de Janeiro, onde a folia se desenvolveu e ganhou contornos de grande evento (PRESTES FILHO, 2009). No âmbito das escolas de samba o evento cultural transformou-se em importante fonte de recursos, movimentando a economia da cidade com o turismo e atividades correlacionadas à festa (BOSCHI; BUARQUE, 2007).

O carnaval das escolas de samba se desenvolveu, tornando-se uma indústria forte local geradora de emprego e renda. Trata-se de um viés da indústria criativa—ou do entretenimento que surgiu para designar setores onde a criatividade e aspectos culturais são dimensões fundamentais do negócio. As indústrias culturais e criativas estão dirigindo fatores de crescimento econômico e de acordo com a demanda global, também estimulada pela nova economia (BOCCELLA; SALERNO, 2016).

A indústria criativa contempla atividades relacionadas ao cinema, à música, ao teatro e as artes plásticas. Essa indústria é desdobrada em diversas áreas como: tecnologias, mídias, cultura e consumo. E por sua vez se relacionam com indústrias de transformação, serviços e demais atividades de apoio (BENDASSOLLI et al., 2009; HANSON, 2012).

Anualmente, somente na cidade do Rio de Janeiro, o carnaval movimenta cerca de 3 bilhões de reais na economia ao atrair 1,26 milhões de turistas e gerar 15 mil empregos diretos na indústria do carnaval e mais de 250 mil postos de trabalho contabilizando a cadeia de serviços entorno da festa (HOSTELTUR, 2014).

A percepção dos objetivos da indústria do carnaval é um problema de elevada complexidade. Existem objetivos conflitantes entre os diferentes atores (agregações, governo, público, transmissão de TV, imprensa, etc.). Ademais, há uma elevada incerteza envolvida, frente aos riscos na condução do projeto e também na sua culminância durante o carnaval.

Assim, o objetivo do artigo é estruturar o problema complexo de tomada de decisão de modo a sinalizar as principais opções estratégicas para potencializar um resultado positivo na indústria criativa do carnaval, utilizando o método *Strategic Options Development and Analysis* (SODA).

A partir da construção dos mapas, com constructos bipolares do SODA, espera-se que as principais decisões no projeto das agregações emerjam, bem como questões que possam influenciar no sucesso do projeto, mas que não estejam claras e bem definidas.

## 2 | ESTRUTURAÇÃO DE PROBLEMAS COMPLEXOS

Vidal (2005) ressalta que a delimitação do escopo de atuação da Pesquisa Operacional (*Operation Research-OR*) não é uma questão que converge para uma

resposta simples. Em essência, é a aplicação de métodos que auxiliem a tomada de decisão, o que é amplo e pouco elucidativo (HENAO; FRANCO, 2016; ORMEROD, 2013).

OR nasceu na Segunda Guerra Mundial, onde métodos e modelos matemáticos davam subsídios para estratégias de guerra no que tange, construção de rotas, ressuprimento e alocação de pessoal. Mais tarde, muitos desses modelos foram incorporados ao ambiente corporativo, tendo um grande salto em sua aplicabilidade a grandes problemas com o desenvolvimento da informática (SINISUKA; NUGRAHA, 2013; VIDAL, 2005).

Em linhas gerais, a Pesquisa Operacional atua com orientações distintas ao problema, consultoria ou pesquisa. Se vale de métodos, quantitativos e qualitativos para apoiar decisões em situações problemáticas. Duas características essenciais de abordagem em Pesquisa Operacional são: (1) modelar e estruturar problemas complexos e (2) utilizar ferramentas matemáticas e computacionais para resolver problemas estruturados (ORMEROD, 2013; VIDAL, 2005).

As bases clássicas da Pesquisa Operacional subtendem problemas bem estruturados, com objetividade, utilizando princípios das ciências naturais e que se valem de técnicas de decomposição, análise de dados e modelagem matemática. Entretanto, há problemáticas desestruturadas, com elevado grau de subjetividade e riscos intrínsecos, onde essa abordagem “*hard*” da PO não se mostra eficiente. Disto surge a abordagem “*soft*”, que trata de estruturação e modelagem de problemas complexos (ACKERMANN, 2012; ORMEROD, 2013).

Métodos de Estruturação de Problemas (*Problem Structuring Methods* - PSM) têm sido um dos pontos de crescimento para a Pesquisa Operacional, estendendo a sua abordagem fundamentalmente analítica em domínios de problemas que envolvem subjetividade, múltiplas perspectivas, objetivos conflitantes, múltiplos *stakeholders* e incertezas (ROSENHEAD, 2006) we need to prepare for them now. To conceptualize alternative futures for OR, we need to understand the potentialities of the present. To understand the present, we need to have a grasp of the past history that gave us the OR that we have, rather than some other analytic practice. OR was thrown up by a situation where traditional management methods were proving inadequate to handle the growing complexity of organizational arrangements. Problem structuring methods (PSMs).

O modelo de intervenção também tem se modificado com as modificações que a área de PO vem sofrendo, onde, cada vez mais a figura do especialista dá lugar ao do facilitador. São abordagens bem distintas, a primeira entende o problema de forma objetiva e bem definida, onde as intervenções são designadas mediante a obtenção de resultados quantitativos; a segunda entende o problema como sendo socialmente construído, onde as soluções emergem do meio. É participativo e inclusivo e o papel da modelagem facilitada é conduzir para respostas de consenso e viáveis, não necessariamente a resposta ótima, sob uma perspectiva objetiva (FRANCO;

### 3 | MÉTODO SODA

O método SODA (*Strategic Options Development and Analysis*) tem como objetivo e escopo a estruturação e identificação de problemas caracterizados por incertezas e complexidades que não podem ser abordados por métodos quantitativos (Eden & Huxham, 1988). Nessa ordem de ideias, o SODA é um método de estruturação de problemas adequado a situações complexas marcadas pela multiplicidade de perspectivas individuais que encerram conhecimentos informais carregados de potenciais ambiguidades e subjetividades (Eden & Ackermann, 2001a; Eden, 2004).

A ferramenta básica do método SODA é o mapeamento cognitivo, que proporciona a facilitação do processo de comunicação entre os tomadores de decisão na medida em que auxilia a exposição de seus diferentes pontos de vistas acerca da situação problemática, o que propicia o atingimento de soluções consensuais e o comprometimento dos envolvidos com as ações derivadas.

O mapeamento cognitivo pode ser realizado por meio de entrevistas e documentos e deve ser focado na explicitação (e posterior eliminação) das ambiguidades próprias da situação problemática, de sorte que seja viabilizada uma visão clara do contexto, possibilitando a identificação de soluções potenciais (Eden e Ackermann, 2001b).

Do mapeamento cognitivo é possível estabelecer relações hierárquicas entre os conceitos expressos pelos tomadores de exposição, de sorte que pode-se identificar as relação funcionais (meio/fim) entre os conceitos e, nessa ótica, as visão individuais dos tomadores de decisão são organizadas e as ambiguidades e contradições delas decorrentes são harmonizadas, com a internalização das informações respectivas (ACKERMANN; EDEN, 2011). O tratamento das ambiguidades e contradições é realizado por uma síntese das opiniões individuais que é levada a cabo pela fusão dos mapas cognitivos de cada um dos tomadores de decisão, o que propicia uma visão global e rica da situação problemática em análise (Mingers & Rosenhead, 2004).

O mapa SODA difere do mapa cognitivo em sua fundamentação teórica, vez que o mapa SODA tem como base a teoria dos construtos psicológicos (Kelly, 1955, 1991), que representam o conhecimento informal dos tomadores de decisão e são construídos de forma a captar ambiguidades e contradições das declarações de cada envolvido, o que propicia a “eliminação” destas ambiguidades e contradições com a incorporação das informações relativas a elas ao mapa (por meio da utilização dos chamados “polos opostos”, que são assertivas complementares que contratam e esclarecem o contexto analisado Eden et al., 1992; Georgiou et al., 2010).

Após o registro de cada construto, é realizada a ligação causal entre eles, de forma que o mapa SODA passe a ter um sentido lógico e funcional e revele as relações hierárquicas, o que é feito por meio de setas marcadas ou não com um sinal negativo. Na ausência do sinal negativo, as relações funcionais se estabelecem entre os polos

positivos e, na presença do sinal negativo, relação representada é entre o polo negativo do construto de saída para o polo positivo do construto de chegada (Georgiou et al., 2010).

É fundamental validar os mapas cognitivos construídos, o que é feito pela submissão dos mapas aos respectivos tomadores de decisão (ou seja, a quem expressou seu ponto de vista que foi retratado no mapa), oportunidade em que devem ser corrigidas eventuais discrepâncias entre o que foi verbalizado pelo tomador de decisão e o que está lançado graficamente no mapa. Após a validação de todos os mapas individuais, estes devem ser reunidos em um mapa único, chamado mapa congregado, que por sua vez deve também ser avaliado pelos agentes (Ackermann e Eden, 2001a).

Por fim, cumpridos todos os estágios anteriores e, conseqüentemente, esclarecidas as ambigüidades e subjetividades iniciais, obtém-se uma visão clara da conjuntura investigada.

A apreciação das relações lógicas sequenciais que ligam um conjunto de construtos que mantém entre si uma relação de afinidade define um aglomerado, que também é chamado de *Cluster*, conceito que facilita a interpretação do mapa SODA, mormente quando tem grande dimensão (Georgiou et al, 2010).

Os autores completam que a análise lógica do mapa SODA centra-se nas relações funcionais de dependência entre os construtos, o que revela o papel estrutural que os construtos podem desempenhar. Pela análise lógica os construtos podem ser classificados nas seguintes categorias:

- a) construtos cauda, que são causas primárias ou elementos percussores, e dos quais emanam relações sem receberem qualquer influência de outros construtos;
- b) construtos cabeça, que são as conseqüências ou efeitos finais dos construtos a eles ligados, e que recebem influências de outros construtos mas que não emanam nenhuma relação para qualquer outro construtos; e
- c) construtos opções estratégicas, que emanam influência imediata para construtos cabeça e que, nesse sentido, representam as condições que devem ser preenchidas e materializadas para o atingimento do resultado final encerrado pelo construto cabeça a ele relacionado.

A análise quantitativa tem como parâmetro básico a relação entre o número de influências recebidas e emanadas por cada construto e engloba as seguintes classes (GEORGIU, 2010):

- a) construtos implosões, caracterizados pelo número relativamente alto de influência recebidas quando comparadas às influências por eles emanadas, e

que são normalmente representativos de efeitos principais ou consequências;

b) construtos explosões, caracterizados, de forma oposta, pelo número relativamente alto de influência emanadas quando comparadas às influências por eles recebidas, e que são representativos de uma causa com potencial influência de diversos construtos em diferentes regiões do mapa SODA; e

c) construtos dominantes, caracterizados pelo grande número de influências recebidas e emanadas, e que são representativos de uma centralidade cognitiva percebida pelos tomadores de decisão e, nesse passo, revelam as questões mais relevantes da situação problemática.

#### **4 | A COMPLEXIDADE DA INDÚSTRIA DO CARNAVAL**

A profissionalização do carnaval das escolas de samba é um fenômeno recente. A verticalização do carnaval (crescimento das alegorias) e a vinculação do carnaval como um produto midiático advém da década de 1980. Entretanto o carnaval, apesar de contar com elevado aporte financeiro vindo do mecenato dos controladores do jogo do bicho, em termos de produção era caracterizado pelo artesanato (PRESTES FILHO, 2009; VISCARDI, 2013).

Com o crescimento da festa e dos custos de produção as escolas precisaram se profissionalizar. Em 2006 foi inaugurada a Cidade do Samba, que consolidou o processo de profissionalização do carnaval. Além disso, as escolas precisaram ajustar seus sistemas contábeis e realizar prestação de contas para obter recursos de esferas governamentais e da iniciativa privada (LOPES; CECILIA; TAVARES, 2009; VISCARDI, 2013).

As escolas de samba, entretanto, são instituições não governamentais, sem fins lucrativos, de promoção social e cultural. O objetivo máximo de um projeto de carnaval é a obtenção de resultado positivo no concurso do carnaval. Entretanto, as agremiações carnavalescas não se resumem ao carnaval. Surgem novos atores, como os patrocinadores, que utilizam o produto carnaval como fonte de alavancagem de suas marcas, que não necessariamente está alinhado ao compromisso cultural das escolas. Gerando, por exemplo, o grande dilema dos enredos patrocinados: recursos financeiros x enredos culturalmente bem desenvolvidos.

A transmissão de TV também tem seus objetivos próprios, ligados sobretudo a dinâmica do espetáculo, a necessidade de inovações e aspectos que valorizem a apresentação das escolas, não como desfile, mas como espetáculo de entretenimento.

O julgamento, por regulamento, penaliza os erros em vez de valorizar os acertos e as inovações, indo na contramão do que se espera em termos de espetáculo audiovisual para o público. E na centralidade da tomada de decisões estão os gestores e profissionais de carnaval que devem gerir as necessidades de cada agente e todos os riscos associados ao espetáculo.

## 5 | CONSTRUÇÃO DO MAPA SODA

A construção dos mapas SODA se dá a partir da enumeração de constructos bipolares e sua interdependência. São construídos mapas a partir de percepções individuais, que são congregados em um mapa unificado, que passa por diferentes validações dos *stakeholders* (GEORGIU, 2010; MANSO; SUTERIO; BELDERRAIN, 2015). Ou seja, as percepções individuais dos diferentes atores são estruturadas para obter informação do problema complexo como um todo.

Mas, quais *stakeholders* devem ser analisados? O processo de seleção dos atores objetos do estudo é fundamental para a construção dos mapas.

Ackermann e Eden (2011) apontam que a relevância dos *stakeholders* deve considerar três aspectos fundamentais: grau de interesse, poder de decisão e impacto gerado ou sofrido. E, neste trabalho, estes fatores foram considerados para a seleção dos seguintes atores:

- Profissionais de carnaval;
- Público de consumo contínuo;
- Imprensa especializada; e

Em termos de profissionais, entrevistas foram aplicadas com carnavalescos e diretores de carnaval, importantes profissionais na condução e estruturação do escopo do projeto das escolas de samba. Para a análise do público, foi realizada uma análise documental no principal fórum de debate de carnaval e realizadas 5 entrevistas com sambistas que acompanham e vivem o espetáculo cultural a pelo menos 15 anos.

Foram entrevistados por meio virtual um reporter e dois colunistas de dois principais veículos de comunicação que fazem a cobertura do carnaval durante toda a temporada.

## 6 | ANÁLISE DO MAPA SODA

O mapa SODA (Apêndice 1) construído apresenta 40 constructos organizados em 5 *Clusters* inter-relacionados. Eles se relacionam a 5 questões fundamentais que emergiram do estudo: apresentação de uma proposta de carnaval culturalmente relevante [1]; capacidade de desenvolver atividades durante todo o ano [2]; capacidade de apresentar um espetáculo vibrante [3], com a participação do público; capacidade de execução do projeto sem erros e desvios [4]; e finalmente, não apresentar falhas de concepção e execução que comprometam o julgamento [5].

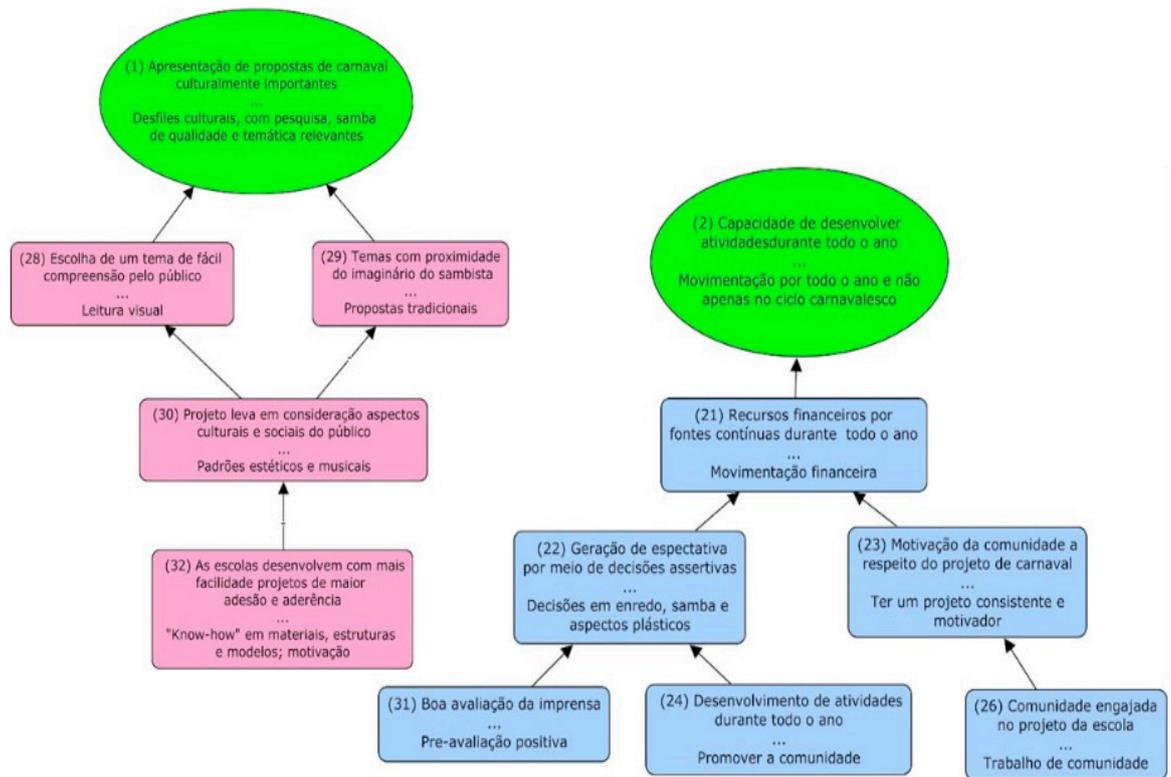


Figura 1: **Clusters** 1 e 2

O *Cluster* 1 apresenta as questões fundamentais que devem ser levadas em conta na escolha da temática. Em [32] é possível verificar que o desenvolvimento de padrões plásticos [30-] é facilitado a partir da existência de uma familiaridade com as técnicas já trabalhadas. Isto é inerente à cultura organizacional da agremiação, que deve ser levado em consideração na escolha do tema, ao mesmo tempo deve-se levar em consideração a fácil leitura [28] e a existência de afinidade com o sambista [29]. Esse *Cluster* é alimentado pelo *Cluster* 5, de aspectos e decisões estruturais, isto porque [32] se relaciona com [33]. Uma vez que a motivação do desenvolvimento artístico e operacional do trabalho, requer a aceitação do projeto, isto é, ele precisa ser artisticamente elaborado, relevante, criativo, capaz de inspirar, emocionar e a nível organizacional, ser instrumento de motivação.

O *Cluster* 2 é formado pelos itens [28, 29, 30, 32] que se relacionam ao constructo cabeça [1]. Diz respeito a importância da escolha e do desenvolvimento da temática, que se traduz no quesito enredo, para o desenvolvimento do projeto da agremiação.

O constructo [2] é do tipo cabeça, e culmina com o objetivo de desenvolver atividades, não só durante o ciclo carnavalesco. Isto porque é uma fonte vital de captação de recursos [21], sobretudo para pagar custos fixos da instituição, se configurando como importante opção estratégica de receita. Para isto a criação de expectativa [22] e a motivação da comunidade com o projeto de carnaval [23] são importantes. A motivação parte do engajamento [26], isto é, do trabalho de comunidade, seja projetos sociais ou atividades culturais que nutrem aquela comunidade.

Há de se destacar a importância de uma boa avaliação da imprensa, enquanto

geração de expectativa, [31] é uma imlosão provocada por diversos fatores. Tal qual o *Cluster 1*, este também está suportado pelo *Cluster 5*. Isto porque a promoção cultural e de atividades está diretamente ligada à gestão da organização e ao projeto de carnaval.

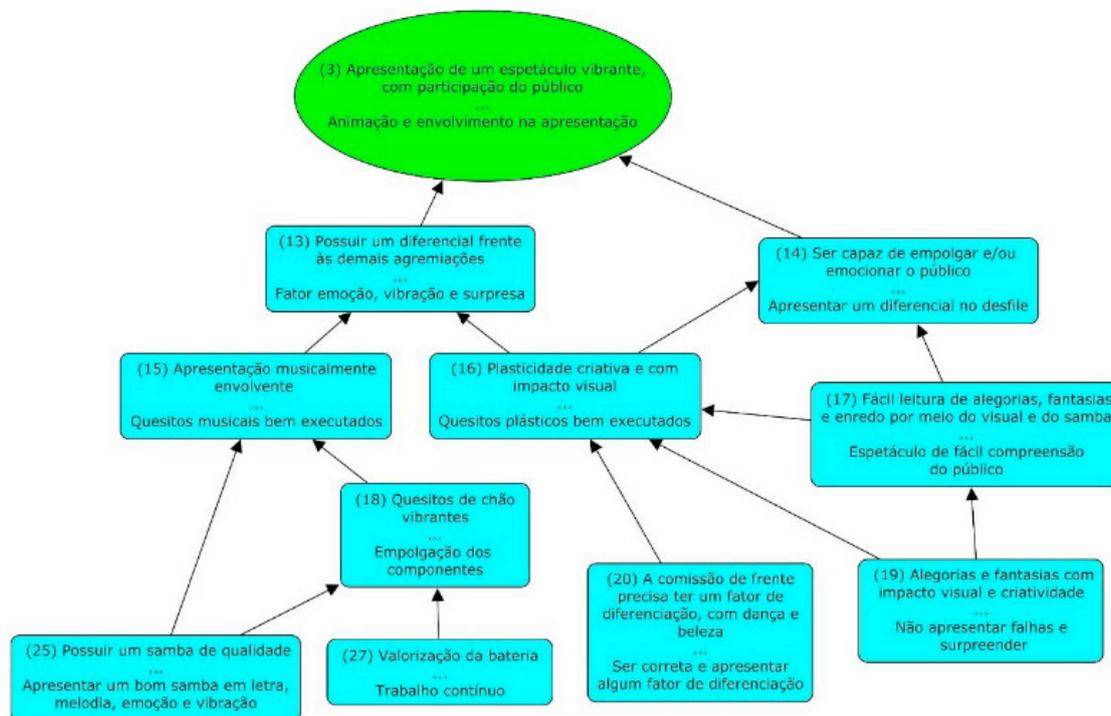


Figura 2: Cluster 3

O *Cluster 3* apresenta [3] como constructo cabeça, possui ainda [13 e 14] como opções estratégicas e [16, 19 e 25] são dominantes. A animação e a participação do público estão diretamente ligadas a diferenciação [13], seja por meio de uma inovação ou pela emoção, são acarretados, sobretudo por fatores plásticos [16] ou musicais [15]. Em termos musicais a existência de um bom samba [25] e uma boa bateria [25] tendem a influenciar os quesitos de “chão”, isto é, harmonia e evolução.

Em termos visuais o impacto [16] e a fácil compreensão da apresentação [17] podem ser fatores de empolgação. Desde 2010 o quesito de comissão de frente passou a desempenhar um papel estratégico nos desfiles, sendo bastante valorizado [20] e pode influenciar na percepção do público sobre o espetáculo como um todo [3] ao gerar uma plástica criativa e de impacto [16], além dos quesitos plásticos mais tradicionais como alegorias e fantasias [19].

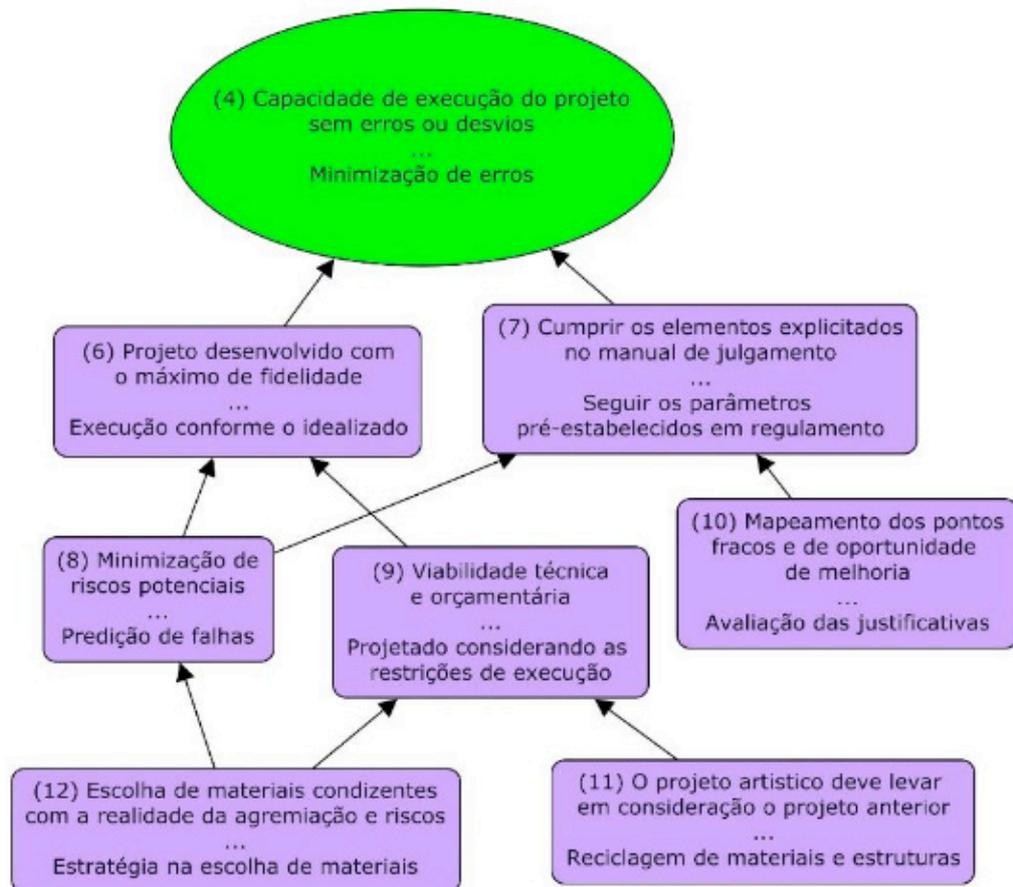


Figura 3: Cluster 4

O *Cluster 4* é formado pelos itens [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12] que se relacionam ao constructo cabeça [4]. Está relacionado a aspectos intrínsecos a execução do projeto, em seu desenvolvimento e na materialização do espetáculo. Como se pode ver na Figura 3 o mapa apresenta inúmeras relações, cujos aspectos foram enumerados por profissionais das escolas. Esse *Cluster* foi apontado, sobretudo, pelo mapa desenvolvido junto a um carnavalesco, preocupado com a execução do projeto e com os riscos que devem ser avaliados e geridos.

O *Cluster* possui duas opções estratégicas ligadas ao constructo cabeça [4] que estão relacionados ao cumprimento dos elementos em julgamento [7] e a capacidade de execução do projeto com o máximo de fidelidade [6]. Para isto é fundamental estudar a realidade da agremiação e verificar a viabilidade técnica e orçamentária [9] do projeto. Técnica em termos de profissionais, aspectos de engenharia, existência de materiais e efeitos adequados, e orçamentária referente à capacidade de aquisição de recursos e profissionais capacitados.

A percepção do constructo [11], chama a atenção, pela interdependência de projetos. Reciclagem e reaproveitamento de estruturas e materiais podem gerar economia e prover a viabilidade técnica e orçamentária dos projetos. Outro aspecto fundamental que emergiu do mapa é a necessidade de escolha de materiais condizente com a realidade da agremiação e riscos, o que é sinalizado por um constructo dominante [12]. Ele está relacionado a um trade off da produção carnavalesca: materiais de

elevado impacto plástico e com baixos custos. Isto requer uma equipe entrosada [37] e ao mesmo tempo criativa [36], capaz de desenvolver novos materiais e otimizar recursos reciclados ou de baixo custo.

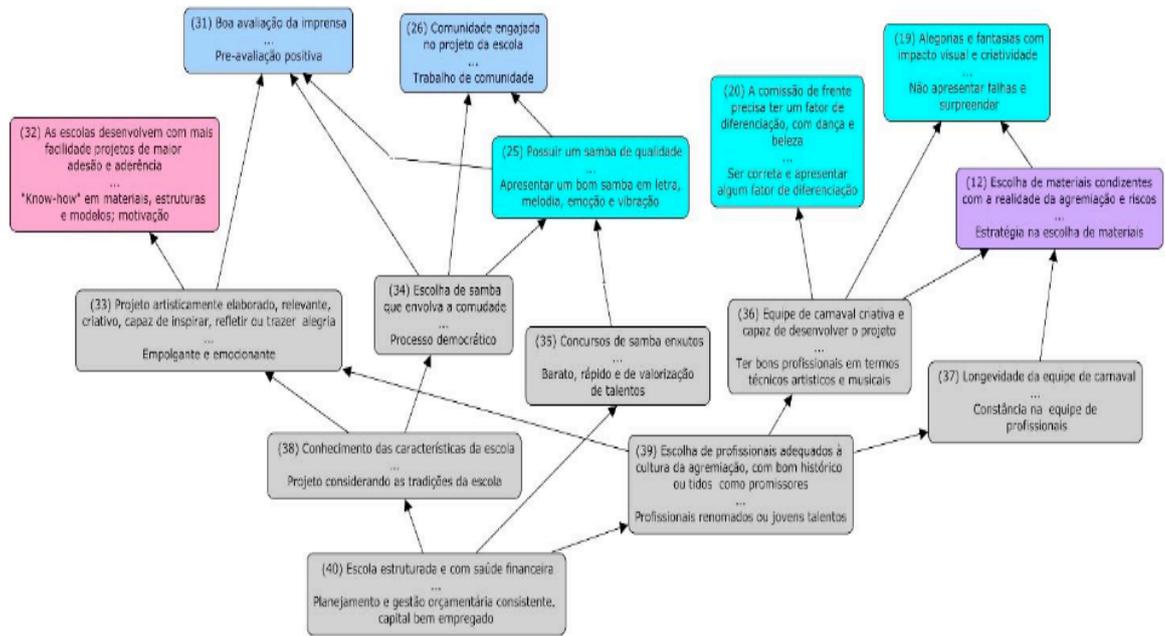


Figura 4: **Cluster 5**

O *Cluster 5* é estrutural. É a base para a obtenção dos demais *Clusters* ao passo que é relativo a finanças, recursos humanos e estrutura da escola [40]. A equipe de carnaval e de gestão são aspectos fundamentais para o sucesso do projeto [39]. As agremiações são muito diferentes umas das outras. Os gestores das escolas precisam conhecer os processos, cultura organizacional e as características artísticas de suas escolas [38] para poder desenvolver um projeto robusto [33], envolver a comunidade entorno do projeto por meio da escolha de samba [34] por meio de um concurso que agregue sempre novos talentos, seja enxuto e inclusivo [35].

A escolha dos profissionais está diretamente relacionada à escolha e ao desenvolvimento do projeto, sua capacidade de execução e na motivação da agremiação, de forma a gerar atividades durante o ano inteiro. O desfile é resultado de decisões assertivas ou não, na elaboração e condução do projeto e isto parte de aspectos gerenciais e estruturais das agremiações.

## 7 | CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do artigo é estruturar o problema complexo de tomada de decisão de modo a entender e sinalizar as principais opções estratégicas para potencializar um resultado positivo na indústria criativa do carnaval, utilizando o método SODA.

A escolha do método SODA decorreu das características próprias do problema complexo proposto, que envolve incertezas e complexidades emanadas das múltiplas perspectivas individuais, que são caracterizadas por conhecimentos informais,

ambíguos e subjetivos. Para a verificação deste quadro, bastou uma rápida reflexão acerca da natureza de cada um dos *stakeholders* selecionados. Sob essa ótica, foram realizadas entrevistas e extensas análises documentais, o que propiciou a confecção dos mapas cognitivos individuais relativos a cada um dos *stakeholders*, mapas que, após devidamente validados, foram congregados e deram origem ao mapa SODA final.

Do mapa SODA, foi possível identificar 5 *Clusters*, cada um deles representando um aspecto fundamental da indústria criativa do carnaval e que se relacionam às questões fundamentais levantadas no trabalho. Eles estão ligados a atividades de desenvolvimento, de gerenciamento e de decisões estruturais e que se referem à preparação e à execução do desfile de carnaval. As dependências internas dos conjuntos de *Clusters* revelam ligações imediatas, mas é fácil perceber que a preparação e a execução do desfile (primeiro conjunto de *Clusters*) tem forte impacto no seu resultado.

Do mapa SODA emergiram 5 questões fundamentais, que se relacionam a diferentes aspectos do problema complexo sob análise, tais como a necessidade de apresentação de uma proposta culturalmente interessante, as capacidades de desenvolver atividades vinculadas ao desfile durante todo o ano, de apresentar um espetáculo vibrante e de envolver o público, e, por fim, o não cometimento de falhas que possam comprometer o julgamento. Dessas questões fundamentais, a proposta parece exercer um papel de centralidade, na medida em que tem a capacidade de induzir comportamentos que preenchem as necessidades próprias de todas as outras questões.

Com fundamento nessas informações (questões fundamentais, *Clusters* e construtos notáveis), foi possível analisar detalhadamente a dinâmica das ações desenvolvidas pelas escolas de samba, os relacionamentos entre as diferentes atividades e os efeitos dessas atividades, que foram veiculados pelos *Clusters* de julgamento.

A centralidade da escolha da temática (enredo) tende a gerar concursos de samba de melhor qualidade o que movimenta a quadra das agremiações, em termos de motivação dos desfilantes e também financeiramente. Por sua vez, a gestão do projeto por uma equipe coesa e bem estruturada, tende a minimizar os riscos e potencializar o resultado. Emergiu do mapa a longevidade da equipe de produção e a sua capacidade de compreensão da cultura organizacional e da aderência do projeto às necessidades e viabilidade da agremiação carnavalesca.

A partir do mapa desenvolvido é possível inferir que este é capaz de apresentar os fatores que levam a agremiação a atingir os seus objetivos, estão intimamente atrelados à condução do projeto e escolhas estratégicas.

Como oportunidade de estudos futuros pode-se aprofundar a inter-relação entre os clusters e os critérios de julgamento. Isto é, detalhar e avaliar as causas-raiz de quais fatores e decisões pode influenciar no julgamento e como evita-las. É possível

ainda analisar o julgamento e seus critérios de penalidade a partir de uma análise de falhas utilizando o método FMEA (Análise de Modo de Falhas e seus Efeitos).

Finalmente, destaca-se a importância do método para a compreensão estruturada do problema e como, a partir de sua análise quantitativa e qualitativa foi possível extrair as questões fundamentais em termos de opções estratégicas e questões que não eram claras a priori.

## REFERÊNCIAS

ACKERMANN, F. Problem structuring methods “in the Dock”: Arguing the case for Soft or. **European Journal of Operational Research**, v. 219, n. 3, p. 652–658, 2012.

ACKERMANN, F.; EDEN, C. Strategic Management of Stakeholders: Theory and Practice. **Long Range Planning**, v. 44, n. 3, p. 179–196, 2011.

BENDASSOLLI, P. F. et al. Indústrias criativas: definição, limites e possibilidades. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, v. 49, n. 1, p. 10–18, 2009.

BOCCELLA, N.; SALERNO, I. Creative Economy , Cultural Industries and Local Development. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 223, p. 291–296, 2016.

BOSCHI, M. R.; BUARQUE, C. **O carnaval como fenômeno de atração e retenção de turistas na cidade do Rio de Janeiro: um olhar sobre grupos distintos de foliões de blocos da Zona Sul da cidade**. [s.l.] Centro de Formação Acadêmica e Pesquisa, 2007.

FRANCO, L. A.; MONTIBELLER, G. “On-the-spot” Modelling and Analysis : the Facilitated Modeling Approach. **Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science**, 2010.

GEORGIU, I. Cognitive Mapping and Strategic Options Development and Analysis (SODA). **Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science**, p. 1–10, 2010.

HANSON, D. Indústrias Criativas. **Sistemas & Gestão**, v. 7, n. 2, p. 222–238, 2012.

HENAO, F.; FRANCO, L. A. Unpacking multimethodology: Impacts of a community development intervention. **European Journal of Operational Research**, v. 253, n. 3, p. 681–696, 2016.

HOSTELTUR. Carnaval no Rio: US\$ 950 milhões e 250 mil empregos. 2014.

LOPES, C. A.; CECILIA, M.; TAVARES, B. Administração em Escolas de Samba : os bastidores do sucesso do Carnaval carioca. p. 1–13, 2009.

MANSO, D. F.; SUTERIO, R.; BELDERRAIN, M. C. N. Estruturação do problema de gerenciamento de desastres do estado de São Paulo por intermédio do método Strategic Options Development and Analysis. **Gestao e Produção**, v. 0, n. 0, p. 1–13, 2015.

ORMEROD, R. J. OR competences: the demands of problem structuring methods. **EURO Journal on Decision Processes**, n. Rosenhead 1996, p. 313–340, 2013.

PRESTES FILHO, L. C. **Cadeia produtiva da economia do carnaval**. [s.l.] E-papers, 2009.

ROSENHEAD, J. Past, present and future of problem structuring methods. **Journal of the Operational Research Society**, v. 57, n. 7, p. 759–765, 2006.

SINISUKA, N. I.; NUGRAHA, H. Journal of Quality in Maintenance Engineering Life cycle cost analysis on the operation of power generation. **Journal of Quality in Maintenance Engineering Journal of Quality in Maintenance Engineering Journal of Quality in Maintenance Engineering Iss Managerial Auditing Journal**, v. 19, n. 15, p. 5–24, 2013.

VIDAL, R. V. V. Operational Research: A multidisciplinary field. **Pesquisa Operacional**, v. 26, n. 1, p. 69–90, 2005.

VISCARDI, A. W. CARNAVAL: entre a contradição de classes e o produto midiático espetacular. p. 1–21, 2013.

## APÊNDICE 1

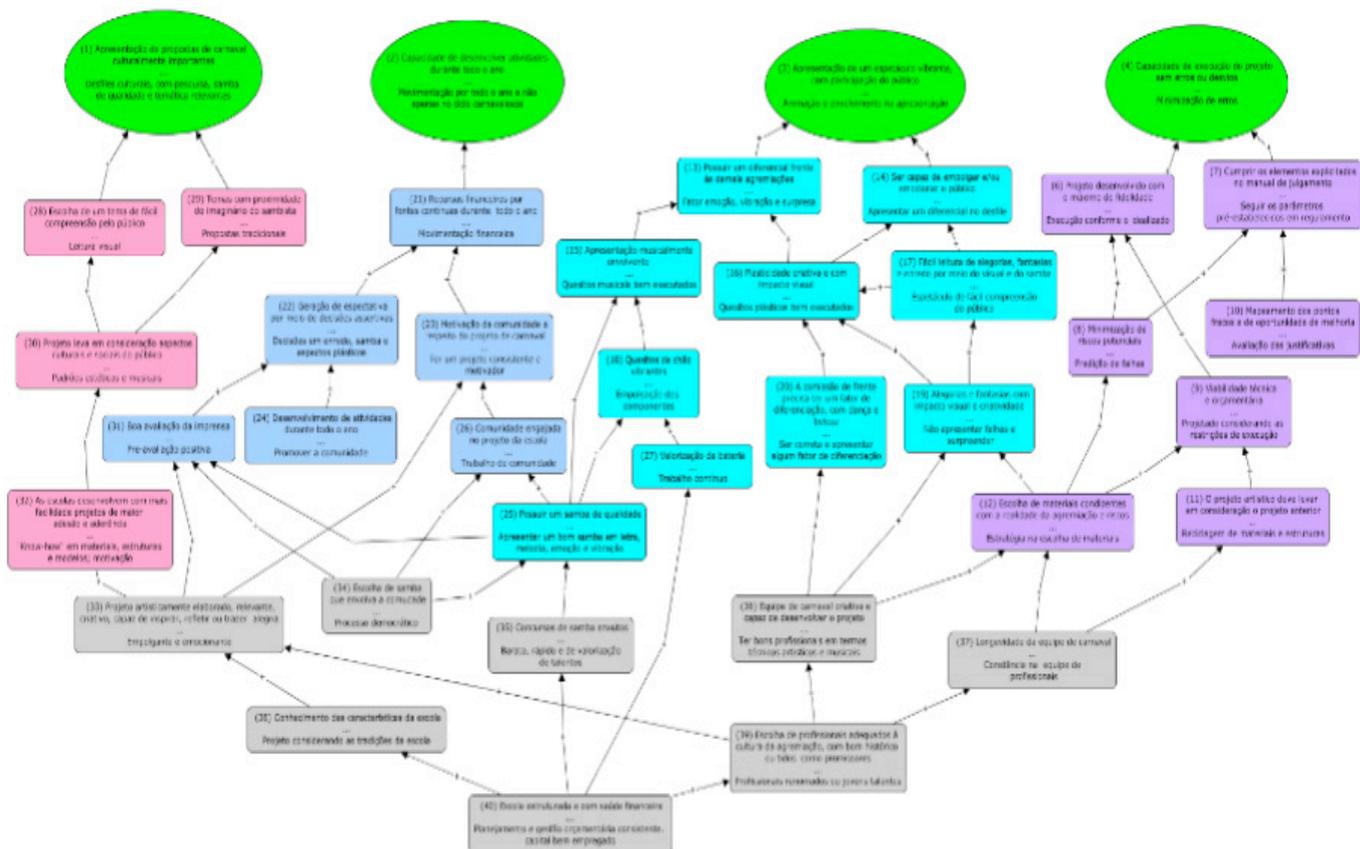


Figura 5: Mapa SODA Congregado da indústria criativa do carnaval

## MODELO DE NEGÓCIO EM UMA COMUNIDADE AGRÍCOLA: APLICAÇÃO DE *SOFT SYSTEMS METHODOLOGY* E *STRATEGIC CHOICE APPROACH*

### **Michelle Carvalho Galvão Silva Pinto Bandeira**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)  
Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50. CEP:  
12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil.  
Email: mgalvao@ita.br

### **Raquel Issa Mattos**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)  
Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50. CEP:  
12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil.  
Email: raquel.issamattos@gmail.com

### **Mischel Carmen Neyra Belderrain**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)  
Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50. CEP:  
12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil.  
Email: carmen@ita.br

### **Anderson Ribeiro Correia**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)  
Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50. CEP:  
12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil.  
Email: correia@ita.br

### **John Bernhard Kleba**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA)  
Praça Marechal Eduardo Gomes, nº 50. CEP:  
12228-900 - São José dos Campos, SP, Brasil.  
Email: jbkleba@ita.br

sua independência financeira por meio do desenvolvimento de um novo negócio usando a fruta excedente na região. A multimetodologia é baseada na combinação de *Soft Systems Methodology* (SSM) e *Strategic Choice Approach* (SCA), ambos aplicáveis a todos os tipos de organização, tanto para fins lucrativos como sem fins lucrativos. Segundo o SSM, uma série de partes interessadas são identificadas para cada atividade chave. Por meio do SCA, foi possível estruturar a tomada de decisão quando sujeito a incerteza e subjetividade. Dessa forma, o SSM foi empregado para entendimento do problema e para a delimitação de transformações culturalmente viáveis e sistematicamente desejáveis, e o método SCA foi utilizado para a análise das ações (alternativas). O resultado final desta análise apresenta a alternativa ótima para um novo negócio a curto prazo para a comunidade.

**PALAVRAS-CHAVE:** *Soft Systems Methodology, Strategic Choice Approach, Modelo de Negócio.*

Tópicos: AG&MA – PO na Agricultura e Meio Ambiente.

**RESUMO:** Este artigo apresenta uma aplicação de uma multimetodologia para uma comunidade extrativista que procura soluções para obter

## APPLICATION OF SOFT SYSTEMS *METHODOLOGY* AND *STRATEGIC CHOICE APPROACH* TO OBTAIN A NEW BUSINESS MODEL IN AN AGRICULTURAL COMMUNITY

**ABSTRACT:** This article presents an application of a multi-methodology for an extractive community that seeks solutions to obtain its financial independence through the development of a new business using surplus fruit in the region. The multi-methodology is based on the combination of Soft Systems Methodology (SSM) and Strategic Choice Approach (SCA), both applicable to all types of organization, both for profitable and non-profitable ones. According to the SSM, a number of stakeholders are identified for each key activity. Through SCA, it was possible to structure the decision making when it is subjected to uncertainty and subjectivity. Thus, SSM was employed to understand the problem and to delimit culturally viable and systematically desirable transformations, and the SCA method was used to analyze actions (alternatives). The final result of this analysis presents an optimal alternative to a new short-term business for the community.

**KEYWORDS:** *Soft Systems Methodology, Strategic Choice Approach, Business model.*

Paper topics: AG&MA – OR in Agriculture and Environment.

### 1 | INTRODUÇÃO

Os métodos de estruturação de problemas (PSM – *Problem Structuring Methods*) é uma das etapas do processo de tomada de decisão que tem como objetivo organizar assuntos, questões e/ou dilemas para os quais se buscam proposições de decisões, inicialmente; e não resolvê-los a priori. Uma das principais características dos PSM a participação dos envolvidos (*stakeholders*) no processo de investigação da situação-problema e na definição das ações a serem realizadas para melhorá-la. A filosofia por trás dos PSM assume que cada *stakeholder* tem uma percepção particular da situação-problema, e essa percepção varia de acordo com os interesses, visões de mundo e experiências de vida de cada um. Segundo [Mingers e Rosenhead, 2004], “*ill-structured problems*” se caracterizam pela existência de: (i) múltiplos atores; (ii) múltiplas perspectivas; (iii) interesses conflitantes; (iv) importantes intangíveis e (v) incertezas-chave.

O propósito da utilização destes métodos é minimizar as incertezas, os conflitos e a complexidade destas situações. Em síntese, pode-se dizer que o objetivo do PSM é organizar um cenário complexo com a finalidade de elucidar o problema aos tomadores de decisão. Destacam-se, como os métodos mais comumente utilizados, *Value Focused Thinking* (VFT) [Keeney, 1996], *Value Focused Brainstorming* (VFB) [Keeney, 2012], SWOT [Wehrich, 1998], *Strategic Options Development and Analysis* (SODA) [Eden, 2004], *Soft Systems Methodology* (SSM) [Checkland, 1972] e *Strategic Choice Approach* (SCA) [Friend e Hickling, 1997]. Desenvolvida no início dos anos

1980 por Peter Checkland e consolidada na literatura [Ranyard, 2000; Rose, 1997], a SSM tem sido explorada em uma variedade de campos de pesquisa, bem como serve a interesses práticos igualmente diversos. Entretanto, o contexto nacional ainda necessita de aplicações consistentes da metodologia, pois encontra-se escasso de um histórico de trabalhos que possam fundamentar ponderações acerca da SSM no Brasil. O artigo presente vem ao encontro desta finalidade, contribuindo, desta forma, com a literatura do País.

As organizações são sistemas complexos que incluem muitos grupos diferentes dentro deles e afetam muitos grupos e elementos diferentes no meio ambiente. Esses grupos geralmente são chamados de *stakeholders* da organização – são aqueles que têm alguma “participação” em suas atividades. Alguns deles tornam-se importantes para a operação bem-sucedida da organização; outros são importantes por causa dos efeitos que a organização tem sobre eles. Em ambos os casos, a organização precisa estar ciente do papel dos *stakeholders* e gerenciá-las com sucesso, a primeira por razões de eficácia, a última por razões de legitimidade e de ética [Wang et al., 2015]. A identificação dos *stakeholders* está intimamente relacionada aos objetivos estratégicos organizacionais e às atividades-chave. As organizações em diferentes estágios, com diferentes objetivos e atividades-chave, envolverão diferentes partes interessadas e poderão mudar ao longo do tempo. Portanto, “*stakeholders*” devem ser um conceito dinâmico. No entanto, mesmo se uma organização determinou seus objetivos, ainda não é capaz de identificar todos os grupos de partes interessadas quando as principais atividades da organização não estão claramente definidas. Desse modo, até que as decisões sobre os principais produtos ou serviços, clientes e modos de operação tenham sido feitas, não é possível identificar todos os grupos relevantes de partes interessadas. Este é o principal problema abordado neste artigo, ou seja, como identificar os principais interessados e como decidir sobre sua importância relativa. Por meio de uma aplicação prática e rigorosa da metodologia em caso real de uma pequena comunidade agrícola, buscou-se conduzir um diagnóstico sistêmico que ajudasse a comunidade a promover ações de melhoria gerencial. Outros estudos na mesma abordagem estão descritos em [Bellini et al., 2004].

O presente estudo faz parte do IDDS (*International Development Design Summit*) em sua edição “IDDS Amazon”. Este trabalho expõe o problema da dependência financeira de uma comunidade extrativista, que cultiva a “pripioca”, uma erva de interesse econômico de raiz aromática usada na produção de cosméticos, principal fonte de renda da associação comunitária. Neste artigo, informamos sobre uma metodologia sistêmica que desenvolvemos para identificar formalmente os *stakeholders* relevantes em todos os níveis da organização e analisar suas relações. A metodologia está descrita na seção 2, onde destacam-se os métodos utilizados e suas aplicações. Os resultados estão na seção 4 e a conclusão na seção 5.

## 2 | METODOLOGIA DA PESQUISA

### 2.1 Pesquisa de Campo

A pesquisa de campo foi realizada em julho de 2016 por uma equipe de pesquisadores do ITA na comunidade agrícola em Boa Vista, uma das ilhas do Acará do Estado do Pará, onde foram observados os principais autores do problema complexo, além de obter os principais passos do processo de cultivo do produto comercializado da pripioca. Durante as observações em campo, foram realizadas entrevistas com moradores/cultivadores para compreender o ciclo de comercialização dos produtos e as necessidades enfrentadas pela comunidade, os objetivos e os anseios em geral. Boa Vista fica aproximadamente a 40 minutos de Belém, capital do Pará, rodeada pela floresta amazônica. Dessa forma, o custo de transporte até outros municípios é alto. Dentro de Boa Vista, foi formada a Associação dos Produtores Orgânicos de Boa Vista (APOBV), que reúne 28 famílias associadas que buscam aumentar a variabilidade de renda da comunidade e tornar a comunidade mais autogerida e independente financeiramente. A comunidade de Boa Vista possui uma grande diversidade de recursos naturais, como por exemplo o cupuaçu e o bacuri, frutas nativas de grande interesse no mercado regional. Porém, o uso comercial desses recursos é limitado uma vez que são vendidos por um preço muito baixo o que compromete o retorno do investimento para os agricultores. Ressalta-se ainda, que a APOBV não possui uma forte autonomia econômica porque a empresa Natura, uma companhia brasileira que atua no setor de produtos de beleza, é a sua maior fonte financeira. Apesar do impacto positivo que a empresa trouxe para a localidade, ela é a compradora majoritária da erva pripioca.

Atualmente, as frutas extraídas da comunidade são vendidas individualmente por cada produtor no “Mercado Ver o Peso”, localizado em Belém, ou para atravessadores da região a por um preço baixo. Diante desse cenário, tem-se um problema social significativo, pois a comunidade não é capaz de absorver, seja no consumo ou seja na venda, a maior parte de sua produção frutífera por extrativismo. Outro aspecto notável é a preocupação da comunidade em usar todo o recurso natural extraído, minimizando as perdas pela comunidade. Como exemplo dessa prática, tem-se a gestão dos resíduos da fruta, onde os restos de cada fruta; (como sementes e cascas), são deixadas no solo como fertilizantes naturais, porém não são trabalhados para fins culinários.

Para ter acesso à educação, sistema de saúde entre outras necessidades sociais importantes para a qualidade de vida, a comunidade depende de embarcações cedidas pelo governo que realizam o deslocamento das pessoas até Belém. Adicionalmente, outra questão destacada pelos membros mais experientes da APOBV diz respeito a dificuldade de continuar o regime pesado de trabalho nas plantações de pripioca. A força de trabalho produtiva fica comprometida dado que há um envelhecimento natural da população. Além disso há uma evasão de jovens para os centros urbanos. Este

aspecto aponta uma necessidade de alternativas para geração de renda, uma vez que os idosos da comunidade gostariam de continuar o trabalho de maneira que demandasse menos fisicamente.

A APOBV tem como propósito gerar excedente financeiro para a criação de um fundo comunitário para que possa reinvestir em atividades regenerativas como reflorestamento, educação, fundo de aposentadoria, entre outras, para solucionar o problema de dependência do sistema público.

## 2.2 Aplicação do SSM

Pode-se dizer, em síntese, que o SSM é um método para o redesenho do sistema [Checkland,1985]. Este estudo propõe, em sua primeira parte, uma aplicação do SSM de adaptada às condições necessárias para obtenção de resultados voltados para uma aplicação de curto a médio prazo, com auxílio de outra ferramenta para melhor solução, o SCA. As adaptações realizadas pelos autores está apresentada na próxima seção.

Em síntese, os participantes constroem um modelo de conceito ideal, um para cada visão do mundo relevante. Eles comparam estas visões com as percepções existentes no sistema de forma a gerar debate sobre mudanças culturais viáveis e sistematicamente desejáveis. Diante do contexto da pesquisa, pode-se observar para as características de um problema complexo, os principais elementos que o compõe. A estrutura dos passos do modelo SSM, bem como os conceitos utilizados pelos autores estão descritos a seguir.

Utilizamos a representação dos sete passos do SSM, de um mundo real e de um mundo conceitual como um guia para o processo de avaliação, apresentado na Figura 2 [Checkland, 1981].

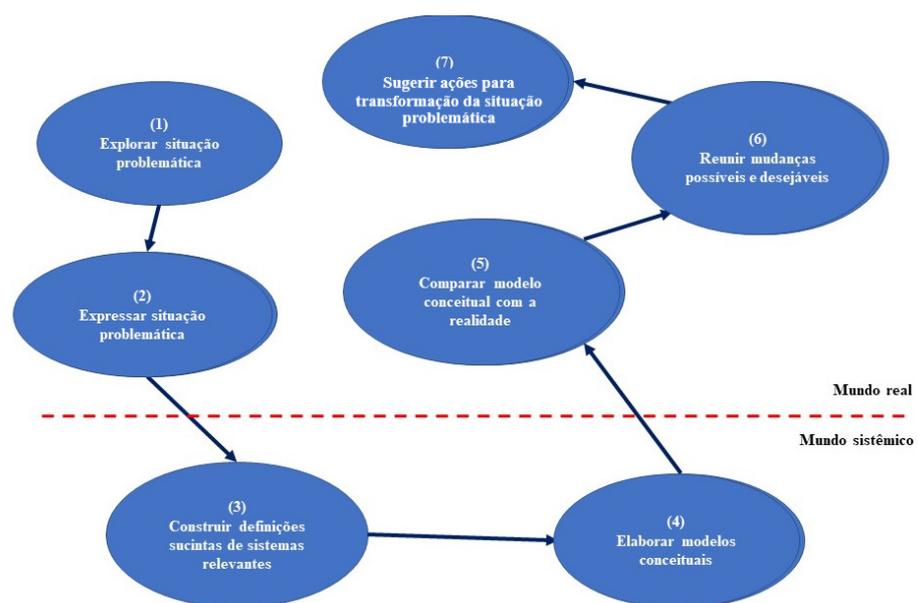


Figura 2: Estágios do SSM.

Fonte: [Checkland,1985 adaptado].

**Múltiplos Atores:** Há essencialmente quatro atores envolvidos: (1) os membros da APOBV, (2) os membros da comunidade de Boa Vista, (3) os membros de comunidades vizinhas e (4) os potenciais compradores da fruta e de seus subprodutos. Os membros da APOBV são os responsáveis diretos pela atividade de geração de renda com as frutas nativas, a atividade inclui o fornecimento primário de fruta, a manipulação da matéria prima e a venda do produto. Os membros da comunidade de Boa Vista também possuem árvores frutíferas em sua residência e alguns vendem as frutas extraídas como excedente no mercado em Belém. Analisando as possibilidades de gerar renda, observou-se que: tais produtos poderiam participar da atividade da APOBV para geração de maior renda com a fruta e os membros de comunidades vizinhas podem se tornar parceiras por serem produtoras de frutas/subprodutos das frutas. Por último, potenciais compradores da fruta envolvem restaurantes, pessoas físicas que se encontram na comunidade ou consumidores que estão no mercado local em Belém. Neste caso, há também outros compradores que podem se tornar parceiros da comunidade.

**Múltiplas Perspectivas:** Há diversas perspectivas existentes na problemática da comunidade: econômica, social, ambiental. A perspectiva econômica tem como prioridade a maximização do lucro que as frutas podem gerar com a implementação de negócios e com a comercialização das frutas. Já a social preza pela qualidade de vida na comunidade: (se seus membros estão em concordância e bom convívio, se o dinheiro é reinvestido na comunidade entre outros). A ambiental, por sua vez, propõe a geração sustentável de renda com a fruta, não estimulando a produção em massa e nem o desgaste ambiental da comunidade.

**Incomensuráveis/Conflito de Interesses:** Não há consenso entre membros da APOBV e produtores da comunidade que não vinculados à APOBV quanto à comercialização da fruta. Também não há consenso dentro da APOBV por quem serão os responsáveis pela nova gestão de negócios das frutas, uma vez que haja a comercialização das mesmas.

**Intangíveis Importantes:** O intangível social relaciona-se com o bom convívio na comunidade e melhoria do bem-estar dentro da comunidade e o intangível ambiental diz respeito ao desenvolvimento sustentável da comunidade.

**Incertezas:** Há incerteza relativa à capacidade produtiva porque não há atualmente um bom mapeamento da capacidade produtiva de frutas na comunidade e esse número varia dependendo da participação de membros externos à APOBV na cadeia produtiva. Além disso, não se sabe o quanto o mercado é capaz de absorver em relação às frutas e seus derivados, como por exemplo a polpa ou demais subprodutos. Há incerteza quanto à segmentação do mercado e quanto a possibilidade de aumentar a margem de lucro desses produtos e quem são os competidores e a proporção de mercado que estes possuem.

Aplicou-se o conceito de cada estágio à situação problemática, segundo a análise

dos autores, apoiada na pesquisa de campo:

**Estágio 1 - Situação Problemática não-estruturada:** Neste primeiro estágio, foi importante expormos todas as informações possíveis, sem interferências ou julgamentos para definir o problema. Dessa forma, nessa etapa utilizou-se da técnica de *brainstorming* para demonstrar as percepções do grupo. A definição encontrada sobre a situação problema foi a seguinte: “Falta de acurácia nas informações de entradas de insumos, produção e desperdícios de produtos orgânicos, em cada etapa do processo e como o produto final e seus derivados podem melhorar a renda e aumentar a rede de consumo”. As situações problemáticas e desestruturadas levantadas na comunidade são: (1) Baixa infraestrutura na comunidade e no transporte; (2) Evasão de jovens do trabalho; (3) Exclusão de idosos e mulheres do trabalho; (4) Desperdício de frutas orgânicas; (5) Venda de frutas orgânicas a baixo do valor de mercado e (6) Forte dependência financeira da empresa Natura.

**Estágio 2 - Situação Problemática explicitada:** Nesse passo foi criada uma representação dos problemas do mundo real identificados pelo grupo. Durante o período da pesquisa de campo, foram observadas todas as áreas do ciclo da pirioca, para ter visão do processo. Em seguida, em um momento posterior, o grupo foi elaborando uma figura rica, de título “dependência financeira e governamental”, em detalhes contendo os atores, elementos do sistema e suas inter-relações, e a situação problemática a ser resolvida (Figura 3).



**Figura 3:** Figura Rica “Dependência Financeira e Governamental”.

**Estágio 3 - Definição raiz de sistemas relevantes:** Expõem os elementos relacionados ao CATWOE que são utilizados para a definição dos sistemas relevantes. O CATWOE incorpora as transformações identificadas e levanta questões, cujas respostas levam a uma melhor compreensão das possíveis transformações [Georgiou 2006; 2008]. Com base nas situações problemáticas destacadas no Estágio 1, foram

descritos seis sistemas relevantes neste estudo, ou seja, as situações problemáticas da comunidade dentro da definição de CATWOE.

**Estágio 4 - Elaboração de modelos conceituais (HAS):** No quarto estágio desenvolvemos um modelo de sistema de atividades humanas, estruturadas em uma lista lógica, para alcançar as proposições da definição raiz de cada sistema relevante destacado no Estágio 3. Para este objetivo foram considerados os elementos do CATWOE descritos para cada um deles. Ressalta-se que para as atividades identificadas poderiam expandir-se para um maior detalhe, criando assim uma estrutura básica detalhada dos modelos conceituais [Gregory e Lau, 1999]. [Curo e Belderrain, 2011] destacam que durante a construção dos modelos é necessário pensar na situação desejada e não na situação atual, para que no momento de comparar com a realidade (Estágio 5) não se comparem só as mesmas situações, alcançando assim, de forma adequada, os modelos conceituais. Há que se ressaltar, ainda, que os modelos conceituais não são normativos [Rose, 1997] e representam estados desejáveis, não reais [Gregory e Lau, 1999].

**Estágio 5 - Elaboração de modelos conceituais:** contrasta o modelo conceitual realizado no Estágio 4 com o mundo real da situação. Preferencialmente, a comparação é feita de forma colaborativa com os *stakeholders*.

**Estágio 6 - Elaboração de modelos conceituais:** certifica que cada transformação seja culturalmente viável e sistematicamente desejável para que aumente a possibilidade da implementação da mudança proposta.

**Estágio 7 - Elaboração de modelos conceituais:** Consolida as ações a serem implementadas para melhorar a situação problemática. A Tabela 1 resume as ações propostas e comenta todas as situações problemáticas.

Situação Problemática	Ação Proposta	Comentários
Baixa Infraestrutura na Comunidade e no Transporte	Ação não depende da comunidade	Essa situação problemática é muito dependente da atuação Governamental, especialmente pelo alto custo de investimento para as ações transformadoras
Evasão de Jovens do Mercado do Trabalho	Priorização de trabalhadores da comunidade em qualquer empreendimento	Essa situação problemática ainda está sobre forte influência do Governo

Exclusão de Idosos e Mulheres do Trabalho	Incentivo da produção e venda de produtos feitos a mão	As demais situações problemáticas possuem muitas ações que convergem para a estruturação de um negócio que envolva o trabalho com um recurso natural da comunidade. Dessa forma o negócio que consiga aproveitar a fruta da comunidade, agregar valor à fruta, ser uma forma de trabalho demandante fisicamente e ter uma alta margem de lucro se mostra como uma solução ideal para o problema.
	Construir comércio de artesanato	
	Construir comércio de subproduto da fruta	
	Investir em conhecimento técnico de produção	
	Estabelecer contato com o segmento consumidor	
	Buscar parcerias com instituições e comunidades	
Desperdício de Frutas Orgânicas	Estabelecer marca APOBV	
	Realizar capacitação	
	Acessar universidades mais próximas	
	Conseguir apoio de material	
	Adaptar os produtos ao gosto da comunidade	
	Conseguir compradores em potencial em Belém	
Venda de Frutas Orgânicas por um Valor abaixo do Mercado	Conseguir compradores em potencial em comunidades vizinhas	
	Formar grupo de pesquisa dentro da comunidade	
	Obter aprovação da ANVISA	
	Identidade visual da APOBV	
	Presença em mídias sociais	
Forte Dependência Financeira da empresa Natura	Firmar parcerias com restaurantes gourmets	
	Explorar diferentes recursos naturais	
	Explorar subprodutos dos recursos naturais	

**Tabela 1:** Revisão das transformações propostas.

Tais ações foram avaliadas segundo a visão das transformações, desejáveis e viáveis, onde o conjunto de soluções relacionadas a estas transformações impactam em todas elas com maior ou menor grau, conforme apresentado nos comentários na referida tabela supracitada. Ressalta-se que nos dois últimos estágios, elaboram-se recomendações de mudança, mas a solução para uma situação problemática nem sempre pode ser obtida com metodologia *soft*; de fato, pode-se requerer o uso adicional de outra abordagem *soft* ou *hard*. Desta forma o Estágio 7 é o resultado da primeira parte da análise. Este resultado será aplicado como resposta das múltiplas entradas no método SCA, apresentando mais adiante. De modo geral, alternativas de ação são recomendadas ao final do estudo. Também podem ser esperadas, segundo [Pidd,1998], mudanças nos aspectos tratados pelas duas primeiras fases: a estrutura (forma como as pessoas são organizadas e controladas), o processo (modo como as pessoas trabalham e suas interações neste particular) e o clima (atitudes das pessoas com relação ao trabalho, clientes, etc.).

Diante da aplicação do método SSM observou-se que a estruturação de um negócio que comercialize a fruta ou seus subprodutos é a opção que abrange maior número de transformações. Tal resultado proporciona tarefas com esforço físico aceitável para a comunidade, além de possibilitar a comercialização com novos e futuros compradores.

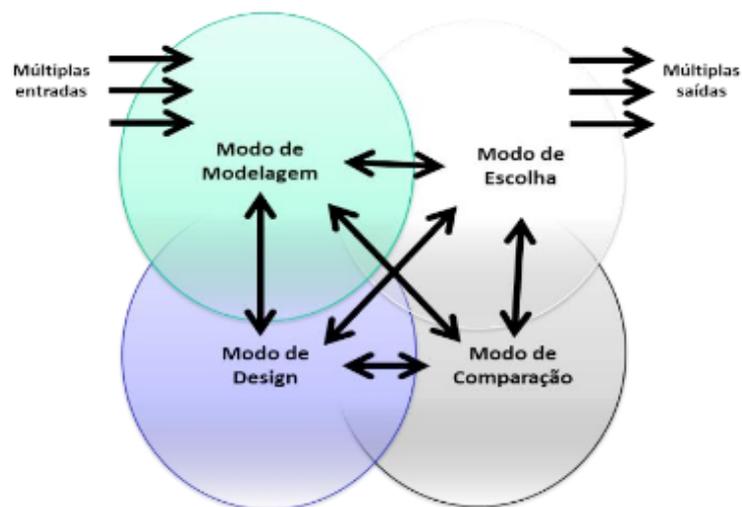
Em uma etapa seguinte à definição da melhor transformação, se faz necessário explorar as ações culturalmente viáveis e sistemicamente desejáveis, do resultado

obtido do SSM. Por se tratar de uma decisão sob incerteza e subjetividade, optou-se pelo método *Strategic Choice Approach* (SCA) idealizada por [John Friend, 2005].

### 3 | APLICAÇÃO DO SCA

O SCA pode ser explanado em quatro modos que podem ser usados de forma cíclica, iterativa e sequencial. Antes de empregar o método considera-se quem participa da situação e quais são as diferentes visões de mundo existentes. Em seguida, usa-se as relações interativas indicadas conforme a estrutura da Figura 3. Para a aplicação do SCA, é importante verificar quem são os principais atores, ou seja, os *stakeholders* da transformação. Dessa forma, os *stakeholders* descritos no presente trabalho foram determinados, segundo o resultado do SSM: a comunidade agrícola, a APOBV e os potenciais compradores. Ressalta-se que o grupo considerado essencial é a APOBV, uma vez que será a principal receptora das receitas. Em seguida, considera-se os compradores em potencial, pois sem a participação deles a transformação é inviável. Dessa forma, os principais argumentos de participação são:

- (I) Para APOBV, na oportunidade de incrementar renda independentemente da obtida pela empresa Natura com o aproveitamento de recursos naturais em excedente;
- (II) Para a comunidade, na possibilidade de comercialização de um excedente natural a um preço justo;
- (III) Para os compradores em potencial, opção de comprar produtos orgânicos de produtores locais por um preço justo.



**Figura 3:** Fluxograma representativo da modelagem por SCA.

O estudo baseou-se em algumas premissas importantes para a definição das áreas de decisão:

1) *Preocupação ambiental*, ou seja, é ideal que o negócio seja trabalhado dentro da capacidade de recurso natural da APOBV, sem que sejam necessários o plantio e a exaustão das árvores;

2) *Aspiração econômica*, ou seja, o custo de investimento não pode ultrapassar ter prejuízos financeiros à APOBV. Adicionalmente, o lucro deve ser grande o suficiente para que seja possível pagar a jornada de trabalho dos participantes envolvidos no empreendimento;

3) *Bem-estar da comunidade*, ou seja, as relações entre os membros da APOBV e entre os membros da APOBV e os da comunidade precisam ser cooperativas e inclusivas.

Dessa forma, situações em que não estivessem dentro desse escopo não seriam selecionadas. Então, com base nessas premissas, o SSM forneceu uma melhor visão do problema e, a partir dos HAS elaborados, chegou-se nas dimensões de decisão do SCA – finanças, capacidade, recursos humanos e impacto ambiental.

Uma vez que o problema era complexo e de difícil modelagem, iniciou-se com a definição dos critérios de comparação de forma elementar, conforme detalhado em “Modo de Comparação 1”, esse modo de comparação inicial garantiu que o problema fosse totalmente descrito a partir das perspectivas relevantes para a comunidade. Em seguida, com as áreas de comparação definidas, os modos de modelagem e de design foram então sequencialmente aplicados, sem repetição. E por último, uma nova rodada do modo de comparação, chamado “modo de comparação 2” foi realizada, para finalmente atingir o modo de escolha, fase final da análise. O “modo de comparação 2” foi feito com base nas divisões de áreas relevantes realizadas no modo de design. O segundo modo de comparação esclarece os critérios, bem como o resultado ótimo, diferente do modo de comparação 1 que indica apenas as áreas relevantes, feito a priori.

O número de alternativas encontradas nas múltiplas saídas do processo SSM + SCA foi de 84.943.656 possibilidades (multiplicando a quantidade de possibilidades de cada dimensão do SCA, Tabela 3). Diante disso, algumas premissas foram feitas com base na realidade apresentada pela comunidade. Tais premissas foram incorporadas ao “modo de design” para o cálculo final de possibilidades, onde:

I. A eletricidade foi considerada como recurso limitador. Atualmente, a rede elétrica da APOBV, bem como a rede elétrica da comunidade estão sobrecarregadas e não comportariam os possíveis congeladores e máquinas elétricas (opções possíveis com a rede elétrica). Uma vez que a comercialização de polpa depende de congeladores, a venda da polpa foi descartada, assim como as alternativas que exigem o uso da rede elétrica como opção.

II. É consenso que o trabalho deve incluir idosos e mulheres, dessa forma,

consideraremos que os recursos humanos já serão atendidos.

III. Foi considerado que em qualquer tipo de negócio, a APOBV manteria um bom convívio com os demais membros da comunidade. Dessa forma, a perspectiva do bem-estar de todos não foi explicitada na análise de opção.

A triagem de opções é extensiva, considerando as exceções supracitadas, as possibilidades restantes das quatro dimensões (finanças, capacidade, recursos humanos e impacto ambiental) foram multiplicadas, obtém-se assim, o resultado de 1.769.472 possibilidades. Dentre as possibilidades encontradas no modo de design, e com a verificação do modo de comparação 2, os autores avaliaram a melhor escolha dentre essas inúmeras possibilidades, descritos no tópico dos resultados.

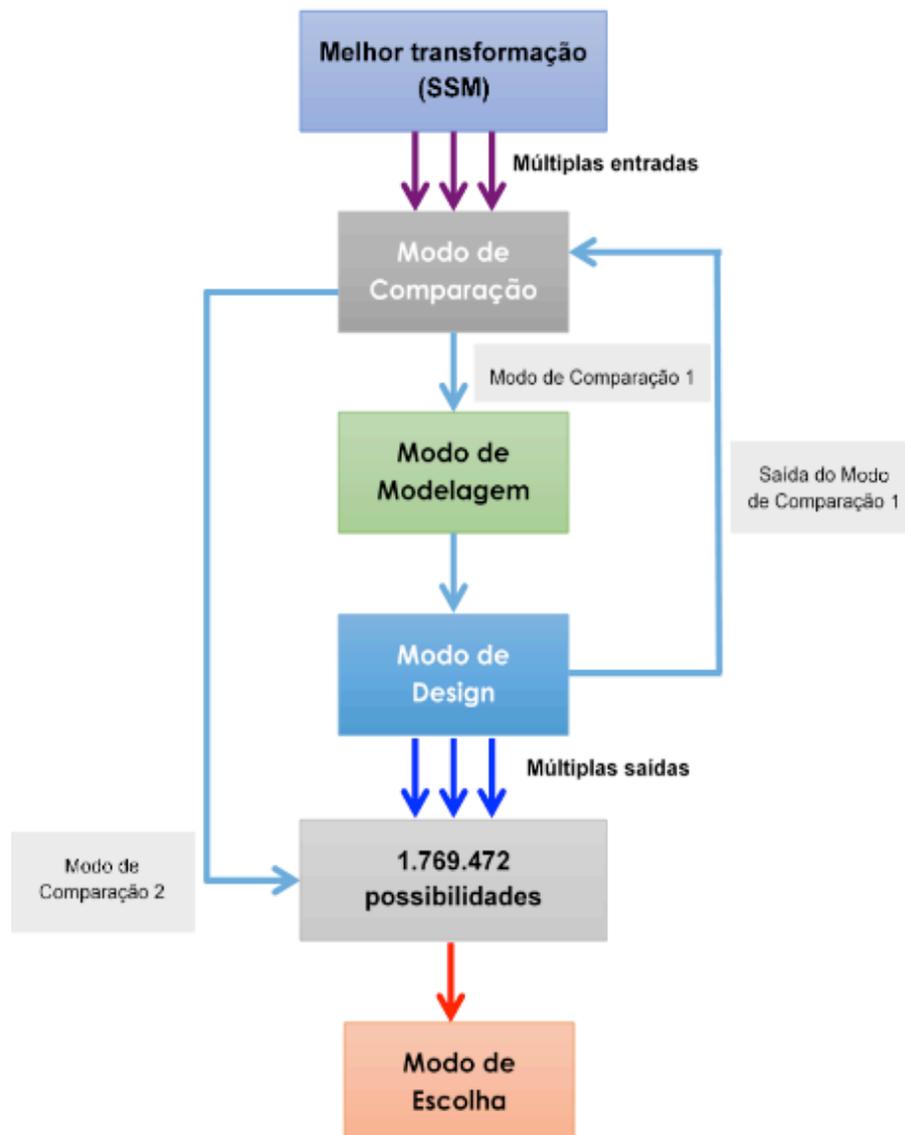


Figura 4. Estrutura metodológica do SCA utilizada na pesquisa.

Ainda sobre as restrições propostas para avaliar as opções, entende-se que a árvore de possibilidades ainda será complexa demais, por isso, optou-se por organizar as alternativas em categorias a partir das áreas das Tabelas 2 e 3 para que fossem feitas

sub-árvores de cada categoria. A ideia é que cada sub-árvore tenham alternativas com base nas categorias selecionadas no estudo, mas cada alternativa deve ser analisada por todos os critérios proposto, conforme a Tabela 4.

Novo Negócio APOBV				
Finanças	Receita	Mercado em Potencial	Qual é o tamanho do mercado em potencial?	
		Margem de Lucro	Qual é a margem de lucro possível de ser atingida?	
	Custo	Fixo		Qual é o investimento em equipamento necessário?
				Qual é o investimento em estrutura (espaço adequado) necessário?
		Variável		Qual é o custo da matéria prima?
				Qual é o custo de empacotamento?
Capacidade	Estrutura	Qual é a capacidade de armazenamento necessária?	Qual é o espaço necessário para a atividade?	
	Recurso Natural	Qual é a abundância desse recurso sazonalmente?	Qual é a possibilidade de aproveitamento não sazonal?	
Recursos Humanos	Abrangência	Quem pode participar dessa atividade?		
	Qualidade do Trabalho	Qual é o desgaste envolvido nesse trabalho?		
Impacto Ambiental	Aproveitamento	Qual é o aproveitamento desse recurso primário?		
	Exaustão	Qual é a possibilidade de exaustão das flora devido ao negócio?		
	Interferência	Qual é a necessidade de interferência na flora natural?		

Tabela 2: Modo de modelagem com as dimensões relevantes para a decisão.

Opções de Cada Área		
Finanças	Qual é o tipo e tamanho do mercado em potencial?	Pessoas físicas e Feiras (pequeno, muito competitivo, baixa margem) - Restaurantes populares (grande, médio competitivo, média margem) - Restaurantes Gourmet (médio, pouco competitivo e alta margem)
	Qual é a margem de lucro possível de ser atingida?	Alto valor agregado (licor e cupulate) - Médio valor agregado (doces da polpa) - Baixo valor agregado (polpa)
	Qual é o investimento em equipamento necessário	Máquinas elétricas (despolpadeira) - Máquinas manuais (moedor) - Sem máquinas (teoura)
	Qual é o investimento em estrutura (espaço adequado) necessário?	Ambiente grande na APOBV - Ambiente da própria casa
	Qual é o custo da matéria prima?	Uso apenas da fruta (polpa) - Uso de outros ingredientes (doces, artesanato etc)
	Qual é o custo do tipo de empacotamento?	Artificial (vidro, plástico) - Natural (folhas, cascas)
	Qual é o custo do tipo de fabricação?	Com eletricidade (motor elétrico) - Sem eletricidade
	Qual é o custo da jornada de trabalho?	Longas horas de trabalho - trabalho rápido
	Qual é o custo de manutenção do espaço?	Ambiente este realizado e climatizado - Ambiente comum
	Qual é o custo do armazenamento?	Geladeira, Freezer (polpa) - Prateleira (doces no geral)
Qual é o custo do tipo transporte?	Barco - Carro - Moto	
Capacidade	Qual é a capacidade de armazenamento necessária?	Geladeira, Freezer (polpa) - Prateleira (doces no geral)
	Qual é o espaço necessário para a atividade?	Galpão na APOBV - Espaço majoritário nas casas
	Qual é a abundância desse recurso sazonalmente?	Ao longo do ano (manga) - Apenas uma época do ano (demais frutas)
	Qual é a possibilidade de aproveitamento não sazonal?	Possível fazer produtos que duram o ano todo (subprodutos) - venda apenas na época de colheita (polpa)
Recursos Humanos	Quais são as possibilidades de aproveitamento da fruta?	Licores - Doces da polpa - Doces da casca - Cupulate - Essências - Sa bonete - Bijouteria - Artesanato
	Quem pode participar dessa atividade?	Homens - Todos
Impacto Ambiental	Qual é o desgaste envolvido nesse trabalho?	Trabalho em pé e com esforço físico (plântio) - trabalho sentado (polpa e subproduto)
	Qual é o aproveitamento desse recurso primário?	Sem aproveitamento (manga, abacate) - aproveitamento de cascas (bacuri) - aproveitamento de semente (açai) - aproveitamento de tudo (cupuaçu)
	Qual é a possibilidade de exaustão das flora devido ao negócio?	Esgotamento da capacidade produtiva (ervas, raízes e mercado grande) - Não atinge Capacidade produtiva (frutas no mercado médio e pequeno)
	Qual é a necessidade de interferência na flora natural?	Plântio necessário (ervas e raízes) - Extrativismo (frutas)

Tabela 3: Modo de design com as possibilidades para cada opção.

Ordem de Importância	Áreas de Comparação	Rótulo	Símbolo
1º	Maior Lucro	Finanças	+\$ (receita) ou -\$ (custo)
2º	Minimização do impacto ambiental na comunidade	Impacto Ambiental	* (menor impacto ambiental)
3º	Melhor aproveitamento dos recursos humanos disponíveis na APOBV	Recursos Humanos	° (melhor aproveitamento)
4º	Maior adequação à capacidade atual da APOBV	Capacidade	# (melhor adequação)

Tabela 4: Áreas de Comparação com os símbolos empregados para pontuar cada opção.

## 4 | RESULTADOS

O resultado desta pesquisa apresenta o desenvolvimento do modo de escolha do SCA, conforme apresentado no modelo da Figura 4. O “modo de comparação 2” baseou-se nas múltiplas saídas resultadas no modo de design. É importante observar que o modo de comparação 2 esclarece os critérios de comparação, bem como o resultado ótimo. O modo de comparação 1 apenas indica as áreas relevantes. Dessa forma, a Tabela 4 indica o resultado do modo de comparação 2, representado pelas áreas a serem analisadas bem como os símbolos empregados para pontuar cada opção. A quantidade de um mesmo símbolo indica a intensidade, e facilita a análise das alternativas, obtendo-se assim a alternativa ótima. Ressalta-se que juntamente com os critérios de avaliação, levou-se em consideração que a solução a ser estruturada objetivava-se em mudanças a curto e médio prazo. Para facilitar a visualização, a alternativa ótima de cada segmento da árvore final foi destacada em verde dentro de cada sub-árvore representada nas Tabelas 5, 6, 7 e 8. O resultado final é composto então pelas linhas: R7, P3, C22 e A16, respectivamente.

Receitas	Pessoas físicas e feiras \$***#	Alto valor agregado \$\$\$	R1
		Médio valor agregado \$\$	R2
		Baixo valor agregado \$	R3
	Restaurantes populares \$\$*#	Alto valor agregado \$\$\$	R4
		Médio valor agregado \$\$	R5
		Baixo valor agregado \$	R6
	Restaurantes gourmet \$\$***###	Alto valor agregado \$\$\$	R7
		Médio valor agregado \$\$	R8
		Baixo valor agregado \$	R9

Tabela 5: Classificação das linhas da sub-árvore “Receitas”.

Capacidade	Cupulate###**	Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P1
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P2
	Doces da polpa ###*	Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P3
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P4
	Doces da casca ###**	Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P5
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P6
	Cosméticos #*	Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P7
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P8
	Artesanato ##**	Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P9
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P10
		Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P11
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P12
		Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P13
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P14
		Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P15
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P16
		Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P17
		Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P18
	Galpão na APOBV #-\$\$°	Ao longo do ano ###**\$	P19	
	Espaço majoritário nas casas ##-\$°	Apenas em uma época do ano #*\$	P20	

Tabela 6: Classificação das linhas da sub-árvore “Capacidade”.

Custo	Ambiente da APOBV -S#	Artificial -S\$*#	Longas horas de trabalho -S#	Moto -S**##	C1
			Barco -S\$*##	C2	
			Carro -S\$\$*#	C3	
		Poucas horas de trabalho -S##	Moto -S**##	C4	
		Barco -S\$*##	C5		
		Carro -S\$\$*#	C6		
	Natural -S***##	Longas horas de trabalho -S#	Moto -S**##	C7	
		Barco -S\$*##	C8		
		Carro -S\$\$*#	C9		
	Artificial -S\$*#	Poucas horas de trabalho -S##	Moto -S**##	C10	
		Barco -S\$*##	C11		
		Carro -S\$\$*#	C12		
Ambiente da própria casa -S\$##	Artificial -S\$*#	Longas horas de trabalho -S#	Moto -S**##	C13	
		Barco -S\$*##	C14		
		Carro -S\$\$*#	C15		
	Natural -S***##	Poucas horas de trabalho -S##	Moto -S**##	C16	
		Barco -S\$*##	C17		
		Carro -S\$\$*#	C18		
Natural -S***##	Natural -S***##	Longas horas de trabalho -S#	Moto -S**##	C19	
		Barco -S\$*##	C20		
		Carro -S\$\$*#	C21		
	Poucas horas de trabalho -S##	Moto -S**##	C22		
Barco -S\$*##	C23				
Carro -S\$\$*#	C24				

Tabela 7: Classificação das linhas da sub-árvore “Custos”.

Impacto Ambiental	Sem aproveitamento *S	Esgotamento da capacidade produtiva *#	Plantio necessário *-S\$	A1
		Extrativismo ***-S°	A2	
	Aproveitamento de cascas**S\$	Não atinge capacidade produtiva ***##	Plantio necessário *-S\$	A3
			Extrativismo ***-S°	A4
		Esgotamento da capacidade produtiva *#	Plantio necessário *-S\$	A5
			Extrativismo ***-S°	A6
	Aproveitamento de semente **S\$	Não atinge capacidade produtiva ***##	Plantio necessário *-S\$	A7
			Extrativismo ***-S°	A8
		Esgotamento da capacidade produtiva *#	Plantio necessário *-S\$	A9
			Extrativismo ***-S°	A10
	Aproveitamento de tudo ***S\$S	Esgotamento da capacidade produtiva *#	Plantio necessário *-S\$	A13
			Extrativismo ***-S°	A14
Não atinge capacidade produtiva ***##		Plantio necessário *-S\$	A15	
		Extrativismo ***-S°	A16	

Tabela 8: Classificação das linhas da sub-árvore “Impacto Ambiental”.

## 5 | CONCLUSÃO

O desenvolvimento da temática de gestão financeira em uma comunidade foi realizado com uma Multimetodologia, métodos da Pesquisa Operacional *Soft*, o SSM e o SCA. O SSM foi empregado com sucesso para entendimento do problema e para a delimitação de transformações culturalmente viáveis e sistematicamente desejáveis. Porém, o método limita a análise de ações da transformação para que seja implementada com sucesso. O método SCA foi então empregado para suprir essa lacuna. O SSM possibilitou a compreensão abrangente da situação problemática da comunidade de Boa Vista. A figura rica serviu para que a situação fosse esquematizada e compreendida. Com base na figura rica, levantou-se 6 situações problemáticas e com a elaboração de modelos conceituais de transformação, surgiram mais de 70 ações propostas. Porém, no contraste do modelo real e do conceitual e na análise da implementação das ações, as propostas de mudança foram refinadas para 22, como apresentado na Tabela 3. Adicionalmente, segundo a aplicação desenvolvida, destaca-se que o SSM fornece, por meio dos HAS, um mecanismo de implementação do negócio especificado no SCA.

O método SCA provou-se útil para a concretização das diversas possibilidades

de implementação da ação transformadora proposta mesmo em um problema de alta complexidade. Foram necessárias algumas adaptações no método. Essas adaptações foram feitas dentro de cada área para determinar os melhores conjuntos de possibilidade dentro de cada rótulo e posteriormente, apenas as possibilidades pré-selecionadas passam pela triagem final de decisão. Ao final da análise por SCA, obtém-se que a melhor transformação consiste em um negócio de comercialização do subproduto do cacau, o cupulate e seus derivados. Esse negócio tem como mercado especialmente os restaurantes *gourmets* que estão dispostos a pagar um valor maior pela qualidade orgânica e local. Este novo modelo de negócio é inclusivo por ser pouco demandante fisicamente, é ambientalmente sustentável porque não trabalha em larga escala por ter uma margem de lucro alta. A produção pode ser feita de forma independente na casa de cada participante do projeto, sendo necessário apenas uma máquina à mão barata para moer os grãos e demais utensílios de cozinha. Por fim, o fato da mercadoria ser pequena, é possível o uso de motos, que são abundantes da comunidade.

## REFERÊNCIAS

- Bellini, C. G. P., Rech, I., Borenstein, D. (2004). Soft Systems Methodology: uma aplicação no “pão dos pobres” de Porto Alegre. *RAE electron*. [online]. Vol.3, n.1.
- Checkland, P. (1985). Achieving ‘desirable and feasible’ change: an application of soft systems methodology. *Journal of the Operational Research Society*, v. 36, n. 9, pp. 821-831.
- Checkland, P. (1981). *Systems Thinking, Systems Practice*. Wiley: Chichester.
- Checkland, P. (1972). Towards a systems-based methodology for real-world problem solving, *Journal of Systems Engineering*, v.3, n.2, pp. 87-116.
- Curo, R. S. G., Belderrain, M. C. N. (2011). Anais do 7o Congresso Brasileiro de Sistemas. Centro Universitário de Franca, Uni-FACEF. Franca-SP, p. 29-41.
- Eden C. (2004). Analyzing cognitive maps to help structure issues or problems. *European Journal of Operational Research* 159(3), pp. 673 – 686.
- Friend, J.K., Hickling, A. (1997). *Planning under Pressure: The Strategic Choice Approach*. Second ed. Butterworth-Heinemann, Oxford.
- Georgiou, I. (2008). Making decisions in the absence of clear facts. *European Journal of Operational Research*, 185 (1), pp. 299–321.
- Georgiou, I. (2006). Managerial Effectiveness from a System Theoretical Point of View. *System Practice and Action Research*, 19 (5), pp. 441-459.
- Gregory, F. H., Lau, S. P. (1999). Logical soft systems modelling for information source analysis – the case of Hongkong Telecom. *Journal of the Operational Research Society*, v. 50, n. 2, pp. 124-137.
- Keeney, R. L. (2012). Value-Focused Brainstorming. *Decision Analysis*, Vol. 9, No. 4, December 2012, pp. 303–313.

Keeney, R. L. (1996). Value-focused thinking: Identifying decision opportunities and creating alternatives. *European Journal of Operational Research*, v. 92, pp. 537-549.

Mingers, J., Rosenhead, J. (2004). Problem structuring methods in action. *European Journal of Operational Research*, v.152, pp. 530-554.

Pidd, M. (1998). Modelagem empresarial: ferramentas para tomada de decisão. Tradução: Gustavo Severo de Borba et al. Porto Alegre: Artes Médicas.

Ranyard, J. C. An application of soft systems methodology. *Journal of the Operational Research Society*, v. 51, n. 1, p. 1347-1348, 2000.

Rose, J. (1997). Soft systems methodology as a social science research tool. *Systems Research and Behavioral Science*, v. 14, n. 4, pp. 249-258.

Wang W., Liu W., Mingers, J. (2015). A systemic method for organisational stakeholder identification and analysis using Soft Systems Methodology (SSM), *European Journal of Operational Research*, Volume 246, Issue 2, pp. 562-574, 2015. DOI:10.1016/j.ejor.2015.05.014.

Wehrich, H. (2012). Daimler-benz move toward the next century: With the tows matrix. *European Business Review*, Retrieved from <http://audibmw.info/pdf/benz/2.pdf>

## MODELAGEM MATEMÁTICA PARA GERAÇÃO DE ESCALAS DE TURNO

### Laiz de Carvalho Nogueira

Universidade Federal Fluminense – Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda

Volta Redonda - RJ

### Tiago Araújo Neves

Universidade Federal Fluminense – Escola de Engenharia Industrial e Metalúrgica de Volta Redonda

Volta Redonda - RJ

**RESUMO:** As escalas de turno impactam na quantidade de mão de obra; no Brasil, é comum que estas escalas sejam feitas manualmente. Este trabalho desenvolve um modelo matemático para gerar escalas de turno de acordo com as leis trabalhistas brasileiras, o executa através do software CPLEX 12.6, utilizando e avalia as soluções.

**PALAVRAS-CHAVE:** Escalas de turno, modelo matemático, leis trabalhistas brasileiras.

**ABSTRACT:** The shift scales impact on manpower supply; in Brazil, making this scales by hand is common. This paper develops a mathematical model to timetable generation, according. This paper develops a mathematical model to timetable generation, according to brazilian labor legislation, runs the model using CPLEX 12.6 software and therefore, evaluates

the solutions.

**KEYWORDS:** timetable, mathematical model, brazilian labor legislation.

### 1 | INTRODUÇÃO

Em muitas instituições brasileiras, é comum encontrar um ou mais responsáveis por elaborar manualmente quadro de horários e escalas de trabalho de pessoal. Não é comum encontrar uma adequada gestão do conhecimento para difusão desta prática, o que faz com que o conhecimento fique retido em grupos que trabalham com as escalas de turno; além disso, montá-las manualmente não garante que sejam ótimas. Utilizar métodos matemáticos permite avaliar melhor a alocação de mão de obra, o que impacta diretamente na produtividade e nos custos.

[Van den Bergh *et al* 2013, p.367] afirmam que o estudo do escalonamento de mão de obra ganhou atenção por impactar os custos diretos de empresas. [Defraeye e Van Nieuwenhuyse 2016, p.4] dizem que para o setor de serviços, a programação de pessoal determina os custos e a qualidade dos serviços prestados. De acordo com [Burke e Curtois 2014, p. 71], o uso de recursos computacionais para resolver este tipo de problema reduz custos e gera melhores

escalas de trabalho. Eiselt e Marianov [2008, p. 513-514] comentam que as escalas de turno afetam diretamente a satisfação do empregado, a qual, segundo os mesmos, pode aumentar ou diminuir o absenteísmo, e ainda apresentam que, na época, havia um custo entre quatrocentos e setecentos dólares para cada falta em empresas de cem a duzentos e quarenta e nove empregados, o que em grande escala têm um alto preço. Uma escala de turno, gerada através da solução de um modelo matemático, pode servir de parâmetro no auxílio de tomada de decisão para melhor alocação da mão de obra; pode também ser utilizada, se abranger todas as necessidades para aplicação prática.

Existem na literatura trabalhos para alocar pessoal conforme as leis brasileiras – como [Gómez e Poltosi 2008], [Boaventura, Pinto e Yamanaka 2013] e [Santos 2016] – e os mesmos focam em alocar indivíduos em horários pré-definidos. Este trabalho se propõe a construir as combinações de horários, ao invés de encaixar pessoas em horários pré-estabelecidos. Este aspecto do problema, de acordo com o conhecimento dos autores, ainda não foi abordado na literatura tendo como parâmetro as leis brasileiras.

## 2 | O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE PESSOAL

[Ernst *et al* 2004, p.3, tradução livre] afirmam que a programação de pessoal “é o processo de construção de escalas de trabalho para os funcionários, de modo que uma organização possa satisfazer a demanda por seus bens ou serviços”. [Valdes 2010, p.9, tradução livre] diz que o problema tenta encontrar um conjunto de turnos ou tarefas a um mínimo custo, que satisfaçam os serviços demandados.

De acordo com [Ernst *et al* 2004, p.18], em programação matemática, estes problemas são comumente formulados como problemas de programação linear inteira. Na mesma linha, [Granfeldt 2015, p.5, tradução livre], afirma que “a forma mais comum de se modelar um problema de programação de força de trabalho em turnos rotativos, e provavelmente a primeira idéia que vem à mente, é através de um modelo de programação linear inteira”.

[Blöchligher 2004] propõe uma modelagem genérica para problema de programação de pessoal, mostrada em (1) até (8).

$$\text{Min } F(X) = C(X) + \gamma_{fair}C_{fair} + \gamma_{soft}C_{soft} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{b \in B^*} x_{sb} \leq 1, \forall B^*, \forall s \quad (2)$$

$$f_c(X) < m_c, \forall c \quad (3)$$

$$\sum_{b' \in T_b} x_{sb'} \geq x_{sb}, \forall b, \forall s \quad (4)$$

$$\sum_{s \in I} x_{sb} \leq 1, \forall I, \forall b \quad (5)$$

$$\sum_{s \in S_j, b \in B_j} x_{sb} \leq n_j^{max}, \forall j \quad (6)$$

$$\sum_{s \in S_j, b \in B_j} x_{sb} \geq n_j^{min}, \forall j \quad (7)$$

$$x_{sb} \in \{0,1\} \quad (8)$$

Onde:

- $x_{sb}$  é a atribuição do item  $s$  no intervalo de tempo  $b$  (por exemplo, um funcionário em um turno).  $x_{sb}$  assume o valor de 1 se o item  $s$  for atribuído a “ $b$ ”, e 0 caso contrário.
- $X$  é a solução, constituída pelo conjunto de valores de  $x_{sb}$
- $C$  é o custo dos itens nos turnos
- $C_{soft}$  é a soma das penalidades por violar as restrições fracas
- $\gamma_{soft}$  é o peso da penalização das restrições fracas
- $C_{fair}$  é a soma das medidas de injustiça (diferenças entre as escalas, de forma que um empregado fique pior que outro devido ao seu horário)
- $\gamma_{fair}$  é o peso das medidas de injustiça
- $b$  é um período no tempo no qual um item pode ser programado (um turno, na maioria dos casos)
- $s$  é um item (por exemplo um funcionário)
- $B^*$  é um conjunto de turnos
- $c$  é uma restrição fraca
- $m_c$  é o valor limite de  $c$
- $f_c$  é a penalidade de  $c$
- $T_b$  é o conjunto de possíveis turnos que podem seguir o turno  $b$  (para restringir horários, por exemplo, após um turno, pode haver um mínimo de horas de descanso antes do próximo, o que retira deste conjunto os turnos que englobam tais horas)
- $I$  é um conjunto de itens incompatíveis (por exemplo, dois funcionários que por alguma razão não podem trabalhar ao mesmo tempo)

- $j$  é uma tarefa
- $S_j$  é o conjunto de itens que podem executar a tarefa  $j$
- $B_j$  é o conjunto de turnos nos quais  $j$  pode ser executada
- $n_j^{min}$  é o número mínimo de itens para execução de  $j$
- $n_j^{max}$  é o número máximo de itens para execução de  $j$

A função objetivo é para minimizar os custos, injustiças e violações das restrições fracas. Os valores do custo dependem da situação; pode ser o efetivo total, como no primeiro modelo apresentado. As injustiças são diferenças entre os horários, quantidades de folgas e outras condições similares. As restrições fracas podem ser, por exemplo, relacionadas ao bem estar do trabalhador, como conter uma folga de final de semana em um determinado período; é bom que sejam cumpridas, porém seu descumprimento não inviabiliza uma solução. Os coeficientes são pesos a atribuir de acordo com a importância necessária para o caso.

As restrições (2) garantem que um recurso (um colaborador, por exemplo) só é alocado em um turno de cada vez. O conjunto de restrições (3) garante que a violação das restrições fracas ficará abaixo de um limite pré-estabelecido. (4) garantem que o turno alocado está dentro do intervalo  $T_b$  de possíveis turnos – neste caso, [Blöchliger 2004] propõe que a restrição deste tipo de horários esteja na definição do conjunto. (5) garantem que recursos incompatíveis não serão alocados no mesmo turno. As restrições (6) e (7) garantem que a demanda esteja dentro de um intervalo desejável. (8) definem o tipo das variáveis  $x_{sb}$ .

[Brucker, Qu e Burke 2011] modelam o programa com (9), (10), (11) e (12):

$$\text{Min } \sum_{e \in E} \sum_{\pi \in P_e} c_{e\pi} x_{e\pi} \quad (9)$$

Sujeito a:

$$\sum_{\pi \in P_e} x_{e\pi} \leq 1, \quad e \in E \quad (10)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{\pi \in P_e} \pi(j, t) x_{e\pi} \geq D_j(t), \quad \forall (j, t) \quad (11)$$

$$x_{e\pi} \in \{0, 1\}, \quad \forall e \in E, \forall \pi \in P_e \quad (12)$$

Onde:

- $e$  representa um empregado.
- $\pi = \pi(j, t)$  assume o valor 1 se o empregado realiza a tarefa  $j$  no período de tempo  $t$  e 0, caso contrário. Os autores o chamaram de vetor binário de representação de padrões de trabalho.
- $x_{e\pi}$  assume 1 se o padrão  $\pi$  é associado ao empregado  $e$ , 0 caso contrário.

- $c_{e\pi}$  são os custos de se associar o padrão de trabalho  $\pi$  ao empregado  $e$ .
- $D_j$  é a demanda de empregados para realizar a tarefa  $j$ .
- $E$  é um conjunto de  $n$  empregados.
- $P_e$  é o conjunto de padrões de trabalho viáveis para o empregado  $E$ .

A função objetivo (9) minimiza os custos; (10) garantem que um empregado só é alocado a um padrão de trabalho de cada vez, e (11) garantem o atendimento da demanda. (12) mostra que a variável de decisão utilizada é binária.

Para a solução, antes de avaliar os possíveis métodos, é útil considerar a observação de [Smet *et al* 2016], que afirmam que poucos autores estudaram a fundo a complexidade do problema, a qual pode ser decisiva na escolha de métodos de solução. Os autores concluíram que limitar a quantidade de dias consecutivos trabalhados torna o problema np-difícil.

Segundo [Jourdan, Basseur e Talbi 2009, p. 620], duas abordagens são utilizadas para resolver problemas np-difíceis: para pequenas instâncias, métodos exatos; heurísticas e metaheurísticas para grandes instâncias ou problemas muito difíceis.

[Van den Bergh *et al* 2013, p.377] apresenta uma tabela mostrando as técnicas de solução utilizadas por 255 fontes. Dentre elas, mesmo que apenas para obtenção de soluções iniciais, 150 trabalhos utilizaram programação matemática, sendo que a maioria, 60, utilizou programação inteira mista (nem todas as variáveis assumem valores inteiros); outros 45 utilizaram programação inteira. Dado isto, para o presente trabalho, decidiu-se resolver o problema através do método exato iniciando em pequenas instâncias.

### 3 | MODELAGEM DO PROBLEMA

O problema apresentado é um caso de programação de pessoal, em acordo com a CLT – Consolidação das Leis do Trabalho – brasileira. A idéia é, dado um intervalo de tempo a ser coberto com trabalho, obter quadros de horários adequados que minimizem o efetivo. Não se deseja considerar horas extras e demais flexibilizações, pois estas não devem ser consideradas no momento de montar a escala.

Para a modelagem, foram definidos os seguintes parâmetros e variáveis:

- $d$ : dia.
- $D$ : conjunto de dias.
- $j$ : horário;
- $H$ : conjunto de horários  $j$  por exemplo, para vinte e quatro horas em sete dias,  $H=\{1,2,3,..168\}$
- $k$ : equipe

- $M$ : conjunto de equipes
- $x_{kj}$ : 1 se a equipe  $k$  trabalha no horário  $j$ ; 0 caso contrário
- $y_k$ : 1 se a equipe  $k$  é alocada para trabalho, 0 caso contrário
- $folga_{kd}$ : 1 se a equipe  $k$  tem folga no dia  $d$ , 0 caso contrário
- $ref_{kj}$ : 1 se a equipe  $k$  está em refeição no horário  $j$ , 0 caso contrário
- $hi_{kd}$ : hora de início de trabalho da equipe  $k$ , no dia  $d$
- $hf_{kd}$ : última hora de trabalho da equipe  $k$ , no dia  $d$

Para a função objetivo, o interesse é minimizar a quantidade de equipes, assumindo então a forma apresentada por (13). Existem problemas que consideram diferenças entre as habilidades dos trabalhadores, aspecto que [Blöchliger 2004] sugere tratar na manipulação de conjuntos de itens aptos à executar uma tarefa. Contudo, para este problema, todas as equipes são consideradas iguais; ou seja, possuem a mesma quantidade de indivíduos e todos com a mesma capacidade. É importante destacar também que o número de equipes será um dado de entrada do problema, hipotético, presumindo que seja o máximo possível a se disponibilizar. Com a minimização, apenas as equipes necessárias devem ser alocadas.

$$\text{Min } \sum_{k \in M} y_k \quad (13)$$

As variáveis  $x_{kj}$ ,  $ref_{kj}$  e  $folga_{kd}$  só podem assumir valores diferentes de zero se a equipe estiver alocada, o que é modelado pelos conjuntos (14) a (16).

$$x_{kj} \leq y_k, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (14)$$

$$ref_{kj} \leq y_k, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (15)$$

$$folga_{kd} \leq y_k, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (16)$$

Refeição ou folga e trabalho não ocorrem simultaneamente, o que é modelado por (17) e (18).

$$folga_{k[\text{piso}(\frac{j+23}{24})]} \leq 1 - x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (17)$$

$$ref_{kj} \leq 1 - x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (18)$$

As horas inicial e final precisam estar dentro do horizonte, conforme (19) e (20).

$$hi_{kd} \leq |H| \times y_k, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (19)$$

$$hf_{kd} \leq |H| \times y_k, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (20)$$

Além disso, a hora inicial sempre é menor que a hora final, como em (21).

$$hi_{kd} \leq hf_{kd}, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (21)$$

Para determinar as horas inicial e final, foram utilizadas as restrições (22) e (23), adaptadas de [Bucco, Bornia-Poulsen e Bandeira 2017]. A relação  $\text{piso}[(j+23)/24]$  foi utilizada para cálculo do dia no qual se encontra a hora  $j$ ; sabendo-se que a primeira hora do primeiro dia é 1, tem-se por exemplo  $\text{piso}[(1+23)/24]=1$ ; para a hora 54,  $\text{piso}[(54+23)/24]=3$ .

$$hi_{k[\text{piso}(\frac{j+23}{24})]} \leq (|H| + 1) - (|H| + 1 - j) \times x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (22)$$

$$hf_{k[\text{piso}(\frac{j+23}{24})]} \geq j \times x_{kj}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (23)$$

Também foram consideradas as regulamentações da Consolidação das Leis do Trabalho – CLT, Decreto Lei nº 5452 de 1º de maio de 1943, com o mínimo de rigidez possível. Por exemplo, é necessária a coincidência de no mínimo uma folga por mês, com o domingo. Porém, como isto é bastante difícil quando se há necessidade de vinte e quatro horas de trabalho, sete dias por semana, é comum as folgas não coincidirem com os domingos, e o trabalhador receber adicionais devido à jornada no dia – a própria lei afirma que “nos serviços que exijam trabalho aos domingos, com exceção quanto aos elencos teatrais, será estabelecida escala de revezamento, mensalmente organizada e constando de quadro sujeito à fiscalização”. Este tipo de limitação, pelo menos para início, era indesejável e foi desconsiderado, podendo ser adicionado se necessário. Esta característica pode ser modelada, por exemplo, pela determinação dos índices de domingos, e criando restrições que obriguem que ao menos um destes seja folga.

As leis trabalhistas também obrigam que, se o turno de trabalho durar sete horas ou mais, deve haver uma refeição, tendo o trabalhador no máximo seis horas consecutivas sem refeição. Foram considerados dois conjuntos de restrições diferentes: (24) modela o máximo de seis horas de trabalho consecutivas, enquanto (25) modela a presença de refeição. Em (25), o intervalo considerado é de oito horas para garantir que houve pelo menos sete horas de trabalho, pois pode acontecer do turno ser de apenas de seis horas de trabalho e, neste caso, não precisar de refeição.

$$\sum_{j'=j-7}^{j'-1} x_{kj'} \leq 6, \forall k \in M, \forall j \in H : j \geq 8 \quad (24)$$

$$\sum_{j'=j-8}^{j'-1} ref_{kj'} + 6 \geq \sum_{j'=j-8}^{j'-1} x_{kj'}, \forall k \in M, \forall j \in H : j \geq 9 \quad (25)$$

As restrições (25) permitem que uma refeição seja alocada para menos horas de trabalho, e após alguns testes notou-se que a solução encontrada apresentava a refeição na primeira ou última hora de um turno pequeno, o que é errado por prolongar um turno desnecessariamente. Em turnos grandes, isso não ocorreu porque o máximo de seis horas consecutivas faz com que a refeição automaticamente seja alocada no meio do turno. Para evitar este prolongamento desnecessário, são utilizadas (26) e (27), garantindo que a hora de refeição fique nos extremos do horário trabalhado. Inicialmente, não foram encontradas restrições lineares para alocar a refeição apenas em turnos de sete ou mais horas, sem limitar os possíveis tamanhos dos turnos, por isso se optou por utilizar (26) e (27).

$$(|H| + 1) - (|H| + 1 - j) \times ref_{kj} \geq hi_{k[\text{piso}(\frac{j+23}{24})]} + y_k, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (26)$$

$$j \times ref_{kj} \leq hf_{k[\text{piso}(\frac{j+23}{24})]} - y_k, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (27)$$

A demanda foi considerada como a cobertura de vinte e quatro horas por dia, sete dias por semana, para este problema. As horas de refeição são consideradas cobertas pela equipe que está naquele turno, sendo que a mesma se reveza no horário de refeição para manter o posto de trabalho; então, a cobertura de demanda foi modelada como em (28).

$$\sum_{k \in M} x_{kj} + \sum_{k \in M} ref_{kj} \geq 1, \forall j \in H \quad (28)$$

Como as horas de refeição foram incluídas na cobertura de demanda, as mesmas poderiam ser utilizadas para cobrir esta demanda, substituindo horas de trabalho; isto gera a necessidade de limitar o máximo de refeições. Por isto, tem-se também o conjunto de restrições (29), garantindo que para cada equipe haverá no máximo uma por dia de trabalho. Para o modelo utilizado, convencionou-se todos os intervalos iniciando em 1, não em 0, fazendo com que um dia inicie em 1 e termine em 25, hora na qual se inicia o dia seguinte. Por isto, o intervalo para  $j$ , é de  $[(d \times 24) - 23]$  até  $(d \times 24)$ . Para o segundo dia, por exemplo, tem-se  $j$  variando de  $[(2 \times 24) - 23] = 25$  a  $(2 \times 24) = 48$ .

$$\sum_{j=(d*24)-23}^{j=(d*24)} ref_{kj} \leq 1, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (29)$$

Tendo as horas inicial e final, e sabendo-se que é preciso ter uma refeição a cada seis horas, também é possível modelar a contiguidade das horas trabalhadas, como no conjunto de restrições (30). Como  $hf_{kd}$  é a hora de início da última hora trabalhada, se  $hf_{kd} - hi_{kd}$  for igual à soma de horas trabalhadas no dia, uma refeição está incluída; se menor, não há refeição.

$$hf_{kd} - hi_{kd} \leq \sum_{j=(d*24)-23}^{j=(d*24)} x_{kj}, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (30)$$

Outra limitação legal é a carga horária média máxima, de quarenta e quatro horas por semana. É permitido que uma ou mais semanas ultrapassem este limite, se outra semana estiver abaixo e a média entre elas for quarenta e quatro. Quanto antes a carga horária excessiva for compensada, melhor. No modelo, essa condição assumiu a forma mostrada pelo conjunto de restrições (31). Em (31), IHI é dividido por 168h/ semana para cálculo do número de semanas. Em (31), IHI é dividido por 168h/semana para cálculo do número de semanas.

$$\frac{\sum_{j \in H} x_{kj}}{|H|/168} \leq 44, \forall k \in M \quad (31)$$

Existe também um máximo de horas de trabalho diárias; consta no artigo 58 do Decreto Lei nº 5452 de 1º de maio de 1943, que este limite é de oito horas. Como  $hf_{kd}$  é a hora de início da última hora trabalhada, e não a hora de saída, (32) incluem também uma hora de refeição.

$$hf_{kd} - hi_{kd} \leq 8 \times y_k, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (32)$$

Continuando, conforme a CLT, “entre duas jornadas de trabalho, haverá um período mínimo de 11 (onze) horas consecutivas para descanso”. (DECRETO LEI nº 5452, de 1º de maio de 1943). Isto está determinado por (33), onde  $d=1$  não foi considerado porque, naturalmente, não se avaliam os dias anteriores ao horizonte do problema. O produto por  $y_k$  garante descanso apenas para equipes alocadas.

$$hi_{kd} - hf_{kd-1} \geq 12 \times y_k, \forall k \in M, \forall d \in D: d > 1 \quad (33)$$

Finalmente, limitar a carga horária semanal não garante a existência de folgas. Existe uma quantidade máxima de dias a se trabalhar por semana, de seis dias

consecutivos. Conforme estabelecido pela CLT, “Será assegurado a todo empregado um descanso semanal de 24 (vinte e quatro) horas consecutivas, o qual, salvo motivo de conveniência pública ou necessidade imperiosa do serviço, deverá coincidir com o domingo, no todo ou em parte”. (DECRETO LEI nº 5452, de 1º de maio de 1943).

Inicialmente, como já citado, a coincidência com os domingos não foi incluída, por ser substituída pelo pagamento de adicionais no dia, na maioria das vezes em que se trabalha vinte e quatro horas por dia, sete dias por semana. Assim, as folgas foram modeladas através do conjunto de restrições (34).

$$\sum_{d=\text{piso}\left[\frac{j+23}{24}\right]}^{d=\text{piso}\left[\frac{j+23}{24}\right]+6} \text{folga}_{kd} \geq y_k, \forall k \in M, \forall j \in H : j \leq |H| - 167 \quad (34)$$

Não há na legislação uma quantidade máxima de folgas. No modelo, a alocação das mesmas já será limitada pela necessidade de trabalho para cobrir a demanda. Assim, não há problemas em alocar mais folgas que o mínimo.

Finalmente, para especificar que as variáveis  $x_{kj}$ ,  $y_k$  e  $\text{folga}_{kd}$  são binárias, e  $hi_{kd}$  e  $hf_{kd}$ , pertencem ao horizonte do problema, utilizam-se as restrições mostradas de (35) a (40).

$$x_{kj} \in \{0,1\}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (35)$$

$$y_k \in \{0,1\}, \forall k \in M \quad (36)$$

$$\text{ref}_{kj} \in \{0,1\}, \forall k \in M, \forall j \in H \quad (37)$$

$$\text{folga}_{kd} \in \{0,1\}, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (38)$$

$$hi_{kd} \in H, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (39)$$

$$hf_{kd} \in H, \forall k \in M, \forall d \in D \quad (40)$$

#### 4 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo foi implementado através do software CPLEX 12.6, linguagem OPL e configurações padrão, em um computador de processador core i7, Windows 10, 8gb RAM.

Iniciaram-se os testes em oito dias e uma equipe, a menor instância possível, e foram crescendo até trinta dias e dez equipes. Até três equipes, não havia solução viável; mesmo assim, os tempos foram coletados, pensando-se em um eventual estudo futuro do desempenho. As Tabelas 1 e 2 mostram os resultados. Para efeito de avaliação da eficiência do modelo na geração de escalas de turno, o tempo coletado

foi o tempo de relógio.

Tempos de execução em segundos												
equipes	dias											
	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	0.02	0.01	0	0	0	0.02	0	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02
2	0.14	0.17	0.19	0.22	0.25	0.3	0.31	0.36	0.39	0.44	0.53	0.75
3	0.55	0.78	0.92	1.11	1.27	1.66	1.55	1.89	2.2	1.95	2.08	2.19
4	7.58	9.72	7.89	10.09	17.94	39.92	32.2	34.88	29.3	59.08	38.03	38.48
5	23.61	38.72	43.31	222.06	70.67	684.64	337.78	457.44	57.38	674.59	142.72	537.06
6	58.3	55.95	104.34	593.16	133.51	177.06	608.27	1478.06	601.72	631.48	700	867.34
7	83.7	111.78	249.58	200.06	202.22	812.42	249.69	1043.63	857.28	963.09	1191.17	1114.91
8	305.31	234.41	115.41	260.08	433.41	1018.3	1008.7	317.5	4203	1592.59	1330.88	3318.27
9	696.24	663.33	1260.92	816.34	183.53	400.23	492.39	1641.72	1418.39	1939.59	352.94	3111.49
10	256.59	780	968.67	985.44	1346.24	1467.95	623.33	2053.91	2235.88	838.22	3105.06	2712.91

Tabela 1. Tempos até a solução, para instâncias de 8 a 19 dias.

Fonte: Elaboração própria

Tempos de execução em segundos												
equipes	dias											
	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
1	0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.01	0.03	0.03	0.03	0.02	0.02	0.02
2	0.66	0.8	0.78	0.98	0.64	0.72	0.77	0.86	0.84	0.92	1.08	
3	2.33	2.39	2.45	3.36	4.25	4.64	4.72	5.42	3.77	4.73	4.11	
4	77.86	164.03	74.98	281.84	591.99	925.72	532.25	239.13	737.94	604.84	135.47	
5	883.86	2368.09	329.83	1295.91	379.17		2052.38	856.2	1080.05	1206.08	612.64	
6	1284.95	12921.73	1552.98	1934.28	2807.95	1673.27	1951.17	1804.23	1725.45	1816.17	2240.23	
7	1492.72	2066.48	2059.25	3620.2	1517.89	2543.25	5512.56	5976.14	3062.52	2237.55	3260.13	
8	2022.03	1890.11	1924.81	2374.91	2174.19	3355.77	5262.16	15970.8	4687.91	10365.89	30479.64	
9	2582.59	4064.89	4040.08	3976.67	1778	5834.98	4759.08	14306.34	13274.42		7933.3	
10	9479.53	3105.31	8758.72	5702.81	4967.13	6711.25		7487.38		7847.95	20959.97	

Tabela 2. Tempos até a solução, para instâncias de 20 a 30 dias.

Fonte: Elaboração própria

Foram executadas as instâncias diferentes consecutivamente, e os tempos registrados. A tabela 1 resultou de uma destas execuções. Alguns testes anteriores com o problema mostravam que, após quatro horas de execução sem encontrar pelo menos uma solução viável, o software encerrou a execução por falta de memória. Caso ao menos uma solução viável já houvesse sido encontrada, o problema acabava chegando à solução. Por esta razão, o problema foi acompanhado e, se após quatro horas de execução não apresentou nenhuma solução viável, foi interrompido. Isto aconteceu com as instâncias marcadas em cinza na Tabela 2.

Outro ponto que se destacou foi o fato de horizontes maiores, embora aparentemente aumentem a complexidade do problema, algumas vezes apresentaram tempos inferiores aos de horizontes menores – por exemplo, o tempo de processamento para doze, treze, catorze, dezesseis, dezoito, dezenove e vinte e quatro dias, a execução de oito equipes demorou mais que a de nove equipes. Também houve diferenças entre duas execuções diferentes da mesma instância. Não se sabe ao certo o motivo destas divergências; contudo, sabe-se que existe aleatoriedade na escolha dos caminhos até a solução; ainda, fatores externos como processos paralelos do sistema operacional, por mais que sejam evitados e minimizados, podem ocorrer e afetar o tempo de execução. Isto pode ser estudado futuramente, inclusive procurando formas de melhorar o desempenho do problema.

No mais, as escalas se mostraram adequadas ao objetivo do trabalho e a solução

ótima foi encontrada. A figura 1 mostra um trecho de uma das soluções, para sete equipes e um horizonte de oito dias; as figuras 2 e 3 mostram a mesma escala, com a divisão dos horários para cada dia. Nesta solução, as equipes 2, 4 e 7 não foram utilizadas após a minimização. É interessante observar que, mesmo existindo um único valor ótimo para a função objetivo, existe mais de uma escala possível atendendo a este valor ótimo.

Equipe (k)	Horário (j)									
	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 1. Trecho da escala resultante para sete equipes, oito dias.

Fonte: Elaboração própria

D1		D2		D3		D4		D5		D6		D7		D8	
Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe
0 às 6	3	0 às 8	1	0 às 9	1	0 às 6	1	0 às 7	6	0 às 9	3	0 às 9	1	0 às 6	1
6 às 11	1	8 às 17	6	5 às 14	6	6 às 15	3	7 às 16	1	9 às 16	6	9 às 17	6	6 às 15	5
10 às 16	6	15 às 24	3	11 às 19	3	15 às 24	5	16 às 24	5	16 às 24	5	17 às 19	5	13 às 22	3
16 às 24	5	Folga equipe 5		16 às 24	5	Folga equipe 6		Folga equipe 3		Folga equipe 1		19 às 24	3	22 às 24	6

Figura 2. Escala de turno para sete equipes, oito dias - parte 1.

Fonte: Elaboração própria

D1		D2		D3		D4		D5		D6		D7		D8	
Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe	Hora(h)	Equipe
0 às 6	3	0 às 8	1	0 às 9	1	0 às 6	1	0 às 7	6	0 às 9	3	0 às 9	1	0 às 6	1
6 às 11	1	8 às 17	6	5 às 14	6	6 às 15	3	7 às 16	1	9 às 16	6	9 às 17	6	6 às 15	5
10 às 16	6	15 às 24	3	11 às 19	3	15 às 24	5	16 às 24	5	16 às 24	5	17 às 19	5	13 às 22	3
16 às 24	5	Folga equipe 5		16 às 24	5	Folga equipe 6		Folga equipe 3		Folga equipe 1		19 às 24	3	22 às 24	6

Figura 3. Escala de turno para sete equipes, oito dias - parte 2.

Fonte: Elaboração própria

Na figura 1, são vistas as horas trabalhadas; os horários de refeição aparecem como zeros entre horas trabalhadas. O zero no horário 101 (equivalente às 4h do quinto dia) tem uma refeição para a equipe 6. Estes horários também podem ser restritos de acordo com horários de refeitórios, por exemplo. Ocorreram muitas alocações de refeições em turnos pequenos, o que se tentará corrigir na modelagem para trabalhos futuros.

As figuras 2 e 3 permitem ver que os horários de trabalho em dias consecutivos

não ficaram uniformes. A equipe 1, por exemplo, começa o dia 1 (D1) trabalhando de 6 às 11, e depois trabalha no dia 2 (D2) de 0 às 8. Isto não era um objetivo da presente modelagem; porém, é comum se desejar que o trabalhador sofra o mínimo de mudanças possível devido à adaptação do corpo. Portanto, esta restrição pode ser acrescentada nos próximos trabalhos.

Um fato interessante a se destacar nas figuras 2 e 3, é que alguns horários foram cobertos por mais de uma equipe; isto ocorre, por exemplo, no dia 8 (D8) de 13 às 15. Isto ocorre pelo fato de a função objetivo estar contabilizando a quantidade de equipes, e não horas trabalhadas. Neste contexto, o otimizador distribui as horas de maneira conveniente e, uma vez que não há número máximo de equipes por hora, pode ocorrer sobreposição em alguns casos, contanto que o número de equipes continue mínimo.

Ainda para a solução mostrada nas figuras 1 a 3, a Tabela 3, com a carga horária total, e a Tabela 4, com a carga horária média semanal, mostram que as cargas horárias entre as equipes apresentaram algumas horas de diferença, o que pode ser compensado com revezamento, mas também se pode tentar equilibrar a diferença. Para o exemplo de sete equipes e oito dias, os oito dias representam 1,1429 semanas; a carga horária total por equipe, mostrada na Tabela 3, é dividida por esta quantidade de semanas para cálculo da carga horária semanal na Tabela 4.

Equipe (k)	Horas trabalhadas
1	46
3	49
5	50
6	50

Tabela 3. Quantidade total de horas trabalhadas por equipe em uma solução para sete equipes, oito dias.

Fonte: Elaboração própria

Equipe (k)	Horas trabalhadas
1	40.25
3	42.875
5	43.75
6	43.75

Tabela 4. Carga horária semanal por equipe em uma solução para sete equipes, oito dias.

Fonte: Elaboração própria

## 5 | CONCLUSÃO

O trabalho alcançou o objetivo de apresentar um modelo inicial e obteve soluções aplicáveis. Também serviu de base para desenvolvimento de mais estudos sobre

escalas de turno. Trata-se de uma pequena parte entre tudo que pode ser desenvolvido no assunto. O modelo é adaptável a mais de uma situação, bastando mudar apenas os valores de entrada.

Outra possível conclusão ainda é que é possível utilizar um trabalho como este para avaliar produtividade da mão de obra no Brasil. Ele permite verificar a parcela da produtividade que se pode ganhar com a adequação do quadro de horários, e diferenciá-la das perdas em razão de métodos, taxa de ocupação dos trabalhadores e defasagem tecnológica.

Como sugestões de trabalhos futuros, podem-se citar a adaptação da função objetivo para maior detalhamento da quantidade de efetivo; adição de equações de restrição de horários de refeição e busca de meios para evitar a alocação em turnos de menos de seis horas; limitação na variação de horário entre dias consecutivos; adição de medida de equilíbrio da carga horária entre as equipes; e avaliação de métodos diferentes, como heurísticas populacionais, para geração de uma gama de soluções – a comparação entre elas pode enriquecer a avaliação e até mesmo uma eventual tomada de decisão para este tipo de problema. Ainda há o estudo dos tempos de processamento; muitas variáveis podem interferir nestes tempos, como a região de soluções, o sistema operacional utilizado, os processos paralelos à execução do problema, o próprio software utilizado. A razão deste tipo de comportamento dos tempos também é um possível tópico a ser avaliado.

## REFERÊNCIAS

Blöchliger, I. Modelling Staff Scheduling Problems. A tutorial. *European Journal of Operational Research*, vol 158, p. 533-542, 2004.

Bôaventura, R. S.; Pinto, B. Q.; Yamanaka, K. Utilizando técnicas de algoritmo genético para resolução do problema de geração de grade horária para enfermarias. *Conferência IADIS Ibero-Americana Computação Aplicada*, p.71-78, 2013.

Brucker, P.; Qu, R.; Burke, E. Personnel scheduling: Models and complexity. *European Journal of Operational Research*, vol 210, p. 467-473, 2011.

Bucco, G. B.; Bornia – Poulsen, C. J.; Bandeira, D. L. Development of a linear programming model for the University Course Timetabling Problem. *Gestão da Produção*, vol. 24, nº1, p. 40-49, 2017.

Burke, E. K.; Curtois, T. New approaches to nurse rostering benchmark instances. *European Journal of Operational Research*, vol 237, p. 71-81, 2014.

Decreto – Lei nº 5452, de 1º de maio de 1943: CLT – Consolidação das Leis do Trabalho. Disponível em [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto-lei/Del5452.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/Del5452.htm), acesso em 26/12/2017.

Defraeye, M.; Van Nieuwenhuyse, I. Staffing and scheduling under nonstationary demand for service: A literature review. *Omega*, vol 58, p.4-25, 2016.

Eiselt, H. A.; Marianov, V. Employee positioning and workload allocation. *Computers & Operations Research*, vol. 35, p.513-524, 2008.

Ernst, A. T.; Jiang, H.; Krishnamoorthy, M.; Sier, D. Staff scheduling and rostering: a review of applications, methods and models. *European Journal of Operational Research*, vol 153, p. 3-27, 2004.

Gómez, A.T; Poltosi, M.R. Experiências com metaheurísticas na elaboração de escalas de trabalho de técnicos de enfermagem. *Simpósio de Pesquisa Operacional da Marinha*, Rio de Janeiro, 2008.

Granfeldt, C. Rotating workforce scheduling. Dissertação de mestrado, Universidade de Linköping, Suécia, 2015.

Jourdan, L.; Basseur, M.; Talbi, E. G. Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy. *European Journal of Operational Research*, vol 199, p. 620-629, 2009.

Krishnamoorthy, M.; Ernst, A. T.; Baatar, D. Algorithms for large scale Shift Minimisation Personnel Task Scheduling Problems. *European Journal of Operational Research*, vol 219, p. 34-48, 2012.

**Lei nº 13.467, DE 13 DE JULHO DE 2017. Disponível em [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2015-2018/2017/Lei/L13467.htm#art1](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2017/Lei/L13467.htm#art1), acesso em 26/12/2017.**

Santos, I. C. V. Utilização da metaheurística *simulated annealing* para a otimização da programação de turnos dos funcionários de uma loja varejista. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2016.

Smet, P.; Brucker, P.; De Causmaecker, P.; Berghe, G. V. Polynomially solvable personnel rostering problems. *European Journal of Operational Research*, vol. 249, p. 67-75, 2016.

Valdes, V. A. V. Integrating Crew Scheduling and Rostering Problems. Tese de Doutorado, Universidade de Bolonha, Itália, 2010

Van Den Bergh, J.; Beliën, J.; De Bruecker, P.; Demeulemeester, E.; De Boeck, L. Personnel scheduling: a literature review. *European Journal of Operational Research*, vol 226, p. 367-385, 2013.

## METODOLOGIA ADOTADA PELA ARCELORMITTAL BRASIL PARA CERTIFICAÇÃO DE PADRÕES SECUNDÁRIOS PARA ANÁLISES QUÍMICAS EM AMOSTRAS DE MINÉRIO DE FERRO DA MINA DE SERRA AZUL EM MINAS GERAIS

### **Antonio Fernando Pêgo e Silva**

Departamento de Estatística da UFES  
pegoesilva@gmail.com

### **Juliana Cecília C R Vieira**

Supervisora do laboratório da Mina de Serra Azul da ArcelorMittal Mineração Brasil.  
Juliana.costaribeiro@arcelormittal.com.br

### **Luiz Paulo de Carvalho Serrano**

Membro da comissão de amostragem do CB41 Comitê de Minério de Ferro da ABNT/IBRAM.  
lpserrano@hotmail.com

**RESUMO:** Não há como garantir a qualidade química da produção em mineração se não houver certificação da qualidade dos padrões de referência. Na Mina de Serra Azul, operada pela ArcelorMittal em Itatiaiuçu Minas Gerais, há toda uma sistemática de controle dos processos produtivos desde a lavra até a assistência ao cliente no embarque do produto para a destinação final. As análises químicas são padronizadas por normas técnicas ABNT e ISO. A produção na Mina de Serra Azul requer uma gama grande de padrões de referência com características próprias que o mercado de material de referência não tem condições de suprir. Por esse motivo, a ArcelorMittal desenvolveu uma metodologia simplificada, mas eficiente, e baseada em critérios estatísticos consagrados para produzir seus

próprios materiais de referência secundários (ou internos) para atender a sua própria demanda deste tipo de material.

**PALAVRAS-CHAVE:** material de referência; planejamento de experimento; minério de ferro.

**ABSTRACT:** There is no way to guarantee the chemical quality of mining production if there is no certification of the quality of the reference standards. At the Serra Azul Mine, operated by ArcelorMittal in Itatiaiuçu Minas Gerais, there is a whole system of control of the production processes from the mining to the assistance to the customer in the shipment of the product to the final disposal. The chemical analyzes are standardized by technical standards ABNT and ISO. Production at the Serra Azul Mine requires a large range of benchmarks with its own characteristics that the reference material market can not afford. For this reason, ArcelorMittal has developed a simplified but efficient methodology based on established statistical criteria to produce its own secondary (or internal) reference materials to meet its own demand for this type of material.

**KEYWORDS:** reference materials; experiment planning; iron ore.

## 1 | INTRODUÇÃO

Normalmente o processo de certificação de materiais de referência faz uso de programas **interlaboratoriais** com a participação de vários laboratórios de indiscutível competência em análise química de minérios sob a coordenação centralizada de uma instituição que prepara e envia as amostras para os testes e avalia os resultados dos participantes emitindo um certificado deste material de referência que é usado não só pelos participantes como por todas as empresas do ramo. No Brasil o principal organismo certificador é o Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT) de São Paulo ligado a USP que já produziu inúmeros trabalhos neste campo e preparou alguns padrões de minério de ferro. Entretanto este é um procedimento oneroso, demorado e que não atende as necessidades do processo de produção da ArcelorMittal que desenvolveu uma metodologia adequada a suas necessidades trabalhando num programa **intralaboratorial** utilizando seu quadro técnico e demais recursos próprios.

## 2 | PLANEJAMENTO DO EXPERIMENTO

Para realizar uma avaliação da qualidade dos resultados de análises intra/interlaboratórios, é necessário ser extremamente criterioso no desenvolvimento de um experimento, desde o seu planejamento até a sua execução, para que os objetivos traçados não sejam comprometidos por problemas na sua condução, com perda de tempo, recursos financeiros e humanos.

### **PREMISSAS BÁSICAS:**

**Aleatorização:** Tem por objetivo minimizar a possibilidade de que haja tendência nas execuções e entre os executantes.

**Repetição:** A repetição é indispensável para a comparação dos dados. Evidentemente, quanto maior o número de repetições mais confiável tende a ser a avaliação. No entanto, há formas de se definir um número mínimo de repetições para se atingir um determinado nível de confiança desejável.

**Controle local (supervisão):** O experimento deve ser conduzido de forma a avaliar as condições impostas ao planejamento e não o aspecto gerencial do controle de qualidade no dia a dia. Ou seja, é preciso retirar toda e qualquer pressão sobre o executante.

**Experiência profissional:** É fundamental a avaliação prévia dos resultados. A Estatística é apenas uma ferramenta de auxílio à decisão, mas a experiência profissional do “pesquisador/dono” dos dados é tão importante quanto os números gerados com os testes estatísticos. O importante é criar **métricas** que possam aferir continuamente a qualidade dos resultados dos laboratórios.

Utilizou-se como ferramenta de análise dos dados, a Análise de Variância com um fator ou Delineamento Inteiramente Casualizado – DIC; ANOVA One Way, [Montgomery 1997].

**Fatores:** sete (7) Laboratoristas; **Tratamentos:** cinco (5) réplicas por laboratorista,

totalizando um conjunto de 35 amostras para análise.

Os Laboratoristas foram designados por: L1, L2, L3 L4, L5, L6 e L7.

**Características de qualidade avaliadas (variáveis de resposta) em %:** Fe total via Fluorescência de Raios X (Fe XRF), Fe total Via Úmida (Fe UV), SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, P, Mn, CaO, TiO<sub>2</sub>, MgO e PPC (todas em teor %). Neste artigo, vamos apresentar apenas os resultados obtidos para Fe XRF.

**Amostra:** padrão interno PI 001 – ITAK em 35 frações (30g cada, sendo cinco para cada laboratorista).

### 3 | FE TOTAL VIA FLUORESCÊNCIA DE RAIOS X (FE XRF)

Labs/ Estat	Réplica					Laboratoristas					
	1	2	3	4	5	$\bar{X}_r$	$\sigma_r^2$	$\sigma_r$	Max <sub>r</sub>	Min <sub>r</sub>	Amplitude
L1	45,986	46,060	46,233	46,226	46,145	46,130	0,011	0,107	46,233	45,986	0,247
L2	46,090	46,273	46,289	46,259	46,257	46,234	0,007	0,081	46,289	46,090	0,199
L3	46,224	46,097	46,426	46,282	46,293	46,264	0,014	0,119	46,426	46,097	0,329 <sup>(*)</sup>
L4	46,286	46,240	46,362	46,396	46,345	46,326	0,004	0,062	46,396	46,240	0,156
L5	46,148	46,091	46,173	46,080	46,316	46,162	0,009	0,095	46,316	46,080	0,236
L6	46,101	46,238	46,211	46,201	46,272	46,205	0,004	0,064	46,272	46,101	0,171
L7	46,132	46,238	46,103	46,058	46,098	46,126	0,005	0,068	46,238	46,058	0,180
$\bar{X}_R$	46,138	46,177	46,257	46,215	46,247						
$\sigma_R^2$	0,009	0,008	0,012	0,014	0,008						
$\sigma_R$	0,097	0,090	0,111	0,117	0,091						
Max <sub>R</sub>	46,286	46,273	46,426	46,396	46,345			Repet.	r	0,342	
Min <sub>R</sub>	45,986	46,060	46,103	46,058	46,098			Reprod.	R	0,452	
Amplitude	0,300	0,213	0,323	0,338 <sup>(*)</sup>	0,247						
										$\bar{X}_{Total}$	46,207

<sup>(\*)</sup> assinalados os maiores valores. Todos dentro dos limites de r e R.

Tabela 1: Dados e Estatísticas para Laboratoristas e Réplicas

#### 3.1 Análise descritiva dos dados (35 resultados de análises) – Avaliação prévia dos resultados das análises

Min	1° Q <sup>(*)</sup>	Mediana	Média	3° Q <sup>(*)</sup>	Max	$\sigma_{Tot}^2$	$\sigma_{Tot}$	R <sub>Tot</sub>	OBS
45,99	46,10	46,23	46,21	46,28	46,43	0,01114	0,1056	0,44	$4\sigma_{Tot} < R_{Tot}$

<sup>(\*)</sup> primeiro e terceiro quartis, respectivamente.

Tabela 2: Estatística descritiva do conjunto de dados

Os dados da **Tabela 2**, associados ao Diagrama de Caixa (Box Plot), da **Figura 1**, nos permitem avaliar se os dados têm uma distribuição simétrica e se há presença de “outliers”, [Hogg & Tanis 1999].



Figura 1: Box Plot dos Resultados das Análises.

### 3.2 Avaliação da normalidade do conjunto dos dados (35 resultados de análise)

**Testes estatísticos utilizados:** Foram usados os testes de Shapiro–Wilk (SW), Jarque–Bera (JB) e Anderson–Darling (AD), [Conover 1999]. Se a hipótese de normalidade for aceita em pelo menos dois dos três testes, a distribuição dos resultados das análises será aproximadamente normal, o que implicaria em uma “simetria” dos dados em torno da média total (46,207%). A **Tabela 3** apresenta os resultados dos testes de normalidade.

Teste	Valor-p	Hipótese
Shapiro-Wilk	0,5248	$H_0$
Jarque-Bera	0,7021	$H_0$
Anderson-Darling	0,2625	$H_0$

Tabela 3: Resultados dos testes teóricos de normalidade

Se Valor-p > 0,05, [Conover 1999], não se rejeita a hipótese , de normalidade dos dados, caso contrário, rejeita-se , ou seja, é aceita a hipótese alternativa () de não normalidade. Para Fe XRF (%) os resultados das análises são aproximadamente normais. E pode-se continuar com a avaliação estatística.

### 3.3 Avaliação gráfica da normalidade dos resultados das análises

Uma avaliação mais direta e visual pode ser fornecida pela **Figura 2**. Se os dados se distribuírem em torno da linha reta no centro do gráfico e se estiverem, em sua quase totalidade, dentro dos intervalos de confiança, indicaria uma distribuição normal para os resultados das análises.

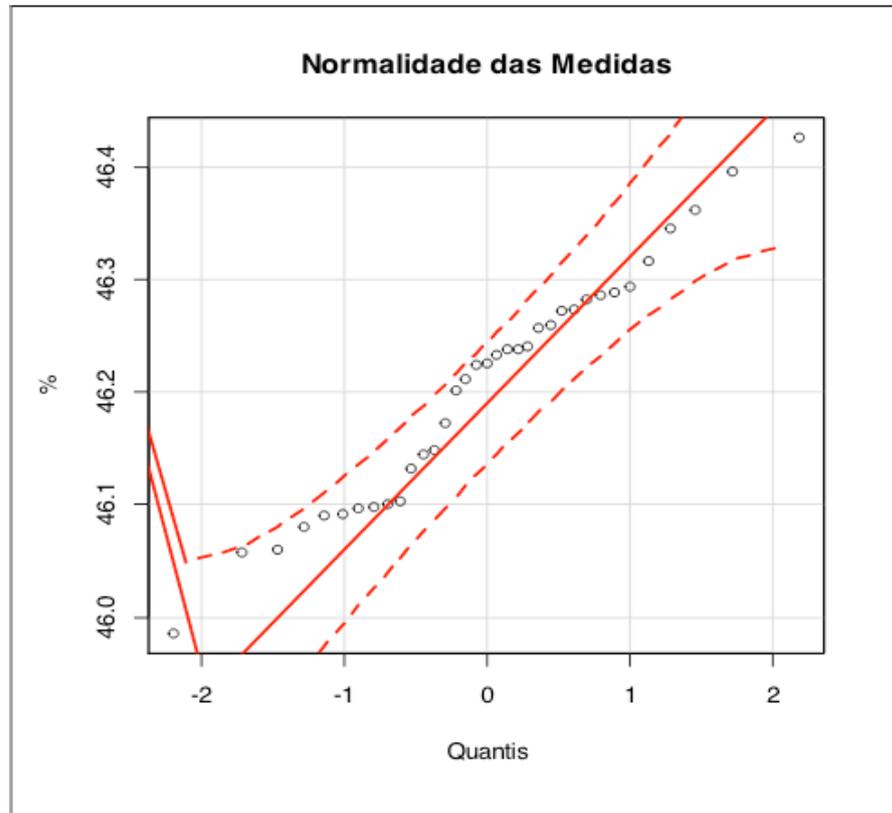


Figura 2: Avaliação gráfica da normalidade

### 3.4 Avaliação da presença de valores discrepantes (“outliers”) nos resultados das análises

**Teste de Grubbs**, [Grubbs 1969]:

$H_0$  (hipótese nula): não há evidências de “outliers”;

$H_1$  (hipótese alternativa): há evidências de “outliers”.

**1ª Parte (Tabela 4):**

Se o valor crítico tabelado for maior do que o menor dos valores calculados, isto é  $G_{C1} > G_k$ , o menor valor dos resultados não será considerado discrepante. Se o valor crítico tabelado for maior do que o maior dos valores calculados, isto é  $G_{C1} > G_1$ , o maior valor calculado dos resultados não será considerado discrepante. Caso seja identificado algum valor discrepante, o responsável pela execução do experimento deve procurar verificar se há alguma causa identificável e corrigi-la antes de continuar, caso contrário deve manter o resultado.

N	$G_{C1}$	$G_K$	$G_1$	<i>Max(L)</i>	<i>Min(L)</i>	Amplitude	Hipótese
35	2,978	2,079	2,089	46,426(L3)	45,986(L1)	0,440	$H_0$

**Tabela 4:** Estatísticas comparativas do teste de Grubbs (1ª Parte)

Como  $G_{C1} > G_1 > G_K$ , não há resultado considerado discrepante, e a hipótese nula é aceita (**Tabela 4**).

### 2ª Parte (Tabela 5):

Se  $G''$ , o menor valor calculado, for menor ou igual ao valor crítico tabelado,  $G_{C2}$ , exclui-se o valor mais baixo e repete-se o procedimento com os dois menores seguintes, se  $G'$ , o maior valor calculado, for menor ou igual a  $G_{C2}$ , exclui-se o mais alto e repete-se o procedimento considerando os dois maiores seguintes, caso contrário, a hipótese nula é aceita.

N	$G_{C2}$	$SQ_T$	$SQ_{1,2}$	$SQ_{N-1,N}$	$G'$	$G''$	Hipótese
35	0,6101	0,37885	0,30402	0,28973	0,8025	0,7648	$H_0$

**Tabela 5:** Estatísticas comparativas do teste de Grubbs (2ª Parte)

Como  $G' > G'' > G_{C2}$ , não há resultado considerado discrepante e a hipótese nula é aceita (**Tabela 5**).

## 3.5 Avaliação sobre a igualdade das variâncias dos laboratoristas (homocedasticidade)

**Teste de Cochran** [Conover 1999]:

Se  $C_c < C_{tab}$ , onde  $c_c = \frac{S_{Max}^2}{S_{Total}^2}$  é calculado dos dados das análises e  $C_{tab}$  é um valor tabelado, as variâncias podem ser consideradas iguais (homogeneidade). Para sete laboratoristas ( $p=7$ ) e cinco réplicas ( $n=5$ ), tem-se que  $C_{tab}=0,431$  [ISO 5725-2 1994].

A maior variância encontrada foi obtida pelo laboratorista três,  $L3=0,014$ . O somatório das variâncias foi igual a 0,054. Desse modo,  $C_c = \frac{0,014}{0,054} = 0,2593$  e não há evidências para rejeitar a hipótese de que as variâncias são estatisticamente iguais. Portanto, aceita-se a hipótese de homocedasticidade.

## 3.6 Avaliação dos resultados médios dos Laboratoristas

Teste de Grubbs:

<i>L1</i>	<i>L2</i>	<i>L3</i>	<i>L4</i>	<i>L5</i>	<i>L6</i>	<i>L7</i>
46,1300	46,2336	46,2644	46,3258	46,1616	46,2046	46,1258

**Tabela 6:** Médias dos Laboratoristas

N	$G_{C_1}$	$G_1$	$G_k$	$Max(L)$	$Min(L)$	Amplitude	Hipótese
7	2,020	1,615	1,094	46,3258	46,1258	0,2000	$H_0$

A Hipótese nula ( $H_0$ ) é aceita.

**Tabela 7:** Teste de Grubbs (1ª Parte)

N	$G_{C_2}$	$SQ_T$	$SQ_{1,2}$	$SQ_{N-1,N}$	$G'$	$G''$	Hipótese
7	0,0708	0,03270	0,015378	0,00886	0,4702	0,2709	$H_0$

A Hipótese nula ( $H_0$ ) é aceita.

**Tabela 8:** Teste de Grubs (2ª Parte)

Não há evidências para se **rejeitar** a hipótese de que as médias não possuem “outliers” e, portanto, aceita-se .

### 3.7 Análise de variância para um fator

Trata-se, o experimento, de um Delineamento Inteiramente Casualizado (DIC ou One Way), [Montgomery 1997].

A **Tabela 9** apresenta os resultados estatísticos da Análise de Variância dos dados dos laboratórios.

Fonte de Variação	Soma de Quadrados	GL	Quadrado Médio	Valor-p	Hipótese
Laboratoristas (L)	0,16352	6	0,027253	0,01	$H_1$
Resíduos (R)	0,21533	28	0,0076904	-	
Total		34			

**Tabela 9:** Tabela ANOVA “One Way”

Primeiramente, é importante fazer uma avaliação do ajuste do modelo “One Way” aos resultados das análises, através dos resultados da ANOVA apresentados na **Tabela 9**.

#### Erro Quadrático Médio ():

Tem-se que, o erro quadrático médio é dado por:

$$EQM = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Resíduos)^2}{N - k}} \cong 0,077.$$

Essa pode ser uma métrica para comparação futura da modelagem. Por experiência, sabe-se que  $EQM < 0,20\%$  para Fe é satisfatório, mas quanto menor for o EQM, melhor, já que o ideal é que o erro aleatório seja o menor possível (próximo de zero).

Como se observa, o modelo está bem ajustado aos dados e podem-se avaliar os

resultados da Análise de Variância (ANOVA).

Do ponto de vista teórico, o que se tem por trás da tabela ANOVA e sua análise, é um teste de hipóteses, em que as hipóteses a serem testadas são:

$H_0$ : não há evidências para se rejeitar a igualdade entre os resultados médios de todos os laboratoristas.

$H_1$ : pelo menos um laboratorista não apresenta média igual aos demais.

Como Valor-p < 0,05, [Hogg & Tanis 1999], rejeita-se em favor de , ao nível de significância de 5%. Ao nível de significância de 1% não rejeitaríamos . Nesse caso, se for considerado que os resultados são aceitáveis, pode-se concluir (com ressalvas) pela igualdade das médias dos laboratoristas.

Neste teste estatístico, fica evidenciado que, no mínimo, um Laboratorista apresenta média diferente dos demais, ao nível de significância de 5%. Observe-se o gráfico da **Figura 4**.

### 3.8 Comparações Múltiplas

A **Tabela 10** detalha a comparação entre os resultados e os valores preditos pelo modelo de adotado e o valor do . A **Figura 3** apresenta um gráfico de dispersão dos resíduos (preferivelmente erros aleatórios) em relação ao valor zero (ideal).

N	Labs	Réplica	Análise	Preditos	Resíduos	N	Labs	Rép	Análise	Preditos	Resíduos
1	L1	R1	45,986	46,130	-0,144	22	L1	R4	46,226	46,130	0,096
2	L2	R1	46,090	46,234	-0,144	23	L2	R4	46,259	46,234	0,025
3	L3	R1	46,224	46,264	-0,040	24	L3	R4	46,282	46,264	0,018
4	L4	R1	46,286	46,326	-0,040	25	L4	R4	46,396	46,326	0,070
5	L5	R1	46,148	46,162	-0,014	26	L5	R4	46,080	46,162	-0,082
6	L6	R1	46,101	46,205	-0,104	27	L6	R4	46,201	46,205	-0,004
7	L7	R1	46,132	46,126	0,006	28	L7	R4	46,058	46,126	-0,068
8	L1	R2	46,060	46,130	-0,070	29	L1	R5	46,145	46,130	0,015
9	L2	R2	46,273	46,234	0,039	30	L2	R5	46,257	46,234	0,023
10	L3	R2	46,097	46,264	-0,167	31	L3	R5	46,293	46,264	0,029
11	L4	R2	46,240	46,326	-0,086	32	L4	R5	46,345	46,326	0,019
12	L5	R2	46,091	46,162	-0,071	33	L5	R5	46,316	46,162	0,154
13	L6	R2	46,238	46,205	0,033	34	L6	R5	46,272	46,205	0,067
14	L7	R2	46,238	46,126	0,112	35	L7	R5	46,098	46,126	-0,028
15	L1	R3	46,233	46,130	0,103	<b>EQM = 0,077</b>					
16	L2	R3	46,289	46,234	0,055						
17	L3	R3	46,426	46,264	0,162						
18	L4	R3	46,362	46,326	0,036						
19	L5	R3	46,173	46,162	0,011						
20	L6	R3	46,211	46,205	0,006						
21	L7	R3	46,103	46,126	-0,023						

**Tabela 10:** avaliação do ajuste do modelo aos dados

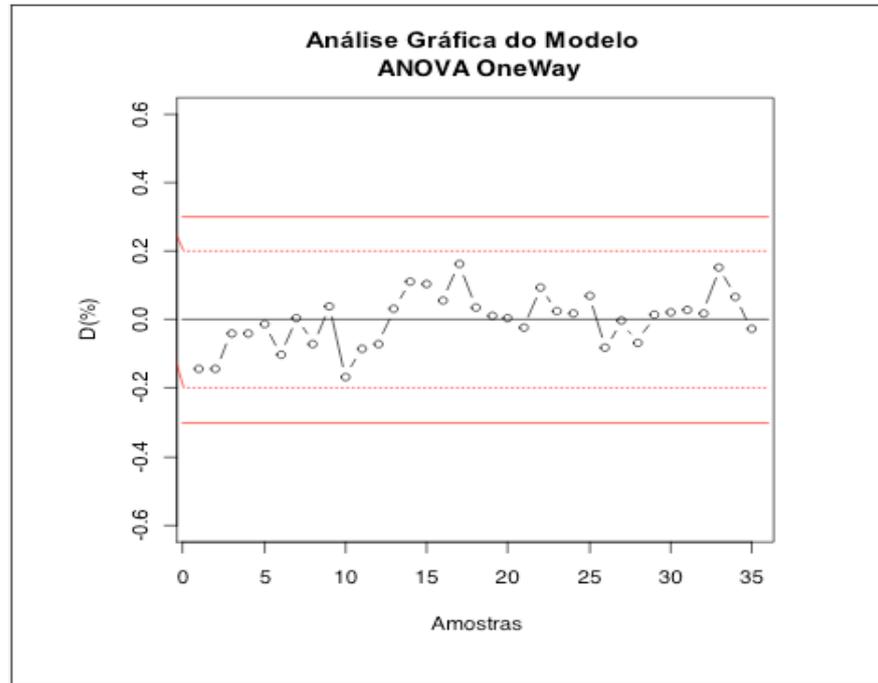


Figura 3: Avaliação dos erros em relação ao modelo One Way.

Observe-se no gráfico da **Figura 3**, que os “resíduos” se encontram dispostos aleatoriamente (sem tendências) em torno do ZERO e dentro dos intervalos de confiança, indicando, dessa forma, que podem ser considerados como variáveis aleatórias independentes com média zero e variância constante, importante requisito para validar a adequação do modelo.

Agora, se faz necessário fazer uma avaliação de quais Laboratoristas têm médias estatisticamente diferentes dos demais. Pela aplicação dos testes de “Tukey” e “t de Fisher” é possível ter uma visão sobre a igualdade ou não entre as médias das análises.

**Teste de Tukey:** É usado para comparação múltipla das médias e apresenta a probabilidade de duas médias serem iguais (**Tabela 11**).

**Teste t de Fisher:** Determinação da Diferença Mínima Significativa (**DMS**), a qual apresenta a diferença estatisticamente tolerável na comparação entre duas médias (**Tabela 11**).

Tem-se que:

$$DMS = t_{(N,\alpha)} * \sqrt{\frac{2 * QMR}{n}},$$

Onde  $t_{(28,5\%)} = 2,048$ ;  $QMR = 0,0076904$ ;  $n = 5$ . Desse modo, obtém-se

DMS=0,1136.

Comparando o valor de 0,114 encontrado para DMS, com os valores encontrados na **Tabela 11**, observam-se diferenças acima da diferença mínima significativa entre os seguintes laboratoristas (respectivas probabilidades entre parênteses): L3 e L1 (22,7%); L4 e L1 (2,17%); L7 e L3 (19,8%); L5 e L4 (7,9%); L6 e L4 (33,5%); L7 e L4 (1,8%).

Através dessas estatísticas observa-se que as diferenças mais críticas entre médias envolvem o laboratorista de número quatro, L4 (maiores diferenças).

Na tentativa de adequação das medidas, uma possibilidade que surge nesse momento, é verificar se a simples retirada de do estudo, poderia fazer com que as médias remanescentes passassem a ser estatisticamente semelhantes.

Labs	Delta	Prob
L2-L1	0,104	0,5166
L3-L1	0,134	0,2265
L4-L1	<b>0,196</b>	<b>0,0217</b>
L5-L1	0,032	0,9972
L6-L1	0,075	0,8249
L7-L1	-0,004	1,0000
L3-L2	0,031	0,9976
L4-L2	0,092	0,6451
L5-L2	-0,072	0,8470
L6-L2	-0,029	0,9983
L7-L2	-0,108	0,4703
L4-L3	0,061	0,9207
L5-L3	-0,103	0,5255
L6-L3	-0,060	0,9293
L7-L3	-0,139	0,1979
L5-L4	<b>-0,164</b>	<b>0,0794</b>
L6-L4	-0,121	0,3347
L7-L4	<b>-0,200</b>	<b>0,0181</b>
L6-L5	0,043	0,9856
L7-L5	-0,036	0,9945
L7-L6	-0,079	0,7863
<b>DMS</b>	<b>0,114</b>	-

Tabela 11: Diferença entre as médias dos laboratoristas

### 3.9 Determinação da repetibilidade (r) e da reprodutibilidade (R)

**Repetibilidade (r):** Trata-se de uma medida relativa às réplicas para os laboratoristas.

**Reprodutibilidade (R):** Trata-se de uma medida relativa às réplicas entre os laboratoristas.

Essas medidas estatísticas são definidas como:  $r = f_n * S_r$  e  $R = f_n * S_R$ , onde  $f_n$  é um fator de diferença crítica a ser encontrado na **Tabela 12**.

Além disso, as demais quantidades são calculadas como:

$$S = \sqrt{\frac{(QML-QMR)}{n}}, S_r = \sqrt{QMR} \text{ e } S_R = \sqrt{S^2 + S_r^2}.$$

Da **Tabela 9**, da ANOVA, obtêm-se os seguintes valores:

$$QML = 0,027253 \text{ e } QMR = 0,0076904.$$

$$S = \sqrt{\frac{(0,027253 - 0,0076904)}{5}} = 0,0626; S_r = \sqrt{0,0076904} = 0,0877$$

$$S_R = \sqrt{S^2 + S_r^2} = \sqrt{(0,0626)^2 + (0,0877)^2} = 0,1077.$$

Assim, tem-se que:

$$r = f_5 \times S_r = 3,9 \times 0,0877 = 0,342 \text{ e } R = f_7 \times S_R = 4,2 \times 0,1077 = 0,452.$$

<b>n</b>	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>f<sub>n</sub></b>	2,8	3,3	3,6	3,9	4,0	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,6

(\*) 95% de confiança em função do número "" de réplicas [ISO 5725-6].

**Tabela 12:** Fator de diferença crítica

### 3.10 Determinação da exatidão

A exatidão fornece uma visão da qualidade dos resultados médios de Laboratoristas e/ou do Laboratório em relação ao valor da média para um Material de Referência Certificado (MRC) ou mesmo em relação a um padrão interno a critério do Coordenador do Experimento.

Duas métricas ou medidas podem ser calculadas com esse objetivo:

**Índice (score) Z:**

$$Z = \frac{|X_L - X_{MRC}|}{S_{MRC}}.$$

Sendo que, se  $z \leq 2$  pode-se considerar o resultado satisfatório. Se  $2 < z \leq 3$ , o resultado é considerado duvidoso e, se  $z > 3$ , o resultado é considerado não satisfatório ou insatisfatório.

**Erro normalizado E<sub>n</sub>:**

$$E_n = \frac{|X_L - X_{MRC}|}{\sqrt{U_L^2 + U_{MRC}^2}}$$

Sendo que, se  $E_n \leq 1$  o resultado é considerado satisfatório.

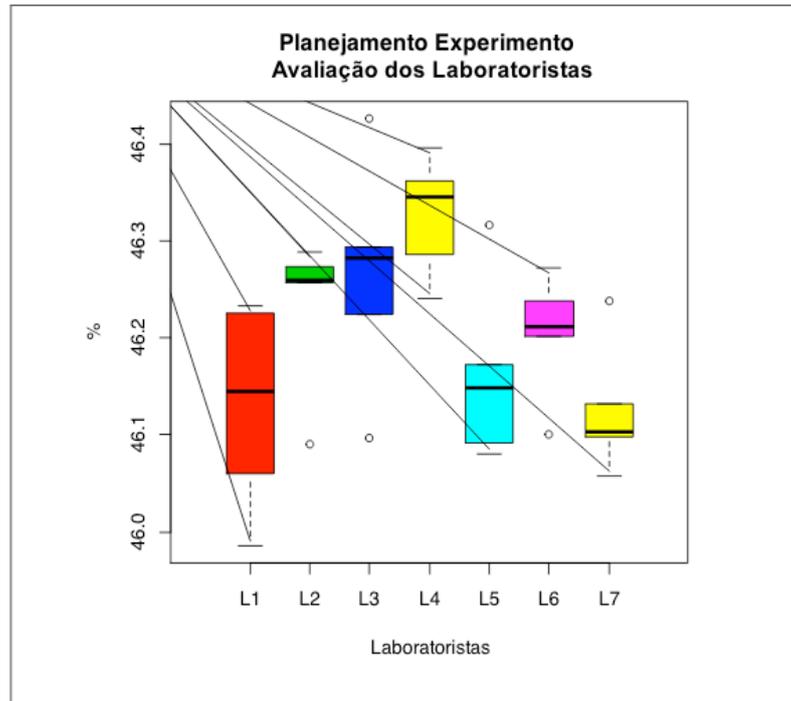


Figura 4: Avaliação dos resultados entre os laboratoristas

Na confecção da **Tabela 13**, usaram-se os valores de  $X_{MRC}$  e  $S_{MRC}$  como sendo os valores experimentais obtidos nas aferições realizadas pelos laboratoristas, respectivamente, 46,21% e 0,1056%.

Labs	Máx	Mín	$z_{Máx}$	$z_{Mín}$
L1	46,233	45,986	0,218	<b>2,121<sup>(*)</sup></b>
L2	46,289	46,090	0,748	1,136
L3	46,426	46,097	<b>2,045<sup>(*)</sup></b>	1,070
L4	46,396	46,240	1,761	0,284
L5	46,316	46,080	1,004	1,231
L6	46,272	46,101	0,587	1,032
L7	46,238	46,058	0,265	1,439

<sup>(\*)</sup> Dois resultados considerados duvidosos segundo o critério de escore.

Tabela 13: Exatidão para valores máximos e mínimos

#### 4 | PRECISÃO DE MEDIDA DO LABORATÓRIO

Tem-se que  $\beta_M = z_\alpha * \sigma_{Tot}$  é a medida de precisão. Considerando-se esta amostragem e com nível de confiança de 95% ( $z_\alpha = 1,96$ ), portanto, Fe XRF:  $\beta_M = 0,21\%$ .

## 5 | AVALIAÇÃO DAS DEMAIS CARACTERÍSTICAS DE QUALIDADE:

Todas as demais análises estatísticas foram feitas seguindo os mesmos critérios empregados para a avaliação de Fe XRF. A apresentação dos resultados das principais estatísticas é muito extensa e não caberiam no escopo deste artigo. De todo modo, ressalta-se que a metodologia empregada foi a mesma descrita anteriormente, com resultados muito parecidos.

## 6 | COMENTÁRIOS FINAIS

O artigo traça uma série de procedimentos metodológicos de Análise Estatística que podem ser empregados em outros laboratórios e mesmo em outras empresas. Essa metodologia se implementada com os cuidados e critérios aqui mencionados, pode ser de grande valia para a melhoria da qualidade e da capacidade de análise dos vários laboratórios e seus profissionais.

## REFERÊNCIAS

“**Accuracy (trueness and precision) of Measurement Methods and Results**”. ISO 5725-2: (1994). Part 6: Use in practice of accuracy values, International Organization for Standardization; Geneva; 2001.

“**An analysis of variance test for normality (complete samples)**”. Shapiro, S. S.; Wilk, M. B. (1965). *Biometrika*. **52** (3–4): 591–611.

“**Applied Multivariate Statistical Analysis**”. Johnson & Wichern (1998). Fourth Edition, Prentice Hall.

“**A Test of Goodness-of-Fit**”. Anderson, T. W.; Darling, D. A. (1954). *Journal of the American Statistical Association*. **49**: 765–769.

“**Design and Analysis of Experiments**”. Montgomery, D. C. (1997), Fourth Edition - Ed. John Wiley & Sons.

“**Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals**”. Jarque, Carlos M.; Bera, Anil K. (1980). *Economics Letters*. **6** (3): 255–259.

“**Métodos experimentais para verificação do vício de amostragem**”. ABNT NBR ISO 3086: (2008). (Nota da pagina 1).

“**Probability and Statistical Inference**”. Hogg & Tanis (1999). Fifth Edition, Prentice Hall.

“**Procedures for detecting outlying observations in samples**”. Grubbs, Frank E (1969), Taylor & Francis Group, vol 11, p 1-21.

“**Practical Nonparametric Statistics**”. Conover, W. J. (1999)., Third Edition, Wiley.

## JOGOS COOPERATIVOS NA ALOCAÇÃO DE CUSTOS DE ESTOQUES DE PEÇAS COMPARTILHADOS

**Bernardo Santos Aflalo**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, São Paulo

**Natália Nogueira Ferreira Souza**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, São Paulo

**Takashi Yoneyama**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, São Paulo

**RESUMO:** Este artigo tem o objetivo de estudar diferentes métodos de alocação de custos em um compartilhamento de estoques de componentes entre operadores aeronáuticos. Três modelos de alocação de custos de estoques foram testados: (1) proporcional ao potencial de consumo, (2) proporcional à quantidade de aeronaves e (3) utilizando o valor de Shapley, derivado da teoria dos jogos cooperativos. Com o objetivo de mostrar os ganhos relativos ao compartilhamento de estoques, a situação sem compartilhamento, na qual cada operador dimensiona separadamente seu próprio estoque, também foi simulada. Os resultados apontam que a alocação dos custos do compartilhamento de peças pelo método de Shapley Value apresenta vantagens frente aos outros métodos, permitindo ganhos individuais proporcionais à contribuição de cada operador, o que aumenta a atratividade

do compartilhamento para grandes operadores.

### 1 | INTRODUÇÃO

Atualmente, as empresas aéreas chegam a terceirizar até 65 % de todo o serviço referente à manutenção e reparo [Berger, 2014]. Este serviço tem um escopo de cobertura do avião cada vez mais completo, englobando desde itens de linha até itens estruturais.

O dimensionamento dos estoques de peças reparáveis é um ponto que merece muita atenção de seus gestores, pois um estoque maior que o necessário para suportar a frota operacional pode representar um desperdício de recursos, enquanto um estoque subdimensionado pode provocar atrasos e paradas não programadas das aeronaves. Todos os custos envolvidos no processo são de interesse direto das companhias aéreas e fabricantes de aeronaves, e uma alocação adequada destes é ponto importante para a dinâmica do negócio.

Uma alternativa econômica para gestão de estoque é o conceito de estoque *pool* de peças, ou seja, um conjunto de componentes que é compartilhado entre os operadores que operam aeronaves semelhantes, de modo a reduzir a quantidade de peças média para suportar cada aeronave [Karsten et al. 2010]. Dessa maneira,

os operadores não precisam investir diretamente nessas peças e gastos diretos como armazenamento e seguro; e indiretos como depreciação e custo de oportunidade são, então, compartilhados entre os participantes deste *pool* de peças.

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é discutir diferentes maneiras de compartilhar os custos envolvidos em estoques compartilhados entre operadores. Três modelos, além da situação sem compartilhamento, são testados: (1) proporcional ao potencial de consumo, (2) proporcional à quantidade de aeronaves e (3) utilizando o valor de *Shapley*, derivado da teoria dos jogos cooperativos [Shoham e Leyton-Brown, 2009].

## 2 | METODOLOGIA

Para testar os modelos de compartilhamento, foram simulados 4 operadores com diferentes quantidades de aeronaves e/ou número de horas voadas por ano (HV/Ano). Os estoques de um único componente foram considerados nas análises, conforme descrito nas subseções a seguir.

### 2.1 Simulação das Remoções

Para estimativa do MTBUR, considera-se um componente hipotético com as seguintes características:

- Quantidade de componentes por aeronave: 2;
- Densidade de probabilidade de falha de acordo com distribuição *Weibull*, representativa de componentes reais.

Uma simulação baseada em eventos foi realizada utilizando o R, da qual as remoções foram geradas aleatoriamente. Ao final, o tempo médio entre remoções não programadas, mais conhecido como MTBUR (do inglês *Mean Time Between Unschedule Removal*) foi de 3652. Esse número, apesar de ser bem menor que a média dos componentes no mundo aeronáutico, foi utilizado pois resulta em um estoque relativamente grande de peças, o que permite exercitar a alocação de custos de uma maneira mais efetiva.

### 2.2 Cálculo do Custo Total de Estoques

Com as informações de MTBUR do componente e o consumo total de cada operador (representado, neste trabalho, pela letra grega  $\lambda$ ), é possível iniciar as simulações de dimensionamento de estoque.

## 2.3 Distribuição de Poisson

A distribuição de Poisson [Miguel 2005] é utilizada para calcular o número de peças necessárias para atingir o nível de pelo menos 95% de disponibilidade de estoque para cada coalizão possível entre os operadores. Como essa distribuição admite apenas valores discretos como entrada (devido ao termo fatorial no denominador), a disponibilidade exata de 95% seria algo fortuito. Na prática, os valores de disponibilidade são, no mínimo, 95%, mas podem atingir valores consideravelmente mais altos. Apesar de isso representar maior disponibilidade de peças para o operador, também implica em gastos indesejados bem mais altos. A Figura 1 ilustra a alteração do estoque médio por aeronave com o aumento de  $\lambda$  de uma coalizão hipotética:

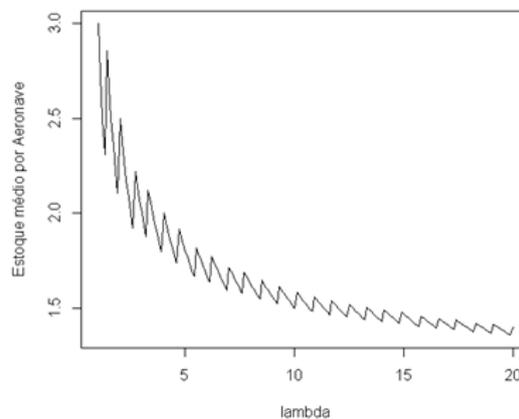


Figura 1: Estoque médio por aeronave utilizando a função de Poisson.

Note que, em pontos específicos, tem-se um aumento do estoque médio por aeronave ao aumentar o consumo da mesma. Essa é uma característica gerada pela flutuação de disponibilidade que, por sua vez, é causada pela parte discreta da distribuição de Poisson. Esse tipo de jogo é chamado de não-convexo [Shoham e Leyton-Brown, 2009]: nestas situações, a formação de grandes coalizões são prejudicadas. Isso pode distorcer o resultado da alocação de recursos, anulando alguns efeitos benéficos do uso do valor de *Shapley*.

## 2.4 Distribuição de Poisson Modificada

Com a intenção de atingir o valor exato de 95% de confiabilidade e evitar os efeitos demonstrados na Figura 1, há a possibilidade de dimensionar o estoque necessário de cada coalizão modificando a restrição de número inteiro de peças. Isso não significa que, na prática, o estoque deveria ser composto de um número não inteiro de peças, mas apenas que, dado o estoque real, a alocação de custos será realizada considerando um número não inteiro de componentes.

Isso pode ser feito substituindo a função fatorial na distribuição de Poisson pela função Gama, pois ela representa uma extensão dessa função para o conjunto de números reais [Weisstein et al 2015]. A função Gama, representada por  $\Gamma$ , é definida

como [Weisstein 2015]:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} \omega^{x-1} e^{-\omega} d\omega \quad (1)$$

A relação com a função fatorial pode ser representada da seguinte maneira:

$$\Gamma(x) = (x - 1)! \quad (2)$$

Em que:

- $x$  é um número real ou complexo
- $(x-1)!$  é a fatorial de  $x-1$

Essa função gera uma probabilidade contínua, permitindo ao estudo inferir um valor mais preciso do número de peças que atende a disponibilidade exata de 95%, como citado anteriormente. A Figura 2 demonstra o comportamento da função de Poisson com a modificação de Gama, onde é possível perceber a monotonicidade da função, conforme desejado.

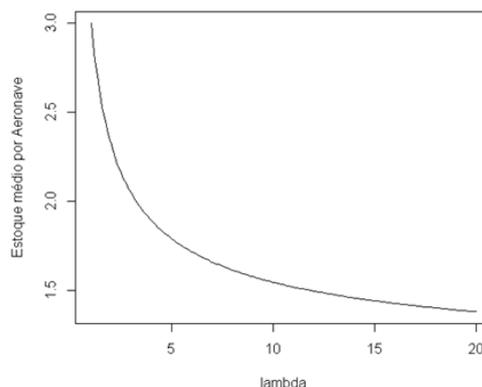


Figura 2: Estoque médio por aeronave utilizando a função de Poisson modificada

## 2.5 Recomendação de Peças

O compartilhamento dos custos utilizadas no modelo do valor de *Shapley* será, portanto, uma modificação da equação de Poisson, na qual o termo fatorial é substituído pelo equivalente da função Gama:

$$f(k; \lambda) = \frac{\exp^{-\lambda} \lambda^k}{\Gamma(k + 1)} \quad (3)$$

Com essa adaptação alteramos algumas propriedades da função original: apesar da distribuição de probabilidade ser a mesma nos 'k's inteiros, a distribuição

de probabilidade cumulativa, por exemplo, é levemente alterada quando comparada à distribuição de Poisson tradicional. Por esse motivo, essa distribuição será chamada de “Poisson modificada” ao longo do trabalho.

### **Comentários Adicionais Sobre os Custos de Estoque**

O objetivo do trabalho é verificar qual a melhor maneira de compartilhar os custos do estoque: tanto a aquisição quanto a manutenção do mesmo. Tipicamente, a manutenção envolve seguro, depreciação/ obsolescência, aluguel de armazém, homem-hora, custo de oportunidade e outros. Esses custos geralmente são especificados como uma fração do custo da peça armazenada (por exemplo, 10% do valor da peça nova, por ano).

Ao longo deste trabalho, a quantidade de peças será utilizada como uma maneira de representar a alocação de custos. Essa abordagem visa a facilitar as comparações e o entendimento das metodologias de alocação de custos. O estudo não tem como objetivo fazer o dimensionamento do estoque: para isso, existem metodologias consagradas (dentre as quais, a distribuição de Poisson é talvez uma das mais relevantes).

## **2.6 Métodos de Alocação de Custo**

Nas subseções a seguir, as diferentes técnicas de alocação de custos de estoques compartilhados são listadas.

### *2.6.1 Cálculo do Valor de Shapley*

A alocação de custos utilizando o valor de *Shapley* procura atribuir, a cada participante, benefícios proporcionais à contribuição individual à coalizão total. Considerando  $N$  o número de jogadores e  $c(S)$ ,  $\forall S \subseteq N$  cada combinação entre jogadores (Coalizão), o valor alocado para cada indivíduo  $x_i$ ,  $i \in N$ , é calculado como:

$$x_i = \frac{1}{N!} \sum_R [v(P_i^R \cup \{i\}) - v(P_i^R)] \quad (4)$$

Sendo que a soma inclui todos os termos de  $N!$  na ordem  $R$  e  $P_i^R$  é o set de jogadores que precedem  $i$  em  $R$ . O número de termos da equação cresce exponencialmente com o número de jogadores [Moreira; Luna e Guedes 2002], podendo se tornar um cálculo extremamente caro, dependendo da quantidade de participantes (por ex., o número de termos deste cálculo para uma coalizão de 25 indivíduos é da ordem de  $1E+25$ ).

O valor de *Shapley* é uma distribuição “justa” de *payoffs* entre os participantes da coalizão. De maneira geral, jogadores que contribuem mais para os ganhos da coalizão, recebem mais vantagens por isso. Nesse sentido, grandes operadores

tendem a ser mais beneficiados pela adoção de uma alocação de custos dessa natureza. Considerando que , essa distribuição “justa” é garantida pelas seguintes propriedades [Shoham e Leyton-Brown, 2009]:

- Simetria – Se dois jogadores  $i$  e  $j$  são equivalentes de tal modo que  $v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$  para qualquer coalizão  $S$  que não envolva  $i$  ou  $j$ , o *payoff* recebido por  $i$  e  $j$  são iguais;
- Jogador *Dummy* – um jogador é considerado *dummy* se o *payoff* que ele contribui na Coalizão é exatamente igual ao *payoff* que ele conseguiria sozinho, ou seja,  $v(S \cup \{i\}) - v(S) = v(\{i\})$ . Nesse caso, como o jogador não acrescenta para a coalizão, ele recebe exatamente o que receberia se estivesse sozinho;
- Aditividade – considere dois jogos cooperativos com distribuição de *payoffs* diferentes  $v_1$  e  $v_2$ . A propriedade da aditividade diz que, se combinarmos esses dois jogos em um só, o *payoff* desse novo jogo deve ser igual à soma dos *payoffs* dos jogos separados  $\phi_i(v_1 + v_2) = \phi_i(v_1) + \phi_i(v_2)$ .

Uma propriedade adicional, garantida pelas três mencionadas acima, é a eficiência, ou seja, o custo total é dividido entre os participantes  $\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N)$  [Shoham e Leyton-Brown, 2009]. Essa propriedade é importante para o problema proposto, já que garante que os custos totais de estoque serão cobertos pelos operadores.

### 2.6.2 Alocação de Custos Proporcional ao Potencial de Consumo

Nesta técnica, o custo atribuído a cada operador é calculado como sendo diretamente proporcional ao próprio consumo na coalizão total. Isto está ilustrado na equação 5:

$$PC_i = \frac{GC \cdot \lambda_i}{\sum_i \lambda_i} \quad (5)$$

Onde:

- $PC_i$  é o valor da recomendação Proporcional ao potencial de consumo;
- $GC$  é a quantidade recomendada para a combinação de todos os operadores, (1+2+3+4, também chamada de grande coalizão);
- $\lambda_i$  é o consumo das aeronaves do operador  $i$ , ou seja,  $\frac{n_{i\_comp} \cdot HV/ano}{MTBUR}$ , em que  $n_{i\_comp}$  é o número de componentes instalados na aeronave,  $HV/ano$  é o número de horas voadas em um ano.

### 2.6.3 Proporcional ao Número de Aeronaves

Ao calcular o custo relativo de cada operador pode-se assumir que todos os operadores que compartilham a coalizão tenham o mesmo número de horas voadas por ano. Dessa forma, a alocação de custo seria proporcional ao número de aeronaves de cada operador. Segue abaixo:

$$PAC_i = \frac{nAC_i}{\sum_{j=1} nAC_j} Poisson(\sum_j \lambda_i \cdot nAC_j) \quad (6)$$

Em que:

- $PAC_i$  é o número de peças com as quais o operador  $i$  deve arcar;
- $nAC_i$  é o número de aeronaves do operador  $j$ .

Note que, nesse método, o operador  $i$  arca com um número de peças proporcional à sua frota, mas considerando que a demanda total pode ser calculada considerando seu próprio perfil operacional. Devido a essa simplificação, uma desvantagem desse método é que a soma dos custos de cada operador não necessariamente é igual aos custos real do estoque. A vantagem desse método é a facilidade de aplicá-lo em campo, já que, para calcular os custos do operador  $i$ , apenas o perfil de uso das aeronaves do operador  $i$  é necessário;

## 3 | RESULTADOS

A aplicação dos diferentes métodos de alocação de custos, bem como os comentários sobre vantagens e desvantagens de cada modelo, está descrita nas subseções a seguir. Para os testes, foram consideradas 4 situações:

- A situação Base, em que todos os operadores possuem mesmo perfil de horas voadas;
- A situação 2, com operadores com perfis de horas voadas diferentes;
- A situação 3, com operadores com perfis radicalmente diferentes, situação na qual o uso do valor de *Shapley* mostra uma visível vantagem em relação aos outros métodos;
- A situação 4, que apresenta apenas um operador com perfil operacional muito diferente do restante.

### 3.1 Comparação entre Modelos – Situação Base

A situação base considera que todas as aeronaves têm a mesma quantidade de horas voadas por ano. A diferença está na quantidade de aeronaves, conforme

descrito na Tabela 1:

Operador	Aeronaves	HV/Ano
1	1	3000
2	5	3000
3	10	3000
4	30	3000

Tabela 1: Frota dos operadores

Todos os resultados obtidos das simulações iniciais com o método de “*Shapley*”, “Operadores independentes”, “Proporcional ao potencial de consumo” e “Proporcional ao número de aeronaves” são apresentados na Tabela 2.

Operadores	1	2	3	4	Soma
<b>Sem compartilhamento</b>	4	13	23	61	101
<b>Compartilhado (Shapley)</b>	2,42	10,36	19,94	57,28	90
<b>Compartilhado (Proporcional ao consumo)</b>	1,96	9,78	19,57	58,7	90
<b>Compartilhado (Número de aeronaves)</b>	1,96	9,78	19,57	58,7	90

Tabela 2: Alocação de custos para Situação Base

O conceito de alocação de custos baseados em jogos cooperativos pode parecer abstrato até o ponto em que existem exemplos que direcionam o raciocínio para o principal objetivo da cooperação, ou seja, chegar aos valores que sejam satisfatórios a todos os participantes [Moreira et al 2002]. Note que o compartilhamento de estoques (linhas 2, 3 e 4 da Tabela 2) sempre reduz os custos individuais e totais, quando comparados à situação sem compartilhamento. Com o aumento do número de operadores e suas respectivas frotas, aumenta a possibilidade de mais peças circulando nesse estoque para o uso coletivo, incrementando a probabilidade de todas as aeronaves tenham a confiabilidade de 95 % de disponibilidade atendida.

A diferença é que o uso do valor de *Shapley* fornece economias maiores ao quarto operador, o maior desta coalizão. Isso acontece porque este operador de fato contribui mais para os ganhos conjuntos da coalizão e, portanto, ele recebe mais benefícios que os modelos proporcionais. Tanto o método de compartilhamento intitulado como “Proporcional ao potencial de consumo” e “Proporcional ao número de aeronaves” apresentam nesse caso as mesmas recomendações, já que o número de horas voadas é o mesmo.

### 3.2 Comparação entre Modelos – Situação 2

Os perfis adotados para as simulações da situação 2 constam na Tabela 3:

Operador	Aeronaves	HV/Ano
1	3	300
2	10	1000
3	20	1500
4	50	3000

Tabela 3 : Simulação de perfis para a situação 2

Nesse caso é possível observar que o operador 4 tem uma influência alta nos jogos cooperativos para alocação de custos, pois tanto as suas horas voadas como sua frota são maiores comparadas aos operadores 1, 2 e 3. A Tabela 4, com os valores dos custos alocados, mostra os resultados da situação 2:

Operadores	1	2	3	4	Soma
Sem compartilhamento	2	10	23	97	132
Compartilhado (Shapley)	0,95	7,15	20,01	93,89	122
Compartilhado (Proporcional ao consumo)	0,58	6,39	19,17	95,86	122
Compartilhado (Número de aeronaves)	0,72	6,87	19,76	93,98	121,33

Tabela 4: Alocação de custos para Situação 2

Nenhum dos operadores nesse conjunto possui o mesmo número de horas voadas ou frota, o que permite perceber a diferença de resultados entre o compartilhamento proporcional ao consumo e o proporcional ao número de aeronaves.

Neste exemplo, o operador 1 possui um impacto baixo na coalizão total e, por isso, também recebe benefícios bastante reduzidos utilizando o valor de *Shapley*, quando comparado aos outros modelos proporcionais de alocação de custo. O proporcional ao consumo é ainda mais baixo que o proporcional à quantidade de aeronave, pois as horas voadas por ano por esse operador são bem menores que as das outras aeronaves na coalizão.

Novamente, o valor de *Shapley* reduz o valor apenas para o grande operador da coalizão, ao custo da elevação dos custos para todos os outros operadores. Outro fato interessante explicitado na Tabela 4 é a soma dos custos para o modelo proporcional ao número de aeronaves: o valor não soma 122, que é a quantidade total de peças no estoque compartilhado. Ao assumir que todas as aeronaves da coalizão têm o mesmo perfil operacional, é introduzido um erro que resulta em um valor total diferente do real.

### 3.3 Comparação entre Modelos – Situação 3

Os perfis adotados para essa simulação estão na Tabela 5:

Operador	Aeronaves	HV/ Ano
1	1	300
2	1	300
3	2	200
4	50	3000

Tabela 5: Simulação de perfis para a Situação 3

Os operadores 1, 2 e 3 têm poucas diferenças na operação, assim como no  $\lambda$  resultante. Porém o operador 4 tem um aumento muito significativo dessa variável, já que possui a maior frota e maior número de horas voadas ao ano. O uso de perfis tão extremos, nos quais a diferença de horas voadas e frotas são tão grandes, é simplesmente para ilustrar um fenômeno que pode acontecer em configurações que envolvam grandes/ pequenos operadores em uma coalizão. Na Tabela 6 seguem o resultados da alocação de custos para a Situação 3.

Operadores	1	2	3	4	Soma
Sem compartilhamento	1	1	1	97	100
Compartilhado (Shapley)	0,52	0,52	0,61	96,35	98
Compartilhado (Proporcional ao consumo)	0,19	0,19	0,26	97,35	98
Compartilhado (Número de aeronaves)	0,26	0,26	0,37	96,3	97,19

Tabela 6: Alocação de custos – Situação 3

Interessante notar que o modelo de compartilhamento proporcional ao consumo gerou um custo para o operador 4 ainda maior que o caso sem compartilhamento, o que eliminaria o incentivo de fazer parte desta coalizão. Isto acontece possivelmente por um efeito parecido ao demonstrado na Figura 1, pelo fato da técnica “proporcional ao consumo” utilizar o Poisson tradicional (não modificado) para cálculo dos estoques. Imagine a seguinte situação: uma coalizão A, formada por 2 aeronaves com mesmo perfil operacional, utiliza uma única peça para garantir 95,1% de disponibilidade da mesma. Nesta configuração, cada aeronave é responsável por 0,5 peça. Se a esta coalizão se juntar outra aeronave, pode haver a necessidade de comprar mais uma peça para garantir uma disponibilidade maior que 95%. Nesse caso, a nova coalizão, formada por 3 aeronaves, precisa de 2 peças (ou seja, cada aeronave paga, em média, 0,67 peça). Ou seja, a adição de aeronaves parece ter feito a coalizão menos atrativa, aumentando os custos para cada operador.

### 3.4 Comparação entre Modelos – Situação 4

No caso ilustrado na Tabela 7, existe um operador que possui a maior frota do conjunto, porém possui um perfil de horas voadas bem inferior.

Operador	Aeronaves	HV/ Ano
1	1	3000
2	2	3000
3	2	2000
4	50	450

Tabela 7: Simulação de perfis para a Situação 4

Mesmo que o operador 4 seja responsável pela maior parte dos custos, é possível perceber uma maior participação de todos os outros operadores comparando com a Situação 3, como será visto na Tabela 8:

Operadores	1	2	3	4	Soma
Sem compartilhamento	4	7	7	18	36
Compartilhado (Shapley)	2,54	4,7	4,7	16,06	28
Compartilhado (Proporcional ao consumo)	2,24	4,48	4,48	16,8	28
Compartilhado (Número de aeronaves)	1,93	3,85	3,85	18,18	27,82

Tabela 8: Alocação de custos para Situação 4

Note que, nesta situação, o modelo proporcional ao número de aeronaves resultou em um custo maior que a situação sem compartilhamento para o operador 4 (similar ao que aconteceu para o modelo proporcional ao consumo na situação 3). Esse fenômeno aconteceu pelos mesmos motivos descritos na seção anteriormente: a restrição de números inteiros da equação de Poisson, ilustrado na Figura 1.

De maneira geral, é interessante notar os ganhos marginais de operadores maiores em coalizões de compartilhamento de estoques, principalmente ao se utilizar os modelos proporcionais (ao consumo e ao número de aeronaves).

#### 4 | COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Diferentes técnicas de alocação de custos para compartilhamento de estoques foram testadas, com foco especial ao método de Shapley, baseado na teoria dos jogos cooperativos. Esta metodologia se mostrou importante para atrair grandes operadores aos programas de compartilhamento de estoques, uma vez que a alocação de custos é realizada de uma maneira mais justa e proporcional à contribuição de cada operador à coalizão. Os custos dos operadores menores aumentam um pouco em relação aos modelos proporcionais, mas ainda sim o incentivo destes em participarem de tais coalizões é muito grande (com redução de custos da ordem de 40%). De fato, a prática mostra que grandes operadores têm muito menos incentivos a participarem de programas de compartilhamentos de estoque. O uso de teoria de jogos cooperativos permite harmonizar os incentivos a essa participação.

O trabalho focou em mostrar uma maneira justa de compartilhar os estoques, dada a coalizão. Como trabalhos futuros, sugere-se estudar sob quais condições

a grande coalizão (ou seja, com todos os operadores) é formada, o que acontece quando a alocação de custos está no core do jogo cooperativo [Karsten 2010]. Para aplicações práticas do estudo ora desenvolvido, faz-se necessário também verificar a influência da adição de custos adicionais e margens de lucro, o que aumentaria o custo total da coalizão.

## REFERÊNCIAS

Berger, J. M. (2014). **MRO Market Overview & Trends**. Annual Transportation Review Board Meeting, Washington DC.

Karsten, F.J.P., Slikker M., van Houtum, G.J. (2010). **Spare parts inventory pooling games**. International Workshop on Supply Chain Models for Shared Resource Management, Brussels.

Miguel, M. I. R. (2005). **Ensino e aprendizagem do modelo de Poisson: Uma experiência com modelagem**. Doutorado em Educação matemática apresentada a Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Moreira, R. C.. (2002). **Teoria dos Jogos Cooperativos: Conceitos Fundamentais**. In: Anais do XXXIV SBPO, Rio de Janeiro, SOBRAPO.

Moreira, R. C., Luna, H. P. L., Guedes, P. G. S. (2002). **Um estudo comparativo entre a teoria dos jogos cooperativos e uma heurística aplicada a um problema real de alocação de custos**. *Pesquisa operacional*, vol. 22, nº1.

Shoham, Y., Leyton-Brown, K. (2009). **Multiagent Systems: Algorithmic, Game-Theoretic and Logical Foundations**. Cambridge University Press. ISBN-13: 9780521899437

Weisstein, E. W. (2015). **Gama Function, MathWorld--A Wolfram Web Resource**. <http://mathworld.wolfram.com/GamaFunction.html>. Acessado: 20-de dezembro de 2015.

## BIASED RANDOM-KEY GENETIC ALGORITHM ACCORDING TO LEVY DISTRIBUTION FOR GLOBAL OPTIMIZATION

**Mariana Alves Moura**

Universidade Federal de Pernambuco  
Recife – Brasil

**Ricardo Martins de Abreu Silva**

Universidade Federal de Pernambuco  
Recife – Brasil

**ABSTRACT:** Biased Random-Key Genetic Algorithm (BRKGA) is an evolutionary metaheuristic that consists of representing solutions of a problem as real-key vectors defined by randomly generated values in the continuous interval  $[0,1)$  and uses a deterministic decoder to map these vectors into feasible solutions to the problem. In this work, an improvement to the algorithm was proposed from the use of the Levy distribution to generate its random keys and the addition of a local search procedure. The new approach was validated using a set of global continuous optimization benchmark functions widely used in the literature, whose global minimum values are known. The results obtained by the new approach was quite competitive in relation to the literature, both in terms of quality and performance.

**KEYWORDS:** Global Optimization. Genetic Algorithms. Levy Distribution.

**RESUMO:** O Algoritmo Genético de Chaves Aleatórias Viciadas, do inglês Biased Random-Key Genetic Algorithm (BRKGA) é uma metaheurística evolucionária que consiste em representar soluções de um problema como vetores reais definidos por valores gerados aleatoriamente no intervalo contínuo  $[0,1)$  e usa um decodificador determinístico para mapear esses vetores em soluções viáveis para o problema. Neste trabalho, uma melhoria para o algoritmo foi proposta a partir do uso da distribuição de Levy para gerar suas chaves aleatórias e da adição de um procedimento de busca local. A nova abordagem foi validada utilizando um conjunto de funções de benchmark de otimização global contínua amplamente utilizadas na literatura, cujos valores mínimos globais são conhecidos. Os resultados obtidos pela nova abordagem foram bastante competitivos em relação à literatura, tanto em termos de qualidade quanto em desempenho.

**PALAVRAS-CHAVE:** Otimização Global. Algoritmos Genéticos. Distribuição de Levy.

### 1 | INTRODUCTION

Many real problems can be mathematically modeled, always raising the interest of researchers in developing efficient software solutions to solve them.

A very common subclass of problems, which occurs for example in many practical engineering applications and generally generate rather difficult to solve modeling, are the problems in which the system to solve it must meet certain criteria, usually subject to limited resources.

The values given to these resources are called **optimization variables**. When the performance or cost of the system is described as a non-convex mathematical function that has more than one local optimum value, the problem of writing algorithms that can find the best among the local optimum values (or global optimum) is known as **global optimization problem**.

The objective of global optimization is to find the optimum (maximum or minimum) value of a mathematical function named **Objective Function**. An objective function can be defined as  $f : S \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  subject to certain constraints, where represents the set of feasible points in the search space (JAMIL & YANG, 2013). When a problem is restricted only to the upper and lower bounds of its variables, we can call it **global optimization problem with box constraints**. These problems can be formally defined as:

$$\min/\max f(x) \tag{1}$$

subject to

$$l_i \leq x_i \leq u_i, \quad i = 1, \dots, n \tag{2}$$

where  $x$  is the vector of decision variables,  $l_i$  and  $u_i$  represent the lower and upper bounds of each decision variable .

Several techniques are proposed in the literature to try to solve this type of problem. Many of them seek to always find the optimal solution, such as the dynamic programming (BELLMAN, 2013) and branch and bound (LAWLER & WOOD, 1966), but they are limited to small and less complex problems. Other techniques are based on approximate methods, whose objective is to find good results that approach the optimum, but do not guarantee optimality. Another alternative that has been widely used in the area of optimization is heuristics and metaheuristics, which try to find quality solutions guided by some idea, in a good or acceptable computational time. Among the latter, we can cite a few examples, such as Simulated Annealing (KIRKPATRICK et al., 1983), GRASP (FEO & RESENDE, 1995) and Genetic Algorithms (GOLDBERG, 2006).

In this work we will use a variation of the Genetic Algorithm, called Biased Random-Key Genetic Algorithm (BRKGA), proposed by Gonçalves & Resende (2011) for which a modification will be introduced in the random key generator, from the use of the Levy distribution.

## 2 | BIASED RANDOM-KEY GENETIC ALGORITHM

BRKGA is a metaheuristic proposed by Gonçalves & Resende (2011) as a variant of Random Key Genetic Algorithm (RKGA), described by Bean, (1994), which consists of representing solutions as a vector of  $n$  random keys in which each key is a real number defined by a randomly generated value in the continuous interval  $[0,1)$  and uses a deterministic decoder that maps this vectors of random keys in solutions of the optimization problem.

The main difference between the RKGA and the BRKGA is in the selection of the parents for the crossover. While in RKGA the two parents are randomly selected from the entire population  $p$ , in BRKGA one parent is always selected from the elite set ( $p_e$ ) while the other parent is selected from the non-elite set ( $p-p_e$ ), or in some cases, of the entire population. The repetition of a parent in the selection for the crossover is allowed, so an individual can produce more than one offspring. Since  $p_e < p/2$  is required, the probability of an elite individual being selected for mating is  $(1/p_e)$  greater than that of a non-elitist individual  $(1/p-p_e)$  and therefore, elite individuals are more likely to pass on their characteristics to later generations.

BRKGA, like the RKGA, uses the uniformly parameterized crossing method of Spears & De Jong (1995). Thus, as in BRKGA one parent ( $\alpha$ ) is always selected from the elite set, and knowing that the probability of each parent gene  $a$  to be transmitted to the offspring is given by the parameter  $p_a > 1/2$ , the offspring will always be more likely to inherit the genes of the elitist parent, while in RKGA this is not a rule.

BRKGA is based on a metaheuristic framework for general purposes, in which there is a clear division between a dependent part and a non-dependent part of the problem. In this framework, the independent part of the algorithm has no knowledge about the problem to be solved, being limited to perform a search in the domain of the random keys. The BRKGA connection to the problem is made by the dependent part of the algorithm, in which a decoder produces the solutions to the problem from the random keys and calculates the suitability of these solutions. Thus, to specify a BRKGA heuristic for a given problem it is only necessary to define the representation of the chromosome and the decoder.

## 3 | USING LEVY DISTRIBUTION ON BRKGA RANDOM-KEY GENERATOR

Levy distribution has properties that allow it several possibilities of symmetry and kurtosis, making it adaptable to different kinds of problems from the configuration of its four parameters described below:

- The parameter  $\alpha$ , called law index, stability index or yet characteristic exponent and varies between 0 and 2. Different values of the parameter can represent different distributions, as can be seen in Figure 1 from the left. For example, when  $\alpha = 2$ , a distribution takes the form of a Gaussian and when

$\alpha = 1$ , its form corresponds to the Cauchy distribution.

- The parameter  $\beta$ , called the law asymmetry and varies between -1 and 1. When  $\beta = 0$ , the distribution is symmetric, if  $\beta > 0$  is asymmetric to the right, and if  $\beta < 0$  is asymmetric to the left. This modification can be verified graphically in Figure 1 from the right.
- The parameter  $\gamma$  or  $c$ , known as the scale parameter, can be any positive number and determines the spread of the distribution.
- The parameter  $\delta$  or  $\mu$  called the location parameter, and translates the distribution to the right if  $\delta > 0$ , and to the left if  $\delta < 0$ .
- 

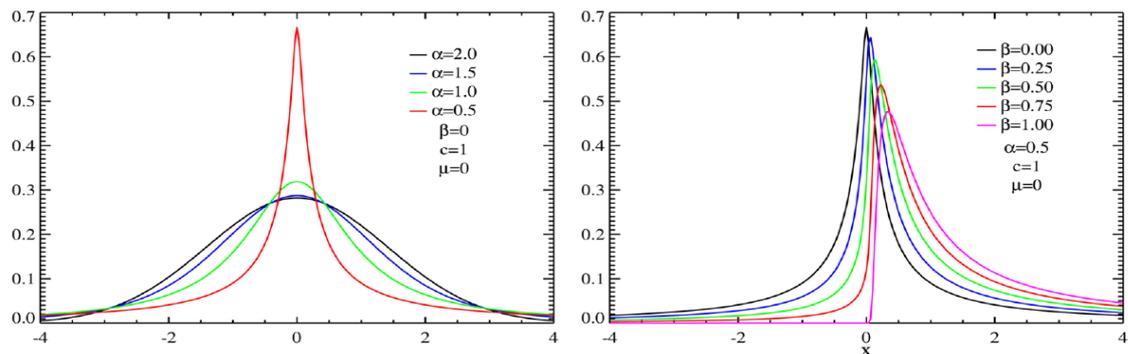


Figure 1: Variation of parameters  $\alpha$  (to the left) and  $\beta$  (to the right) in Levy distribution.

The main motivation for choosing this distribution was its applicability in other works of the global optimization area, such as Lee & Yao (2004), Yang & Deb (2009), Yang & Deb (2010), Gandomi et al. (2013) and Yang & Deb (2014), among others, which propose search methods nature-inspired, simulating behaviors that follow properties of this distribution and presenting very promising results. Based on this observation and the study of the distribution, our hypothesis is that the main contribution to the good results of these methods is actually the use of Levy distribution.

Therefore, in this this work was developed and evaluated a variant of BRKGA that uses the Levy distribution to generate its random keys. It was verified if the replacing of uniform distribution by Levy distribution could improve the results of the algorithm applied to global optimization problems subject to box constraints.

## 4 | METHODOLOGY

This work was composed of 3 phases of development and 3 phases of experimental analysis that are described below.

### 4.1 Development

In the first phase of development a BRKGA Application Programming Interface (API) was developed in Python, based on the work previously proposed by Toso & Resende (2015).

In the second phase a version of the API was developed including a local search

procedure for optimization problems in continuous spaces based on Hirsch et al. (2010) and Silva et al. (2013a), where the search space is discretized by transforming it into a grid using a discretization parameter  $h$  and the neighborhood of a specific solution  $x$  are the projections of the other grid points on a circumference with center in  $x$  and radius  $h$ .

In the third phase, a study was performed with the Levy distribution and the insertion of this distribution into BRKGA as a method used to generate the random keys of the algorithm. This modification was inserted in the traditional version and version with local search. For the development of this phase, we used Levy's variable-generator module *levy\_stable.rvs*, which is available in the Python Scipy library, and it is only necessary to develop mechanisms for results to be generated within the upper and lower bounds of the decision variables. For this, the module operation was used in all the necessary situations.

Thus, we have four versions of the API, which will be named in this work as:

- **BRKGA1**: traditional BRKGA version, without local search and no Levy distribution;
- **BRKGA2**: version of BRKGA without local search but using Levy distribution;
- **BRKGA3**: version of BRKGA with local search and without Levy distribution;
- **BRKGA4**: version of BRKGA with local search and with Levy distribution.

An important modification that has also been made in the versions that use Levy distribution is in the space in which the random keys are generated. In traditional BRKGA we use the interval  $[0,1)$  to later transform into the solution by decoder. In Levy versions these keys are generated in a user-defined interval, which can be used, including the range of variables of the problem. Thus, the new version of the algorithm supports using Levy numbers directly as solution variables.

## 4.2 Experimental analysis

The first phase of the experimental analysis was characterized by the automatic tuning of the Levy distribution parameters for each function used in the experiments and also the tuning of the parameters of the four versions of the BRKGA using the *irace* library available on CRAN (Comprehensive R Archive Network).

An important observation perceived in this first phase was that the parameters of the distribution varied greatly for each function. From this information we can say that the choice of the parameters of the Levy distribution is very sensitive to the problem that will be solved, becoming a decisive factor for obtaining good results and performances by the algorithms.

The second phase corresponded to the comparison between the four BRKGA approaches to determine whether significant improvements have been achieved in

relation to the traditional approach.

In the third phase, the best of the BRKGA versions was compared with an implementation of the C-GRASP algorithm proposed in Hirsch et al. (2007) and Hirsch et al. (2010) which is also applied to continuous global optimization problems and uses a local search procedure similar to what was inserted in BRKGA.

For the accomplishment of the experiments were used 27 global optimization benchmark functions widely used in the literature, available in Jamil & Yang (2013) and Hirsch et al. (2010), whose best solutions and objective function values are known. Each function was run 30 times for each algorithm, using the settings obtained by *irace* execution.

The optimality gap between the results and the known optimal values of the functions was defined by the function  $GAP = |f(x) - f(x^*)|$ , where  $x$  is the best current solution found by heuristics and  $x^*$  is the known global minimum vector-solution.

As a quality stop criterion, we consider that a heuristic solved a certain problem when

$$GAP \leq \begin{cases} \epsilon, & \text{if } f(x^*) = 0 \\ \epsilon \cdot f(x^*), & \text{if } f(x^*) \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

where  $\epsilon = 0.001$ , as well as in Hirsch et al. (2010).

At the end, the mean (**Med**) value of the results of the functions and computational times was calculated, as well as the minimum (**Min**), maximum (**Max**), standard deviation (**S.D.**) and percentage of iterations that reached the quality stop criterion (**%QUAL**).

All experiments were run on an Ubuntu 14.04.5 LTS server with an Intel Xeon E5-2603 v3 processor, with 1.60GHz and 12 cores, 2TB HD and 32GB RAM.

## 5 | RESULTS AND DISCUSSION

### 5.1 Comparison between BRKGA approaches

For the analysis of the results, the functions were divided into groups according to their size and modality characteristics.

In terms of size, the functions were divided into small (2 decision variables), medium (4 decision variables) and large (10 decision variables).

Regarding the modality, we divide the functions into unimodal and multimodal. A function whose landscape has a single peak, that is, determining a single global optimum value, there being no other local optimum, it is called **unimodal function**. When a function has multiple peaks, it means that it has more than one local optimal value, which does not correspond to the global optimum. This type of function is called **multimodal function**.

Therefore, 6 groups were created:

- **Group 1:** Functions with 2 decision variables and unimodal;
- **Group 2:** Functions with 2 decision variables and multimodal;
- **Group 3:** Functions with 4 decision variables and unimodal;
- **Group 4:** Functions with 4 decision variables and multimodal;
- **Group 5:** Functions with 10 decision variables and unimodal;
- **Group 6:** Functions with 10 decision variables and multimodal.

The results of the analysis are summarized in Table 1.

Function Groups	GAP	Approaches			
		BRKGA1	BRKGA2	BRKGA3	BRKGA4
<b>Group 1 (n = 2)</b> <b>UNIMODALS</b>	Min	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
	Max	4.00206	0.00194	8.94870	0.00027
	Mean	0.40105	0.00058	0.89487	0.00004
	S.D.	1.20034	0.00053	2.99144	0.01653
	%QUAL	82.67	94.67	90.00	<b>100.00</b>
<b>Group 2 (n=2)</b> <b>MULTIMODALS</b>	Min	0.00018	0.00000	0.00000	0.00000
	Max	1.05594	1.04077	1.00001	0.00195
	Mean	0.08587	0.08317	0.12606	0.00024
	S.D.	0.27043	0.26687	1.00001	0.04413
	%QUAL	71.67	84.05	81.19	<b>100.00</b>
<b>Group 3 (n = 4)</b> <b>UNIMODALS</b>	Min	0.00071	0.00059	0.00004	0.00003
	Max	20.08117	0.56966	100.75711	0.00106
	Mean	2.62142	0.08015	12.59490	0.00042
	S.D.	6.60228	0.18564	10.03778	0.03251
	%QUAL	30.42	58.33	87.50	<b>98.33</b>
<b>Group 4 (n=4)</b> <b>MULTIMODALS</b>	Min	0.00059	0.00000	0.00002	0.00000
	Max	0.39462	0.05113	351.01688	0.00182
	Mean	0.10504	0.01101	31.91171	0.00063
	S.D.	0.13552	0.01714	18.73544	0.04266
	%QUAL	52.73	84.24	90.61	<b>100.00</b>
<b>Group 5 (n = 10)</b> <b>UNIMODALS</b>	Min	0.01498	0.00083	0.00012	0.00033
	Max	3.95e+12	4.46e+11	1.61e+10	5.52e+09
	Mean	5.65e+11	6.38e+10	2.3e+09	7.89e+08
	S.D.	1.38e+12	1.56e+11	1.27e+05	7.43e+04
	%QUAL	1.90	21.43	57.14	<b>71.43</b>
<b>Group 6 (n = 10)</b> <b>MULTIMODALS</b>	Min	0.00386	0.00013	0.00014	0.00062
	Max	1302.18217	24.96266	1.49e+06	21.25683
	Mean	236.95022	4.16527	2.49e+05	3.55018
	S.D.	478.29324	9.30088	1222.40893	4.61051
	%QUAL	12.22	<b>76.67</b>	65.00	70.00

Table 1: Comparison between BRKGA approaches.

As can be seen, the BRKGA4 version, which uses both the local search procedure and the Levy distribution in the generation of random keys, overcame the other versions in almost all executions, except in the execution of the larger multimodal functions (10 variables), in the which BRKGA2 version stood out. The traditional version, which

does not present local search nor distribution of Levy presented the worst results in all groups of this analysis.

Another important observation in the results is the relevance of Levy's contribution to the algorithms. Of the two versions without local search, the version that uses the distribution has surpassed the traditional version. This has also occurred among versions that implement local search. It is also important to note that for some functions, the version that uses only the Levy distribution, without local search (BRKGA2) was able to overcome the version that only has local search (BRKGA3).

### 5.1.1 Performance and convergence

To analyze the performance and convergence of the BRKGA approaches, *tttPlots* graphs were used, some of which were attached in this section, as well as the computational times of the algorithm executions as support.

The *tttPlots* technique (Ribeiro & Rosseti, 2015) uses the computational times of the sample to generate and display the probability of finding the optimal or near optimal value at a given execution time.

To demonstrate this analysis, the graphs of a function of each of the groups defined in the section above were selected for each BRKGA version studied in this work.

The graphs can be analyzed in Figures 2, 3 and 4.

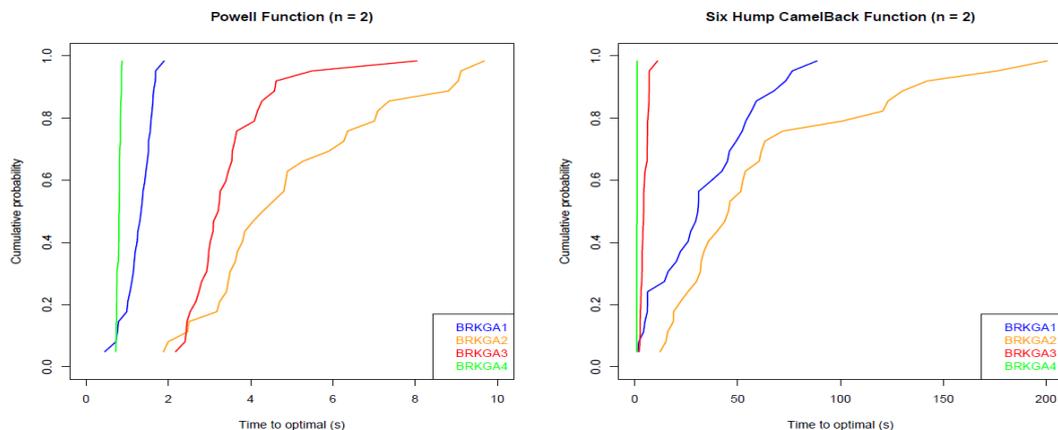


Figure 2: Examples of time to target plots to compare the BRKGA variants in small functions.

Figure 2: Examples of *tttPlots* to compare the BRKGA variants in small functions.

From the analysis of results and possible information that the BRKGA4 version is also the most important in terms of performance and convergence in most of the functions tested, obtaining a significant difference in relation to others.

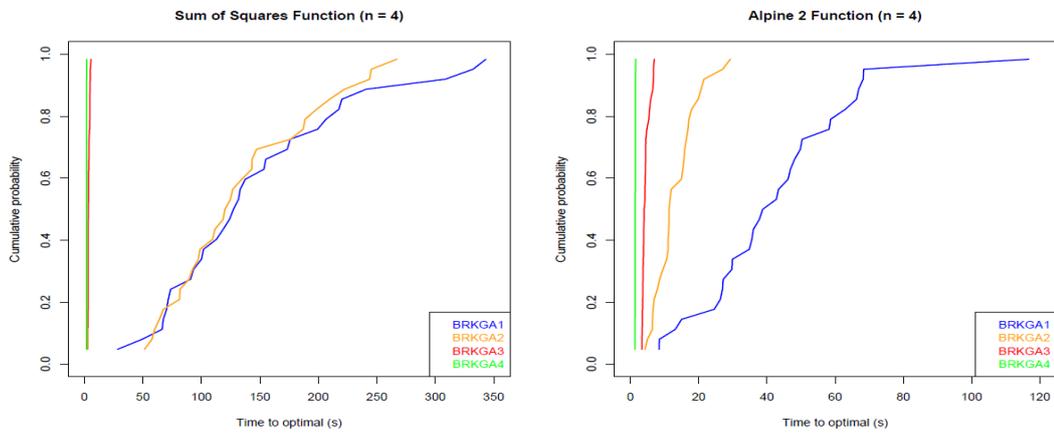


Figure 3: Examples of time to target plots to compare the BRKGA variants in median functions.

Figure 3: Examples of *tttPlots* to compare the BRKGA variants in median functions.

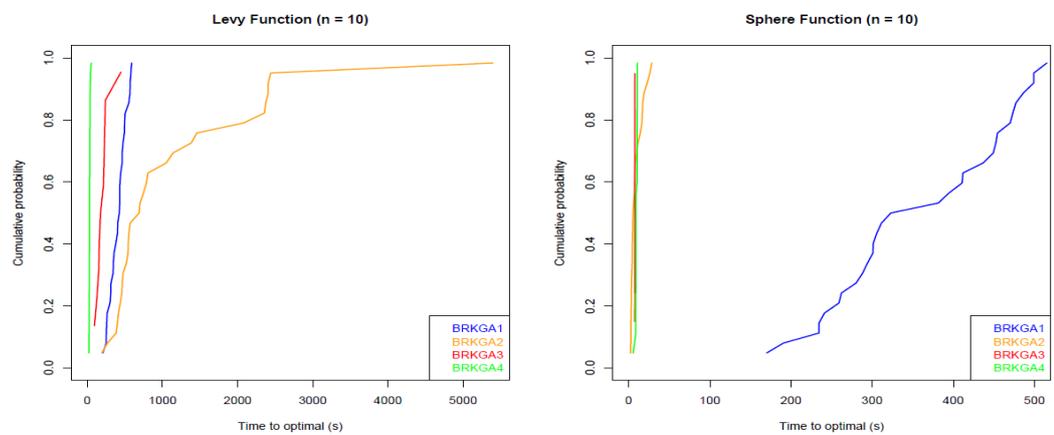


Figure 4: Examples of time to target plots to compare the BRKGA variants in big functions.

Figure 4: Examples of *tttPlots* to compare the BRKGA variants in large functions.

## 5.2 Comparison with the Continuous-GRASP algorithm

The second phase of the experiments consisted of comparing the BRKGA version that presented the best results in the previous section, with another technique from the literature, the Continuous GRASP or just C-GRASP.

This algorithm was initially proposed by Hirsch et al. (2007) and later improved in Hirsch et al. (2010). In this work, the implementation of this metaheuristic was used by Silva et al. (2017), which used Python embedded in C++ to implement the C-GRASP library proposed in Silva et al. (2013b), that proposes the use of C-embedded Python.

The parameters used to run the C-GRASP were adjusted according to the settings suggested in Hirsch et al. (2010).

We selected 10 functions for this analysis, for which the BRKGA4 achieved good results, achieving the quality stop criterion in 100% of executions. On the other hand, the C-GRASP, although it also presented good results, only in 50% of the analyzed functions the quality criterion was reached in the 30 executions. The results can be

analyzed Table 2.

### 5.2.1 Performance and convergence

As in the analysis of the BRKGA approaches, we used *tttPlots* graphs together with the results of the computational times as support to compare the performance and convergence between the BRKGA4 and C-GRASP techniques in the functions experienced.

To exemplify the analysis performed, 3 functions of different sizes were chosen from the 10 tested. The *tttPlots* for these functions can be seen in Figure 5 (a), (b) and (c).

After analyzing the graphs and tables, we could verify that BRKGA4 was able to overcome C-GRASP in almost all functions in terms of performance and convergence, falling behind in only 3 of the 10 functions tested. Another interesting observation was that in the 4 largest functions tested, BRKGA4 stood out.

## 6 | CONCLUSION AND FUTURE WORK

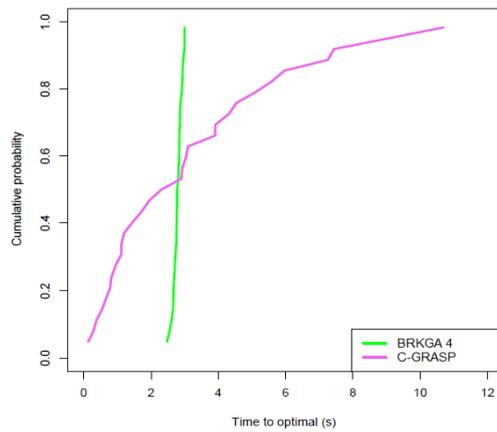
The purpose of this work was to propose a variation of the BRKGA framework, which consisted of changing its random number generator so that the random keys of the algorithm were generated using the Levy distribution. With the variations developed, four versions of BRKGA were generated so that the relevance of each change could be evaluated.

The algorithms were validated using 27 global optimization benchmark functions, widely used in the research area literature. The developed BRKGA approaches were compared with each other and also with the C-GRASP metaheuristic.

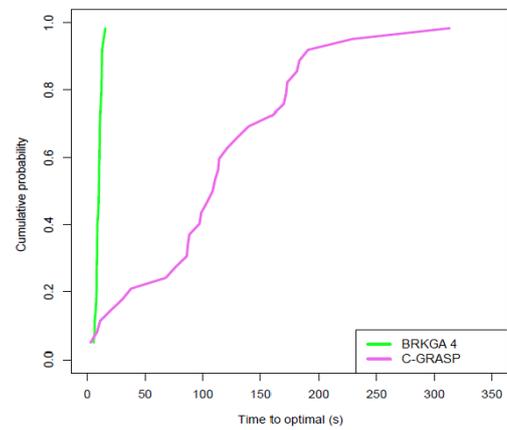
Table 2: Comparison between BRKGA4 and C-GRASP.

Function	n	Results	Approachs	
			C-GRASP	BRKGA4
Bohachevsky	2	Min	0.00003	0.00000
		Max	0.00093	0.00029
		Med	0.00047	0.00010
		S.D.	0.00029	0.00010
		%Qual	<b>100.00</b>	<b>100.00</b>
Booth	2	Min	0.00000	0.00000
		Max	0.00071	0.00001
		Med	0.00025	0.00000
		S.D.	0.00019	0.00000
		%QUAL	<b>100.00</b>	<b>100.00</b>
Branin	2	Min	0.39789	0.39789
		Max	0.39826	0.39789
		Med	0.39801	0.39789
		S.D.	0.00011	0.0000
		%QUAL	<b>100.00</b>	<b>100.00</b>
Colville	4	Min	0.00045	0.00015
		Max	0.00245	0.00100
		Med	0.00105	0.00059
		S.D.	0.00044	0.00020
		%QUAL	43.33	<b>100.00</b>
Perm0	4	Min	0.00007	0.00013
		Max	0.00100	0.00096
		Med	0.00049	0.00043
		S.D.	0.00028	0.00024
		%QUAL	<b>100.00</b>	<b>100.00</b>
Powersum	4	Min	0.00006	0.00011
		Max	0.00095	0.00097
		Med	0.00057	0.00062
		S.D.	0.00022	0.00022
		%QUAL	<b>100.00</b>	<b>100.00</b>
Rastrigin	10	Min	0.15991	0.00061
		Max	0.45480	0.00099
		Med	0.34767	0.00087
		S.D.	0.00010	0.00010
		%QUAL	0.00	<b>100.00</b>
Sum of Squares	10	Min	0.00351	0.00052
		Max	0.00924	0.00096
		Med	0.00605	0.00077
		S.D.	0.00136	0.00013
		%QUAL	0.00	<b>100.00</b>
Trid	10	Min	-124.66656	-209.97797
		Max	-124.66580	-209.79125
		Med	-124.66630	-209.81793
		S.D.	0.00015	0.04203
		%QUAL	0.00	<b>100.00</b>
Zakharov	10	Min	0.00085	0.00041
		Max	0.00370	0.00099
		Med	0.00263	0.00075
		S.D.	0.00059	0.00015
		%QUAL	3.33	<b>100.00</b>

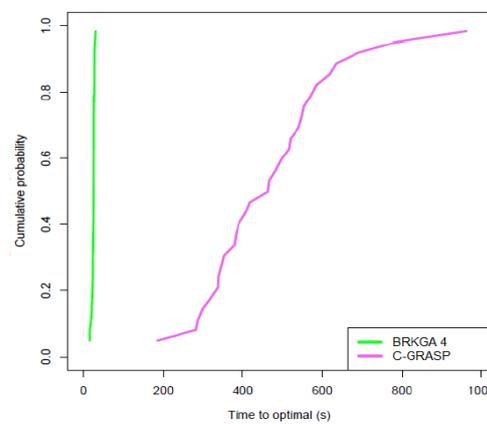
Table 2: Comparison between BRKGA4 and C-GRASP.



(a) Example of time to target plot to compare the BRKGA4 and C-GRASP algorithms in a small function (Bohachevsky Function, with  $n=2$ ).



(b) Example of time to target plot to compare the BRKGA4 and C-GRASP algorithms in a median function (Colville Function, with  $n=4$ ).



(c) Example of time to target plot to compare the BRKGA4 and C-GRASP algorithms in a small function (Zakharov Function, with  $n=10$ ).

Figure 5: Example of tttPlots to compare the BRKGA4 and C-GRASP.

After the analysis of the experiments, we could conclude that the Levy distribution brought significant improvements for BRKGA in relation to the original version and even when applied to the version with local search, which already surpassed the original version. The modifications introduced significant improvements for the convergence of the algorithm to the global minimums, as well as for its performance.

Finally, a comparison of the best version of BRKGA with a metaheuristic selected from the literature, C-GRASP, was carried out in order to evaluate the relevance of this work to the area of global optimization research. As we observed in the experiments, BRKGA4 achieved results equal to or better than those of C-GRASP, both in quality and performance, validating the technique proposed in this work.

Future work includes:

- The use of the method on other kinds of problems for which BRKGA can also be applied;
- The implementation of improvements in local search, in order to further im-

prove the convergence and performance of the tool;

- Extend the use of the Levy distribution to the BRKGA API in C++ in order to get better performance.

## REFERENCES

BEAN, James C. Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization. **ORSA journal on computing**, v. 6, n. 2, p. 154-160, 1994.

BELLMAN, Richard. **Dynamic programming**. Courier Corporation, 2013.

FEO, Thomas A.; RESENDE, Mauricio GC. Greedy randomized adaptive search procedures. **Journal of global optimization**, v. 6, n. 2, p. 109-133, 1995.

GANDOMI, Amir Hossein; YANG, Xin-She; ALAVI, Amir Hossein. Cuckoo search algorithm: a metaheuristic approach to solve structural optimization problems. **Engineering with computers**, v. 29, n. 1, p. 17-35, 2013.

GOLDBERG, David E. **Genetic algorithms**. Pearson Education India, 2006.

GONÇALVES, José Fernando; RESENDE, Mauricio GC. Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization. **Journal of Heuristics**, v. 17, n. 5, p. 487-525, 2011.

HIRSCH, Michael J. et al. Global optimization by continuous grasp. **Optimization Letters**, v. 1, n. 2, p. 201-212, 2007.

HIRSCH, Michael J.; PARDALOS, Panos M.; RESENDE, Mauricio GC. Speeding up continuous GRASP. **European Journal of Operational Research**, v. 205, n. 3, p. 507-521, 2010.

JAMIL, Momin; YANG, Xin-She. A literature survey of benchmark functions for global optimization problems. **arXiv preprint arXiv:1308.4008**, 2013.

KIRKPATRICK, Scott; GELATT, C. Daniel; VECCHI, Mario P. Optimization by simulated annealing. **science**, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.

LAWLER, Eugene L.; WOOD, David E. Branch-and-bound methods: A survey. **Operations research**, v. 14, n. 4, p. 699-719, 1966.

LEE, Chang-Yong; YAO, Xin. Evolutionary programming using mutations based on the Lévy probability distribution. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 8, n. 1, p. 1-13, 2004.

RIBEIRO, Celso C.; ROSSETI, Isabel. tttplots-compare: A perl program to compare time-to-target plots or general runtime distributions of randomized algorithms. **Optimization Letters**, v. 9, n. 3, p. 601-614, 2015.

SILVA, Ricardo MA, et al. Generalized grasp for mixed-integer nonlinear optimization. In: **Proceedings of the 12th Metaheuristics International Conference**. 2017. p. 496–504.

SILVA, Ricardo MA et al. Biased random-key genetic algorithm for nonlinearly-constrained global optimization. In: **IEEE Congress on Evolutionary Computation**. 2013. p. 2201-2206.

SILVA, Ricardo MA et al. A Python/C library for bound-constrained global optimization with continuous GRASP. **Optimization Letters**, v. 7, n. 5, p. 967-984, 2013.

SPEARS, William M.; DE JONG, Kenneth D. **On the virtues of parameterized uniform crossover**. NAVAL RESEARCH LAB WASHINGTON DC, 1995.

TOSO, Rodrigo F.; RESENDE, Mauricio GC. A C++ application programming interface for biased random-key genetic algorithms. **Optimization Methods and Software**, v. 30, n. 1, p. 81-93, 2015.

YANG, Xin-She; DEB, Suash. Cuckoo search via Lévy flights. In: **Nature & Biologically Inspired Computing, 2009. NaBIC 2009. World Congress on**. IEEE, 2009. p. 210-214.

YANG, Xin-She; DEB, Suash. Engineering optimisation by cuckoo search. **arXiv preprint arXiv:1005.2908**, 2010.

YANG, Xin-She; DEB, Suash. Cuckoo search: recent advances and applications. **Neural Computing and Applications**, v. 24, n. 1, p. 169-174, 2014.

## AVALIAÇÃO MULTICRITÉRIO DA QUALIDADE DA INFORMAÇÃO CONTÁBIL

### Alini da Silva

Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis, Universidade Regional de Blumenau – FURB, Blumenau, Santa Catarina  
alinicont@gmail.com

### Nelson Hein

Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis, Universidade Regional de Blumenau – FURB, Blumenau, Santa Catarina  
hein@furb.br

### Adriana Kroenke

Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis, Universidade Regional de Blumenau – FURB, Blumenau, Santa Catarina  
akroenke@furb.br

**RESUMO:** A pesquisa determinou o ranking das empresas brasileiras de acordo com a qualidade da informação contábil. Este *ranking* foi realizado com base em informações de gerenciamento de resultados, conservadorismo e relevância contábil de 84 empresas, no período de 2010 a 2015 aplicando o método VIKOR e regressão linear múltipla. Os resultados evidenciaram que as empresas, apresentaram gerenciamento para aumentar e diminuir os lucros e níveis elevados de relevância da informação contábil, também se observou que a maioria das empresas não revelou o conservadorismo contábil como uma prática. Dentre as empresas que apresentaram

maior qualidade da informação contábil, de acordo com o *ranking*, foram Odontoprev, Sabesp, Gp Invest, Cesp, Marfrig, Iguatemi, Energias BR, Sid Nacional, Inds Romi e Eternit. Estas empresas evidenciam, dentre as demais, menores níveis de gerenciamento de resultados e maior nível de conservadorismo e relevância da informação, o que revela maior qualidade em suas informações.

**PALAVRAS-CHAVE:** Qualidade da Informação Contábil; Ranking; Empresas Brasileiras

**ABSTRACT:** The research determined the ranking of Brazilian companies according to the quality of the accounting information. This ranking was based on information on results management, conservatism and accounting relevance of 84 companies in the period from 2010 to 2015 applying the VIKOR method and multiple linear regression. The results showed that companies presented management to increase and decrease profits and high levels of relevance of accounting information, it was also observed that most companies did not reveal accounting conservatism as a practice. Among the companies that presented the highest quality of accounting information, according to the ranking were Odontoprev, Sabesp, Gp Invest, Cesp, Marfrig, Iguatemi, Energias BR, Sid Nacional, Inds Romi and Eternit. These companies show, among others, lower levels of

results management and a higher level of conservatism and information relevance, which reveals higher quality information.

**KEYWORDS:** Quality of Accounting Information; Ranking; Brazilian Companies

## 1 | INTRODUÇÃO

A contabilidade sob a perspectiva da Teoria Positiva da Agência é considerada como um mecanismo que auxilia a redução de conflitos entre agentes e principais. As informações contábeis possuem efeito sobre os usuários, visto que diminui a assimetria informacional e custos de agência, influenciando as decisões de usuários em relação à alocação de recursos, funcionamento dos mercados e eficiência econômica da empresa. É importante que as informações sejam de qualidade, pela influência que possuem no funcionamento do mercado, sem sofrer gerenciamento de acordo com os interesses oportunistas de gestores empresariais. Usuários de informações contábeis necessitam de dados atualizados e reais para julgar o desempenho da empresa e do gestor empresarial, monitorando, elaborando, executando ou extinguindo contratos (PAULO et al., 2013).

Devido a fraudes contábeis, a informação contábil recebeu considerável atenção de órgãos reguladores, acadêmicos e profissionais, investigando-se a assimetria de informação entre os usuários e gestores empresariais. Em relações de agência, gestores são considerados como agentes e usuários da informação como principais. Desta forma, há acompanhamento das atividades empresariais para a publicação de informações contábeis transparentes e confiáveis (DAI; KONG; WANG, 2013).

Neste contexto, o principal objetivo da contabilidade é proporcionar e garantir a qualidade dos dados. A qualidade das informações beneficia as organizações, por assegurar e melhorar os sistemas de contabilidade e a qualidade dos dados (XU, 2000).

Características das informações podem ser avaliadas a fim de identificar propriedades influenciadoras da qualidade de dados contábeis, auxiliando na diminuição da assimetria informacional e custos de monitoramento das empresas. Deste modo, um dos fatores que pode intervir na diminuição da assimetria informacional é a qualidade da informação contábil, visto que apresenta implicações no processo de avaliação de desempenho e relações contratuais com agentes econômicos. A redução da assimetria favorece também a diminuição da incerteza de agentes para a tomada de decisão, possibilitando maior eficiência econômica (PAULO et al., 2013).

Leuz (2003) destaca que a qualidade da contabilidade reflete a realidade organizacional aos usuários externos (principais) na relação de agência com a empresa. Portanto, a qualidade de informações contábeis assegura aos investidores e acionistas o real desempenho da empresa e auxilia no aumento da simetria informacional. Neste contexto, depreende-se que a qualidade da informação contábil é determinante para a redução da assimetria da informação entre agentes e principais nas organizações.

Por tal motivo, torna-se oportuno o reconhecimento das empresas brasileiras que apresentam qualidade da informação contábil, sendo que a presente pesquisa apresenta como problema de pesquisa: qual é o *ranking* de qualidade da informação contábil de empresas brasileiras? A fim de auxiliar na resolução deste problema, tem-se como objetivo determinar o *ranking* das empresas brasileiras de acordo com a qualidade da informação contábil.

Dechow, Ge e Schrand (2010) afirmam que, dentre as medidas para avaliar a qualidade da informação contábil abordadas na literatura, não se pode julgar uma como a melhor, visto que apontam diferentes análises sobre informações contábeis. A falta de qualidade em algum atributo contábil, não significa que os dados não estão corretos, mas sim, que aquela propriedade não é tão precisa quanto o necessário (ALPAR; WINKELSTRÄTER, 2014). Deste modo, o atual estudo supre esta lacuna, uma vez que analisa a qualidade da informação contábil de acordo com mais de uma medida, tais como gerenciamento de resultados, relevância da informação contábil e conservadorismo contábil. Ainda, apresenta-se um *ranking* de empresas brasileiras listadas em bolsa, o que favorece maior transparência aos usuários da informação contábil, principalmente aos investidores, uma vez que poderão conhecer as empresas que possuem maior qualidade em suas demonstrações.

Ainda, neste estudo, tem-se como objetivo específico analisar a relação entre conservadorismo e relevância da informação contábil, com o nível de gerenciamento de resultados. Segundo Lopes (2009) e Almeida (2010) é necessária a análise da relação entre as medidas de informação contábil e não somente analisá-las de forma isolada.

O lucro contábil, de acordo com Almeida (2010), é uma das *proxys* da literatura mais analisada para detectar a qualidade da informação contábil, visto a subjetividade conferida ao se elaborar o resultado do exercício de empresas, devido às políticas contábeis, estimativas e julgamento, sendo que o mesmo pode sofrer gerenciamento. Segundo o autor, deve-se investigar como as medidas de qualidade das informações contábeis, como conservadorismo, gerenciamento de resultado e relevância, são interligadas e como se relacionam. Por tal motivo, supre-se esta lacuna apresentando as empresas que possuem maior nível de qualidade da informação e como as medidas de qualidade se relacionam.

Apresentam-se nas próximas seções a revisão da literatura a cerca da qualidade da informação contábil e suas medidas de análise, em seguida são observados os procedimentos metodológicos, com a descrição de amostra, período, procedimentos para a coleta e análise de dados. No tópico de descrição e análise dos resultados demonstram-se os principais achados, fazendo-se contraponto com a literatura, e por fim, são apresentadas as considerações finais, bem como referências.

## 2 | QUALIDADE DA INFORMAÇÃO CONTÁBIL E MEDIDAS DE ANÁLISE

A contabilidade possui como um de seus objetivos, divulgar informações úteis sobre a entidade aos diversos usuários, em especial aos usuários externos, que obterão informações ainda não conhecidas, em comparação com o público interno. Os usuários da informação contábil necessitam de informações para julgar o desempenho do gestor empresarial e da empresa, bem como monitorar a elaboração e execução de contratos. Dessa forma, a informação contábil necessita ser de qualidade, a fim de reportar informações confiáveis aos usuários (PAULO, 2007).

As informações contábeis devem possuir características qualitativas (propriedades da informação) a fim de torná-las úteis aos usuários, como: relevância (HENDRIKSEN; VAN BREDA, 1999; CPC 00), comparabilidade (HENDRIKSEN; VAN BREDA 1999; FRAMEWORK IFRS; CPC 00), confiabilidade, materialidade (HENDRIKSEN; VAN BREDA, 1999), tempestividade, compreensibilidade (FRAMEWORK IFRS; CPC 00), comprovação, (FRAMEWORK IFRS), representação fidedigna e verificabilidade (CPC 00).

As demonstrações financeiras de alta qualidade são fontes úteis e confiáveis aos usuários externos, refletindo a realidade econômica da empresa (CASCINO et al., 2010). Identificadas as características necessárias para a qualidade, métricas são definidas para a medição e controle da qualidade dos dados. Uma regra contábil pode ser um requisito para a qualidade dos dados contábeis (ALPAR; WINKELSTRÄTER, 2014).

A qualidade da informação contábil pode ser avaliada empiricamente por diversas métricas (aspectos), desse modo, estudos nacionais e internacionais analisaram empiricamente estas métricas em demonstrativos financeiros de empresas, tais como: relevância das informações (BARTH et al., 2006; PAULO, 2007; LOPES, 2009; CASCINO et al., 2010; ALMEIDA, 2010), transparência, nível de evidenciação (PAULO, 2007), competência, persistência, previsibilidade, suavidade, oportunidade (CASCINO et al., 2010), conservadorismo (BARTH et al., 2006; LOPES, 2009; CASCINO et al., 2010; ALMEIDA, 2010) e tempestividade, (BARTH et al., 2006; LOPES, 2009; ALMEIDA, 2010). Estas características são um conjunto coerente de propriedades da qualidade da informação contábil em relatórios financeiros, que tornam as informações úteis aos usuários da informação contábil (BARTH et al., 2006).

A qualidade da informação pode ser medida de acordo com as informações divulgadas, se representam a realidade econômica da organização e refletem conceitos e princípios da contabilidade (YOON, 2007). Dechow, Ge e Schrand (2010) afirmam que, dentre as medidas para avaliar a qualidade da informação contábil abordadas na literatura, não se pode julgar uma como a melhor, visto que apontam diferentes análises sobre informações contábeis. A falta de qualidade em algum atributo contábil, não significa que os dados estão errados, mas sim, que aquela propriedade não é tão precisa quanto o necessário (ALPAR; WINKELSTRÄTER, 2014).

De acordo com Lambert, Leuz e Verrecchia (2007), a qualidade da informação contábil influencia a percepção de agentes econômicos sobre a distribuição de fluxos de caixa futuros, impactando o custo de capital da empresa e as decisões quanto à distribuição de lucros. Informações financeiras de determinada empresa devem ser de qualidade, para que os usuários dos relatórios realizem seus julgamentos quanto ao desempenho futuro da organização, sem intervenção oportunista de gestores (HENDRIKSEN; VAN BREDA, 1999). A informação contábil de qualidade para as empresas é fonte de recursos no mercado financeiro, visto a concorrência acirrada entre as organizações. Para avaliar a qualidade dos lucros ou da informação contábil, de modo geral, a literatura apresenta diversos modelos econométricos que procuram determinar o nível de conservadorismo, de *accruals* discricionários, de relevância da informação contábil, entre outras (ALMEIDA, 2010).

As medidas de qualidade da informação contábil são originadas de características qualitativas da informação contábil, princípios ou normas contábeis. Desenvolvem-se medidas a fim de avaliar empiricamente se as empresas se adequam ao recomendado pelas normas. As medidas mais comumente utilizadas na literatura com o intuito de avaliar a qualidade da informação contábil são conservadorismo (BASU, 1997), relevância da informação contábil (FRANCIS; SCHIPPER, 1999; BARTH; LANDSMAN; LANG, 2007; CASCINO et al., 2010) e gerenciamento de resultados (HEALY; WAHLEN, 1999; ALMEIDA, 2010).

O reconhecimento tempestivo de más notícias em relação às boas notícias, de acordo com Basu (1997), denota o conservadorismo contábil. Esta propriedade deve-se ao fato de que profissionais, a fim de reconhecer ganhos e poucas perdas, reconhecem boas notícias de forma tempestiva. Assim, a fim de identificar este reconhecimento antecipado de notícias positivas sobre a empresa, o que distorce o resultado real, desenvolveu-se a medida de conservadorismo contábil.

O conservadorismo contábil se verifica pela diferença no grau de verificações necessárias para o reconhecimento de ganhos contra as perdas. Esta característica qualitativa das informações contábeis é utilizada como mecanismo de controle para reduzir a distribuição de dividendos que violem contratos e que possam reduzir o valor da organização (WATTS, 2003). O conservadorismo tem por intuito proteger os acionistas de expropriação de recursos e pagamentos excessivos a executivos, além de reduzir a assimetria da informação (ALMEIDA, 2010).

O impacto que as informações contábeis possuem nos preços das ações é definido por relevância da informação contábil (FRANCIS; SCHIPPER, 1999). Se uma informação contábil tiver efeito no preço das ações, então é relevante para o mercado de capitais (BARTH; LANDSMAN; LANG, 2007) As demonstrações financeiras devem apresentar relevância dos números divulgados, auxiliando agentes econômicos na tomada de decisão (CASCINO et al., 2010).

As informações sobre o retorno econômico e financeiro das empresas são relevantes para os usuários, a fim de que estes possam conhecer o desempenho

da entidade e tomarem decisões. No momento em que são publicadas informações contábeis, o preço das ações no mercado pode sofrer variação. Esta influência das informações no preço das ações é conhecida como *value relevance* (relevância da informação), ou seja, as informações são importantes para a tomada de decisão de agentes econômicos, o que pode impactar o preço das ações (BEAVER, 1968).

A definição mais utilizada na literatura sobre a prática oportunista de gestores para a alteração de resultados é conhecida por gerenciamento de resultados. Todavia, há outras nomenclaturas, como *earnings management* ou escolhas contábeis (*accounting choices*) (ALMEIDA, 2010). Quando administradores alteram informações em demonstrações financeiras, decorrente do julgamento exercido em contas contábeis, a fim de ludibriar usuários sobre o real desempenho econômico, dá-se o nome de gerenciamento de resultados, o qual influencia a tomada de decisão de agentes econômicos em contratos futuros (HEALY; WAHLEN, 1999).

A prática do gerenciamento de resultados, ao contrário das outras propriedades da informação contábil, como conservadorismo e relevância, não converge com o objetivo de divulgação de informações úteis e fidedignas aos agentes econômicos, ou seja, não é uma característica qualitativa da informação contábil. O gerenciamento de resultados distorce o desempenho da empresa, influenciando a análise dos usuários da informação e a alocação de recursos por parte destes. Devido a colapsos financeiros na década de 90 em grandes organizações, ocasionados por demonstrações que não retratavam a realidade financeira da empresa, investiga-se com grande propriedade o gerenciamento de resultados em demonstrações financeiras e suas consequências para os usuários da informação e para a empresa (GOULART, 2007).

Deste modo, observam-se características das informações contábeis que podem conceder maior ou menor nível de qualidade da informação contábil, sendo que para a identificação destas características, autores (OHLSON, 1995; PAE, 2005; BANKER et al., 2016) desenvolvem métricas para a identificação destas nas empresas. Deste modo, nos procedimentos metodológicos, apresentam-se as métricas de GR, conservadorismo contábil e relevância da informação para a identificação da qualidade da informação contábil das empresas analisadas.

### 3 | PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa quanto ao objetivo de determinar o *ranking* das empresas brasileiras de acordo com a qualidade da informação contábil, enquadra-se como descritivo, devido à descrição da qualidade da informação contábil sob o aspecto da prática de gerenciamento de resultados, conservadorismo e relevância contábil, para após ser realizado um *ranking* de qualidade da informação contábil das empresas analisadas. Em relação aos procedimentos metodológicos configura-se como documental, pela utilização de relatórios financeiros das empresas para o cálculo das medidas de qualidade da informação. Quanto à abordagem do problema de pesquisa

enquadra-se como quantitativo pela utilização de estatística descritiva, regressão linear múltipla e método VIKOR para a análise dos dados.

A população do estudo correspondeu às empresas listadas na Bolsa de Valores Mercadorias & Futuros de São Paulo – BM&FBovespa. A amostra compreendeu 84 empresas, as quais possuíam todas as informações necessárias para a análise dos dados. Esta delimitação da amostra se deu principalmente pelas informações de preços das ações, as quais foram necessárias para o cálculo de conservadorismo contábil e relevância contábil, com base em dados trimestrais, sendo que foram poucas as empresas que evidenciaram estas informações em cada período pesquisado.

O período de análise correspondeu aos anos 2010 a 2015. Anterior a 2010, utiliza-se outra padronização contábil e não baseada nas IFRS que inicia em 2010. Para o cálculo de gerenciamento de resultados, utilizou-se dados anuais, perfazendo o total de 504 observações, já para os cálculos do conservadorismo contábil e da relevância da informação necessitou-se utilizar dados trimestrais, o que totalizou em 2.026 observações.

A coleta de dados deu-se por meio da base de dados Economatica. As variáveis coletadas referem-se a informações necessárias para o cálculo do gerenciamento de resultados, conservadorismo contábil, relevância da informação, bem como variáveis de controle. O gerenciamento de resultados foi observado, com base em dados anuais, pelos resíduos da equação 1, sendo que, nesta etapa, foram obtidas equações de regressão para cada ano em análise.

### Equação 1

$$TA_{it} = \alpha \left( \frac{1}{A_{t-1}} \right) + \beta_1(\Delta R_{it}) + \beta_2(PPE_{it}) + FCO_{it} + FCO_{it-1} + TA_{it-1} + v_{it}$$

A equação 1 refere-se ao modelo de gerenciamento de resultados de Pae (2005). Já a equação 2 refere-se ao modelo de conservadorismo contábil de Banker et al. (2016). Segundo Banker et al. (2016), o nível de conservadorismo contábil é observado pelo coeficiente do  $\beta_3$ , em que o coeficiente sendo positivo evidencia a presença de conservadorismo contábil. Deste modo, para se observar o  $\beta_3$  (coeficiente de conservadorismo contábil) por empresa e por ano em análise, foram obtidos modelos de regressão (504 regressões rodadas) com base em dados trimestrais.

### Equação 2

$$\begin{aligned} LPA_{it}/P_{it-1} = & \beta_0 + \beta_1 R_{it} + \beta_2 D_{it} + \beta_3 D_{it} * R_{it} + \beta_4 DS_{it} + \beta_5 \Delta S_{it}/P_{it-1} \\ & + \beta_6 DS_{it} X \Delta S_{it}/P_{it-1} + v_{it} \end{aligned}$$

O modelo de conservadorismo contábil de Banker et al. (2016) foi sugerido pelos autores, para corrigir problemas de assimetria de custos em modelos consagrados na literatura como o de Basu (1997), sendo que o próprio Basu é autor no artigo de Banker. A equação 3 apresenta o modelo de relevância da informação contábil de Ohlson (1995).

### Equação 3

$$P_{it+3} = \beta_0 + \beta_1 PL_{it} + \beta_2 LL_{it} + v_{it}$$

De acordo com Ohlson (1995) pode-se observar a relevância que as informações contábeis de patrimônio líquido e lucro líquido possuem para a decisão de compra e venda de ações pelos investidores, por meio do  $R^2$  da equação. Deste modo, para esta equação novamente se utilizou de dados trimestrais para obter regressões por empresa e por ano (perfazendo mais 504 regressões), para então se verificar um nível de relevância por empresa e por ano, assim como foi operacionalizado no modelo de conservadorismo contábil. Já para se observar o nível de GR, utilizou-se de dados anuais, uma vez que a prática é observada pelos resíduos da equação que são geradas automaticamente para cada empresa, rodando-se a equação 1 para cada ano, porém com todas as empresas juntas (perfazendo 6 regressões).

Deste modo, após rodadas as equações 1, 2 e 3 observou-se um nível de GR (resíduos da equação 1), de conservadorismo contábil ( $\beta_3$  da equação 2) e de relevância da informação contábil ( $R^2$  da equação 3) por empresa e para cada ano em análise (2010 a 2015). Para o conservadorismo contábil e relevância da informação, quanto maior fossem os índices ( $\beta_3$  e  $R^2$ , respectivamente), maior seria o nível da qualidade da informação contábil. Por outro lado, para o gerenciamento de resultados, tanto valores positivos, quanto negativos dos resíduos da equação atestam a prática de gerenciamento de resultados, para aumentar e diminuir o resultado, respectivamente, sendo que para se ter maior qualidade da informação contábil (sem GR) o ideal é que o resíduo fosse igual a zero.

Com base no nível de GR, conservadorismo e relevância contábil dos anos de 2010 a 2015 das 84 empresas da amostra, obteve-se um *ranking* de qualidade da informação contábil, o qual apresenta as empresas que possuem maior nível de qualidade da informação neste período de acordo com estas três medidas de qualidade. O *ranking* foi estabelecido por meio do método VIKOR.

O Método *ViseKriterijumska Optimizacija i Kompromisno Resenje* - VIKOR foi desenvolvido como um método de programação de compromisso, com o objetivo de determinar um *ranking* com pesos de um conjunto de alternativas (DUCKSTEIN; OPRICOVIC, 1980). Para se observar este peso que dá medida ao *ranking* devem-se seguir alguns passos, de acordo com Opricovic e Tzeng (2002; 2004), tais como:

Passo 1: Determinar os maiores valores  $f_i^*$  e os menores valores  $f_i^-$  de todas a função,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

$$f_i^* = \frac{\max}{j} f_{ij} \quad f_i^- = \frac{\min}{j} f_{ij} \quad (1)$$

Em que:

$f_i^*$ : maior valor apresentado pelo indicador  $i$  pelo conjunto de empresa;

$f_i^-$ : menor valor apresentado pelo indicador  $i$  pelo conjunto de empresa; e  
 $f_{ij}$ : o valor do indicador  $i$  atribuído a empresa  $j$ .

Passo 2: Calcular os valores  $S_j$  (é o grupo de utilidade máxima) e  $R_j$  (é o peso individual mínimo),  $j = 1, 2, \dots, j$ , nas relações, em que  $W_i$  são os pesos dos critérios.

$$S_j = \frac{\sum_{i=1}^n w_i (f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \quad (2)$$

$$R_j = \frac{\max}{j} \left[ \frac{w_i (f_i^* - f_{ij})}{(f_i^* - f_i^-)} \right] \quad (3)$$

Em que:

$S_j$ : grupo de utilidade máxima da empresa  $j$ ;

$w_i$ : pesos dos critérios obtidos por meio do cálculo da entropia;

$f_i^*$ : maior valor apresentado pelo indicador  $i$  atribuído pelo conjunto de empresa;

$f_{ij}$ : o valor do indicador  $i$  atribuído a empresa  $j$ ;

$f_i^-$ : menor valor apresentado pelo indicador  $i$  pelo conjunto de empresa; e

$R_j$ : peso individual mínimo da empresa  $j$ .

Passo 3: Calcular os valores  $Q_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, j$ , pela relação, em que  $S^* = \min_j S_j$ ,  $S^- = \max_j S_j$  e  $R^* = \min_j R_j$ ,  $R^- = \max_j R_j$ , o  $v$  é introduzido como peso de estratégia geralmente utilizado como  $v = 0,5$ .

$$Q_j = \frac{v (S_j - S^*)}{(S^- - S^*)} + \frac{(1 - v)(R_j - R^*)}{(R^- - R^*)} \quad (4)$$

Em que:

$v = 0,5$ ;

$Q_j$ : score final da empresa  $j$ ;

$S_j$ : grupo de utilidade máxima da empresa  $j$ ;

$S^*$ : menor grupo de utilidade máxima do conjunto de empresa;

$S^-$ : maior grupo de utilidade máxima do conjunto de empresa;

$R_j$ : peso individual mínimo;

$R^*$ : menor peso individual mínimo; e

$R^-$ : maior peso individual mínimo.

Passo 4: Classificar as alternativas de forma decrescente, pelos valores obtidos por  $S$ ,  $R$  e  $Q$ . Os resultados são três listas de classificação. Contudo, podem-se considerar apenas os valores obtidos por  $Q$ .

Deste modo, com base nos *scores* observados pelo método VIKOR de qualidade da informação contábil para as empresas, obteve-se o *ranking*. Depois de verificado o nível de conservadorismo, relevância e GR por empresa e por ano foi necessário obter novo modelo de regressão linear, a fim de avaliar se o conservadorismo e a relevância

influenciam o GR. Apresenta-se no Quadro 2 as variáveis da equação 4.

Com base nas informações constantes no Quadro 2, tem-se a 4ª e última equação da presente pesquisa.

#### Equação 4

$$GR_{it} = \beta_0 + \beta_1 CON_{it} + \beta_2 RELV_{it} + \beta_3 TAM_{it} + \beta_4 ROE_{it} + \beta_5 END_{it} + v_{it}$$

A equação 4 responde ao objetivo específico da pesquisa de avaliar se o conservadorismo contábil e a relevância da informação interferem em práticas diferenciadas de gerenciamento de resultados. A análise dos dados foi realizada por meio de estatística descritiva e regressão linear múltipla por meio do *software* SPSS e também foi aplicado o método VIKOR, por meio de planilha eletrônica.

## 4 | DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Apresenta-se nesta seção a descrição e análise dos dados. Inicialmente na Tabela 1 observa-se a estatística descritiva das variáveis principais do estudo, tais como gerenciamento de resultados (GR), conservadorismo (CON), relevância da informação (RELV), tamanho da empresa (TAM), rentabilidade do patrimônio líquido (ROE) e endividamento (END). Para a análise descritiva do gerenciamento de resultados, separou-se em *accruals* positivos e negativos, a fim de se observar a média, uma vez que o gerenciamento pode ocorrer tanto para aumentar, quanto para diminuir os lucros.

Variáveis	Mínimo	Máximo	Média	Desvio-Padrão	Quant. Observ.
GR positivo	0,00	0,18	0,03	0,03	268
GR negativo	-0,33	0,00	-0,03	0,03	236
CON	-18,68	1,58	-0,03	0,84	504
RELV	0,02	1,00	0,75	0,26	504
TAM	312.851,00	90.0135.000,00	28.153.253,10	87.516.467,97	504
ROE	-388,10	216,70	9,09	31,18	504
END	0,00	492.849.000,00	8.646.374,77	33.156.039,57	504

Tabela 1 – Análise descritiva das variáveis

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com os dados da tabela, pode-se observar que as empresas analisadas no período, realizaram gerenciamento de resultados tanto para diminuir, quanto para aumentar os lucros. Com a média de -0,03 para o conservadorismo contábil constatou-se que a maioria das empresas não realizou escolhas contábeis conservadoras, pois, para haver conservadorismo este coeficiente deveria apresentar-se positivo. Por outro lado, constatou-se que a relevância das informações contábeis é alta para o mercado de capitais, visto a média de 0,75, cujo poder de explicação das informações em relação ao preço das ações poderia ser no máximo 1. Assim, de acordo com o analisado, as empresas brasileiras apresentam elevada relevância das informações contábeis, pouca prática de conservadorismo contábil e realização de GR tanto para aumentar, quanto para diminuir os lucros.

Quanto as variáveis de controle (não normalizadas), constatou-se que a maioria das empresas apresentaram ativos em torno de 30 milhões, e dívidas em torno de 8 milhões. A rentabilidade do patrimônio líquido também se mostrou elevada, sendo que para cada real de patrimônio, estas geraram em torno de 9 reais de lucro. Apresenta-se na Tabela 2 o *ranking* de qualidade da informação contábil das empresas pela aplicação do Método VIKOR as informações de GR, conservadorismo e relevância da informação.

<b>Empresas</b>	<b>Score Método VIKOR</b>	<b>Posição</b>
Odontoprev	0,046881341	1
Sabesp	0,081301376	2
Gp Invest	0,179938691	3
Cesp	0,208995656	4
Marfrig	0,228041804	5
Iguatemi	0,262669543	6
Energias BR	0,277145819	7
Sid Nacional	0,289641312	8
Inds Romi	0,294353422	9
Eternit	0,299263342	10 (...)
CCR SA	0,373473163	(...) 75
Valid	0,37748863	76
Vale	0,377603359	77
Weg	0,379885156	78
Ambev S/A	0,386232409	79
Triunfo Part	0,390381519	80
Alpargatas	0,420273375	81
Wilson Sons	0,443524917	82
Eletrabras	0,611043435	83
Klabin S/A	1	84

(...): Devido ao espaço optou-se por apresentar somente as empresas que possuíam as primeiras 10 e últimas 10 posições no *ranking*.

**Tabela 2** – *Ranking* de qualidade da informação contábil das empresas analisadas

Fonte: Dados da Pesquisa.

De acordo com o Método VIKOR, quanto menor for o *score* das empresas

analisadas, maior é a posição no *ranking*. Deste modo, constatou-se que as empresas Odontoprev (1), Sabesp (2), Gp Invest (3), Cesp (4), Marfrig (5), Iguatemi (6), Energias BR (7), Sid Nacional (8), Inds Romi (9) e Eternit (10) apresentaram as maiores posições no *ranking*, o que mostra que elas possuem os maiores índices de qualidade da informação contábil dentre as demais. Deste modo, verifica-se que estas empresas realizam níveis baixos de gerenciamento de resultados e níveis elevados de conservadorismo contábil e relevância da informação contábil.

Já as empresas Tim Part S/A (74), CCR AS (75), Valid (76), Vale (77), Weg (78), Ambev S/A (79), Triunfo Part (80), Alpargatas (81), Wilson Sons (82), Eletrobras (83) e Klabin S/A (84) foram as que apresentaram menor nível de qualidade da informação contábil no período de 2010 a 2015. Deste modo, infere-se que estas empresas, dentre as analisadas, realizam níveis mais elevados de gerenciamento de resultados e níveis baixos de conservadorismo e relevância das informações contábeis. Apresenta-se na Tabela 3 o resumo dos resultados referentes a equação 4.

Variáveis	Coefic.	Sig.	VIF
CON	0,00123	0,536	1,014
RELV	-0,01190	0,063*	1,012
TAM	-0,00245	0,073*	1,509
ROE	0,00064	0,000*	1,004
END	0,00031	0,597	1,516
_Constante	0,03766	0,047	-
R <sup>2</sup>	0,236		
Durbin-watson	0,840		
Sig. modelo	0,000*		
N	504		

\* Significativo a 10%.

**Tabela 3-** Resumo dos resultados referentes a Equação 4

Fonte: Dados da Pesquisa.

De acordo com a Tabela 3, pode-se observar a significância do modelo, bem como a explicação de 23% do gerenciamento de resultados pelas variáveis, relevância da informação (RELV), tamanho da empresa (TAM) e rentabilidade do patrimônio líquido (ROE), as quais se mostraram significativas. Constatou-se que quanto maior a

relevância das informações contábeis das empresas, menor tende a ser a realização da prática de gerenciamento de resultados. Verifica-se que empresas de grande porte realizaram menores níveis de GR, o que vai de encontro ao especificado pela hipótese de custo político de Watts e Zimmerman (1990), de que grandes empresas realizariam mais escolhas contábeis. Deste modo, infere-se que empresas grandes possuem maior qualidade da informação contábil, devido ao maior monitoramento. Observou-se que empresas rentáveis, com o objetivo de continuarem a ser rentáveis para o mercado de capitais, acabaram por realizar maiores níveis de GR, o que deve ser levado em consideração por órgãos reguladores.

Constatou-se, de acordo com a tabela, que a adoção da escolha contábil conservadora pelas empresas não interferiu em níveis diferenciados de GR, ou seja, ambas as práticas podem ocorrer nas empresas, sem estarem relacionadas, ou seja, não significa que o fato de uma empresa realizar mais GR não esteja realizando o conservadorismo contábil. O conservadorismo contábil apresenta os lucros mais conservadores, e o GR apresenta lucros mais oportunistas, sendo que ambos ocorrem nas empresas, sem um anular a presença do outro, de acordo com a amostra investigada. Ainda, constatou-se que empresas endividadas não evidenciaram níveis diferenciados de GR.

Com base nestes achados, destacam-se as empresas Odontoprev (1), Sabesp (2), Gp Invest (3), Cesp (4), Marfrig (5), Iguatemi (6), Energias BR (7), Sid Nacional (8), Inds Romi (9) e Eternit (10) com os maiores níveis de qualidade da informação contábil, dentre as demais analisadas. Segundo Leuz (2003) quando a empresa apresenta qualidade da informação contábil esta reflete a realidade organizacional aos usuários externos, assegurando a estes menores níveis de assimetria da informação e melhores tomada de decisão. Ainda, de acordo com Barth et al. (2006) empresas com qualidade da informação contábil tornam as informações úteis aos usuários da informação contábil.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesquisa apresentou o objetivo de determinar o *ranking* das empresas brasileiras de acordo com a qualidade da informação contábil. Este *ranking* de qualidade da informação contábil foi realizado com base em informações de gerenciamento de resultados, conservadorismo e relevância contábil de 84 empresas brasileiras, no período de 2010 a 2015. Além disso, observou-se como objetivo específico a relação entre conservadorismo e relevância da informação contábil, com o nível de gerenciamento de resultados – GR. A análise foi realizada por meio de estatística descritiva, regressão linear múltipla e método VIKOR.

Utilizou-se de três métricas para a análise da qualidade da informação contábil (GR, conservadorismo e relevância), pois segundo Dechow, Ge e Schrand (2010) dentre as métricas existentes não se pode julgar uma como sendo melhor do que

a outra, visto que apontam análises diferentes das informações. Ainda, para Alpar e Winkelsträter (2014) a falta de alguma propriedade de informação contábil (medida de qualidade) não atesta que a empresa apresenta dados incorretos, mas sim que somente em relação àquela métrica não se tem plenitude da informação. Por este motivo realizou-se um *ranking* com base em mais de uma métrica, a fim de se obter uma maior dimensão da qualidade da informação contábil das empresas analisadas.

De maneira geral, os resultados apontaram que as empresas brasileiras apresentaram elevada relevância das informações contábeis, pouca prática de conservadorismo contábil e realização de GR tanto para aumentar, quanto para diminuir os lucros. Quanto as informações do *ranking* de qualidade da informação, constatou-se que as empresas que apresentaram maior qualidade da informação contábil, dentre as demais, foram Odontoprev, Sabesp, Gp Invest, Cesp, Marfrig, Iguatemi, Energias BR, Sid Nacional, Inds Romi e Eternit. Estas empresas apresentaram menores níveis de GR e maior nível de conservadorismo e relevância da informação. Deste modo, as empresas com maiores níveis de qualidade da informação contábil, de acordo com o *ranking*, apresentam menores níveis de assimetria da informação para com os usuários externos, propiciando informações mais úteis para o processo de tomada de decisão.

Como resultado complementar ao estudo, observou-se que empresas que possuem maior relevância em suas informações de PL e LL, realizaram significativamente menos gerenciamento de resultados. Além disso, empresas maiores gerenciaram menos o resultado e empresas mais rentáveis apresentaram em maior nível o GR. O conservadorismo contábil não apresentou relação significativa com o GR, sendo que ambas as escolhas, podem ocorrer nas empresas sem estarem relacionadas. Ainda, constatou-se que empresas mais endividadas não apresentaram níveis diferenciados de GR.

Como contribuição do estudo, destaca-se a análise da qualidade da informação contábil, sob diversas medidas, não somente sob uma perspectiva, além de destacar as empresas que estão com elevada qualidade em suas informações, o que torna público para investidores e demais usuários a qualidade de informações destas empresas.

Apresenta-se como limitação a análise de somente 84 empresas, sendo que a população da bolsa brasileira é composta por aproximadamente 400 empresas. Entretanto, devido a análise de informações diversas, como ações, esta se limitou somente para uma pequena amostra. Deste modo, o *ranking* de qualidade refere-se somente a uma parcela de empresas listadas na bolsa. Para futuros pesquisas recomenda-se a análise de outras medidas de gerenciamento, conservadorismo e relevância, uma vez que o *ranking* foi obtido somente com base em uma métrica de cada medida, o que poderia ser expandido em outras pesquisas.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. E. F. **Qualidade da informação contábil em ambientes competitivos**. 188 f. Tese (Doutorado em Ciências Contábeis) - Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis,

Departamento de Contabilidade e Atuária, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

ALPAR, P.; WINKELSTRÄTER, S. Assessment of data quality in accounting data with association rules. **Expert Systems with Applications**, 41(5), 2259-2268, 2014.

BANKER, R. D.; BASU, S.; BYZALOV, D.; CHEN, J. Y. The confounding effect of cost stickiness on conservatism estimates. **Journal of Accounting and Economics**, 61(1), 203-220, 2016.

BARTH, M. E.; LANDSMAN, W. R.; LANG, M. H. International accounting standards and accounting quality. **Journal of Accounting Research**, 46(3), 467-498, 2007.

BARTH, M. E.; LANDSMAN, W.; LANG, M.; WILLIAMS, C. **Accounting quality**: International accounting standards and US GAAP. Manuscript, Stanford University, 2006.

BASU, S. The conservatism principle and the asymmetric timeliness of earnings. **Journal of Accounting and Economics**, 24, 3-37, 1997.

BEAVER, W. H. The information content of annual earnings announcements. **Journal of Accounting Research**, 67-92, 1968.

BUSHMAN, R.; CHEN, Q.; ENGEL, E.; SMITH, A. Financial accounting information, organizational complexity and corporate governance systems. **Journal of Accounting and Economics**, 37(2), 167-201, 2004.

CASCINO, S.; PUGLIESE, A.; MUSSOLINO, D.; SANSONE, C. The influence of family ownership on the quality of accounting information. **Family Business Review**, 2010.

CPC 00. **Estrutura conceitual para elaboração e divulgação de relatório contábil financeiro**. Disponível em: <[http://static.cpc.mediatgroup.com.br/Documentos/147\\_CPC00\\_R1.pdf](http://static.cpc.mediatgroup.com.br/Documentos/147_CPC00_R1.pdf)>. Acesso em: 20 mar. 2015.

DAI, Y.; KONG, D.; WANG, L. Information asymmetry, mutual funds and earnings management: evidence from China. **China Journal of Accounting Research**, 6(3), 187-209, 2013.

DECHOW, P.; GE, W.; SCHRAND, C. Understanding earnings quality: a review of the proxies, their determinants and their consequences. **Journal of Accounting and Economics**, 50(2), 344-401, 2010.

DOYLE, J. T.; GE, W.; MCVAY, S. Accruals quality and internal control over financial reporting. **The Accounting Review**, 82(5), 1141-1170, 2007.

DUCKSTEIN, L.; OPRICOVIC, S. Multiobjective optimization in river basin development. **Water Resources Research**, 16(1), 14-20, 1980.

FRAMEWORK IFRS. **A Review of the conceptual framework for financial reporting**. Disponível em: <<http://www.ifrs.org/current-projects/iasb-projects/conceptual-framework/discussion-paper-july-2013/documents/discussion-paper-conceptual-framework-july-2013.pdf>>. Acesso em: 20 mar 2015.

FRANCIS, J.; SCHIPPER, K. Have financial statement lost their relevance? **Journal of Accounting Research**, 37(2), 319-352, 1999.

GOULART, A. M. C. **Gerenciamento de resultados contábeis em instituições financeiras no Brasil**. 219 f. Tese (Doutorado em Ciências Contábeis) - Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo,

2007.

HEALY, P. M.; WAHLEN, J. M. A review of earnings management literature and its implications for standard setting. **Accounting Horizons**, 13, 365-383, 1999.

HENDRIKSEN, E. S.; VAN BREDA, M. F. **Teoria da contabilidade**. Tradução de Antônio Z. Sanvicente, 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

LAMBERT, R.; LEUZ, C.; VERRECCHIA, R. E. Accounting information, disclosure, and the cost of capital. **Journal of Accounting Research**, 45(2), 385-420, 2007.

LEUZ, C. IAS versus US GAAP: information asymmetry-based evidence from Germany's new market. **Journal of Accounting Research**, 41(3), 445-472, 2003.

LOPES, A. B. **The relation between firm-specific corporate governance, cross-listing and the informativeness of accounting numbers in Brazil**. 236 f. Thesis (Doctor of Philosophy) - in the Faculty of Humanities, The University of Manchester, 2009.

OHLSON, J. A. Earnings, book values, and dividends in equity valuation. **Contemporary accounting research**, 11(2), 661-687, 1995.

OPRICOVIC, S.; TZENG, G.-H. Compromise solution by MCDM methods: a comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. **European Journal of Operational Research**, 16, 445-455, 2004.

OPRICOVIC, S.; TZENG, G.-H. Multicriteria planning of post-earthquake sustainable reconstruction. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, 17, 211-220, 2002.

PAE, J. Expected accrual models: the impact of operating cash flows and reversals of accruals. **Review of Quantitative Finance and Accounting**, 24(1), 5-22, 2005.

PAULO, E. **Manipulação das informações contábeis: uma análise teórica e empírica sobre os modelos operacionais de detecção de gerenciamento de resultados**. 269 f. Tese (Doutorado em Contabilidade) - Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

PAULO, E.; GIRÃO, L. F. D. A. P.; CARTER, D.; SOUZA, R. S. **The impact of the adoption of international financial reporting standards on the quality of accounting information of the brazilian and european public firms**. Working Paper, Available at SSRN 2270678, 2013.

WATTS, R. L. Conservatism in accounting part I: explanations and implications. **Accounting Horizons**, 17(3), 207-221, 2003.

WATTS, R. L.; ZIMMERMAN, J. L. Positive accounting theory: a ten year perspective. **Accounting review**, 65(1), 131-156, 1990.

XU, H. Managing accounting information quality: an Australian study. **Anais...** Proceedings of the Twenty First International Conference on Information Systems, Association for Information Systems, 628-634, 2000.

YOON, S. **Accounting quality and international accounting convergence**. 107 f. Tese (Doctor of Philosophy) - Faculty of the Graduate College of the Oklahoma State University, EUA, 2007.

\*Conforme Portaria Nº 206, de 4 de setembro de 2018, o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## AVALIAÇÃO DE MODELOS COMPUTACIONAIS DE APRENDIZADO DE MÁQUINA PARA DETECÇÃO REATIVA E PREVENTIVA DE BOTNETS

### Vinicius Oliveira de Souza

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Programa de Pós-Graduação de Informática  
Rio de Janeiro – RJ  
vinicius.souza@uniriotec.br

### Sidney Cunha de Lucena

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Programa de Pós-Graduação de Informática  
Rio de Janeiro – RJ  
sidney@uniriotec.br

Em: L Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2018, Rio de Janeiro.  
Anais do SBPO - ISSN 1518-1731

**RESUMO:** É alarmante o aumento do número de ataques cibernéticos nos últimos anos. Para realizar essas atividades, geralmente são usadas *botnets*, que são redes de máquinas infectadas, controladas remotamente. Na detecção de *botnets* existem abordagens reativa e preventiva, sendo a primeira mais empregada. Esta abordagem implica em maiores riscos, uma vez que o ataque precisou ter início para ser detectado. O objetivo deste trabalho é avaliar modelos de aprendizado de máquina supervisionado e não supervisionado

para a detecção de *botnets*, tanto na forma reativa quanto na preventiva, através do tráfego de controle que comanda uma *botnet*. Para tal, foram extraídos os atributos que melhor representam a atividade de rede, de maneira a alimentar uma seleção de modelos de aprendizado de máquina. A partir da análise dos resultados, identificou-se as características do tráfego de rede e os algoritmos com melhor desempenho nos cenários experimentados, comparando-se a eficácia na detecção preventiva e reativa.

**PALAVRAS-CHAVE:** Botnet, Aprendizado de Máquina, DDoS.

**ABSTRACT:** It is alarming the increase in the number of cyber attacks in the last years. For such, botnets, which are networks of remotely controlled infected machines, are generally used. In the detection of these botnets, there are reactive and preventive approaches, where the first is mostly used. This approach entails greater risks, since the attack needs to start in order to be detected. The aim of this work is to evaluate supervised and unsupervised machine learning models for botnet detection both in reactive and preventive approaches, by inspecting the control traffic that rules the botnet. For that, attributes that best represent network activity were extracted in order to feed a selection of machine learning models. From the

analysis of the results, we identified the features of network traffic and algorithms that better performed for the experimental scenarios, comparing the efficacy on preventive and reactive detections.

**KEYWORDS:** Botnet, Machine Learning, DDoS.

## 1 | INTRODUÇÃO

É indiscutível a crescente importância dos serviços que vêm sendo fornecidos pela Internet, aumentando a dependência do uso da rede. Em consequência, o tráfego de dados cresce de modo exponencial. Com esse incremento no uso, também houve crescimento no número de incidentes de segurança. Dentre as atividades maliciosas que geram esses incidentes, estão o envio de *e-mail* não autorizado (*spam*), o furto de informações, o *click fraud*, que é a fraude de pesquisas ou de outras atividades onde se é contabilizado o clique de *link*, além dos perigosos ataques distribuídos de negação de serviço (*DDoS*), que são ataques de negação de serviço (*DoS*) realizados a partir de origens distribuídas, o que significativamente aumenta sua criticidade e dificulta seu bloqueio. O objetivo dos ataques *DDoS* é interromper um serviço através do esgotamento de recursos da vítima, de forma que esta não consiga responder às solicitações legítimas. Nessas atividades maliciosas, costumam ser empregadas *botnets*, que são redes de máquinas infectadas (*Bots*) controladas por um ou mais atacantes, chamados *botmasters*.

O crescente número de dispositivos conectados à internet, e suas vulnerabilidades de *software*, criam um ambiente propício para a disseminação dessas redes maliciosas. No Brasil, em 2017 o número total de incidentes reportados foi 29% maior, totalizando 833.775, sendo que 220.188 são referentes a ataques de negação de serviço, muitos desses ataques realizados através de dispositivos de Internet das Coisas (IoT). Esse número foi quatro vezes maior que as notificações de DoS recebidas em 2016 [CERT, 2018]. O Brasil ainda é o país da América Latina que mais sofre ataque DDoS, com 54% dos casos citados [Arbor, 2017]. Estimativas mostram que, no ano de 2016, as empresas tiveram um prejuízo global de US\$ 280 bilhões devido a crimes digitais. Esse número ainda pode aumentar, já que, nessa pesquisa, 15% das empresas participantes tinham sofrido ataques em 2015 e 21% em 2016 [Thornton, 2017].

Torna-se primordial, portanto, garantir segurança para que as redes operem normalmente e continuem a propiciar mais serviços ao público. Todavia, diversos problemas são enfrentados para se atingir este objetivo. Como exemplo, tem-se a evolução constante dos mecanismos das *botnets* ao longo do tempo, mudando sua arquitetura e protocolos utilizados, e também a dificuldade para caracterizar e diferenciar certos padrões de tráfego normal, como nos momentos de pico de acesso, de um padrão de tráfego de ataque. Há, portanto, semelhanças estatísticas entre certos tráfegos maliciosos e alguns padrões de tráfego legítimo, devido ao perfil de alguns serviços [Ficco e Rak, 2015]. Além disso, os programas antivírus nem sempre

são capazes de identificar e remover um *bot*, devido à sofisticação desses *malwares*. Tais fatores tornam a detecção de uma *botnet* uma tarefa árdua.

As *botnets* possuem um ciclo de vida, com fases definidas desde o momento em que a vítima é infectada até essa fazer parte da *botnet*, e assim executar as atividades maliciosas que lhe foram destinadas [Silva et al., 2013]. Estas fases são semelhantes, independente do tipo de *botnet*, e são indicativos de que a atividade maliciosa de uma *botnet*, tanto na fase de controle quanto na fase de ataque em si, possuem padrões comportamentais que podem ser sistematicamente aprendidos para fins de detecção. Em função disto, técnicas de aprendizado de máquina vêm sendo cada vez mais aplicadas nas pesquisas voltadas para a detecção de *botnets* [Beigi et al., 2014]. Através desta abordagem, é possível extrair, através de exemplos de padrões comportamentais, um modelo de classificação de dados capaz de reconhecer fluxos de pacotes que estão associados ao tráfego malicioso proveniente destes *malwares*.

O presente trabalho busca analisar uma seleção de modelos computacionais de aprendizado de máquina para a detecção de *botnets*. Através desta análise, objetiva-se verificar qual subconjunto de características do tráfego de rede que, associado a determinados algoritmos de aprendizado de máquina, possibilita detectar *botnets* de forma preventiva - neste caso, através do tráfego de C&C -, mas também de forma reativa, quando as atividades maliciosas dos *bots* passam a ser executadas. Para isso, foram utilizadas as técnicas de seleção de atributos conhecidas como ranqueamento, *CFS* e *Wrapper*. Estas técnicas são usadas com o propósito de reduzir o gasto computacional dos algoritmos de aprendizado de máquina, a partir de uma seleção de atributos que garanta um bom desempenho do sistema de detecção. Após os atributos selecionados, foram avaliados e comparados o desempenho dos seguintes modelos computacionais: Redes Neurais Artificiais do tipo *Perceptron* Multicamadas, Rede Bayesiana, Árvore de Decisão do tipo J48, *Random Forest* e *K-Means*. Estes modelos foram usados para a detecção de fluxos de pacotes decorrentes de atividades de *botnets* registradas em *datasets* representativos de três diferentes cenários de rede da *Czech Technical University*. Como resultado, verificou-se quais desses métodos são mais eficientes, tanto na detecção preventiva quanto na reativa.

A organização do texto prossegue com a Seção 2, que detalha melhor o problema. A Seção 3 apresenta os modelos e as técnicas utilizadas neste trabalho. A Seção 4 apresenta os resultados obtidos. A Seção 5 apresenta os trabalhos relacionados e, por fim, a Seção 6 traz as conclusões e trabalhos futuros.

## 2 | APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

A arquitetura de uma *botnet* envolve os seguintes componentes [Silva et al., 2013]: o *Bot*, que é o *malware* instalado na máquina da vítima, que permite a execução de ações maliciosas; o *Botmaster*, que é o indivíduo (*hacker*) que possui controle da *botnet*; o Centro, ou Canal, de Comando e Controle (C&C), que é o meio através do

qual os *botmasters* enviam comandos aos *bots*, podendo ser um servidor central, por exemplo utilizando o protocolo IRC, ou distribuído, fazendo uso de redes *peer-to-peer* (P2P); e a *Botnet* em si, que é a rede de *bots* conectadas ao Centro de Comando e Controle, aguardando ordens do *botmaster*.

Para a detecção de ataques e atividades maliciosas, geralmente originadas de uma *botnet*, existem os chamados Sistemas de Detecção de Intrusão (*Intrusion Detection Systems*, ou IDS). Os IDS são divididos conforme seu posicionamento na rede e de acordo com o método usado para a detecção. Os *host-based* IDS (HIDS) são individualmente posicionados nos servidores e tratam apenas o tráfego direcionado àquele servidor específico, enquanto que os *network-based* IDS (NIDS) são posicionados na rede e inspecionam todo o tráfego que passa pela rede em questão, quaisquer que sejam os destinos dos fluxos de dados. Quanto ao método de detecção, há os IDS baseados em assinaturas e os baseados em anomalia. Sistemas baseados em assinaturas utilizam padrões conhecidos dos campos de cabeçalho (*header*) e de conteúdo (*payload*) dos pacotes de dados transmitidos na rede, provenientes de fluxos característicos de ataques. No entanto, esses sistemas tornam-se ineficazes para o problema à medida que o tempo passa, pois as *botnets* evoluem constantemente. Sistemas baseados em detecção de anomalias mostram-se mais promissores, pois a detecção da anomalia caracteriza-se pelo processo de encontrar padrões em um conjunto de dados de maneira a permitir avaliar quando o comportamento do tráfego da rede foge ao normal ou ao esperado. Nesse sentido, a detecção baseada em anomalias tem sido o principal alvo de pesquisas voltadas para técnicas de detecção de *botnets* [Silva et al., 2013]. Para tal, diversas técnicas de mineração de dados e aprendizado de máquina vêm sendo pesquisadas e usadas.

Existem ainda duas outras abordagens no contexto da detecção de uma *botnet*: a reativa e a preventiva. A primeira é a mais empregada [Freiling et al., 2005], porém possui desvantagens, pois é necessário grande poder computacional para analisar uma grande quantidade de informações [Freiling et al., 2005] que não para de crescer. A outra desvantagem é quanto ao tempo para a detecção de uma ameaça. Até o momento da detecção, usuários já foram prejudicados, pois a atividade maliciosa já está em andamento. Sistemas atuais, como o *Security Information and Event Management* (SIEM), detectam 85% das intrusões depois de semanas de ocorrência [Ponemon, 2015] e a reação às ameaças é lenta, em média 123 horas depois de ocorridas [Clay, 2015]. Já a abordagem preventiva possui diversas vantagens, pois, ao invés de tentar detectar o ataque, investiga-se a causa raiz para, então, desativar a *botnet* [Freiling et al., 2005]. Entretanto, detectar o tráfego de C&C é também um desafio, pois ele se assemelha ao tráfego normal e possui baixo volume. Por exemplo, podem não haver muitos *bots* na rede monitorada e, além disso, a comunicação pode ser criptografada.

### 3 | METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO

Nesta seção são apresentadas as bases de dados usadas para a avaliação dos modelos, os mecanismos de seleção de atributos usados e os modelos analisados. Por fim, são apresentadas as métricas de desempenho usadas para avaliar estes modelos.

#### 3.1 Base de dados

Encontrar, ou gerar, bases de dados (*datasets*) realistas que reflitam o problema em questão não é tarefa trivial. Essa base deve conter, além do tráfego não malicioso, *botnets* realizando atividades maliciosas e também se comunicando através do canal de comando e controle *C&C*. Esta base deve ainda ser capaz de refletir as proporções entre tráfego legítimo e tráfego malicioso que representam situações reais de uma *botnet* em ação, em geral caracterizadas por um desbalanceamento entre estes tráfegos. Muitas dessas bases se originam de *honeypots*, que são máquinas aparelhadas para se comportarem como potenciais vítimas e, assim, dedicadas a coletar tráfego malicioso. Nesses cenários, o tráfego legítimo (não malicioso) fica em menor quantidade e acaba por não reproduzir uma situação real.

Neste trabalho serão utilizados três cenários da base de dados CTU-13 da CTU (*Czech Technical University*) [Garcia et al., 2014]. Trata-se de uma base desbalanceada, conforme a realidade, composta de tráfego de *botnets* realizando diversas atividades maliciosas e também tráfego legítimo. A base é dividida em treze diferentes cenários, cada um com características diferentes. Como o objetivo deste trabalho é detectar diversas famílias de *botnets* em arquiteturas diversas, pré e pós-ataque, foram selecionados os cenários 11, 12 e 13, mostrados na Tabela 1.

Cenário	Protocolo de aplicação	Atividade	Pacotes	Malware (ou Bot)
11	IRC	DDoS	6.337.202	Rbot
12	P2P	Sincronização	13.212.268	NSIS.ay
13	HTTP	SPAM e PortScan	50.888.256	Virut

Tabela 1: Características dos cenários do *dataset* CTU-13 utilizados no trabalho

Essas bases são compostas por dados de fluxos do tipo NetFlow [Claise, 2004], que é um recurso frequentemente encontrado em roteadores e *switches* para sumarizar as informações do tráfego que passa por uma rede. Isso é feito a partir da descrição dos fluxos de pacotes de dados existentes na rede, onde um fluxo é definido como uma sequência de pacotes que possuem os mesmos valores para o endereço IP de origem, o endereço IP de destino, o número identificador do protocolo de aplicação de origem (número da porta de origem), o número da porta de destino e o número identificador do protocolo usado no transporte das informações (por exemplo, identificando ser TCP ou UDP). Geralmente considera-se que um fluxo se encerrou quando se detecta o fechamento de uma sessão TCP, para os fluxos que fazem uso deste protocolo, ou

quando há ausência de pacotes neste fluxo por mais de 30 segundos. Para cada fluxo IP caracterizado por sua respectiva tupla, são registradas diversas informações relevantes, como o número de pacotes contido no fluxo, o total de *bytes* enviados, o tempo de início e a duração do fluxo, dentre outras.

Dentro de cada cenário do *dataset* CTU-13, foram atribuídos um dos seguintes rótulos (*labels*) para cada fluxo: rótulo *Normal*, atribuído ao tráfego sabidamente não malicioso, cujos fluxos se originaram de equipamentos para os quais havia uma supervisão cuidadosa; o rótulo *Botnet*, sinalizando os fluxos oriundos dos *IPs* sabidamente infectados; e o rótulo *Background*, usado para todo o tráfego restante. Importante ressaltar que, em todos os cenários, a classe associada ao rótulo *Botnet* possui uma quantidade de fluxos muito menor que a das demais classes, o que dificulta a detecção. Desta forma, cada fluxo contido nestas bases possui os seguintes atributos: *StartTime*, *Dur*, *Protocol*, *SrcAddr*, *Sport*, *Dir*, *DstAddr*, *Dport*, *State*, *sTos*, *dTos*, *TotPkts*, *TotBytes*, *SrcBytes* e *Label*.

### 3.2 Seleção e extração de características

Num processo de aprendizado de máquina, o número de características que devem ser processadas para fins de classificação dos dados pode aumentar significativamente o tempo de processamento sem que necessariamente melhore a capacidade de detecção do modelo. Isto é algo que pode impactar severamente um sistema de detecção de ataques. Por isso, é importante usar técnicas que reduzam o número de características que serão processadas pelo modelos sem que, com isso, se degrade a capacidade de classificação.

Para esta fase, buscou-se pesquisas sobre seleção de características para detecção de *botnets*. Em [Beigi et al., 2014], apontou-se as seguintes características: duração do fluxo, média de bits/s, média do tamanho do pacote e razão do número de pacotes de entrada com os de saída. Já em [Silva et al., 2017], indicou-se como características: duração do fluxo, estado, total de bytes transmitidos, média do tamanho do pacote e média de bits/s. Em [Alejandre et al., 2017], selecionou-se: número de pacotes da origem ao destino, média do tamanho do pacote, tamanho do *payload*, total de bytes transmitidos, tamanho do primeiro pacote da conexão, número de pacotes nulos e desvio padrão do tamanho do *payload*.

Após essa busca na literatura, foi realizado um pré-processamento no *dataset*, para eliminar dados desnecessários e calcular novos atributos. Nesta etapa, fluxos com duração igual a zero foram eliminados. Também foram eliminados os atributos afetados pelas técnicas de evasão das *botnets*, que trocam essas informações periodicamente: *SrcAddr*, *Sport*, *DstAddr*, *Dport* e *Protocol*. A partir daí, novos atributos foram calculados em função das características recomendadas pelos trabalhos em [Beigi et al., 2014; Silva et al., 2017; Alejandre et al., 2017]: *MedPktSize* (total de bytes / total de pacotes), *MedPktSecond* (total de pacotes / duração) e *MedBitsSecond* (total de bytes \* 8 / duração). Além disso, também foi realizada a padronização do atributo

*label*, reduzindo para apenas duas possibilidades, *Normal* e *Botnet*, onde os fluxos rotulados como *Background* foram associados ao rótulo *Normal*.

Após essa etapa, mesmo considerando a redução de características já conseguidas, foram novamente utilizados algoritmos de seleção de atributos para se chegar às melhores características. Foram empregadas as técnicas *Ranker*, *Wrapper* e *CFS*, explicadas a seguir.

O algoritmo *Ranker* faz um ranqueamento dos atributos de acordo com a relevância, avaliando o ganho de informação em relação à classe. O *Wrapper* [Kohavi e John, 1997] usa estimativas oriundas de outros algoritmos de aprendizado de máquina, aplicando o algoritmo escolhido em subconjuntos dos atributos até encontrar as melhores características, dada uma medida de desempenho. Já o algoritmo *CFS*, *Correlation-based Feature Subset Selection* [Hall, 1999], avalia o valor de um subconjunto de atributos considerando a capacidade preditiva individual de cada recurso juntamente com o grau de redundância entre eles. Daí, são escolhidos os subconjuntos de recursos que estejam altamente correlacionados com a classe, tendo baixa intercorrelação entre eles.

Neste trabalho, primeiramente utilizou-se o *Wrapper* com o método de busca *Greedy*, heurística bastante popular [Beigi et al., 2014], e aplicando *Forward Selection*. Nesta abordagem, o processo inicia com um atributo e, então, são adicionados mais atributos a cada iteração, e ainda usando, para fins de verificação dos efeitos de classificação, dois diferentes algoritmos: Árvore de Decisão J48 e Rede Bayesiana. Ainda na abordagem *Wrapper*, foi usado também o método de busca adotando o algoritmo genético descrito em [Goldberg, 1989], utilizado no trabalho de [Alejandre et al., 2017], cuja verificação dos efeitos de classificação se baseou no algoritmo Árvore de Decisão J48.

Analisando os resultados da aplicação desses algoritmos nos três cenários selecionados, as características que mais se destacaram foram: *SrcBytes*, *State*, *MedPktSize*, *TotBytes* e *MedBitsSecond*. Esse subconjunto apresentou péssimo desempenho em alguns algoritmos, então foi removida empiricamente a característica *State*, uma vez que a mesma não fornece uma relação direta com fluxos IPs que possam estar ou não ligados a tráfego malicioso. Isto levou a um aumento significativo no desempenho da detecção. Comparando com os trabalhos de [Alejandre et al., 2017], [Silva et al., 2017] e [Beigi et al., 2014], ratifica-se a característica *MedPktSize* que aparece em todos. *TotBytes* só não aparece em [Beigi et al., 2014] e *MedBitsSecond* não foi selecionada no trabalho de [Alejandre et al., 2017]. Já o atributo *SrcBytes* aparece, no presente trabalho, como uma nova característica relevante para detectar tráfego de *botnet*.

### 3.3 Classificação

Após ter as características extraídas, é o momento de utilizá-las nos algoritmos de aprendizado de máquina para que sejam analisados os desempenhos desses na detecção de *botnets*. Nessa etapa foi utilizado o software *Weka* [Azuaje, 2006] para executar os algoritmos. O *Weka* possui código aberto e tem várias heurísticas para mineração de dados, como classificação, regressão, clusterização, regras de associação e visualização.

Os algoritmos de aprendizado de máquina usados neste trabalho fazem uso de classificação supervisionada e não supervisionada. Os algoritmos supervisionados fazem previsão com base em exemplos rotulados utilizados para treinamento e, após achado os padrões, ele usará o modelo para fazer previsões em dados de teste não rotulados. O aprendizado supervisionado pode ser: classificação, que é o utilizado neste trabalho, e regressão, onde a saída gerada é em valores contínuos por exemplo, para prever o preço de uma casa ou a inflação do próximo ano. O aprendizado não supervisionado utiliza um conjunto sem rótulos, onde o objetivo é organizar e classificar os dados seguindo alguma estrutura intrínseca de similaridade - por exemplo, agrupando-os em *clusters*.

O algoritmo de Rede Neural assemelha-se ao funcionamento do cérebro humano, onde cada neurônio é responsável por parte do processamento e o resultado deste processamento é passado ao próximo neurônio, até chegar a uma saída onde é obtido um grau de pertinência para cada classe - a classe de maior grau será a escolhida. Os vetores de peso são calculados durante o treinamento, vetores esses que são as ligações entre os neurônios. Após obtido o espaço amostral de entradas e saídas desejadas, minimiza-se o erro da estimativa de cada parâmetro através de um algoritmo conhecido como *Back Propagation* [Haykin, 2007]. A equação 1 mostra o cálculo realizado para ajustar os pesos sinápticos, onde  $e$  é o erro, ou seja, a diferença entre o sinal desejado e a saída da rede.

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j(n) \quad (1)$$

Para determinar a classe, o cálculo realizado por cada camada é determinado pelas seguintes equações:

$$u_{(i+1)} = w_{(i)} a_{(i)} \quad (2)$$

$$a_{(i+1)} = \sigma(u_{(i+1)}) \quad (3)$$

$$\sigma(u) = \frac{1}{1 + \exp^{-\mu\beta}} \quad (4)$$

Na Equação 2,  $a_{(i)}$  é a saída correspondente à camada  $i$  e  $w_{(i)}$  é o vetor de pesos

da camada  $i$  à  $i+1$ . Na Equação 3,  $a(i+1)$  é a saída da camada seguinte e, na Equação 4,  $\sigma(u)$  é a função unipolar *sigmoid* utilizada, onde  $\beta$  é a constante de inclinação e não depende dos valores de entrada. Para valores de  $u$  maiores que zero,  $\sigma(u)$  vale 1, caso contrário ela vale -1. A Figura 1 mostra a rede neural utilizada.

Rede Bayesiana é um modelo descrito por meio de um grafo acíclico direcionado onde são representadas as relações de causalidade entre as variáveis. Os nós representam as variáveis e os arcos as conexões entre elas, e para representar as dependências são utilizadas probabilidades. Pode-se dizer que é uma representação enxuta de uma tabela de conjunção de probabilidades do universo do problema. As Redes Bayesianas utilizam conhecimento incerto e incompleto através do Teorema de Bayes [Pearl, 2011]. Algumas vantagens dessa abordagem são: (i) a possibilidade de

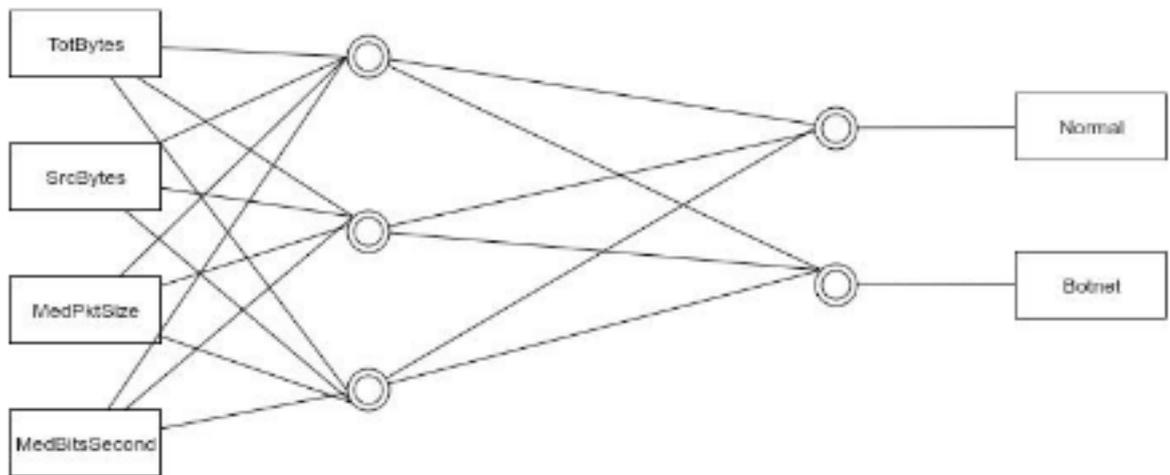


Figura 1: rede neural utilizada

classificar mesmo sem ter o valor de todos os atributos; e (ii) a visão do relacionamento entre todos os atributos envolvidos no problema, assim como independências, dependências e quão forte são esses relacionamentos. Para se achar as probabilidades condicionais, foi usado o algoritmo *SimpleEstimator*, que as estima quando a estrutura é aprendida. Como método de busca, foi usado o K2, que aprende a rede através da técnica *Hill Climbing*. A Figura 2 mostra a rede bayesiana utilizada.

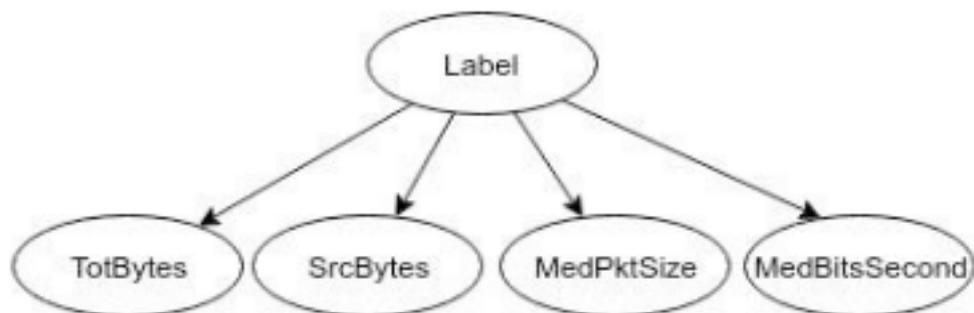


Figura 2: rede bayesiana utilizada

Árvore de Decisão é um dos principais algoritmos de Aprendizado de Máquina [Hall et al., 2011]. É composta por três elementos: o nó, que corresponde a um elemento de decisão, onde o nó raiz, que corresponde à decisão inicial, é geralmente o atributo mais discriminante entre as classes; arestas, que são os possíveis valores resultantes das decisões; e nó folha, que é a resposta, ou seja, a classe na qual os objetos serão classificados. Esse algoritmo possui duas fases: treinamento, onde é construída a árvore com base nos dados rotulados, e classificação, onde os dados dos atributos selecionados são testados a partir da raiz até um dos nós folhas, onde a classe será atribuída. Existem diversos algoritmos que implementam Árvores de Decisão, como ID3, C4.5 e J48. Esses algoritmos utilizam a abordagem *top-down* para construir a árvore e são recursivos, só terminando quando constroem a menor árvore com maior acurácia. Para este trabalho, será utilizado o J48, que usa uma abordagem “gulosa” para construir a árvore. Já o *Random Forest* é um algoritmo do tipo *ensemble learning*, que cria diversos classificadores e depois agrupa os resultados. Nesse caso, são geradas diversas árvores de decisão que são usadas em conjunto para a classificação [Breiman, 2001].

O *K-means* é um algoritmo de agrupamento dos mais utilizados [Hall et al., 2011] em diversas áreas do conhecimento. Pertence à categoria de aprendizado não-supervisionado, ou seja, trabalha com instâncias não rotuladas com sua classe real. Essas instâncias são divididas em grupos (*clusters*) bem definidos, mais ou menos homogêneos, de acordo com a similaridade entre elas, o que gera um particionamento dessas instâncias. O particionamento mais adequado é aquele que agrupa instâncias semelhantes no mesmo *cluster* e separa as não semelhantes em diferentes *clusters*. O *K-means* busca encontrar a melhor partição do conjunto de instâncias em *k* grupos, onde cada grupo está associado a um centroide. Assim, o parâmetro *k* determina o número de *clusters* nos quais as instâncias serão divididas. Neste trabalho foi utilizado o valor de *k* como sendo igual ao número de classes (duas), de maneira que cada *cluster* pode ser associado a uma classe.

A Tabela 2 mostra os principais parâmetros utilizados nos algoritmos.

Parâmetros dos Algoritmos				
RNA	Rede Bayesiana	J48	Random Forest	K-Means
Taxa de aprendizagem = 0.3 Momentum = 0.2 Epochs = 500 Treshold = 20	Simple Estimator, $\alpha$ = 0.5 K2, Número máx. de pais = 1	Fator de confiança = 0.25	<i>Bag size</i> = 100% Iterações = 100	K=2, Função de Distância Euclidiana Número máx. de iterações = 500

Tabela 2: Principais parâmetros dos algoritmos de classificação

A partir dos algoritmos citados, pretende-se aqui comparar diversos paradigmas de aprendizado de máquina com o objetivo de verificar qual apresenta melhor

desempenho com relação ao problema. Serão comparados os seguintes paradigmas do aprendizado supervisionado [Monard e Baranauskas, 2003]: o conexionista (Redes Neurais Artificiais Multilayer do tipo Perceptron), o estatístico (Rede Bayesiana) e o simbólico (Árvore de Decisão J48 e *Random Forest*). Já no aprendizado não supervisionado, será avaliado o paradigma de *clustering* através do *KMeans*. Além disso, o algoritmo *Random Forest* também representa o conceito de *ensemble learning*.

### 3.4 Avaliação

Sabendo que a base é desbalanceada e que algoritmos classificadores de aprendizado de máquina são sensíveis a isso, os modelos gerados devem ser bem avaliados para evitar uma classificação tendenciosa, pois a classe rara pode ser ignorada pelo algoritmo classificador. Um método bastante utilizado para particionar o *dataset* é a divisão da base de forma aleatória, geralmente 2/3 para treinamento e 1/3 para teste, porém isso pode gerar uma classificação otimista. Para esse tipo de base, que é desbalanceada, a validação recomendada é a cruzada. Essa validação divide a base em diversas partes, mantendo uma parte para teste e as outras para treinamento, repetindo este procedimento para todas as partes. A acurácia final será então a média de todas as partes. Foi aqui utilizada a avaliação *10-foldcross-validation*, onde 9/10 da base é utilizado para treinamento e 1/10 para avaliação.

A métrica mais utilizada para avaliação é a acurácia, porém esta não é recomendada para bases desbalanceadas. Por exemplo, pode ser conseguida uma acurácia de mais de 90% apenas classificando toda a amostra como sendo da classe majoritária, o que condenaria totalmente o classificador. Diante disso, existem outras métricas adequadas para este cenário: precisão, *recall*, *f-measure* e a área sob a curva (ROC). Essas métricas, juntamente com a acurácia, serão utilizadas neste trabalho, onde a identificação da classe *botnet* será considerada como “positivo” (ou seja, houve uma detecção de ataque) e a identificação da classe *normal* como “negativo”. As descrições das métricas são então as seguintes:

- Precisão - porcentagem de verdadeiros positivos (TP) sobre todas as instâncias classificadas como positivas, sejam de fato verdadeiras (TP) ou falsos positivos (FP):

$$\text{Precisão} = \frac{TP}{TP+FP} \quad (5)$$

- Acurácia - porcentagem de tudo o que foi classificado corretamente, ou seja, verdadeiros positivos e verdadeiros negativos (TP e TN):

$$\text{Acurácia} = \frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN} \quad (6)$$

- *Recall* - o número de verdadeiros positivos (TP) sobre o que é realmente positivo, ou seja, verdadeiros positivos e falsos negativos (TP e FN), o que equivale à taxa de verdadeiros positivos (TPR):

$$Recall = \frac{TP}{TP+FN} \quad (7)$$

- *F-measure* - média harmônica entre Precisão e *Recall*:

$$F - Measure = \frac{2}{\frac{1}{Prec} + \frac{1}{Recall}} \quad (8)$$

- Curva ROC (*Receiver Operating Characteristic*) - curva que relaciona Recall (TPR) e taxa de falsos positivos (FPR), sendo que, para reduzir essa curva a um valor escalar, é calculada a área abaixo dela.

## 4 | RESULTADOS

Os experimentos foram realizados em uma máquina virtual Ubuntu 16.04 LTS com 4 CPUs e 24 GB de memória. A Figura 3 mostra os resultados das métricas de avaliação para cada cenário e para cada algoritmo usado.

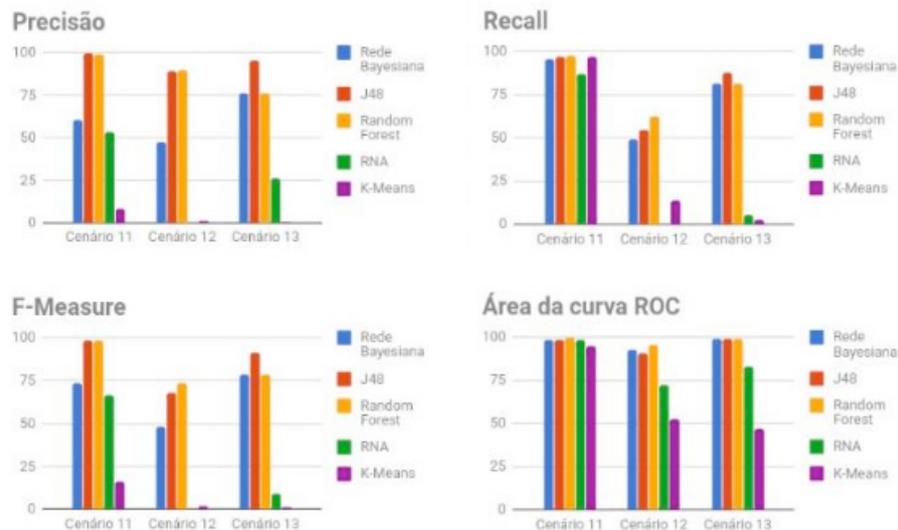


Figura 3: Resultados dos algoritmos de classificação

Ao analisar esses resultados, verificou-se que o paradigma “Simbólico” foi o que mais se destacou, sendo representado pelos algoritmos J48 e *Random Forest*. Todavia, ressalta-se a importância de se analisar as métricas em conjunto. Esses algoritmos obtiveram uma alta *Precisão*, porém, ao se analisar o cenário 12, verifica-se um baixo *Recall*. Isso se dá devido a estes algoritmos atingirem um número de

falsos positivos baixo, mas um número de falsos negativos alto nesse cenário. Esse baixo *Recall* no cenário 12 aconteceu para todos os algoritmos, e o desempenho baixo do *F-Measure* no cenário 12 dá-se pelo mesmo motivo, já que essa métrica é uma média harmônica entre o *Recall* e a *Precisão*. Vale mencionar que o cenário 12 é justamente aquele que representa uma abordagem preventiva de detecção. Ou seja, o que está sendo analisado no cenário 12 é o desempenho na detecção do tráfego de comando e controle, fase anterior à deflagração do ataque em si. Com este fato, conclui-se que as *botnets* com arquitetura descentralizada (P2P) realizando apenas sincronização são mais difíceis de serem detectadas pelos algoritmos deste trabalho. Por fim, verifica-se que os algoritmos Rede Neural (RNA) e *K-Means* apresentaram desempenho muito aquém dos demais. Apenas na métrica *Recall*, no cenário 11, conseguiram um bom desempenho, devido ao elevado número de verdadeiros positivos que esses algoritmos alcançaram nesse cenário. Porém, ainda nesse cenário, a métrica *F-Measure* dos dois algoritmos foi baixa devido ao elevado número de falsos positivos. Ou seja, por mais que tenham acertado muitos fluxos de *botnets*, também classificaram erroneamente muitos fluxos legítimos como *botnets*, indicando que a classificação realizada somente com aprendizado não supervisionado, ou com o paradigma conexionista, não é recomendada para esses cenários de *botnets*.

## 5 | TRABALHOS RELACIONADOS

O trabalho em [Fedynyshyn et al., 2011] propõe uma solução baseada em HIDS, identificando diferentes canais de C&C sem verificar o *payload* do pacote, algo que abordagens anteriores não conseguiam. Nele são avaliados os algoritmos de aprendizado de máquina J48 e *Random Forest* aplicados a um *dataset* próprio, contendo tráfego legítimo e diversas famílias de *bots*. Foram validadas as hipóteses de que o tráfego de C&C da *botnet* pode ser diferenciado de outros, incluindo do tráfego legítimo, e de que as características de diferentes estilos de C&C são semelhantes em diferentes famílias *botnet*.

Em [Zand et al., 2014] é apresentada uma abordagem para extrair assinaturas C&C usando um *dataset* produzido com o *bot Anubis*, para tal examinando o *payload* dos pacotes de dados transmitidos na rede. Primeiro são extraídas as “sequências” mais frequentes no tráfego na rede, depois é utilizada uma função de ranqueamento que dará uma pontuação maior às “sequências” que aparecem mais frequentemente em uma classe de conexões e raramente em outras. Essa abordagem é motivada pelo pressuposto de que conexões C&C de uma família de *malware* compartilham similaridades, enquanto conexões que não sejam de C&C apresentam maior diversidade de características entre si. Com isso, a proposta dos autores obteve um desempenho superior a de outros trabalhos relacionados.

Em [Beigi et al., 2014] são comparados e avaliados atributos associados ao conceito de “fluxo de pacotes na rede”, empregados nos estudos de detecção de

*botnets* existentes. A abordagem utilizada contou com o método *Wrapper* para a seleção de atributos e com o algoritmo de classificação de árvore de decisão C4.5. Para os experimentos, foi criado um *dataset* contendo um conjunto diversificado de *botnets* misturado com amostras de tráfego normal da rede, muitas vezes chamado de tráfego de *background*.

Em [Alejandre et al., 2017] é proposta uma metodologia para a seleção de atributos objetivando detectar *botnets* na fase de comando e controle. Foi utilizado um algoritmo genético para selecionar o conjunto de atributos que fornece a maior taxa de detecção ao se usar o algoritmo C4.5 para a classificação dos dados. Experimentos foram realizados no sentido de extrair os melhores atributos para cada *botnet* analisada e para cada tipo de *botnet* em geral.

Dentre os trabalhos aqui relacionados, [Zand et al., 2014] realiza uma análise do *payload* do pacote, o que hoje é inviável pois a comunicação via C&C geralmente é criptografada, esse trabalho é validado em apenas um tipo de *bot*, trazendo dúvidas sobre a validade dessa metodologia. Ainda sobre a avaliação de modelos para se detectar *botnets*, a comparação entre os modelos estudados nos trabalhos não é possível de ser realizada, pois não há uma padronização de *dataset* e de métricas de avaliação.

Em cima desse problema, foi realizada a pesquisa [Silva et al., 2017], que também utilizou o dataset CTU-13 para levantar atributos relevantes à detecção de *botnets* através das técnicas de seleção de atributos, além de analisar a eficiência dos algoritmos de aprendizado de máquina J48, SVM, *Naive Bayes* e k-NN para a detecção do tráfego de *botnets*. Porém, ainda faltam paradigmas do Aprendizado Supervisionado para serem comparados, e a própria pesquisa aponta como trabalhos futuros a avaliação de outros paradigmas como o conexionista. Além disso, o trabalho não abordou o aprendizado não supervisionado.

Buscando preencher essas lacunas, foi desenvolvido o presente trabalho em que diversos paradigmas do aprendizado de máquina supervisionado e não supervisionado são comparados, além de ser realizada uma seleção de características do tráfego de rede. Assim, foi possível analisar se existe um algoritmo que satisfaz os diversos cenários de *botnets* estudados ou se uma combinação dessas técnicas deve ser usada para uma classificação mais eficaz, determinando a combinação de características e técnicas de aprendizado de máquina ideais para o problema da detecção de *botnets*.

## 6 | CONCLUSÃO

O número de incidentes de segurança na Internet vem aumentando a cada dia, assim como a dependência nos serviços por meio dela oferecidos. Nesse contexto, as *botnets* surgem como fontes geradoras de diversas atividades maliciosas. Detectar essas redes de máquinas “zumbis” é tarefa desafiadora, devido às características de suas arquiteturas.

Diante disso, este trabalho propõe uma metodologia utilizando modelos de aprendizado de máquina capazes de detectar *botnets* de forma preventiva, através do tráfego de comando e controle, e reativa, a partir de tráfegos de atividades maliciosas. Tal se deu por meio de características extraídas dos fluxos de tráfego, sem a inspeção do conteúdo de dados (*payload*) dos pacotes. Para isso, foi realizado um processo que apontou uma nova característica relevante: o número de *bytes* transmitidos pela origem. Foi então analisado um conjunto de algoritmos de aprendizado de máquina supervisionado representando os paradigmas conexionista, estatístico e simbólico, além do aprendizado não supervisionado representado por um algoritmo de *clustering*, todos eles aplicados a cenários reais, contribuindo na busca por algoritmos e características do tráfego de rede que consigam detectar os diversos cenários de *botnets*. Os modelos que seguem o paradigma simbólico se destacaram, com os algoritmos J48 e *Random Forest* praticamente iguais em termos de desempenho, porém destaca-se um maior número de falsos negativos ao se realizar a detecção na forma preventiva.

Dessa forma, a partir dos experimentos realizados, as características do tráfego de rede que se destacaram (*SrcBytes*, *MedPktSize*, *TotBytes* e *MedBitsSecond*) em conjunto com os algoritmos de aprendizado de máquina do paradigma simbólico (J48 e *Random Forest*) são as mais indicadas para serem usadas em uma arquitetura de um IDS real para a detecção de *botnets*. Como trabalhos futuros, pretende-se expandir este estudo para outros cenários e analisar outros paradigmas de aprendizado de máquina, considerando-se também a criação de uma janela de tempo para agrupar as sequências de fluxo e extrair novas características que melhorem a detecção. Além disso, deseja-se implementar o melhor modelo encontrado em uma arquitetura real.

## REFERENCIAS

Alejandre, F. V., Cortés, N. C., e Anaya, E. A. (2017). Feature selection to detect botnets using machine learning algorithms. In *Electronics, Communications and Computers (CONIELECOMP), 2017 International Conference on*, p. 1–7. IEEE.

Arbor, N. (2017). 12<sup>o</sup> relatório de segurança de infraestrutura mundial anual. <http://br.arbornetworks.com/visibilidade-de-redes/>. Acessado em 28/10/2017.

Azuaje, F. (2006). Witten ih, frank e: Data mining: Practical machine learning tools and techniques 2nd edition. *BioMedical Engineering OnLine*, 5(1):1.

Beigi, E. B., Jazi, H. H., Stakhanova, N., e Ghorbani, A. A. (2014). Towards effective feature selection in machine learning-based botnet detection approaches. In *Communications and Network Security (CNS), 2014 IEEE Conference on*, p. 247–255. IEEE.

Breiman, L. (2001). Random forests. *Machine learning*, 45(1):5–32.

CERT, B. (2018). Incidentes reportados ao cert.br, janeiro a dezembro de 2017. <https://www.cert.br/stats/incidentes/2017-jan-dec/analise.html>. Acessado em 20/03/2018.

- Claise, B. (2004). Cisco systems netflow services export version 9.
- Clay, P. (2015). A modern threat response framework. *Network Security*, 2015(4):5–10.
- Fedynyshyn, G., Chuah, M. C., e Tan, G. (2011). Detection and classification of different botnet c&c channels. In *International Conference on Autonomic and Trusted Computing*, p. 228–242. Springer.
- Ficco, M. e Rak, M. (2015). Stealthy denial of service strategy in cloud computing. *IEEE transactions on cloud computing*, 3(1):80–94.
- Freiling, F. C., Holz, T., e Wicherski, G. (2005). Botnet tracking: Exploring a root-cause methodology to prevent distributed denial-of-service attacks. In *European Symposium on Research in Computer Security*, p. 319–335. Springer.
- Garcia, S., Grill, M., Stiborek, J., e Zunino, A. (2014). An empirical comparison of botnet detection methods. *computers & security*, 45:100–123.
- Goldberg, D. E. (1989). Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning, 1989. *Reading: Addison-Wesley*.
- Hall, M., Witten, I., e Frank, E. (2011). Data mining: Practical machine learning tools and techniques. *Kaufmann, Burlington*.
- Hall, M. A. (1999). *Correlation-based feature selection for machine learning*. PhD thesis, University of Waikato Hamilton.
- Haykin, S. (2007). *Redes neurais: princípios e prática*. Bookman Editora.
- Kohavi, R. e John, G. H. (1997). Wrappers for feature subset selection. *Artificial intelligence*, 97 (1-2):273–324.
- Monard, M. C. e Baranauskas, J. A. (2003). Conceitos sobre aprendizado de máquina. *Sistemas inteligentes-Fundamentos e aplicações*, 1(1):32.
- Pearl, J. (2011). Bayesian networks. *Department of Statistics, UCLA*.
- Ponemon, I. (2015). Ibm (2015). 2015 cost of data breach study: Global analysis.
- Silva, D. C., Silva, S. S., e Salles, R. M. (2017). Metodologia de detecção de botnets utilizando aprendizado de máquina.
- Silva, S. S., Silva, R. M., Pinto, R. C., e Salles, R. M. (2013). Botnets: A survey. *Computer Networks*, 57(2):378–403.
- Thornton, G. (2017). The global impact of cyber crime. *Grant Thornton International Business Report*.
- Zand, A., Vigna, G., Yan, X., e Kruegel, C. (2014). Extracting probable command and control signatures for detecting botnets. In *Proceedings of the 29th Annual ACM Symposium on Applied Computing*, p. 1657–1662. ACM.

## AVALIAÇÃO DE ATRIBUTOS ESTATÍSTICOS NA DETECÇÃO DE ATAQUES DDOS BASEADA EM APRENDIZADO DE MÁQUINA

### Eduardo da Costa da Silva

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Programa de Pós-Graduação de Informática

Rio de Janeiro –RJ

50° Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO 2018), ISSN 1518-1731

### Sidney Cunha de Lucena

Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Programa de Pós-Graduação de Informática

Rio de Janeiro - RJ

50° Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO 2018), ISSN 1518-1731

**RESUMO:** Identificar ataques a serviços de TI é tarefa difícil, dada a grande quantidade de fluxos de dados numa rede. Ademais, há diversos casos onde o tráfego de ataque tem padrão similar ao tráfego legítimo. Logo, modelar eficientemente as características do tráfego da rede se faz necessário para destacar anomalias que possam indicar um ataque. Este trabalho analisa o impacto que determinados atributos do tráfego em uma rede exercem no desempenho de alguns sistemas de detecção de ataques baseados em aprendizado de máquina. Em especial, propõe-se o uso de atributos obtidos a partir de medidas estatísticas envolvendo o agregado de fluxos de dados coexistentes

num intervalo de tempo. Para esta análise, foi implementado um sistema de detecção baseado na arquitetura *lambda* e os experimentos usaram *datasets* realísticos. Os resultados demonstram que a inclusão dos atributos propostos pode melhorar o desempenho de certos algoritmos de aprendizado de máquina na detecção de ataques.

**PALAVRAS-CHAVE:** Detecção de anomalia, aprendizado de máquina, entropia.

**ABSTRACT:** Identifying attacks towards IT services can be very difficult due to the large amount of data flow in a network. In addition, there are several cases where malicious and legitimate traffics have similar patterns. Therefore, it is necessary to efficiently model the network traffic in order to highlight any anomaly that may indicate an attack. This work analyzes the impact of certain network traffic attributes on the performance of some attack detection systems based on machine learning. In particular, it proposes the use of attributes obtained from statistical measures involving the aggregated data flows that coexist in a given time interval. The analysis was performed through the implementation of a detection system based on the *lambda* architecture and experiments used realistic datasets. The results show that the inclusion of the proposed attributes may increase the performance of certain machine

learning algorithms for attack detection.

**KEYWORDS:** Anomaly detection, machine learning, entropy.

## 1 | INTRODUÇÃO

Durante os últimos anos, o tráfego de dados na Internet tem apresentado um acentuado crescimento. Em 2010, por exemplo, foram gerados 1 bilhão de *gigabytes* de dados a cada 2 dias e espera-se que até 2020 sejam criados e manipulados mais de 40 ZB [Yi et al., 2014]. Paralelamente, vem aumentando também a quantidade de tráfego ilícito gerado por atividades maliciosas. É o caso, dentro outros, dos ataques de negação de serviço distribuídos (DDoS - *Distributed Denial of Service*), que visam esgotar os recursos computacionais da vítima ou da rede que a conecta a partir de fluxos de pacotes de dados com requisições forjadas e origens distribuídas pela Internet. Logo, garantir que uma rede de computadores esteja operando satisfatoriamente, livre de tráfegos maliciosos oriundos de ataques, tornou-se uma atividade primordial. No entanto, há dificuldades no que tange à análise do tráfego de rede para a construção de padrões comportamentais que permitam uma correta identificação dos ataques, que podem ser caracterizados como anomalias no tráfego. Tais dificuldades derivam não apenas da grande quantidade de fluxos de dados e suas peculiares, mas também do avanço das técnicas empregadas nos ataques, que objetivam camuflar o tráfego ilícito para dificultar sua identificação [Ficco and Rak, 2015]. Deste modo, esta modelagem deve considerar atributos e métricas, relacionadas aos fluxos de dados que passam por uma rede, que sejam relevantes ao desempenho dos mecanismos empregados na análise do tráfego.

Diante desse contexto, este artigo investiga certos mecanismos de detecção de ataques baseados em em árvore de decisão, no modo *on-line*, para analisar o desempenho destes sistemas com relação a certos atributos associados aos fluxos de dados que passam pela rede que se deseja proteger. Em especial, objetiva-se verificar se é possível melhorar este desempenho a partir do acréscimo de atributos relacionados a medidas estatísticas extraídas para o tráfego agregado da rede num dado intervalo de tempo. Para tal, foi proposto e implementado um sistema baseado na arquitetura *lambda* [Marz and Warren, 2015], que considera o atual cenário tráfego de dados e alinha-se com o conceito de *Big Data* para gerar respostas em tempo hábil. A avaliação do sistema utilizou um *dataset* realístico formado por uma mescla de tráfego real legítimo, ataques DDoS gerados a partir de um ambiente controlado e dados relativos a três diferentes cenários do *dataset* CTU-13 [Garcia et al., 2014]. Os resultados obtidos demonstram que a inclusão dos atributos propostos pode melhorar o desempenho de certos algoritmos de aprendizado de máquina na detecção de ataques DDoS.

A estrutura deste artigo é a seguinte: a Seção 2 apresenta alguns conceitos básicos; a Seção 3 apresenta trabalhos relacionados; na Seção 4 tem-se arquitetura

do sistema desenvolvido; a avaliação experimental é descrita na Seção 5; a Seção 6 traz os resultados obtidos; e a Seção 7 conclui artigo.

## 2 | CONCEITOS BÁSICOS

Esta seção descreve como se dá uma classificação de dados utilizando aprendizado de máquina baseado em árvore de decisão e as características da entropia de *Shannon*, medida estatística usada em um dos atributos avaliados.

### 2.1 Árvores de Decisão

Um modelo de classificação que utiliza a estrutura de dados árvore de decisão é determinado como um processo de classificação que faz uma divisão recursiva de um conjunto de dados em conjuntos menores, divisão esta baseada em regras simples a partir dos valores dos dados. Essas divisões ocorrem nos nós de uma estrutura em árvore, com as consequentes ramificações podendo ou não levar a outros nós até se atingir o subconjunto mínimo, representado como uma *folha*. As regras de divisão contidas nos nós são automaticamente geradas a partir de uma etapa de treinamento, que necessariamente precisa contar com um *dataset* marcado, ou seja, cujo conteúdo é completamente descrito pela inserção de *labels* em suas instâncias que informam qual categoria a instância de fato representa. Tal estratégia de aprendizado de máquina, com a necessidade de marcações, é chamada de supervisionada.

Dentre os tipos de mecanismos de aprendizado supervisionado de máquina existentes, como por exemplo, Redes Neurais e Máquina de Vetores de Suporte, optou-se pelo uso de árvores de decisão por sua simplicidade e eficiência em capturar padrões complexos [Michie et al., 1994], principalmente quando se considera a necessidade destes mecanismos trabalharem em tempo real.

Os mecanismos de árvore de decisão usados neste trabalho foram o VHT (*Vertical Hoeffding Tree*), o *Bagging* e o *Adaptive Bagging* [Quinlan, 1986], todos capazes de efetuar aprendizado de máquina com base num fluxo de dados (modo *on-line*) ou incremental. O VHT é um classificador distribuído e escalável que utiliza paralelismo vertical baseado em uma árvore de Hoeffding ou *Very Fast Decision Tree* (VFDT). O método *Bagging* busca maximizar a acurácia pelo agrupamento de diferentes árvores de decisão, superando erros de classificação ao se usar apenas um classificador [Khan et al., 2007]. O modelo final de classificação é resultado de uma combinação dos resultados preditivos individuais desses outros métodos. Já o *Adaptive Bagging* tem funcionamento análogo ao *Bagging*, exceto pelo fato de monitorar a acurácia da classificação ao longo da fase de treinamento e de refinar o seu modelo com os últimos dados capturados. É indicado para situações não-estacionárias de aprendizado, onde os padrões dos fluxos de dados podem variar com o decorrer do tempo, como pode ocorrer com os fluxos de dados numa rede.

## 2.2 Entropia de Shannon

A entropia de Shannon, enquanto métrica estatística, é usada neste trabalho para descrever o grau de dispersão ou concentração das distribuições de probabilidades de certas características de rede. Essa métrica é bastante adotada na literatura para a identificação de tráfego malicioso, propiciando uma visão de estado global das características de rede dentro de um intervalo de tempo. É definida pela seguinte equação [Shannon, 1948]:

$$E = - \sum_{i=1}^N p_i \log_2 (p_i), \quad (1)$$

onde  $N$  é a quantidade de diferentes ocorrências  $i$  no espaço amostral e  $p_i$  é a probabilidade associada a cada ocorrência  $i$ .

## 3 | TRABALHOS RELACIONADOS

O trabalho de [Bhuyan et al., 2014] traz um estudo comparativo entre várias técnicas para detecção de anomalias, ressaltando a efetividade do uso de aprendizado de máquina para este fim. Seguindo a mesma tendência de utilização de aprendizado de máquina, [Singh et al., 2014] faz a detecção de anomalias oriundas de uma *botnets*. O Apache Hadoop, o Apache Hive e o Apache Mahout compõem os sistemas de uma arquitetura projetada para ser escalável e lidar com grande quantidade de dados. Verificou-se que, embora seja possível analisar fluxos de dados com o Hadoop, a latência provocada pelo processamento em lote comprometia a velocidade de execução do sistema.

Já utilizando o processamento em tempo real para analisar anomalias, geradas por ataques, no momento de suas ocorrências, os autores em [Du et al., 2014] usam o Apache Storm [Toshniwal et al., 2014]. Os resultados indicam que a proposta apresenta bom desempenho e escalabilidade.

Em [Robinson and Thomas, 2015], foram comparados dez algoritmos supervisionados de aprendizado de máquina, no modo *batch*, para a classificação de ataques. A avaliação usou três *datasets* antigos, já conhecidos: LLDDoS, CAIDA DDoS 2007 e CAIDA Conficker. O algoritmo Adaboost, com classificador base *Random Forest*, obteve o melhor desempenho, alcançando acurácia máxima de 99,96% no *dataset* CAIDA. Mais uma vez, em [Lobato et al., 2016] ataques DoS e de varredura são detectados através de classificação supervisionada usando os algoritmos C4.5, rede neural e máquina de suporte de vetores. Anomalias são sinalizadas assumindo-se uma distribuição Gaussiana nos valores dos atributos mais relevantes e um limiar empírico. Apesar do sistema proposto alcançar mais de 95% de acurácia, a classificação dos fluxos em normais, ataques DoS e de varredura não leva em consideração o estado global do tráfego da rede.

Conforme observado nos trabalhos supracitados, ao longo dos últimos anos diversas técnicas de aprendizado de máquina vêm sendo pesquisadas para fins de detecção de ataques. Porém, diferentemente desses estudos, o presente artigo visa destacar como determinados atributos estatísticos obtidos dos fluxos de dados podem influenciar certos métodos de aprendizado de máquina *on-line* utilizados para a detecção de ataques DDoS em volumosos fluxos de dados. Além disso, foram também levados em consideração aspectos operacionais relacionados com o sistema de detecção, tais como tempo disponível para análise dos fluxos, volume de tráfego e variedade de comportamento ao longo do tempo, tudo isto representado por *datasets* atuais e realísticos.

#### 4 | ARQUITETURA DO SISTEMA DE DETECÇÃO DE ATAQUES

A arquitetura do sistema proposto é baseado na arquitetura *Lambda*, cujo arranjo objetiva processar, em tempo hábil, volumosos fluxos de dados. Sua estrutura é composta de 3 camadas: processamento em velocidade, processamento em lote e serviços. A camada de processamento em lote é responsável por armazenar grande quantidade de dados e processá-los em lote. A camada de processamento em velocidade é designada para a manipulação de fluxos de dados em alta velocidade. Já a camada de serviço tem a função de juntar os resultados dos processamentos das outras duas camadas e disponibilizar os dados analisados. Em adição, foi desenvolvido um módulo denominado “holístico”, cuja principal função é adicionar características temporais do estado global da rede a cada intervalo de tempo. Além disso, esse módulo também computa as métricas de desempenho da classificação.

A camada de processamento em alta velocidade é composta pelas ferramentas Apache SAMOA [De Francisci Morales, 2013] e Apache Storm [Toshniwal et al., 2014], que por sua vez usam a camada de processamento em lote, representada pelo Apache Hadoop [Manikandan and Ravi, 2014], para obtenção de fluxos de treinamento e teste. Funções internas do módulo holístico fazem o papel da camada de serviço, resumizando os dados das duas outras camadas para posterior exibição das métricas de desempenho. A Figura 1, abaixo, exhibe a arquitetura do sistema.

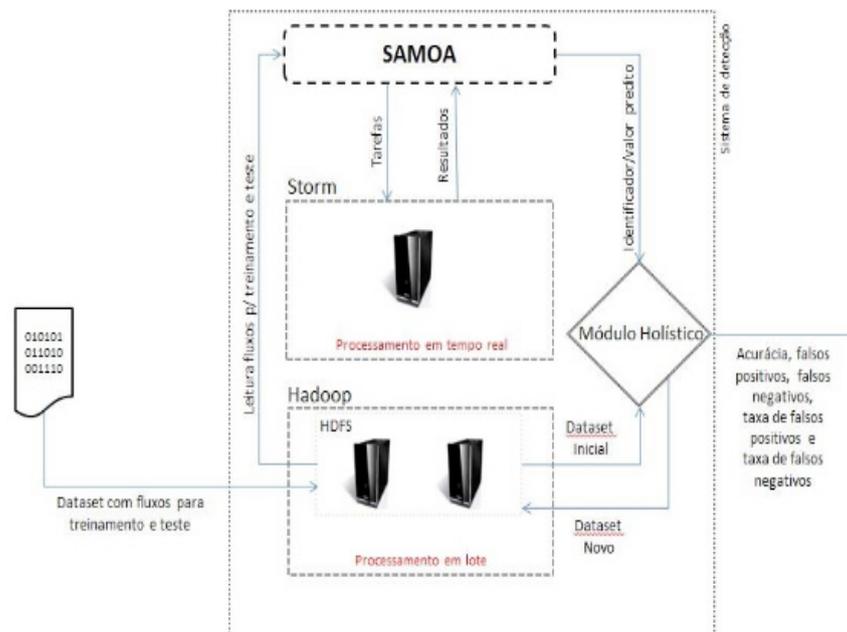


Figura 1. Arquitetura do sistema

#### 4.1 Componentes e Funcionamento do Sistema

O Apache SAMOA é uma plataforma destinada a encontrar padrões em grandes volumes de fluxos de dados, fornecendo algoritmos para as mais comuns tarefas de mineração de dados e aprendizado de máquina. Já o Apache Storm é um sistema distribuído para processamento em tempo real de volumosos fluxos de dados, enquanto que o Apache Hadoop é destinado a armazenamento e processamento em lote, sendo que somente é utilizado seu módulo HDFS, que serve como repositório para os dados manipulados pelo sistema.

O módulo holístico tem a responsabilidade de ler os fluxos do *dataset* armazenado no HDFS e dele extrair novos atributos com características temporais, criando assim um novo *dataset* enriquecido com tais informações. Estas características temporais estão diretamente associadas ao estado global dos fluxos da rede a cada 30 segundos, que é um intervalo de tempo adotado em trabalhos similares [Joldzic et al., 2016]. Estes estados globais são representados pelas entropias associadas aos endereços IP de origem, números das portas de protocolo de origem, endereços IP de destino e numeração das portas de destino. Também são registradas as suas respectivas diferenças para os valores de entropias calculados nos quatro intervalos de tempo anteriores, registrando-se assim a variação dos valores das entropias ao longo dos últimos dois minutos [Joldzic et al., 2016]. Além das entropias, calculam-se também o tamanho médio dos fluxos em *bytes*, o número médio de pacotes dos fluxos e o desvio-padrão dos tamanhos dos pacotes e das durações dos fluxos existentes a cada 30 segundos. Portanto, a cada fluxo são acrescentados esses 20 atributos contendo características estatísticas temporais relativas ao agregado de tráfego fluindo no respectivo intervalo de 30 segundos ao qual o fluxo pertence.

O funcionamento do sistema inicia-se pelo armazenamento do dataset no

Hadoop, que passa a ser chamado de dataset inicial. O módulo holístico então lê os fluxos do dataset inicial, agrupando-os em intervalos de tempo de 30 segundos para cálculo dos atributos estatísticos (denominados de atributos avançados). Posteriormente, o módulo holístico acrescenta os novos atributos no dataset e o disponibiliza ao SAMOA. Com base nesse novo dataset, o SAMOA cria uma tarefa a ser enviada ao STORM para fins de processamento dos fluxos. A medida que os fluxos vão sendo analisados, os resultados das classificações - predição em “normal” ou “ataque” e identificador do fluxo são enviados para o módulo holístico. O módulo holístico, alicerçado em marcações anteriores ao processo de classificação, que determinam se o fluxo é de fato ataque ou não, calcula as métricas de desempenho do sistema de detecção e disponibiliza em arquivo.

O sistema foi implementado em um conjunto de três máquinas virtuais, uma com 20GB de RAM e as outras duas com 6GB de RAM cada. Todas as máquinas utilizaram sistema operacional Debian 7 e quatro núcleos de processador Xeon(R) CPU E5-2643 v2 @ 3.50GHz.

## 5 | AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL

Nesta seção serão descritos os procedimentos para a construção dos *datasets*, a organização dos experimentos e as métricas analisadas.

### 5.1 Criação dos Datasets

Os *datasets* criados para avaliar o sistema proposto derivam de um *dataset* realístico, obtido a partir da combinação de tráfego real e tráfego de ataque emulado, além de um conjunto de *datasets* publicamente disponível conhecido como CTU-13.

O CTU-13 [Garcia et al., 2014] compreende um conjunto de 13 diferentes cenários contendo *botnets* conhecidas de variados tipos. Num primeiro momento, os *datasets* gerados para o conjunto CTU-13 continham capturas de fluxos unidirecionais [Garcia et al., 2014]. Posteriormente, os autores geraram outro conjunto de capturas para os mesmos cenários, mas desta vez para fluxos bidirecionais [Garcia and Uhler, 2017]. No presente trabalho, tanto no conjunto de fluxos unidirecionais quanto no conjunto de fluxos bidirecionais foram usados os cenários 4, 10 e 11, por conterem ataques DDoS.

O *dataset* realístico foi gerado combinando dados de tráfego legítimo (sem ataques), obtidos de uma rede real, e dados de tráfego de ataque DDoS obtidos por emulação. O tráfego legítimo foi obtido da rede de computadores do Observatório Nacional (ON) durante 7 dias. A comprovação da ausência de ataques baseia-se nas informações fornecidas pelo sistema de segurança de rede do ON. O tráfego de ataque DDoS foi gerado através da ferramenta *hping3* em uma rede isolada com duas máquinas. A origem distribuída dos ataques foi emulada forjando-se e amplamente variando os IPs de origem dos pacotes gerados pelo *hping3*. Os ataques emulados

representaram dois tipos de ataques DDoS de alta incidência: tráfego UDP para a porta de destino 53 e tráfego ICMP.

Vale salientar que a literatura não define proporções exatas entre a quantidade de fluxos de tráfego normal e a quantidade de fluxos de ataque verificados no momento de um ataque. Para o *dataset* realístico, foi escolhida a proporção de 80% de fluxos normais e 20% de fluxos de ataques para a mesclagem desses arquivos. Essa proporção visa dificultar a obtenção, via mecanismos de aprendizados de máquina, dos padrões ocultos de comportamento dos fluxos em virtude do desbalanceamento entre a quantidade de fluxos de treinamento e a quantidade de fluxos de teste.

A partir dos *datasets* citados, foram criados três novos grupos de *datasets* contendo fluxos de treinamento e fluxos de teste, onde cada grupo possui um conjunto separado para diferentes cenários do CTU-13: Grupo 1 - tanto os fluxos de treinamento quanto os de teste são oriundos dos *datasets* CTU-13; Grupo 2 - fluxos de treinamento provenientes do *dataset* realístico e fluxos de teste provenientes do *dataset* CTU-13 com fluxos unidirecionais; e Grupo 3 - fluxos de treinamento provenientes do *dataset* realístico e fluxos de teste provenientes do *dataset* CTU-13 com fluxos bidirecionais.

Esta divisão em grupos busca representar situações diferentes. O Grupo 1 reflete uma prática costumeira em estudos de classificadores usando aprendizado de máquina, onde tanto os dados de treinamento quanto os de teste se originam de diferentes partes de um mesmo *dataset*. Já os Grupos 2 e 3 buscam representar uma situação de cunho prático e operacional na administração de uma rede, situação esta onde a disponibilidade de *datasets* marcados para fins de treinamento só é possível a partir de fontes externas à instituição. Trata-se de uma situação análoga às assinaturas de tráfego contendo ataques recém-descobertos que precisam ser inseridas nos sistemas de detecção de intrusão.

## 5.2 Organização dos Experimentos

Cada um dos três grupos de *datasets* gerou quatro diferentes conjuntos, cada qual contendo um diferente conjunto de atributos associados aos fluxos IP: (i) um conjunto chamado de *dataset* puro ou primário, contendo apenas os atributos de fluxo gerados pelo *nProbe*, aqui chamados de atributos primários; (ii) um conjunto chamado de *dataset* com estatísticas, contendo os atributos primários e incluindo o tamanho médio dos fluxos em bytes, tamanho médio dos fluxos em pacotes, desvio-padrão das durações dos fluxos e desvio-padrão dos tamanhos dos pacotes dos fluxos, todos calculados para o tráfego agregado da rede; (iii) um conjunto chamado de *dataset* com entropias, contendo os atributos primários e incluindo as medidas de entropia do tráfego agregado e suas diferenças em relação aos quatro intervalos anteriores de 30 segundos; por fim, (iv) um conjunto chamado de *dataset* completo, contendo todos os atributos gerados. Os atributos primários, gerados pelo *nProbe*, são os seguintes: marca de tempo de início, duração do fluxo, protocolo (campo do cabeçalho IP), IP de

origem, porta de origem, IP de destino, porta de destino, número de bytes e número de pacotes do fluxo.

Uma vez obtidos esses quatro conjuntos de atributos para cada um dos três grupos de *datasets*, foram aplicados, em cada conjunto, os métodos de classificação supervisionada VHT, *Bagging* e *Adaptive Bagging* - todos oferecidos pelo SAMOA. Considerando o processo de classificação de fluxos de dados cujo o fator tempo é essencial, foi utilizada a abordagem *interleaved-test-then-train* como técnica de validação da classificação

- uma das mais utilizadas em cenários de classificação de fluxos de dados por não onerar demasiadamente o tempo de execução, ao contrário do que acontece, por exemplo, com a validação cruzada.

### 5.3 Métricas de Desempenho Utilizadas

As métricas utilizadas neste trabalho são aquelas normalmente encontradas na literatura para a aferição da eficiência de um sistema de detecção de ataques [Bhuyan et al., 2014]. Todas elas se baseiam nas seguintes variáveis: Falsos positivos (FP) - quantidade de fluxos normais classificados como fluxos de ataque; Falsos negativos (FN) - quantidade de fluxos de ataque classificados como fluxos normais; Verdadeiros positivos (VP) - quantidade de fluxos de ataque classificados como fluxos de ataques; e Verdadeiros negativos

(VN) - quantidade de fluxos de normais classificados como fluxos normais. A partir dessas medidas, tem-se as seguintes métricas:

- Acurácia - razão percentual entre a quantidade de fluxos corretamente classificados e a quantidade total de fluxos analisados:

$$\text{Acurácia} = \frac{\text{qtd de fluxos analisados} - (\text{FP} + \text{FN})}{2\text{qtd total de fluxos analisados}} * 100 \quad (2)$$

- Precisão - razão percentual entre a quantidade de fluxos de ataque corretamente classificados (VP) e a quantidade de fluxos classificados como ataque (VP + FP):

$$\text{Precisão} = \frac{\text{VP}}{\text{VP} + \text{FP}} * 100 \quad (3)$$

- Taxa de verdadeiros positivos, ou *Recall* - razão percentual entre o número de verdadeiros positivos (VP) e a quantidade de fluxos de ataque:

$$\text{Recall} = \frac{\text{VP}}{\text{qtd total de fluxos de ataque}} * 100 \quad (4)$$

- *F-Measure* - média harmônica entre precisão e *recall*, que, neste trabalho, assume valores entre 0 e 10000, onde o primeiro valor representa o pior resultado e o segundo, o melhor:

$$F\text{-Measure} = \frac{2}{\frac{1}{\text{Precisão}} + \frac{1}{\text{Recall}}} * 100 \quad (5)$$

## 6 | RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados os impactos nas métricas de desempenho elencadas, considerando a variação dos arranjos de atributos nos Grupos 1, 2 e 3. Conforme já mencionado, o VHT, o *Bagging* e o *Adaptive Bagging* foram os mecanismos de aprendizado de máquina utilizados no processo de classificação ou identificação dos fluxos como “normal” ou “ataque”. A variação desses conjuntos de atributos tem a intenção representar as diferentes contribuições das medidas estatísticas provenientes do módulo holístico na detecção dos ataques.

Nos Grupo 1 e Grupo 2, nas quatro variações dos conjuntos de atributos dos cenários 4, 10 e 11 e utilizando os três mecanismos de aprendizado de máquina, foram obtidos 100% de acurácia, 100% de precisão, 100% de taxa de verdadeiros positivos, ou *recall*, 100% de taxa de verdadeiros negativos e valor máximo para a *F-Measure*, não havendo classificação errada de nenhum fluxo normal como fluxo de ataque e vice-versa.

Já para o Grupo 3, que contempla fluxos bidirecionais e que usa *datasets* de fontes diferentes para treinamento e teste, ao se usar o mecanismo VHT os resultados mostram que, pela primeira vez, o acerto máximo não foi alcançado. Verificou-se 99,84% de acurácia para todas as variações no cenário 4, 94,32% de acurácia para todas as variações no cenário 10, e 94,67% de acurácia para todas as variações no cenário 11. Tanto a acurácia, a precisão, o *F-Measure* e a taxa de falsos positivos foram influenciados pela quantidade de fluxos normais classificados erroneamente como fluxos de ataques. A maior influência observada foi na precisão, pois essa medida considera todos os casos nos quais os fluxos são classificados como positivos para ataque, sendo ou não verdadeiramente positivos, tendo como resultado 59,16% para o cenário 4 e de 58,83% para os cenários 10 e 11. A precisão, por sua vez, interferiu na *F-Measure*, com 7434,09 para todas as variações no cenário 4, 7408,06 para todas as variações no cenário 10 e 7408,01 para todas as variações no cenário 11. No entanto, não houve casos de fluxos de ataques classificados erroneamente como fluxos normais, o equivalente a falsos negativos. Por conseguinte, todos os fluxos de ataques foram corretamente identificados, resultando numa taxa de verdadeiros positivos, ou *recall*, igual a 100%. Ainda como consequência da quantidade de falsos positivos, foi obtida uma taxa de verdadeiros negativos igual a 99,84% para o cenário 4, 93,82%

para o cenário 10 e 94,23% para o cenário 11. Ainda com relação aos resultados do VHT para o Grupo 3, verificou-se que a variação da natureza dos atributos não interferiu nos resultados. Qualquer que fosse a combinação de atributos dentro do mesmo cenário, entre os primários e os gerados pelo módulo holístico, não houve variação nos valores das métricas empregadas.

Tal qual ocorrido para o VHT, no método *Bagging* os resultados não se modificaram com a inclusão dos atributos gerados pelo módulo holístico, a exceção do cenário 11. Neste cenário, é possível verificar uma melhora em todas as métricas de desempenho quando é usado o conjunto completo de atributos. Foi verificado, também, que a acurácia passou de 94,67% para 100%, a precisão passou de 58,83% para 99,96%, a *F-Measure* foi de 7408,01 para 9998,16, a taxa de verdadeiros negativos de 94,23% para 100%, a quantidade de falsos positivos diminuiu de 5.713 para 3, a quantidade de verdadeiros negativos sofreu um aumento de 5.710 casos e a taxa de falsos positivos apresentou uma queda de 5,77% para 0,003%.

Assim como ocorreu nos Grupos 1 e 2, quando o mecanismo *Adaptive Bagging* foi aplicado ao Grupo 3, independente do cenário analisado e das variações dos conjuntos de atributos, obteve-se eficiência máxima nas métricas de desempenho.

Os valores ótimos das métricas de desempenho obtidos para o Grupo 1 podem ser justificados pela utilização de partes de um mesmo *dataset*, gerado num mesmo ambiente de rede, para treinamento e teste do sistema, levando a crer que os fluxos IPs acabam por apresentar um padrão mais definido de comportamento. Portanto, pode-se concluir que, neste caso, as variações dos conjuntos de atributos tornam-se sem efeito para os mecanismos de aprendizado de máquina, que conseguem capturar mais facilmente esses padrões comportamentais.

No caso do Grupo 2, apesar de se considerar *datasets* diferentes para treinamento e teste, o fato do *dataset* de teste ser proveniente do CTU-13 com fluxos IPs unidirecionais pode justificar o acerto total das classificações apenas usando-se os atributos primários. Os pesquisadores responsáveis pelo CTU-13 alegam em [Garcia and Uhler, 2017] que o *dataset* contendo dados bidirecionais possui informações mais representativas a respeito do tráfego de uma rede real e explicitamente recomendam que este *dataset* seja usado no lugar do *dataset* unidirecional. Pode-se então concluir que o *dataset* unidirecional apresenta um padrão de comportamento mais simples, o que possivelmente facilita a classificação. Apesar disso, os resultados relativos ao *dataset* unidirecional foram aqui mantidos para uma maior entendimento a respeito da eficiência do sistema proposto.

No Grupo 3, onde os experimentos usaram fluxos de teste provenientes do *dataset* CTU-13 bidirecional, os dados armazenados tendem a refletir melhor a diversidade e a dinâmica dos fluxos, resultando numa maior variação do padrão comportamental dos atributos primários. Consequentemente, a tarefa de classificação passa a ser mais complexa, ainda mais quando se considera que os dados de treinamento são originados de um *dataset* obtido de outro ambiente de rede.

Tal característica, somada ao fato da haver grande diferença (ou desbalanceamento) na quantidade de fluxos entre as duas classes (normal e ataque), causou impacto direto na métrica de precisão, que se manteve entre 58,83% e 99,96%. Vale notar que no cálculo da precisão são considerados apenas os fluxos classificados como ataque. Diferentemente, a métrica de acurácia considera as duas classes (normal e ataque) em seu cálculo, justificando assim a discrepância entre os valores dessas duas medidas de desempenho. A melhoria nos resultados que os atributos avançados (entropias e demais medidas estatísticas) proporcionaram ao método *Bagging* pode ser atribuída ao fato do método em questão usar mais modelos de classificação do que o método VHT, que usa apenas um. Isso faz com que o mesmo consiga capturar com maior exatidão a contribuição, em termos de ganho de informações, de cada conjunto de atributos assinalados aos seus modelos de classificação. Assim sendo, no passo de decisão da classificação final de um fluxo, onde existe uma votação entre os modelos, fará diferença escolher aqueles atributos com maior contribuição para a formação do modelo de classificação.

Já os resultados ótimos a partir da utilização do método *Adaptive Bagging*, para o Grupo 3, podem ser explicados em função do mecanismo de funcionamento do método. Trata-se de um método mais otimizado para fluxos que mudam suas características ou padrões comportamentais ao longo do tempo. Na fase de construção do modelo, a acurácia é monitorada e, caso exista alguma pequena queda no valor da mesma, o modelo é refeito utilizando como base os últimos fluxos analisados. Dessa forma, tende-se a construção de um modelo bem ajustado aos padrões comportamentais dos fluxos, mesmo quando se usa um conjunto menor de atributos (no caso, os atributos primários). Entretanto, vale ressaltar que, do ponto de vista genérico, a estratégia usada por este método nem sempre pode ser tão eficiente, pois depende da dinâmica de variações entre as classes ao longo do *dataset* de treinamento.

Objetivando fornecer uma leitura mais fluida dos resultados alcançados, os gráficos da Figura 2 resumiram-nos para as métricas Precisão, *Recall* e *F-Measure* aplicadas ao Grupo 3. Nela, cada coluna representa o mecanismo de aprendizado de máquina utilizado (VHT, *Bagging* ou *Adaptive Bagging*) nos cenários CEN 4, CEN 10 e CEN 11 de modo a exibir o impacto nas métricas de desempenho apresentadas em função da variação dos conjuntos de atributos (Primários, Primários+entropias, Primários+estatísticos ou Primários+entropias+estatísticos).

Quanto às considerações de ordem operacional, o sistema consumiu, em média, 15 segundos com o método VHT, 17 segundos com o *Bagging* e 19 segundos com o *Adaptive Bagging*. Obteve-se um tempo médio de 42 microssegundos para a classificação de mais de 407.242 fluxos com 34 atributos cada um. Tais valores para o tempo de execução sugerem que, do ponto de vista da operação do sistema proposto em regime de produção num ambiente real, é possível a realização de uma etapa de treinamento extremamente rápida e capaz de gerar um sistema de detecção altamente acurado e com baixo tempo de reação. Vale ressaltar que os tempos médios calculados

já incluem o tempo gasto com a construção do modelo de classificação.

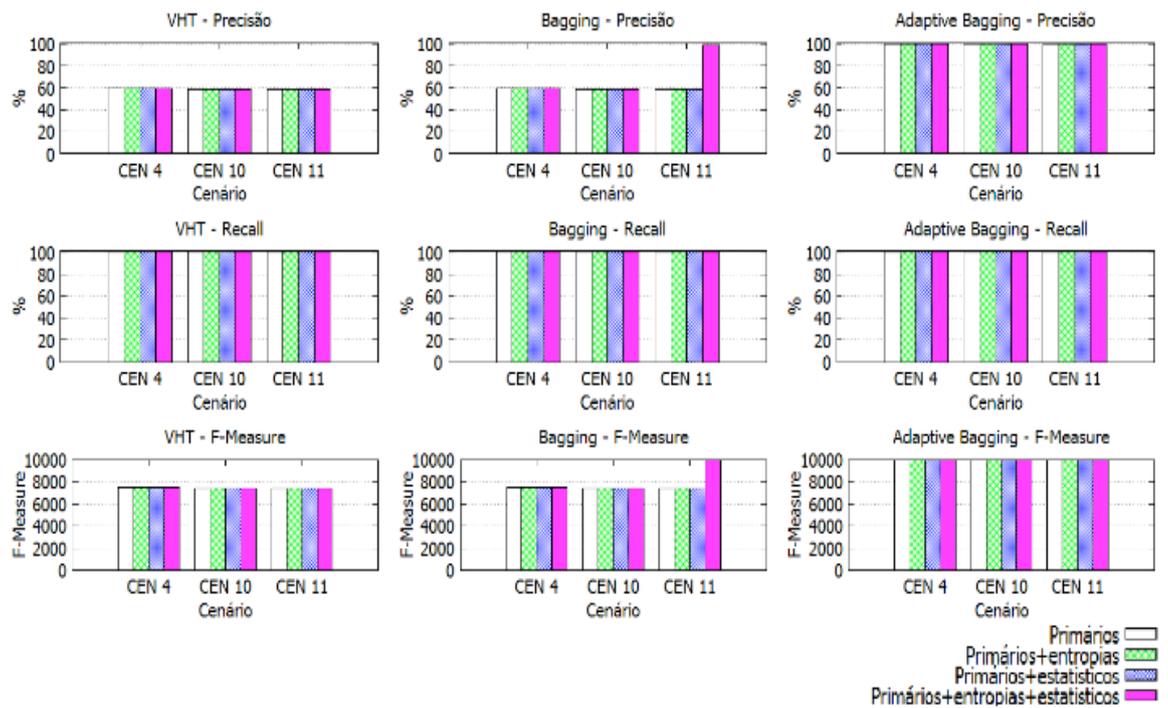


Figura 2. Resumo dos resultados para o Grupo 3

## 7 | CONCLUSÃO

Detectar com eficiência essas atividades maliciosas numa rede de computadores é uma tarefa cada vez mais complexa que se faz necessária pela importância das mesmas nas nossas vidas. Nesse contexto, este artigo analisa o impacto que determinados atributos, associados ao conjunto de fluxos de dados que trafegam por uma rede, pode exercer sobre mecanismos de aprendizado de máquina usados para a detecção de ataques. Para tal, foi desenvolvido um sistema de detecção de ataques DDoS baseado na arquitetura *lambda* e contendo mecanismos de aprendizado de máquina. A alimentação desse sistema foi efetuada via *datasets* realísticos gerados de fontes distintas, de forma a dificultar o processo de descoberta de conhecimento dos padrões comportamentais dos fluxos de dados que passam pela rede. Os resultados mostram que a variação do conjunto de atributos associado a esses fluxos pode causar impacto nas métricas de desempenho, especialmente em casos onde há variação considerável na natureza desses fluxos. Verificou-se que é possível aprimorar a classificação dos fluxos de dados realizada com o método *Bagging* quando se incorpora, ao conjunto de atributos, medidas estatísticas que refletem a dinâmica comportamental do tráfego agregado da rede. Além disso, o sistema desenvolvido se mostrou suficientemente rápido e preciso para uso em cenários reais de operação.

Como trabalhos futuros, deseja-se ampliar a avaliação do sistema para a detecção de outros tipos de ataques que explorem a camada de aplicação. Deseja-se, também, identificar novos atributos estatísticos relacionados à dinâmica do tráfego

agregado, que porventura melhorem o desempenho dos mecanismos de aprendizado de máquina na identificação dos ataques. Por fim, deseja-se implementar o sistema de detecção proposto num ambiente de produção.

## REFERÊNCIAS

BHUYAN, Monowar H.; BHATTACHARYYA, Dhruva Kumar; KALITA, Jugal K. Network anomaly detection: methods, systems and tools. **IEEE communications surveys & tutorials**, v. 16, n. 1, p. 303-336, 2014.

DE FRANCISCI MORALES, Gianmarco. SAMOA: a platform for mining big data streams. In: **Proceedings of the 22nd International Conference on World Wide Web**. ACM, 2013. p. 777-778.

DU, Yutan et al. A real-time anomalies detection system based on streaming technology. In: **2014 Sixth International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics**. IEEE, 2014. p. 275-279.

Stealthy denial of service strategy in cloud computing

GARCIA, Sebastian et al. An empirical comparison of botnet detection methods. **computers & security**, v. 45, p. 100-123, 2014.

**GARCIA, S.; UHLIR, V.** (2017). Malware capture facility project - ctu-13 data-set. <http://mcfp.weebly.com/te-ctu-13-dataset-a-labeled-dataset-with-botnet-normal-and-background-traffic.html>. Acessado em 07/04/2017.

JOLDZIC, Ognjen; DJURIC, Zoran; VULETIC, Pavle. A transparent and scalable anomaly-based DoS detection method. **Computer Networks**, v. 104, p. 27-42, 2016.

KHAN, Latifur; AWAD, Mamoun; THURASINGHAM, Bhavani. A new intrusion detection system using support vector machines and hierarchical clustering. **The VLDB journal**, v. 16, n. 4, p. 507-521, 2007.

LOBATO, A.; ANDREONI LOPEZ, M.; DUARTE, O. C. M. B. Um sistema acurado de detecção de ameaças em tempo real por processamento de fluxos. **XXXIV Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos (SBRC'2016)**, Salvador, Bahia, 2016.

MANIKANDAN, Shankar Ganesh; RAVI, Siddarth. Big data analysis using Apache Hadoop. In: **2014 International Conference on IT Convergence and Security (ICITCS)**. IEEE, 2014. p. 1-4.

MARZ, Nathan; WARREN, James. **Big Data: Principles and best practices of scalable real-time data systems**. New York; Manning Publications Co., 2015.

MICHIE, Donald et al. Machine learning. **Neural and Statistical Classification**, v. 13, 1994.

QUINLAN, J.. Ross . Induction of decision trees. **Machine learning**, v. 1, n. 1, p. 81-106, 1986.

ROBINSON, RR Rejimol; THOMAS, Ciza. Ranking of machine learning algorithms based on the performance in classifying ddos attacks. In: **2015 IEEE Recent Advances in Intelligent Computational Systems (RAICS)**. IEEE, 2015. p. 185-190.

SHANNON, Claude Elwood. A mathematical theory of communication. **Bell system technical journal**, v. 27, n. 3, p. 379-423, 1948.

SINGH, Kamaldeep et al. Big data analytics framework for peer-to-peer botnet detection using random forests. **Information Sciences**, v. 278, p. 488-497, 2014.

TOSHNIWAL, Ankit et al. Storm@ twitter. In: **Proceedings of the 2014 ACM SIGMOD international conference on Management of data**. ACM, 2014. p. 147-156.

YI, Xiaomeng et al. Building a network highway for big data: architecture and challenges. **IEEE Network**, v. 28, n. 4, p. 5-13, 2014.

## ABORDAGEM PROBABILÍSTICA À ESCOLHA DE PRODUTOS DE DEFESA: UMA APLICAÇÃO DA COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA DE PREFERÊNCIAS NA AQUISIÇÃO DE BLINDADOS

**Luiz Octávio Gavião**

Escola Superior de Guerra  
Rio de Janeiro – RJ

**Annibal Parracho Sant'Anna**

Universidade Federal Fluminense  
Niterói – RJ

**Gilson Brito Alves Lima**

Universidade Federal Fluminense  
Niterói – RJ

**Pauli Adriano de Almada Garcia**

Universidade Federal Fluminense  
Volta Redonda – RJ

**RESUMO:** Este artigo apresenta uma abordagem probabilística ao problema de escolha de Produtos de Defesa (PRODE). Esse problema pode ser tratado sob o escopo do apoio à decisão multicritério (MCDA). Os atributos de desempenho dos produtos, em diferentes critérios, podem ser estruturados em uma matriz de decisão e avaliados à luz de métodos MCDA. A opção por um método probabilístico se deve à imprecisão das medidas de manual ou resultantes de testes operacionais, diante de situações de combate. Esta pesquisa utilizou a Composição Probabilística de Preferências (CPP) para apoiar a decisão de escolha de um blindado, de uma lista de dez alternativas, avaliadas em 35 critérios. O uso de um método

quantitativo eliminou a subjetividade do apoio à decisão, enquanto a abordagem probabilística contribuiu ao maior realismo à escolha de um PRODE.

**PALAVRAS-CHAVE:** Produto de Defesa. Blindados. Composição Probabilística de Preferências.

**ABSTRACT:** This paper presents a probabilistic approach to the problem of choosing defense products. This problem can be addressed under the scope of a multicriteria decision aid (MCDA). Product attributes in different criteria can be structured in a decision matrix and evaluated by MCDA methods. The option for a probabilistic method is due to the inaccuracy of data driven by operational publications or field tests, in contrast with combat situations. This research used the Composition of Probabilistic Preferences (CPP) to support the decision, from a list of ten alternatives, evaluated in 35 criteria. The use of a quantitative method eliminated the subjectivity of decision support, while the probabilistic approach contributed to the greater realism of choosing a defense product.

**KEYWORDS:** Defense Products. Tanks. Composition of Probabilistic Preferences.

## 1 | INTRODUÇÃO

O Processo de A escolha de produtos de defesa (PRODE) pode ser tratada sob o escopo de um problema de apoio à decisão multicritério (*Multiple Criteria Decision Aid* - MCDA). Diferentes atributos de desempenho dos PRODE podem ser utilizados para a comparação entre os produtos selecionados. Quando um PRODE apresenta o melhor desempenho no conjunto de atributos levantados, o processo de escolha é simplificado. Entretanto, na maioria das vezes, os PRODE apresentam desempenhos altos ou baixos para as características selecionadas, tornando complexa a imediata identificação da alternativa que melhor atenda às necessidades do problema. Nesse caso, os métodos MCDA podem auxiliar na escolha do PRODE com desempenho mais satisfatório que os demais.

As decisões multicritério estão presentes em diversos procedimentos na área de Defesa e Segurança Pública (D&SP). Aqui cabe ilustrar processos rotineiros de auxílio à decisão em problemas militares. Diferentes estratégias podem ser avaliadas sob as expressões componentes do Poder Nacional (i.e. Política, Econômica, Militar, Científico-Tecnológica e Psicossocial). Linhas de ação tático-operacionais podem ser submetidas aos Fatores da Decisão (i.e. Missão, Inimigo, Terreno, Meios, Tempo Disponível) e/ou aos Princípios de Guerra (i.e. Unidade de Comando, Surpresa, Simplicidade, Massa, entre outros), durante a etapa inicial do Exame de Situação. No nível tático, as alternativas à localização de Postos de Comando e de áreas de apoio logístico também são frequentemente avaliadas sob critérios específicos (i.e. distâncias de apoio, facilidade de comunicações, orientação ao esforço principal, entre outros). Dessa forma, verifica-se que um problema militar, que requeira a comparação entre duas ou mais alternativas, à luz de dois ou mais critérios, se assemelha à estrutura dos métodos MCDA. Essa similaridade se confirma em manuais doutrinários, ao sugerirem métodos MCDA para a solução de processos decisórios (BRASIL, 2011, 2014, 2015).

Em relação aos manuais citados, o EMA-332 (BRASIL, 2015) apresenta a maior abordagem acerca dos métodos MCDA. Este manual cita diferentes técnicas que poderiam ser exploradas no apoio ao processo decisório (i.e. AHP, Borda, Condorcet, família ELECTRE e PROMETHÉE). Embora o escopo dessa publicação não envolva o aprofundamento em procedimentos de cálculo desses métodos, cabe destacar que as referências representam modelos MCDA determinísticos. Em outras palavras, os métodos citados produzem resultados com base em avaliações exatas das alternativas. Isto significa assumir que as alternativas, diante de eventuais critérios, apresentam desempenhos constantes diante de grandezas imprecisas (i.e. consumo de combustível, custos de manutenção ao longo da vida útil, alcance dos sistemas de armas, entre outros).

A incerteza que envolve as avaliações de desempenho no mercado de defesa é um aspecto a ser considerado. As condições ambientais, o estado de conservação e manutenção dos sistemas e as características do engajamento entre as forças, com

reflexo direto sobre os recursos humanos que operam os sistemas de armas, são apenas alguns aspectos condicionantes que influenciam o desempenho dos PRODE. Por maior que seja o controle de variáveis nos testes operacionais realizados com os meios sob avaliação, os resultados não devem ser admitidos como valores exatos. Dados dos fabricantes tampouco devem ser admitidos com precisão em situações de combate. Assim, é razoável considerar as avaliações por medidas imprecisas. Pensadores, historiadores e estrategistas militares já alertavam sobre a influência de fatores imponderáveis em combate, que conferem incerteza ao fenômeno da guerra (CLAUSEWITZ, 1976; ECHEVARRIA, 2003; GRAY, 2005; STRACHAN, 2013).

A incerteza aqui mencionada pode ser associada a variáveis aleatórias contínuas, cujo comportamento se traduz em distribuições de probabilidades. Assim, os valores exatos dos manuais dos fabricantes são transformados em parâmetros de posição (i.e. média, moda, mediana) de uma distribuição de probabilidade que melhor se adequa ao contexto do problema. Para ilustrar esse procedimento de “aleatorização”, o alcance máximo de 1800 metros de um morteiro 60mm, com o tubo nivelado a 45 graus, pode ser assumido como o valor mais frequente de uma distribuição simétrica (i.e. Normal) ou assimétrica (i.e. Beta, Gama, triangular, entre outras). Essa transformação traz maior aderência ao uso das tabelas de manuais doutrinários a problemas reais, por admitir a variabilidade de desempenho dos sistemas de armas em situações complexas de serem descritas e modeladas.

Entretanto, um problema de apoio à decisão com base de dados representada por variáveis aleatórias impõe o uso de um método capaz de lidar com a imprecisão das informações. A Composição Probabilística de Preferências (CPP) é um método MCDA adequado a esse contexto. O CPP foi inicialmente proposto por (SANT’ANNA; SANT’ANNA, 2001) recebendo novas aplicações em (SANT’ANNA, 2015). O CPP atende aos propósitos típicos dos problemas MCDA (i.e. ordenação, classificação, avaliação dinâmica, entre outras), com variantes de composição probabilística que ampliam as perspectivas do apoio à decisão. O método é versátil na aplicação de composições mais simples (i.e. soma ponderada de probabilidades), intermediárias (i.e. composições por eixos), a mais complexas (i.e. composição por capacidades e integrais de Choquet).

Este artigo tem por finalidade reavaliar um problema acadêmico de aquisição de blindados, à luz do CPP. Os dados originais do exercício de Estudo de Estado-Maior (EEM) foram “aleatorizados” e submetidos às três formas de composição das preferências apresentadas por (SANT’ANNA, 2015): por soma ponderada, por eixos e por capacidades agregadas por integrais de Choquet. O uso de um método MCDA quantitativo contribuiu para contemplar quantitativamente as incertezas associadas à subjetividade do procedimento de escolha do blindado que melhor atende ao contexto do problema. O uso do CPP trouxe maior aderência do exercício ao ambiente real, indicando uma nova abordagem aos problemas de EEM. As diferentes composições probabilísticas contribuem com novas perspectivas à tomada de decisão.

O artigo se estrutura em quatro Seções. Após a seção introdutória, a Seção 2 resume o método CPP e os procedimentos de cálculo das composições probabilísticas. A Seção 3 reavalia o problema acadêmico, à luz do CPP. Por fim, a Seção 4 traz as considerações finais desta pesquisa. Os cálculos foram efetuados no software “R” (R-CORE-TEAM, 2018).

## 2 | O MÉTODO CPP

O CPP é um método MCDA que explora o conceito-chave da “aleatorização” das alternativas. No CPP, as avaliações exatas das alternativas são consideradas medidas de posição (i.e. média, moda, mediana) de uma variável aleatória contínua. Essa transformação permite o tratamento estatístico das avaliações por funções de probabilidade. Nesta pesquisa são utilizadas distribuições Normais. Isto indica a possibilidade de desvios equivalentes tanto para mais quanto para menos, em torno dos valores exatos da base de dados original. As funções de probabilidade (i.e. densidade, cumulativa, cumulativa inversa e randômica) de uma distribuição Normal se encontram embarcadas no software “R” (R-CORE-TEAM, 2018).

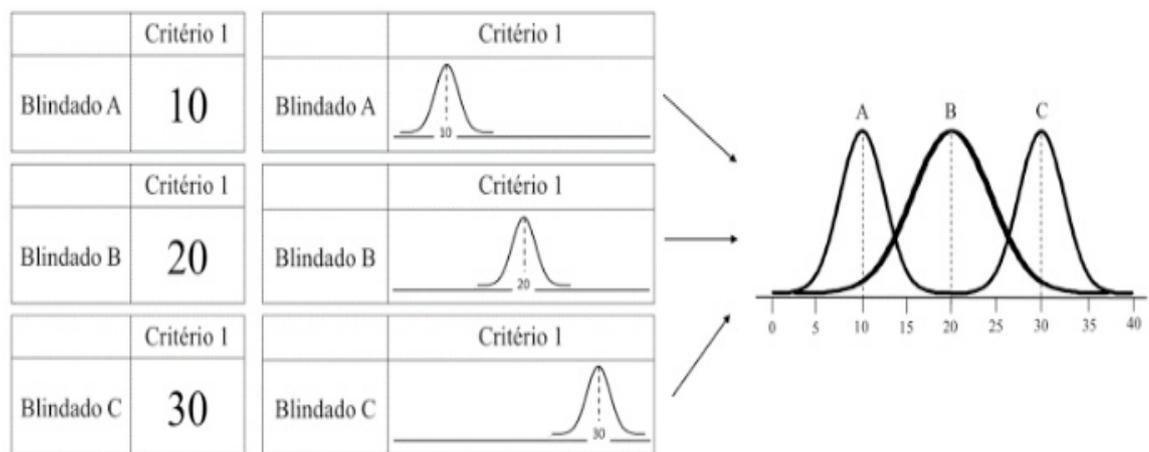


Fig. 1 – “Aleatorização” das avaliações

A Fig. 1 ilustra a “aleatorização” de três alternativas genéricas, que possuem valores modais e desvios-padrão diferentes. Nos quadros à esquerda, são observados os valores exatos da base de dados e, nos quadros à direita, a transformação desses valores nas distribuições normais.

Após o processo de “aleatorização”, são calculadas as probabilidades de cada alternativa  $i$  ser superior ( $M_{ij}$ ) e inferior ( $m_{ij}$ ) às demais, em cada critério  $j$ . Nas equações (1) e (2), um vetor aleatório, “X”, simboliza as alternativas do problema. As funções relativas à  $i$ -ésima alternativa são indexadas por “ $i$ ” e as demais por “-”. As notações  $F_x$ ,  $f_x$  e  $D_{x_i}$  são, respectivamente, a função distribuição cumulativa (cdf), a função densidade de probabilidade (pdf) e o domínio da variável aleatória “X” (SANT’ANNA et al., 2012).

$$M_{ij} = \int_{D_{x_i}} \left[ \prod F_{x_i}(x_i) \right] f_{x_i}(x_i) dx_i \quad (1)$$

$$m_{ij} = \int_{D_{x_i}} \left[ \prod (1 - F_{x_i}(x_i)) \right] f_{x_i}(x_i) dx_i \quad (2)$$

Após os cálculos das probabilidades “ $M_{ij}$ ” e “ $m_{ij}$ ”, efetua-se o último procedimento do CPP. Esses valores de “ $M_{ij}$ ” e “ $m_{ij}$ ” precisam ser compostos para a obtenção do escore final de cada alternativa, cuja dimensão define a ordem de preferência do CPP. Em (SANT’ANNA, 2015), três formas de composição das preferências são apresentadas: soma ponderada, eixos e capacidades agregadas por integrais de Choquet.

## 2.1 A Composição por Soma Ponderada

A composição por soma ponderada (SP) é a mais simples, sendo também utilizada em diversos métodos MCDA. Esse modelo clássico é atribuído a (KEENEY; RAIFFA, 1976). Pesos são arbitrados aos critérios e os escores finais são compostos por soma ponderada, a partir das probabilidades de maximizar as avaliações. Essas probabilidades, obtidas em etapa anterior, proporcionam a normalização das escalas, evitando distorções decorrentes de eventuais diferenças entre as unidades de medida dos critérios. O procedimento de combinação linear é também explorado em outros métodos (i.e. Borda, Condorcet, AHP, entre outros).

A Equação (3) descreve essa combinação linear. A notação  $p_j(A)$  indica a probabilidade de escolha da alternativa A no  $j$ -ésimo critério e  $p(B_j)$  o peso arbitrado ao mesmo critério, de um total de  $n$  critérios.

$$p(A) = \sum_{j=1}^n p_j(A) p(B_j) \quad (3)$$

Diversas técnicas podem auxiliar a obtenção dos pesos, conforme descrevem (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2012). Nesta pesquisa, foram calculados pesos a partir do modelo de entropia, proposto por (SHANNON, 1949). Esse modelo associa a variância das avaliações em cada critério como fator de importância. Assim, o critério com maior dispersão dos dados recebe o maior peso entre [0;1].

Inicialmente, os valores originais “ $a_{ij}$ ” da base de dados devem ser normalizados. O procedimento mais usual é dividir cada valor “ $a_{ij}$ ” pela soma dos valores, em cada critério. Em seguida são calculadas as entropias  $E$ , conforme a Equação (4). O valor  $k$  é uma constante, obtida a partir da quantidade  $m$  de alternativas, conforme a Equação (5). Em decorrência dos resultados de  $E$  serem próximos de “1”, para valores de “ $a_{ij}$ ” com reduzida variância, torna-se necessário efetuar o cálculo do poder discriminatório

$D$  do  $j$ -ésimo critério, conforme a Equação (6). Por fim, os pesos  $w$  são obtidos por normalização, conforme a Equação (7). Essas etapas de cálculo dos pesos por entropia estão detalhadas em (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2012).

$$E_j = -k \sum_i a_{ij} \log(a_{ij}) \quad (4)$$

$$k = 1 / \log(m) \quad (5)$$

$$D_j = 1 - E_j \quad (6)$$

$$w_j = D_j / \sum_j D_j \quad (7)$$

A redução de subjetividade na escolha dos pesos por entropia, por explorar exclusivamente as características dos dados, pode divergir do julgamento de valor do decisor. Nesse caso, (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2012) sugerem procedimentos para a adoção de valores intermediários, que atendam a solução de compromisso entre a subjetividade e a objetividade da escolha dos pesos aos critérios. Outras limitações inerentes ao uso de métodos aditivos estão descritas em (ALMEIDA, 2013).

## 2.2 A Composição por Eixos

Essa abordagem é mais intuitiva que as demais, não incorre em eventual arbitrariedade na atribuição dos pesos e apresenta complexidade intermediária entre as três composições do CPP aqui exploradas. Em relação aos eixos, (SANT'ANNA, 2015) definiu um eixo progressista-conservador para associar diferentes pontos de vista ao contexto da tomada de decisão. As composições com base em " $M_{ij}$ " são denominadas progressistas, por associar a decisão à maximização de ganhos. Nesse caso, os ganhos estão associados às probabilidades de maximizar as preferências. As composições com base em " $m_{ij}$ " são denominadas conservadoras, por associar a decisão à minimização de perdas, representadas pelas probabilidades de minimizar as preferências. As composições que requerem a maximização " $M_{ij}$ " e a minimização " $m_{ij}$ " simultânea em todos os critérios são denominadas pessimistas, enquanto as otimistas são satisfeitas com a máxima ou mínima preferência em ao menos um critério.

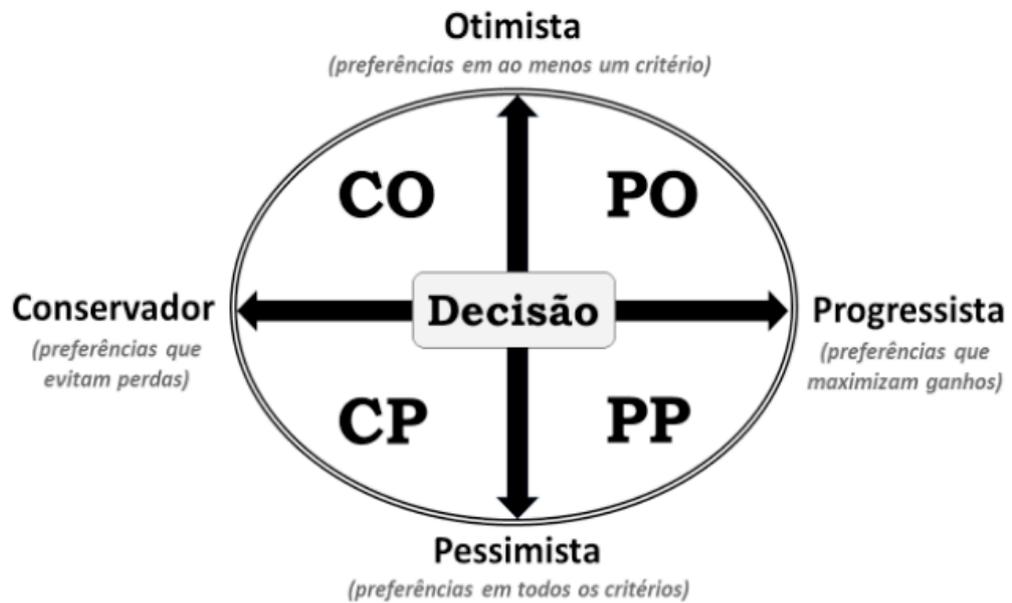


Fig. 2 – Composição por Eixos  
 Fonte: (GAVIÃO et al., 2016).

Nesse tipo de composição do CPP, é possível associar a tomada de decisão a quatro pontos de vista, gerados a partir da interseção dos eixos progressista-conservador e otimista-pessimista, conforme descrito na Fig.2. Em síntese, as probabilidades “ $M_{ij}$ ” e “ $m_{ij}$ ” são compostas em escores globais, para diferentes pontos de vista do decisor. O maior dos escores indica a alternativa recomendada à tomada de decisão para cada ponto de vista.

Outro aspecto que a composição por eixo leva em consideração é a possibilidade de admitir relações de dependência entre os critérios. O conceito de independência das variáveis é considerado “muito importante”, em função da simplicidade proporcionada no cálculo da probabilidade conjunta de variáveis, equivalendo ao produto de suas probabilidades marginais e sendo amplamente explorado nos mais diversos métodos estatísticos (LARSON, 1982).

Ponto de vista	Independência	Máxima dependência
Progressista-Pessimista	(8) $PP_i = \prod M_{ij}$	(12) $PP_i = \min M_{ij}$
Progressista-Otimista	(9) $PO_i = 1 - \prod (1 - M_{ij})$	(13) $PO_i = \max M_{ij}$
Conservador-Pessimista	(10) $CP_i = \prod (1 - m_{ij})$	(14) $CP_i = 1 - \max m_{ij}$
Conservador-Otimista	(11) $CO_i = 1 - \prod m_{ij}$	(15) $CO_i = 1 - \min m_{ij}$

Quadro 1 – Composição por eixos  
 Fonte: (SANT’ANNA, 2015).

Nesse contexto, (SANT’ANNA, 2015) formulou hipóteses de independência e

máxima dependência entre os critérios, na composição por eixo, conforme descreve o Quadro 1. Na hipótese mais simples de independência das avaliações, o decisor objetiva selecionar a alternativa com a melhor performance segundo o conjunto de critérios. Essa composição, denominada Progressista-Pessimista (PP), conforme a Equação (8), é obtida com o produto dos “ $M_{ij}$ ” da  $i$ -ésima alternativa na totalidade dos critérios, com a seleção do maior score global. A composição Progressista-Otimista (PO), conforme a Equação (9), ordena as alternativas por melhor performance em ao menos um critério. A composição Conservadora-Pessimista (CP), conforme a Equação (10), ordena as alternativas sob a condição de que não apresentem a pior performance segundo o conjunto de critérios. Por fim, a composição Conservadora-Otimista (CO), conforme a Equação (11) permite ordenar as alternativas que não apresentem a pior performance em ao menos um critério. As Equações (12) a (15) se referem aos cálculos para a relação de máxima dependência entre os critérios.

### 2.3 A composição por capacidades e integrais de Choquet

A composição por capacidades e integrais de Choquet é a mais complexa do CPP. Entretanto, essa composição inclui mais informação para a tomada de decisão. Os modelos MCDA utilizam, em geral, algoritmos com base no desempenho das alternativas isoladamente em cada critério (POMEROL; BARBA-ROMERO, 2012). Na prática, entretanto, a tomada de decisão pode envolver avaliações decorrentes de interações dos critérios. Nesse contexto, a teoria das capacidades de (CHOQUET, 1953) foi adaptada com sucesso em problemas MCDA, com ampla variedade de aplicações (GRABISCH; ROUBENS, 2000; GRABISCH; LABREUCHE, 2010; MERAD et al., 2013)].

Sob o ponto de vista MCDA, uma “capacidade” pode ser interpretada como pesos atribuídos aos subconjuntos de critérios do problema, sendo agregados por integrais de Choquet para a obtenção de um score final de cada alternativa, que indica uma ordem de preferências para a tomada de decisão (GRABISCH et al., 2006).

A expressão “CPP-Choquet” é aqui utilizada para denominar o uso do CPP na composição por capacidades e integrais de Choquet, para a ordenação de alternativas em problemas MCDA. O CPP-Choquet usa o cálculo da probabilidade de união dos critérios para definir as capacidades dos subconjuntos que eles formam. Dessa forma, os scores de probabilidade refletem a interação entre os critérios. Esse cálculo probabilístico se aplica tanto a pares de critérios quanto a maior quantidade de interações.

Após as etapas iniciais de “aleatorização” da base de dados e cômputo de “ $M_{ij}$ ” e “ $m_{ij}$ ”, são efetuados o cálculo das capacidades dos subconjuntos de critérios e a composição das integrais de Choquet para as alternativas. Dessa forma, já é possível ordenar as alternativas, conforme os valores das integrais de Choquet. Se necessário, efetua-se o cálculo dos índices de Shapley dos critérios, de forma a identificar seus

respectivos graus de importância (SHAPLEY, 1953).

As capacidades para os conjuntos de critérios são derivadas das probabilidades dos conjuntos de alternativas. Para um conjunto  $N$  de  $n$  critérios, devem ser calculadas as capacidades  $\mu$  para  $2^n$  subconjuntos de critérios. As capacidades pertencem ao intervalo  $[0,1]$  e devem satisfazer as condições:  $\mu(\{\emptyset\}) = 0$ ,  $\mu(\{N\}) = 1$  e, para quaisquer subconjuntos  $E$  e  $F \subset N$ , se  $E \subset F$ , então  $\mu(E) \leq \mu(F)$ . Essa etapa envolve três passos. Inicialmente, para cada  $S$ , subconjunto de  $N$  com  $s$  critérios,  $S = \{C_1, \dots, C_s\}$ , são calculadas as probabilidades conjuntas de maximizar as preferências em ao menos um critério do subconjunto, usando a Equação (16), em que, para cada  $i$ ,  $P_{ai}$  denota a avaliação da alternativa  $a$  pelo critério  $C_i$ . Esse cálculo representa um escore do ponto de vista progressista-otimista do CPP, para avaliações independentes (SANT'ANNA, 2015).

$$P(\{C_1, \dots, C_s\}) = 1 - [(1 - P_{a1}) \cdot (1 - P_{a2}) \dots (1 - P_{as})] \quad (16)$$

Em seguida, são selecionados os valores máximos das probabilidades de cada subconjunto, entre os resultados da aplicação da Equação (16) para as alternativas, conforme a Equação (17). Esses valores máximos são, por fim, padronizados, tornando-os proporções do de maior valor, indicado por  $U$ , conforme a Equação (18). Os resultados são associados a capacidades  $\mu(S)$  dos subconjuntos dos critérios, utilizadas nos cálculos subsequentes.

$$U = \text{Max}\{C_1, \dots, C_s\} = \max_a \{1 - [(1 - P_{a1}) \cdot (1 - P_{a2}) \dots (1 - P_{as})]\} \quad (17)$$

$$\mu(\{C_1, \dots, C_s\}) = P(\{C_1, \dots, C_s\}) / P(U) \quad (18)$$

As avaliações probabilísticas das alternativas são compostas por integrais de Choquet. O maior resultado entre os escores finais define a preferência para a tomada de decisão.

$$CH_{\mu}(A) = \sum_{j=1}^n p_{\tau(j)}(A) - p_{\tau(j-1)}(A) \mu(\{\tau(j), \dots, \tau(n)\}) \quad (19)$$

O escore final "CH" pode ser obtido a partir da Equação (19). A notação descreve a integral de Choquet da alternativa  $A$ , em  $j$  critérios, em relação à capacidade  $\mu$  em  $S$ , considerando ainda que  $\tau$  é uma permutação de  $S$  satisfazendo  $p_{\tau(j)}(A) > p_{\tau(j-1)}(A)$  e arbitrando  $p_{\tau(0)}(A) = 0$ . Mais detalhes também podem ser obtidos em (SANT'ANNA, 2015).

## 2.4 Agregação das composições do CPP

As formas de composição do CPP, para uma base de dados, podem produzir rankings diferentes. Embora (SANT'ANNA, 2015) também aplique o CPP em bases de dados ordinais, em que as avaliações são compostas por rankings das alternativas, optou-se pela agregação por outro método MCDA, de forma a evitar o uso repetido de alguma forma de composição do CPP, explorada nas etapas anteriores. Esta pesquisa optou pelo método Borda, por simplicidade. Nesse método, o ranking decorre da soma dos coeficientes relativos a cada ordem ocupada pelas alternativas. A menor soma indica que a alternativa obteve a menor soma de classificações em cada critério.

## 3 | APLICAÇÃO

Este artigo reavaliou um problema acadêmico de aquisição de blindados, à luz do CPP. Os dados foram importados do exercício de Estudo de Estado-Maior (EEM), realizado na Escola de Guerra Naval (EGN). O trabalho acadêmico teve por finalidade aplicar a metodologia do EEM, de forma a propor uma solução para a aquisição de 24 unidades de blindados sobre rodas (SR). Naquele trabalho, dez modelos blindados SR foram avaliados em cinco grupos (i.e. dados dos fabricantes, capacidade anfíbia, custos, capacidade logística dos fabricantes e avaliação operacional), totalizando 35 critérios. Dez desses critérios foram selecionados como Requisitos de Alto Nível de Sistemas (RANS), seguindo o processo de aquisição de PRODE, conforme descrito no exercício. Dessa forma, os RANS consistiram em um grupo específico para os cálculos do CPP.

A base de dados também discrimina os critérios com impacto positivo (i.e. quanto maior melhor) e negativo (i.e. quanto menor melhor) para a solução do problema. Também estão indicados os pesos por entropia de cada critério. Em seguida foram calculadas as " $M_{ij}$ " e " $m_{ij}$ ". Por necessidade de concisão do texto, a base de dados e as probabilidades de maximizar e minimizar as avaliações foram reduzidas a códigos QR, no Apêndice. Cabe ainda ressaltar que os dados técnicos dos dez blindados SR foram elaborados pela Escola para fins de aplicação acadêmica.

Os cálculos foram efetuados para os três tipos de composição descritos neste artigo. Além disso, para cada composição, foram efetuados os cálculos para o conjunto de 35 critérios e para os seis grupos de critérios, separadamente. Com a finalidade de padronizar as escalas dos resultados e facilitar eventuais comparações, as tabelas aqui expostas apresentam os rankings de cada blindado nos grupos de critérios. Os valores fracionários indicam empates entre ordens adjacentes, sendo considerada a média aritmética das posições de empate.

A agregação dos rankings das tabelas foi efetuada com o método Borda, através de coeficientes unitários. Os resultados foram divididos em várias tabelas para simplificar a visualização, sendo analisados ao final.

Alt	CPP SP	CPP Eixo PP	CPP Eixo PO	CPP Eixo CP	CPP Eixo CO	CPP Choquet	Borda	Rank
Bld A	1	4	1	9	1	2	18	1
Bld B	2	2	6	4	1	4,5	19,5	2
Bld C	4	5	3	3	1	4,5	20,5	3
Bld D	10	7	5	5	1	1	29	5
Bld E	6	9	2	8	1	3	29	5
Bld F	3	10	7	10	1	6	37	8
Bld G	5	3	9	1	1	10	29	5
Bld H	9	8	10	7	1	9	44	10
Bld I	8	6	8	6	1	8	37	8
Bld J	7	1	4	2	1	7	22	4

Tabela 2 – Resultados do conjunto de 35 critérios

Alt	CPP SP	CPP Eixo PP	CPP Eixo PO	CPP Eixo CP	CPP Eixo CO	CPP Choquet	Borda	Rank
Bld A	1	2	2	3	2	2	12	1
Bld B	6	1	3	1	2	4	17	2
Bld C	2	9	8	8	8	7	42	8
Bld D	8	3	1	5	2	1	20	3
Bld E	4	8	5	9	9	3	38	6
Bld F	10	10	10	10	10	8	58	10
Bld G	5	6	7	6	6	9	39	7
Bld H	9	7	9	7	7	10	49	9
Bld I	3	4	6	2	5	6	26	4
Bld J	7	5	4	4	4	5	29	5

Tabela 3 – Resultados do Grupo 1 (dados dos fabricantes)

Alt	CPP SP	CPP Eixo PP	CPP Eixo PO	CPP Eixo CP	CPP Eixo CO	CPP Choquet	Borda	Rank
Bld A	5	1	1	1	1	1	10	1
Bld B	4	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	16,5	3
Bld C	1	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	13,5	2
Bld D	9	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	51,5	9
Bld E	8	8,5	8,5	8,5	8,5	8,5	50,5	8
Bld F	10	10	10	10	10	10	60	10
Bld G	7	5	5	5	5	5	32	5
Bld H	2	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	34,5	6
Bld I	6	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	38,5	7
Bld J	3	4	4	4	4	4	23	4

Tabela 4 – Resultados do Grupo 2 (capacidade anfíbia)

Alt	CPP SP	CPP Eixo PP	CPP Eixo PO	CPP Eixo CP	CPP Eixo CO	CPP Choquet	Borda	Rank
Bld A	1	1	1	1	1	1	6	1
Bld B	8	7	8	7	7	9	46	8
Bld C	3	2	2	3	2	2	14	2
Bld D	2	3	4	4	3	4	20	3
Bld E	6	9	6	9	9	5	44	7
Bld F	10	10	10	10	10	10	60	10
Bld G	7	6	7	2	6	8	36	6
Bld H	5	5	5	5	5	6	31	5
Bld I	9	8	9	8	8	7	49	9
Bld J	4	4	3	6	4	3	24	4

Tabela 5 – Resultados do Grupo 3 (Custos)

Alt	CPP SP	CPP Eixo PP	CPP Eixo PO	CPP Eixo CP	CPP Eixo CO	CPP Choquet	Borda	Rank
Bld A	1	10	1	10	2	1	25	4
Bld B	6	4	5	5	5	6	31	5
Bld C	2	1	2	1	1	4	11	1
Bld D	7	5	6	6	6	7	37	6
Bld E	4	3	4	3	4	5	23	3
Bld F	5	6	8	8	7	8	42	7
Bld G	9	8	10	4	10	10	51	9
Bld H	10	7	9	7	9	9	51	9
Bld I	8	9	7	9	8	2	43	8
Bld J	3	2	3	2	3	3	16	2

Tabela 6 – Resultados do Grupo 4 (capacidade logística dos fabricantes)

Alt	CPP SP	CPP Eixo PP	CPP Eixo PO	CPP Eixo CP	CPP Eixo CO	CPP Choquet	Borda	Rank
Bld A	7	10	10	10	10	10	57	10
Bld B	10	8	6	8	2	4	38	6
Bld C	8	4	4	4	5	5,5	30,5	4
Bld D	6	7	8	5	8	7	41	8
Bld E	1	1	1	1	2	1	7	1
Bld F	2	2	2	7	2	2	17	2
Bld G	9	5	7	2	7	8	38	6
Bld H	5	9	9	9	9	9	50	9
Bld I	4	3	3	3	4	3	20	3
Bld J	3	6	5	6	6	5,5	31,5	5

Tabela 7 – Resultados do Grupo 5 (avaliação operacional)

Alt	CPP SP	CPP Eixo PP	CPP Eixo PO	CPP Eixo CP	CPP Eixo CO	CPP Choquet	Borda	Rank
Bld A	2	10	9	10	10	9	50	9
Bld B	10	6	6	6	3	6	37	7
Bld C	1	7	4	3	3	4	22	3
Bld D	9	5	7	5	8	7	41	8
Bld E	4	1	1	9	3	1	19	1
Bld F	8	9	2	7	3	2	31	5
Bld G	7	3	8	1	7	8	34	6
Bld H	5	8	10	8	9	10	50	9
Bld I	3	4	5	4	6	5	27	4
Bld J	6	2	3	2	3	3	19	1

Tabela 8 – Resultados do Grupo 6 (RANS)

Alt	Geral	Gp 1	Gp 2	Gp 3	Gp 4	Gp 5	Gp 6	Borda	Rank
Bld A	1	1	1	1	4	10	9	27	3
Bld B	2	2	3	8	5	6	7	33	5
Bld C	3	8	2	2	1	4	3	23	1
Bld D	5	3	9	3	6	8	8	42	6
Bld E	5	6	8	7	3	1	1	31	4
Bld F	8	10	10	10	7	2	5	52	9
Bld G	5	7	5	6	9	6	6	44	8
Bld H	10	9	6	5	9	9	9	57	10
Bld I	8	4	7	9	8	3	4	43	7
Bld J	4	5	4	4	2	5	1	25	2

Tabela 9 – Resultados Globais

Os resultados dos rankings para os diferentes grupos de critérios não indicam uma alternativa com o melhor desempenho em todas as avaliações. De fato, o Blindado C, com o desempenho mais satisfatório sob o ponto de vista global, foi o melhor classificado somente no grupo 4 (Capacidade logística dos fabricantes). Isto demonstra a complexidade de um processo decisório com tal dimensão de critérios e avaliações. A irregularidade de desempenho da alternativa C também se verifica nas demais, o que indica a necessidade de uma metodologia capaz de lidar com essas oscilações nas avaliações. Os métodos MCDA se adequam a esse contexto.

O Blindado J também apresentou desempenho similar ao do Blindado C, obtendo a melhor classificação somente em um conjunto de critérios (i.e. RANS). Por outro lado, o Blindado A obteve a melhor classificação em quatro conjuntos, o que não a contraindicaria para uma eventual escolha pelo decisor. Entretanto, os desempenhos insatisfatórios no Grupo 5 e no RANS comprometeram a classificação pelo método Borda. Isto não impede que outra forma de agregação dos rankings indique outra alternativa como mais satisfatória. Em resumo, a unanimidade de rankings não é uma característica comum em métodos MCDA, ou, nesse caso, aos diversos tipos de

composição do CPP. Os métodos MCDA não se destinam à busca de uma solução ótima, mas soluções satisfatórias ao problema.

No problema sob análise, a interpretação dos resultados deve considerar que o Blindado C reúne as condições e propriedades mais satisfatórias para a escolha do decisor. Isto não impede a escolha da 2ª ou 3ª alternativas, que também apresentaram bons resultados parciais nos grupos de critérios. De fato, os métodos MCDA se destinam ao apoio à decisão. Por outro lado, é razoável admitir que as opções F, G, H e I são insatisfatórias. Sob o ponto de vista global, os desempenhos desses blindados foram inferiores aos demais, o que os contraindica para a solução do problema. Essa informação parcial já contribui sobremaneira ao tomador de decisão, que tem diante de si um portfólio de dez opções avaliadas em 35 critérios. A eliminação das alternativas insatisfatórias também consiste em valiosa informação ao processo decisório.

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo teve por finalidade reavaliar um problema acadêmico de EEM, sob a ótica do CPP. O uso de um método MCDA probabilístico se mostrou adequado à natureza do problema, em face da importância de se considerar a imprecisão das medidas de desempenho. Essa abordagem trouxe maior realismo à escolha de um PRODE. Diversos atributos de desempenho de meios militares não costumam retratar informações precisas. Dados imprecisos podem ser melhor representados e modelados através de distribuições de probabilidade. Mesmo com dados gerados a partir de avaliações operacionais dos meios, os resultados obtidos não devem ser considerados constantes. O uso do CPP permitiu ordenar as alternativas, reduzindo a subjetividade da escolha do tomador de decisão.

Do problema acadêmico foram considerados somente os dados referentes ao desempenho dos blindados nas 35 variáveis. Esta pesquisa não efetuou comparações com os resultados obtidos a partir do método EEM. Tampouco foi obtido o tempo médio de análise do problema à luz do EEM. Entretanto é possível assumir que a natureza qualitativa do EEM tende a ampliar o tempo de análise, principalmente em se tratando de contextos complexos, com tal dimensão de critérios. A aplicação do CPP, através dos algoritmos implementados no software R, produz resultados quase instantaneamente, o que pode atender a eventuais urgências do tomador de decisão.

Algumas futuras pesquisas podem decorrer desta. A utilização de coeficientes unitários no método Borda assumiu um comportamento linear dos rankings. A atribuição de coeficientes que privilegiem as melhores posições confere não-linearidade ao processo e pode trazer informações diferentes ao processo decisório. A análise de correlações ordinais entre as diferentes composições também pode ser implementada. Isto permite avaliar o efeito dos resultados gerais das avaliações nos 35 critérios com os obtidos em cada grupo de critérios. Isto pode ser útil à análise dos RANS, de forma a verificar qual grupo apresenta maior aderência a esses requisitos.

## 5 | AGRADECIMENTOS

Aos Instrutores da disciplina de EEM da Escola de Guerra Naval (EGN), pela cessão dos dados do exercício realizado no Curso de Estado-Maior para Oficiais Superiores (C-EMOS 2016).

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. T. de. **Processo de Decisão nas Organizações: construindo modelos de decisão multicritério**. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2013.
- BRASIL. **MD30-M-01 - Doutrina de Operações Conjuntas (II Vol)**. Brasília-DF: Ministério da Defesa, 2011.
- BRASIL. **EB20-MC-10.211 Processo de Planejamento e Condução das Operações Terrestres**. [s.l.: s.n.]
- BRASIL. **EMA-332 - Processo Decisório e Estudo de Estado-Maior (I Rev)**. Brasília-DF, Brasil: Marinha do Brasil - Estado Maior da Armada, 2015.
- CHOQUET, G. Theory of capacities. In: Annales de l'institut Fourier, **Anais...** Institut Fourier, 1953.
- CLAUSEWITZ, C. von. **On War**, trans. **Michael Howard and Peter Paret**. New York: Princeton: Princeton University Press, 1976.
- ECHEVARRIA, A. J. **Globalization and the Nature of War**. Carlisle Barracks, PA: U.S Army War College, Strategic Studies Institute, 2003. .
- GAVIÃO, L. O.; SILVA, R. F. da; SANT'ANNA, A. P.; LIMA, G. B. A. Ordenação de Municípios por Potencial de Contaminação de Águas com Fármacos Oncológicos por Composição Probabilística de Preferências [Powerpoint slides in Portuguese]. In: XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Vitória. **Anais...** Vitória: 2016.
- GRABISCH, M.; KOJADINOVIC, I.; NANTES, S. P.; MEYER, P. Using the Kappalab R package for capacity identification in Choquet integral based MAUT. In: 11th International Conference on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-based Systems, **Anais...**2006. Disponível em: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.107.905&rep=rep1&type=pdf>>.
- GRABISCH, M.; LABREUCHE, C. A decade of application of the Choquet and Sugeno integrals in multi-criteria decision aid. **Annals of Operations Research**, v. 175, n. 1, p. 247–290, 2010.
- GRABISCH, M.; ROUBENS, M. Application of the Choquet integral in multicriteria decision making. **Fuzzy Measures and Integrals-Theory and Applications**, p. 348–374, 2000.
- GRAY, C. S. How has war changed since the end of the Cold War? **Parameters**, v. 35, n. 1, p. 14–26, 2005.
- KEENEY, R. L.; RAIFFA, H. **Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs**. New York: John Wiley & Sons, 1976.
- LARSON, H. **Introduction to probability theory and statistical inference**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1982.
- MERAD, M.; DECHY, N.; SERIR, L.; GRABISCH, M.; MARCEL, F. Using a multi-criteria decision aid methodology to implement sustainable development principles within an organization. **European**

**Journal of Operational Research**, v. 224, n. 3, p. 603–613, 2013.

POMEROL, J.-C.; BARBA-ROMERO, S. **Multicriterion decision in management: principles and practice**. New York: Springer, 2012.

R-CORE-TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. <http://www.R-project.org> Vienna, Austria, 2018. .

SANT'ANNA, A. P. **Probabilistic Composition of Preferences, Theory and Applications**. New York: Springer, 2015.

SANT'ANNA, A. P.; GOMES, L. F. A. M.; COSTA, F. F. da; RANGEL, L. A. D.; FARIA, M. J. da S.; FERREIRA, R. G.; FILHO, R. M. M.; RIBEIRO, R. O. A.; SENNA, V. de. Análise multicritério baseada em probabilidades de preferência. In: OLIVEIRA, V. F. DE; CAVENAGHI, V.; MÁSCULO, F. S. (Ed.). **Tópicos emergentes e desafios metodológicos em Engenharia de Produção: casos, experiências e proposições - Volume V**. Rio de Janeiro: ABEPRO, 2012. p. 258.

SANT'ANNA, A. P.; SANT'ANNA, L. A. F. P. Randomization as a stage in criteria combining. In: International Conference on Industrial Engineering and Operations Management - VII ICIEOM, Salvador. **Anais...** Salvador: 2001.

SHANNON, C. E. Communication theory of secrecy systems. **Bell system technical journal**, v. 28, n. 4, p. 656–715, 1949.

SHAPLEY, L. S. A Value for n-person games. In Kuhn, H.W. and Tucker, A.W. (Eds). Contributions to the Theory of Games. vol II. **Annals of Mathematics Studies**, v. 28, p. 307–317, 1953.

STRACHAN, H. **The direction of war: contemporary strategy in historical perspective**. [s.l.] Cambridge University Press, 2013.

## A STOCHASTIC DYNAMIC MODEL FOR SUPPORT OF THE MANAGEMENT OF NEW PRODUCT DEVELOPMENT PORTFOLIOS

### **Samuel Martins Drei**

Universidade Federal de Ouro Preto – ICEA/  
UFOP

João Monlevade – MG

### **Thiago Augusto de Oliveira Silva**

Universidade Federal de Ouro Preto – ICEA/  
UFOP

João Monlevade – MG

### **Marco Antonio Bonelli Júnior**

Universidade Federal de Ouro Preto – ICEA/  
UFOP

João Monlevade – MG

### **Luciana Paula Reis**

Universidade Federal de Ouro Preto – ICEA/  
UFOP

João Monlevade – MG

### **Matheus Correia Teixeira**

Universidade Federal de Ouro Preto – ICEA/  
UFOP

João Monlevade – MG

**ABSTRACT:** New Product Development Processes are, in general, costly for organizations and since they need to coordinate the allocation of resources through several projects of the innovation funnel, the management of product portfolio aiming the best expected return is an important challenge. In this context, the present study aims to develop a mathematical model capable of considering, in an integrated

manner, the uncertainties and the dynamicity in portfolio management. Also, we propose two heuristic policies and use the developed model as a framework for their comparison through simulation.

**KEYWORDS:** New product development portfolios; Dynamic Programming; Heuristic Policies.

**RESUMO:** Processos de desenvolvimento de novos produtos são, em geral, custosos para as organizações e uma vez que estas necessitam de coordenar a alocação de recursos entre vários projetos dentro do funil de inovação, a gestão do portfólio de produtos objetivando o melhor retorno esperado é um importante desafio. Neste contexto, o presente trabalho tem como objetivo desenvolver um modelo matemático capaz de considerar, de forma integrada, as incertezas e a dinamicidade na gestão de portfólios. Ademais, propusemos também duas políticas heurísticas e utilizamos o modelo como um framework para comparação através de simulação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Portfólio de desenvolvimento de novos produtos; Programação Dinâmica; Heurísticas.

## 1 | INTRODUCTION

The competition in the market of consumer goods is characterized by the constant introduction of new products, as well as the substitution or the enhancement of the already existent products. This characteristic, together with the dynamicity and the uncertainties of these markets, exposes the importance of the efficient management of available resources for Research and Development (R&D) inside of competing businesses.

Furthermore, as pointed by Bromiley et al. (2017), the difficulty of companies to manage their own product portfolio becomes significant due to the multiple projects and the several sources of uncertainties associated with them. In this context, it is necessary to search for methods that help the management of developing portfolios considering, in an integrated way, the deployment of each product regarding the uncertainties and the dynamicity of the whole system.

The new products portfolio management problem is recurrent in literature and, in general, the focus is the creation of decision tools able to consider the expected return of the projects and, in some cases (e.g. Loch e Kavadias (2002); Stummer e Heidenberger (2003); Li et al. (2016)), the dependency of this return on the existence of other projects and or market products. An important constraint is the limit of resources, both non-renewable and renewable ones.

Even when the approaches consider the same constraints, the decisions made might differ between studies. Soares Figueiredo e Loiola (2012) and Figueiredo e Loiola (2017) focus on the number of projects to be developed each step of the innovation funnel, which culminates into the decision to discontinue or not a project. However, in most of the studies, the main decision is related to the allocation of resources to each project (e.g. Loch e Kavadias (2002); Stummer e Heidenberger (2003); Carazo et al. (2010); Li et al. (2015, 2016)).

In a more operational perspective, some studies treat the initial date of development (e.g. Li et al. (2015, 2016); Tian et al. (2016)) or the sequence of the development of projects (e.g. Carazo et al. (2010); Tian et al. (2016)).

Li et al. (2015) and Li et al. (2016) and Tian et al. (2016) consider the possibility of preemption (freezing) of developing projects through the temporary non allocation of resources for the frozen project. The freezing strategy justifies itself due to the value of the flexibility generated by the environmental changes that may occur after the realization of uncertainties.

The models referred in literature could be classified as dynamic or stochastic. An optimization model is said to be dynamic when the decision making considers that, in the future, the decision scenario will be reevaluated in an optimal way due to new generated conditions by the realization of uncertainties. Within the studies cited, only Loch e Kavadias (2002), Figueiredo e Loiola (2012) and Figueiredo e Loiola (2017) approach the question in a dynamic manner.

Within the related context, this study has as its objective to develop a mathematical model based on stochastic dynamic programming capable of aiding the decision making in the management of the portfolio of new products. The presented model in this study differentiates from other stochastic models found in literature for approaching the problem in a dynamic way, and differentiates itself from Loch e Kavadias (2002), Figueiredo e Loiola (2012) and Figueiredo e Loiola (2017) for considering more operational decisions about the projects in an integrated form.

In this way, the main contribution of the current study is the development of a mathematical model able to consider uncertainties and the dynamicity within the portfolio management in an integrated way with the operational decisions of each project, supplying a framework for comparing policies that may be used for the construction of optimal policies in future studies.

As a secondary contribution, this study presents and compares two alternative policies for the problem through computational tests.

After this introductory section, the description of the problem and the proposed mathematical modeling are presented in Section 2. In Section 3, two heuristic policies are described and your performances compared via simulation in Section 4. Lastly, Section 5 exposes the final consideration and indicates the future trail of the research.

## 2 | DESCRIPTION AND MATHEMATICAL MODELING

Rozenfeld et al. (2006) points out that the use of the concepts of Development funnel, or Innovation funnel, brings benefits when working with the simultaneous PDP. First, there are a large number of ideas that are selected - through stages of managerial decisions - in a smaller number of product designs which, in turn, result in even fewer numbers for parallel development. Finally, only a few products are released on the market. Figure 1 shows this process by illustrating an innovation funnel and explains the different market requirements.

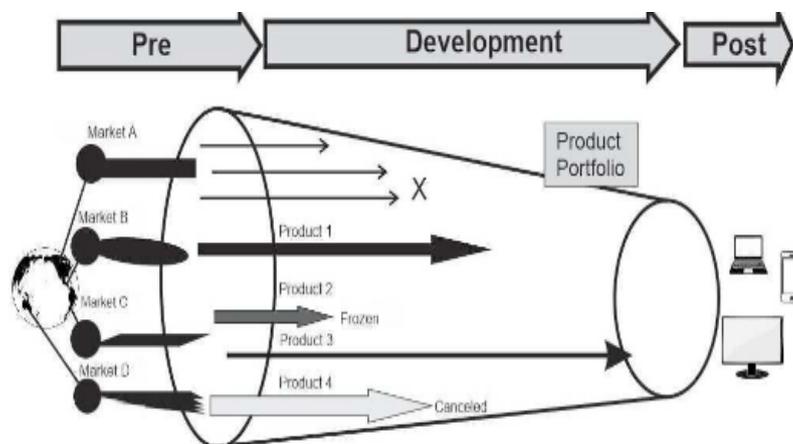


Figure 1: Development funnel

Source: Adapted from Rozenfeld et al. [2006].

In this study, the development portfolio will be represented by a  $P$  set of projects that are being developed. Once projects are embedded in the innovation funnel, the portfolio is segmented through a  $E$  set of steps, the elements of which represent the steps of the Innovation funnel. In this way, the subsets  $P_e \subseteq P$  contain the projects under development that are in step  $e \in E$  of the Innovation funnel.

The project portfolio  $P$  can also be partitioned by the company's development focus areas (set  $A$ ), being  $P_a \subseteq P$  the set of projects that belong to the area  $a \in A$  of the company. Finally, we can define  $P_l \subseteq P$  as the projects that can be released to the market.

The model presented in this work has a dynamic character, since it is re-evaluated continuously, that is to say, in a certain period of time the aspects that compose it will be revised in order to reach the main objective, that is to maximize the return of the portfolio of product projects to be launched.

## 2.1 System State And Decision Stage

A stage is an instant of time when a decision is made in the system and is represented by  $t \in N$ . The problem was modeled considering the horizon of infinite planning, in other words, by having infinite stages of decision. A period represents the interval between two consecutive stages. In this paper, the unit chosen for the period represents the time interval in which the company reviews its portfolio.

The proposed model has a dynamic character since it reassesses itself in a continuous way and in each stage of decision, the aspects that form it, seeking to reach the maximization of the return of the portfolio of product projects to be launched.

The review of the decision at each stage is necessary due to the presence of uncertainties that are inherent in the system, such as the expected return value of the project at its launch, the level of market demand or the residual time required to complete the development project.

The state is defined as a cluster of information needed to describe and evaluate the system at the time of decision making. In this study we will represent the system state in the stage  $t \in N$  as  $S^{(t)}$ , containing the following parameters:

- Funnel: the sets  $P^{(t)}$ ;  $P_e^{(t)}$ ,  $\forall e \in E$ ;  $P_a^{(t)}$ ,  $\forall a \in A$  e  $P_l^{(t)}$  combine and characterize all projects that are in the innovation funnel;
- Budget: this parameter  $or^{(t)}$  expresses the amount of total resource invested by the company;
- Characteristics of each project  $p \in P^{(t)}$ : projects are also part of the state, so their characteristics must be considered. There are the cost of each project  $c^{(t)}_{e,m,p}$  the expected return function of each project  $F_p^t$ , which in turn, depends on the expected performance of each project at the end of development  $d^{(t)}_p$  and the number of periods required to move to the next step  $\tau^{(t)}_p$ . In addition to those mentioned, the projects also have as parameters the indicator that

it may or may not be divided (frozen)  $div_p^{(t)}$ . The freezing time limit is given by  $cgmax_p$  and the cumulative freezing time is represented by  $cg t_p^{(t)}$ .

Thus, it is possible to represent the state of the system through the expression 1:

$$S^{(t)} = \left( P^{(t)} = \bigcup_{e \in E} P_e^{(t)} = \bigcup_{a \in A} P_a^{(t)}, P_l^{(t)}, or^{(t)} \right) \quad (1)$$

## 2.2 Uncertainties

The return generated by a project is uncertain because its value is dependent on random parameters that are exogenous and endogenous to the process of product development. Following the line of Huchzermeier e Loch (2001), this model incorporates five sources of uncertainty:

1. Resources: associated with the material and human resources initially established. It is modeled by varying the value needed to execute a project along the development ( $c_{e,m,p}^{(t)}$ );
2. Performance: that a product achieves at the end of its development. It is modeled by updating the expected performance of the project at launch time  $d_p^{(t)}$ ;
3. Schedule: related to the forecast of the product launch in the market due to the occurrence of delays during the development. Updating the  $\tau^e$  parameter models the time required for the project  $p \in P_e$  to complete step  $e \in E$ ;
4. Market requirements: tied to the level of consumer demand for product performance. This uncertainty is modeled in this study as being a random variable  $R_p$ , with a presumed known distribution;
5. Market return: exogenous uncertainty that depends on decisions of factors intrinsic to market agents, such as consumers and other competitors. Determines the amount billed by a project given its performance, the time of its launch and the market requirements. This uncertainty is characterized by parameterizing the return function  $F_p^{(t)}(d_p, \tau_p^l, R_p)$  for the  $p \in P$  at the time of its launch ( $\tau_p^l$ ).

In addition to the uncertainties present in Huchzermeier e Loch (2001), the developed model also contains the uncertainty regarding the arrival of a new project in the first stage of the funnel. This arrival is represented by a stochastic process.

## 2.3 Decision

If  $S$  is a possible state of occurrence,  $u = \pi(S)$  is a viable decision determined by controlling the system with the  $\pi$ ,  $\omega$  the policy with the sources of uncertainty present in the system,  $S'$  a possible state to occur from the transition generated by  $S$ ,  $u$  and

$\omega$  (discussed in subsection 2.4),  $\gamma$  the discount factor,  $F^\pi(S, u)$  the immediate return received by applying  $\pi$  to  $S$ , the equation 2 is known as the Bellman equation for the fixed policy  $\pi$  and determines the value  $V^\pi$  of being in  $S$ .

$$V^\pi(S) = G(S, \pi(S)) + \gamma E_\omega \{V^\pi(S') | S, \pi(S)\} \quad (2)$$

The objective of the problem is to find the optimal policy  $\pi^*$  that maximizes the value  $V^\pi$ , as expressed by the Equation 3. The Equation 4 is known as Bellman's Optimality Equation, which, according to Powell (2007), proposes the resolution of dynamic problems in a way that takes into account the probability of a certain action being taken and, consequently, the return of this action and the values it will assume. The set  $U$  is the set of viable actions for the system when it is in  $S$ .

$$\pi^* = \operatorname{argmax}_{\pi \in \Pi} V^\pi(S) \quad (3)$$

$$V^{\pi^*}(S) = \max_{u \in U} \{ G(S, u = \pi^*(S)) + \gamma E_\omega [V^{\pi^*}(S') | S, u = \pi^*(S)] \} \quad (4)$$

Specifically in this problem,  $G(S, u)$  represents the expected total return  $R(Pl)$  of projects that can be posted in  $S$  ( $p \in Pl$ ) decreasing from costs of projects selected for execution  $C^d(S, u)$  and the costs associated with the constraint violations *soft* ( $Cv^a(S, u)$  e  $Cv^e(S, u)$ ). Equation 5 details the composition of  $G(S, u)$  at a given decision stage  $t$ .

$$G_t(S^{(t)}, u^{(t)}) = R_t(Pl^{(t)}) - C_t^d(S^{(t)}, u^{(t)}) - Cv_t^a(S^{(t)}, u^{(t)}) - Cv_t^e(S^{(t)}, u^{(t)}) \quad (5)$$

The decision  $u^{(t)}$  taken at a given stage of the system encompasses the allocation of resources at each stage, in each area and in each project. For each step  $e \in E$  of the funnel is defined as a continuous variable  $tn_e^{(t)}$  which represents the total resource allocated to the project that are in this step.

Individually, the allocation of resources in a given project can determine its execution mode, its cancellation or even its freezing, when preemption is a possibility.

The execution modes of a project ( $m \in M_{e,p}, \forall e \in E, \forall p \in P$ ) are step-dependent and determine the probability of success in execution in the next period, the expectation of performance variation, the probability of delay, the variation in the residual development time in case of success and the execution cost for the next period ( $c_{e,m,p}^{(t)}$ ). Note that once the system stage ( $t$ ) is instantiated, each project will be in a certain step  $e \in E$  and therefore it will be possible to refer to the set of execution modes based on the project only  $p$ , of the stage  $M_p^{(t)}$  and of costs  $c_{m,p}^{(t)}$ .

For each project  $p$  is defined a binary variable  $y_p^{(t)}$  that indicates cancellation; if  $p \in Pc$ , a binary variable  $f_p^{(t)}$  indicating it's freezing; and for each mode  $m \in M_p^{(t)}$ , a binary

variable  $w_{m,p}^{(t)}$  which indicates the execution of the project  $p$  with the  $m$  mode.

Accordingly,  $r_{m,p}^{(t)}$  being a parameter that indicates the return, in terms of present value obtained after executing the last phase of the last step (launch) of a project  $p \in P_l^{(t)}$  through the mode  $m \in M_p^{(t)}$ ,  $R_t(P_l^{(t)})$  is defined by Equation 6.  $C_t^d(S^{(t)}, u^{(t)})$  is defined by equation 7,  $Cv_t^a(S^{(t)}, u^{(t)})$  by Equation 8 and  $Cv_t^e(S^{(t)}, u^{(t)})$  by equation 9.

$$R_t(P_l^{(t)}) = \sum_{p \in P_l^{(t)}} \sum_{m \in M_p^{(t)}} r_{m,p}^{(t)} * w_{m,p}^{(t)} \quad (6)$$

$$C_t^d(S^{(t)}, u^{(t)}) = \sum_{e \in E} tn_e^{(t)} \quad (7)$$

$$Cv_t^a(S^{(t)}, u^{(t)}) = \sum_{a \in A} \rho_1 * L_a^{(t)} \quad (8)$$

$$Cv_t^e(S^{(t)}, u^{(t)}) = \sum_{e \in E} \sum_{p \in P_e^{(t)}} \rho_2 * J_{e,p}^{(t)} \quad (9)$$

In Equation 8,  $L_a^{(t)}$ ,  $\forall a \in A$  is a binary variable that indicates the constraint (15) violation representing the minimum budget share allocated to area  $a \in A$  of the company. In the same sense, in Equation 9,  $J_{e,p}^{(t)}$  is a binary variable that indicates the restriction violation (14), representing the maximum limit of resources allocated to the same project  $p \in P_e$  for each step of the funnel. The parameters  $\rho_1$  and  $\rho_2$  are penalty constants for violations in the area and design constraints per step, respectively.

Given this, for the problem presented in this study, the equation 4 can be rewritten as shown in Equation 10.

$$\begin{aligned} Obj: V(S^{(t)}) = \max_{u \in U^{(t)}} \{ & \sum_{p \in P_l^{(t)}} \sum_{m \in M_p^{(t)}} r_{m,p}^{(t)} * w_{m,p}^{(t)} \\ & - \sum_{e \in E} tn_e^{(t)} \\ & - \sum_{a \in A} \rho_1 * L_a^{(t)} - \sum_{e \in E} \sum_{p \in P_e^{(t)}} \rho_2 * J_{e,p}^{(t)} + \gamma E_\omega[V(S^{(t+1)} | S^{(t)}, u)] \} \quad (10) \end{aligned}$$

Subject to the constraint set expressed by  $U^{(t)}$ , such that:

$$y_p^{(t)} + \sum_{m \in M_p^{(t)}} w_{m,p}^{(t)} = 1, \quad \forall p \in P^{(t)} \setminus \{P_c^{(t)}\} \quad (11)$$

$$y_p^{(t)} + f_p^{(t)} + \sum_{m \in M_p^{(t)}} w_{m,p}^{(t)} = 1, \quad \forall p \in P_c^{(t)} \quad (12)$$

$$\sum_{m \in M_p^{(t)}} \sum_{p \in P_e^{(t)}} w_{m,p}^{(t)} * c_{m,p}^{(t)} = tn_e^{(t)}, \quad \forall e \in E \quad (13)$$

$$\sum_{m \in M_p^{(t)}} w_{m,p}^{(t)} * c_{m,p}^{(t)} \leq \varphi * tn_e^{(t)} + J_{e,p}^{(t)} * or^{(t)}, \quad \forall e \in E, \forall p \in P_e^{(t)} \quad (14)$$

$$\sum_{m \in M_p^{(t)}} \sum_{p \in P_a^{(t)}} w_{m,p}^{(t)} * c_{m,p}^{(t)} \geq Quota_a^{(t)} - L_a^{(t)} * or^{(t)}, \quad \forall a \in A \quad (15)$$

$$Quota_a^{(t)} \geq \sum_{e \in E} \beta * tn_e^{(t)} - or^{(t)} * (1 - mn_a^{(t)}), \quad \forall a \in A \quad (16)$$

$$Quota_a^{(t)} \geq \sum_{p \in P_a^{(t)}} cmin_p^{(t)} - 2 * cmin_p^{(t)} * (mn_a^{(t)}), \quad \forall a \in A \quad (17)$$

$$\sum_{e \in E} tn_e^{(t)} \leq or^{(t)} \quad (18)$$

The constraints 11 and 12 relate to the project status  $p$ . While the constraint 12 ensures that a project can be active - in a certain way  $m \in M_p^{(t)}$  - abandoned - expressed by the binary variable  $y_p^{(t)}$  - or frozen - expressed by the binary variable  $f_p^{(t)}$ , for all projects that are included in the set  $P_c^{(t)}$ , the constraint 11 imposes the same condition, however in the set  $P^{(t)}$  excluding  $P_c^{(t)}$ . Therefore, it is applied to all projects under development, except for those that can be frozen.

The constraint 13 determines the resource allocation per funnel stage. The sum of the execution costs  $c_{m,p}^{(t)}$  relative to the project execution mode  $p$  active in  $w_{m,p}^{(t)}$  must be equal to quantity of allocated resources  $tn_e^{(t)}$  in a certain step of the funnel  $e \in E$ .

There should also be restrictions that control the amount allocated, in percentage, of resources in the projects, individually, per funnel stage. Thus, constraint 14 limits the resource allocated to a single project to be  $\varphi * tn_e^{(t)}$ , where  $\varphi \in [0, 1]$  is a predetermined constant. Because it is a soft constraint, it can be relaxed by associating the value with the variable  $J_{e,p}^{(t)}$ , making the constraint redundant.

The constraints 15 - 17 are associated with balancing by project area along the funnel. Restriction 15 guarantees a minimum quota to be allocated to projects in the  $A$  area. This constraint is also soft and can be relaxed by associating the value with the variable  $L_p^{(t)}$ .

$Quota^{(t)}$  is a continuous variable that represents the minimum quota allocated to

the area  $a \in A$ . The value of the quota for an area depends on two factors: (i) the total resources used in the stage  $t - \sum tn_e^{(t)}$ ; and (ii) the minimum value needed to execute all the projects in the area considering the cheapest execution mode  $cmin_a^{(t)}$  (Equation 19). Considering  $\beta \in [0, 1]$  a constant that determines the percentage of the total resources used reserved for the area, Equation 20 defines the value of the quota of an area and the constraints 16 and 17 linearize this value to define the feasibility region  $U^{(t)}$  with the help of the binary variables  $mn_a^{(t)}$ .

$$cmin_a^{(t)} = \sum_{p \in P_e^{(t)}} \min_{m \in M_p^{(t)}} \{c_{m,p}^{(t)}\}, \quad \forall a \in A \quad (19)$$

$$Quota_a^{(t)} = \min\left\{\sum_{e \in E} \beta * tn_e^{(t)}; cmin_a^{(t)}\right\}, \quad \forall a \in A \quad (20)$$

Lastly, the maximum amount of budget available should be used. Thus, the constraint 18 imposes that the sum of the amount of resources allocated along the funnel must be less than or equal to the total budget.

## 2.4 Transition

The  $f_T(s, u, \omega)$  transition function of the problem is multidimensional and determines how the system evolves from one decision stage to another. It determines the dynamics of the process as a whole. In addition to the current stage  $s$ , transition depends on the decision  $u$  and the realization of the uncertainty  $\omega$  for the next stage, as shown in Equation 21.

$$S^{(t+1)} = f_T(S^{(t)}, u^{(t)}, \omega^{(t+1)}) \quad (21)$$

For the presented problem, the decision defines changes in the set of projects  $P^{(t)}$  when defining who will be executed, frozen or canceled. This set is also altered by the realization of uncertainty due to the arrival of new projects and the possibility of stage change of the projects, in case of development success.

Figure 2 details the transition between the sets  $P_e^{(t)}$ . There are five transition situations for an element between sets  $Pe^{(t)}$ . Firstly, new projects arrive (*arrival*) in the first step of the funnel, and only when they are in the last stage of funnel, can be released in the market (*launch*). At any stage, there are 3 possibilities: (i) case 1 occurs when the project is executed but does not end the development time in the current step, or when it is frozen; (ii) case 2 occurs when the project is executed and finalizes the time required for development in the step; and (iii) finally, the project leaves the development funnel if it is canceled.

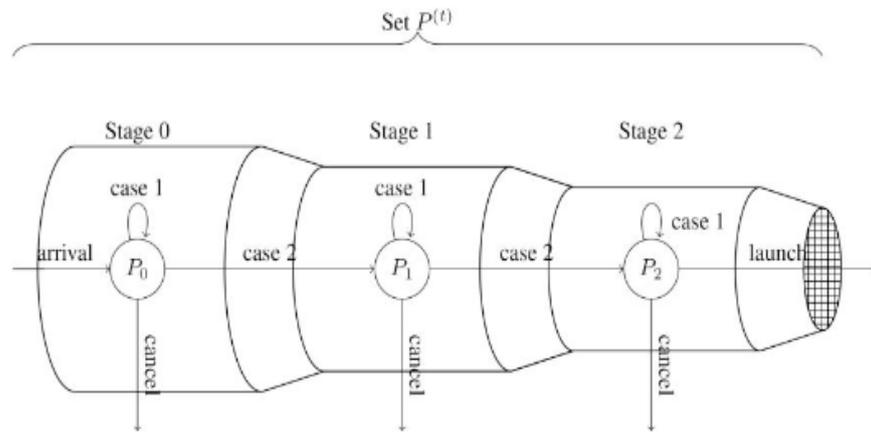


Figure 2: Transitions on development funnel

Source: Authors.

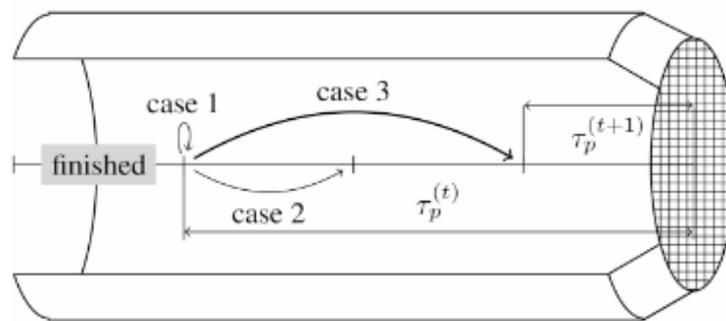


Figure 3: Transitions inside a stage on the development funnel

Source: Authors.

Each existing project undergoes individual changes with both the decision and the un- certainty. Firstly, if the project has been executed, the residual time required for the step change represented by  $\tau_p^{(t+1)}$  is changed according to the execution mode and over current residual time (22). Figure 3 details the possibilities of transition for the residual time of a project in a given fase. Case 1 occurs when the project is frozen or when its execution delays in the period. The most common case, case 2, occurs when one chooses an execution mode that will reduce  $\tau_p$  as expected, that is, the same magnitude of the interval between decision stages. Finally, when the project is executed without delay, with a mode in which it is possible to accelerate development, the magnitude of the reduction of residual time may be greater than the time between the decision stages. For the example of the figure,  $\tau_p^{(t+1)}$  was obtained after case 3.

$$\tau_p^{(t+1)} = f_T^1(m_p^{(t)}, \tau_p^{(t)}, \omega^{(t+1)}) \quad (22)$$

Another dimension of the project that is affected by the decision and the uncertainty during the transition is the expected performance that the project will achieve at the end

of its development.

This parameter models the expectation assessed by the development team regarding performance. When executing the project, the execution mode guides this parameter because it is associated with an action plan, and the higher the resource contribution, the greater the probability that the performance will be better. In the model of this study, for each mode, a probability of success  $P_{sucesso_m}^{(t)}$  was associated for the execution of a phase of the project and a magnitude of variation  $\delta_m^{(t)}$  for gain (loss) of performance in case of success (failure).

The other parameters depend only on uncertainty. The return parameter of a project at the time of launch  $R_p^{(t)}$  is reparameterized after uncertainty is realized with new exogenous market information. It is possible to model the dependency between the return of projects through this parameter. The definitions of the execution modes for each project can be updated but also depend only on the uncertainty as well as the budget available for the next decision stage.

### 3 | HEURISTIC POLICIES

In this section we present two heuristic policies that will be tested through simulation within the framework of the stochastic dynamic programming model described in Section 2. The developed model will be used to find the value of being in a state given a fixed  $\pi$  policy (see Equation 2).

The heuristics were developed for illustrative purposes so, outstanding results are not expected. The heuristics are not totally myopic policies as they try to look ahead in some sense. In other words, they try to estimate future information in order to help the decision process. A difference between the policies is the procedure used to decide. The first one defines the decision variables through an adapted MIP problem. Accordingly, the second one uses a greedy procedure to solve the problem.

#### 3.1 Heuristic Policy I – mip (HPI-mip)

The first policy is to solve the problem by executing at each stage the decision model defined in the equations 11 to 18, but with the objective function defined by the expression 23. Relative to Bellman's Optimality Equation (expression 10), the HPI-mip policy differs by the format of its objective function. In order to anticipate the future (look ahead), we account for every project under development the estimate of its NPV based on current information and considering only the return ( $r_{m,p}^{(t)}$ ) and the minimum residual cost required for its development ( $cr_{min,p}^{(t)}$ ).

$$\max \sum_{p \in P^{(t)}} \sum_{m \in M_p^{(t)}} \left( r_{m,p}^{(t)} - cr_{min,p}^{(t)} \right) * w_{m,p}^{(t)} - \sum_{a \in A} \rho_1 * L_a^{(t)} - \sum_{e \in E} \sum_{p \in P_e^{(t)}} \rho_2 * J_{e,p}^{(t)} \quad (23)$$

### 3.2 Heuristic Policy II – greedy (HPII-g)

A second policy (HPII-g) has been developed, which consists of choosing, in a greedy manner, which projects will be executed at each stage. The Algorithm 1 summarizes the operation of the cited policy.

```

PHII-g ():
1  for  $p \in P$  do
2       $m_p^* = \arg \max_m Npv_p(m, p)$ 
3      if  $Npv_p(m_p^*) > 0$  then Insert  $p$  in ExecList by decreasing the  $Npv_p$ 
4      else Cancel the project  $p$ 
      end
5  for  $p \in ExecList$  do
6      if  $c_{m_p^*,p} \leq budget$  then
7           $budget = budget - c_{m_p^*,p}$ 
8          Execute  $p$  with mode  $m_p^*$ 
9      else if  $(p \in P_c) \& (Cong_p > 0)$  then Freeze the project  $p$ 
10     else Cancel the project  $p$ 
      end
end

```

Algorithm 1: Heuristic Policy II - greedy

Source: Authors.

In an initial moment, for each project  $p$ , the mode of highest NPV (line 2) is computed, and thus the projects are inserted in an ordered (descending) form in a list (ExecList) if the NPV is positive (Line 3). Subsequently, a procedure runs through the list, testing the feasibility of executing projects by looking only at the budget available at the stage (line 6) and, if the project can be executed in the previously chosen mode, the budget is deducted (line 7) and execute the project (line 8). Otherwise, if  $p$  is preemptive, the project is frozen (line 9). Finally, non-executed and non-frozen projects are canceled (lines 4 and 10). It is important to note that the PHII-g does not consider the *soft* constraints of the portfolio.

## 4 | COMPUTACIONAL TESTS

There were randomly generated, 8 instances divided in two scenario groups of parameters and 4 groups of dimension of the problems. The tests were conducted utilizing a Acer Aspire E5 – 471 computer with Intel(R) Core(TM) i3 – 5005U, 2.00 GHz processor, 4 Gb of RAM and Windows 10 operating system.

For use of the model, it was implemented in Python 2.7 a simulator that generates, at each stage, all the information referring to the uncertain parameters, including the data referring to new projects that arrive in the system. After the decision taken based on a specific policy, the simulator realizes the transition from one state to another. For a better utilization of the space destined for the essay, the description of the generation of uncertainties will be omitted.

However, all the utilized instances, as well the implemented codes, can be solicited to the authors for replication and, beyond that, after publication of the final results of the research, the same will be available.

It is important to highlight that the proposed function Silva e Santiago (2009) was used for the modeling of the return obtained after the launch of the project, once that it has the capacity to englobe all the uncertainties referred to developing projects defined by Huchzermeier e Loch (2001).

Scenarios 1 and 2 differentiate themselves in two ways: (i) in terms of cost - by the penalty parameters of the soft constraints of a minimum quota per area ( $\rho_1$ ) and the concentration of resources in a single project per stage of development ( $\rho_2$ ); and (ii) by alteration of the amplitude of return variation of each project.

- Scenario 1: is represented by low penalty costs, being the attributed values for  $\rho_1$  and  $\rho_2$ , respectively, 2 and 4. The configuration of the parameters for the generation of income of a project determines, in this scenario, a maximum return of 3.5 times the total cost of the project, being able to vary from zero to a maximum of 7 times the total cost of each project;
- Scenario 2: Possess significantly elevated penalty costs, having values for  $\rho_1$  and  $\rho_2$  of, respectively, 100 and 120. For each project it is generated a maximum return of, on average, 4 times the total cost, being able to vary from zero to a maximum of 8 times the total cost of each project.

The rate of arrival of new projects inserted in each stage was also varied. The arrival rates were separated into four groups: (i) 3 projects, (ii) 6 projects, (iii) 9 projects and (iv) 12 projects. Five replications were assigned for each scenario. The random number generator seed of the simulator was alternated with each run.

The Graphs 4(a) and 4(b) show the convergence of the exponential smoothing for the value  $V(S)$  for each of the policies in the instances of size 3, on the scenarios 1 and 2, respectively. There are no visual evidences that show a difference in convergence rates for each of these methods.

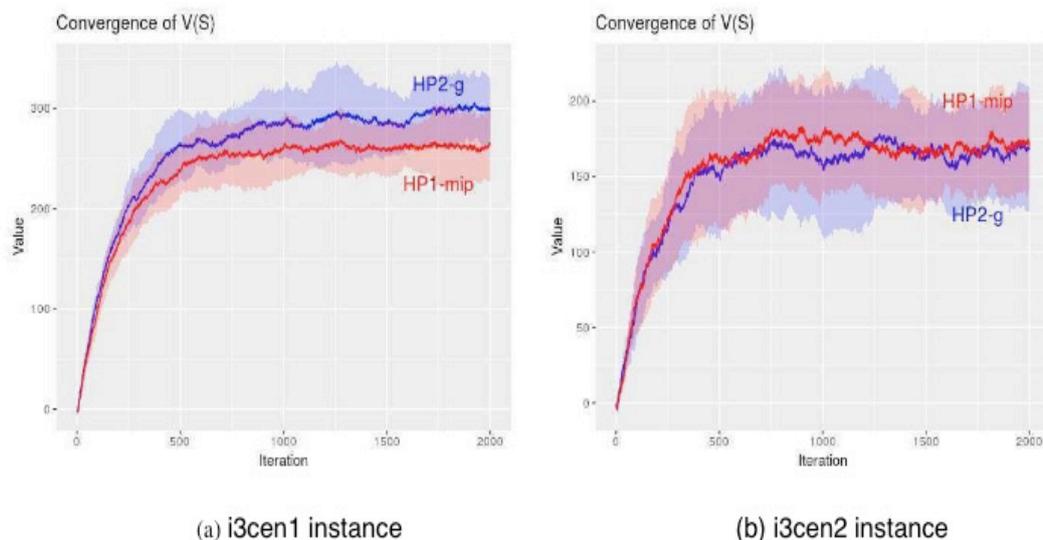


Figure 4: Convergence of the exponential smoothing for the value  $V(S)$

Source: Authors.

The results of the tests with the instances can be found on the Table 1. The first column refers to the name of the instance, the next three column present the average of the estimated value for the policy HPI-mip, its confidence interval and the average time of execution, and finally, the same information for the HPII-g policy. It should be noticed that the policy PHII-g has excelled on 5 of 8 instances tested. In three cases, i3cen2, i6cen2 and i9cen2, the expected values for two policies were within the confidence interval of each other, not being possible to concluded about the difference of performance without the realization of a bigger number of replications.

We believe the main reason for HPII-g outperforming HPI-m is related to the quality of return estimation of each project, once HIP-m uses a naive approximation of the real value and HPII-g works with a more accurate approximation. This fact demonstrates the value of information in stochastic dynamic environments.

Alternatively, in terms of computational time, the policy HPII-g has shown to be more costly. However, this comparison is not adequate due to the fact that the policy HPI-mip uses the Gurobipy API to resolve the optimization subproblem, which is programmed in parallel.

Instance	PHI-L			PHII-g		
	Mean	95% CI	t(s)	Mean	95% CI	t(s)
i3cen1	265.35	( 229.19 ; 301.51 )	59.3	299.75	( 268.52 ; 330.98 )	15.3
i3cen2	172.21	( 141.44 ; 202.99 )	66.8	168.4	( 126.08 ; 210.72 )	16.4
i6cen1	294.5	( 261.06 ; 327.94 )	102	351.31	( 309.54 ; 393.09 )	171
i6cen2	224.85	( 184.11 ; 265.6 )	98.7	237.2	( 190.75 ; 283.65 )	193.2
i9cen1	284.79	( 254.68 ; 314.9 )	136.9	376.84	( 329.38 ; 424.31 )	500.2
i9cen2	211.16	( 172.62 ; 249.7 )	118.3	252.18	( 198.54 ; 305.82 )	449.4
i12cen1	252.79	( 206.26 ; 299.31 )	172.0	398.05	( 346.02 ; 450.07 )	909.2
i12cen2	175.91	( 145.36 ; 206.46 )	182.6	279.55	( 212.96 ; 346.15 )	902.3

## 5 | RESULTS AND DISCUSSIONS

The present study has addressed the project resource selection and allocation problem in an innovation funnel and provides, as its principal contribution, the development of a stochastic dynamic programming problem to represent this situation. In this vein, the value of this contribution is given as the model has important characteristics that are taken into account in the context of innovation companies, such as dynamicity, uncertainty in returns and, in the process of development, the multiple modes of execution and possibility of preemption.

Moreover, the implementation of a simulator based on the proposed model generates a framework for comparison of policies, as realized by the policies named HPI-mip and HPII-g. The presentation of such policies, given that they are able to solve the problem, is also a minor contribution. Note that for the instances tested with the HPII-g heuristic excels over HPI-mip, which suggests that the quality of the estimation of future information may be more impactful on performance than the subproblem solving approach.

Finally, for future studies, importance is given to the development of policies that are capable of better exploring the information of the current state. A possible way would be through the solution of the problem using approximate stochastic dynamic programming techniques (see Powell (2007)).

## REFERENCES

BROMILEY, P.; RAU, D.; ZHANG, Y. **Is R&D risky?** Strategic Management Journal, v. 38, n. 4, p. 876-891, 2017.

CARAZO, A. F.; GÓMEZ, T.; MOLINA, J.; HERNÁNDEZ-DÍAZ, A. G.; GUERRERO, F. M.; CABALLERO, R. **Solving a comprehensive model for multiobjective project portfolio selection.** Computers & operations research, v. 37, n. 4, p. 630-639, 2010.

FIGUEIREDO, P.; LOIOLA, E. **Enhancing new product development (NPD) portfolio performance by shaping the development funnel.** Journal of technology management & innovation, v. 7, n. 4, p. 20-35, 2012.

FIGUEIREDO, P. S.; LOIOLA, E. **The impact of project introduction heuristics on research and development performance.** RAI Revista de Administração e Inovação, v. 14, n. 2, p. 151-161, 2017.

HUCHZERMEIER, A.; LOCH, C. H. **Project management under risk: Using the real options approach to evaluate flexibility in R&D.** Management Science, v. 47, n. 1, p. 85-101, 2001.

LI, X.; FANG, S. C.; GUO, X.; DENG, Z.; QI, J. **An extended model for project portfolio selection with project divisibility and interdependency.** Journal of Systems Science and Systems Engineering, v. 25, n. 1, p. 119-138, 2016.

LI, X. FANG, S.C.; TIAN, Y.; GUO, X. **Expanded model of the project portfolio selection problem**

**with divisibility, time profile factors and cardinality constraints.** Journal of the Operational Research Society, v. 66, n. 7, p. 1132-1139, 2015.

LOCH, C. H.; KAVADIAS, S. **Dynamic portfolio selection of NPD programs using marginal returns.** Management Science, v. 48, n. 10, p. 1227-1241, 2002.

POWELL, W. B. **Approximate Dynamic Programming: Solving the curses of dimensionality.** John Wiley & Sons, 2007.

ROZENFELD, H.; FORCELLINI, F. A.; AMARAL, D. C.; TOLEDO, J. C.; SILVA, S. L.; ALLIPRANDINI, D.H.; SCALICE, R. K. **Gestão de desenvolvimento de produtos: uma referência para a melhoria do processo.** 2006.

SILVA, T. A. d. O.; SANTIAGO, L. P. **New product development projects evaluation under time uncertainty.** *Pesquisa Operacional*, v. 29, n. 3, p. 517-532, 2009.

STUMMER, C.; HEIDENBERGER, K. **Interactive R&D portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives.** IEEE Transactions on Engineering Management, v. 50, n. 2, p. 175-183, 2003.

TIAN, Y.; SUN, M.; YE, Z.; YANG, W. **Expanded models of the project portfolio selection problem with loss in divisibility.** Journal of the Operational Research Society, v. 67, n. 8, p. 1097-1107, 2016.

## A RELAXED FLOW-BASED FORMULATION FOR THE OPEN CAPACITATED ARC ROUTING PROBLEM

**Rafael Kendy Arakaki**

Instituto de Computação, Universidade Estadual  
de Campinas  
Campinas – São Paulo

**Fábio Luiz Usberti**

Instituto de Computação, Universidade Estadual  
de Campinas  
Campinas – São Paulo

**ABSTRACT:** Arc routing problems aim at determining the lowest cost routes visiting a subset of edges from a graph, with one or more additional constraints. The solution of these problems leads to lower logistics costs, improving business competitiveness. The Open Capacitated Arc Routing Problem (OCARP) is an NP-hard combinatorial optimization problem with practical applications, such as the meter reading routing problem. A relaxed formulation based on network flows is proposed for the OCARP. Computational experiments conducted on a set of benchmark instances show that the proposed formulation improved the known lower bounds for almost all instances and proved optimality for more than half of the instances.

**KEYWORDS:** arc routing, meter reading routing, network flow, mixed integer linear programming, combinatorial optimization.

### 1 | INTRODUCTION

Routing problems can be subdivided into two categories: node routing problems and arc routing problems. Node routing problems, such as the classical traveling salesman problem (TSP), aim the creation of routes that visit a subset of nodes. On the other hand, arc routing problems aim the design of routes that visit a subset of edges. In the last decades, arc routing problems have been a very active research area and we refer the interested reader to (CORBERAN; LAPORTE, 2014) for a comprehensive survey.

The open capacitated arc routing problem (OCARP) proposed by (USBERTI; FRANÇA, A.; FRANÇA, P.; 2011) is an NP-hard combinatorial optimization problem defined on an undirected graph with non-negative costs and demands associated to the edges. A fleet of identical vehicles with limited capacity is considered. The set of vehicles must serve all edges with positive demand. The objective is to find a minimum cost set of routes that serve all edges with positive demand. The OCARP is a variation of the capacitated arc routing problem (CARP) proposed by (GOLDEN; WONG, 1981) with the difference being that the OCARP allows routes to be open tours, in other words, OCARP does not consider a depot node, which corresponds

to the initial and ending point of each route in the CARP.

One of the practical applications of the OCARP is the real-world meter readers routing problem. As explained by Usberti (2012), many electric, water and gas distribution companies periodically need to read the consumption amount of their clients, that are geographically dispersed. The employees responsible for meter reading, called meter readers, are transported by auto from the office to the address of their first client of the day, and after they complete their routes, they take public transportation to return home. The objective is to find a feasible set of routes that minimize the distance traveled by the employees after they arrive at the first client. The routes need to respect the limited working time of each employee and all clients must be served.

Another application of the OCARP is the cutting path determination problem (CPDP), where, given a set of blowtorches and a quadrilateral steel plate, the objective is to determine the trajectory of the blowtorches to produce a predefined set of polygonal pieces. A polynomial-time transformation algorithm of CPDP to OCARP is described in (USBERTI; FRANÇA, A.; FRANÇA, P.; 2011).

This work proposes a relaxed MILP (Mixed Integer Linear Programming) formulation based on network flows for the OCARP. The formulation is relaxed in the sense that its optimal solution is not necessarily feasible for OCARP. Nonetheless, its lower bound provides a lower bound for OCARP. Computational experiments conducted on a set of benchmark instances from literature reveal the potential of the proposed formulation for generating good lower bounds.

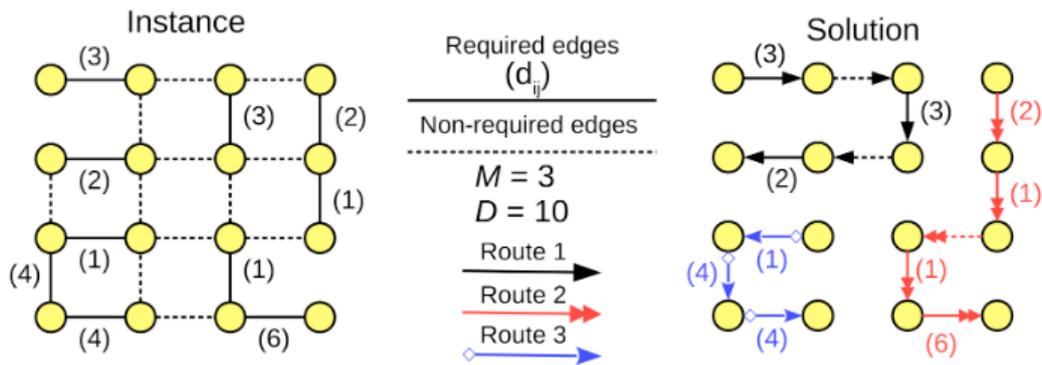
This paper is organized in the following order. In Section 2, the OCARP is formally defined. Section 3 contains the original formulation for OCARP. Section 4 present previous works. Section 5 describe the proposed relaxed formulation for OCARP based on network flows. In Section 6, computational experiments on a set of benchmark instances are shown. Finally, Section 7 provides the final comments.

## 2 | THE OPEN CAPACITATED ARC ROUTING PROBLEM

The Open Capacitated Arc Routing Problem (OCARP) proposed by Usberti, França A. and França P. (2011) is defined as follows. Let  $G(V,E)$  be an undirected connected graph where  $V$  is the set of nodes and  $E$  is the set of edges. To each edge  $(i,j) \in E$ , non-negative costs  $c_{ij}$  and non-negative demands  $d_{ij}$  are assigned. If an edge  $(i,j)$  has positive demand  $d_{ij} > 0$  then it is called a required edge. Let  $E_R$  be the set of required edges. A fleet of identical vehicles, each one with a limited capacity  $D$ , is available. While traversing the graph, a vehicle might (i) serve an edge, which deducts its capacity by the edge demand and increases the solution cost by the edge cost or (ii) deadhead an edge, which only increases the solution cost by the edge cost. A vehicle route is a sequence of directed arcs traversed by the vehicle, and here both open or closed routes are allowed.

A feasible OCARP solution is composed by a set of at most  $M$  routes, which

serves all required edges and does not violate any vehicle capacity (Figure 1). The objective of OCARP is to find the minimum cost set of routes.



### 3 | MATHEMATICAL PROGRAMMING MODEL

The mathematical programming formulation for the OCARP proposed by Usberti, França A. and França P. (2011) is next described.

Although the graph  $G$  is undirected it is convenient to represent OCARP solutions using directed arcs to show the order in which the edges are visited. From that, four sets of variables are defined:

- $x_{ij}^k = 1$  if route  $k$  visits the arc  $(i,j)$ , otherwise  $x_{ij}^k = 0$ ;
- $l_{ij}^k = 1$  if route  $k$  visits the arc  $(i,j)$ , otherwise  $l_{ij}^k = 0$ ;
- $\alpha_i^k = 1$  if vertex  $i$  is the starting node of route  $k$ , otherwise  $\alpha_i^k = 0$ ;
- $u_S^k, v_S^k, w_S^k$  ( $S \subseteq V$ ) are auxiliary variables used in set of restrictions (7) for illegal sub-cycle elimination.

Objective function (1) minimizes the total cost, given by the sum of costs of edges visited by each route of the solution. Let  $N(i)$  be the set of neighboring nodes of node  $i$ , constraints (2) represents the routes continuity and impose that  $\alpha_i^k = 1$  if node  $i$  is the starting node of route  $k$ . Constraints (3) forbid more than one starting node in a route. Constraints (4) establish that served arcs must be visited. Constraints (5) state that each required edge (represented by two opposite arcs) must be served. Constraints (6) represent the vehicles limit of capacity.

$$MIN \sum_{k=1}^M \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j \in N(i)} x_{ij}^k - x_{ji}^k \leq \alpha_i^k \quad (i \in V, k \in \{1, \dots, M\}) \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} \alpha_i^k \leq 1 \quad (k \in \{1, \dots, M\}) \quad (3)$$

$$x_{ij}^k \geq l_{ij}^k \quad ((i, j) \in E_R, k \in \{1, \dots, M\}) \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^M (l_{ij}^k + l_{ji}^k) = 1 \quad ((i, j) \in E_R) \quad (5)$$

$$\sum_{(i,j) \in E_R} d_{ij} l_{ij}^k \leq D \quad k \in \{1, \dots, M\}) \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{(i,j) \in (S,S)} x_{ij}^k - |S|^2 u_S^k \leq |S| - 1 \\ \sum_{(i,j) \in (S,\hat{S})} x_{ij}^k + v_S^k \geq 1 \\ \sum_{i \in S} \alpha_i^k + w_S^k \geq 1 \\ u_S^k + v_S^k + w_S^k \leq 2 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} (S \subseteq V, \hat{S} = V \setminus S, \\ k \in \{1, \dots, M\}) \end{array} \quad (7)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad ((i, j) \in E, k \in \{1, \dots, M\}) \quad (8)$$

$$l_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad ((i, j) \in E_R, k \in \{1, \dots, M\}) \quad (9)$$

$$\alpha_i^k \in \{0, 1\}, \quad (i \in V, k \in \{1, \dots, M\}) \quad (10)$$

$$u_S^k, v_S^k, w_S^k \in \{0, 1\}, \quad (k \in \{1, \dots, M\}, S \subseteq V) \quad (11)$$

The set of constraints (7) forbids illegal sub-cycles in the solution. For a specific route, the route is considered illegal if there is a subset of nodes  $S$  such that  $u_S^k = v_S^k = w_S^k = 1$ . The variable  $u_S^k$  identify if there is a cycle in  $S$  the variable  $v_S^k$  identify if there is no cut arcs in  $(s, \hat{s})$  and the variable  $w_S^k$  identify if there is no starting node in  $S$ . One example of illegal sub-cycle is given by Figure 2. The set of constraints (7) is of exponential order, therefore in practice these restrictions are added to the model in an incrementally way as they are needed.

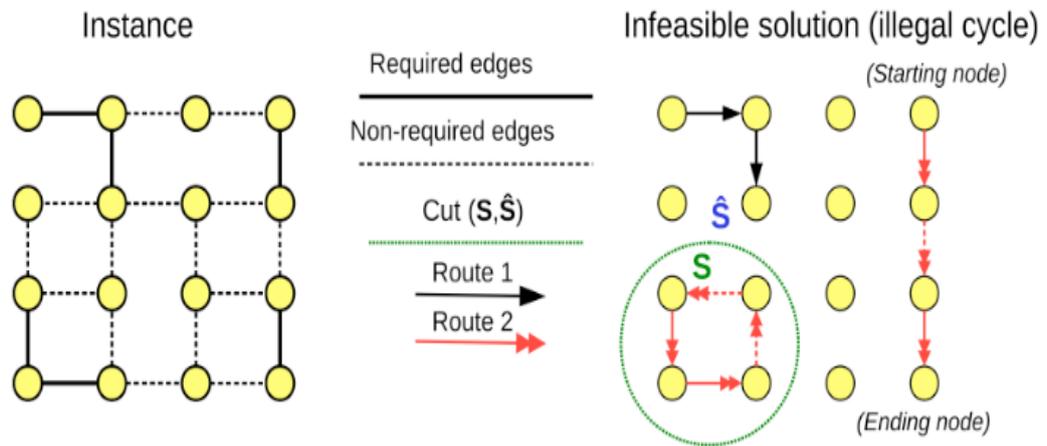


Figure 2: OCARP instance and infeasible solution with illegal sub-cycle in route 2.

**Lemma 2.1.** The set of constraints (7) forbids solutions with illegal sub-cycles but does not forbid feasible solutions (without illegal sub-cycles).

*Proof.* First we prove that the model forbids a route with an illegal sub-cycle. Suppose a route  $k$  that has a illegal sub-cycle and a graph  $G$  that is induced by the edges visited by route  $k$ . If route  $k$  is illegal then the graph  $G$  is not connected. From constraints (3) there is at most one connected component of  $G$  with a starting node of the route ( $\alpha_i^k = 1$ ). Excluding this component that has the starting node, there is at least one more. Those components of  $G$  must form sub-cycles in order to keep the balance of constraints (2). Let  $S'$  be the set of nodes referring to one of those components without starting node. It is possible to verify that:

- $u_{S'}^k=1$ , because  $S'$  form a sub-cycle.
- $v_{S'}^k=1$ , because  $S'$  is a connected component of  $G$  (there is not cut edges).
- $w_{S'}^k=1$ , because there is no starting node in  $S'$ .

Therefore any route  $k$  that contains an illegal sub-cycle is forbidden by the set of constraints (7).

To complete the proof we show that the set of constraints (7) does not forbid legal routes, in other words, does not forbid routes without illegal sub-cycles. Suppose a legal route  $k$  and let  $R$  be the set of nodes that are visited by route  $k$ . From that, there are just three possibilities for all subsets of nodes  $S \subseteq V$  in relation to  $R$ .

1. If  $R \subseteq S$ , one node in  $R$  must be the starting node. For loop routes, any node can be considered starting node. Therefore,  $w_S^k = 0$ .
2. If  $R \not\subseteq S$  and  $R \cap S \neq \emptyset$  then there is at least one cut edge that link one node of  $R \cap S$  to one node of  $R \setminus S$ . Therefore,  $v_S^k = 0$ .
3. If  $R \cap S = \emptyset$ , there is no edge  $(i, j) \in (S, S)$  in the route. Therefore,  $u_S^k = 0$ .

As conclusion the set of constraints (7), in conjunction with the other constraints of the model, forbids a route  $k$  if and only if it contains a illegal sub-cycle. Hence, the model defines the set of feasible solutions for the OCARP.

The authors pointed out that a major deficiency of the method are the difficulties for solving the formulation completely, as the set of constraints (7) contains an exponential order of constraints and variables. First the authors tried to solve an incomplete version of the model where the set of constraints (7) was restrained for the set of nodes  $S \subseteq V$  such that  $|S| < 3$ , but the obtained results were unsatisfactory. Next, the authors solved the model neglecting the set of constraints (7) and the obtained results were better than the first approach. The authors conclusion was that the formulation obtained optimal or very good solutions for the set of instances *ogdb* (7-27 nodes, 11-55 edges), but did not obtained good performance for the sets containing bigger instances: *oval* (24-50 nodes, 34-97 edges) and *oegl* (77-140 nodes, 98-190 edges).

#### 4 | LITERATURE REVIEW

The Capacitated Arc Routing Problem (CARP) was first proposed by Golden and Wong (1981). Since then, the CARP attracted attention from many researchers mainly due its optimization difficulty and numerous practical applications. Some of the studied CARP applications are waste collection, street sweeping, electric meter reading and many others (MOURÃO; PINTO, 2017) Exact and lower bounding methods for the CARP are mainly based on integer linear programming models and *branch-and-cut* or *branch-and-price* techniques (BELENGUER; BENAVENT; IRNICH, 2014).

The best results for the CARP, however, were obtained by metaheuristics. A wide variety of heuristic techniques was proposed for CARP. For example, Santos (2010) proposed an *ant colony optimization*; and Chen, Hao and Glover (2016) proposed a *hybrid metaheuristic approach*. We refer the interest reader to (MOURÃO; PINTO, 2017) for a comprehensive review.

Regarding the OCARP literature, much less research was done when compared to the CARP. In the OCARP seminal paper (USBERTI; FRANÇA, A.; FRANÇA, P.; 2011), the authors presented a mixed integer linear programming (MILP) formulation for the problem (Section 5). Later, Usberti (2012) proposed an exact solution method based on *branch-and-bound*. This method exploited a relation between the OCARP and another problem called *capacity and degree constrained minimum spanning forest problem*. The method improved the known lower bounds for some instances and performed competitively when compared to the original MILP formulation (Section 5) however for the largest instances *oegl* it presented large optimality gaps (more than 15%).

Regarding heuristic approaches, Usberti, França A. and França P. (2011) proposed a reactive path-scanning with ellipse rule that obtained the first solutions

for the OCARP. Later, Usberti (2012) proposed a *greedy randomized adaptive search procedure* that obtained substantially better results. Finally, Arakaki and Usberti (2018) proposed a *hybrid genetic algorithm* metaheuristic which improved the known solutions for the problem, especially for the largest instances, and is currently the state-of-the-art heuristic method for OCARP.

## 5 | RELAXED FLOW-BASED FORMULATION FOR OCARP

The relaxed flow-based formulation (RFB) considers a supergraph  $G'(V \cup V' \cup \{v_0\}, E \cup E' \cup E'_R)$  of the original graph  $G(V, E)$ . An example is given by Figure 3. The sets  $V', E'$  and  $E'_R$  contain artificial nodes, artificial edges and artificial required edges, respectively. More specifically, the graph  $G$  contains the following elements for each required edge  $(v_i, v_j) \in E_R$ : (i) two artificial nodes  $v_{i'}, v_{j'} \in V'$ ; (ii) one artificial required edge  $(v_{i'}, v_{j'}) \in E'_R$  with the same cost as  $(v_i, v_j) \in E_R$ ; (iii) two artificial non-required edges  $(v_i, v_{i'}), (v_j, v_{j'}) \in E'$  with zero cost. Also, a special node  $v_0$  is created adjacent to all artificial nodes.

The RFB represents a network flow where the demands are located on the artificial nodes of each artificial required edge. For each  $(v_{i'}, v_{j'}) \in E'_R$  one arbitrary node is chosen, say  $v_{i'}$ , to have demand  $d_{i'}$  equal to the demand of the required edge  $d_{ij}$ , and the demand of the other node  $v_{j'}$  is zero. There are at most  $M$  different flows, one for each route  $k \in [1, M]$  serving the demands of the artificial nodes. Node  $v_0$  is the source of all flows, and each flow can meet up to units of demand.

One can observe that any OCARP solution for the graph  $G$  can be transformed into a solution for  $G$  with a simple procedure. For that purpose, it is enough to replace, for each route, every occurrence of an artificial edge by its corresponding original edge of  $G$ .

For the execution of the model, the graph  $G$  is considered a directed graph with two opposite arcs for each non-directed edge. From that, two sets of variables are defined: (i)  $x_{ij}$  represents the number of times arc  $(i,j)$  is visited by any route, and (ii)  $y_{ij}^k$  represents the amount of flow traversing arc  $(i,j)$  on route  $k$ .

The objective function (1) minimizes the cost of the flows. Constraints (2) and (3) force artificial nodes to be visited exactly once. Constraints (4) assure that artificial required edges are traversed. Constraints (5) represent the routes continuity. Constraints (6) limits the number of flows starting from the origin  $v_0$ . Constraints (7) fix the flows capacity. Constraints (8), (9) and (10) represent the balance flow for each node including the demand of the artificial nodes. Constraints (11) give a lower and upper bound for the amount of flow for each arc.

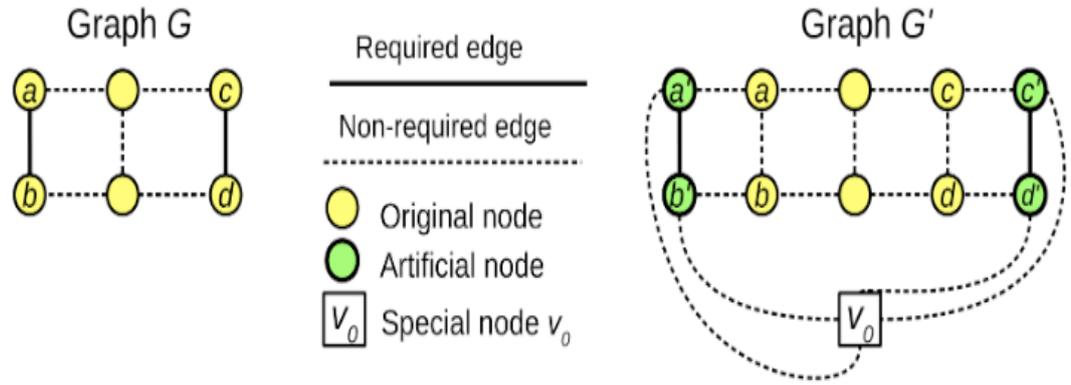


Figure 3: Graphs G and G' example.

$$\text{MIN} \quad \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{j \in N(i)} x_{ji} = 1 \quad (i \in V') \quad (2)$$

$$\sum_{j \in N(i)} x_{ij} \leq 1 \quad (i \in V') \quad (3)$$

$$x_{ij} + x_{ji} = 1 \quad ((i, j) \in E'_R) \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N(i)} (x_{ji} - x_{ij}) = 0 \quad (i \in V) \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N(0)} x_{0j} = M \quad (6)$$

$$\sum_{j \in N(0)} y_{0j}^k = D \quad (k \in \{1, \dots, M\}) \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^M \sum_{j \in N(i)} (y_{ji}^k - y_{ij}^k) = d_i \quad (i \in V') \quad (8)$$

$$\sum_{j \in N(i)} (y_{ji}^k - y_{ij}^k) = 0 \quad (i \in V, k \in \{1, \dots, M\}) \quad (9)$$

$$\sum_{j \in N(i)} (y_{ji}^k - y_{ij}^k) \geq 0 \quad (i \in V', k \in \{1, \dots, M\}) \quad (10)$$

$$x_{ij} \leq \sum_{k=1}^M y_{ij}^k \leq (D - d_i) x_{ij} \quad ((i, j) \in E \cup E') \quad (11)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{Z}_{\geq 0}, \quad ((i, j) \in E \cup E') \quad (12)$$

$$y_{ij}^k \in \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad ((i, j) \in E \cup E', k \in \{1, \dots, M\}) \quad (13)$$

The RFB is a relaxed formulation since the optimal solutions of this model are not necessarily feasible solutions for the OCARP. That happens because constraints (8) do not differ between the cases where: (i) a demand  $d_i$  is served completely by a single flow; and (ii) a demand  $d_i$  is partially served by multiple flows. The second case represents a scenario where a single demand is split between two or more vehicles, which is not allowed in the OCARP. Similarly, constraints (11) do not distinguish between two cases:

(i) a single flow is traversing the arc  $(i, j)$ ; and (ii) multiple flows, which sums up a value less or equal than  $D-d_i$ , are traversing the arc  $(i, j)$ . In the second case, the variable  $x_{ij}$  may be assigned value one by the solver, while it should be at least two for a feasible OCARP solution.

Even considering that RFB solutions are not guaranteed to represent a complete OCARP solution, one interesting future research topic is the development of a heuristic that attempt to retrieve an OCARP solution from a given RFB solution.

## 6 | COMPUTATIONAL EXPERIMENTS

This section shows computational experiments comparing the proposed RFB formulation with the original formulation proposed by Usberti, França A. and França P. (2011). The RFB was solved using the Gurobi version 7.5 on an Intel Xeon X3430 2.4 GHz processor with 4 GB of RAM. The results from original formulation were obtained on an Intel Core 2 Quad 3.0 GHz with 4 GB of RAM. In both cases the solver were executed with a processing time limit of one hour for each instance.

The computational experiments were conducted on a set of CARP instances, widely adopted by the arc routing research community as benchmark instances, which includes 23 *gdb*, 34 *val*, 24 *egl*, 32 *A* and 24 *B* instances totaling 137 instances. The depot was considered a common node while the rest of the data left intact.

The computational tests considered three classes of instances regarding the number of vehicles:  $M = M^*$ ,  $M = M^* + 1$  and  $M = M^* + 2$ , where  $M^*$  is the minimum number of vehicles required for a feasible solution. Consequently, 137 CARP instances and three different numbers of vehicles summed up 411 OCARP instances. Detailed information of instances is presented in Table 1.

Instances	$ V $	$ E $	$ E_R $	M	Reference
ogdb	7-27	11-55	11-55	3-10	(GOLDEN; WONG, 1983)
oval	24-50	34-97	34-97	2-10	(BENAVENT; CAMPOS; MOTA, 1992)
oegl	77-140	98-190	51-190	5-35	(LI; EGLESE, 1996)
oA	10-40	15-69	11-63	1-25	(HERTZ, 2005)
oB	153-40	15-69	11-53	2-21	(HERTZ, 2005)

Table 1: Benchmark instances for OCARP.

Table 2 shows the results comparing RFB and the original formulation.  $LB_1$  and  $LB_2$  are respectively the lower bounds obtained by the original and RFB formulations. UB is the upper bound provided by the *hybrid genetic algorithm* (ARAKAKI; USBERTI, 2018). The deviation from optimality of each formulation is given by  $GAP_i = 100 \times (UB - LB_i)/LB_i$ .  $CPU(s)$  is the processing time spent to solve RFB, in seconds.

Instances	$M$	$GAP_1(\%)$	$GAP_2(\%)$	CPU(s)
ogdb	$M^*$	0.07	0.00	3.6
	$M^*+1$	0.05	0.00	5.0
	$M^*+2$	0.02	0.00	7.5
	overall	0.05	0.00	5.4
oval	$M$	1.43	0.09	22.4
	$M^*+1$	1.75	0.00	26.1
	$M^*+2$	1.46	0.00	25.4
	overall	1.54	0.03	24.6
oegl	$M$	13.78	4.80	2300.1
	$M^*+1$	8.66	1.66	2138.2
	$M^*+2$	6.58	1.21	1851.8
	overall	9.67	2.56	2096.7
oA	$M$	3.19	1.56	228.2
	$M^*+1$	1.44	0.45	118.8
	$M^*+2$	1.32	0.25	113.5
	overall	1.98	0.75	153.5
oB	$M$	4.28	2.23	477.2
	$M^*+1$	1.47	0.45	350.8
	$M^*+2$	0.61	0.12	113.5
	overall	2.12	0.94	153.5
overall	$M$	4.28	1.62	546.0
	$M^*+1$	2.55	0.48	471.1
	$M^*+2$	0.61	0.12	386.7
	overall	2.92	0.79	467.9

$GAP_1$  (%): average deviation from upper bound of original formulation.

$GAP_2$  (%): average deviation from upper bound of RFB.

CPU(s): average processing time spent to process RFB, in seconds.

Table 2: Overall results of computational experiment.

Table 2 results show that the optimality gaps provided by the proposed relaxed flow-based formulation are considerably lower than the original formulation. Therefore the lower bounds of the flow-based formulation are closer to the optimum solutions. It is also worth mentioning that the results regarding all instances of *ogdb* and more than half of *oval* were proven to be optimal.

A factor that proved to be of great importance for the solution of an OCARP instance is the value of parameter which determines the number of vehicles available. In Table 2 it is clear that for classes and both formulations obtained substantially better results than those obtained when the available number of vehicles is set to the minimum possible for a feasible solution to exist ().

Regarding processing time, RFB was solved quickly for the *ogdb* and *oval* sets, while for the largest instances of the *oegl* set the RFB could not be solved within the time limit. Also, it is interesting to note that the RFB was solved for the *oA* and *oB* instances spending more processing time but obtaining worse results, in comparison to the *oval* instances, even considering that the latter has more required edges in average (). One possible explanation is that the number of vehicles () by *oA* and *oB* is substantially greater than those of *oval*. As conclusion, regarding the RFB, the number of vehicles seems to be an important aspect for the difficulty of an OCARP instance.

Regarding the computational effort, the RFB performed poorly for the largest instances of instances *oegl*, regardless the number of vehicles available. The main difficulty seems to be simply the number of required edges.

As conclusion, the RFB formulation was able to improve the lower bounds for almost all instances, consequently obtaining better deviations of optimality when compared to the original formulation. It can also be concluded that RFB obtained the results using reasonably short processing time (< 500s) for all the sets of instances and classes, except for some instances from the *oegl* set with a tight number of vehicles, which demonstrated to be a difficult set of OCARP instances.

## 7 | CONCLUSIONS

This work presented a *relaxed flow-based* (RFB) formulation for the open capacitated arc routing problem. This formulation does not guarantee to find a feasible solution for the problem, but it provides valid lower bounds for the OCARP, which can be used to measure the quality of known feasible solutions. Computational experiments using benchmark instances from literature were conducted to assess the RFB formulation. The results revealed that the RFB formulation provided better lower bounds in shorter computing times.

Future work regarding the RFB formulation consist of: (i) strengthening of lower bounds through the development of new inequalities, possibly using a *branch-and-cut* approach; (ii) development of acceleration techniques that allow solving the formulation in shorter processing times, specially for large instances (); and (iii) development of a heuristic that attempts to retrieve a complete OCARP solution from a given RFB solution.

## 8 | ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by grants #2016/00315-0, São Paulo Research Foundation (FAPESP) and 307472/2015-9, National Counsel of Technological and Scientific Development(CNPq).

## REFERENCES

- ARAKAKI, R. K.; USBERTI, F. L. Hybrid genetic algorithm for the open capacitated arc routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 90, n. 1, p. 221-231, fev. 2018.
- BELENGUER, J. M.; BENAVENT, E.; IRNICH, S. The capacitated arc routing problem: Exact algorithms. In: CORBERAN, A. et al. (Ed.) **Arc Routing: Problems, Methods, and Applications**. 1. ed. Philadelphia: SIAM, 2014. cap. 9, p. 183-222.
- BENAVENT, E.; CAMPOS, V.; MOTA, E. The capacitated arc routing problem: lower bounds. **Networks**, v. 22, n. 1, p. 669-690, dez. 1992.
- CHEN, Y.; HAO, J. K.; GLOVER, F. A hybrid metaheuristic approach for the capacitated arc routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 253, n. 1, p. 25-39, set. 2016.
- CORBERAN, A.; LAPORTE, G. **Arc Routing: Problems, Methods, and Applications**. Philadelphia: SIAM, 2014.
- GOLDEN, B. L.; WONG, R. T. Capacitated arc routing problems. **Networks**, v. 11, n. 4, p. 323-411, inverno 1981.
- GOLDEN, B. L.; DEARMON, J. S.; BAKER, E. K. Computational experiments with algorithms for a class of routing problems. **Computers & Operations Research**, v. 10, n. 1, p. 47-59, fev. 1983.
- HERTZ, A. Recent trends in arc routing. In: SHARDA, R.; GOLUMBIC, M. C.; HARTMAN, I. B. (Ed.) **Graph theory, combinatorics and algorithms**. 1. ed. Boston: Springer, 2005, cap. 9, p. 215-236.
- LI, Y. L.; EGGLESE, W. R. An interactive algorithm for vehicle routing for winter-gritting. **Journal of the Operational Research Society**, v. 47, n. 2, p. 217-228, fev. 1996.
- MOREIRA, L. M.; OLIVEIRA, J. F.; GOMES, A. M.; FERREIRA, J. S. Heuristics for a dynamic rural postman problem. **Computers & Operations Research**, v. 34, n. 11, p. 3281-3294, nov. 2007.
- MOURÃO, M.; PINTO, L. S. An updated annotated bibliography on arc routing problems. **Networks**, v. 70, n. 3, p. 144-194, out. 2017.
- SANTOS, L.; COUTINHO-RODRIGUES, J.; CURRENT, J. R. An improved ant colony optimization based algorithm for the capacitated arc routing problem. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 44, n. 2, p. 246-266, fev. 2010.
- USBERTI, F. L. **Métodos heurísticos e exatos para o problema de roteamento em arcos capacitado e aberto**. 2012. 87 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2012.
- USBERTI, F. L.; FRANÇA, P. M.; FRANÇA, A. L. M. Branch-and-bound algorithm for an arc routing problem. **Anais do XLIV SBPO**, v. 1., n. 1., p. 3705-3716, nov. 2012.
- USBERTI, F. L.; FRANÇA, P. M.; FRANÇA, A. L. M. The open capacitated arc routing problem. **Computers and Operations Research**, v. 38, n. 11, p. 1543-1555, nov. 2011.

## A COMPOSIÇÃO PROBABILÍSTICA DE PREFERÊNCIAS COM MEDIDAS DE DESIGUALDADE: CORRELAÇÕES COM OS PONTOS DE VISTA PROGRESSISTA E CONSERVADOR

**Luiz Octávio Gavião**

Escola Superior de Guerra  
Rio de Janeiro – RJ

**Annibal Parracho Sant'Anna**

Universidade Federal Fluminense  
Niterói – RJ

**Gilson Brito Alves Lima**

Universidade Federal Fluminense  
Niterói – RJ

**RESUMO:** A Composição Probabilística de Preferências (CPP) é um método probabilístico de apoio à decisão multicritério. As avaliações das alternativas segundo cada critério são substituídas por medidas de probabilidades conjuntas de cada alternativa ser superior ou inferior às demais. Essas probabilidades são compostas por diferentes pontos de vista, que refletem o contexto de decisão em relação a extremos progressista e conservador. Existem, entretanto, problemas de decisão não diretamente relacionados a esses extremos. A escolha de atletas multifuncionais na composição de equipes esportivas ilustra esse caso. Essa pesquisa propõe nova composição ao CPP, com base em medidas de desigualdade. A base de dados foi simulada por cem matrizes de decisão, com avaliações geradas aleatoriamente a partir de distribuição

uniforme. Os resultados da proposta e os dos extremos progressista e conservador foram correlacionados com os índices de Kendall e Spearman. As correlações fracas e muito fracas confirmaram a relevância conceitual da proposta.

**PALAVRAS-CHAVE:** CPP; Medidas de Desigualdade; Análise de Correlação.

**ABSTRACT:** The Composition of Probabilistic Preferences (CPP) is a probabilistic multicriteria decision aid (MCDA) method. The alternative evaluations according to each criterion are replaced by probabilities for each alternative being higher or lower than the other. These probabilities are composed by different points of view, associated with the decision-making context. These points of view reflect a progressive extreme, focusing on maximizing gains in decision-making, or a conservative side, on minimizing losses. However, there are decision problems not directly related to the extremes of ratings. The recruitment of multifunctional athletes illustrates this case. A new composition to CPP is based on performance regularity. The database was simulated by a hundred decision matrices, with random ratings generated by uniform distribution. These data were modeled by CPP, considering the regularity composition and the progressive-conservative points of view. The weak correlation by the Kendall and

Spearman indices confirmed the relevance of the proposal.

**KEYWORDS:** CPP; Inequality measures; Correlation analysis.

## 1 | INTRODUÇÃO

Um método de apoio à decisão multicritério (MCDA) agrega as avaliações sob os múltiplos critérios por algum algoritmo. No caso da Composição Probabilística de Preferências (CPP), as avaliações das alternativas segundo cada critério são substituídas por medidas de probabilidades conjuntas de cada alternativa ser superior ou inferior às demais. Em seguida, essas probabilidades são compostas por diferentes pontos de vista, associados ao contexto da tomada de decisão. A ordenação dos resultados dessas composições indica as preferências das alternativas para cada ponto de vista. As composições do CPP refletem as preferências em relação a dois extremos: o “progressista”, com foco na maximização de ganhos na tomada de decisão, enquanto o “conservador” se refere à minimização de perdas (SANT’ANNA, 2015).

Existem, entretanto, problemas de decisão não diretamente relacionados aos extremos das avaliações. A escolha de atletas de alta performance na composição de equipes esportivas, por exemplo, ilustra esse caso. Treinadores bem-sucedidos em diferentes modalidades esportivas revelam a importância de plantéis com jogadores versáteis e multifuncionais (LEWIS, 2004; REZENDE, 2006; ANDERSON; SALLY, 2013). Essas características estão associadas ao desempenho regular nos diversos fundamentos da modalidade. Por vezes, jogadores da mesma posição se encontram em patamar técnico equivalente, porém treinadores e gestores precisam escolher um jogador para compor uma seleção nacional, para escalar na partida decisiva ou mesmo para sugerir a contratação ou dispensa do elenco. Nesse contexto, uma composição do CPP com base na regularidade de desempenho pode ser útil à tomada de decisão.

A modelagem do CPP com medidas de desigualdade é original, embora essas medidas tenham sido registradas com outros métodos MCDA (OGRYCZAK, 2009). De fato, essas medidas são normalmente exploradas em contexto socioeconômico, que se reflete em sua própria definição. Segundo (COWELL, 2011), uma medida de desigualdade é uma representação escalar e numérica das diferenças de renda pessoal dos integrantes de uma população. Assim, uma adaptação conceitual é necessária para o uso das medidas de desigualdade com o CPP. Por analogia à definição, os valores das avaliações nos critérios podem substituir a “renda pessoal” e o conjunto de critérios a “população”. Dessa forma, é possível efetuar a composição das avaliações segundo os múltiplos critérios por medidas de desigualdade. Resta, então, a seguinte pergunta de pesquisa: a composição por medidas de desigualdade e as composições por pontos de vista apresentam resultados significativamente diferentes entre si?

Este artigo tem por objetivo discutir a correlação entre os resultados da composição por medidas de desigualdade com os resultados das composições progressista e conservadora, para as mesmas bases de dados. Foram simuladas cem matrizes de

decisão, compostas por vinte alternativas e dez critérios. As avaliações no intervalo [0,10] foram aleatoriamente geradas a partir de distribuição uniforme, com auxílio do software R (R-CORE-TEAM, 2018).

Os resultados indicam que as diferentes formas de composição produzem ordenações significativamente diferentes. As correlações, pelos índices ordinais de Kendall e Spearman, foram classificadas como fracas e muito fracas para quatro das cinco medidas de desigualdade utilizadas e moderada para a medida divergente. Esses graus de correlação demonstraram que os resultados da proposta não se refletem nas composições progressistas e conservadoras. Assim, conclui-se que o uso do CPP com medidas de desigualdade pode ser relevante ao apoio à decisão em determinados contextos.

O artigo foi elaborado em cinco Seções. A Seção 2 efetua uma revisão bibliográfica, com ênfase ao CPP, com as aplicações de interesse indicadas. A Seção 3 apresenta a metodologia proposta nessa pesquisa. A Seção 4 apresenta o desenvolvimento da análise. Por fim, a Seção 5 traz as considerações finais.

## 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 O método CPP

A própria denominação do CPP indica a abordagem probabilística ao problema MCDA. O CPP assume a ideia-chave da “aleatorização” das alternativas. Esse conceito deriva da imprecisão das medidas, da natureza aleatória do problema ou mesmo da incerteza acerca do contexto que envolve a tomada de decisão. Caso esses elementos não estivessem presentes, outros métodos determinísticos poderiam ser aplicados ao problema, com soluções satisfatórias (SANT’ANNA, 2015). Porém, o tratamento probabilístico de um problema sob tais condições confere maior realismo à modelagem.

Nesse primeiro passo do método CPP, as avaliações exatas das alternativas são interpretadas como medidas de posição (como média, moda ou mediana) de um conjunto de dados. Essa transformação permite o tratamento estatístico das avaliações por funções de probabilidade. A escolha da função probabilística que melhor se ajusta aos dados pode advir de informações *a priori*, de aplicações bem-sucedidas a problemas similares, do ajuste dos dados a distribuições conhecidas por técnicas de “*goodness-of-fit*” ou, na ausência dessas informações, arbitrada ao contexto. De maneira geral, o uso de distribuições triangulares têm suprido as necessidades da modelagem assimétrica dos dados, com resultados satisfatórios, sendo assim utilizada nesta pesquisa (SANT’ANNA, 2015).

$$M_{ij} = \int_{D_{X_i}} \left[ \prod F_{X_{-i}}(x_{-i}) \right] f_{X_i}(x_i) dx_i \quad (1)$$

$$m_{ij} = \int_{D_{X_i}} \left[ \prod (1 - F_{X_{-i}}(x_{-i})) \right] f_{X_i}(x_i) dx_i \quad (2)$$

Após o processo de “aleatorização”, as probabilidades da *i*-ésima alternativa ser superior ( $M_{ij}$ ) e inferior ( $m_{ij}$ ) às demais, conjuntamente, são calculadas para cada *j*-ésimo critério. Nas equações (1) e (2), um vetor aleatório, “X”, simboliza as avaliações das alternativas do problema. As funções relativas à *i*-ésima alternativa são indexadas por “*i*” e as demais por “-*i*”. As notações  $F_X$ ,  $f_X$  e  $D_{X_i}$  representam, respectivamente, a função distribuição cumulativa (cdf), a função densidade de probabilidade (pdf) e o domínio da variável aleatória “X” (SANT’ANNA et al., 2012).

Para a ordenação das alternativas, as probabilidades “ $M_{ij}$ ” e “ $m_{ij}$ ” são compostas em escores de preferência global, para diferentes pontos de vista do decisor. As composições com base em “ $M_{ij}$ ” são denominadas progressistas, por associar a decisão à maximização de ganhos. Nesse caso, os ganhos estão associados às probabilidades de maximizar as preferências. As composições com base em “ $m_{ij}$ ” são denominadas conservadoras, por associar a decisão à minimização de perdas, representadas pelas probabilidades de minimizar as preferências. As composições que requerem a maximização “ $M_{ij}$ ” e a minimização “ $m_{ij}$ ” em todos os critérios são denominadas pessimistas, enquanto as otimistas são satisfeitas com a máxima ou mínima preferência em ao menos um critério. Dessa forma, é possível associar a tomada de decisão a quatro pontos de vista, referentes à interseção desses dois eixos progressista-conservador e otimista-pessimista.

$$PP_i = \prod_{j=1, \dots, n} M_{ij} \quad (3)$$

$$PO_i = 1 - \prod_{j=1, \dots, n} (1 - M_{ij}) \quad (4)$$

$$CP_i = \prod_{j=1, \dots, n} (1 - m_{ij}) \quad (5)$$

$$CO_i = 1 - \prod_{j=1, \dots, n} m_{ij} \quad (6)$$

Os cálculos das composições podem ainda considerar a independência ou outras hipóteses de dependência das avaliações. Na hipótese mais simples de independência das avaliações, aplicada nessa pesquisa, o decisor objetiva selecionar a alternativa com a melhor performance segundo o conjunto de critérios. Essa composição, denominada Progressista-Pessimista (PP), é obtida com o produto dos “ $M_{ij}$ ” da *i*-ésima

alternativa na totalidade dos critérios, com a seleção do maior escore global, conforme a Equação (3). A composição Progressista-Otimista (PO), descrita na Equação (4), permite ordenar a alternativa com a melhor performance em ao menos um critério. A composição Conservadora-Pessimista (CP), descrita na Equação (5), permite ordenar a alternativa que não apresente a pior performance segundo o conjunto de critérios. Por fim, a composição Conservadora-Otimista (CO), conforme a Equação (6), permite ordenar a alternativa que não apresente a pior performance em ao menos um critério (SANT'ANNA, 2015).

## 2.2 Medidas de Desigualdade

Diversas medidas de desigualdade são aplicadas em pesquisas científicas. Em avaliações socioeconômicas com base na distribuição de renda populacional, por exemplo, o índice de Gini tem sido amplamente explorado (GINI, 1921; GIORGI; GIGLIARANO, 2016). Outras medidas, porém, também podem ser úteis ao apoio à decisão. Nessa pesquisa foram usados os coeficientes de Ricci-Schutz, Atkinson, Kolm e Coeficiente de Variação, além do próprio índice de Gini. Dada a natureza exploratória do tema, a escolha desses índices priorizou a simplicidade de cálculo, proporcionada pelo pacote “ineq” do software R (R-CORE-TEAM, 2018).

As medidas de desigualdade requerem a padronização das unidades de avaliação. Da mesma forma que a moeda padroniza as medidas de renda, a normalização das avaliações é essencial para adaptar a medida de desigualdade ao MCDA. No caso específico do CPP, as probabilidades de maximizar e minimizar das avaliações já estão sob escala única, entre 0% e 100%, não sendo necessário procedimento adicional para a padronização dos dados.

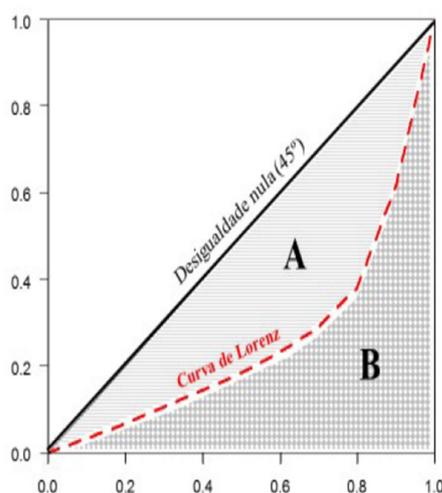


Figura 1 – Representação gráfica do índice de Gini

Fonte: Adaptado de (ALLISON, 1978).

A Figura 1 traduz o índice de Gini graficamente. As escalas do gráfico representam os percentuais cumulativos da quantidade de critérios e das avaliações.

A diagonal identifica os pontos de desigualdade nula, enquanto a curva de Lorenz reflete a desigualdade da amostra de dados. Quanto maior a “folga” da curva de Lorenz, maior a desigualdade, indicando que uma quantidade considerável de critérios recebeu avaliações bem diferentes entre si. As regiões “A” e “B” são identificadas, respectivamente, pela área entre as curvas e pela área inferior à curva de Lorenz. O índice de Gini é definido pelo quociente entre “A” e “A+B”. Tendo em vista que “A+B” é igual a 0,5, é possível deduzir que o índice também equivale a “2A» ou “1-2B”. Considerando que “B” equivale à integral definida da curva de Lorenz, no intervalo (0, 1), o cálculo do índice de Gini pode ser generalizado à Equação (7) (ALLISON, 1978).

$$G = 1 - 2 \int_0^1 L(X) dX \quad (7)$$

Sem a função que define a curva de Lorenz, o índice de Gini pode ser simplificado a partir da Equação (8), para uma amostra de “n” dados (DIXON et al., 1987). O índice pode variar no intervalo [0, 1], em que “1” representa a máxima desigualdade entre os valores. Por exemplo, se todo componente de uma população perceber o mesmo salário, o índice de Gini para essa população é nulo.

$$G = \frac{1}{n} \left( n + 1 - 2 \frac{\sum_{i=1}^n (n + 1 - i) y_i}{\sum_{i=1}^n y_i} \right) \quad (8)$$

Na Equação (8) e no que segue, a notação “ $y_i$ ” representa os valores da amostra, sendo dispostos de forma crescente, de forma que  $y_i \leq y_{i+1}$ , para  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Na abordagem probabilística, os valores utilizados no cálculo do índice de Gini e dos demais são as probabilidades “ $M_{ij}$ ” e “ $m_{ij}$ ”. Dessa forma, é possível ordenar as alternativas por desigualdade do desempenho probabilístico nos diferentes critérios, a partir do método CPP. A menor desigualdade aponta a alternativa de melhor desempenho quanto à regularidade.

O coeficiente de Ricci-Schutz, também denominado índice de Pietra ou índice Robin Hood, mede a proporção do rendimento total que teria de ser redistribuído dos mais ricos aos mais pobres, para anular a desigualdade socioeconômica (SU, 2014). O coeficiente de Ricci-Schutz equivale à máxima distância vertical entre a curva de Lorenz, que descreve a desigualdade de renda e a linha diagonal, que indica a distribuição de renda perfeita. A Equação (9), em que  $X$  representa as avaliações e  $\mu$  o valor esperado de  $X$ , efetua o cálculo do coeficiente RS para  $X \in (0, \infty)$ .

$$RS = \frac{1}{2\mu} \int_{-\infty}^{\infty} |X - \mu| dF(X) \quad (9)$$

O coeficiente de Atkinson é uma medida da desigualdade de renda desenvolvido por (ATKINSON, 1970) "mendeley": {"formattedCitation": "(ATKINSON, 1970. A medida é útil para determinar que extremo da distribuição contribuiu mais para a desigualdade observada. Nesse sentido, é possível alterar a variável  $\varepsilon$  da Equação (10), para ajustar o nível de "aversão à desigualdade" da população analisada. Por exemplo, para  $\varepsilon = 0$ , assume-se que a redistribuição de renda não apresenta utilidade social e, dessa forma, o coeficiente de Atkinson é nulo. Por outro lado, para  $\varepsilon = \infty$ , o coeficiente de Atkinson atinge o valor unitário, indicando que a redistribuição de renda é considerada absolutamente importante para a população. Para  $\varepsilon = 1$ , a Equação (11) deve ser aplicada ao cálculo do coeficiente de Atkinson, conforme apresentado em (DAHLBY, 1987).

$$A_\varepsilon = 1 - \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i / \mu)^{1-\varepsilon} \right)^{1/(1-\varepsilon)} ; \varepsilon > 0, \varepsilon \neq 1 \quad (10)$$

$$A_1 = 1 - \exp\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(y_i / \mu) \right) ; \varepsilon = 1 \quad (11)$$

O coeficiente de Kolm foi elaborado por (KOLM, 1976) O índice buscou corrigir uma distorção circunstancial observada no cálculo com o índice de Atkinson. Em decorrência de uma greve na França, em 1968, os salários foram igualmente reajustados em 13% para diferentes categorias de trabalhadores. Por não haver escalonamento percentual, o aumento nominal aos maiores salários foi novamente questionado, por ampliar a desigualdade social. Esse aspecto, não era suficiente para alterar o índice de desigualdade na equação de Atkinson, insensível aos diferentes aumentos nominais. A inclusão do fator *alfa*, na Equação (12), permitiu ajustar o índice ao contexto. Se todas as rendas forem multiplicadas por uma constante, o índice de Kolm sofrerá um impacto que depende do valor de *alfa*, enquanto o índice de Atkinson permanece invariável. Por outro lado, se uma constante for adicionada a todas as rendas, é o índice de Kolm que permanece constante, enquanto muda o valor do índice de Atkinson.

$$K_\alpha = (1/\alpha) \ln\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{\alpha(\mu - y_i)} \right); \alpha > 0 \quad (12)$$

O Coeficiente de Variação equivale ao quociente entre o desvio-padrão e a média da amostra, conforme a Equação (13). A divisão pela média é necessária para tornar o índice invariante à escala. Sua fórmula tem considerável simplicidade de cálculo, envolvendo medidas estatísticas usuais e sem a exigência de parâmetros adicionais. Entretanto, esse coeficiente não se limita no intervalo [0, 1], comum à maioria dos

índices de desigualdade (ALLISON, 1978).

$$V = \frac{\sigma}{\mu} \quad (13)$$

O pacote “ineq” do software R ainda oferece os índices de Entropia Generalizada e de Theil. Os testes iniciais revelaram que os parâmetros *default* do pacote geravam *rankings* iguais para os índices de Atkinson e de Entropia Generalizada, quando aplicados às cem matrizes de decisão. Além disso, o uso dos parâmetros “0” e “1” nas equações dos índices de Entropia Generalizada e de Theil, respectivamente, resultavam em medidas de desigualdade iguais para a mesma amostra de dados. Assim, dentre essas três medidas, optou-se por manter o índice de Atkinson nesta pesquisa.

### 2.3 Correlações ordinais

Os coeficientes de Kendall e Spearman estão entre as técnicas de correlação ordinal mais utilizadas em estatística (GIBBONS; CHAKRABORTI, 2011; HAUKE; KOSSOWSKI, 2011). Esses métodos não-paramétricos efetuam os cálculos a partir das posições que os valores das variáveis ocupam quando ordenados. Os resultados das correlações variam no intervalo [-1, 1], em que “-1” caracteriza a máxima correlação negativa e “1” a máxima positiva. O coeficiente nulo indica ausência de correlação entre os postos.

$$\tau = \frac{N_c - N_d}{\frac{n(n-1)}{2}} \quad (14)$$

$$\rho = \frac{\text{cov}(R_X, R_Y)}{\sigma_{R_X} \sigma_{R_Y}} \quad (15)$$

O coeficiente de Kendall foi elaborado por (KENDALL, 1938). Por convenção, esse coeficiente é identificado com a letra grega  $\tau$  (*tau*). Na Equação (14),  $N_c$  representa a quantidade de variáveis ordenadas dos dois métodos sob análise, cujas posições ordinais sejam concordantes, enquanto  $N_d$  indica a quantidade de pares discordantes. O denominador da Equação (14) indica a quantidade de possíveis combinações de pares ordenados.

O coeficiente de Spearman está definido na Equação (15), sendo representado pela letra grega  $\rho$  (rho). De fato, esse coeficiente utiliza a mesma fórmula do coeficiente de correlação de Pearson, porém com os valores originais das variáveis X e Y substituídos pelos seus postos, aqui representadas por  $R_X$  e  $R_Y$ . O coeficiente

de Spearman é, assim, obtido a partir da divisão entre a covariância das variáveis ordinais  $R_x$  e  $R_y$  e o produto dos seus desvios-padrão (SPEARMAN, 1904).

### 3 | METODOLOGIA

A metodologia de análise aqui empregada envolve cinco etapas, conforme apresentado na Figura 2. De maneira geral, o modelo tem por finalidade verificar a correlação entre as ordenações pelos quatro pontos de vista do CPP e pelas medidas de desigualdade.

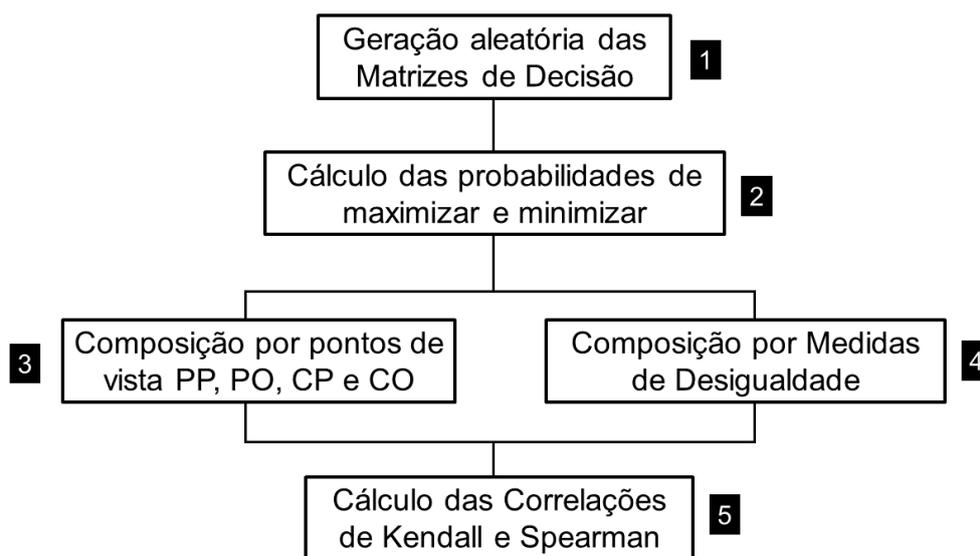


Figura 2 – Metodologia

Na Etapa 1 foram geradas as matrizes de decisão. A amostra foi gerada de forma aleatória. Foram geradas cem matrizes, compostas por vinte alternativas e dez critérios. Essas quantidades foram arbitradas para atender ao equilíbrio entre a significância estatística e o esforço computacional. Testes com 500 matrizes indicaram um colapso do software R. Por outro lado, uma quantidade reduzida de alternativas e critérios não proporcionaria a desejada variabilidade das ordenações. Isto poderia distorcer as conclusões acerca dos resultados das correlações. Os valores referentes às avaliações foram produzidos a partir da distribuição de probabilidade uniforme, com valores pertencentes ao intervalo  $[0,10]$ . O software R foi utilizado nas cinco etapas de cálculo (R-CORE-TEAM, 2018).

Na Etapa 2 foram calculadas as probabilidades de cada alternativa maximizar e minimizar sua preferência em relação às demais, conforme as Equações (1) e (2). Os dados foram ajustados a distribuições triangulares. Assim, cada avaliação da matriz de decisão foi transformada no valor modal de uma distribuição triangular, capaz de variar entre os valores mínimo e máximo da escala (i.e. intervalo  $[0,10]$ ). As distribuições triangulares têm sido amplamente usadas na modelagem do CPP, produzindo resultados satisfatórios em diferentes aplicações [Sant'Anna 2015]. A

Etapa 3 completa o CPP, por meio dos cálculos das composições de preferência por pontos de vista PP, PO, CP e CO, conforme as Equações (3) a (6).

Na Etapa 4, foram calculadas as medidas de desigualdade das alternativas, com base nas suas probabilidades de maximizar, obtidas na Etapa 2. Foram efetuados os cálculos para os índices de Gini, Ricci-Schutz (RS), Atkinson (ATK), Kolm (KOL), Variação (VAR). Na Etapa 5, os resultados das ordenações dos pontos de vista e das medidas de desigualdade foram correlacionados. Foram utilizados os índices de correlação de Spearman e Kendall, para comparar os vinte pares ordenados de rankings (i.e. PP-Gini, PP-RS, dentre outros).

#### 4 | ANÁLISE DOS RESULTADOS

Por necessidade de concisão do texto, os resultados das Etapas 1 a 4 se referem à primeira matriz de decisão gerada aleatoriamente. A Etapa 5, entretanto, reúne os resultados da amostra completa. A matriz de decisão #1 encontra-se descrita na Tabela 1, com valores arredondados a duas casas decimais.

Alt	Crit 1	Crit 2	Crit 3	Crit 4	Crit 5	Crit 6	Crit 7	Crit 8	Crit 9	Crit 10
1	2,93	8,56	2,89	2,51	2,37	0,71	4,59	7,3	1,46	2,73
2	3,82	6,93	1,23	6,32	8,39	7,38	3,64	3,06	0,79	2,2
3	0,64	2,12	9,33	3,81	0,78	0,96	0,99	1,96	1,2	6,26
4	9,28	3,08	7,79	7,31	5,66	0,32	9,17	5,45	9,75	4,67
5	9,99	6,42	8,34	7,41	6,61	5,21	5,94	7,08	8,61	9,35
6	7,67	3,33	4,73	8,14	0,04	6,7	2,43	1,61	5,38	1,63
7	3,38	3,63	5,5	2,64	7,76	0,6	6,93	9,52	5,58	8,62
8	8,21	3,7	4,59	5,03	0,72	7,1	4,93	2,47	2,9	5,74
9	1,84	6,04	9,76	6,2	1,87	2,97	9,65	8,67	0,88	7,09
10	2,23	3,04	9,01	2,14	8,81	7,68	7,93	3,55	4,89	3,57
11	6,11	0,26	3,54	8,79	7,63	0,6	7,78	2,74	9,74	3,09
12	9,81	0,57	0,95	8,63	5,96	8,65	6,53	9,32	0,73	1,47
13	8,25	5,15	3,87	5,94	5,32	2,96	2,44	9,01	8,51	6,84
14	3,36	7,9	0	9,08	9,8	1,89	7,2	6,25	8,59	3,57
15	2,94	5,1	0,46	9,53	1,97	1,09	0,5	3,11	9,13	0,56
16	2,8	5,17	3,55	0,7	0,36	6,23	9,78	7,21	9,63	5,15
17	5,14	1,71	8,01	3,82	3,2	6,74	0,02	0,74	1,6	8,48
18	8,82	8,46	2,6	7,19	7,61	6,2	4,03	1,06	7,89	9,71
19	3,01	8,72	5,43	2,59	4,18	0,28	4,49	6,94	7,85	6,32
20	3,54	2,11	5,83	8,74	9,5	4,88	0,22	4,49	7,01	0,01

Tabela 1 – Matriz de decisão #1

A Tabela 2 apresenta as probabilidades de cada alternativa maximizar sua preferência em relação às demais, em cada critério. No Critério 1, por exemplo, é

possível verificar que a Alternativa 5 obteve a maior probabilidade de maximizar sua preferência em relação às demais. Esse posto da alternativa 5 corresponde ao valor esperado, tendo em vista que sua avaliação (i.e. 9,9) foi a maior no Critério 1, conforme apresentou a Tabela 1.

Alt	Crit 1	Crit 2	Crit 3	Crit 4	Crit 5	Crit 6	Crit 7	Crit 8	Crit 9	Crit 10
1	1,62E-02	1,28E-01	1,94E-02	1,60E-02	1,72E-02	2,29E-02	2,47E-02	5,27E-02	1,10E-02	2,01E-02
2	1,86E-02	6,19E-02	1,56E-02	3,33E-02	8,45E-02	8,59E-02	2,09E-02	1,98E-02	1,02E-02	1,87E-02
3	1,22E-02	2,32E-02	1,51E-01	1,95E-02	1,42E-02	2,35E-02	1,47E-02	1,70E-02	1,07E-02	3,99E-02
4	1,26E-01	2,65E-02	6,52E-02	4,62E-02	3,08E-02	2,19E-02	1,33E-01	3,05E-02	1,50E-01	2,76E-02
5	1,90E-01	5,26E-02	8,57E-02	4,80E-02	3,99E-02	4,53E-02	3,33E-02	4,85E-02	6,94E-02	1,60E-01
6	5,13E-02	2,75E-02	2,63E-02	6,74E-02	1,32E-02	6,73E-02	1,75E-02	1,63E-02	2,06E-02	1,74E-02
7	1,74E-02	2,88E-02	3,10E-02	1,63E-02	6,15E-02	2,26E-02	4,46E-02	1,69E-01	2,16E-02	1,06E-01
8	6,67E-02	2,92E-02	2,56E-02	2,44E-02	1,41E-02	7,72E-02	2,64E-02	1,82E-02	1,33E-02	3,48E-02
9	1,40E-02	4,73E-02	1,91E-01	3,22E-02	1,62E-02	3,04E-02	1,75E-01	1,03E-01	1,03E-02	5,20E-02
10	1,47E-02	2,63E-02	1,25E-01	1,53E-02	1,07E-01	9,73E-02	6,71E-02	2,13E-02	1,86E-02	2,28E-02
11	3,00E-02	1,87E-02	2,14E-02	9,84E-02	5,80E-02	2,26E-02	6,26E-02	1,89E-02	1,49E-01	2,11E-02
12	1,73E-01	1,93E-02	1,51E-02	8,92E-02	3,32E-02	1,54E-01	3,92E-02	1,51E-01	1,02E-02	1,70E-02
13	6,81E-02	3,82E-02	2,25E-02	3,01E-02	2,85E-02	3,04E-02	1,75E-02	1,25E-01	6,52E-02	4,77E-02
14	1,73E-02	9,16E-02	1,37E-02	1,18E-01	1,90E-01	2,63E-02	4,92E-02	3,73E-02	6,85E-02	2,28E-02
15	1,63E-02	3,78E-02	1,43E-02	1,57E-01	1,64E-02	2,39E-02	1,39E-02	1,99E-02	9,80E-02	1,54E-02
16	1,59E-02	3,84E-02	2,14E-02	1,29E-02	1,36E-02	5,84E-02	1,88E-01	5,09E-02	1,38E-01	3,04E-02
17	2,38E-02	2,20E-02	7,23E-02	1,95E-02	1,94E-02	6,82E-02	1,32E-02	1,47E-02	1,12E-02	9,79E-02
18	9,45E-02	1,21E-01	1,86E-02	4,41E-02	5,75E-02	5,79E-02	2,23E-02	1,53E-02	4,65E-02	1,94E-01
19	1,64E-02	1,39E-01	3,05E-02	1,62E-02	2,28E-02	2,18E-02	2,42E-02	4,62E-02	4,56E-02	4,06E-02
20	1,78E-02	2,31E-02	3,36E-02	9,54E-02	1,61E-01	4,23E-02	1,35E-02	2,50E-02	3,24E-02	1,45E-02

Tabela 2 – Probabilidades de maximizar referentes à Matriz de Decisão #1

A Tabela 3 traz as probabilidades de cada alternativa minimizar sua preferência em relação às demais, em cada critério. Por analogia ao caso da Alternativa 5, na tabela anterior, é esperado que a probabilidade de minimizar a sua preferência no Critério 1 seja a menor em relação às demais. A probabilidade obtida pela Alternativa 5 (i.e. 1,70E-02) é, de fato, a menor nesse critério.

Alt	Crit 1	Crit 2	Crit 3	Crit 4	Crit 5	Crit 6	Crit 7	Crit 8	Crit 9	Crit 10
1	6,05E-02	1,61E-02	4,56E-02	8,34E-02	5,00E-02	1,02E-01	2,62E-02	2,13E-02	9,49E-02	5,10E-02
2	4,57E-02	2,00E-02	1,01E-01	3,16E-02	1,35E-02	1,17E-02	3,33E-02	5,26E-02	1,41E-01	6,37E-02
3	1,83E-01	6,85E-02	1,36E-02	5,36E-02	1,20E-01	8,50E-02	1,09E-01	8,33E-02	1,10E-01	2,15E-02
4	1,83E-02	4,65E-02	1,63E-02	2,72E-02	2,02E-02	1,35E-01	1,29E-02	2,88E-02	1,39E-02	2,90E-02
5	1,70E-02	2,17E-02	1,52E-02	2,68E-02	1,73E-02	1,67E-02	2,01E-02	2,20E-02	1,58E-02	1,43E-02
6	2,22E-02	4,28E-02	2,73E-02	2,43E-02	1,87E-01	1,29E-02	5,09E-02	9,98E-02	2,56E-02	8,49E-02
7	5,20E-02	3,91E-02	2,33E-02	7,91E-02	1,47E-02	1,10E-01	1,71E-02	1,63E-02	2,46E-02	1,55E-02
8	2,07E-02	3,83E-02	2,81E-02	4,00E-02	1,25E-01	1,22E-02	2,43E-02	6,59E-02	4,87E-02	2,35E-02

Alt	Crit 1	Crit 2	Crit 3	Crit 4	Crit 5	Crit 6	Crit 7	Crit 8	Crit 9	Crit 10
9	9,70E-02	2,31E-02	1,30E-02	3,22E-02	6,35E-02	2,98E-02	1,22E-02	1,79E-02	1,34E-01	1,89E-02
10	8,04E-02	4,71E-02	1,41E-02	9,79E-02	1,29E-02	1,13E-02	1,49E-02	4,50E-02	2,82E-02	3,84E-02
11	2,80E-02	1,91E-01	3,69E-02	2,25E-02	1,49E-02	1,10E-01	1,52E-02	5,91E-02	1,39E-02	4,47E-02
12	1,73E-02	1,61E-01	1,19E-01	2,29E-02	1,92E-02	9,97E-03	1,82E-02	1,66E-02	1,46E-01	9,28E-02
13	2,06E-02	2,72E-02	3,36E-02	3,37E-02	2,16E-02	2,99E-02	5,07E-02	1,72E-02	1,60E-02	1,96E-02
14	5,23E-02	1,75E-02	2,04E-01	2,17E-02	1,16E-02	4,75E-02	1,65E-02	2,50E-02	1,58E-02	3,84E-02
15	6,03E-02	2,74E-02	1,59E-01	2,07E-02	6,03E-02	7,75E-02	1,46E-01	5,17E-02	1,49E-02	1,57E-01
16	6,35E-02	2,71E-02	3,67E-02	1,98E-01	1,56E-01	1,39E-02	1,21E-02	2,16E-02	1,41E-02	2,62E-02
17	3,35E-02	8,43E-02	1,59E-02	5,35E-02	3,66E-02	1,28E-02	1,92E-01	1,62E-01	8,78E-02	1,57E-02
18	1,92E-02	1,63E-02	5,10E-02	2,76E-02	1,49E-02	1,40E-02	3,00E-02	1,36E-01	1,73E-02	1,37E-02
19	5,88E-02	1,58E-02	2,36E-02	8,07E-02	2,77E-02	1,39E-01	2,68E-02	2,25E-02	1,74E-02	2,13E-02
20	4,95E-02	6,88E-02	2,20E-02	2,26E-02	1,19E-02	1,79E-02	1,72E-01	3,52E-02	1,95E-02	2,11E-01

Tabela 3 – Probabilidades de minimizar referentes à Matriz de Decisão #1

A Tabela 4 apresenta os resultados das composições dos pontos de vista e dos índices de regularidade. Os resultados foram obtidos a partir das Equações (3) a (6), para o CPP e das Equações (7) a (13), para os índices de regularidade. As probabilidades de maximizar as preferências das alternativas, descritas na Tabela 2, foram utilizadas para os cálculos dos índices de regularidade.

Alt	CPP (Pontos de Vista)				Medidas de Desigualdade				
	PP	PO	CP	CO	GINI	RS	ATK	KOL	VAR
1	7,3E-17	2,9E-01	5,6E-01	0,9999999999999949	0,4165	0,3499	0,1530	0,0005	1,0189
2	3,4E-16	3,2E-01	5,8E-01	0,999999999999993	0,3857	0,3289	0,1235	0,0004	0,7505
3	3,0E-17	2,9E-01	4,1E-01	0,9999999999997993	0,4700	0,3860	0,1966	0,0008	1,2359
4	1,1E-13	5,0E-01	7,0E-01	1,0000000000000000	0,3812	0,3214	0,1208	0,0011	0,7284
5	1,3E-12	5,6E-01	8,3E-01	1,0000000000000000	0,3264	0,2639	0,0872	0,0013	0,6645
6	2,3E-16	2,8E-01	5,4E-01	0,999999999999983	0,3235	0,2727	0,0852	0,0002	0,6218
7	6,1E-15	4,2E-01	6,7E-01	0,999999999999999	0,4359	0,3484	0,1510	0,0011	0,9035
8	3,0E-16	2,9E-01	6,4E-01	0,999999999999998	0,3156	0,2417	0,0809	0,0002	0,6242
9	1,9E-14	5,1E-01	6,3E-01	0,999999999999999	0,4868	0,3985	0,1965	0,0020	0,9438
10	4,7E-15	4,2E-01	6,7E-01	0,999999999999999	0,4213	0,3695	0,1511	0,0008	0,7997
11	5,7E-15	4,1E-01	5,7E-01	0,999999999999996	0,4101	0,3350	0,1358	0,0008	0,8256
12	2,3E-14	5,3E-01	5,1E-01	0,999999999999994	0,4736	0,4086	0,1994	0,0019	0,8883
13	1,0E-14	3,9E-01	7,6E-01	1,0000000000000000	0,3239	0,2469	0,0836	0,0005	0,6462
14	3,7E-14	4,9E-01	6,2E-01	0,999999999999999	0,4376	0,3379	0,1520	0,0014	0,8395
15	2,3E-16	3,5E-01	4,4E-01	0,999999999999549	0,4875	0,4177	0,2009	0,0010	1,1044
16	5,4E-15	4,5E-01	5,4E-01	0,999999999999997	0,4850	0,3767	0,1895	0,0015	0,9888
17	2,1E-16	3,1E-01	4,8E-01	0,999999999999951	0,4076	0,3580	0,1384	0,0004	0,8123
18	9,6E-14	5,1E-01	7,0E-01	1,0000000000000000	0,4076	0,3096	0,1344	0,0014	0,7864
19	1,2E-15	3,4E-01	6,4E-01	0,999999999999998	0,3697	0,2727	0,1169	0,0006	0,8565
20	1,4E-15	3,8E-01	5,1E-01	0,999999999999991	0,4484	0,3594	0,1632	0,0010	0,9720

Tabela 4 – Resultados da Matriz de Decisão #1

A Tabela 5 ordena os resultados das Etapas 1 a 4, descritos na tabela anterior. Esses rankings são referentes à matriz de decisão #1.

Alt	CPP (Pontos de Vista)				Medidas de Desigualdade				
	PP	PO	CP	CO	GINI	RS	ATK	KOL	VAR
1	19	18	13	18	11	12	14	6	18
2	14	15	11	14	7	8	7	3	6
3	20	17	20	20	16	17	18	8	20
4	2	5	4	3	6	7	6	14	5
5	1	1	1	1	4	3	4	15	4
6	16	20	15	16	2	5	3	1	1
7	8	8	6	7	13	11	11	13	14
8	15	19	7	10	1	1	1	2	2
9	6	3	9	8	19	18	17	20	15
10	11	9	5	5,5	12	15	12	10	8
11	9	10	12	12	10	9	9	9	10
12	5	2	16	13	17	19	19	19	13
13	7	11	2	3	3	2	2	5	3
14	4	6	10	5,5	14	10	13	17	11
15	17	13	19	19	20	20	20	12	19
16	10	7	14	11	18	16	16	18	17
17	18	16	18	17	9	13	10	4	9
18	3	4	3	3	8	6	8	16	7
19	13	14	8	9	5	4	5	7	12
20	12	12	17	15	15	14	15	11	16

Tabela 5 – Rankings da matriz de decisão #1

A Figura 4 traz os resultados da Etapa 5, para a amostra completa. Os resultados estão descritos em oito quadros. A primeira linha de quadros descreve os resultados da correlação de Spearman e a segunda linha os de Kendall. Em cada quadro, os gráficos *boxplot* foram elaborados com base nos dados dos cem coeficientes de correlação. A caixa do *boxplot* é delimitada pelos três quartis da amostra, enquanto as barras verticais foram arbitradas por [Tukey 1970], equivalendo ao intervalo entre o 1º e o 3º quartis, multiplicado por um fator (1,5, seguindo a recomendação de [Tukey 1970]). As correlações foram calculadas entre o ponto de vista indicado no título de cada quadro e as seis medidas de desigualdade. Cada quadro tem um eixo vertical na abscissa “-0,4”, que limita a região entre as correlações fracas (inferiores à referência) e moderadas (superiores à referência), segundo [Evans & Over 2013]. Esse eixo tem a finalidade de facilitar a comparação relativa dos *boxplot*.

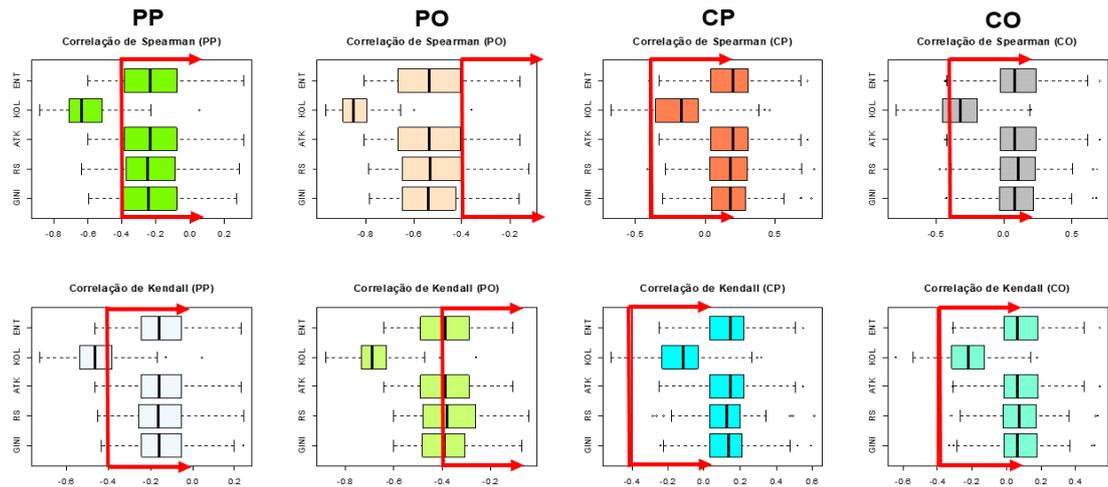


Figura 4 – Correlações entre Pontos de Vista e Medidas de Desigualdade da Amostra

Em geral, as correlações entre os resultados das ordenações pelos pontos de vista e pelas medidas de desigualdade se encontram entre os limites das regiões de correlação fraca (i.e. intervalos entre 0,4 e 0,2 ou entre -0,4 e -0,2) e muito fraca (i.e., entre -0,2 e 0,2). A exceção ocorreu no cálculo do coeficiente de Spearman para o ponto de vista PO (i.e. quadro da primeira linha e segunda coluna), em que a maioria dos gráficos se concentrou na região de correlações moderadas (valores absolutos entre 0,4 e 0,6). Entretanto, os resultados desse ponto de vista, quando aplicado o coeficiente de Kendall, se mantiveram no limite entre as regiões fraca e moderada. Esse aspecto pode ser constatado no quadro da segunda linha e segunda coluna da Figura 2.

Os resultados da aplicação do índice de Kolm também merecem destaque. Por uma questão matemática, seu algoritmo produziu resultados distorcidos em relação aos demais índices. Além disso, as correlações entre os pontos de vista e o índice de Kolm apresentaram variações entre graus “muito fracos” até “fortes”, conforme indicam os quadros da segunda coluna. O contraste das correlações do índice de Kolm, com as das demais medidas de desigualdade, foi evidente. Dessa forma, as aplicações do CPP com o índice de Kolm podem apresentar resultados diferentes das demais medidas, com maior variância e maior correlação com os resultados dos pontos de vista. Assim, as demais medidas de desigualdade devem ser priorizadas ao uso no CPP.

A diferença conceitual entre as composições por pontos de vista e por medidas de desigualdade se confirmou quantitativamente. As composições são calculadas com base em referências extremas, representadas pelas probabilidades de maximizar e minimizar as preferências. Por outro lado, as medidas de desigualdade se fundamentam no equilíbrio entre os dados. As correlações fracas e muito fracas foram significativas para indicar que as medidas de desigualdade não são redundantes com os resultados

das composições por pontos de vista. Em outras palavras, os resultados das medidas de desigualdade contêm informação relevante para contextos específicos do apoio à decisão, ainda não considerada nas composições originais do CPP.

## 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O artigo explorou medidas de desigualdade para adicionar uma nova forma de composição ao método CPP. A relação de preferência das alternativas no método CPP é elaborada por meio dos pontos de vista associados à tomada de decisão. Os pontos de vista estão associados a posições extremas, diferentemente das medidas de desigualdade. Por um lado, o ponto de vista progressista tem por foco a fronteira de máximo desempenho. Por outro lado, o ponto de vista conservador tem por foco o afastamento da fronteira de mínimo desempenho. Entretanto, determinados contextos de problemas MCDA podem indicar a necessidade de avaliar a regularidade das alternativas frente ao conjunto de critérios.

Os resultados das composições com seis medidas de desigualdade foram comparados aos dos pontos de vista PP, PO, CP e CO. As ordenações foram correlacionadas por índices de Kendall e Spearman, indicando uma fraca correlação aos índices de Gini, Ricci-Schutz, Atkinson e Coeficiente de Variação. Apenas o índice de Kolm apresentou correlações moderadas com os pontos de vista. A fraca correlação correspondeu à diferença conceitual das abordagens. Isto indica que, em problemas MCDA que requeiram uma análise de regularidade de desempenho das alternativas, é possível aplicar a composição pela desigualdade com respaldo estatístico.

A pesquisa pode ser estendida em estudos futuros. Existem outras medidas de desigualdade que não foram exploradas no artigo. A amostra de cem matrizes de decisão pode ser novamente gerada ou mesmo ampliada, de forma a comparar os gráficos das correlações. Por fim, estudos em ciência do esporte e administração de recursos humanos, que envolvam a análise de regularidade de atletas ou potenciais contratados, podem ser replicados e comparados à luz da metodologia proposta.

## REFERÊNCIAS

ALLISON, P. D. Measures of inequality. *American Sociological Review*, p. 865–880, 1978.

ANDERSON, C. K.; SALLY, D. **Os Números do Jogo: por que tudo o que você sabe sobre futebol está errado**. São Paulo: Paralela, 2013.

ATKINSON, A. B. On the measurement of inequality. *Journal of Economic Theory*, v. 2, n. 3, p. 244–263, 1970.

COWELL, F. A. **Measuring inequality**. 3. ed. New York: Oxford University Press, 2011.

DAHLBY, B. G. Interpreting inequality measures in a Harsanyi framework. *Theory and Decision*, v. 22, n. 3, p. 187–202, 1987.

- DIXON, P. M.; WEINER, J.; MITCHELL-OLDS, T.; WOODLEY, R. Bootstrapping the Gini coefficient of inequality. **Ecology**, v. 68, n. 5, p. 1548–1551, 1987.
- EVANS, J. S. B. T.; OVER, D. E. **Rationality and reasoning**. East Sussex: Psychology Press, 2013.
- GIBBONS, J. D.; CHAKRABORTI, S. **Nonparametric statistical inference**. 5. ed. Boca Raton-FL: CRC Press, 2011.
- GINI, C. Measurement of inequality of incomes. **The Economic Journal**, v. 31, n. 121, p. 124–126, 1921.
- GIORGI, G. M.; GIGLIARANO, C. The Gini Concentration Index: a review of the inference literature. **Journal of Economic Surveys**, 2016.
- HAUKE, J.; KOSSOWSKI, T. Comparison of values of Pearson's and Spearman's correlation coefficients on the same sets of data. **Questiones geographicae**, v. 30, n. 2, p. 87–93, 2011.
- KENDALL, M. G. A new measure of rank correlation. **Biometrika**, v. 30, n. 1/2, p. 81–93, 1938.
- KOLM, S.-C. Unequal inequalities. I. **Journal of Economic Theory**, v. 12, n. 3, p. 416–442, 1976.
- LEWIS, M. **Moneyball: The art of winning an unfair game**. New York: WW Norton & Company, 2004.
- OGRYCZAK, W. Inequality measures and equitable locations. **Annals of Operations Research**, v. 167, n. 1, p. 61–86, 2009.
- R-CORE-TEAM. **R: A language and environment for statistical computing**. [http://www. R-project.org](http://www.R-project.org) Vienna, Austria, 2018. .
- REZENDE, B. R. de. **Transformando suor em ouro**. Rio de Janeiro: Sextante, 2006.
- SANT'ANNA, A. P. **Probabilistic Composition of Preferences, Theory and Applications**. New York: Springer, 2015.
- SANT'ANNA, A. P.; GOMES, L. F. A. M.; COSTA, F. F. da; RANGEL, L. A. D.; FARIA, M. J. da S.; FERREIRA, R. G.; FILHO, R. M. M.; RIBEIRO, R. O. A.; SENNA, V. de. Análise multicritério baseada em probabilidades de preferência. In: OLIVEIRA, V. F. DE; CAVENAGHI, V.; MÁSCULO, F. S. (Ed.). **Tópicos emergentes e desafios metodológicos em Engenharia de Produção: casos, experiências e proposições - Volume V**. Rio de Janeiro: ABEPRO, 2012. p. 258.
- SPEARMAN, C. The proof and measurement of association between two things. **The American journal of psychology**, v. 15, n. 1, p. 72–101, 1904.
- SU, Y. **Jackknife Empirical Likelihood Inference For The Pietra Ratio [Master Thesis]**. 2014. Georgia State University, 2014. Disponível em: <[http://scholarworks.gsu.edu/math\\_theses/140/](http://scholarworks.gsu.edu/math_theses/140/)>.
- TUKEY, J. W. **Exploratory Data Analysis**. [s.l.] Addison-Wesley, 1970.

## **SOBRE O ORGANIZADOR**

**Ernane Rosa Martins** - Doutorado em andamento em Ciência da Informação com ênfase em Sistemas, Tecnologias e Gestão da Informação, na Universidade Fernando Pessoa, em Porto/Portugal. Mestre em Engenharia de Produção e Sistemas, possui Pós-Graduação em Tecnologia em Gestão da Informação, Graduação em Ciência da Computação e Graduação em Sistemas de Informação. Professor de Informática no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - IFG (Câmpus Luziânia), ministrando disciplinas nas áreas de Engenharia de Software, Desenvolvimento de Sistemas, Linguagens de Programação, Banco de Dados e Gestão em Tecnologia da Informação. Pesquisador do Núcleo de Inovação, Tecnologia e Educação (NITE), certificado pelo IFG no CNPq.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-478-8

