EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS 4

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Atena
Editora
Ano 2019

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves
(Organizador)

Educação Matemática e suas Tecnologias 4

Atena Editora
2019

2019 *by Atena Editora*
Copyright © Atena Editora
Copyright do Texto © 2019 Os Autores
Copyright da Edição © 2019 Atena Editora
Editora Executiva: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação: Natália Sandrini
Edição de Arte: Lorena Prestes
Revisão: Os Autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

E24 Educação matemática e suas tecnologias 4 [recurso eletrônico] / Organizador Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Educação Matemática e suas Tecnologias; v. 4)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-85-7247-350-7
DOI 10.22533/at.ed.507192405

1. Matemática – Estudo e ensino – Inovações tecnológicas. 2.Tecnologia educacional. I. Gonçalves, Felipe Antonio Machado Fagundes. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná - Brasil
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

Atena Editora
Ano 2019

APRESENTAÇÃO

A obra “Educação Matemática e suas tecnologias” é composta por quatro volumes, que vêem contribuir de maneira muito significante para o Ensino da Matemática, nos mais variados níveis de Ensino. Sendo assim uma referência de grande relevância para a área da Educação Matemática. Permeados de tecnologia, os artigos que compõe estes volumes, apontam para o enriquecimento da Matemática como um todo, pois atinge de maneira muito eficaz, estudantes da área e professores que buscam conhecimento e aperfeiçoamento. Pois, no decorrer dos capítulos podemos observar a matemática aplicada a diversas situações, servindo com exemplo de práticas muito bem sucedidas para docentes da área. A relevância da disciplina de Matemática no Ensino Básico e Superior é inquestionável, pois oferece a todo cidadão a capacidade de analisar, interpretar e inferir na sua comunidade, utilizando-se da Matemática como ferramenta para a resolução de problemas do seu cotidiano. Sem dúvidas, professores e pesquisadores da Educação Matemática, encontrarão aqui uma gama de trabalhos concebidos no espaço escolar, vislumbrando possibilidades de ensino e aprendizagem para diversos conteúdos matemáticos. Que estes quatro volumes possam despertar no leitor a busca pelo conhecimento Matemático. E aos professores e pesquisadores da Educação Matemática, desejo que esta obra possa fomentar a busca por ações práticas para o Ensino e Aprendizagem de Matemática.

Felipe Antonio Machado Fagundes Gonçalves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

CONSTRUÇÕES MATEMÁTICAS COM GEOGEBRA: ALÉM DO DESENHO

Deire Lúcia de Oliveira
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal - SEEDF
Brasília, Brasil

RESUMO: TH é um aluno de idade avançada para o ano escolar que frequenta, apresenta baixa visão, é imediatista, gosta do caminho mais fácil e de se portar como quem necessita de muita ajuda para assim receber as coisas prontas. Ao participar de uma pesquisa-ação que visava o reconhecimento dos quadriláteros notáveis – que apresentam relação de pertinência com interseção –, mediado pelo GeoGebra, TH foi impulsionado a sair da zona de conforto e refletir sobre os quadriláteros disponibilizados para reconhecer neles suas propriedades matemáticas, indo além da primeira impressão. A pesquisa qualitativa relatada neste texto é um estudo de caso em que, após as atividades, o sujeito fez previsões, analisou erros e tentou obter sucesso, saindo da situação de conforto e passando para a de construção de conhecimento, apesar de reclamar de ter que *pensar muito* para executar as tarefas desta pesquisa e de dizer que foi *difícil*.

PALAVRAS-CHAVE: Quadriláteros. Propriedades Matemáticas. GeoGebra.

ABSTRACT: TH is a student of advanced age for the school year he / she attends, presents low vision, is immediate, likes the easy way and behaves like someone who needs a lot of help to get things done. By participating in an action research aimed at recognizing the remarkable quadrilaterals that are related to intersection pertinence, mediated by GeoGebra, TH was forced to leave the comfort zone and reflect on the quadrilaterals available to recognize in them their mathematical properties, going beyond the first impression. The qualitative research reported in this text is a case study in which, after the activities, the subject made predictions, analyzed errors and attempted to succeed, leaving the comfort situation and passing to the construction of knowledge, despite complaining of having to think hard to carry out the tasks of this research and say that it was difficult.

KEYWORDS: Quadrangles. Mathematical Properties. GeoGebra.

1 I APRESENTAÇÃO

A matemática é uma ciência de pensamento puro com processos mentais de construções, demonstrações e provas. Assim, por diversas vezes cria repulsa nos estudantes gerando um relacionamento tortuoso por um longo período da vida escolar, ou mais. Pode provocar um distanciamento tão profundo que, por vezes, transforma-se em ojeriza e que é corroborado pela discrepância entre a matemática escolar e do dia-a-dia.

Dentre os conceitos abordados pela matemática, a geometria constitui uma parte importante por auxiliar no desenvolvimento de um “tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, 1998, p. 51), além de aproximar o sujeito de situações cotidianas naturalmente mais atraentes. Lidar com objetos geométricos, reconhecê-los, manipulá-los, descrevê-los, compará-los e inseri-los no conhecimento matemático pessoal estimula e possibilita transpor barreiras de diferentes ordens, pois há um emaranhado de conhecimentos interligados e as “relações que a geometria mantém com estes mesmos ramos, bem como sua contribuição valiosa para a construção do conhecimento matemático ao longo do processo de escolarização” (PAVANELLO, 1993, p. 7-8) é fundamental.

Neste trabalho o recorte feito no campo da geometria foi o reconhecimento dos quadriláteros notáveis com suas propriedades matemáticas e das relações de pertinência entre seus conjuntos e subconjuntos, visto que todo retângulo é paralelogramo, por exemplo. Mais do que memorizar as propriedades destes quadriláteros, os sujeitos deveriam reconhecê-las ao terem contato com figuras eletronicamente disponibilizadas por meio do software GeoGebra.

Polígonos são curvas poligonais, fechadas e simples, ou seja, são linhas bidimensionais, contínuas, formadas por segmentos de retas, cujas extremidades coincidam e que não haja intersecção em seu trajeto (que não se cruzem). Neste trabalho os objetos de estudos são os quadriláteros, ou seja, os polígonos com quatro lados, quatro ângulos e quatro vértices. Não toda sua gama, mas sim os notáveis, ou seja, aqueles que possuem características que podem ser notadas ao nos depararmos com eles. As características do conjunto de quadriláteros notáveis estão intrinsicamente ligadas aos componentes destes objetos.

A Figura 1 apresenta o diagrama dos quadriláteros usados neste trabalho e representa a relação de pertinência entre eles. Por exemplo, os Trapézios são aqueles cuja característica notável seja a de possuir dois lados paralelos enquanto os Paralelogramos possuem dois pares de lados paralelos. Assim, é possível concluir que todo Paralelogramo é também um Trapézio, entretanto a recíproca não é verdadeira, ou seja, existem Trapézios que não são Paralelogramos. A relação entre os quadriláteros notáveis pode ser observada na Figura 1 e na endentação do esquema abaixo que também reflete tais relações, pois o conjunto de quadriláteros notáveis é formado por:

- **Trapézios** Dois lados paralelos
  - **Paralelogramos** Lados opostos paralelos; Ângulos opostos congruentes e colaterais suplementares (Soma à180°);
    - **Retângulos** Paralelogramo com todos os ângulos retos (90°);

- **Losangos** Paralelogramo com lados congruentes;
- **Quadrados** Retângulo com lados congruentes e com ângulos retos (90°)

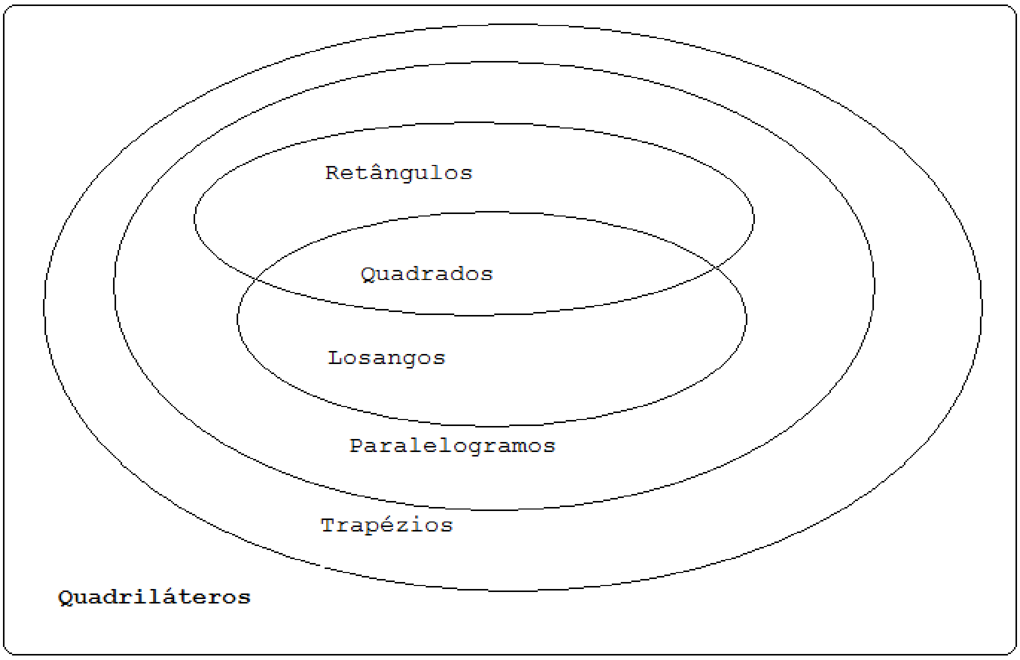


Figura 1- Diagrama de Pertinência

Desejando aliar as análises sobre o reconhecimento das características de objetos matemáticos ao uso de novas tecnologias em sala de aula, em especial do computador, que pode e, se bem utilizado como qualquer recurso necessita ser, deve proporcionar aos estudantes uma aproximação e interação com as demonstrações e provas matemáticas. Por passos lógicos e sequenciais e construções mentais é que se justifica o objetivo deste relato, que foi investigar as possíveis contribuições do uso do GeoGebra (GeoGebra vem da junção de parte das palavras GEOmetria e alGEBRA), *Software* de Matemática Dinâmica, para a construção do conhecimento a respeito dos quadriláteros notáveis, suas propriedades e relações de pertinência. Acredita-se que o domínio dos processos de aprendizagem pode ser facilitado por meio de tentativas, sucessos, fracassos, correções, conjecturas e análise do que se conhece, do que se deseja obter e das etapas percorridas.

Unindo recursos computacionais voltados para educação matemática, em especial ensino de Geometria, foi escolhido o GeoGebra pois ele permite lidar com o erro como possibilidade de repensar os objetos; é livre (não oneroso); tem interface clara, simples e direta: possibilita interromper, modificar e retornar à ação a qualquer tempo sem prejuízo do desencadeamento lógico.

Também era desejado que os participantes percebessem que há mais possibilidades de representações de quadriláteros conhecidos do que as que são apresentadas nos livros didáticos, nos desenhos feitos pelos professores ou ainda em suas representações mentais. Dentre as metas deste trabalho estava a de oportunizar experiências que possibilitassem e incentivassem a investigação e o desenvolvimento da autonomia dos alunos por meio da observação das propriedades dos quadriláteros que são posicionalmente inerentes bem como da construção de argumentações conscientes, consistentes e fundamentadas a respeito dos quadriláteros e de tais propriedades.

2 I METODOLOGIA

A proposta de desenvolvimento desta intervenção surgiu da dificuldade dos estudantes, alunos da pesquisadora, em compreender as propriedades dos quadriláteros notáveis, bem como de reconhecê-las apenas com os recursos disponíveis e estratégias convencionais usadas em sala de aula – mesmo com o uso de materiais concretos. A maneira dialogada que se fazia presente em sala possibilitou perceber que muitos alunos não conseguiam executar os passos lógicos para a construção de suas hipóteses a fim de obter algum dos quadriláteros notáveis por se perderem durante a manipulação e seleção dos materiais disponíveis. Esse fato gerava certa frustação, principalmente nos alunos, pois construíam quadriláteros, mas por vezes não conseguiam concluir o que propunham ao iniciar a tarefa.

Vislumbrava-se a possibilidade de ofertar aos alunos uma gama de oportunidades de manipulação eletrônica de quadriláteros que era impossível somente com o uso de materiais concretos. Os alunos não possuíam contato prévio com o software selecionado. Assim, a estratégia considerou a interferência subjetiva deste primeiro contato – onde o GeoGebra seria o instrumento –, as relações com a máquina e a interface individualizada de cada sujeito, e a apropriação dos conceitos e relações de pertinência do conjunto de quadriláteros notáveis, delineando a pesquisa como qualitativa e experimental.

Era necessário ter ações maleáveis, onde, para alcançar os objetivos, uma etapa poderia modificar ou acrescentar, eliminar, retificar, ratificar, transformar ou ainda contribuir para harmonia da etapa seguinte, pois as dificuldades poderiam ou ser inerentes ao uso do software, ou em relação ao conteúdo matemático ou, ainda, uma junção destes dois fatores. Desta maneira a opção pelo método de coleta de dados foi de uma pesquisa-ação, afinal ela é um tipo de pesquisa social, empírica que "é concebida e realizada em estreita associação com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo" (THIOLLENT, 1987, p. 14).

A dificuldade com a temática específica em sala de aula possibilitou concretizar o projeto no qual caminhariam juntas a pesquisa e a ação, em um processo dinâmico e cíclico, em que uma fase gera crítica e análise, influenciando como será a próxima, afinal, ao optar pela pesquisa-ação é necessário "ter procedimentos flexíveis, ajustar-se progressivamente aos acontecimentos; estabelecer uma comunicação sistemática entre seus participantes e se autoavaliar durante todo processo” (FRANCO, 2005, p. 496). Sem a necessidade de apresentar resultados em processos avaliativos tradicionais, não há um resultado correto e sim análise de comportamentos e atitudes.

O trabalho foi desenvolvido no contra turno em que os sujeitos frequentam regularmente as aulas do Projeto Veredas – este programa se baseia em uma metodologia de aceleração da aprendizagem, o que possibilita que os estudantes desenvolvam, em tempo mais curto, competências e habilidades esperadas. Após a conclusão do programa, eles recebem certificação e podem prosseguir seus estudos no ensino regular. Reduzindo os prejuízos aos estudantes, às escolas e ao sistema público de ensino.

Estes alunos são social, cultural e financeiramente marginalizados, já passaram por diversas experiências escolares com reiterados insucessos e possuem idade mais avançada, todos acima de 14 anos e com escolaridade máxima de 7º ano. A seleção dos participantes se deu voluntariamente a partir dos esclarecimentos das atividades e dos procedimentos que seriam adotados, ressaltando ser uma proposta de atividade que estimula o raciocínio lógico além do uso do computador. Dessa maneira os alunos consideraram como parâmetros para a adesão ou não à proposta: interesse, disponibilidade, comprometimento, boa vontade e dedicação. Foi selecionado um grupo reduzido de alunos da turma de regência da pesquisadora, apesar do convite ter sido amplo, para todos.

Este texto é proveniente do recorte desta ação, pois tomou como estudo de caso um dos alunos voluntariados, por ter características comportamentais diferenciadas e apresentar forte resistência para se envolver com os processos de ensino/aprendizagem. O aluno identificado como TH, masculino, com 16 anos completos, é o mais velho do grupo e apresenta sério comprometimento visual.

Em sala de aula, no decorrer do ano letivo, as professoras de TH o avaliaram como sendo carente de atenção e de estímulos, por diversas vezes esperando que o auxiliem ou que o coloquem no caminho certo, ou ainda, que façam por ele. Ele responde sempre qualquer coisa, a revelia, tentando se livrar do questionamento e esperando que alguém fale como é o certo, ou seja, que o ensine. Em sala de aula é um aluno desinteressado e, por vezes, foge aos estímulos. Dentre os colegas é conhecido como o acomodado, “folgado”, que quer sempre ser ajudado, de preferência quer que façam por ele. Assim, ao se voluntariar para participar da pesquisa não foi bem aceito pelos demais colegas voluntários, fato decisivo na seleção dele como o sujeito a ser acompanhado e investigado em profundidade para alcançar o objetivo geral desta pesquisa.

O desenvolvimento dos trabalhos foi subdividido em três etapas: a primeira com três encontros com o objetivo de familiarizar os participantes com o GeoGebra e debater conceitos matemáticos nas construções dos objetos propostos inicialmente. Na segunda etapa, também com três encontros, foram ofertados diversos quadriláteros no GeoGebra, nas mais diversas formas, aparências, posições e também um roteiro para estimular a exploração da dinamicidade do *Software,* para que o sujeito pudesse reconhecer o tipo de quadrilátero apresentado, de acordo com suas propriedades matemáticas inerentes aos movimentos. A cada encontro desta etapa, o roteiro direcionava o usuário a explorar novas ferramentas do GeoGebra para certificar as propriedades inerentes nas figuras analisadas.

A terceira e última etapa, com um único encontro, visou à socialização das experiências sobre os objetos analisados e a construção de um quadrilátero específico: retângulo bem como a explanação das etapas de construção. Inicialmente buscava-se a concatenação de conceitos geométricos expressos por meio da oralidade, com a qual o sujeito teria que mobilizar uma estrutura cognitiva mais elaborada e que fosse resultado de uma sequência de passos lógicos e fundamentados nos conceitos utilizados nas etapas anteriores, visto que em sala de aula eles não tinham conseguido elaborar tal processo, além da escolha das ferramentas do GeoGebra adequadas para tal construção.

Para acompanhar o desenvolvimento destas etapas elas foram registradas em áudio e vídeo, em um livro de registro de campo e por meio dos questionários eletrônicos norteadores do segundo momento. O espaço temporal entre os encontros permitia a reavaliação das possíveis fragilidades, tanto metodológicas quanto de conteúdos ou ainda de abordagem, e consequentemente proporcionavam uma reelaboração do que estava planejado para o próximo encontro.

3 I BASE TEÓRICA

A escolha em trabalhar com Geometria nesta pesquisa foi pautada em experiências relatadas em artigos científicos que apresentam frequentemente afirmativas sobre a exclusão do trabalho com geometria nas escolas e suas repercussões. Como destacam Guimarães, Vasconcellos e Teixeira (2006, p.100), isso “chama atenção para o fato de existir, nos dias de hoje, um grande número de adultos que não conseguiu desenvolver, ao longo da sua vida, uma concepção do espaço que lhes permita um controle adequado de suas relações espaciais” e, também por acreditar que o ensino de Geometria na escola pode estimular de maneira suave a linguagem matemática, sua formalização, e reverter a visão de que a matemática se aprende na escola é distante da realidade. Entretanto,

> Se pensarmos em Geometria como processo de interiorização e preensão intelectual de experiências espaciais, o aprendizado passa por um domínio das bases de construção deste ramo do conhecimento, e aqui a abstração desempenha papel fundamental. Nesta “matematização” - leitura do mundo através da matemática - os objetos do mundo físico passam a ser associados a entes abstratos, que são definidos e controlados por um corpo de pressupostos, o sistema de axiomas da teoria. Na transição para este mundo existem dificuldades inerentes ao processo, provenientes do confronto entre conceitos científicos e não científicos (GRAVINA, 1996, p.2).

Quando um aluno se depara com um objeto geométrico traz para si o que lhe é mais representativo, ou seja, seus componentes nem sempre estão na totalidade dos conceitos que são intrínsecos ao objeto, pois todo objeto geométrico pode ser tratado por suas componentes conceitual e figural. A conceitual, por meio de manifestações orais ou escritas com maior ou menor grau de formalização; e a componente figural "corresponde a imagem mental que associamos ao conceito, e que no caso da Geometria, tem a característica de poder ser 'manipulada' através de movimentos como translação, rotação, e outros, mas mantendo invariantes certas relações" (GRAVINA, 1996, p.3). A autora citada afirma, ainda, que a "harmonia entre estes duas componentes é que determina a noção correta sobre o objeto geométrico." (p. 3).

O processo de ensino e aprendizagem pode ser facilitado se os sujeitos envolvidos estiverem estimulados, pois, segundo Moran (2009), "As mudanças na educação dependem também dos alunos. Alunos curiosos, motivados, facilitam enormemente o processo, estimulam as melhores qualidades do professor, tornam-se interlocutores lúcidos e parceiros de caminhada do professor-educador" (p. 19). E o uso do computador de maneira livre, crítica e educativa estimula a autonomia na busca de um ritmo personificado de aprendizagem, pois desperta a curiosidade e motivação em aprender e permite obter resultados significativos no processo de construção de conhecimento, proporcionando condições para o desenvolvimento cognitivo.

A matemática no contexto escolar e com o uso do computador encontra sustentabilidade nos *Softwares* de Matemática Dinâmica, os quais simulam um laboratório de aprendizagem matemática, possibilitando a construção geométrica respeitando as propriedades matemáticas, além de permitir a manipulação por meio do deslocamento, movimentação dos objetos e a observação e comprovação de tais propriedades. Eles possibilitam construções geométricas a partir de figuras ou entes já definidos no *software*, e além de movimentá-las é possível trabalhar com suas características e propriedades matemáticas.

As construções feitas em ambientes dinâmicos permitem a deformação, ou seja, o que foi feito sem fixar a propriedade matemática, pode ser alterado. É, então, possível alterar a figura e perceber "sua relação com as propriedades geométricas. O fato de deformar a figura pode trazer uma série de pontos para discussão e validação. E a mudança de desenho pode fornecer uma classe de registros de representações vital no processo de elaboração de esquemas mentais" (PINA NEVES, 2002, p.60). Tais construções dão ao usuário a sensação de ter o controle do problema, pois com a seleção e o movimento de objetos primários ele pode observar a variação e a transformação entre o esperado e o ocorrido, ou seja, analisa e ressignifica sua aprendizagem.

O GeoGebra é livre, multiplataforma e une dinamicamente álgebra e geometria. Além disso, tem apresentado ampla inserção nas escolas de educação básica e um aumento na produção acadêmica tanto com pesquisas quanto com relatos de sua utilização.

Desejou-se com esta investigação fazer com que o aluno se apropriasse dos componentes figural e conceitual dos objetos geométricos ofertados com o GeoGebra. Entretanto para isso foi necessário provocar a reflexão, tirando o aluno de sua área de conforto e fazendo-o buscar argumentações e a solidificação de seus conhecimentos, pois, segundo Gravina e Santarosa (1998, p.5), “Os desequilíbrios entre experiência e estruturas mentais é que fazem o sujeito avançar no seu desenvolvimento cognitivo e conhecimento”.

4 I RESULTADOS E ANÁLISES

No primeiro momento da prática analisada foram apresentadas as janelas do GeoGebra com suas ferramentas, sua sintaxe e operacionalidade básica. As produções obtidas na primeira hora foram impressionantes; o fato de eles terem um objeto atraente e com a segurança de ter quem os auxiliaria a qualquer momento de perturbação e insegurança foram fatores decisivos no progresso fluído do desenvolvimento e construção de figuras com o programa.

TH adorou desenhar e quis mostrar para os colegas cada descoberta, porém, inicialmente, não associou os recursos do *Software* com conceitos matemáticos. Em sua percepção tratava-se apenas de um programa de desenho. A utilização foi livre e empolgante e percebeu-se a competitividade como estímulo entre os participantes. Ao final da primeira etapa foi apresentada uma tarefa: a construção de uma casa no GeoGebra, de acordo com a Figura 2.

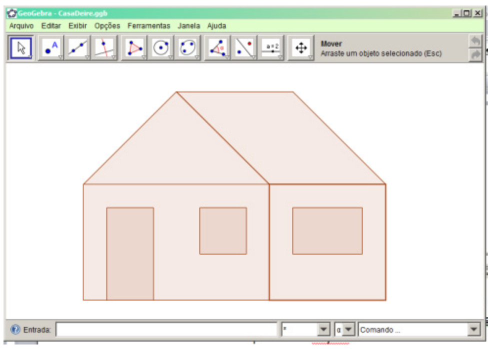


Figura 2 Primeira tarefa

TH rapidamente percebeu que a construção deveria ser feita com a ferramenta Polígono disponível no programa, justificando que durante sua exploração do software ele percebeu que poderia construir polígonos preenchidos ou hachurados usando a ferramenta *polígono regular*. Para tanto após selecionar a ferramenta Polígono deveria escolher a quantidade de lados desejados, e, assim, o software construiria um Polígono regular (com todos os lados e ângulos de mesma medida) com a quantidade de lados informada.

A intervenção de TH causou admiração nos colegas. Devido à sua dificuldade visual, modificou a construção em alguns detalhes do modelo projetado sem, entretanto, causar prejuízo na figura proposta. Fato que chamou a atenção, pois normalmente TH não busca, em suas experiências, suporte para fazer novas suposições e tão pouco estabelece um encadeamento de passos lógicos, nem os mais concisos e breves.

Na segunda etapa foram disponibilizados alguns arquivos sempre aos pares: um contendo um quadrilátero feito no GeoGebra e o outro um roteiro eletrônico correspondente, na forma de questionário. Os alunos deveriam executar as tarefas elencadas no roteiro e responder as perguntas. A cada encontro desse segundo momento foi inserida uma nova tarefa no roteiro para aguçar a percepção e reconhecimento dos quadriláteros. A saber: no primeiro encontro deveriam movimentar os vértices do quadrilátero; no segundo, medir os lados além de movimentar os vértices e por fim, no terceiro encontro, passaram a medir os lados e os ângulos além de movimentar os vértices.

Cabe ressaltar que a Figura 1 esteve disponibilizada para todos durante a execução desta pesquisa, mas no início desta segunda fase TH não acompanhou sua utilização nem os conceitos discutidos. Respondeu que o primeiro quadrilátero era um *plano cartesiano*, pois esperava auxílio, ajuda para não errar. Ao entender que apesar das discussões serem todas sobre o mesmo tema, cada participante estava analisando um quadrilátero distinto e que ele não poderia copiar as respostas, ficou insatisfeito e inconformado.

No primeiro olhar, parece ser __um losangolo____(tipo de quadrilátero), pois

Movimente o ponto A. O que acontece? Movimentei e ela fica parecendo um quadrado
Movimente o ponto B. O que acontece? Acontece o mesmo mais vira para o lago alcontario

Movimente o ponto C. O que acontece? E a mesma coisa que acontece mechando outro ponto

Movimente o ponto D. O que acontece? Também acontece o mesmo

Depois dos movimentos, você acredita que avaliou o tipo de quadrilátero corretamente no primeiro olhar? Parecia um losangolo

O que mudou? O formato

A sua opinião mudou? Que o quadrado parece com o losangolo

Depois destes movimentos, qual quadrilátero você acredita ser? O quadrado

Figura 3 Questionário de TH. Foram sublimados os erros ortográficos e de concordância.

Sem a esperança de receber a ajuda costumeira, TH avaliou o quadrilátero subsequente de modo completamente diferente de como fez no primeiro questionário (Figura 3). TH mostrou-se observador e conseguiu distinguir algumas características dos quadriláteros, ele não percebeu e não atentou para o paralelismo entre os lados opostos.

No segundo encontro desta segunda etapa, TH já sabia o que deveria fazer e não tinha esperança de obter ajuda dos colegas. Assim, ele teve atitudes mais responsáveis com seu próprio conhecimento. Consultou diversas vezes a Figura 1 disponível, a fim de reconhecer as propriedades das figuras por ele analisadas.

Em outro questionário, a maneira que ele usou para expressar o fato de um quadrilátero ser *não notável* foi bastante peculiar: *Um quadrilátero que não é fixo.* Ele percebeu que não haviam propriedades estudadas que se mantinham com os movimentos. Como não satisfazia nenhuma das características estudadas ele disse que não era *fixo*, era a aproximação ao conhecimento matemático mediado pelo ambiente informatizado conforme Gravina e Santarosa (1998) argumentaram.

No terceiro encontro desta etapa TH não estava disposto, só queria brincar. As respostas dele regrediram ao mesmo patamar do primeiro questionário, sem compromisso e querendo acabar logo, se ver livre. Fato claro quando TH avalia o quadrilátero como sendo um quadrado e justificou tal avaliação: *Por ele tem quatro lados!!!!*

Na terceira etapa foram, inicialmente, analisados e discutidos coletivamente os quadriláteros ofertados na segunda etapa. No primeiro deles consensualmente a impressão foi de ser um quadrado, mas necessitávamos verificar as propriedades e houve a sugestão para que fossem medidos os lados e os ângulos. Feito isso, observamos que os lados do quadrilátero eram congruentes e que seus quatro ângulos mediam 90°. Imediatamente, como lhe é característico, TH disse: *Tá vendo professora, é um quadrado! Eu disse! Só de olhar eu já sabia.* Os demais riram, todos sabiam do imediatismo de TH. Surgiu então a sugestão de mover os vértices para analisar se essas medidas ficariam imutáveis, o que não aconteceu. Não era um quadrado, apesar de que inicialmente parecia. TH ficou inconformado com tudo aquilo e ocorreu o seguinte debate com PR, outro voluntário do projeto:

TH Quer dizer que ele pode ser qualquer um??!! Como vou saber o que ele é?

PR Tem que mexer e ver... se você não mexer vai ficar sem saber o que é de verdade, presta atenção...você fica fazendo outras coisas

TH Eu hein, eu presto atenção, mas não tinha entendido isso

Um colega apresentou com muita satisfação sua produção. Após repassar com TH as propriedades de cada quadrilátero notável enquanto ia fazendo a simulação com um quadrilátero no GeoGebra, TH concordou que o colega estava certo e que só nesse momento ele realmente entendeu o que estava sendo feito, de modo como o alertado por Gravina (1996) sobre a aprendizagem de geometria.

Passamos para o desafio de construir um retângulo: não uma figura que forjasse um retângulo e sim uma que possuísse as propriedades matemáticas que configuram um retângulo. TH escolheu fazer um segmento e obter um ponto que estivesse a 90° da extremidade desse segmento e traçar a reta que passava por esses pontos, repetir o processo até obter o retângulo. Ele se perdeu por diversas vezes nessa construção, pois não sabia que deveria escolher qualquer ponto sobre a reta traçada, acreditava que o ponto deveria ser o inicial e dessa forma não traçava um quadrado. Em outra tentativa mascarou seu suposto retângulo com o uso da malha quadriculada disponível no GeoGebra, que não resistiu aos primeiros movimentos, gargalhou e reclamou, em tom de desânimo, da dificuldade do que foi proposto. Merece destaque que ele, na tentativa de realizar a atividade proposta, fez planejamento e criou estratégias, em uma sequência de passos lógicos, seleção adequada das ferramentas do GeoGebra, aproximando-se bastante do sucesso. Com argumentação lógica dedutiva nunca antes utilizada por ele em sala de aula.

Encerrando o desenvolvimento dos trabalhos, os participantes foram estimulados a avaliar as atividades realizadas e o uso do GeoGebra. TH disse ter gostado de desenhar e, ainda, "*Aprendi que as coisas não são o que parecem".* Como aspecto negativo argumentou: *Tem que pensar muito, tem hora que fica muito difícil.* Ele verbalizou que não gosta de ter que pensar nem de ter que trabalhar, acha normal esperar as coisas prontas e concordou que, ao participar deste projeto, sentiu que era capaz.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A intenção inicial de TH ao utilizar o GeoGebra era simplesmente desenhar, obter as figuras que desejasse. No princípio ele não acompanhou as discussões conceituais do grupo, tampouco observou os ícones nos momentos destacados. Para não se sentir alheio ao grupo teve que sair da situação de passividade, visto que o GeoGebra o impulsionou a criar figuras com ferramentas disponíveis e com propriedades geométricas. Fez previsões, analisou erros e tentou obter sucesso.

Participar deste projeto aguçou a curiosidade de TH, ele se mostrou estimulado na interação com o Software, pois conceitos geométricos foram tratados por meio da experimentação e construção e pelo contato de figuras e desenhos, ficando a diferenciação como objeto de aprendizagem proporcionada pelo GeoGebra.

TH conseguiu deduzir propriedades matemáticas, o que significa que estabeleceu uma cadeia lógica de raciocínios conectando propriedades do enunciado tomadas como pressupostos (hipóteses) às propriedades ditas decorrentes (teses). O desenho entrou como materialização da configuração geométrica, guardando as relações a partir das quais decorrem as propriedades. Apesar de não ser possível afirmar que tal comportamento se manteve em outros espaços e tempos educacionais, até aquele momento a capacidade dedutiva de TH era desconhecida por todos na escola.

Ao se voluntariar para participar do projeto e se deparar com atividades distintas sobre a mesma temática, que o impossibilitaram de apenas copiar dos colegas, TH manifestou uma mudança de comportamento perante os desafios e buscou, com sucesso, refletir sobre as ferramentas disponíveis e o conhecimento matemático abordado na tarefa, assumindo uma postura contrária a que apresentava até então. Assim é possível supor que a aprendizagem em casos similares possa ser incentivada em sujeitos acomodados quando posto em desafios com os quais ele opte participar, e tal opção foi estimulada pelo uso do computador e por meio da escolha adequada do software.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF. 1998.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Pedagogia da Pesquisa-Ação Revista Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005. <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a11v31n3.pdf> Acessado 22/11/2015

GRAVINA, Maria Alice e SANTAROSA, Lucila Maria. **A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados**, In: ATA DO IV CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, BRASÍLIA. 1998.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria Dinâmica**: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria, In: ANAIS DO VII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, pp. 1-13, Belo Horizonte. 1996.

GUIMARÃES, Denize Sheila; VASCONCELLOS, Monica; TEIXEIRA, Leny R. M. **O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino fundamental**: concepções dos acadêmicos do normal superior. Zetetiké, vol. 14, no25, pp. 93-106. 2006.

MORAN, José Manuel. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. 15ª ed. Campinas: Papirus, 2009, p.11-65. 2009.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da Geometria no Brasil**: causas e consequências. REVISTA ZETETIKÉ, Campinas, SP. v. 01, março, p.7-17. 1993.

PINA NEVES, Regina da Silva. **A formação de conceitos geométricos no contexto dos projetos de trabalho mediada pelo Cabri Géomètre**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação, na área de concentração Tecnologias na Educação). Universidade de Brasília - Faculdade de Educação.

THIOLLENT, Michel. **Pesquisa-Ação nas Organizações**. São Paulo: Atlas. 1987.

CAPÍTULO 2

MATERIAL POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVO COM O USO DA LOUSA DIGITAL PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM

José Roberto da Silva
Universidade de Pernambuco, Curso de Liocenciatura em Matemática Nazaré da Mata – Pernambuco

Maria Aparecida da Silva Rufino
Universidade de Pernambuco, Curso de Liocenciatura em Matemática Nazaré da Mata – Pernambuco

Celso Luiz Gonçalves Felipe
Universidade de Pernambuco, Curso de Liocenciatura em Matemática Nazaré da Mata – Pernambuco

RESUMO: As tecnologias têm exercido uma enorme influência na vida das pessoas, basta observar as inúmeras contribuições vivenciadas no meio educacional, acerca das quais alguns pesquisadores evidenciam que a sua incorporação aos processos educacionais viabilizam novas ideias e agregam novos alcances didático-pedagógicos. Nesta intenção, planificou-se uma proposta didática, com o uso da lousa digital para o ensino de função afim, na perspectiva de que essa possa funcionar como um material potencialmente significativo, no viés ausubeliano. Trata-se de um estudo qualitativo do tipo investigação-ação, sobretudo, devido ao propósito de viabilizar mudanças na prática pedagógica dos professores participantes. Como resultados, observou-se uma melhor compreensão, em termos didáticos-pedagógicos, enquanto elaboradores da referida proposta e uma evolução na aprendizagem dos alunos do Ensino Médio da escola onde se realizou a intervenção, sobre o conceito de função afim. Dessa forma, pode-se caracterizar que os aspectos lógicos inerentes ao material produzido foram relevantes.

PALAVRAS-CHAVE: Função afim, Lousa digital, Material potencialmente.

ABSTRACT: Technologies have had a huge influence on people’s lives, especially on the numerous contributions experienced in education. According to some researchers, technologies applied to educational processes develop new ideas and enable new didactic-pedagogical approaches. Accordingly, we conceived a proposal with an interactive whiteboard to teach linear function in meaningful learning, in Ausubelian terms. This is a qualitative research-action study, whose main purpose is to enable changes in pedagogical practices in high school teaching. As a result, the teachers recognized the importance of this didactic-pedagogical proposal and their students were able to understand the concept of linear function better. Finally, the logical aspects inherent to the material produced were essential.

KEYWORDS: linear function, interactive whiteboard, potentially meaningful material.

1 I INTRODUÇÃO

Nos dias atuais não dá mais para desconsiderar o quanto as tecnologias têm influenciado de forma ampla a vida dos cidadãos e, em particular, as diversas implicações favoráveis e/ou as dificuldades promovidas pelo uso recursivo de materiais tecnológicos no convívio acadêmico de professores e alunos. Em termos das implicações favoráveis como pontua Prado (2002), as novas tecnologias da informação e comunicação ao serem incorporados aos processos educacionais viabilizam novas ideias, novas metodologias e recursos, portanto, agrega novos alcances ao diálogo pedagógico.

Nesta direção, sobre o as mudanças educacionais oriundas das tecnologias, por exemplo, metodologicamente, vivenciar atividades curriculares articulando a interação tecnológica ao processo de ensino e aprendizagem com projetos integrados demanda do educador o desempenho de uma nova função, a de protagonista dessa interação. Isso dentre outras considerações, provoca receio ao uso de tecnologias por parte de alguns profesores devido à falta da prática e da incerteza dos ganhos advindos destes recursos tecnológicos.

Por outro lado, pesquisidores como Borba e Penteado (2001), evidenciam características relevantes com enfoques a serem considerados sobre o uso da informática:

> [...] uma nova extensão de memória, com diferenças qualitativa sem relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma "nova linguagem" que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantâneas.

Já Melo (2013) destaca que a ferramenta didática em forma de recursos tecnológicos tanto permite agregar conhecimentos diversos em temáticas a serem discutidas como auxilia na socialização ativa do ato de aprender, norteando capacidades variadas na formação do aluno como, desenvolver habilidades de interação entre os sujeitos. Todavia essas mídias educacionais além de oportunizar uma prática educativa mais atrativa neste sentido ampliam a qualidade de contextualização dos conteúdos curriculares.

No entanto, lembrando que a educação matemática investe na cidadania visando tornar os indivíduos capazes de elaborar estratégias, comprovar resultados e adquirir autonomia para tomar decisões ao enfrentar desafios, seguramente, o uso de tecnologias no âmbito acadêmico não deve ficar a margem do processo educativo (Silva, Silva & Rufino, 2008).

Diante dessas argumentações a escola necessita adequar-se as condições e as exigências do momento, sem deixar de reconhecer a existência de barreiras a serem contornadas, uma delas está no entorno das impregnações de pressupostos epistemológicos inerentes as práticas pedagógicas em que os profesores geralmente desconhecem suas naturezas.

No entanto, o propósito aqui não é subestimar nenhuma dessas posturas filosóficas muito menos teorias ou teóricos que as defendem, apenas tenta alertar que conhecê-las permite ampliar a qualidade educativa, ou seja, adquirir uma boa noção sobre behaviorismo, cognitivismo e humanismo pode fazer a diferença em certas ocasiões no ato de ensino.

A preocupação em reconhecer as bases teóricas epistemológicas de teorias/teóricos e suas importâncias educacionais advém de inquietudes para compreender o que Ausubel (2002) preconizou ao confrontar a aprendizagem no marco de sua teoría com o que chamou de aprendizagem mecânica.

Como destaca Moreira (2011) esta tal forma de ensino gera uma aprendizagem também mecânica na qual não há interação da nova informação com a informação já armazenada na estrutura cognitiva do aprendiz, para suprir este déficit propõe o uso de organizadores prévios como ferramenta estratégica usada para manipular deliberadamente a estrutura cognitiva, a fim de facilitar a aprendizagem significativa, servindo de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber. No que se refere ao processo de aprendizagem de sua teoria para Ausubel (1980, p. 34):

> A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias simbolicamente expressas sejam relacionadas de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária ao que o aprendiz já sabe, ou seja, a algum aspecto de sua estrutura cognitiva especificamente relevante para aprendizagem dessas ideias. Este aspecto especificamente relevante pode ser, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito, uma proposição, já significativo.

Por outro lado, a pesar do tempo cabe refletir a observação de D'Ambrosio (2007, p. 55):

> […] Ainda há uma enorme resistência de educadores, à tecnología. O caso mais danoso é a resistência ao uso de calculadora. Os computadores e a internet são, igualmente, ignorados nos currículos de matemática. Claramente, a introdução de calculadoras e de computadores não é meramente uma questão de metodología. […].

Assim, fica claro que a luta para vencer as dificuldades pedagógicas enfrentadas no convívio escolar promoveu o surgimento de novos campos de estudos como as chamadas *tendências em educação* como a interdisciplinaridade e as novas tecnologias, dentre outras. No caso da Educação Matemática, sobre as *tendências*, Fiorentini (1995) as classificou em: *empírico-ativista*, *formalista-moderna*, *tecnicista*, *construtivista*, *histórico-crítica* e *sócioetnocultural*.

O interesse deste trabalho esteve voltado para uso de inovações tecnológicas enquanto tendência em educação matemática na expectativa de que a qualidade das atividades educativas favorecessem as tarefas de ensino e de aprendizagem. No entanto, os avanços tecnológicos exigem também políticas públicas nacionais e internacionais, em parte, por requererem investimentos e ações diversas com equipamentos tecnológicos, qualificação de pessoal, implantação de laboratórios de informática, física, robótica, ...

Por outro lado, infelizmente ainda existem equipamentos subutilizados ou mesmo em desuso nas escolas por falta de qualificação tecnológica dos profesores, o que dentre outras questões, motivou este estudo. Em síntese são abordadas as três primeiras concepções da álgebra de Usiskin (1995) devido os diversos usos das variáveis, em particular, diante da ideia de que:

> "[...], uma variável é um *argumento* (isto é, representa os valores do domínio de uma função) ou um *parâmetro* (isto é, representa um número do qual depenem outros números). Só no contexto dessa concepção existem as noções de variável independente e variável dependente. [...]." (p.16).

Foram elaboradas atividades para contemplar cada uma dessas três concepções que ficam esclarecidas em termos de propósitos educativos diante dos critérios formulados para análise dos questionários enquanto instrumentos de coleta de dados. Essas atividades constituiu a formulação de uma proposta didática sobre o ensino de função afim para ser desenvolvida com o uso da Lousa Digital (LD), visando identificar se há contribuições pedagógicas deste recurso no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo.

2 | METODOLOGIA

Este trabalho encontra-se entre as pesquisas qualitativas, pois seus intentos se ocupam da obtenção e descrição de dados levantados de forma direta com a situação estudada para compreender proceso e produto, retratando-os na perspectiva dos participantes. Isto fica evidente ao se elencar contribuições pedagógicas inerentes aos propósitos com o uso do recurso tecnológico e a planificação de atividades didático-pedagógicas conforme Silva (2009), visando uma aprendizagem significativa ausubeliana sobre função afim.

Cabe registrar que a relevância da abordagem qualitativa neste estudo justifica-se também pela intenção de fomentar o processo de reflexão e análise da realidade na comunidade escolar pesquisada. Essas intencionalidades, permeiam os métodos e as técnicas qualitativas possibilitando uma compreensão com detalhes do objeto de estudo.

Metodologicamente há questões pertinentes a serem pontuadas com o propósito de aludir o significado de inovação pedagógica como pontua Fino (2008, p. 277), "A inovação pedagógica implica mudanças qualitativas nas práticas pedagógicas e essas mudanças envolvem sempre um posicionamento crítico, explícito ou implícito, face às práticas pedagógicas tradicionais. […]", faz emergir considerações relevantes em termos de facetas tecnológicas. Além disso, vale apenas trazer o seguinte alerta nesta direção:

> Refira-se, ainda, que a inovação envolve obrigatoriamente as práticas. Portanto, a inovação pedagógica não deve ser procurada na s reformas do ensino, ou nas alterações curriculares ou programáticas, ainda que ambas, reformas e alterações, possam facilitar, ou mesmo sugerir, mudanças qualitativas nas práticas

pedagógicas. (Fino, 2008, p. 278).

No entanto, o objetivo de melhorar a prática em vez de gerar conhecimentos fazendo emergir valores como seus fins situa este estudo na pesquisa-ação conforme Eliott (1993). A vontade de transcender a distinção entre processo e produto na preparação para lidar com tecnologias e elaborar atividades de ensino corrobora essa tipicidade metodológica.

Procedimentos Metodológicos a serem adotados

O desenvolvimento do estudo possui cinco etapas e, em todas elas houve a participação do aluno bolsista no ambito do Programa de Fortalecimento Acadêmico da Universidade de Pernambuco (PFA/UPE), do orientador, da professora colaboradora e dos seis voluntários envolvidos.

Na primeira etapa, com o uso de um questionário diagnóstico se investiu no levantamento das concepções prévias e expectativas dos participantes (bolsista e voluntários) sobre as chamadas inovações tecnológicas enquanto Tendências em Educação Matemática, Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) e Funções em termos algébricos que foram apreciadas a partir de artigos científicos, Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2006), Lei de Diretrizes e Bases (Brasil, 1996) e Currículos Nacionais e Estaduais no âmbito do Ensino Médio (EM).

Na segunda etapa foram feitos levantamentos bibliográficos acerca dos três enfoques: as Inovações Tecnológicas, a Aprendizagem Significativa e o Ensino de Funções, respectivamente, com ênfase no uso da LD, almejando aprofundar as bases epistemológicas e científicas dos participantes.

Já na terceira etapa, os estudantes foram divididos em dois grupos e cada um destes grupos produziu uma proposta didática para o ensino de Função Afim devidamente embasada nos estudos que foram selecionados a partir do levntamento realizado na etapa anterior.

Em seguida, a quarta etapa consiste em uma sessão de discussões com intuito de avaliar as duas propostas produzidas anteriormente para formular uma única proposta com atividades didáticas que permitam o uso da LD como recurso pedagógico, visando uma aprendizagem significativa matemática sobre Função Afim para alunos do EM.

A quinta etapa tem duas partes. A primeira trata-se da intervenção e tem dois momentos, o primeiro deles corresponde a a familiarização dos estudantes com o uso da LD ilustrado nas Figuras 1 e 2 que segue.

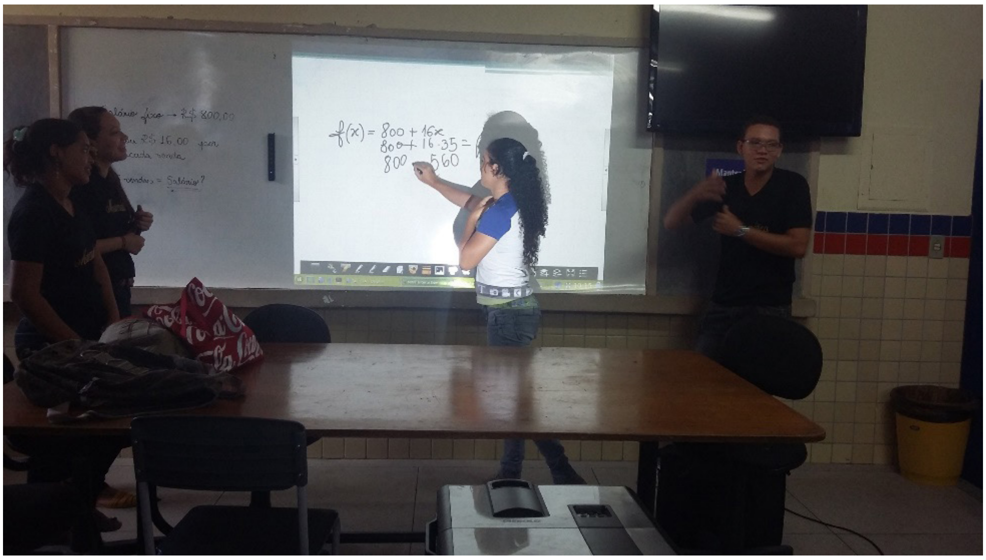


Figura 1: Uso de recurso para escrever

Fonte: Dados da Pesquisa

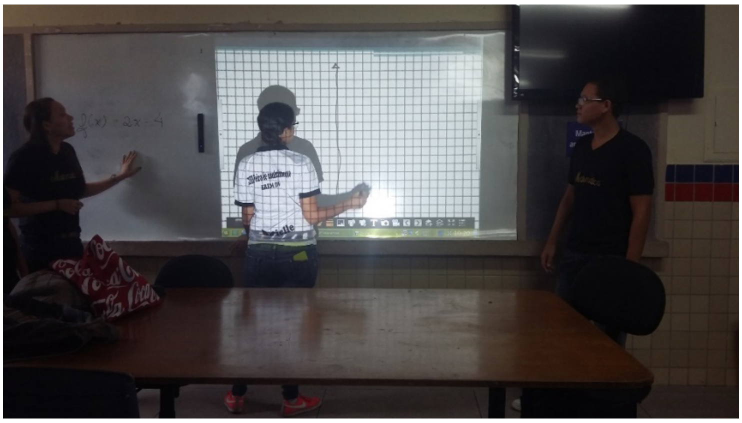


Figura 2: Uso de recurso para esboçar gráfico cartesiano

Fonte: Dados da Pesquisa

O segundo momento consiste na aplicação da proposta formalizada na quarta etapa ilustrada nas Figuras 3 e 4 apresentadas em seguida.

Figura 3: Caracterização das noções intuitivas de função

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 4: Variáveis como incógnita/constante e argumento/parâmetro

Fonte: Dados da Pesquisa

Por sua vez, na segunda parte foram analisadas tanto a preparação dos estudantes, o bolsista e os outros sete voluntários bem como dos alunos do EM. O estudo se encerrou com a elaboração do relatório de pesquisa e a elaboração de trabalhos apresentados e publicados respectivamente nos Anais da XVI Semana Universitária da UPE e do VIII Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática.

Apresentação dos participante e local da pesquisa

Este estudo se realizou no âmbito do Programa de Fortalecimento Acadêmico da Universidade de Pernambuco (PFA/UPE) com a orientação do estudante bolsista Celso Luiz Gonçalves Felipe e seis outros voluntários pelo prof. Dr. José Roberto da Silva com a colaboração da profª. Dra. Maria Aparecida da Silva Rufino, todos da Universidade de Pernambuco Campus Mata Norte.

Os seis voluntários desse grupo são: Douglas Gomes dos Santos, Géssica Lopes da Silva, Hallyson Luiz Oliveira dos Santos, Talícia Nayara Gonçalves Felipe e Shirley Cabral da Silva são graduandos do Curso de Licenciatura em Matemática e o sexto componente, Gilvânia Cavalcante de Souza, mestranda do Mestrado Profissional em Educação-PPGE/UPE. Além desses envolvidos, também participaram da pesquisa vinte e oito alunos de uma turma do 1º Ano de uma Escola Pública de Referência no EM do estado de Pernambuco.

A escolha da escola se deve a três fatores. O primeiro foi a viabilidade de acesso para realização da intervenção pelo fato da aluna mestranda ser a diretora desta Escola de Referência. O segundo decorreu da disponibilidade do recurso tecnológico uma vez que na escola havia uma LD que corresponde ao material tecnológico a ser utilizado neste estudo. Por fim, pelo fato da não utilização deste recurso na escola por falta de qualificação dos profesores, intencionou-se preparar a já mencionada mestranda.

Instrumentos de Coleta e Critérios adotados para Análise

Cabe destacar que entre as resoluções dos Questionários de Entrada (QE) e de Saída (QS), nas atividades de ensino utilizou-se a LD com intuito inicial de familiarizar os envolvidos aluno bolsista e os voluntários com a LD e também oportunizar discussões e interações entre estes e os alunos do EM.

Questionário de Entrada

1ª Questão: Almeja-se saber nessa questão se inerente as concepções apresentadas sobre função enquanto objeto algébrico se esta ideia está permeada das noções intuitivas de correspondência, transformação, dependência entre duas grandezas, ou mesmo, resultados de movimento como propõem Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (1998).

2ª Questão: Análogo a 1ª questão, procura observar na descrição apresentada, dentre seis tipos de significados apontados por Ribeiro (2007), se pelo menos o *intuitivo-pragmático*, que emerge a partir de situações do cotidiano (pragmático) com características numéricas oriundas de conhecimentos já adquiridos pelos indivíduos pode ser caracterizado.

3ª Questão: Nesta questão tenta-se convalidar a compreensão dos participantes acerca dos objetos algébricos, função e equação, abordados nas questões anteriores. Isto será feito conforme Usiskin (1995) reportando-se as equações como um meio para simplificar/resolver problemas e as funções como estudo de relações entre grandezas, respectivamente, onde tais diferenças são evidenciadas no uso das variáveis em termos de uma incógnita/constante e de um argumento/parâmetro.

4ª Questão: O enfoque dessa questão volta-se para identificar se os alunos reconhecem a partir de uma abordagem contextualizada que ao invés de *coeficiente angular* o nome adequado deve ser *taxa de variação/crescimento* e, nesta direção, *função afim* não pode dar lugar à nomenclatura *função de primeiro grau*, pois como função não tem grau, estaria se reportando a outro objeto algébrico, no caso um polinômio de primeiro grau conforme Lima *et al.* (1998). Na verdade, os intentos educativos geralmente privilegiam o reconhecimento mecânico das características da função afim em termos de *aplicação*, asociando o contexto a sua *lei de formação* a partir dos dados fornecidos no contexto.

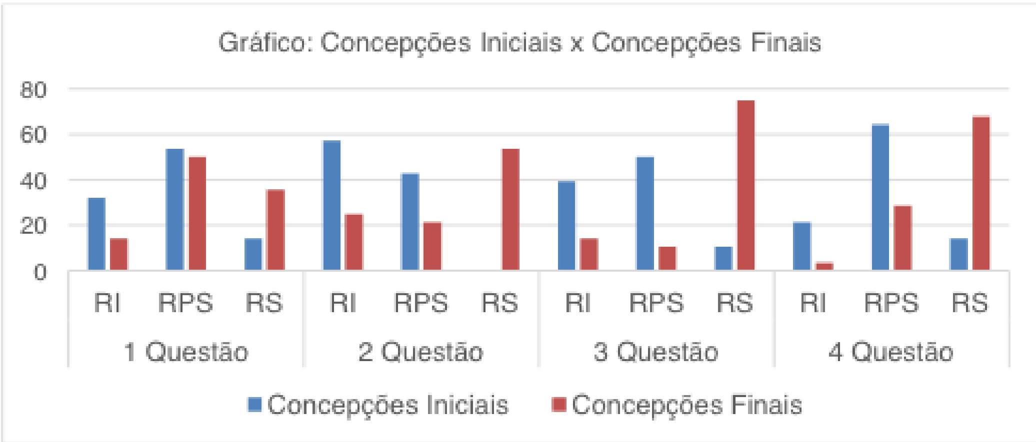
Questionário de Saída

Este instrumento de coleta também possui quatro questões e todas elas são distintas do questionário anterior, mas em essência obedecem os mesmos critérios adotados para análise de QE, portanto, os critérios de QS, preservam os enfoques correspondentes aos já referidos propósitos educativos.

3 I ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As respostas obtidas dos QE e QS foram organizadas em dois quadros que sistematizam as informações segundo duas classificações, uma de âmbito geral que remetem às concepções levantadas de QE e QS, respectivamente, as Concepções Iniciais (CI) e as Concepções Finais (CF). A outra classificação é mais específica e dizem respeito às respostas em si, são elas: *Resposta Insatisfatória* (RI), *Resposta Parcialmente Satisfatória* (RPS) e *Resposta Satisfatória* (RS).

Apreciação das respostas dos questionários de entrada e de saída



No gráfico acima na 1ª questão observa-se um pequeno desequilibrio das RPS entre as CI e CF ao ser comparada com estas variações nas RI e RS. Em relação a comparação entre as RI e RS, as variações de CI e CF indicam um tipo de troca de posicionamento como se ocorresse uma transferência das CI nas RI para as CF das RS, isto representa uma boa evolução dos alunos sobre as noções intuitivas subjacentes a ideia de função trazida neste estudo por Lima *et al.* (1998).

Já o significado *intuitivo-pragmático* de equação explorado na 2ª questão através de situações cotidianas de forma pragmática, indica uma superioridade considerável das variações de RI e RPS entre as CI e CF. Por sua vez, em RS a ausência de CI seguida do ótimo valor alcançado por CF registra a ocorrência de um excelente desempenho dos alunos acerca desse significado.

Quanto a distinção entre equação e função explorada na 3ª questão, respectivamente, incógnita/constante e argumento/parâmetro as variações das RI, RPS e RS através das CI e CF foram consideráveis. No entanto, cabe destacar que a supremacia das CF em relação as CI observadas nas RS, representa uma melhor compreensão sobre equação e função devido a uma exploração didática mais cautelosa desses construtos como subsunçores.

Por fim, na 4ª questão o destaque fica por conta das variações de RPS e RS onde há uma nítida transferência em termos de redução das RPS nas CI e um aumento considerável das RS nas CF. Isto indica que a contextualização explicitada em forma de função afim priorizando a compreensão de variável como *argumento* e como *parâmetro* foi exitosa. Em outras palavras, além das concepções da álgebra como aritmética generalizada (1a questão), da álgebra como estudos de procedimentos para resolver problemas (2a Questão) e, particularmente, da álgebra como estudo das relações entre grandezas (3a Questão) de Usiskin (1995), foram importantes para enriquecer a compreensão dos alunos do EM sobre função afim, inclusive, para entender o comentário de Lima (1998) sobre a incoerência de chamar a *função afim* de *função de primeiro grau*.

Em termos de resultados, após a intervenção cabe destacar que os avanços observados conjuntamente nas RS das quatro questões analisadas através das comparações entre as CI e as CF possibilita dizer que o uso da LD se mostrou adequado enquanto recurso tecnológico que constitui o material potencialmente significativo deste estudo. Em parte, o reconhecimento de que o emprego desta ferramenta despertou maior interesse e motivação nos alunos do EM que participaram do estudo, corrobora com especulações como as de Prado (2002) e Melo (2013), dentre outros, acerca dos múltiplos benefícios do uso da tecnologia para professores e alunos bem como para a escola.

4 | CONSIDERAÇÕES EDUCACIONAIS

No êxito sobre as quatro noções intuitivas inerentes ao conceito de função segundo Lima *et al.* (1998) se observou que todas não aparecem com a mesma frequência. O significado o *intuitivo-pragmático* de fato prevalece entre os seis destacados por Ribeiro (2007). Não há clareza na demarcação sobre o destaque de Usiskin (1995) quanto simplificar/resolver problemas (equações) nem mesmo o estudo de relações entre grandezas (funções), o mesmo ocorre nas variáveis, nesta ordem, incógnita/constante e argumento/parâmetro.

O sucesso no reconhecimento da aplicação de função afim num dado contexto, além da não clareza quanto aos nomes *coeficiente angular* e *taxa de variação/crescimento* bem como *função afim* e *função de primeiro grau* indica que o ensino continua privilegiando mais a aprendizagem mecânica do que a significativa ausubeliana.

A LD como recurso tecnológico junto às atividades vivenciadas como propõe Silva (2009) em forma de um material potencialmente significativo (MPS) embasado na TAS conforme Ausubel (2002), em parte foi favorecida pela interatividade e funcionalidades oferecidas por tal recurso.

Cabe evidenciar que cada professor precisa saber o momento de utilizar seja a LD (recurso tecnológico) como qualquer recurso com intuito de servir como MPS e não se encantar com o recurso em si. Portanto, se faz necessário investir em novas pesquisas na intenção de ampliar a qualidade do ensino de matemática com o uso de recursos tecnológicos embasados em teorias educacionais.

A LD como recurso midiático aliado aos propósitos didáticos da proposta didática a partir de construtos básicos sobre funções organizados no viés das três primeiras concepções da álgebra trazidas por Usiskin (1995) favoreceu a articulação entre os aspectos lógicos do material de ensino com o psicológico dos alunos do 1º ano do EM sobre Função Afim conforme os intentos dos materiais potencialmente significativos.

Cabe alertar que o uso de qualquer proposta didática, em particular, as que empregam materiais midiáticos, exige muito mais do professor. No caso, basta lembrar que além do domínio de conhecimento específico em questão se faz necessário também conhecer o material recursivo como um todo, ou seja, tanto do equipamento quanto da proposta em si.

Além desses posicionamentos anteriores, observou-se que o uso da tecnologia em sala de aula despertou nos alunos interesse em conhecer a potencialidade recursiva do material em si. Este interesse promoveu uma maior interação entre os alunos do EM entre si, o aluno bolsista e os voluntários enquanto professores, muito diferenciada se comparada as aulas que não fazem uso de recursos tecnológicos semelhantes.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos**: Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BORBA, M. C., & Penteado, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+).** Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Legislativo, Brasília, DF, 23 dez. 1996. Seção 1, p. 27833.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

ELIOTT, J. **El cambio educativo desde la investigación-acción**. Madrid: Morata, 1993.

FINO, C. N. Inovação Pedagógica: Significado e Campo (de investigação). In MENDONÇA, A. & BENTO, A. V. (Org.). **Educação em Tempo de Mudança**. Funchal: Grafimadeira, 2008. p. 277-287.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil**, Zetetiké, Campinas, v. 3, n.4, p. 1-37, 1995.

KARSENTII, T. (2010). As tecnologias da informação e da comunicação na pedagogia. In GAUTHIER, C., & TARDIF, M. (Ed.), **A pedagogia**: Teorias e práticas da Antiguidade aos nossos días. Petrópolis, RJ: Vozes, 2010. p. 327-350.

LIMA, E. L., CARVALHO, P. C. P., WAGNER, E., & MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. Rio de Janeiro: SBM, 1998.

MELO, P. C. O., & Gitirana, V. A Lousa Digital no ensino de Matemática: análise das interações docentes. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 22, n. 2, p. 109-122, 2014.

MOREIRA, M. A. (2011). **Aprendizagem significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

Ribeiro, A. J. Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática. **Bolema**, v. 26, n. 42B, p. 535-557, 2012.

SILVA, J. R. **Uso de Textos de apoyo como Organizador Previo**: Matemáticas para la Enseñanza Fundamental y Media. 2009. 390 f. Tese de Doctorado (Programa Internacional de Doctorado Enseñanza de las Ciencias-PIDEC)–Universidad de Burgos, Burgos-España, 2009.

SILVA, J. A. L. A., SILVA, J. R., & RUFINO, M. A. S. O que fazer para Compreender as Informações de Jornais? In: ANAIS DO ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, V., 2008, Bodocongó. **Anais**... Campina Grande: UFPB, 2008.

USISKIN, S. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização de variáveis. In COXFORD, A. F. & SHUULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

CAPÍTULO 3

O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO PROPORCIONAL NAS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS DO SÉCULO XX NO RIO GRANDE DO SUL

Malcus Cassiano Kuhn
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense – IFSul
Lajeado – Rio Grande do Sul

RESUMO: Este capítulo aborda o desenvolvimento do pensamento proporcional nas escolas paroquiais luteranas do século XX no Rio Grande do Sul. Em 1900, o Sínodo de Missouri (Estados Unidos), hoje Igreja Evangélica Luterana do Brasil, iniciou missão nas colônias alemãs gaúchas, fundando congregações religiosas e escolas paroquiais. Tais escolas estavam inseridas num projeto missionário e comunitário que buscava ensinar a língua materna, a Matemática, valores culturais, sociais e, principalmente, religiosos. Com abordagem qualitativa e análise de fontes documentais, a pesquisa possui aporte metodológico na pesquisa histórica e no conceito de cultura escolar, para análise das edições da Terceira Aritmética da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, editadas pela Igreja Luterana para as escolas paroquiais. Verificou-se que no estudo da regra de três simples direta foi explorada a dedução da unidade para multiplicidade, a dedução da multiplicidade para unidade e a dedução da multiplicidade para multiplicidade. Estas formas de desenvolvimento do pensamento proporcional foram aplicadas na regra de três simples inversa, regra de três composta, repartição proporcional e regra de sociedade. Os problemas que envolvem regra de três e divisão proporcional estão relacionados com diferentes contextos da realidade dos alunos das escolas paroquiais luteranas gaúchas, como os hábitos alimentares e a vida no campo dos imigrantes alemães, e articulam-se, principalmente, com unidades dos sistemas de medidas e operações comerciais.

PALAVRAS-CHAVE: História da Educação Matemática. Escolas Paroquiais Luteranas Gaúchas. Pensamento Proporcional. Livros de Aritmética. Cultura Escolar.

ABSTRACT: This chapter discusses the development of the proportional thinking in the Lutheran parochial schools of the 20th century in Rio Grande do Sul. In 1900, the Missouri Synod (United States), today Evangelical Lutheran Church of Brazil, started mission in the gaucho German colonies, founding religious congregations and parochial schools. Such schools were included in a missionary and community project that sought to teach the mother tongue, the Mathematics, and cultural, social, and principally, religious values. With qualitative approach and analysis of documentary sources, the research possui methodological approach on history research

and on concept of school culture, to analyzing the editions of the Third Arithmetic of the Order and Progress series and of the Concordia series, edited by the Lutheran Church for their parochial schools. Verifying that in the study of three simple direct rule was exploited the deduction of the unit for multiplicity, the deduction of the multiplicity for unity and the deduction of the multiplicity for multiplicity. These forms of development of the proportional thinking were applied in the three simple inverse rule, three composite rule, proportional apportioning and society rule. The problems involving the rule of three and proportional division are related to different contexts of the reality of the students of Lutheran parochial schools in Rio Grande do Sul, such as the eating habits and the life in the field of the German immigrants, and are mainly articulated with units of the systems of measures and commercial operations.
KEYWORDS: History of the Mathematics Education. Gaucho Lutheran Parochial Schools. Proportional Thinking. Arithmetic Books. School Culture.

1 I INTRODUÇÃO

O tema desta investigação se insere na História da Educação Matemática no Rio Grande do Sul – RS, no âmbito das Escolas Evangélicas Luteranas do Brasil. Trata-se de um estudo que contempla os imigrantes alemães e seus descendentes no estado gaúcho e tem como questão norteadora a Matemática praticada nas escolas paroquiais luteranas do século XX no RS.

Este capítulo aborda o desenvolvimento do pensamento proporcional no ensino da Matemática em escolas paroquiais luteranas do século XX no RS. Trata-se de um estudo iniciado durante a elaboração da tese sobre *o ensino da Matemática nas Escolas Evangélicas Luteranas do Rio Grande do Sul durante a primeira metade do século XX* e aprofundado no estágio Pós-doutoral junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – PPGECIM – da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA – de Canoas/RS.

É importante destacar que Silva (2015) realizou um estudo sobre os problemas de regra de três simples em livros de aritmética produzidos para escolas alemã-brasileiras no período de 1900 a 1935. Analisou três livros didáticos, de autoria de Matthäus Grimm, Otto Büchler, Wilhelm Nast e Leonhard Tochtrop, os quais foram comparados com os livros de aritmética de José Theodoro de Souza Lobo. A pesquisadora constatou que os autores analisados começaram o estudo da regra de três com problemas e a resolução destes foi utilizada como recurso para apresentar e explicar a teoria. Além disto, a análise das três obras permitiu observar que os autores germânicos empregavam a regra da dedução, enquanto Souza Lobo apresentava a regra de três a partir da teoria das proporções. Partindo-se destas considerações, será que o desenvolvimento da regra de três, nas aritméticas editadas para as escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX, aconteceu pela regra da dedução, pela teoria das proporções ou por ambas? É o que se discute na sequência.

Como a temática investigada se insere na História da Educação Matemática no RS, busca-se na pesquisa histórica e no conceito de cultura escolar, o suporte para discussão. De acordo com Prost (2008), os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado. Assim, o trabalho do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos. Desse modo, um fato não é outra coisa que o resultado de uma elaboração, de um raciocínio, a partir das marcas do passado. O autor considera o trajeto da produção histórica como sendo um interesse de pesquisa, a formulação de questões históricas legítimas, um trabalho com os documentos e a construção de um discurso que seja aceito pela comunidade.

Certeau (1982) define o fazer história, no sentido de pensar a história como uma produção. Para o autor, a história, como uma produção escrita, tem a tripla tarefa de convocar o passado que já não está em um discurso presente, mostrar as competências do historiador (dono das fontes) e convencer o leitor. Desta forma, a prática histórica é prática científica enquanto a mesma inclui a construção de objetos de pesquisa, o uso de uma operação específica de trabalho e um processo de validação dos resultados obtidos, por uma comunidade.

O trabalho do historiador, de acordo com Certeau (1982), não se limita a produzir documentos, textos em uma nova linguagem. Isso ocorre porque no seu fazer pesquisa há um diálogo constante do presente com o passado, e o produto desse diálogo consiste na transformação de objetos naturais em cultura. Julia (2001) define a cultura escolar como:

> Um conjunto de normas que estabelecem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo às épocas. (JULIA, 2001, p.10).

Então, o estudo da cultura escolar instiga a busca pelas normas e finalidades que regem a escola, a avaliação do papel desempenhado pelo professor e a análise dos conteúdos ensinados e das práticas escolares. Chervel (1990) considera importante o estudo da cultura escolar para a compreensão dos elementos que participam da produção/elaboração/constituição dos saberes escolares e, em particular, da matemática escolar e sua história.

Conforme Valente (2007), há uma infinidade de materiais que junto com os livros didáticos podem permitir compor um quadro da Educação Matemática de outros tempos. Para o autor, pensar os saberes escolares como elementos da cultura escolar, realizar o estudo histórico da matemática escolar, exige que se devam considerar os produtos dessa cultura do ensino de Matemática, que deixaram traços que permitem o seu estudo, como as aritméticas da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, principais fontes documentais desta investigação. Antes, porém, é preciso fazer uma breve abordagem sobre as escolas paroquiais luteranas do século XX no RS.

2 I AS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS DO SÉCULO XX NO RS

No Brasil, os princípios cristãos de Lutero, se fizeram presentes, a partir de 1824, com a vinda das ideias luteranas através dos primeiros imigrantes alemães. Lutero traçou princípios gerais sobre a educação, os quais se fundamentaram na Bíblia. “A premissa fundamental é de que a Bíblia ensina que Deus criou o universo e mantém, governa e sustenta toda a criação, sendo o homem a obra máxima da criação”. (LEMKE, 2001, p. 34).

Nesta perspectiva luterana, o Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri[1], atualmente Igreja Evangélica Luterana do Brasil – IELB, começou sua missão nas colônias alemãs do RS, em 1900, fundando congregações religiosas e escolas paroquiais. Para o Sínodo de Missouri era necessário consolidar um campo religioso e fortalecê-lo investindo na escola, influenciando o campo familiar dos seus possíveis fiéis. Por isso, os missourianos não somente cuidaram da formação de pastores como também de professores que atuassem de acordo com a filosofia educacional missouriana para que as escolas paroquiais atingissem seus objetivos como agência missionária e de educação geral.

Conforme Kuhn e Bayer (2017b), as escolas paroquiais luteranas gaúchas estavam inseridas num projeto missionário e comunitário que buscava ensinar a língua materna, a Matemática, valores culturais, sociais e, principalmente, religiosos. Tais escolas:

> Tinham uma responsabilidade para com a comunidade no sentido de, junto e com ela, promover o crescimento e o desenvolvimento pessoal de todos que a compunham, focando a cidadania. Se a escola formasse o ser humano com postura ética e moral exemplar, este poderia promover transformações sólidas em seu contexto social e seria um verdadeiro colaborador na seara de Deus e para o governo do mundo. (KUHN; BAYER, 2017b, p. 132).

As escolas paroquiais luteranas gaúchas, geralmente, eram constituídas por classes multisseriadas, mantidas pela comunidade escolar/paroquial e subvencionadas pelo Sínodo de Missouri para pagamento do salário do professor/pastor. Como havia poucos materiais didáticos nestas escolas, o ensino acontecia na base da recitação e da memorização. Os professores paroquiais eram formados pelo Seminário Concórdia[2], de acordo com os princípios morais e religiosos da Igreja Luterana. A prática pedagógica deveria levar em consideração a realidade dos alunos, para que, futuramente, os mesmos se engajassem de forma ativa nas estruturas comunitárias. (KUHN; BAYER, 2017b).

Os egressos das escolas paroquiais luteranas gaúchas tinham maior conhecimento da Bíblia e uma formação consistente de crenças e valores cristãos tradicionais que enfatizavam a importância do relacionamento com Deus e com outras

1. Em 1847, um grupo de imigrantes luteranos alemães da Saxônia fundou no estado de Missouri (Estados Unidos), o Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri, Ohio e Outros Estados, atualmente Igreja Luterana – Sínodo de Missouri.

2. Instituto pedagógico-teológico que atuou na formação de pastores e de professores paroquiais para IELB no RS.

pessoas. Tinha-se a preocupação pedagógica para que a espiritualidade fosse vivida no dia a dia e não se reduzisse a ritos religiosos. (KUHN; BAYER, 2017b). Nessas escolas, conforme Lemke (2001, p. 80), "o ensino da palavra de Deus, através da Bíblia, ficava em primeiro lugar, e as demais disciplinas não eram menosprezadas, mas complementavam a educação para servir no mundo".

Conforme estudos realizados por Kuhn e Bayer (2017a), nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado, o ensino da Matemática priorizava os números naturais, os sistemas de medidas, as frações e os números decimais, complementando-se com a matemática comercial e financeira e a geometria. O ensino desta disciplina deveria acontecer de forma prática e articulada com as necessidades dos futuros agricultores, observando-se a doutrina luterana.

Segundo Schubring (2003), nos primeiros períodos de colonização, para o ensino da Matemática foram usados livros trazidos da Alemanha ou recebidos como doações. Os livros que passaram a ser produzidos no sul do Brasil, no final do século XIX, seguiram as tendências da metodologia da Matemática na Alemanha, porém, adapatando-se à realidade dos colonos no Brasil. Por isso, os teuto-brasileiros tomavam cuidados quanto à elaboração e impressão de material didático adequado à realidade local e regional.

Os primeiros trinta anos de existência das escolas paroquiais luteranas no RS foram marcados pela carência de materiais didáticos e pela progressiva adoção dos quatro manuais de Büchler, tanto em alemão, quanto em português, para as aulas de Matemática. No periódico pedagógico publicado na década de 1930 e dirigido às escolas paroquiais, chamado *Unsere Schule* (Nossa Escola), afirma-se que "os livros de aritmética de Büchler (editora Rotermund), são usados na maioria das nossas escolas e que a mesma editora lançou recentemente um novo manual: meu livro de contas, por W. Nast e L. Tochtrop" (ago. 1933, p. 6, tradução nossa). Porém, na mesma edição, este manual é analisado criticamente, apontando-se a necessidade de um livro com princípios morais e educacionais da IELB, com uso de princípios pedagógicos modernos e adaptada às condições nacionais, pois o processo de nacionalização do ensino[3] estava em curso no país.

Por isso, o Sínodo de Missouri começou a produzir seus próprios livros de aritmética na década de 1930. No periódico *Unsere Schule*, edição de mar./abr. de 1934, faz-se referência aos novos livros de aritmética: "o Sínodo decidiu que será editado neste ano um trabalho completo de aritmética. Os professores Frederico Strelow, Albert Brückmann e Max Öhlwein foram contratados para realizar o trabalho" (UNSERE SCHULE, mar./abr. 1934, p. 14, tradução nossa). Este trabalho completo de aritmética foi a série Ordem e Progresso, pois em edições posteriores, o mesmo periódico faz divulgação da Primeira e da Segunda Aritmética desta série.

3. Uma série de decretos dos governos estadual e federal, emitidos na década de 1930, que disciplinaram a licença de professores e o material didático a ser usado nas escolas, tornaram o idioma nacional obrigatório (português) para a instrução e prescreveram a formação cívica brasileira.

A edição e a publicação do material didático específico para as escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX, com base em princípios morais e educacionais idealizados pela IELB, foram realizadas pela Casa Publicadora Concórdia[4], de Porto Alegre/RS. Para as aulas de Matemática, foram publicadas duas séries: a série Ordem e Progresso, lançada na década de 1930, pela divulgação feita no periódico *Unsere Schule*, e a série Concórdia, lançada na década de 1940, conforme os exemplares encontrados no Instituto Histórico da IELB em Porto Alegre. Cada série é composta pela Primeira Aritmética, Segunda Aritmética e Terceira Aritmética.

3 I O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO PROPORCIONAL NAS ARITMÉTICAS EDITADAS PELA IELB

A abordagem do pensamento proporcional acontece a partir da análise da Terceira Arithmetica da série Ordem e Progresso [193-] e da Terceira Aritmética da série Concórdia (1949), uma vez que as edições da Primeira e da Segunda Aritméticas, das duas séries, priorizam as quatro operações com números naturais.

Nas duas edições da Terceira Aritmética[5], verificou-se que a terceira unidade de estudo, páginas 69 até 78, traz a regra de três simples direta, propondo inicialmente, de forma oral, a dedução da unidade para a multiplicidade, a dedução da multiplicidade para a unidade e a dedução da multiplicidade para a multiplicidade. Depois, propõe a regra de três simples direta por escrito com problemas envolvendo números inteiros, problemas envolvendo frações ordinárias e frações decimais. O estudo é concluído com a regra de três simples inversa e a regra de três composta.

Entre as páginas 120 e 132, as duas edições da Terceira Aritmética trazem o estudo da razão e proporção, com problemas sobre misturas e ligas, da repartição proporcional e da regra de companhia (regra de sociedade). Neste último, apresentando três casos: capitais desiguais e tempos iguais, capitais iguais e tempos desiguais, capitais e tempos desiguais. Aponta-se que a proposta pedagógica das edições da Terceira Aritmética traz o estudo da regra de três antes de desenvolver os conceitos de razão e proporção.

No Quadro 1 se apresentam alguns problemas propostos para o estudo da regra de três simples direta, oralmente.

---

4. Fundada em 1923, fazia a edição de livros e de periódicos relacionados à literatura religiosa e escolar da IELB. Foi a primeira e a única redatora da IELB, existente até os dias atuais. Antes de sua fundação, os livros e os periódicos eram impressos pela *Concordia Publishing House*, nos Estados Unidos, e enviados para o Brasil.

5. As duas edições da Terceira Aritmética têm o mesmo número de páginas (143). Abordam as mesmas unidades de estudo e exercícios, com a mesma distribuição de páginas para cada conteúdo no livro, havendo apenas variações na ortografia de palavras e na representação de unidades de medida e do sistema monetário. Esta é a principal alteração observada nas duas edições, pois até 31/10/1942, a moeda brasileira era denominada réis, e a partir de 01/11/1942 entrou em vigor o cruzeiro (Cr$).

a) Dedução da unidade para a multiplicidade: 1) 1 par de tamancos custa Cr$ 2,50. Calcular o preço de 3, 5, 6, 9, 10 pares. 2) 1 kg de batatas custa 40 centavos. Calcular o preço de 5, 10, 20 kg, 1 saco. 3) 1 pão pesa 1¾ kg. Quanto pesam 4, 6, 2 pães?
b) Dedução da multiplicidade para a unidade: 1) Um saco de feijão de 60 kg custa Cr$ 24,00. Quanto custa 1 kg? 2) Um cavalo come em uma semana 17½ kg de milho. Quanto por dia? 3) Um engenho de arroz descasca em 12 horas 100 sacos de arroz. Quanto por hora?
c) Dedução da multiplicidade para a multiplicidade: 1) 2 m de fazenda custam Cr$ 5,00. — Ex.: 2 m ----- Cr$ 5,00 4 m de fazenda custam ..... — 1 m ----- Cr$ 5 ÷ 2 8 m de fazenda custam ..... — 4 m ----- Cr$ 5 ÷ 2 x 4 10 m de fazenda custam ..... — $\frac{5 \times 4}{2} = Cr\$10{,}00$ 20 m de fazenda custam ...... 6 m de fazenda custam ...... 2) Uma arroba de fumo (15 kg) custa Cr$ 52,50. Quanto custam 30 kg, 60 kg, 90 kg? 3) 6 laranjas de umbigo custam Cr$ 0,50. Quanto custam 12, 3, 18, 24, 30 laranjas de umbigo?

Quadro 1 – Regra de três simples direta oralmente

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 69-71).

Verificou-se que o estudo da regra de três simples direta é introduzido por atividades para serem resolvidas oralmente, sem qualquer sistematização do conteúdo. São exercícios e problemas associados a práticas socioculturais das comunidades em que as escolas paroquiais luteranas estavam inseridas e que estão relacionados com operações comerciais e unidades dos sistemas de medidas. As 29 situações propostas nessas aritméticas envolvem compra e venda de produtos para alimentação e vestuário, consumo de alimentos, gastos familiares mensais (aluguel), produções agrícolas, salário de trabalhadores e tempo de trabalho em obras.

A regra de três simples é desenvolvida através da dedução da unidade para a multiplicidade com uma multiplicação, da redução da multiplicidade para a unidade através de uma divisão e da dedução da multiplicidade para a multiplicidade com o emprego das operações de divisão e multiplicação, respectivamente. No último caso, observado no Quadro 1, sugere-se a redução da multiplicidade conhecida para a unidade, utilizando-se a operação de divisão, e a dedução da unidade para a multiplicidade desconhecida, com a operação de multiplicação, conforme o exemplo apresentado no exercício 1. Chama atenção que esta proposta incentiva o desenvolvimento de habilidades para o cálculo mental.

Depois do estudo da regra de três simples direta oralmente, segue-se com a regra de três simples por escrito, explorando-se problemas sobre números inteiros, frações ordinárias e frações decimais, conforme apresentado no Quadro 2:

Problemas sobre números inteiros:

Ex.: O nosso vizinho comprou uma peça de brim de 25 m e pagou Cr$ 60,00. Meu pai comprou desta peça 13 m. Quanto pagará?

a) 25 m ----- Cr$ 60,00
13 m ----- x

b) 25 m ----- 60,00
1 m ----- 60,00 ÷ 25
13 m ----- 60,00 ÷ 25 x 13

c) $\frac{60,00 \times 13}{25} = 31,20$

Resposta: 13 m custam Cr$ 31,20.

Problemas sobre frações ordinárias:

Ex.: $2\frac{3}{4}$ m de fazenda custam Cr$ 8,80. Quanto custam $5\frac{1}{2}$ m?

a) $2\frac{3}{4}$ m ----- Cr$ 8,80
$5\frac{1}{2}$ m ----- x

b) $2\frac{3}{4}$ m ----- Cr$ 8,80
1 m ----- Cr$ 8,80 ÷ $2\frac{3}{4}$
$5\frac{1}{2}$ m ----- Cr$ 8,80 ÷ $2\frac{3}{4} \times 5\frac{1}{2}$

c) $\frac{11}{4}$ m ----- 8,80
$\frac{1}{4}$ m ----- 8,80 ÷ 11
1 m ----- 8,80 ÷ 11 x 4
$\frac{1}{2}$ m ----- 8,80 ÷ 11 x 4 ÷ 2
$\frac{11}{2}$ m ----- 8,80 ÷ 11 x 4 ÷ 2 x 11

d) Traço fracional:

$$\frac{8,80 \times \overset{2}{\cancel{4}} \times \cancel{11}}{\cancel{11} \times \underset{1}{\cancel{2}}} = 17,60$$

Resposta: $5\frac{1}{2}$ m custam Cr$ 17,60.

Problemas sobre frações decimais:

Ex.: Uma vara de 3,25 m de altura projeta uma sombra de 4,35 m. Que altura terá uma árvore, cuja sombra ao mesmo tempo é de 18,65 m?

a) 4,35 m ----- 3,25 m
18,65 m ----- x

b) 4,35 ----- 3,25
1 ----- 3,25 ÷ 4,35
18,65 ----- 3,25 ÷ 4,35 x 18,65

c) Traço fracional:
$$\frac{3,25 \times 18,65}{4,35} = 13,93$$

Resposta: A altura da árvore é de 13,93 m.

Quadro 2 – Regra de três simples direta por escrito

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 71-74).

A regra de três simples direta, por escrito, é desenvolvida através de problemas com números inteiros, frações ordinárias e decimais, conforme os exemplos ilustrados no Quadro 2. Inicialmente são estabelecidas as relações entre as duas grandezas envolvidas, identificando-se por “x” o valor da grandeza a ser determinado. Em seguida, continua-se o desenvolvimento dos cálculos, fazendo-se a redução da multiplicidade conhecida para a unidade e a dedução da unidade para a multiplicidade desconhecida, valendo-se da divisão e multiplicação como operações inversas. Cada resolução é complementada com um algoritmo de cálculo envolvendo o traço fracional para obtenção do valor desconhecido da grandeza. Observa-se que o exemplo sobre frações ordinárias envolve um número misto, acontecendo reduções da multiplicidade conhecida para uma parte da fração e desta para a unidade, e deduções da unidade para uma parte da fração desconhecida e desta fração para a multiplicidade desconhecida.

No Quadro 3 são apresentados alguns problemas sobre regra de três simples direta por escrito, encontrados na edição da Terceira Aritmética:

a) Problemas sobre números inteiros: 1) 1 saco de feijão custa Cr$ 25,00. Calcular o preço de 12 kg, 20 kg, 40 kg. 2) Um colono vendeu 78 kg de banha por Cr$ 179,40. O seu vizinho vende 45 kg. 3) O preço de 1 arroba de fumo é de Cr$ 37,50. Quantos kg precisa vender um agricultor para receber Cr$ 500,00?
b) Problemas sobre frações ordinárias: 1) Por $5\frac{1}{2}$ dúzias de ovos pagou-se Cr$ 6,60. Quanto receber-se-á por 10 dúzias? 2) Que distância percorre uma locomotiva em $5\frac{3}{4}$ h, fazendo em $\frac{1}{2}$ h 12,500 km?
3) 3 torneiras enchem um tanque em $6\frac{1}{3}$ h. Em quantas horas o encherão 2 torneiras?
c) Problemas sobre frações decimais: 1) Um porco vivo pesa 118,800 kg; morto deu 29,700 kg de banha. Quantos kg de banha dará um porco nas mesmas condições, tendo, vivo, um peso de 178,200 kg? 2) Com 32,500 kg de ingredientes (10 de sebo, 6 kg de bréu, 2,500 kg de soda cáustica, 14 litros de água) fabricam-se 30 kg de sabão. Quantos kg de sabão se fabricarão com 48,750 kg de ingredientes? 3) Ao longo de uma estrada estão plantadas 3901 árvores, distante uma da outra 3,15 m. Quantas árvores haveria, se a distância entre elas fosse de 4,15 m?

Quadro 3 – Problemas sobre regra de três simples direta por escrito

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 72-75).

Verifica-se que os problemas mostrados no Quadro 3 sobre regra de três simples direta por escrito, envolvem problemas com números inteiros, frações ordinárias e frações decimais, respectivamente. Os mesmos envolvem a dedução da multiplicidade para a multiplicidade e são aplicações dos procedimentos desenvolvidos nos exemplos ilustrados no Quadro 2. Os 37 problemas propostos, nas edições da Terceira Aritmética, envolvem compra e venda de produtos para alimentação e vestuário, consumo de alimentos, gastos familiares mensais (aluguel), produções agrícolas, compra e venda de área de terras, salário de trabalhadores, tempo gasto e distância percorrida em viagens, vazão de água, altura e sobra, relação entre peso vivo e produtos derivados do abate de animais (carne, banha, etc.). Estas associações revelam uma cultura praticada nas comunidades de imigrantes alemães em que as escolas paroquiais luteranas gaúchas estavam inseridas. Segundo Fausto (2001), a posse da pequena propriedade para cultivar, permitiu que os imigrantes alemães na região sul, além de produzirem o próprio alimento, comercializassem o excedente de sua produção. Muitos imigrantes se dedicaram à criação de animais (porcos, vacas leiteiras, galinhas) e ao cultivo de batatas, verduras e frutas. Eles tiveram também um papel importante na instalação de oficinas e estabelecimentos industriais, como a indústria de banha, de conserva de carne, de sabão, de cerveja e outras bebidas. Acrescenta-se que “a criação de porcos propiciou a produção de banha, o chamado ouro branco, um dos primeiros produtos comercializados pelos colonos”. (FLORES, 2004, p. 92-93).

Depois de propor o estudo da regra de três simples, oralmente e por escrito, a Terceira Aritmética desenvolve a regra de três simples inversa, conforme o Quadro 4:

Exemplo: 10 operários terminam uma obra em 45 dias. Em quantos dias terminarão 12 operários a mesma obra?

a) 10 operários --- 45 dias
12 operários --- x dias

b) 10 operários --- 45 dias
1 operário --- 45 dias x 10
12 operários --- 45 dias x 10 ÷ 12

c) Traço fracional:
$$\frac{45 \times 10}{12} = 37\frac{1}{2} \text{ dias}$$

Resposta: 12 operários terminam a obra em $37\frac{1}{2}$ dias.

Problemas envolvendo regra de três simples inversa:

1) Para cobrir um telhado precisam-se de 480 telhas de zinco de 1,70 m de comprimento. Quantas de 2 m (1,85 m, 1,60 m) serão necessárias?

2) Uma pipa fornece vinho para 12 barris de 40 litros. Existem só barris de 30 litros. Quantos são necessários?

Quadro 4 – Regra de três simples inversa

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 75-76).

A regra de três simples inversa é desenvolvida por meio de um exemplo, conforme observado no Quadro 4. Inicialmente, são estabelecidas as relações entre as duas grandezas envolvidas, identificando-se por “x” o valor da grandeza a ser calculado. Continua-se o desenvolvimento do cálculo, fazendo-se a redução da multiplicidade conhecida para a unidade e a dedução da unidade para a multiplicidade desconhecida, valendo-se da multiplicação e divisão como operações inversas. A resolução é complementada com um algoritmo de cálculo envolvendo o traço fracional para obtenção do valor desconhecido da grandeza. Como na regra de três simples inversa, as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais, na dedução da multiplicidade para a unidade se envolve a operação de multiplicação e da unidade para a multiplicidade se envolve a operação de divisão, procedimento de cálculo inverso ao verificado na regra de três simples direta.

As edições da Terceira Aritmética trazem 10 problemas sobre regra de três simples inversa, sendo dois deles apresentados no Quadro 4. Destaca-se o emprego de diferentes unidades dos sistemas de medidas e que os problemas propostos envolvem tempo de trabalho em obras, consumo de alimentos, compra e venda de vestuário, capacidade de barris de vinho e quantidade de material de construção como telhas e mosaicos para piso.

A regra de três composta é desenvolvida após o estudo da regra de três simples, conforme se pode observar no Quadro 5:

Exemplo) 25 operários ganharam em 7 dias, trabalhando 8 horas por dia, Cr$ 1.750,00. Quanto ganharão 16 operários em 9 dias, trabalhando 10 horas por dia?

a) 25 operários -- 7 dias -- 8 horas -- Cr$ 1.750,00 16 operários -- 9 dias -- 10 horas -- x	b) 25 operários -- Cr$ 1.750,00 1 operário -- Cr$ 1.750,00 ÷ 25 16 operários -- Cr$ 1.750 ÷ 25 x 16
c) 7 dias -- Cr$ 1.750,00 1 dia -- Cr$ 1.750,00 ÷ 7 9 dias -- Cr$ 1.750 ÷ 7 x 9	d) 8 horas -- Cr$ 1.750,00 1 hora -- Cr$ 1.750,00 ÷ 8 10 horas -- Cr$ 1.750 ÷ 8 x 10
e) Traço fracional: $\frac{1.750{,}00 \times 16 \times 9 \times 10}{25 \times 7 \times 8} = 1.800{,}00$	
Resposta: 16 operários ganham em 9 dias, trabalhando 10 horas por dia, Cr$ 1.800,00.	
1) 4 lavradores, trabalhando 7 horas por dia, semearam em 7 dias 95 ares. Que tempo levarão 5 lavradores, trabalhando 8½ horas por dia, para semear 20000m²? 2) Numa horta podem-se fazer 44 canteiros de 15 m de comprimento e 0,80 m de largura. Quantos canteiros podem-se fazer, tendo eles um comprimento de 8 m e uma largura de 0,75 m? (0,20 m)?	

Quadro 5 – Regra de três composta

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 76-78).

A regra de três composta é desenvolvida através do exemplo mostrado no Quadro 5. Inicialmente, são estabelecidas as relações entre as quatro grandezas envolvidas, identificando-se por “x” o valor da grandeza a ser determinado. Continua-se o desenvolvimento do pensamento proporcional, relacionando-se os valores de cada grandeza conhecida com os valores da grandeza desconhecida (itens b, c e d da resolução), fazendo-se a dedução da multiplicidade conhecida para a unidade e da unidade para a multiplicidade desconhecida, valendo-se da divisão e da multiplicação como operações inversas. A resolução é complementada com um algoritmo de cálculo envolvendo o traço fracional para obtenção do valor desconhecido da grandeza. No Quadro 5 ainda se apresentam dois dos 10 problemas encontrados na Terceira Aritmética sobre a regra de três composta, ou seja, problemas que envolvem relações entre três ou mais grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais. Ressalta-se que os problemas propostos estão relacionados com diferentes contextos reais e exploram as unidades dos sistemas de medidas.

Destaca-se que a Terceira Aritmética trabalha com a regra de três simples e a regra de três composta, antes de desenvolver os conceitos de razão e de proporção, diferente das propostas pedagógicas observadas nos livros didáticos atuais. O Quadro 6 mostra como o livro introduz o estudo da razão e da proporção:

Razão é a relação que há entre duas quantidades. Exemplo: a) Qual é a razão entre a semana e o dia, ou como está a semana para o dia?

$7 : 1 = \frac{7}{1}$ Resposta: A semana é 7 vezes maior que o dia.

b) Qual é a razão entre o dia e a semana, ou como está o dia para a semana?

$1 : 7 = \frac{1}{7}$ Resposta: O dia é 7 vezes menor que a semana.

Proporção é a igualdade de duas razões.

Exemplo) 3 : 4 : : 6 : 8 e se lê: 3 está para 4, assim como 6 está para 8.

Os números dados chamam-se termos: 3 e 8 são os extremos; 4 e 6 são os meios.

Havendo três termos conhecidos, facilmente se achará o desconhecido.

1) Se o termo desconhecido for, um meio, divide-se o produto dos extremos pelo meio conhecido. Exemplo) 6 : 8 : : X : 4 = 6 x 4 ÷ 8 = 3. O termo pedido é 3.

2) Se o termo desconhecido for um extremo, divide-se o produto dos meios pelo extremo conhecido. Exemplo) 6 : 8 : : 3 : X = 8 x 3 ÷ 6 = 4. O termo pedido é 4.

Quadro 6 – Razão e proporção

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 120-121).

Observa-se que o livro apresenta as definições de razão e de proporção e traz exemplos. Os exemplos de razão relacionam unidades de medida de tempo (semana e dia) e trazem a representação horizontal e vertical de uma razão. Os exemplos sobre proporções não estão contextualizados e se verifica uma atenção especial para os procedimentos de cálculo na determinação do termo desconhecido numa proporção. Ressalta-se que nos exemplos apresentados sobre proporção não se observa a preocupação em desenvolver o pensamento proporcional como no estudo da regra de três.

Os conhecimentos sobre proporção são aplicados no estudo de misturas e ligas, de repartição proporcional e da regra de companhia ou regra de sociedade. No Quadro 7 se apresenta a proposta de estudo da repartição proporcional, observada nas edições da Terceira Aritmética:

Exemplo 1) Um pai deixa a seus dois filhos Antônio e Breno a importância de Cr$ 500,00. Breno deve receber Cr$ 100,00 mais do que Antônio. Quanto recebe cada um?

Antônio recebe 1 parte

Breno recebe 1 parte + Cr$ 100

2 partes + Cr$ 100 = Cr$ 500

Dos Cr$ 500 tiro Cr$ 100 para ter as 2 partes:

Cr$ 500 – Cr$ 100 = Cr$ 400

2 partes = Cr$ 400

1 parte = Cr$ 200

1 parte + Cr$ 100 = Cr$ 300

2 partes + Cr$ 100 = Cr$ 500

Antônio recebe Cr$ 200,00 e Breno recebe Cr$ 300,00.

Exemplo 2) Um pai deixa Cr$ 1.800,00 para os seus 3 filhos Antônio, Breno e Carlos. Breno receberá de antemão Cr$ 100,00 e Carlos Cr$ 200,00. Quanto receberá cada um ainda, depois da morte do pai?

Antônio recebe 1 parte

Breno recebe 1 parte – Cr$ 100,00

Carlos recebe 1 parte – Cr$ 200,00

3 partes – Cr$ 300,00 = Cr$ 1.800,00

3 partes = Cr$ 2.100,00

1 parte = Cr$ 700,00

Logo: Antônio recebe 1 parte = Cr$ 700,00

Breno recebe 1 parte – Cr$ 100,00 = Cr$ 600,00

Carlos recebe 1 parte – Cr$ 200,00 = Cr$ 500,00

Total: Cr$ 1.800,00

Exemplo 3) 4 crianças têm 92 laranjas para repartir entre si. Beno deve receber 5 menos do que Alfredo, Conrado 3 menos do que Alfredo, Dario 7 mais do que Conrado. Quantos recebe cada um?

A recebe 1 parte

B recebe 1 parte – 5

C recebe 1 parte – 3

D recebe 1 parte – 3 + 7

4 partes – 11 + 7 = 92

4 partes – 4 = 92

4 partes = 92 + 4 = 96

1 parte = 24

A recebe 1 parte = 24 laranjas

B recebe 1 parte – 5 = 19 laranjas

C recebe 1 parte – 3 = 21 laranjas

D recebe 1 parte – 3 + 7 = 28 laranjas

Exemplo 4) 3 pessoas têm Cr$ 350,00 para repartir entre si, de modo que a segunda recebe 2 vezes mais do que a primeira, a terceira 4 vezes mais do que a primeira. Quanto recebe cada uma?

I recebe 1 parte

II recebe 2 partes

III recebe 4 partes

7 partes importam em Cr$ 350,00

1 parte importa em Cr$ 50,00

I recebe 1 parte = Cr$ 50,00

II recebe 2 partes = Cr$ 100,00

III recebe 4 partes = Cr$ 200,00

Total: Cr$ 350,00

---

1) Um pai deixa Cr$ 8.500,00 por herança para os seus filhos, 3 homens e 2 mulheres. Calcular a parte de cada um, recebendo cada filho Cr$ 500,00 mais do que cada filha.

2) Um pai deixa a seus 4 filhos, 2 homens e 2 mulheres, uma fortuna de Cr$ 25.000,00. Para o mais velho já havia comprado um terreno por Cr$ 5.000,00. O segundo já recebeu Cr$ 4.000,00 para os seus estudos. O primeiro recebe agora Cr$ 5.000,00 menos e o segundo Cr$ 4.000,00 menos do que as filhas. Quanto recebe cada um?

3) 3 pessoas compram mercadorias por Cr$ 400,00 e recebem 240 kg. B paga Cr$ 80,00 mais do que C e A paga Cr$ 30,00 menos do que B. Quanto pagou cada um? Quantos kg tocam a cada um?

4) Um pai repartiu Cr$ 3.400,00 entre os seus 3 filhos proporcionalmente à idade de cada um. Quanto tocou a cada filho, sendo as idades 18, 10 e 6 anos?

Quadro 7 – Repartição proporcional

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 124-128).

A repartição proporcional é desenvolvida através de quatro exemplos e 28 problemas em diferentes contextos de proporcionalidade, conforme mostrado no Quadro 7. Nos quatro exemplos se observa que o procedimento inicial de resolução é encontrar a quantidade de partes em que o total será repartido proporcionalmente. A partir disto, realiza-se a dedução da multiplicidade para a unidade e a repartição proporcional conforme cada situação descrita. Observa-se que o problema 1 é uma aplicação do exemplo 1, o problema 2 é uma aplicação do exemplo 2 e assim, sucessivamente. Ressalta-se que nos exemplos sobre repartição proporcional é dado ênfase para o desenvolvimento do pensamento proporcional.

No Quadro 8 se apresenta a proposta de estudo para a regra de companhia ou regra de sociedade:

1º caso: Capitais desiguais, tempos iguais.

Ex.) 3 pessoas associaram-se para organizar uma empresa. A 1ª pessoa concorreu com Cr$ 12.000,00, a 2ª pessoa com Cr$ 10.000,00, a 3ª com Cr$ 6.000,00. Realizaram um lucro de Cr$ 14.000,00. Que lucro toca a cada um?

Entrada da 1ª pessoa Cr$ 12.000,00
Entrada da 2ª pessoa Cr$ 10.000,00
Entrada da 3ª pessoa Cr$ 6.000,00

Entrada total Cr$ 28.000,00 produziram um lucro de Cr$ 14.000,00
Cr$ 12.000,00 produziram X
Cr$ 14.000,00 produziram X
Cr$ 6.000,00 produziram X

1ª pessoa: Cr$ 28.000,00 --- Cr$ 14.000,00
Cr$ 1.000,00 --- Cr$ 14.000,00 ÷ 28
Cr$ 12.000,00 --- Cr$ 14.000,00 ÷ 28 x 12

$$\frac{Cr\$14.000{,}00 \times 12}{28} = Cr\$6.000{,}00$$

O lucro da 1ª pessoa é Cr$ 6.000,00.
Calcular o lucro da 2ª e 3ª pessoa pela mesma maneira.

2º caso: Capitais iguais, tempos desiguais.

Ex.) 3 sócios lucraram num negócio a importância de Cr$ 725,00, tendo todos entrado com quantias iguais. O 1º saiu depois de 5 meses, o 2º após 7 meses e o 3º após 8 meses. Calcular a parte do lucro de coube a cada um.

Tempo do 1º sócio 5 meses
Tempo do 2º sócio 7 meses
Tempo do 3º sócio 8 meses

Tempo total: 20 meses : lucro de Cr$ 725,00
5 meses : lucro X
7 meses : lucro X
8 meses : lucro X

Parte do 1º sócio: lucro em 20 meses --- Cr$ 725,00
lucro em 1 mês --- 725 ÷ 20
lucro em 5 meses --- 725 ÷ 20 x 5

$$\frac{725 \times 5}{20} = Cr\$181{,}25$$

O primeiro sócio lucrou Cr$ 181,25.
Calcular o lucro do 2º e 3º sócio pelo mesmo modo.

3º caso: Capitais e tempos desiguais.

Ex.) 3 sócios lucraram numa sociedade a importância de Cr$ 7.250,00. O 1º entrou com Cr$ 2.000,00 por 5 meses; o segundo com Cr$ 4.000,00 por 7 meses; o terceiro com Cr$ 14.000,00 por 8 meses. Qual a parte de cada sócio no lucro verificado?

1° sócio Cr$ 2.000,00 durante 5 meses = Cr$ 10.000,00 durante 1 mês
2° sócio Cr$ 4.000,00 durante 7 meses = Cr$ 28.000,00 durante 1 mês
3° sócio Cr$ 14.000,00 durante 8 meses = Cr$ 112.000,00 durante 1 mês
Total: Cr$ 150.000,00 durante 1 mês lucraram Cr$ 7.250,00
Cr$ 150.000,00 durante 1 mês lucraram Cr$ 7.250,00
Cr$ 10.000,00 durante 1 mês lucraram X
Cr$ 28.000,00 durante 1 mês lucraram X
Cr$ 112.000,00 durante 1 mês lucraram X
Parte do 1° sócio: Cr$ 150.000,00 --- Cr$ 7.250,00
Cr$ 1.000,00 --- Cr$ 7.250,00 ÷ 150.000,00
Cr$ 10.000,00 --- Cr$ 7.250,00 ÷ 150.000,00 x 10.000,00

$$\frac{Cr\$7.250,00 \times 10.000,00}{150.000,00} = Cr\$483,33$$

Calcular o lucro do 2° e 3° pela mesma maneira.

1) 3 sócios compram arroz por Cr$ 100.000,00 à base de Cr$ 25,00 o saco. O primeiro entrou com Cr$ 50.000,00, o segundo com Cr$ 30.000,00 e o terceiro com Cr$ 20.000,00. As despesas de frete e carreto importam em Cr$ 2,80 o saco. O preço de venda é de Cr$ 32,50. Quanto recebe cada sócio do lucro?

2) Um sócio permaneceu numa firma durante 2½ anos, outro mais 4 meses e o terceiro mais 7 meses. Qual a parte de cada sócio, sendo o lucro total de Cr$ 45.000,00?

3) 3 pessoas arrendaram um campo. Antônio tinha no campo 25 rezes durante 8 meses, Berto 40 rezes durante 6 meses e Carlos 65 rezes durante 5 meses. O preço de arrendamento importa em Cr$ 1.500,00. Quanto deve pagar cada um?

Quadro 8 – Regra de companhia ou regra de sociedade

Fonte: Série Concórdia (1949, p. 128-132).

No estudo da regra de companhia são apresentados três casos, conforme o Quadro 8. No 1° caso, os capitais são desiguais e os tempos iguais, inicialmente se determina a soma dos capitais que produzem o lucro total. Em seguida, realiza-se a dedução da multiplicidade (capital total) para a unidade e da unidade para a multiplicidade (capital correspondente ao primeiro sócio), valendo-se da divisão e da multiplicação como operações inversas. Este procedimento é repetido para determinação do lucro de cada integrante da sociedade. Observa-se que no 1° caso, os lucros são proporcionais aos capitais investidos.

No 2° caso, em que os capitais são iguais e os tempos desiguais, inicialmente se determina a soma dos tempos que geram o lucro total. Continua-se fazendo a dedução da multiplicidade (tempo total) para a unidade e da unidade para a multiplicidade (tempo correspondente ao primeiro sócio), valendo-se da divisão e da multiplicação como operações inversas. Este procedimento também é repetido para determinação do lucro de cada integrante da sociedade. Verifica-se que no 2° caso, os lucros são proporcionais aos tempos de investimento.

No 3° caso apresentado, os capitais e os tempos são desiguais. Na resolução do exemplo, inicialmente, determina-se o produto dos capitais investimentos pelos tempos de investimento, obtendo-se o capital total na unidade de tempo que produz o lucro total. Em seguida, realiza-se a dedução da multiplicidade (capital total na unidade de tempo) para a unidade e da unidade para a multiplicidade (capital total correspondente ao primeiro sócio), valendo-se da divisão e da multiplicação como operações inversas. Para determinação do lucro de cada integrante da sociedade se realiza o mesmo procedimento. Observa-se que neste 3º caso, os lucros correspondem proporcionalmente aos produtos dos capitais investidos e dos tempos de investimento. Ressalta-se que, nos três casos, a soma dos lucros correspondentes a cada sócio deve resultar no lucro total da sociedade.

Os três problemas observados no Quadro 8 correspondem, respectivamente, aos três casos de regra de companhia apresentados. Registra-se que o livro propõe a resolução de 23 problemas relacionados com a regra de companhia ou regra de sociedade.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos referenciais da pesquisa histórica e do conceito de cultura escolar, investigou-se o desenvolvimento do pensamento proporcional nas escolas paroquiais luteranas do século passado no RS, analisando-se as edições da Terceira Aritmética da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, editadas pela Igreja Luterana para as escolas paroquiais.

O desenvolvimento do pensamento proporcional aconteceu através do estudo de conhecimentos matemáticos envolvendo a regra de três simples direta, oralmente e por escrito, a regra de três simples inversa, a regra de três composta, a proporção, a repartição proporcional e a regra de companhia ou regra de sociedade. A proposta pedagógica das edições da Terceira Aritmética traz o estudo da regra de três simples e da regra de três composta antes de desenvolver os conceitos de razão e proporção.

As edições da Terceira Aritmética desenvolvem a regra de três empregando a regra da dedução, de forma semelhante ao identificado por Silva (2015) em seu estudo sobre livros de aritmética produzidos para escolas alemã-brasileiras no período de 1900 a 1935, e diferentemente das propostas pedagógicas observadas nos livros didáticos atuais, as quais estão focadas na teoria das proporções.

No estudo da regra de três simples direta foi explorada a dedução da unidade para a multiplicidade, a dedução da multiplicidade para a unidade e a dedução da multiplicidade para a multiplicidade. Estas formas de desenvolvimento do pensamento proporcional foram aplicadas no estudo da regra de três simples inversa, na regra de três composta, na repartição proporcional e na regra de companhia. Acrescenta-se que no desenvolvimento da regra de companhia ou regra de sociedade foram explorados três casos: capitais desiguais e tempos iguais (os lucros são proporcionais aos capitais investidos); capitais iguais e tempos desiguais (os lucros são proporcionais aos tempos de investimento); capitais e tempos desiguais (os lucros correspondem proporcionalmente aos produtos dos capitais investidos e dos tempos de investimento).

Os problemas propostos para o desenvolvimento do pensamento proporcional, nas aritméticas da série Ordem e Progresso e da série Concórdia, estão relacionados com diferentes contextos da realidade dos alunos das escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado, como os hábitos alimentares e a vida no campo dos imigrantes alemães, e articulam-se, principalmente, com unidades dos sistemas de medidas e operações comerciais.

Com este estudo histórico sobre o desenvolvimento do pensamento proporcional nas escolas paroquiais luteranas do século XX no RS, pretende-se contribuir para a História da Educação Matemática e provocar uma reflexão sobre a atual abordagem do pensamento proporcional nas escolas de Educação Básica.

REFERÊNCIAS

CERTEAU, Michel de. **A escrita da História**. Tradução Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares - reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre, RS, n. 2, p. 177-229, 1990.

FAUSTO, B. **História do Brasil**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, Fundação para o Desenvolvimento da Educação, 2001.

FLORES, H. A. H.. **História da imigração alemã no Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: EST edições, 2004.

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, SP, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

KUHN, Malcus Cassiano; BAYER, Arno. **A matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX.** Canoas: Ed. ULBRA, 2017a.

KUHN, Malcus Cassiano; BAYER, Arno. **O contexto histórico das escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX.** Canoas: Ed. ULBRA, 2017b.

LEMKE, Marli Dockhorn. **Os princípios da educação cristã luterana e a gestão de escolas confessionárias no contexto das ideias pedagógicas no sul do Brasil (1824 – 1997)**. Canoas: Ed. ULBRA, 2001.

PROST, Antoine. **Doze lições sobre a História.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

SCHUBRING, Gert. Relações Culturais entre Alemanha e Brasil: “Imperialismo Cultural” *versus* “Nacionalização”. **Zetetiké – Cempem**, Campinas, SP, v. 11, n. 20, p. 9-49, jul./dez. 2003.

SÉRIE CONCÓRDIA: Terceira Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, 1949.

SÉRIE ORDEM E PROGRESSO: Terceira Arithmetica. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, [193-].

SILVA, Circe Mary Silva. A Regra de Ouro nos Livros Didáticos para Escolas Alemãs Brasileiras. **Acta Scientiae**, Canoas, RS, v. *17*, Ed. Especial, p. 41-59, 2015.

UNSERE SCHULE. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, ago. 1933.

UNSERE SCHULE. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, mar./abr. 1934.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, SC, v. 2.2, p. 28-49, 2007.

CAPÍTULO 4

O ENSINO DA MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE DO PERFIL DOS PROFESSORES DA CIDADE DE CAJAZEIRAS-PB

Francisco Aureliano Vidal
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba – IFPB
Cajazeiras – Paraíba

Waléria Quirino Patrício
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba – IFPB
Cajazeiras – Paraíba

RESUMO: Este trabalho teve origem na pesquisa de graduação do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB, intitulada de "O PERFIL DOS PROFESSORES DO MUNICÍPIO DE CAJAZEIRAS QUE ATUAM NOS ANOS INICIAIS PARA TORNAR AS AULAS DE MATEMÁTICA MAIS ATRATIVAS", desenvolvida por nós com o objetivo de traçar um perfil acerca da formação didática desses profissionais. Para tanto, aplicamos um questionário a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental I da rede pública de Cajazeiras que também atuam com a disciplina de matemática foco da investigação desta pesquisa. Após levantamento bibliográfico, escolhemos como fontes de pesquisa principais os documentos norteadores da educação básica no Brasil: Lei de Bases e Diretrizes – LDB, Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, Diretrizes Curriculares Nacionais – DCNs e Plano Nacional de Educação – PNE. Observamos que todos os participantes da pesquisa possuem alguma formação para professor, mas de outras áreas, alheias à matemática. A grande maioria deles possui pós-graduação, porém grande parte não utiliza os conhecimentos adquiridos na especialização em sala de aula. Concluímos apresentando algumas razões para essas deficiências, baseando-nos nos documentos norteadores supracitados, e dando alternativas para a formação continuada docente que promova a melhor capacitação matemática em vistas de minimizar a antipatia dos alunos para com a disciplina ao longo de sua jornada escolar.

PALAVRAS-CHAVE: Educação, Matemática, Formação de Professores.

ABSTRACT: This work originated in the graduation research of the Higher Degree in Mathematics of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Paraíba - IFPB, entitled "THE PROFILE OF THE TEACHERS OF THE MUNICIPALITY OF CAJAZEIRAS THAT ACT IN THE INITIAL YEARS TO TURN THE LESSONS OF MATHEMATICS MOST ATTRACTIVE ", developed by us with the aim of drawing a profile about the didactic training of these professionals. To do so, we applied a questionnaire to teachers of the initial years

of Elementary School I of the public network of Cajazeiras who also work with the mathematics discipline focus of research of this research. After a bibliographical survey, we chose as main research sources the basic education guideline documents in Brazil: Bases and Guidelines Law - LDB, National Curricular Parameters - PCNs, National Curricular Guidelines - DCNs and National Education Plan - PNE. We observed that all the participants of the research have some formation for teacher, but of other areas, outside the mathematics. The vast majority of them have postgraduate degrees, but most do not use the knowledge acquired in the classroom specialization. We conclude by presenting some reasons for these deficiencies, based on the aforementioned guiding documents, and giving alternatives to continuing teacher education that promotes the best mathematical training in order to minimize students' dislike for the discipline throughout their school day.
KEYWORDS: Education, Mathematics, Teacher Training.

1 I INTRODUÇÃO

A aprendizagem dos jovens estudantes sobre matemática requer uma base inicial fundamentada em uma educação matemática de alta qualidade, desafiadora e acessível. Crianças em todos os contextos devem experimentar a matemática através de currículos e práticas de ensino eficazes. Tais práticas, por sua vez, exigem que os professores tenham o apoio de políticas, estruturas organizacionais e recursos que lhes permitam ter sucesso neste trabalho desafiador e importante.

Esta pesquisa ressalta a necessidade de melhorar as estratégias no ensino de matemática nas escolas de educação básica, o objeto de estudo analisado neste trabalho confirmou a necessidade de mudança e investimento em melhor formação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam que no ensino de matemática, padrões de currículo e planejamento devem ter diretrizes flexíveis baseadas nos seguintes critérios: pesquisa disponível e prática especializada, e uma série de expectativas para resultados adequados ao desenvolvimento infantil, como cidadania e pragmatismo de rotina (BRASIL, 1997). As grandes áreas em que a matemática deve se debruçar no tocante ao ensino para crianças incluem experiências matemáticas que incorporem conteúdo de matemática em áreas como número e operações, geometria, raciocínio algébrico e medição (BRASIL, 1997). Desta forma, os currículos de matemática e as práticas de ensino devem basear-se numa sólida compreensão da matemática e do desenvolvimento das crianças. O entendimento deve ser monitorado por observação e outras avaliações informais para garantir que as decisões de instrução sejam baseadas nas necessidades matemáticas de cada criança.

As pesquisas sobre a aprendizagem das crianças, como a de Tomaz (2007), nos primeiros anos de escolaridade demonstram a importância das experiências iniciais em matemática. Um clima envolvente e encorajador para os primeiros encontros das crianças com a matemática desenvolve a confiança em sua capacidade de entender e usar a matemática. Essas experiências positivas ajudam as crianças a desenvolver características como curiosidade, imaginação, flexibilidade, inventividade e persistência, o que contribui para o seu sucesso futuro dentro e fora da escola (TOMAZ, 2007).

Os professores do Ensino Fundamental devem ativamente introduzir conceitos, métodos e linguagem matemática através de uma variedade de experiências apropriadas e estratégias de ensino baseadas em pesquisa. Esses profissionais devem orientar as crianças a ver conexões de ideias dentro da matemática, bem como com outros assuntos, desenvolvendo seus conhecimentos matemáticos ao longo do dia e em todo o currículo. Eles devem incentivar as crianças a se comunicar, explicando seu pensamento enquanto interagem com importantes conceitos matemáticos.

Os programas de capacitação de professores, ou mesmo a pesquisa autônoma baseada no Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – GESTAR I (2007), devem incluir atenção ao componente de matemática dos programas de planejamento do Ensino Fundamental I, e as oportunidades contínuas de desenvolvimento profissional devem apoiar a educação de matemática de alta qualidade. Programas profissionais eficazes combinam conteúdo de matemática, pedagogia e conhecimento de desenvolvimento infantil e relações familiares (BALL; COHEN, 1999).

A presente pesquisa tem, em linhas gerais, o objetivo de apontar como a formação acadêmica dos profissionais do ensino de matemática na educação básica influencia nas suas práticas dentro de sala de aula.

2 I FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para esta pesquisa, a fundamentação teórica foi imprescindível para nortear os parâmetros que escolhemos para nos basear. Para fazer o levantamento histórico sobre o ensino de matemática, usamos como arcabouço teórico, majoritariamente, Gomes (2010) e Valente (2008), que analisam sob luz histórica a evolução do ensino de matemática do mundo e seus reflexos na forma de ensinar matemática no Brasil.

Para analisar peculiaridades didáticas, tais como as práticas do ensino de matemática e as tendências que permeiam esse ensino, autores como Polya (2006), Magnus (2010), Montibeller (2015) e Borba (1994), que elucidam sobre a didática do ensino de matemática, fazendo uma abordagem puramente teórica de apresentação e demonstração das possibilidades no ensino.

Para fazer a análise da coleta de dados, por sua vez, utilizamos os documentos norteadores da educação no Brasil: Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN, Lei de Diretrizes e Bases – LDB, e Diretrizes Curriculares Nacionais - DCN, mais especificamente os que tratam do ensino de base da matemática. Estes documentos serviram de base para avaliar se o que é proposto neles estava sendo cumprido, e, caso contrário, quais as razões para tal desvio.

3 I METODOLOGIA

A referida pesquisa foi realizada nas Escolas do Ensino Fundamental da cidade de Cajazeiras-PB com o propósito de identificar e analisar o perfil dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental e as dificuldades herdadas do curso de formação docente. Foi realizada através de um questionário quantitativo e qualitativo, que foi aplicado a professores do ensino fundamental I com o propósito de verificar se as dificuldades que os alunos levam para o ensino fundamental II estão relacionadas à formação desses docentes.

A pesquisa realizada foi do tipo levantamento de dados, pesquisa que é feita à base de questionários colhendo informações da realidade em que se encontram uma amostra dos professores das séries iniciais do ensino fundamental no município de Cajazeiras-PB. De posse das informações, analisam-se quantitativamente e qualitativamente os dados coletados para obter as conclusões correspondentes. O referido levantamento foi feito por amostragem.

Esta investigação se deu através de um questionário que foi aplicado a professores das escolas municipais de Cajazeiras-PB, para analisar o perfil acerca da graduação, formação continuada e atuações didáticas destes professores. Tivemos como principal instrumento de coleta de dados o questionário, por ter um baixo custo, oferecer mais celeridade no processo de aplicação, não causar constrangimento aos participantes e não precisar de aplicador especializado.

Ao trabalhar com o questionário, utilizamos a primeira parte para analisar o perfil dos entrevistados, depois a formação acadêmica, metodologias utilizadas em sala de aula e afinidade com a matemática. Procuramos formular perguntas de forma simples de compreensão, de forma concreta e precisa; consideramos o grau de conhecimento e de informação dos entrevistados; evitamos palavras e formulações que fossem ambivalentes, bem como perguntas indiscretas.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste tópico apresentamos os dados coletados através do questionário aplicado a uma amostra dos professores da rede pública de Cajazeiras, além de tratar das análises desses dados: suas possíveis motivações e comparação com os cânones preconizados nos documentos norteadores da educação brasileira.

4.1 Perfil dos Entrevistados

De acordo com os dados coletados, pudemos perceber os seguintes percentuais: a maioria esmagadora de profissionais entrevistados é feminina, com 94% dos profissionais correspondendo a este dado. No concernente à faixa etária desses profissionais, 46% têm entre quarenta e quarenta e seis anos de idade.

No tocante à experiência de sala de aula, a coleta de respostas do questionário identificou que 88% dos profissionais entrevistados têm pelo menos 10 anos ou mais de atuação. Esse fato isolado culmina num corpo docente que está fora a pelo menos uma década, e, consequentemente, não está plenamente preparado para enveredar nos caminhos que as novas tecnologias e a nova configuração de escola e sala de aula impõem.

4.2 Formação Acadêmica

A partir dos dados colhidos, podemos perceber inicialmente que a formação de alguns professores de ensino básico consiste ainda apenas no curso normal – 6% dos professores não possuem graduação.

Isso se dá, frequentemente, pelo pensamento equivocado de que crianças demandam um ensino menos qualificado. Segundo Cleuza Repulho, em entrevista à Gazeta do Povo (2012):

> [...] no mundo inteiro é exatamente o contrário, quem trabalha na primeira infância tem maior titulação. Quando o professor entra na rede vai para a educação infantil quase como que um 'castigo' porque ela não é considerada importante. Mas, na verdade, se a criança começa bem sua trajetória escolar, as coisas serão bem mais tranquilas lá na frente (REPULHO, 2012).

Ainda assim, segundo dados do INEP de 2010, há mais de 380 mil profissionais do magistério matriculados em cursos superiores, mais da metade deles matriculados em pedagogia. Isso seria um indicativo de que há um esforço da categoria para aprimorar sua formação. Mesmo assim, ainda é muito alto o número de professores sem diploma universitário, especialmente porque nos últimos anos foram ampliados os estímulos para formação de professores nas instituições públicas e privadas de ensino superior.

Por outro lado, foi possível perceber que grande parte dos entrevistados, 77% possui alguma especialização ou curso de pós-graduação. Um artigo do Estadão (2016) mostra que mais de 30% dos professores da Educação Básica têm especialização em seus currículos. Esses números corroboram com as metas instauradas no Plano Nacional de Educação - PNE (2014), um cânone que preconiza reflexões e ações pedagógicas por dez anos; não obstante, sobre a formação continuada de professores do ensino básico, o documento reza:

> [...] formar, em nível de pós-graduação, 50% (cinquenta por cento) dos professores da educação básica, até o último ano de vigência deste PNE, e garantir a todos (as) os (as) profissionais da educação básica formação continuada em sua área de atuação, considerando as necessidades, demandas e contextualizações dos sistemas de ensino (BRASIL, 2014, p. 12).

Dos professores especializados, 36% cursaram metodologia do ensino, entretanto, da quantidade total de pessoas entrevistadas, 40% não são pedagogos. Esses professores eram formados nas mais diversas áreas do conhecimento, tais como Letras, Biologia, Filosofia, Geografia e História. Apesar de alto grau de escolaridade e do conhecimento pedagógico adquirido durante a pós-graduação, esses professores, por não serem capacitados academicamente para o ensino de matemática, acabam imprimindo nos alunos essa deficiência, fazendo com que muitos desenvolvam antipatia por este componente curricular.

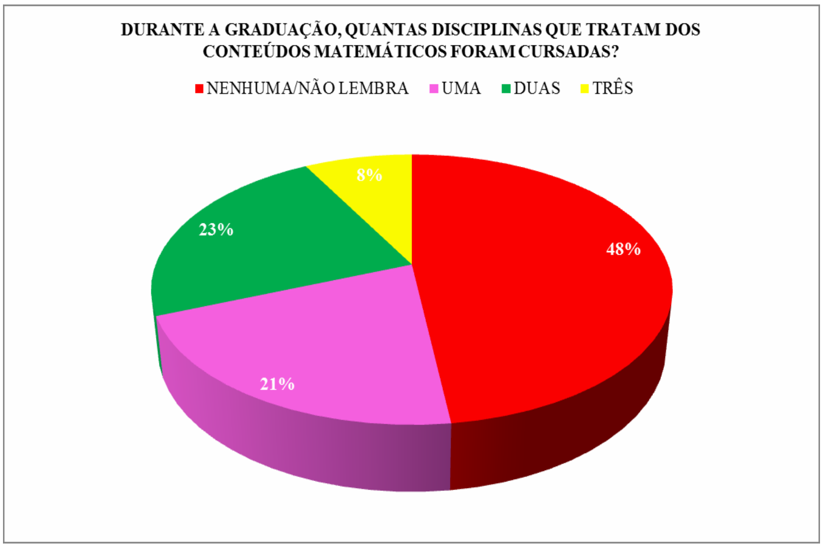


Gráfico 1: Disciplinas de matemática cursadas pelos professores durante o ensino superior

Fonte: Autores, 2018

O gráfico 1 mostra outro dado que coletamos referente à formação dos professores foi que quase a metade dos entrevistados afirma que não cursaram ou não lembram ter cursado nenhuma disciplina que tratam da matemática. Além disso, houve avaliação acima de média 7,0 para os conteúdos matemáticos apresentados durante o ensino superior, muitoembora 48% afirmem não se lembrarem ou não terem cursado nenhum componente curricular matemático durante seus cursos.

4.2.1 Práxis didática

Diretamente ligada à formação acadêmica, as práticas didáticas dos professores entrevistados revelam realidades alarmantes do ensino de matemática nas escolas municipais de Cajazeiras e, em que pé está a qualidade do ensino de matemática básica no referido município. Inicialmente, temos diferentes níveis de conhecimento matemático. Como podemos perceber nos dados coletados, mais da metade (58%) dos entrevistados tem algum nível de dificuldade com a matemática, alguns menos, outros mais. 35% afirmam que os conteúdos são fáceis, mas que precisam estudá-los; 15% têm alguma dificuldade com os conteúdos que ensina e 8% afirmam que precisam estudar bastante antes das aulas.

Gráfico 2: Nível de dificuldade com relação à matemática ministrada

Fonte: Autores, 2018

Esses problemas poderiam ser reparados se os Projetos Pedagógicos de Curso – PPC, dos cursos de Pedagogia, preparassem melhor esses egressos para entrarem nas escolas. Professores estão entrando em sala de aula com dificuldades na disciplina que ensinam, por falta de preparo dentro do ensino superior, em cursos que deveriam abranger uma vasta gama de conhecimentos (TOMAZ, 2007).

Podemos perceber no gráfico abaixo que isso se reflete nos resultados da pesquisa, pois mostram que a maioria dos sujeitos entrevistados tem pouca ou nenhuma afinidade com a matemática. De acordo com os dados coletados na pesquisa 73% de todos os entrevistados atribuem média inferior a 7,0 à sua afinidade com a matemática. Libâneo (1994, p. 152) afirma que “os professores precisam dominar, com segurança, esses meios auxiliares de ensino, conhecendo-os e aprendendo a utilizá-los”. Ter afinidade com o que se ensina é um dos primeiros passos, no entender de Libâneo (1994), para conseguir se fazer entender. Provavelmente, é essa falta de afinidade que faz com que professores não busquem melhor formação, nem se interessem em atualizar sua prática.

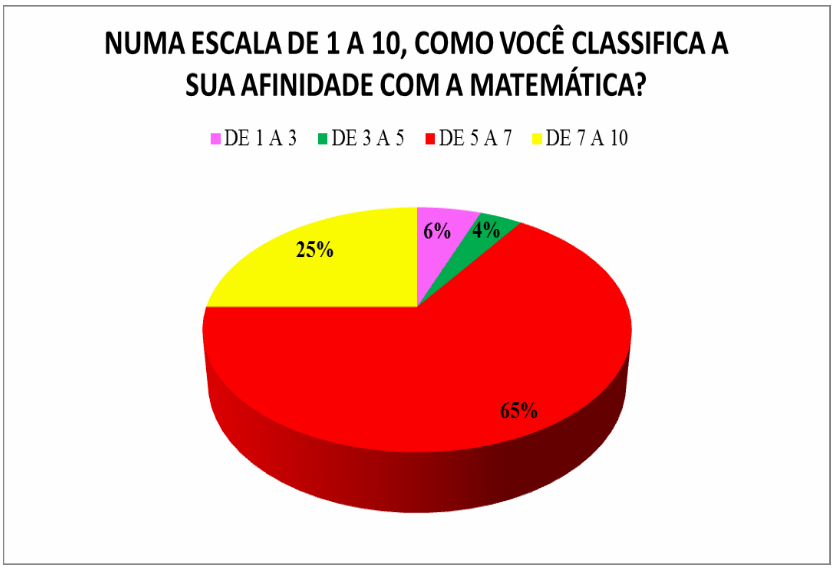


Gráfico 3: percentual de afinidade dos professores com a matemática

Fonte: Autores, 2018

Segundo os dados coletados nesta pesquisa, apenas 13% dos entrevistados buscam utilizar no ensino de matemática todas as tendências citadas na pesquisa o que corresponde a oitava parte dos pesquisados, como podemos perceber no gráfico a seguir:

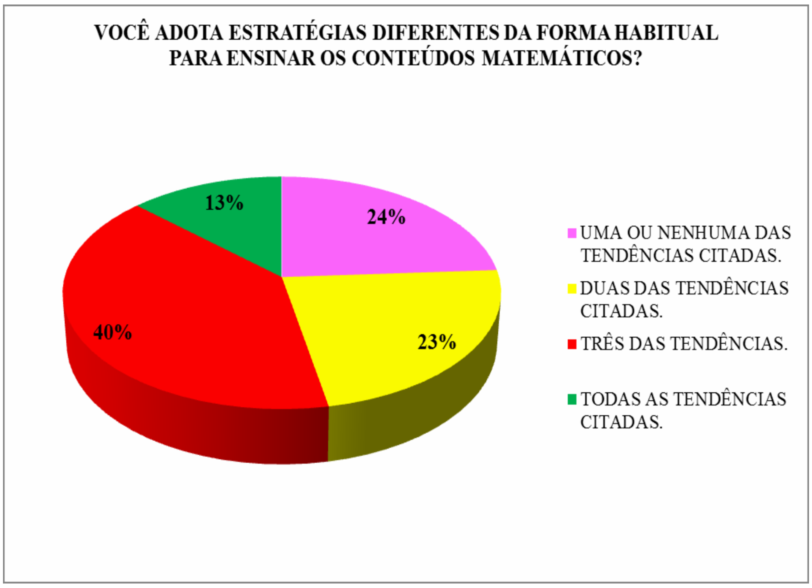


Gráfico 4: percentual de professores que adotam tendências no ensino de matemática

Fonte: Autores, 2018

Podemos perceber que uma minoria utiliza-se de todas as tendências no ensino de matemática que foram citadas no questionário, e que 24% utilizam apenas uma ou nenhuma. De acordo com as respostas obtidas, há professores pós-graduados no uso de 35 tecnologias, que não introduzem elementos tecnológicos em suas aulas, por exemplo. Essa falta de ligação entre a teoria aplicada em cursos de formação superior e a práxis do professor é que torna a o ensino de base ineficaz e com deficiências sérias que precisam ser reparadas.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi realizar um estudo de caso sobre a qualidade no ensino de matemática da rede pública municipal da cidade de Cajazeiras, no sertão da Paraíba, e além de analisar em linhas gerais o currículo do curso de Pedagogia, e de traçar o perfil do professor de matemática básica atualmente em Cajazeiras.

O primeiro passo do trabalho foi contextualizar a pesquisa. Ao comparar os cânones ao que está sendo realizado nas escolas avaliadas, pudemos perceber que os professores precisam investir em educação e formação adequadas ao que se propõem ensinar, no caso em questão, a matemática.

De forma concludente, pudemos perceber que a pesquisa contribuiu também para proporcionar aos sujeitos entrevistados um momento de reflexão e auto avaliação para os professores. Indagações principalmente sobre sua formação acadêmica a *priori* e *posteriori* da sala de aula, e como suas práticas refletiam as habilidades adquiridas durante essa formação. E ainda pode ser utilizada para outras pesquisas realizadas por acadêmicos de diferentes licenciaturas, podendo assim ser fonte para melhorias no ensino do município de Cajazeiras no estado da Paraíba.

REFERÊNCIAS

BALL, D. L., & COHEN, D. K. **Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education.** In L. Darling-Hammond & G. Sykes (Eds.), Teaching as the learning profession, pp. 3–32. San Francisco: Jossey-Bass, 1999.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1997.

__. **Plano Nacional de Educação:** Conhecendo as 20 Metas do Plano Nacional de Educação. Brasília: MEC/SASE, 2014.

__ . FNDE/MEC. **Programa Gestão da Aprendizagem Escolar Gestar I:** Matemática. Brasília: Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, 2007.

___. **Resolução do Conselho Nacional de Educação CNE/CP 1/2006**. Diário Oficial da União, Brasília, 16 de maio de 2006. Seção 1, p. 11.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Tendências em Educação Matemática.** Roteiro: Revista da UNOESC, Joaçaba - Sc, v. 16, n. 32, p.49-61, jul./dez. 1994.

MAGNUS, Maria Carolina Machado. Professor e Tecnologia: A Postura do Educador de Matemática, no Município de São João do Sul/SC, Diante dos Avanços Tecnológicos.

2010. 47 f. Monografia (Especialização) - Curso de Especialização em Educação Matemática, Universidade do Sul de Santa Catarina, Arangaguá, 2010.

MONTIBELLER, Liliane. **Pedagogos que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental:** a relação entre a formação inicial e a prática docente. 2015. 137 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Acadêmico em Educação, Programa de Pós- graduação em Educação - Ppge, Universidade do Vale do ItajaÍ, Itajaí, 2015.

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

REPULHO, Cleuza. 25% dos professores da educação básica não têm diploma de ensino superior. **Gazeta do Povo,** [s.l], v. 165, n. 3, p.1-3, 28 abr. 2012

SCHUBRING, G. (2014a). **On historiography of teaching and learning mathematics**. In A. Karp & G. Schubring (Eds.), Handbook on the History of Mathematics Education (pp. 3– 8). New York: Springer.

TOMAZ, Vanessa Sena. **Práticas de Transferência de Aprendizagem Situada em uma Atividade Interdisciplinar.** 2007. 311 f. Tese (Doutorado) - Curso de Matemática, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

VALENTE, W. R. **Quem somos nós, professores de matemática?** Caderno Cedes (em português). **28** (74). Campinas: Unicamp. pp. 11–23, 2008.

CAPÍTULO 5

FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O USO DE SOFTWARES EM SALA DE AULA

Ailton Durigon
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Lages – Santa Catarina

Andrey de Aguiar Salvi
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Lages – Santa Catarina

Bruna Branco
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Lages – Santa Catarina

Marcelo Maraschin de Souza
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Lages – Santa Catarina

RESUMO: Os resultados do processo de ensino e aprendizagem de matemática não têm se mostrado adequados, conforme pode ser constatado em testes de avaliação realizados por instituições formais, tal fato demanda ações diferenciadas e efetivas. Neste contexto, encontram-se muitos trabalhos descrevendo e propondo novas metodologias de abordagem dos conteúdos, buscando a construção significativa do conhecimento matemático. Este trabalho teve como objetivo a capacitação dos professores de matemática das escolas públicas sobre novas ferramentas computacionais para auxiliar o ensino desta disciplina. Foram realizadas oficinas envolvendo diferentes softwares matemáticos de ensino e aprendizagem. Participaram 68 docentes de Escolas Públicas que atuam nas séries finais do Ensino Fundamental e/ou no Ensino Médio da área de abrangência do IFSC-Lages, divididos em duas turmas. As atividades propostas sobre o uso de softwares específicos despertaram grande interesse dos participantes, que paralelamente ao período de execução das oficinas, fizeram a implantação destas junto aos estudantes das Escolas onde atuam, com resultados muito animadores. Ao final do trabalho, os docentes participantes avaliaram positivamente as atividades desenvolvidas, demonstrando que as ações apresentadas terão reflexo positivo em sala de aula.

PALAVRAS-CHAVE: Softwares. Capacitação. Ensino. Aprendizagem. Matemática.

ABSTRACT: The results of the teaching and learning process of mathematics have not been very encouraging, as can be seen in evaluation tests carried out by formal institutions, which requires differentiated and effective actions. In this context, there are many papers describing and proposing new methodologies to approach the content, seeking a meaningful construction of mathematical knowledge. This work aimed at the training of teachers of mathematics

of public schools on new computational tools to help the teaching of this discipline. Workshops were carried out involving different mathematical software for teaching. Participated 68 teachers from public schools that work in the final series of Elementary and/or High School in the area covered by the IFSC-Lages, divided into two classes. The proposed activities on the use of specific software aroused great interest of the participants, who, in parallel with the period of execution of the workshops, made the implementation of these workshops with the students of the Schools where they work, with very encouraging results. At the end of the study, the participating teachers positively evaluated the activities developed, demonstrating that the actions presented will have a positive impact on the classroom.
KEYWORDS: Softwares. Training. Teaching. Learning. Mathematics.

1 I INTRODUÇÃO

Os desempenhos apresentados pelos estudantes brasileiros na disciplina de Matemática, em testes de avaliação internacionais como PISA e nacionais como SAEB e ENEM, tem causado preocupação por parte dos professores e das autoridades educacionais diante dos baixos desempenhos evidenciados pelos estudantes (Druck, 2004).

De acordo com Groenwald e Nunes (2007) essas preocupações são justificadas pelas exigências do mundo moderno, onde o avanço da tecnologia e as rápidas mudanças impedem a previsão exata de que conhecimentos e habilidades são necessários no futuro dos estudantes. Assim, a escola e os professores diante desta realidade passam a necessitar de um planejamento curricular em matemática que esteja em sintonia com o progresso científico e tecnológico da sociedade atual.

As tecnologias têm sido apontadas, nas últimas décadas, como um ingrediente central no processo de mudança do ensino da matemática, assumidas quer como uma certa inevitabilidade decorrente da informatização da sociedade, quer como parte integrante de novas perspectivas sobre a natureza da matemática escolar e da aprendizagem na disciplina (Oliveira e Domingos, 2008).

No Brasil, ações no sentido de estimular e promover a implementação do uso de tecnologia informática nas escolas ocorrem desde 1981 com a realização do I Seminário Nacional de Informática Educativa, e foi a partir daí que surgiram programas como: Educom, Formar e Proninfe, todos com objetivo de integrar educação e tecnologia. Todos estes projetos foram base para o Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo) do Ministério da Educação (MEC) que tem o objetivo de promover o uso pedagógico da informática na rede pública de educação básica e está ativo até os dias de hoje (Silva, 2011).

Especificamente, o ensino de matemática, associado ao uso de recursos tecnológicos permitem aos professores e alunos alcançarem novos olhares sobre o objeto de estudo, explorando e consolidando conceitos rumo à construção de um conhecimento sólido e de maneira mais agradável e diversificada (Maltempi, 2012).

Quando a tecnologia é usada para desenvolver a parte complexa dos cálculos, abrem-se novas possibilidades de trabalho com situações-problema, onde a manipulação das variáveis envolvidas facilita o desenvolvimento de novas competências necessárias ao aprendizado. Para Borba e Penteado (2016), a informática se constitui atualmente como uma das principais tendências da Educação Matemática.

Por ser a matemática a disciplina que, em geral, mais desperta a antipatia dos estudantes devido à necessidade de abstração e de seu aparente distanciamento da realidade, o uso do computador no seu ensino pode ser o estímulo de que o estudante precisa, ou seja, o fato de o computador estar presente em algumas atividades de matemática pode aumentar consideravelmente o interesse do aluno pelo estudo da disciplina. (Piccoli, 2006).

Ao descreverem as fases das tecnologias digitais em Educação Matemática, Borba, Silva e Gadanidis (2014), destacam que estamos na quarta fase, onde a utilização de tecnologias móveis como laptop, telefones celulares ou tablets tem se popularizado nos últimos anos devido ao surgimento da internet rápida. Muitos estudantes utilizam a internet em sala de aula a partir de seus telefones para acessar plataformas como Google. Outros ainda utilizam as câmeras para registrar momentos dessa aula com fotos e vídeos, para lhe ajudar mais tarde.

A formação docente continuada visa facilitar a superação de possíveis deficiências na formação inicial, bem como oportunizar aos docentes se atualizarem diante de novas metodologias e recursos tecnológicos disponíveis. Ademais, acreditamos que esta formação pode ajudar na melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem, com reflexos nos índices de aproveitamento desta disciplina e nos resultados de exames de avaliação da qualidade da educação.

A tecnologia está muito presente no cotidiano de alunos, dessa forma aliar o conhecimento com a tecnologia em sala de aula torna-se um processo natural e que deve ser aproveitado pelo docente (Soffa e Alcântara, 2008).

Neste contexto, faz-se necessária a existência de materiais de apoio auxiliando a utilização de softwares específicos e outros recursos computacionais, que venham proporcionar aos docentes o aperfeiçoamento e atualização da sua formação teórico-metodológica proporcionando uma melhor apreensão do objeto matemático trabalhado, gerando consequentemente melhoria no nível de ensino.

Este trabalho buscou oportunizar, aos professores de matemática, oficinas didático-pedagógicas para reflexão sobre suas práticas e também para conhecer e aprender novas metodologias de trabalho que explorem as diferentes perspectivas do estudo da matemática, especialmente no que compete ao uso de tecnologias e softwares no fazer pedagógico cotidiano.

2 I METODOLOGIA

Este trabalho teve início após contato com a Secretaria Municipal de Educação de Lages e 7ª Gerência Regional de Educação do Estado de Santa Catarina para dialogar sobre as reais necessidades dos docentes de matemática acerca do uso de tecnologias no ensino.

A segunda etapa do trabalho foi dedicada para formação da equipe, com o intuito de levantar dados, adquirir e aprofundar o conhecimento do tema, bem como a exploração dos softwares livres disponíveis na internet que pudessem ser utilizados na Educação Básica.

Após as etapas iniciais, ofertamos oficinas de capacitação aos docentes de matemática de escolas públicas em duas turmas, uma para os docentes da rede municipal que possui somente escolas de Ensino Fundamental e outra da rede estadual que possuem Ensino Fundamental e Médio, onde foram apresentados de forma sistemática os estudos realizados, os softwares estudados e as sequências didáticas desenvolvidas. O trabalho foi realizado a partir de uma apostila previamente preparada.

As oficinas foram apresentadas de forma a permitir que todos pudessem refletir sobre as metodologias de uso dos softwares e recursos tecnológicos, compreendendo os conteúdos conceituais de matemática na Educação Básica (álgebra, geometria, medidas, números e tratamento da informação) como forma de orientar e discutir os processos de ensino e aprendizagem. Durante as oficinas diversos softwares e temas foram discutidos, dentre eles: blog, internet, Geogebra, Planilha eletrônica, PolyPro, Winarc, Winplot, Wingeom e outros.

Blogs, ou diários de rede, são páginas eletrônicas da internet que permitem atualização rápida a partir de postagens. Na construção de um blog pudemos demonstrar que este facilita a interação professor-aluno, seja disponibilizando materiais que complementam o que foi estudado em aula ou na discussão de diferentes temas. Foi apresentada a ferramenta educacional “Kahoot”, que possibilita ao professor criar jogos no estilo “quiz”, que conforme Santos, Guimarães e Carvalho (2014), geralmente estimulam os alunos e tem mostrado sucesso nas aplicações.

Além disso, a internet é um grande meio de pesquisa, e pode ser explorado para a preparação de aulas, sendo assim apresentamos algumas ferramentas de pesquisa disponíveis na internet, e como melhor explorá-las, como por exemplo, resultados de pesquisa que contenham ou não termos específicos, resultados pertencentes à um determinado período, resultados que contenham arquivos com extensão específica para download, tratamento de informações e de imagens, dentre outros recursos e possibilidades.

Sobre a planilha eletrônica, abordamos alguns temas de matemática básica que podem ser trabalhados com o seu auxílio, dentre os quais: funções de 1º grau e 2º graus, expressões numéricas, geometria e sistemas de equações. Segundo Carneiro e Passos (2010), trata-se de uma ferramenta disponível na maioria dos computadores, especialmente dos laboratórios das escolas, mas que geralmente nem é explorada pedagogicamente. Também aproveitamos para discutir a importância da planilha no processo avaliativo do docente.

Com os softwares Geogebra, Winarc, Winplot, Wingeom, e outros, abordamos assuntos de matemática relativos a cada um deles, como e quando podem ser utilizados em sala de aula. Em especial, o Geogebra que é um software que está fortemente consolidado e tem auxiliado no ensino de matemática ao redor do mundo (Hohenwarter e Fuchs, 2004).

Na Figura 1, apresentamos a interface de alguns dos softwares utilizados durante as oficinas com os docentes de matemática.

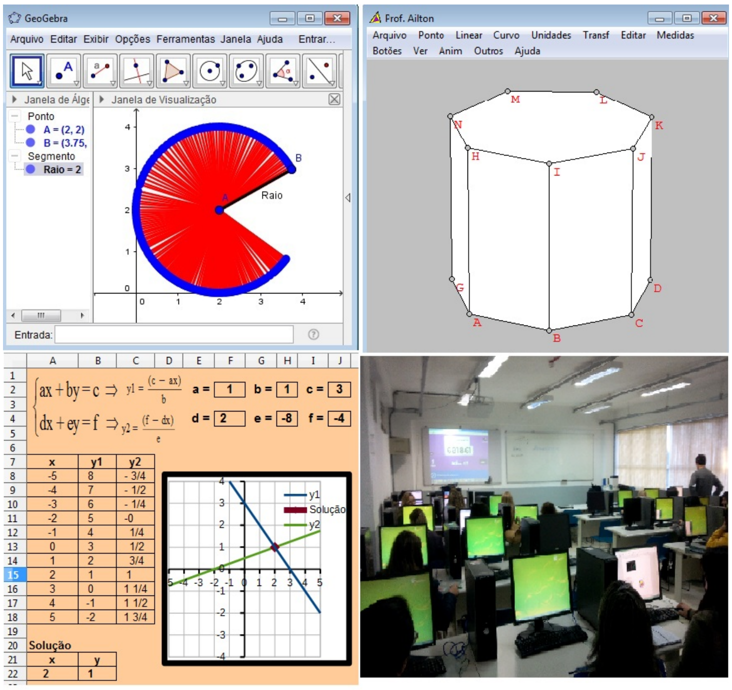


Figura 1 – Algumas atividades realizadas durante o curso

Foram desenvolvidas quatro oficinas para cada um dos dois grupos de professores, totalizando 68 docentes das redes municipal e estadual da área de abrangência do IFSC-Lages. No interstício entre as oficinas os docentes aplicaram as atividades em suas escolas e no início da oficina seguinte puderam relatar a aplicação das mesmas, sendo possível a troca de informações entre os participantes, bem como uma avaliação parcial e positiva da evolução da capacitação oferecida.

Todo o material organizado pela equipe de execução foi disponibilizado aos cursistas de forma digital em um blog, onde foram inseridos materiais adicionais sobre as atividades desenvolvidas e discutidas durante as oficinas. Foi entregue aos docentes um pendrive contendo uma coleção de softwares freeware encontrados e disponíveis na rede mundial de computadores, bem como sugestões de atividades que podem ser utilizados com estes, em suas atividades pedagógicas.

3 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

O uso dos laboratórios de informática das escolas possibilita condições para reflexões e discussões entre os integrantes do processo de ensino e aprendizagem, além da realização de atividades diferenciadas, viabilizando a construção eficiente de conceitos matemáticos.

Foram desenvolvidas e apresentadas uma diversidade de atividades com o uso de softwares, que poderão contribuir fortemente para o ensino e aprendizagem de matemática da Educação Básica.

A execução deste trabalho possibilitou aos docentes participantes a compreensão ampliada das diferentes formas de apresentação dos conteúdos aos seus alunos, contribuindo dessa forma para a qualidade de suas atividades, desencadeando melhor aproveitamento das atividades escolares.

O desenvolvimento das oficinas deu início a um processo que permitiu a criação de situações que oportunizaram a construção, integração, ressignificação e consequente ampliação do conhecimento matemático.

Com intuito de alcançar os objetivos, desenvolvemos cada etapa tendo como foco a qualidade das atividades apresentadas nas oficinas, o que possibilitou um amplo levantamento de softwares disponíveis, bem como a organização de sequências didáticas sobre seu uso no ensino de conteúdos matemáticos.

A realização das oficinas ocorreu integralmente em um laboratório de informática do Instituto Federal, devidamente preparado, o que possibilitou o seu desenvolvimento com qualidade. Dentre os softwares utilizados durante as oficinas, destacamos: planilha eletrônica; Geogebra; Kahoot; Winplot; Wingeom e mais 30 softwares que podem ser usados na abordagem de todos os eixos de Ensino de Matemática.

A avaliação do curso pelos participantes foi excelente. Dentre os resultados da avaliação destacamos: 100% responderam que os softwares apresentados otimizam o processo de ensino-aprendizagem; 96% aprovaram a apostila usada nas atividades e 100% fariam outro curso similar no IFSC-Lages e recomendariam o curso a outros colegas. Estes resultados evidenciam que o curso ofertado atingiu os objetivos propostos e sinaliza para a reedição do mesmo.

4 I CONCLUSÕES

O desenvolvimento do curso proporcionou alternativas para o uso dos laboratórios de informática das escolas onde os docentes participantes atuam. Ademais, tivemos uma integração entre os docentes de matemática do IFSC-Lages e das escolas de Educação Básica de Lages e região, com reflexos positivos na formação dos alunos destas escolas e abrindo novas oportunidades de futuras parcerias.

A execução do trabalho ocorreu de forma equilibrada, conforme estabelecido no cronograma, culminando com a apresentação das oficinas sobre o uso de softwares e seu potencial no processo de ensino e de aprendizagem de matemática.

Entendemos que este trabalho oportunizou a integração do IFSC-Lages com os órgãos Públicos responsáveis pelo processo educativo da região de abrangência deste, por meio da formação docente continuada, além de que oportunizou o desenvolvimento de uma relação de cooperação entre os diferentes níveis institucionais com objetivo de melhoria da qualidade da educação.

Conforme apresentada na avaliação final do curso pelos docentes das escolas públicas, projetos como este são fundamentais para o processo de ensino-aprendizagem de Matemática, pois visa oportunizar a estes profissionais novas ferramentas de ensino. Sendo assim, entendemos que o objetivo do curso foi atingido.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizinte. Autêntica, 2016.

BORBA, M. C.; Silva, R. S. R.; Gadanidis, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

CARNEIRO, R. F.; Passos, C. L. B. **As concepções de professores de matemática em início de carreira sobre as contribuições da formação inicial para a utilização das tecnologias de informação e comunicação**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 23, nº 36, p. 775-800, agosto 2010.

DRUCK, S. (2004). **A crise no ensino de matemática no Brasil**. Revista do professor de matemática, São Paulo, n. 53, p. 1-5, 1º quadrimestre de 2014.

GROENWALD, C. L. O.; NUNES, G. D. S. **Currículo de matemática no ensino básico: a importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível**. Relime, México. v.10, n.1, p. 97-116, março 2017.

HOHENWARTER, M.; FUCHS, K. **Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra**. In Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference. Pecs, Hungary, july 2004.

MALTEMPI, M. V. **Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente**. Revista de Ensino de Ciência e Matemática. Canoas. v.10. n.1. p. 59-83, 2008.

OLIVEIRA, H.; DOMINGOS, A. **Software no ensino e aprendizagem da Matemática: algumas ideias para discussão**. In: XVII EIEM, Leiria. 2008. p. 279-285.

PICCOLI, L. **A construção de conceitos em matemática: Uma proposta usando tecnologia de informação**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - PUC-RS, Porto Alegre, 2006.

SANTOS, I.; GUIMARÃES, D.; CARVALHO, A. A. **A aula invertida em Matemática: uma experiência com alunos do 8º ano no estudo de Geometria.** In: II Encontro Internacional da Casa das Ciências, Porto. p. 43-44, julho 2014.

SILVA, A. C. **Educação e tecnologia: entre o discurso e a prática.** Revista Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação, Rio de Janeiro, v.19. n.72. p. 527-554, jul./set. 2011.

SOFFA, M. M.; ALCÂNTARA, P. R. C. **O uso do software educativo: reflexões da prática docente**

na sala informatizada. In: Congresso Nacional de Educação (EDUCERE), PUC-PR, Curitiba, v.8. 2008.

CAPÍTULO 6

ESTATÍSTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS EM PESQUISAS DE OPINIÃO

Felipe Júnio de Souza Oliveira
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) I Faculdade de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência I Belo Horizonte/MG

RESUMO: Neste texto, apresenta-se um recorte de pesquisa de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Educação e Docência da Universidade Federal de Minas Gerais. Em linhas gerais, objetivou-se investigar e analisar o uso de tecnologias digitais (TD) como *Facebook*, *Whatsapp* e *Excel*, suas contribuições e limitações, em pesquisas de opinião baseadas na abordagem do programa Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião (Nepso) para uma aprendizagem em Estatística de alunos do 8º ano do ensino fundamental. Iniciamos por uma contextualização do ensino da Estatística no Brasil e pelo desenvolvimento da Educação Estatística (EE), pois desejamos conceituar o nosso campo de investigação como pertencendo à interseção da EE com a Educação Matemática (EM). Analisando, inicialmente, um dos 8 encontros do desenvolvimento de um projeto educativo de pesquisa de opinião, quisemos perceber indícios de competências e habilidades do baseadas no Nepso, aspectos do letramento estatístico segundo o modelo de Gal (2002) e algumas contribuições e limitações do uso das TD. Como recurso educacional, elaborou-se um material de apoio aos professores que ensinam Matemática. Como as análises deste artigo foram iniciais, foi possível discutir e perceber mobilizações preliminares em relação aos aspectos analíticos.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Estatística. Letramento Estatístico. Nepso. Tecnologias Digitais. Pesquisa de Opinião.

ABSTRACT: In this text, a part of the master's research developed within the scope of the Post-Graduation Program in Education and Teaching of the Federal University of Minas Gerais is presented. In general terms, the objective was to investigate and analyze the use of digital technologies such as Facebook, Whatsapp and Excel, their contributions and limitations, in opinion surveys based on the approach of the program Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião (Nepso) for a learning in Statistics of students of the 8th year of elementary school. We begin with a contextualization of the teaching of Statistics in Brazil and the development of Statistical Education, since we wish to conceptualize our field of investigation as belonging to the intersection of this area of knowledge with Mathematical Education. Analyzing, initially, one of the 8 meetings of the development of an opinion survey educational project, we wanted to perceive evidence of Nepso based skills

and abilities, aspects of statistical literacy according to Gal (2002) model and some contributions and limitations of the use of digital technologies. As educational material, a support material has been developed for teachers who teach mathematics. As the analyzes of this article were initial, it was possible to discuss and perceive preliminary mobilizations regarding the analytical aspects.
KEYWORDS: Statistical Education. Statistical Literacy. Nepso. Digital Technologies. Opinion Survey.

1 I INTRODUÇÃO

Há pouco mais de 20 anos, no final da década de 1990, o ensino da Estatística foi oficialmente incluído no currículo de Matemática no Brasil com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). De fato, foi a primeira vez que esse conteúdo ganhou destaque como proposta programática para a educação básica. Com o bloco denominado Tratamento da Informação, ou Análise de Dados no caso do ensino médio, além da Estatística, a Probabilidade e a Combinatória ganharam diretrizes curriculares que tornaram obrigatória a inserção dessas temáticas na sala de aula de Matemática.

Essa inserção, em grande parte, deu-se em virtude de um movimento mundial, a partir da década de 1970, que criticava a cultura determinística nas aulas de Matemática e defendia a importância do desenvolvimento do raciocínio probabilístico e estatístico e as dimensões política, social e ética destas áreas na educação básica (CAZORLA; UTSUMI, 2010). Uma das consequências desse movimento foi a consolidação da área de atuação pedagógica e de pesquisa denominada Educação Estatística (EE), cujo objetivo é estudar e compreender os modos pelos quais as pessoas ensinam e aprendem Estatística, bem como os aspectos cognitivos, afetivos e socioculturais que interferem nesses processos, a epistemologia conceitual e didática, o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino.

Constituída por pesquisadores de programas de pós-graduação em Educação Matemática (EM), Educação ou áreas afins, a EE “se valeu do avanço das pesquisas em Educação Matemática, mas mostrou que, apesar de *conjugarem muitos aspectos comuns*, apresentam diferenças importantes” (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2013, p. 12, grifos nossos). Essas diferenças, basicamente, estão relacionadas à didática, aos métodos e aos princípios como os de aleatoriedade e incerteza da Estatística que se diferenciam dos aspectos mais lógicos e/ou determinísticos da Matemática.

Nesse sentido, Santos (2015, p. 20) propõe que “o cenário que se desenha explicita uma relação muito próxima entre a produção em Educação Matemática e Educação Estatística, sem, no entanto, que isso se configure como uma relação de domínio no campo teórico de uma área (EM) sobre a outra (EE)”.

Isso quer dizer que, para analisar a formação elementar em Estatística, o foco e as perspectivas teórico-metodológicas precisam estar articulados com a EM, tendo em vista que essa formação se dá nas aulas de Matemática, conforme destaca Lopes (2010a). Considerando as interfaces entre essas áreas, essa autora afirma haver uma interseção que se justifica no currículo de Matemática da educação básica. Diante disso e ciente de que a Estatística é ministrada, predominantemente, por professores que ensinam Matemática no âmbito dos ensinos fundamental e médio, Santos (2015) defende uma configuração de interseção entre EM e EE em que, ora compartilham problemáticas, ora tratam de questões particulares, dependendo do objeto de estudo. Essa ideia está compilada na Figura 01.

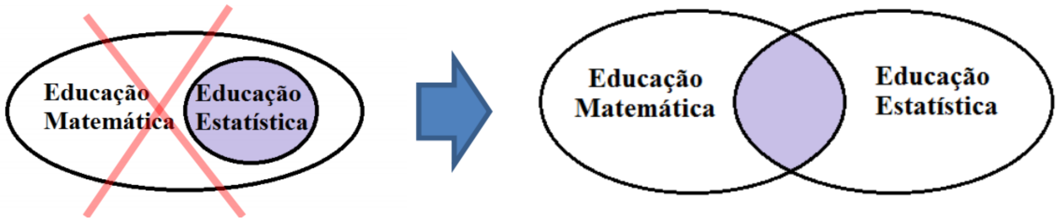


Figura 01– Relação entre a EM e a EE como áreas de investigação

Fonte: Santos, 2015.

Dessa forma, compreendemos que a nossa investigação está situada nessa interseção entre a EM e a EE sem, no entanto, deixar de reconhecer que a primazia do assunto tratado localiza-se na EE. Em linhas gerais, investigamos aspectos relacionados à utilização de algumas tecnologias digitais (TD) como *Facebook*, *Whatsapp* e *Excel* na aprendizagem estatística de alunos do 8º ano em uma pesquisa de opinião planejada com base na abordagem do programa Nossa Escola Pesquisa Sua Opinião (Nepso).

O Nepso foi essencial para o nosso trabalho de investigação e, por isso, esse programa, destinado à difusão da pesquisa de opinião como ferramenta de trabalho pedagógico, tem destaque nos nossos referenciais teóricos. Com base nas suas oito etapas (*escolha do tema; qualificação do tema; definição da população e da amostra; elaboração dos questionários; trabalho de campo; tabulação e processamento das informações; análise e interpretação dos resultados; sistematização, apresentação e divulgação*), concebemos um *projeto educativo de pesquisa de opinião*. Este *projeto* viabilizou a realização do nosso trabalho de campo e oportunizou as nossas discussões em torno das circunstâncias que nos colocamos a investigar sobre o uso de TD, suas contribuições e limitações, em pesquisas de opinião realizadas numa escola de educação básica.

Na próxima seção, vamos explicitar e justificar nossa questão de pesquisa. Além disso, neste artigo, queremos apresentar os objetivos, fazer uma síntese da metodologia utilizada e, em virtude do espaço disponível, tecer análises iniciais acerca de aspectos de um dos oito encontros realizados na pesquisa de campo, utilizando alguns dos referenciais teóricos da investigação. Por fim, como recurso educacional, relataremos a construção de um material de referência para professores que ensinam Matemática.

1.1 Algumas justificativas, questão e objetivos de pesquisa

A formação escolar básica em Estatística desempenha um papel de grande importância no mundo, pois, diante da grande quantidade de informações veiculadas pelos diversos meios de comunicação, é necessário analisar criticamente os dados que são apresentados. Isto se dá para que, por exemplo, haja clareza sobre os assuntos, para que as decisões que interfiram no cotidiano das pessoas sejam tomadas de forma eficiente e fundamentada e para que o cidadão tenha instrumentos para questionar e contra-argumentar a credibilidade das notícias. Em outras palavras, Lopes (2010, p. 50) fala em "cidadania com responsabilidade social".

A literatura consultada por meio de livros e artigos de EE fornece subsídios e apresenta lacunas importantes desse campo do conhecimento que demandam mais investigações sobre o processo de ensino e aprendizagem da Estatística, bem como a produção de materiais didáticos e a construção de teorias que deem suporte ao professor que ensina Matemática. Lopes (2008) diz que é necessário o desenvolvimento de práticas pedagógicas envolvendo situações em que os estudantes realizem atividades considerando seus contextos e que estes possam observar e construir os eventos possíveis, por meio de experimentação, de coleta e de organização de dados.

Empenhamo-nos para um processo que oferecesse bases para uma aprendizagem contextualizada e que permitisse o desenvolvimento da autonomia participativa dos alunos. Nesse sentido, apresentamos como uma possível alternativa a abordagem de aprendizagem do programa Nepso. Ela consiste na difusão da pesquisa de opinião como ferramenta pedagógica. É uma maneira de ensinar aos alunos a fazer pesquisa educativa de opinião, utilizando-se os dados coletados em atividades escolares.

Araújo e Deodato (2015, p. 4), no contexto de um relato de experiência com alunos do 6º ano, afirmaram que a "vivência do processo de tratamento da informação é uma característica central das pesquisas de opinião" e, portanto, do Nepso. Também nessa perspectiva, Faria *et al*. (2013, p. 4) dizem que "um dos objetivos pedagógicos da pesquisa de opinião na escola é exatamente promover o desenvolvimento de habilidades relativas ao Tratamento da Informação, instrumentalizando o educando para a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos".

Portanto, segundo Lima *et al.* (2010), o trabalho com *projetos educativos de pesquisa de opinião* que impliquem coleta, tabulação, análise e comunicação de dados sobre tema relevantes para os alunos, favorece a aquisição de conhecimentos matemáticos significativos. Esses autores ainda afirmam que a pesquisa educativa de opinião é ferramenta importante para incentivar o surgimento de novas propostas para as interações em sala de aula e, com elas, transpor o modelo da transmissão e oferecer a base para a produção de novos saberes.

Tendo em vista que as TD podem potencializar as possibilidades de utilização dos espaços, dos tempos e dos recursos disponíveis, o uso de recursos digitais como ferramenta aliada é alicerçado no fato de que grande parte dos alunos da educação básica é de nativos digitais (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015), ou seja, são indivíduos que já nasceram numa cultura digital e cujas relações com as tecnologias foram absorvidas intuitivamente e marcam a forma de relacionamento com o conhecimento. Por isso as escolas, bem como os sistemas de ensino, necessitam passar por transformações que vinculem o aprendizado escolar às realidades sociais dos estudantes, incluindo a virtual. Além disso, Costa e Lopes (2008) dizem que, por meio da tecnologia, o professor pode diversificar e incrementar suas aulas, possibilitando uma maior compreensão dos fundamentos estatísticos, tornando-os mais significativos para realidade do aluno.

Almejando compreender aspectos da articulação do Nepso com as TD quando se realiza o tratamento da informação em sala de aula, apresentamos como questão de pesquisa a seguinte pergunta: **quais contribuições e limitações pode haver no uso de TD em pesquisas de opinião do Nepso para uma aprendizagem em Estatística de alunos do 8º ano?**

Na direção do aprofundamento sobre a questão supramencionada, nos dedicamos o mais próximo possível do contexto real em que propomos estudar. Para tal, objetivamos, de forma geral, **investigar** e **analisar** o uso das TD (suas contribuições e limitações) em um *projeto educativo de pesquisa de opinião* para um processo de aprendizagem em Estatística de alunos do oitavo ano do ensino fundamental. Para essa finalidade, buscamos:

- **Construir** e **desenvolver**, coletivamente, um *projeto educativo de pesquisa de opinião* segundo a abordagem do Nepso;
- **Utilizar** algumas TD como o aplicativo de questionário virtual da rede social *Facebook*, o *Whatsapp* e o *Excel*, e **verificar** aspectos relacionados à performance dos alunos no decorrer da pesquisa de opinião;
- **Trabalhar** conceitos de Estatística como organização, construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos, além da coleta de dados, visando um letramento estatístico dos alunos;
- Como recurso educacional, optamos por **elaborar** um material de apoio aos professores que ensinam Matemática.

Para este artigo, buscamos:

- **Comunicar**, de forma resumida, o desenvolvimento da nossa pesquisa no mestrado;
- **Analisar**, preliminarmente, alguns momentos de um dos oito encontros que foram realizados na pesquisa de campo;
- **Destacar**, de forma breve, o recurso educacional.

2 I SÍNTESE DOS REFERENCIAS TEÓRICOS UTILIZADOS NAS ANÁLISES DESTE ARTIGO

Como selecionaremos alguns trechos dos diálogos dos alunos no oitavo encontro que realizamos, apresentaremos, a seguir, uma síntese dos referenciais que serão usados para analisar as interações nas atividades desenvolvidas por eles nesse episódio que será descrito na seção de análise. Para isso, inicialmente, abordaremos alguns aspectos do Nepso. Esse programa (conjunto de ações e projetos relacionados entre si, com alguns objetivos comuns) é composto por um conjunto de ações e de uma metodologia de aprendizagem que consistem na disseminação do uso da pesquisa de opinião como instrumento pedagógico em escolas públicas. Trata-se de uma abordagem, sistematizada num manual, que contempla um conjunto de ferramentas que visam, principalmente, propor:

> [...] o desenvolvimento de projetos de pesquisa educativa de opinião propiciando aprendizagens significativas, que vêm ao encontro das orientações curriculares atuais para a Educação Básica. Promove experiências de prática escolar que concretizam os princípios da contextualização de conteúdos, integração de disciplinas, valorização da iniciativa e autonomia dos jovens, cidadania e participação, afirmados nessas orientações, criando possibilidades de inovação do trabalho pedagógico (NEPSO, 2017).

Para o desenvolvimento de um *projeto educativo de pesquisa de opinião*, o Nepso sugere oito etapas de trabalho que não são estanques e devem ser adaptadas de acordo com os objetivos de aprendizagem que se deseja, perfil da turma, tempo disponível, dentre outras variáveis. Descreveremos, a seguir, cada uma delas e as principais competências e habilidades previstas pelo programa. As setas duplas indicam que há interação entre etapas. Portanto, não há um sentido único e rígido de ação pedagógica.

Escolha do tema
Definição do que se pretende estudar. A partir de suas crenças, interesses, preocupações e curiosidades, em negociação com o professor, os alunos definem uma temática a ser investigada e a defendem, buscando-se um consenso ou promovendo-se uma eleição.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Problematizar a realidade, identificando uma questão que afete a todos;
- Formular e apresentar ideias com clareza;
- Expor os próprios pontos de vista e posicionar-se num debate público;
- Formular hipóteses e prever resultados;
- Discutir e produzir argumentos convincentes.

Qualificação do tema
Verificação do que já se sabe e ampliação da compreensão do tema escolhido visando obter intimidade e um reportório básico para a elaboração do questionário e interpretação dos resultados. Deve ser contextualizada.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Levantar conhecimentos, crenças e valores;
- Identificar a eventual necessidade de buscar mais conhecimentos para aprofundar o tema e delimitar as questões de interesse;
- Selecionar fontes de informação confiáveis;
- Interpretar informações, formular hipóteses e prever resultados.

⇩ ⇧

Definição da amostra
Tomada de uma parte de alguma população para representá-la como um todo, fazendo-se inferências. Nessa etapa, é importante o conhecimento e a discussão sobre a população a ser pesquisada, a unidade amostral, o tipo e o tamanho da amostra, os erros amostrais e não amostrais, e etc.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Constatar o valor dos conhecimentos estatísticos para leitura e interpretação da realidade social;
- Aplicar ideias de probabilidade, combinatória e proporcionalidade;
- Desenvolver noções associadas a procedimentos de amostragem e representatividade;
- Ter noções de aleatoriedade e incerteza;
- Ajustar as expectativas de investigação às condições reais de coleta de dados.

⇩ ⇧

Elaboração dos questionários
Estruturação de questionários com as questões de interesse que devem ser produzidas mediante processo de aprofundamento e discussão do tema, pois é preciso que se faça uma seleção dos aspectos mais importantes, que estejam de acordo com os objetivos propostos e que levem a corroborar, ou a descartar, as hipóteses levantadas inicialmente.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Desenvolver o uso de recursos gramaticais e expressivos, gráficos, sintáticos e morfológicos que favoreçam a elaboração de enunciados claros e precisos, sem ambiguidades ou vícios;
- Encadear logicamente as partes de um texto e/ou questões de forma a possibilitar um raciocínio coerente e, portanto, mais significativo para o que é proposto;
- Articular hipóteses/expectativas de resposta.

⇩ ⇧

Trabalho de campo
Consiste nos procedimentos de coleta e verificação das informações. São escolhidos os meios de contato, é feita uma preparação prévia de abordagem e ocorre a aplicação do questionário. É importante assegurar que as características dos entrevistados correspondam às da amostra definida.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Planejar a melhor forma de abordar os entrevistados em função da situação comunicativa;
- Mobilizar recursos capazes de transmitir os objetivos e a seriedade da pesquisa de opinião que está sendo feita;
- Saber contornar situações não previstas e socializá-las propondo uma reflexão;
- Enxergar-se e valorizar-se como um cidadão capaz de pesquisar sobre algo que lhe é de interesse.

⇩ ⇧

Tabulação e processamento das informações
Organização dos dados coletados em planilhas manuais, eletrônicas ou programas específicos de tratamento de dados. Nesta etapa, são construídas diferentes tabelas, gráficos e cálculos importantes para a análise e a interpretação com base nos objetivos.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Desenvolver formas de registrar e tratar uma quantidade de dados;
- Desenvolver estratégias de contagem, cálculo e verificação;
- Organizar, ler e interpretar dados em diferentes representações;
- Definir e usar técnicas estatísticas adequadas para a obtenção de conclusões;
- Perceber a importância da informática como ferramenta avançada para organizar, armazenar, operar e representar dados.

⇩ ⇧

Análise e interpretação dos resultados
A partir da tabulação e processamento, os resultados serão analisados e interpretados para a produção de informações, conhecimentos e inferências com base nos objetivos, hipóteses e em todas as etapas desenvolvidas até essa fase. É a etapa de reflexão, debate e consolidação sobre tudo o que foi produzido.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Identificar as variáveis relevantes, selecionar procedimentos estatísticos necessários para análise e interpretação dos resultados;
- Aplicar conceitos matemáticos e estatísticos como proporcionalidade, probabilidade, porcentagem, média e etc.;
- Testar hipóteses com base nos dados;
- Identificar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, realizando previsão de tendências e possíveis interpretações;
- Analisar e interpretar tabelas que evidenciem tendências dos fenômenos;
- Comparar e estabelecer relações entre dados;
- Usar adequadamente calculadoras e computadores para realizar análises estatísticas (porcentagem, média e etc.);
Perceber-se como um produtor de conhecimento capaz de influenciar decisões.

Sistematização, apresentação e divulgação dos resultados
Um projeto educativo de pesquisa de opinião reúne resultados, informações e conhecimentos inéditos para um contexto que precisam ser documentados e apresentados na forma de relatórios, seminários e/ou pôsteres. Preparar a apresentação dos resultados requer conhecimento, não apenas do tema analisado, mas de todo o projeto que foi desenvolvido no processo da investigação.

COMPETÊNCIAS E HABILIDADES:
- Analisar os dados representados em gráficos e tabelas, relacionando-os a contextos socioeconômicos, científicos e/ou cotidianos;
- Interpretar e criticar resultados;
- Fazer e validar conjeturas recorrendo-se a fatos conhecidos;
- Elaborar recomendações ou sugestões de intervenção nas questões investigadas com base em dados;
- Produzir textos adequados para descrever resultados e conclusões, utilizando-se de textos descritivos e dissertativos acompanhados de gráficos e tabelas;
- Exprimir-se oralmente com correção e clareza, usando uma terminologia adequada;
- Organizar publicações, eventos ou situações que favoreçam a comunicação dos resultados para o público interessado;
- Produzir novos discursos sobre as diferentes realidades sociais a partir das reflexões realizadas;
- Construir instrumentos para melhor compreensão da vida cotidiana, ampliando a visão de mundo e o horizonte de expectativas, nas relações interpessoais e com vários grupos sociais;
- Perceber-se capaz de pesquisar e produzir conhecimentos em momentos individuais e coletivos.

Figura 02 – Etapas de trabalho, competências e habilidades de um projeto educativo de pesquisa de opinião do Nepso.

Fonte: Adaptação do Manual do Nepso (LIMA *et al.*, 2010).

Ademais, no âmbito da EE, o letramento estatístico é uma das competências mais discutida e analisada pelos autores. Em diferentes contextos, esse tema é tratado com diferentes enfoques, baseando-se, muitas vezes, nos objetivos e resultados desejados para um determinado nível de ensino para o qual é proposta uma abordagem didática que esteja amparada por uma teoria. Porciúncula e Samá (2015) ressaltam que o letramento consiste no horizonte do que se tem buscado consolidar na EE.

Gal (2002, p. 1, tradução nossa) diz que o letramento estatístico é uma espécie de habilidade-chave cujo desenvolvimento é desejado nos cidadãos que vivem em sociedades saturadas de informações. Esse autor afirma que “o letramento estatístico é retratado como a capacidade de interpretar, avaliar criticamente e comunicar informações e mensagens estatísticas”.

De acordo com Cazorla e Utsumi (2010, p. 12), o modelo de letramento proposto por Gal (2002) envolve dois componentes: o cognitivo e o afetivo (Figura 03). O primeiro, formado por cinco elementos, responsável pela competência das pessoas para compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas. O segundo, composto por dois elementos, responsável por moldar as visões de mundo do indivíduo e pela propensão para um comportamento questionador diante de informações estatísticas.

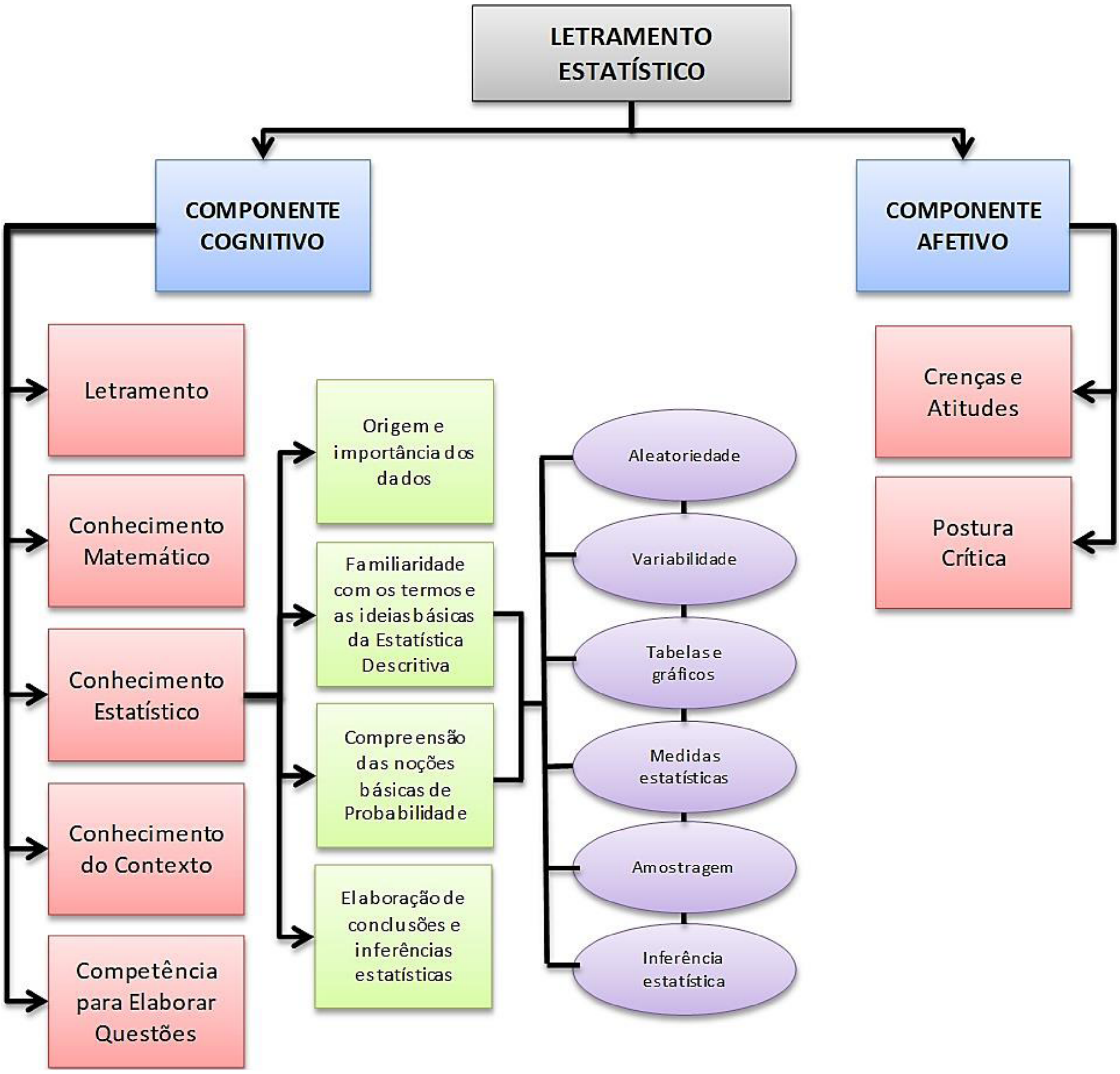


Figura 03 – Esquema que sintetiza os componentes do letramento estatístico propostos por Gal (2002)

Fonte: Cazorla e Utsumi (2010, p. 12), com adaptações visuais.

Por último, também sabemos que os avanços das tecnologias digitais e a cultura digital têm influenciado de forma crucial os modos como ensinamos ou aprendemos algo. Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) afirmam que uma integração das tecnologias digitais na educação, crítica e criativa, favorece o desenvolvimento da autonomia e reflexão dos sujeitos inseridos num contexto de aprendizagem, o que, segundo esses autores, também, contribui para a superação da visão de passividade do aluno em relação ao recebimento de informações e conhecimento.

Algumas discussões em EE mostram-se relevantes aos nossos objetivos de pesquisa, em particular, as contribuições e limitações das TD nessa área do conhecimento. A exposição precoce e excessiva às informações disponíveis em diversos meios de comunicação, com atenção especial aos digitais (portais eletrônicos de notícias, redes sociais, newsletters, dentre outros), "urge que a escola cumpra seu papel de educar para a cidadania", de acordo com Lopes (2008, p. 60). Essa autora diz ainda que dados e conceitos estatísticos são utilizados a todo momento em questões sociais, econômicas, políticas, humanitárias e etc., e que, dessa forma, é fundamental preparar os cidadãos para uma atuação reflexiva, ponderada e crítica em suas práticas sociais. Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 48) acrescentam que "pela facilidade de acesso à informação, novas formas de aprendizagem surgem, com conhecimentos sendo construídos coletivamente e compartilhados com todos a partir de um clique no mouse". Dessa forma, fundamentar o uso das TD no ensino de Estatística é essencial.

Estevam e Kalinke (2013) dizem que, em relação aos conceitos estatísticos, é perceptível que as TD oportunizam a priorização do raciocínio, da compreensão dos processos de análise de dados e das ideias inerentes, com a consequente desvalorização dos cálculos e procedimentos repetitivos e sem finalidade relevante. Esses autores salientam que "talvez, este seja o grande diferencial dos recursos tecnológicos, quando comparados com outras alternativas didáticas e que justifica sua pertinência ao ensino de Estatística" (2013, p. 115). A mudança de ênfase para a análise, interpretação e tomada de decisões é um passo significativo para uma aprendizagem estatística na educação básica. No entanto, a escolha da TD influencia essa aprendizagem estatística, pois depende de fatores tais como o "contexto escolar, tempo disponível, quantidade de alunos, conteúdo curricular, recursos materiais disponíveis, habilidade do docente e dos alunos sobre o uso da tecnologia, dentre outros" (OLIVEIRA, 2018, p. 3).

Utilizamos, neste trabalho, três tecnologias digitais que, a princípio, não são tidas como educacionais, mas são usadas em práticas pedagógicas e discutidas em algumas pesquisas no âmbito da Educação Estatística e da Educação Matemática: o *Whatsapp*, o *Facebook* e o *Excel*. A seguir, faremos uma síntese do percurso metodológico da pesquisa e, na seção de análises iniciais, discutiremos um pouco sobre o papel desses recursos e algumas aplicações pedagógicas.

3 I SÍNTESE DO PERCURSO METODOLÓGICO

De natureza qualitativa, concebemos o nosso trabalho de pesquisa em quatro fases que são relacionadas e dependentes: fase de exploração, preparação e produção de material; fase de execução da proposta e coleta de dados; fase de organização, tratamento, análise e resultados; e fase de conclusão e redação final. Uma síntese dessas fases e das atividades inerentes a elas, nas quais organizamos a pesquisa, está na figura a seguir.

Figura 04 – Fases e atividades da metodologia da pesquisa.

Fonte: elaborada pelo autor.

Para a realização da pesquisa de campo, concebemos um Grupo de Trabalho Diferenciado (GTD) na escola de ensino fundamental Centro Pedagógico (CP), da UFMG. O GTD é um espaço flexível na grade curricular dos alunos do CP em que são experimentadas novas práticas pedagógicas. No nosso caso, oferecemos o GTD denominado “Tecnologias Digitais na Matemática”, naturalmente, vinculado ao núcleo de Matemática e, além de mim, teve como professor responsável o meu orientador do mestrado, o Doutor Diogo Alves de Faria Reis, que também é professor efetivo do CP. Em sala de aula como professor, atuei com os alunos no desenvolvimento dos encontros.

Por meio da vontade manifestada dos alunos em participar desse GTD e da seleção feita pelos professores do CP, ao todo, foram escolhidos dezesseis estudantes do oitavo ano do ensino fundamental. Buscamos ofertar com esse GTD um espaço para que os alunos pudessem usar algumas TD num trabalho de investigação educativa com pesquisa de opinião que visasse o trabalho e a experiência com tópicos de Estatística, previstos no currículo de Matemática.

A partir do desenvolvimento *do projeto educativo de pesquisa de opinião*, baseado nas etapas do Nepso, foram utilizados 8 dos 14 encontros correspondentes à etapa de *investigação educativa com pesquisa de opinião*. Para a coleta de dados, utilizamos a gravação em áudio e vídeo, o diário de campo e o registro digital de tarefas realizadas num grupo de discussões criado no *Whatsapp*. Esse *projeto* foi o nosso planejamento pedagógico e a organização do trabalho na pesquisa de campo.

Sucintamente, a seguir, listaremos as tarefas realizadas em cada um dos 8 encontros realizados.

Encontro	*Descrição sucinta das tarefas realizadas*
1º	Dinâmica de apresentação das pessoas e da proposta do GTD. Entrega dos termos para participação
2º	Leitura e debate de textos sobre quantidade de informações na *internet*, relevância social da opinião e da pesquisa de opinião e tecnologias. Formação de grupos
3º	Negociação de um tema, enfoques e questões de interesse e qualificação para a pesquisa de opinião
4º	Leitura e debate de texto sobre abordagens para o trabalho de campo. Delimitação do público participante e início da construção do questionário *on-line* com as questões de interesse
5º	Processamento, tabulação e tratamento dos dados com o auxílio do *Facebook* e do *Excel*
6º	Processamento, tabulação e tratamento dos dados com o auxílio do *Facebook* e do *Excel* e início da análise e interpretação dos dados e resultados. Uso de filtros e tabelas de duas entradas
7º	Conclusão dos tratamentos, análise e interpretação. Sistematização dos resultados
8º	Apresentação e divulgação dos resultados da pesquisa educativa de opinião. Debate sobre o tema

Quadro 01 – Encontros da etapa de investigação educativa com pesquisa de opinião

Fonte: elaborado pelo autor.

Atualmente, estamos na fase de redação final da dissertação e defesa. Em função do espaço, optaremos por tecer reflexões iniciais do 8º encontro.

4 I OITAVO ENCONTRO: ANÁLISES INICIAIS

Optamos por evidenciar algumas contribuições da literatura de forma a entrelaçá-las com as falas, com os comportamentos percebidos e anotados no diário de campo e com o registro digital das tarefas realizadas pelos alunos no grupo de discussões do *Whatsapp*. Nossa intenção é analisar a *pesquisa educativa de opinião* do Nepso visando perceber os aspectos analíticos brevemente discutidos nos objetivos e na síntese dos referenciais.

Ao pesquisarmos sobre entretenimento, tema escolhido pelos próprios alunos, pudemos discutir e negociar a escolha dos enfoques e as questões de interesse que eles desejavam investigar. As interações aconteceram por meio dos encontros e do grupo virtual do *Whatsapp*. No *Facebook*, construímos e divulgamos o questionário *on-line*. O Excel os ajudou na organização, tratamento e análise dos dados coletados no trabalho de campo. Uma compilação das questões construídas está na figura a seguir.

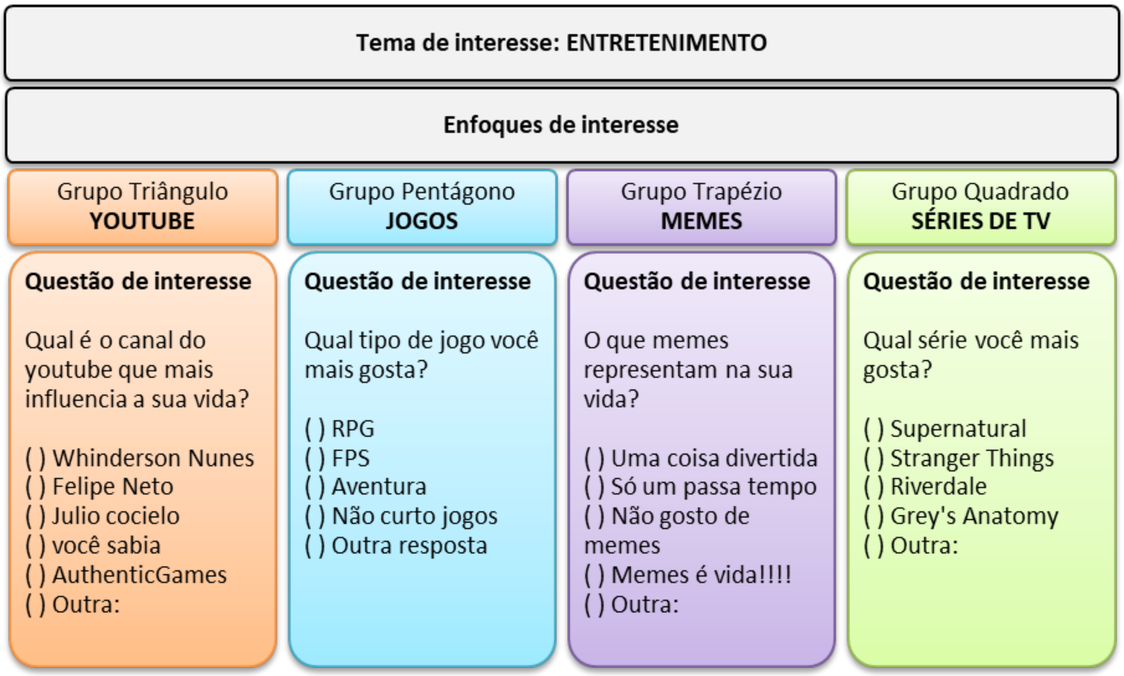


Figura 05 - Produção dos grupos por tema, enfoque e questão de interesse.

Fonte: elaborada pelo autor.

4.1 Uma pesquisa de opinião do Nepso: análises iniciais da etapa de apresentação e divulgação dos resultados

Uma das possibilidades da investigação educativa é por meio dos projetos de aprendizagem. Esta abordagem objetiva o desenvolvimento de uma investigação que parta da curiosidade, das dúvidas, das indagações, dos interesses dos próprios alunos enquanto estão em atividade num determinado contexto, no ambiente de vida ou numa situação enriquecida por desafios (FAGUNDES; SATO; LAURINO-MAÇADA, 1999). Segundo essas autoras, envolvidos em um intenso processo de investigação, o aluno assume uma postura de agente, corresponsável pelo processo de aprendizagem e busca encontrar um papel que contribua no trabalho individual e coletivo, pois é excitado pela própria curiosidade a construir conhecimentos que depois são sistematizados pelo professor.

Nesse bojo, articulamos referenciais teóricos que nos permitiram considerar o *projeto educativo de pesquisa de opinião*, com base nas etapas do Nepso, como uma abordagem de projeto de aprendizagem, pois levando em consideração todos esses aspectos relacionados ao envolvimento dos participantes nas etapas de um *projeto educativo de pesquisa de opinião*, compartilhamos da ideia de que um engajamento, em sentido amplo e relacionado ao tema que é trabalhado, é imputado aos alunos quando parte das competências e habilidades que podem ser desenvolvidas por eles. Ademais, Lima *et al.* (2010, p. 20) dizem que esse envolvimento desperta uma motivação nos alunos para assimilarem informações obtidas à medida que participam das decisões sobre o que e como pesquisar. Essas informações são integradas aos seus conhecimentos e empregadas para ampliar sua visão de mundo e, consequentemente, orientar suas ações.

Neste encontro considerado, os alunos discutem a participação de homens e mulheres, além da influência da escolha da amostra e fazem algumas inferências prévias sobre os dados que estão sendo trabalhados. Após isso, os alunos H e B fazem suas primeiras reflexões sobre a pesquisa educativa de opinião realizada e o uso das TD. Observemos os trechos.

Trecho 1:

> Aluno G: então, professor. Isso que eu ia falar. Tipo, não deve ser por que as pessoas não gostam de jogos, e sim por que as pessoas que receberam o link não gostam de jogos.
>
> Pesquisador: sim. E isso que o "G" falou, pessoal, é importante. Sabe por quê? Essa pesquisa que nós fizemos, é uma pesquisa amostral...
>
> Aluno O: só as pessoas que responderam o link.
>
> Pesquisador: o que mais?
>
> Aluno H: bem, a gente percebeu que as mulheres assistem muito séries, nós homens gostamos mais dos jogos e...
>
> Pesquisador: isso. A Estatística permite, inclusive, isso. A gente começar a fazer inferências, nem que sejam inferências prévias.
>
> Pesquisador: Qual foi a inferência que o "H" fez? Homens preferem mais jogos em comparação com as mulheres. Mulheres preferem mais séries...
>
> Aluna C: mulheres preferem mais...
>
> Aluno H: é... Com essa pesquisa dá para perceber que... nessas aí que a gente já viu, as mulheres utilizam mais o Facebook.
>
> Pesquisador: as mulheres utilizam mais o Facebook?
>
> Aluno H: é...
>
> Aluno O: por que elas responderam mais...
>
> Aluno H: por que a maioria tem mais mulheres...
>
> Aluno G: mas não tem nada a ver, porque receberam o link. Então, não usa o Facebook. Você tem o Facebook e clicou no link, respondeu.
>
> Aluno O: com o Facebook a gente tem mais informações e a gente não gasta tanto tempo...
>
> Pesquisador: com o Facebook mais informações em menos tempo, né?
>
> Aluna E: e sem contar a questão da timidez, né...
>
> (Fonte: transcrição de áudio).

Trecho 2:

> Aluna B: Foi interessante, pois escolhemos o tema que tínhamos mais "intimidade", isso facilitou a desenvolver o trabalho, pois tínhamos mais interesse, era algo que gostávamos. [...] pudemos descobrir mais sobre a opinião das pessoas sobre cada assunto, por exemplo, quem gosta mais de jogos, meninos ou meninas, qual a série ou canal de YouTube "queridinha(o)" do momento e o que as pessoas acham ou conhecem de memes. [...] acho que a tecnologia facilita mais a coleta de dados, tanto

para o entrevistado, que vai responder à pesquisa em seu tempo livre e não vai ter que parar algo que está fazendo, quanto para o entrevistador. A tecnologia pode ser mais interessante também porque às vezes a pessoa que você aborda nem está interessada, e através da internet ela vai por vontade própria e isso mostra que a pesquisa tem certo interesse.

(Fonte: grupo de discussões do *Whatsapp*).

De acordo com as competências e habilidades sugeridas pelo Nepso (LIMA, *et al.*, 2010, p. 82; 87), para as etapas de *processamento*, *tabulação*, *análise* e *interpretação de dados e resultados*, percebemos indícios, por meio desses trechos, que os alunos conseguiram o*rganizar, ler e interpretar dados em diferentes representações* (tabelas e diferentes gráficos) e puderam *perceber a importância da informática como ferramenta avançada para organizar, armazenar, operar e representar dados*. Além disso, também, conseguiram *aplicar conceitos estatísticos*, *comparar e estabelecer relações entre dados* e *perceber-se como um produtor de conhecimento capaz de influenciar decisões*.

Nesse primeiro trecho, destacamos que o aluno G percebeu algo crucial do conhecimento estatístico e, utilizando para isso, também, o seu conhecimento de contexto (Gal, 2002) para indagar a informação que estava sendo apresentada: a generalização e a noção amostral, pois, de fato, se o direcionamento dos *links* foi feito de maneira não aleatória e representativa, alguma interferência possa ter acontecido, ou seja, alguma influência tendenciosa ao compartilharmos os *links* para algumas pessoas ou grupo de pessoas em específico.

Nesses mesmos trechos, é possível percebermos a presença de elementos do letramento estatístico conforme os componentes cognitivo e afetivo propostos por Gal (2002). Por exemplo, o aluno G fala sobre a influência da amostra por meio das respostas aos *links* disponibilizados pelo *Facebook* (componente cognitivo). Ademais, percebemos a crença de que mulheres utilizam mais o *Facebook*, pois elas foram maioria quantitativa em todas as respostas e a postura crítica em relação à suposição de que as pessoas que responderam a pesquisa de opinião estavam interessadas na pesquisa e, por isso, acessaram o *link* disponibilizado (componente afetivo).

Pelas falas dos alunos H, B e O, especialmente, e considerando que ao longo da pesquisa de campo os alunos sentiram-se à vontade e tiveram muita facilidade ao trabalhar com o *Whatsapp*, o *Facebook* e o *Excel*, concordamos que foi consenso entre os alunos que as TD utilizadas ajudaram na realização da pesquisa de opinião, inclusive no tratamento e geração das estatísticas. Outro ponto marcante neste trecho são as deduções do aluno H em relação à preferência das mulheres por séries de TV e dos homens por jogos e a percepção de que as mulheres utilizam com maior frequência o *Facebook* em virtude da quantidade maior de respondentes do sexo feminino.

É interessante perceber que os alunos, por conhecerem, naturalmente, o funcionamento das tecnologias e já estarem inseridos numa cultura digital (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015), utilizam argumentos baseados no uso desses recursos para apoiarem suas discussões sobre as informações estatísticas consideradas. Além disso, elaboram conclusões a partir do contexto em que os dados são apresentados como forma de entenderem, e às vezes criticarem, tais informações (GAL, 2002).

5 I RECURSO EDUCACIONAL

Como uma das exigências do mestrado profissional é a construção de um recurso educacional, pensamos em transformar um protótipo que foi utilizado na fase de elaboração do questionário on-line em um material de apoio aos professores que ensinam Matemática. Neste material, almejamos contemplar a utilização das TD para a construção das pesquisas de opinião on-line, sob a ótica dos docentes e discentes, com discussões contextualizadas sobre o uso das tecnologias como ferramenta de investigação nas aulas de Matemática. Além das discussões contextualizadas, pretendemos abordar como alguns diferentes recursos digitais podem ser usados para coletar dados em pesquisas de opinião e as vantagens e desvantagens de cada tecnologia nesse processo, bem como as contribuições para o tratamento da informação e para o letramento estatístico.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Já estamos em um estágio mais avançado da nossa pesquisa e, por isso, ao invés de apresentarmos o nosso projeto de pesquisa, fizemos um recorte para abordarmos aspectos que estão sendo tratados a partir do desenvolvimento de um *projeto educativo de pesquisa de opinião*, com base nas etapas do Nepso, em que alunos do 8º ano utilizaram tecnologias digitais como o *Facebook*, *Whatsapp* e o *Excel* para investigarem sobre o tema "entretenimento", escolhido por eles. Contextualizamos o ensino da Estatística no Brasil e do surgimento da EE, além de definirmos que a nossa investigação está situada num campo de interseção entre a EE e a EM.

A presente pesquisa está em andamento e, por isso, ainda não concluímos os resultados que as nossas análises nos fornecerão a partir da questão de investigação proposta. No entanto, percebemos indícios do desenvolvimento de habilidades e competências nos alunos relativas ao trabalho com um projeto de aprendizagem baseado na metodologia de aprendizagem do Nepso. Além disso, estamos em busca da percepção de aspectos de letramento estatístico presentes nas atividades dos alunos e de contribuições e limitações do uso das tecnologias digitais.

Desejamos elaborar um material de apoio aos professores que ensinam Matemática na educação básica que contenha experiências e reflexões sobre a nossa pesquisa e, também, abordagens pedagógicas que utilizem TD para a realização de pesquisas de opinião *on-line*. Daqui, seguimos na expectativa de recebermos contribuições. A versão final da dissertação de mestrado, além do material de apoio, poderão ser encontrados em Oliveira (2019).

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, D. A.; DEODATO, A. A. A pesquisa de opinião nas aulas de Matemática: reflexões sobre projetos desenvolvidos com alunos de 2º ciclo. **Anais** do VII Encontro Mineiro de Educação Matemática - EMEM. São João Del-Rei: SBEM-MG, 2015.

BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. M. (Orgs.). **Ensino Híbrido:** personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística:** teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C. Reflexões sobre o ensino de Estatística na Educação Básica. *In*: CAZORLA, I.; SANTANA, E. (Orgs.). **Do tratamento da informação ao letramento estatístico.** Itabuna, BA: Via Litterarum, 2010, p. 9-18.

COSTA, M. A. D.; LOPES, M. R. C. M. **A Tecnologia da Informação e a Estatística no Ensino Fundamental**. 2008. Disponível em: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br. Acesso em: 22/05/2016.

ESTEVAM, E. J. G.; KALINKE, M. A. Recursos tecnológicos e ensino de estatística na educação básica: um cenário de pesquisas brasileiras. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 21, n. 2, 2013.

FAGUNDES, L. C.; SATO, L. S.; LAURINO-MAÇADA, D. **Aprendizes do Futuro:** as inovações começaram! Brasília: Secretaria da Educação à Distância/MEC, 1999.

FARIA, J.B. *et al*. **NEPSO das águas: pesquisa de opinião no estudo de temáticas relacionadas à água.** XIV UFMG Jovem. Belo Horizonte: UFMG, 2013.

GAL, I. Adult's statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1-25. 2002.

LOPES, C. E. **O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores.** Cadernos Cedes / UNICAMP. Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr., 2008.

___________. Os desafios para Educação Estatística no currículo de Matemática. *In*: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOUD, S. A. (Orgs.). **Estudos e reflexões em educação estatística.** Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010, p. 47-64.

___________. A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico. In: Reunião Anual da Anped. v. 33, 2010a, Caxambu/MG. **Anais**..., p. 1-15. Disponível em: http://33reuniao.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6836--Int.pdf >. Acesso em: 10 set. 2018.

LIMA, A. L. D' I. *et al*. **NEPSO:** manual do professor. 3. ed. São Paulo: Global, 2010.

NEPSO. **Site do programa NEPSO**. Disponível em http://www.nepso.net. Acesso em 07 de Maio de 2017.

OLIVEIRA, F. J. S. Abordagens pedagógicas no tratamento da informação. **Revista Brasileira de Educação Básica**, v. 3, n. 8, abril – junho, 2018.

PORCIÚNCULA, M. M. S.; SAMÁ, S. Projetos de aprendizagem: uma proposta pedagógica para a sala de aula de Estatística. In: SAMÁ, S.; PORCIÚNCULA, M. M. S. (Orgs.). **Educação Estatística**: ações e estratégias pedagógicas no ensino básico e superior. Curitiba: CRV, 2015. p. 133-141.

SANTOS, R. M. **Estado da arte e história da pesquisa em educação estatística em programas brasileiros de pós-graduação**. 2015. 348 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2015.

CAPÍTULO 7

OS DESAFIOS DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INCLUSIVA: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA

Cíntia Moralles Camillo
Universidade Federal de Santa Maria/UFSM
Santa Maria/RS

Liziany Muller
Universidade Federal de Santa Maria/UFSM
Santa Maria/RS

RESUMO: É preciso garantir uma proposta real de inclusão que contemple a diversidade linguística e a adaptação de recursos metodológicos e práticos, em que os alunos surdos tenham a possibilidades de aprender os conteúdos de matemática. Neste sentido, a presente pesquisa teve como objetivo realizar uma revisão sistemática de artigos do período de 2010 a 2016, que analisaram os sinais em Libras como possibilidade de ensino de matemática relacionando as dificuldades dos alunos surdos com a linguagem matemática e o com o raciocínio lógico. Em todos os estudos, foram relatados que os estudantes surdos conheciam a língua dos sinais, mais não sabiam se expressar matematicamente, consequentemente apresentaram dificuldades e déficit no raciocínio lógico.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Inclusiva; Surdez; Educação Matemática; Libras; Revisão Sistemática.

ABSTRACT: It is necessary to guarantee a real proposal of inclusion that contemplates the linguistic diversity and the adaptation of methodological and practical resources, in which the deaf students have the possibilities to learn the contents of mathematics. In this sense, this article aimed to carry out a systematic review of studies, from 2010 to 2016, that analyzed the signs in Libras as a possibility of teaching mathematics relating the difficulties of deaf students with the mathematical language and reasoning logical. In all studies, it was reported that deaf students knew the language of the signs, but could not express themselves mathematically, consequently presented difficulties and deficits in logical reasoning.

KEYWORDS: Inclusive Education; Deafness; Mathematical Education; Pounds; Systematic review.

1 I INTRODUÇÃO

A educação nos dias atuais passa por grandes transformações ligadas a educação especial e de inclusão. O ambiente escolar é composto por diversidades, propondo ao professor a função de administrar e mediar a heterogeneidade e valores pessoais, afim de promover o ensino e aprendizagem dos alunos.

Assim, nesse processo inclusivo, que Booth & Ainscow (2002) e Santos (2003) enfatizam a articulação de três dimensões: criação de culturas inclusivas, o desenvolvimento de políticas inclusivas e a orquestração de práticas de inclusão; buscando garantir a entrada e a permanência de todos dentro da instituição escolar. Salienta-se que tais dimensões não necessariamente tenham que acontecer nesta ordem, mas em várias ocasiões criando uma cultura inclusiva que receba bem a todos, sem discriminações e onde todos façam parte do processo que resulta na formulação de políticas que criem condições para garantir apoio a uma prática adequada que estará assegurada pelas duas dimensões supracitadas (SILVA, 2006).

Zuffi et al. (2011) consideram que a inclusão escolar atualmente é um dos temas mais discutidos das políticas educacionais em todo o mundo, já que incluir passou a ser a nova missão da escola. Esses autores ponderam que, quanto ao ensino da Matemática, principalmente nas escolas regulares, a realidade encontrada é de professores despreparados para atender alunos com alguma deficiência, tendo em vista que estes alunos anteriormente frequentavam classes de escolas especiais.

Em conformidade com Ferreira e Ferreira (2007), estamos em um momento do percurso educacional, no qual faltam muitos recursos para as escolas ensinarem a todos os seus alunos e, principalmente, aqueles com necessidades educacionais especiais. Muitas vezes, estes, parecem até mesmo estranhos para algumas destas escolas, pelo fato de as instituições de ensino não reconhecerem um processo educativo relevante para estes alunos.

Os autores Machado et al. (2009) em seus estudos afirmam que para os alunos que não apresentam deficiências auditivas ou de visão, existem vários métodos e metodologias de ensino de matemática. Já para o caso dos alunos com deficiências, os recursos são mais escassos, existindo uma grande carência em termos de alternativas metodológicas e principalmente práticas em sala de aula que sejam significativas ao processo de ensinar e aprender matemática.

Muitos autores defendem que o aluno com deficiência auditiva tem facilidade com a matemática, embora na realidade o que se vê é uma carência muito grande de materiais e de especialização dos professores para lidar com a inclusão. Nogueira e Machado (1996) afirmam que professores de surdos costumam considerar que a matemática é a disciplina que menos apresenta dificuldades para as suas crianças. Para Cukierkorn (1996) a aprendizagem na matemática se desenvolve com maior facilidade, devido à linguagem matemática ser estruturalmente mais semelhante a libras do que ao português.

Embora alguns autores acreditem que o aluno surdo tenha facilidade de aprender a matemática, muito outros defendem que esses alunos têm suas dificuldades na disciplina. Rudner (1978) identificou que as estruturas utilizadas em situações escritas e verbais de matemática causam dificuldade especial para alunos surdos. Para Glennon (1981) os alunos mostram dificuldade em relação não só a linguagem, mas também ao contexto. O autor mostra que os alunos têm dificuldades de aprendizagem a partir da transferência de um contexto para outro, principalmente em duas ou mais dimensões.

Acredita-se que o desempenho do aluno surdo em matemática, pudesse ser superior se existisse termos específicos em matemática, os quais possuem significado próprio, direcionado, único e exclusivamente para a disciplina. Kidd e Madsen (1993), em suas pesquisas concluíram que algumas palavras dentro da matemática apresentam múltiplas formas de expressar um conceito único e variadas formas, abreviaturas e símbolos.

Neste sentido, o presente artigo teve como objetivo realizar uma revisão sistemática de estudos, no período de 2010 a 2016, que analisaram os sinais em Libras como possibilidade de ensino de matemática relacionando as dificuldades dos alunos surdos com a linguagem matemática e com o raciocínio lógico.

2 I METODOLOGIA

A revisão sistemática da literatura é um método empírico que tem por objetivo identificar, avaliar e interpretar questões de pesquisa, área de um tópico, ou fenômeno em uma pesquisa. Sua principal motivação é reunir provas para a fundamentação de conclusões. Kichenham e Charters (2007) indicam quais diretrizes são necessárias para a realização de uma revisão sistemática. De acordo com estas orientações, o presente estudo é dividido em algumas atividades, que podem ser agrupadas em três principais fases: planejamento, realização e relatório.

Para a obtenção dos artigos a serem analisados, utilizaram-se os descritores "libras", "educação especial", "inclusão", "educação matemática" e "escola e inclusão" na base de dados Scielo (Scientific Eletronic Library Online). O período de pesquisa incluiu estudos publicados entre 2010 e 2016.

Primeiramente foram lidos os resumos dos artigos encontrados e assim selecionadas as pesquisas a serem utilizadas na análise. Os critérios de inclusão de artigos foram aqueles publicados em periódicos nacionais e que analisavam os sinais em Libras como possibilidade de ensino de matemática, dificuldade dos educandos surdos com a linguagem matemática e o raciocínio matemático.

3 I RESULTADOS

Este tópico apresenta os principais resultados dos estudos sobre os sinais em Libras como possibilidade de ensino de matemática, dificuldade dos alunos surdos com a linguagem matemática e o raciocínio matemático. Encontrou-se o total de nove artigos utilizando os descritores na base de dados Scielo, dos quais apenas cinco se encaixaram nos critérios de inclusão, sendo assim, selecionados para a análise.

No Quadro 1 são apresentados os estudos realizados no período de 2010 a 2016 em periódicos nacionais.

Heloiza H. Barbosa (2010) avaliou os conceitos matemáticos iniciais e linguagem, comparando crianças surdas e ouvintes, foram avaliadas crianças de 5 a 6 anos, de escolas particulares e públicas. Os resultados mostram que as crianças surdas e ouvintes apresentam o mesmo nível de representação numérica quando o estímulo é de natureza não linguística. Quanto às habilidades quantitativas simbólicas, o perfil se apresenta de forma mais complexa. As crianças surdas, no geral, tiveram um desempenho inferior em relação às crianças ouvintes com um ano a menos de idade (5 anos) da escola infantil privada, assim como também, em relação à criança da mesma idade (6 anos) da escola pública.

O estudo de Fernandes e Healy (2016), verificou a emergência do pensamento algébrico nas atividades de aprendizes surdos. Com os resultados verificou-se que há indicadores de que os alunos foram conduzidos a uma práxis reflexiva mediada pelo corpo, pelos signos e pelas ferramentas. Com base nesses resultados, os autores concluem que houve mudanças no pensamento algébrico de acordo com as interpretações e os sentidos subjetivos que os alunos foram atribuindo aos objetos matemáticos.

Autor	Ano	Periódico	Título
Heloiza H. B.	2014	Educação e Pesquisa	Conceitos matemáticos iniciais e linguagem: um estudo comparativo entre crianças surdas e ouvintes
Fernandes e Healy	2016	Ciência e Educação	A emergência do pensamento algébrico nas atividades de aprendizes surdos
Sales et al.	2015	Ciência e Educação	A Negociação de Sinais em Libras como Possibilidade de Ensino e de Aprendizagem de Geometria
Viader e Fuentes	2013	Cadernos CEDES	Observando estratégias e buscando soluções: a resolução de operações por adolescentes surdos
Arnoldo Junior et al.	2013	Cadernos CEDES	O uso do multiplano por alunos surdos e o desenvolvimento do pensamento geométrico

Quadro 1 – Pesquisa em periódicos nacionais sobre sinais em Libras como possibilidade de ensino de matemática.

Fonte: Dados da pesquisa

Sales et al. (2015) no seu estudo analisaram a negociação de sinais em libras como possibilidade de ensino e de aprendizagem de geometria. No entanto, em sua pesquisa, notam a ausência de sinais específicos, em Libras, para representar alguns elementos de geometria e a dificuldade que os alunos surdos têm em representar a geometria.

Fuentes e Viader (2013), no seu estudo onde observam estratégias e buscam soluções, assim como a resolução de operações por adolescentes surdos, avaliam a responsabilidade da instrução no atraso das crianças surdas na área da matemática na educação básica. Levando os autores a afirmar que o ensino deve adaptar-se às necessidades comunicativas dos estudantes surdos.

Com a investigação sobre o uso do multiplano por alunos surdos e o desenvolvimento do pensamento geométrico, Arnoldo Junior et al. (2013) avaliam que o estudo possibilitou observar que os classificadores de libras não têm apenas função comunicativa, pois são indispensáveis para a formação e estruturação do pensamento. Os autores concluem a discussão, dizendo que é emergente a convenção de classificadores de libras e a emancipação de sinais em educação matemática.

No Quadro 2 são apresentados o nível de ensino, a idade dos alunos investigados, a temática e o método utilizados nas pesquisas inclusas no artigo.

Autor /Ano	Ensino	Idade (anos)	Temática	Método
Heloiza H. B. (2014)	Educação Infantil	5 a 6	Tarefas experimentais	ANOVA
Fernandes e Healy (2016)	Fundamental 9º ano	18 a 31	LOGO	Micromundo MATHSTICKS
Sales et al. (2015)	Fundamental 5º ano	10 a 13	Geometria	Sistema de notação em palavras
Fuentes e Viader (2013)	Fundamental	12 a 15	Resolução de operações	Contas de subtração e adição
Arnoldo Junior et al. (2013)	Fundamental	18 a 35	Geometria	Multiplano

Quadro 2 – Principais características dos artigos analisados na revisão sistemática

Fonte: Dados da pesquisa

Observou-se com base nos estudos encontrados, que existe uma preocupação maior em adaptar e ensinar matemática para educandos surdos no ensino fundamental. E a matéria, dentro da disciplina da matemática, que mais possibilita essa aproximação com os sinais em Libras é a geometria, segundo os achados.

Os métodos adotados pelos autores para a inclusão da matemática no contexto escolar, variaram, sempre na tentativa de uma melhor aproximação com a língua dos sinais. Na pesquisa os educandos apresentaram idade mínima é de 5 anos e a máxima de 35 anos.

A língua de sinais, ou Língua Brasileira de Sinais – Libras, embora reconhecida por lei (Brasil, 2002) e cujo ensino é garantido a partir da educação infantil (Brasil, 2005), é ainda muito recente em nosso país e pouquíssimas famílias sabem de que forma, onde e com quem seu filho surdo deve aprender a língua dos sinais. De acordo com a lei as instituições de ensino devem garantir às pessoas surdas o acesso à comunicação em todos os níveis, etapas e modalidades da educação, desde a Educação Infantil até à Superior.

No estudo de Silva (2002) é discutido de forma aprofundada o brincar das crianças surdas, com idades entre 6 e 7 anos, ainda em fase de aprendizado da Libras. A pesquisa do autor retrata o uso de brincadeiras no grupo, como: carrinho e boneca, e jogos de faz-de-conta; mostrando como resultado o desenvolvimento de funções psíquicas, apropriação do universo cultural, imersão na linguagem, aprendizado de novos conceitos, ampliação do conhecimento de língua e a interação entre as crianças, tudo isso permeado por significados e sentidos diversos.

Pensando na pesquisa de Silva é pertinente refletir o quanto é importante na infância que o professor introduza a matemática por meio de brincadeiras, jogos, como por exemplo utilizando figuras geométricas. A criança pode aprender e assimilar conceitos matemáticos naturalmente e brincando, vindo no futuro desta a ajudar a formar uma linguagem matemática.

Pouquíssimas pesquisas abordam o ensino de libras na pré-escola, por se tratar de um assunto recente e pouco explorado por pesquisadores. Porém requer mais atenção e estudo, para que nossas crianças surdas possam ter uma vida de qualidade e sejam inseridas no ambiente escolar e social.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A sociedade vem ampliando gradativamente a importância da inclusão social, principalmente em ambientes escolares, logo, juntamente com a família e os professores, estes precisam estar preparados. É preciso que o educador busque permanentemente se capacitar; a adaptação e a diversificação de conteúdos devem fazer parte de uma preparação para que a aprendizagem ocorra, a fim que os mesmos se sintam satisfeitos e iguais a todos os outros alunos, sem exclusão e sem preconceitos.

Neste estudo foi encontrado muitas dificuldades para a inclusão dos artigos que retratassem sobre a inclusão de alunos surdos no contexto escolar. Em relação a língua dos sinais como possibilidade de ensino de matemática foram maiores ainda as dificuldades. Vindo a mostrar que o assunto é de enorme relevância, visto que a matemática desperta no educando o interesse pela construção, o raciocínio lógico e torna o indivíduo um ser crítico.

Em todos os estudos foram relatados que os estudantes surdos conheciam a língua dos sinais, mais não conheciam nenhum símbolo matemático, expressão, figura geométrica e a construção de números, consequentemente apresentaram dificuldades e déficit no raciocínio lógico.

Por fim, acredita-se que os cursos de licenciatura em matemática assim como os da pedagogia, necessitam capacitar seus graduandos com condições que permitam a realização de uma educação inclusiva, evitando a exclusão e o fracasso escolar em relação aos educandos surdos. Formando um novo legado de profissionais responsáveis, acolhedores e que se permitam inovar e buscar toda e qualquer fonte de conhecimento que agregue qualidade na vida dos estudantes surdos.

Este estudo será ampliado para investigar outras pesquisas que foram realizadas em outros países, relacionando educação inclusiva com o ensino da matemática, assim como dificuldade dos educandos surdos com a linguagem matemática e a língua dos sinais como possibilidade de ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

ARNALDO JR. et al. **O uso do multiplano por alunos surdos e o desenvolvimento do pensamento geométrico**. Cad. Cedes, Campinas, v. 33, n. 91, p. 387-409, set.-dez. 2013.

BARBOSA, H. **Conceitos matemáticos iniciais e linguagem: um estudo comparativo entre crianças surdas e ouvintes**. Educação e Pesquisa 40(1):163-179 · March 2014.

BRASIL. **Decreto Nº 5.626. Regulamenta a Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras, e o art. 18 da Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000**. Publicada no Diário Oficial da União em 22/12/2005.

BOOTH, Tony & AINSCOW, Mel. **Para a Inclusão: Desenvolvendo a aprendizagem e a participação na escola.** Tradução: Mônica Pereira dos Santos, Versão Português Brasileiro. Produzido pelo Laboratório de Pesquisa, Estudos e Apoio à Participação e à Diversidade em Educação - LaPEADE, FE-UFRJ: 2002. Disponível em: http://www.eenet.org.uk/index_inclusion/Index%20Portuguese%20Brazil.pdf. Acesso em: 15 nov. 2016.

CUKIERKORN, M. M. O. B. A **Escolaridade Especial do Deficiente Auditivo: Estudo Crítico Sobre os Procedimentos Didáticos Especiais**. 1996. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1996.

FERREIRA, M.C ; FERREIRA, J.R. **Sobre inclusão, políticas públicas e práticas pedagógicas.** In: GÓES, M.C. ; LAPLANE, A.L.F. (Orgs.) *Políticas e práticas de educação inclusiva.* 2.ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

FERNANDES, S.; HEALY L. **A emergência do pensamento algébrico nas atividades de aprendizes surdos.** Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v22n1/1516-7313-ciedu-22-01-0237.pdf Acesso em: 19 out. 2016.

GLENNON, V. J. **The Mathematical Education of Exceptional Children and Youth**. Reston, V. A.: National Council of Teachers of Mathematics, 1981.

KIDD, S. A. & MADSEN. **Educação da Criança Excepcional (Tradução de M. Z. Sanvicente)**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

MACHADO, A.; CEOLIN, T.; NEHRING, C. **Ensinando Matemática para deficientes visuais: uma possibilidade de inclusão**. In: X Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2009, Ijuí. *Anais...* Ijui: EGEM, 2009. 1 CD-ROM.

RUDNER, L. M. (1978). **Using Standard Tests with the Hearing Impaired: The problem of item bias.** Volta Review, 80(1), 31–40.

SALES et al. **A Negociação de Sinais em Libras como Possibilidade de Ensino e de Aprendizagem de Geometria.** Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a23 Acesso em: 19 out. 2016.

SANTOS, Mônica Pereira. **A inclusão da criança com necessidades educacionais especiais.** São

Paulo, 2001. Disponível em: Educação On-line www.educacaoonline.pro.br. Acesso em: 15 nov. 2016.

__________. **O papel do ensino superior na proposta de uma educação inclusiva**. Revista da Faculdade de Educação da UFF - n. 7.p.78-91. Maio, 2003.

SILVA, D.N.H. **Como brincam as crianças surdas**. São Paulo: Plexus Editora, 2002.

SILVA, Ana Patrícia da. **O Professor de educação física como agente do processo inclusivo In: Inclusão em Educação: Culturas, políticas e práticas**. 01 ed. v.01, p. 69-81.São Paulo: Cortez, 2006.

VIADE, M.; FUENTES, M. **Observando estratégias e buscando soluções: a resolução de operações por adolescentes surdos**. Cad. Cedes, Campinas, v. 33, n. 91, p. 369-386, set.-dez. 2013.

ZUFFI, E.M.; JACOMELLI C.V.; PALOMBO R.D. **Pesquisa sobre a inclusão de alunos com necessidades especiais no Brasil e a aprendizagem em matemática.** In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011, Recife. *Anais...* Recife: CIAEM, 2007. 1-CDROM.

CAPÍTULO 8

UM OLHAR SOBRE A FACE OCULTA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA ENVOLVENDO SISTEMAS LINEARES

Wagner Gomes Barroso Abrantes
UNIAN – São Paulo – SP

Tula Maria Rocha Morais
UFVJM – Teófilo Otoni – MG
UNIAN – São Paulo – SP

Luiz Gonzaga Xavier de Barros
UNIAN – São Paulo – SP

RESUMO: O presente artigo objetiva apresentar um estudo sobre os registros de representações semióticas (Duval, 1993) presentes em atividades sobre sistemas lineares desenvolvidas por alunos do Ensino Médio de um colégio particular na cidade do Rio de Janeiro. Utilizou-se como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representações Semióticas proposta por Raymond Duval (1988, 2003, 2011). Pretendeu-se na pesquisa identificar aquilo que Duval denomina a "face oculta" presente em atividades matemáticas. Neste caso selecionamos atividades envolvendo sistemas lineares mais especificamente a semiosfera da designação, por se tratar de trabalho desenvolvido no terreno algébrico. Desta forma, foi elaborada uma atividade que apresenta sistemas lineares com duas equações e duas variáveis, e os alunos foram motivados a apresentar dois registros diferentes para a mesma situação. Os estudos revelaram que em sistemas lineares 88% dos alunos utilizaram o registro algébrico, 29% o registro gráfico e 41% o registro numérico. Revelaram também que 29% dos alunos realizaram conversões do registro algébrico para o registro gráfico e 29% do registro algébrico para o registro numérico. Sobre a face oculta, a pesquisa mostrou que atividades envolvendo conversões evidenciam dificuldades dos alunos no conceito sistemas de equações lineares, já que 98% errou a segunda atividade proposta.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática, registros de representações semióticas, matemática, sistemas de equações lineares.

ABSTRACT: The present article has as goal presenting a study about registers of semiotic representation (Duval, 1993) which appear in activities about linear systems developed by undergraduate students in a course in Rio de Janeiro city. The Semiotic Representations Registers Theory proposed by Raymond Duval (1988, 2003, 2011) was used as the theory support. In the search one intended identify that Duval calls the "hidden face present in mathematical activities", in this case, activities about linear systems. An activity that presents linear systems with two equations and two variables was elaborated, and the students were motivated to show two different registers to the same situation. The studies revealed that in linear systems, 88% of the students used the

algebraic register, 29% the graphical register and 41% the numerical register. They also revealed that 29% of the students realized conversions from the algebraic register to the graphical register and 29% from the algebraic register to the numerical. About the hidden face, the research has shown that activities involving conversions evidenced students' difficulties in the concept systems of linear equations, since 98% missed the second proposed activity.
KEYWORDS: Mathematics Education, registers of semiotic representations, mathematics, linear systems of equations.

1 I INTRODUÇÃO

A preocupação com o ensino de matemática no Brasil não é recente, e principalmente no que se refere aos estudos envolvendo os diversos registros utilizados para representar os objetos matemáticos. Em 2017, Pontes, Finck e Nunes (2017) apresentaram um estado da arte sobre setenta e cinco pesquisas envolvendo os registros de representação semiótica no período de 2010 a 2015, visando identificar os procedimentos metodológicos e aspectos da teoria mais recorrentes nas pesquisas brasileiras. Os resultados revelaram predominância de pesquisas voltadas à Educação Básica. Dentre os objetos matemáticos investigados, houve maior incidência de trabalhos envolvendo geometria, funções e equações. Com relação aos registros de representações semióticas, a preferência encontrada foi por abordagens voltadas à formação, tratamento e conversão de registros e, à congruência e não congruência de conversões.

Na pesquisa desenvolvida por Ferreira e Gomes (1996) sobre a utilização de registros de sistemas lineares com quatro professores da Educação Básica, mais especificamente sobre a interpretação geométrica, os resultados evidenciaram predominância de registros algébricos quando se trata de sistemas lineares. Além disto, os autores perceberam que a representação geométrica pouca é utilizada no Ensino Fundamental.

Ampliando o cenário para o ensino superior, nos deparamos com pesquisas envolvendo dificuldades acentuadas dos alunos ao realizar conversões, mudanças de registros envolvendo o mesmo objeto de estudo. Exemplo disto pode ser encontrado no estudo de uma turma de cálculo de duas variáveis, em que Barros e Karrer (2011) analisaram as produções de alunos universitários em uma atividade sobre representações de regiões do plano, que solicitava conversões entre representações de registros algébricos, cartesiano e numérico. Nele foram detectadas fragilidades conceituais e pequeno índice de acertos na conversão do registro cartesiano para o algébrico. Ainda segundo os autores, em outra pesquisa sobre probabilidade e a conversão de registros do algébrico para a língua materna, os resultados apontaram dificuldades na compreensão do conceito de probabilidade, nas operações com conjuntos e, um menor desempenho nas conversões entre representações partindo do registro simbólico para o da língua natural.

Além destes, muitos são os trabalhos envolvendo os registros de representação. Percebe-se desta forma um número significativo de estudos envolvendo o processo ensino aprendizagem da matemática associado aos registros de representação semiótica. No entanto, as pesquisas também confirmam dificuldades dos alunos na compreensão de conceitos matemáticos confirmados pelos estudos das transformações de representações semióticas. Razão pela qual, propomos um novo olhar sobre os registros de representação semiótica que possa subsidiar o trabalho do professor. Nossa intenção é descobrir o que as atividades matemáticas envolvendo conversões podem nos dizer sobre a "face oculta" relativa à aprendizagem dos alunos. Assim, foram preparadas duas atividades escritas sobre sistemas lineares com duas equações e duas variáveis: uma apresentada por meio de uma situação problema escrita em língua natural solicitando sua resolução com o uso de pelo menos dois registros distintos e outra cujo enunciado envolvia a conversão de uma representação semiótica no registro gráfico para outras representações em outros registros a escolha dos alunos. A aplicação envolveu aproximadamente 40 alunos de duas turmas da segunda série do Ensino Médio de uma escola da cidade do Rio de Janeiro.

2 I SOBRE OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi criada por Raymond Duval na década de 70 e vem sendo desenvolvida por esse pesquisador francês ao longo de diversos livros e artigos (DUVAL, 1988, 1993, 1996, 1995, 2003, 2009, 2011). Seu livro "*Sémiosis et Pensée Humaine: registres sémiotiques et appprentissages intellectuels*" (DUVAL, 1995) é o marco maior dessa teoria.

Sobre a origem dessa teoria, Duval, em entrevista a Revista Paranaense de Educação Matemática em 2013, esclarece que ela foi o resultado de pesquisas desenvolvidas em sala de aula, que permitiram a observação de grande variedade de formas de linguagem nas atividades matemáticas, principalmente no ensino de geometria. Ele percebeu que a linguagem natural ocupava espaço considerável em geometria para raciocínios que envolviam vocabulário técnico e, que havia um esforço ao tentar substituir as palavras da língua natural para o uso de sinais e símbolos que designavam objetos matemáticos, o que gerava dificuldades de compreensão por parte dos alunos. Ouvindo os professores percebeu que os mesmos atribuíam a dificuldade dos alunos ao domínio da linguagem. Fato que direcionou seu trabalho para as representações dos objetos matemáticos.

Um sistema semiótico é por ele considerado como um conjunto de signos, com regras específicas de funcionamento, destinados à comunicação, tratamento e objetivação de informações. Entende-se por representação semiótica o resultado de uma ação que lembre o objeto a ser representado e que se estruture vinculada a um sistema semiótico. Deve ser enfatizado que uma representação semiótica de um objeto não pode ser confundida com o próprio objeto. Por exemplo, o gráfico de uma função não pode ser confundido com a própria função.

Segundo Duval, o caráter cognitivo e epistemológico da matemática a difere das demais ciências, o que em sua opinião corrobora o fato do acesso ao conhecimento matemático passar necessariamente por representações semióticas, ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente observáveis mesmo que com o auxílio de instrumentos como ocorre em outras ciências. Eles somente são acessados de forma indireta por meio das representações.

> "A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação." (DUVAL, 2003, p.14)

Nessa perspectiva, a aprendizagem matemática está associada à apreensão das diferentes possibilidades de representação dos objetos matemáticos. Ainda segundo o autor, há duas transformações cognitivas possíveis para as representações semióticas: o tratamento e a conversão. O tratamento é a transformação de uma representação semiótica em outra dentro do mesmo sistema semiótico onde a representação inicial foi produzida. A conversão é a transformação de uma representação semiótica em outra representação num sistema semiótico diferente do sistema semiótico em que a representação original foi produzida. Um sistema semiótico que permite que as representações semióticas produzidas nele possam sofrer essas duas transformações cognitivas se chama um registro de representações semióticas. Dessa forma ambas transformações, tratamentos e conversões, favorecem o processo de ensino e aprendizagem matemática. O autor complementa ainda que a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica distintos, isto é, o domínio de uma conversão, e da conversão inversa, de uma representação de um objeto matemático.

No caso específico de sistemas de equações lineares, os dois registros importantes, além do registro da língua natural, são o registro algébrico e o registro gráfico. Saber converter um sistema de equações lineares representado no registro algébrico para uma representação num sistema cartesiano, e vice-versa, é fundamental para compreensão desse conceito.

Os estudos sobre os registros de representação semiótica auxiliam à compreensão, por meio de duas faces da atividade matemática. A primeira denominada por Duval de *exposta* "*que corresponde aos objetos matemáticos (números, funções, equações, polígonos, poliedros, etc.), às suas propriedades, às fórmulas e algoritmos aos quais eles dão origem, às demonstrações*." (DUVAL, 2013) e a segunda de *oculta* "*que corresponde aos gestos intelectuais que constituem o caráter cognitivo e epistemológico específicos da matemática*." (DUVAL, 2013)

Para o autor, o termo "face oculta" é atribuído à atividade que não é diretamente perceptível em relação ao trabalho observado em sala de aula, sua ocorrência pode se manifestar indiretamente por meio de bloqueios ou erros recorrentes dos alunos.

Nessa perspectiva, as dificuldades em matemática vivenciadas por alunos podem estar relacionadas ao não reconhecimento de um dado objeto matemático quando expresso por representações semióticas produzidas em dois registros diferentes. No caso de sistemas de equações lineares por exemplo, a conversão envolve dentre outros registros o gráfico e algébrico (expressos por equações) com as respectivas especificidades no interior de cada um deles. Se de um lado temos as variáveis visuais próprias dos gráficos (inclinação, intersecção com os eixos, quadrantes, etc), de outro os valores escalares das equações (coeficientes positivos ou negativos, maior ou igual a 1, etc) e fazer a conversão de um para outro envolve a mobilização de funções cognitivas e consequentemente maior apreensão do conceito de sistemas de equações lineares.

Segundo Duval, propor tarefas em função de variáveis cognitivas concernentes á fase oculta da atividade matemática é essencial para a aprendizagem, razão pela qual propomos esse estudo.

3 I METODOLOGIA

Esta pesquisa foi realizada em um colégio privado no bairro da Ilha do Governador, Zona Norte do Rio de Janeiro. Foram tomadas separadamente duas turmas do 2º ano do Ensino Médio. Participaram da atividade 18 alunos da primeira turma e 17 da segunda. Os alunos foram organizados em dupla e a escolha dos pares foi livre. Na segunda turma, houve a formação de um trio, pois havia um número ímpar de alunos. Cada dupla recebeu uma atividade contendo as duas situações abaixo descritas. A tarefa proposta era relativa aos sistemas lineares 2x2 e consistia na resolução de duas situações-problemas discursivas. O tempo previsto para desenvolvimento da atividade foi de uma hora e quarenta minutos.

Questão 01: Em um jogo valendo pela Liga Nacional de Basquete – NBB ocorrido no dia 27 de março de 2018, Flamengo e Vitória se enfrentaram pela 28ª rodada. Devido a compromissos pessoais, Roberto não pôde assistir ao jogo, mas após o horário de término da partida, ele acessou um *site* de notícias e viu a seguinte manchete: "Flamengo e Vitória fazem jogo de 164 pontos". Sem conseguir acessar o restante da matéria, Roberto conectou outro *site* de notícias e leu a seguinte manchete: "Flamengo vence Vitória por 14 pontos de diferença". Sem conseguir acessar o restante dessa matéria, Roberto decidiu calcular a pontuação obtida por Flamengo e Vitória. Apresente duas possíveis representações para fazer esse cálculo e determine a pontuação de ambos os times.

Figura 1- Situação proposta na língua natural

Questão 02: Na figura abaixo estão representadas quatro retas *r, s, t* e *u*. Sendo *r // s* e *r // t, e*scolha duas retas e construa um sistema linear que seja compatível com as duas retas escolhidas.

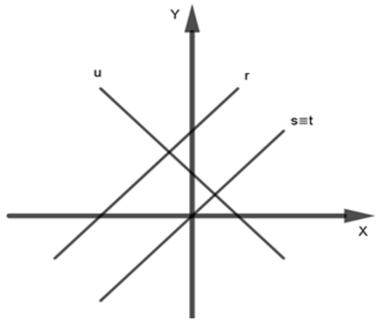


Figura 2- Situação proposta por meio da interpretação geométrica

4 I COMPREENDENDO OS DADOS

A partir dos dados coletados, pode-se observar que na primeira turma todos acertaram a primeira situação utilizando o registro algébrico. Desses, cinco apresentaram como segundo registro o gráfico, ou seja, realizaram uma conversão do registro algébrico para o registro gráfico com sucesso manipulando as equações, variáveis, coeficientes e no gráfico, inclinação, intersecção com os eixos, quadrantes. Três duplas utilizaram apenas um único registro de representação, o algébrico. Portanto, não conseguiram realizar a conversão além daquela que envolve o enunciado na língua natural para o registro algébrico.

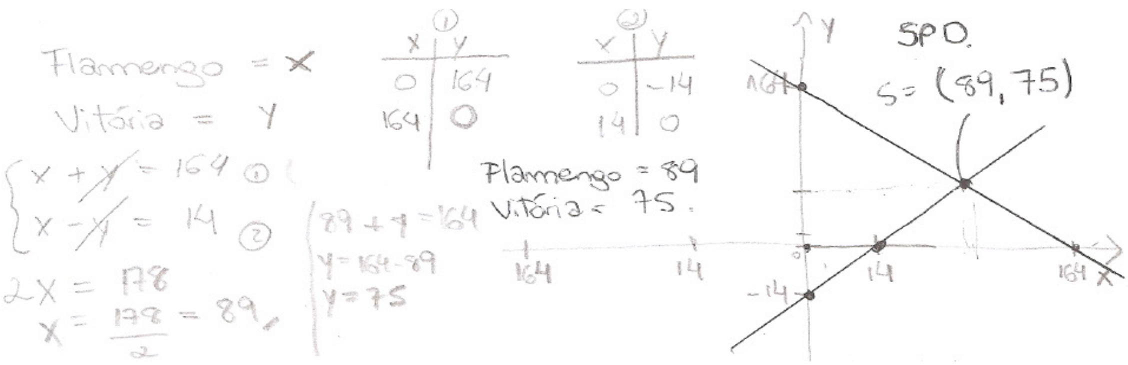


Figura 3- Resolução da situação 1 apresentada pela dupla A

Na segunda turma, nenhuma dupla utilizou o registro de representação gráfica. Das nove duplas dessa turma, sete apresentaram corretamente a representação algébrica por meio do sistema linear 2x2. Interessante observar que cinco duplas apresentaram como segundo registro de representação, o numérico, e fizeram a conversão do registro numérico para o algébrico indicando provavelmente a generalização do pensamento aritmético conforme figura 4. Duas duplas apresentaram apenas o registro na representação numérica.

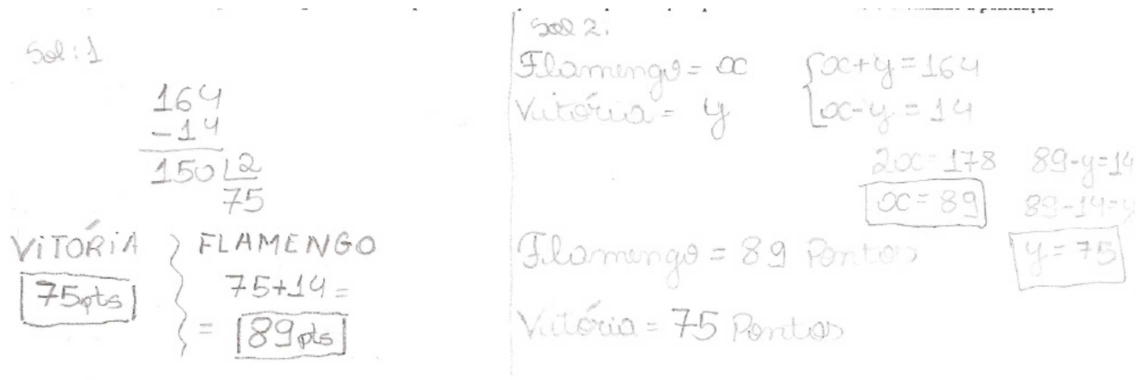


Figura 4 - Situação 1 solução apresentada pela dupla B

Analisando a segunda questão, que solicitava a conversão a partir da interpretação gráfica para outro registro de representação semiótica à escolha do aluno, encontramos um cenário diferente da primeira situação.

Na primeira turma, nenhuma dupla acertou integralmente a questão e uma dupla deixou em branco. Na segunda turma, apenas uma dupla acertou integralmente a situação proposta e duas deixaram em branco. O que comprova um grau de dificuldade maior na segunda situação em relação à primeira.

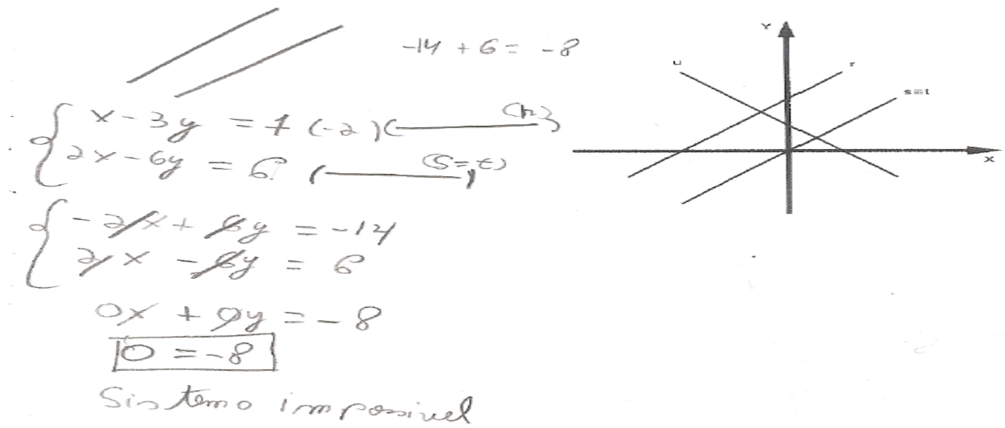


Figura 5- Situação 2 solução apresentada pela dupla C

Pela solução apresentada pela dupla C, é possível observar que, ao fazer a conversão do registro gráfico para o algébrico, os alunos representaram duas retas paralelas. No entanto, os alunos cometeram um erro que fica visível na conversão realizada, já que as equações por eles escolhidas no registro algébrico para representar as retas *s* e *t,* não passam pela origem, o que não condiz com a imagem dada no enunciado. Há também um erro no registro algébrico da reta *r,* pois a equação apresentada não caracteriza uma reta que intersecta o semieixo positivo das ordenadas.

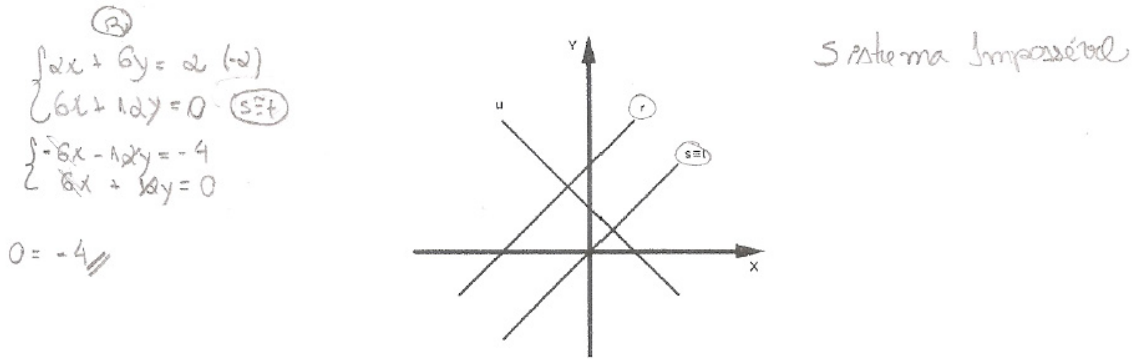


Figura 6 - Situação 2 solução apresentada pela dupla D

Outro equívoco pode ser observado na solução da dupla D. Veja que o registro algébrico escolhido pela dupla para representar a reta *r* e as retas *s* e *t* resulta em retas paralelas decrescentes, porém as retas são crescentes quando representadas graficamente.

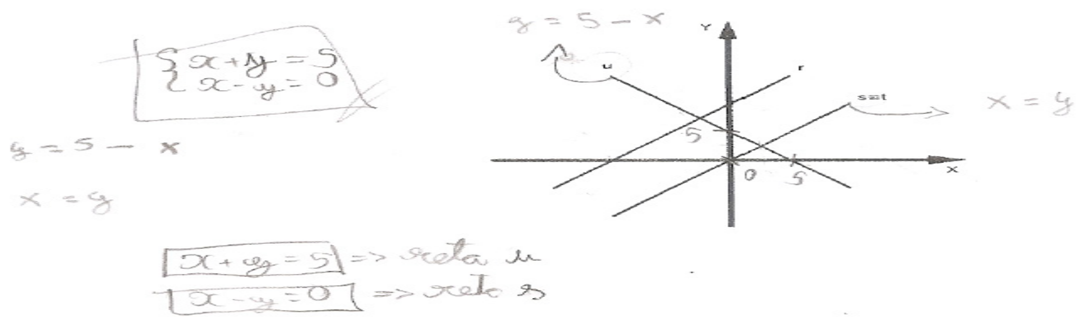


Figura 7 - Situação 2 solução apresentada pela dupla E

A dupla E escolheu as retas *u* e *s*, porém o registro algébrico apresentado após a conversão contém duas equações que representam retas concorrentes que se intersectam no primeiro quadrante. Porém, ao observarmos o gráfico, nota-se que as retas escolhidas se intersectam no segundo quadrante.

Esse tipo de atividade torna evidente os conhecimentos matemáticos que deveriam ser mobilizados pelos alunos, ou seja, a relação existente entre os coeficientes das incógnitas e os termos independentes nas equações das retas e sua representações geométricas. Esses são os elementos constituintes da "face oculta", os denominados gestos intelectuais propostos por Duval.

5 I CONSIDERAÇÕES

A presente pesquisa teve como objetivo identificar, por meio dos registros de representação semiótica, aspectos relacionados aos gestos intelectuais presentes nas atividades matemáticas propostas a alunos do Ensino Médio. Por esta razão, elaboramos atividades que privilegiassem tratamentos e conversões, de modo a permitir a visualização da “face oculta” da atividade matemática diante de situações envolvendo o objeto matemático sistemas lineares 2x2.

Das dezessete duplas que participaram da aplicação da atividade, quinze acertaram a primeira situação proposta. Desses, dez conseguiram apresentar dois tipos de registros distintos e corretos para primeira questão, ou seja, realizaram satisfatoriamente a conversão de registros. A atividade nos permitiu encontrar conversões do registro algébrico para o gráfico nas respostas de cinco duplas, do aritmético para o algébrico em cinco duplas. Vale ressaltar que não houve nenhum caso de conversões envolvendo o registro aritmético para o gráfico, o que pode dar indícios de que atividades que privilegiem tal conversão não sejam trabalhadas pelo professor e ou nem aparecem com frequência nos livros didáticos. Outra razão pode estar associada à mobilização de conhecimentos sobre escala, o que nos remete a “face oculta” discutida por Duval (2013).

A segunda atividade proposta apresentou um grande número de erros. Acreditamos que tal realidade esteja relacionada ao fato de envolver a “face oculta” dos sistemas lineares. Isto porque a questão mobilizava conhecimentos que provavelmente sejam familiares aos alunos em contextos isolados, como as diferentes relações entre os coeficientes reais das incógnitas e os termos independentes nos registros algébricos que são uteis para interpretar as posições relativas entre as retas e as características de cada reta no registro gráfico. No entanto, diante de uma situação não usual ou em contextos distintos, os alunos não identificaram essa “face oculta”, não reconhecendo essas relações ao escrever um sistema linear com equações que não respeitam certas características das retas expostas no registro gráfico. Percebemos assim, que essa investigação corrobora com Duval (2013) quando destaca no ensino o desenvolvimento da “face oculta” presente na teoria dos registros de representação semiótica, ou seja, o desenvolvimento dos gestos intelectuais pode garantir aprendizagem matemática, já que mobilizam muitos conhecimentos à ele inerente.

Essa investigação fomentou nos pesquisadores um novo olhar sobre a contribuição dos registros de representação semiótica proposto por Duval (1995), assim como a necessidade de aprofundar estudos sobre a face oculta em situações de aprendizagem matemática.

REFERÊNCIAS

BARROS, L. G. X. **Uma introdução ingênua à Teoria dos Registros de Representações Semióticas**. Revista Ceciliana, V. 22, p. 33 – 41, 2011.

BARROS, L. G. X.; KARRER, M. (2011). **Análise de uma atividade sobre regiões do plano segundo os registros de representações semióticas**. In: Anais do XIII CIAEM – Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife: UFPE.

BRANDT, C. F; MORETTI, M.. **O cenário da pesquisa no campo da educação matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Perspectiva da Educação Matemática.

Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 22-37. 2014.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T.; BASSOI, T. S. **Estudo das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos**. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, v. 16, n. 2, p. 479-503, 2014.

DIONIZIO, Fátima Q.; BRANDT, Celia F.; MORETTI, Méricles T. **Emprego das Funções Discursivas da Linguagem na Compreensão de Erros de Alunos em uma atividade que envolve Noções de Trigonometria**. Perspectivas da Educação Matemática. v. 7 (Número temático: Didática da Matemática), 2014. Disponível em http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/901. Acesso em 10 de junho de 2018.

__________. (1995). **Sémiosis et Pensée Humaine: registres sémiotiques et appprentissages intellectuels**. Bern: Peter Lang.

DUVAL, R. **Registro de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D A. (Org.) Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.-33.

______ . **Semiose e pensamento humano: registro de representação semiótica e aprendizagens intelectuais** (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels): (fascículo I). Tradução: Lênio F. Ley e Marisa R. A. da Silveira. São Paulo: Editora da Física, 2009.

______ . **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011a.

______ . **Gráficos e equações: a articulação de dois registros**. REVEMAT: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011b.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis, v.7, n.2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, R. **Gráficos e equações: a articulação de dois registros**. Trad. MORETTI, M. T. REVEMAT, v.6, n. 2, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2011. Revista Paranaense de Educação de Educação Matemática. Disponível em <www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat> Acesso em 05 de junho de 2018.

DUVAL, R. **Questions épistémologiques et cognitives, avant d'entrer dans une classe de mathématiques**. Texto a ser publicado em francês e português em 2016 na REVEMAT.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 2, p. 10-34, 2013.

FERREIRA, M.C.C.; GOMES, M.L.M.. **Sobre o ensino de sistemas lineares**. SBM, Revista do Professor de Matemática (RPM), Rio de Janeiro, v.32, p.9–16, 1996.

PONTES, H.M.S; BRANDT, C.F.; NUNES, A.L.R. **O estado da arte da teoria dos registrs de representação semiótica na educação matemática**. Revista PUCSP, São Paulo, 2017. Disponível em DOI: http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p297-325. Acesso em 15 de junho de 2018.

CAPÍTULO 9

UM MÉTODO PARA FACILITAR A RESOLUÇÃO DE DETERMINANTES

Fernando Cezar Gonçalves Manso
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campo Mourão – Paraná

Diego Aguiar da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campo Mourão – Paraná

Flávia Aparecida Reitz Cardoso
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campo Mourão – Paraná

RESUMO: Este estudo objetiva apresentar uma outra forma para resolver determinantes. O método é de Laplace e pode ser visto como uma generalização do método dos cofatores para cálculo de determinantes ou o método dos cofatores como um caso particular desse método, qual seja quando fixamos apenas 1 valor para *i* ou *j*. Didaticamente possibilita cálculos mais diretos. Computacionalmente é um algoritmo melhor pois possibilita, para matrizes de mesma ordem, um número menor de cálculos. O método é bem operacional até determinante de matriz de ordem 6 podendo se estender até matrizes de ordem 8. A partir de *n* > 8 faz-se necessário cálculos computacionais.

PALAVRAS-CHAVE: Métodos de resolução matemática. Algoritmos. Determinantes.

A METHOD TO FACILITATE THE RESOLUTION OF DETERMINANTS

ABSTRACT: This study aims to present another way to solve determinants. The method is from Laplace and can be seen as a generalization of the cofactors method for calculating determinants or the method of cofactors as a particular case of this method, which is when we fix only 1 value for *i* or *j*. Didatically enables more direct calculations. Computationally is a better algorithm because it allows, for matrices of the same order, a smaller number of calculations. The method is well operative until determinant of matrix of order 6 and can extend to matrices of order 8. From n> 8 it is necessary computational calculations.

KEYWORDS: Mathematical resolution methods. Algorithms. Determinants.

1 I INTRODUÇÃO

A história mostra que o início do estudo das Matrizes e Determinantes se deu pelos chineses por volta do século II a. C.. Entretanto, existem vestígios de estudos feitos pelos babilônios por volta do século IV a. C. que retratam a melhoria do manejo de terras com o intuito de aumentar a produção, e é nesse período que surgiram então os primeiros problemas com duas incógnitas. Somente mais tarde, os chineses, com seu grande interesse pelos diagramas, introduziram os sistemas de equações com duas ou três variáveis, que podem ser vistos no livro (de autor desconhecido) “Nove Capítulos sobre a Arte Matemática”. Em suas explicações, fazem o uso de métodos surpreendentes, à frente de sua época, que muito se assemelham dos métodos atuais de resolução, ajustando os coeficientes do sistema de *n* equações lineares em *n* incógnitas formando uma tabela (Boyer, 1974). Um problema comum, do livro chinês, é o que segue:

> Há três quantidades de grãos, das quais três fardos do primeiro tipo, dois do segundo e um do terceiro fazem 39 medidas. Dois do primeiro, três do segundo e um do terceiro fazem 34 medidas. E um do primeiro, dois do segundo e três do terceiro fazem 26 medidas. Quantas medidas de grãos estão contidas em um fardo de cada quantidade?

A partir deste livro, os estudos voltados às Matrizes e Determinantes só foram formalmente retomados a partir do século XVII, no Oriente, pelo maior matemático da época, o japonês SekiKowa (1642 - 1708), que resgatou as ideias chinesas e as sistematizou, mostrando os determinantes e como resolvê-los associando a um quadrado de números. A partir disto, com todo contexto de revolução intelectual da época, foi desencadeada a curiosidade de muitos matemáticos. Quase que ao mesmo tempo, agora no Ocidente, o matemático alemão Gottfried Wilhelm Leibniz (1646 - 1760) em seu trabalho, por meio de determinantes, explicou como resolver um sistema de equações. Em 1750, Gabriel Cramer (1704 - 1752), estabeleceu uma regra geral para resolver sistemas de equações de *x* incógnitas por *x* variáveis. Porém, foi o francês Alexandre-Theóphile (1735 - 1793) que propôs a notação mais apropriada e completa sugerida até então, sendo o primeiro a separar o determinante do estudo de sistemas lineares, usando-os apenas como resolução destes. No ano seguinte, Pierre Simon de Laplace (1749 - 1827) descreveu seu importante teorema que permite a expansão através dos menores, e Joseph Louis Lagrange (1736 - 1813), em 1773, também descreveu um método para o desenvolvimento de determinantes. O francês Augustin Louis Cauchy (1789 - 1857) estabeleceu o termo que conhecemos como determinante, em 1812, em um artigo e deu uma demonstração do teorema da multiplicação de determinantes (Muir, 1930).

A consolidação dos estudos sobre determinantes ocorreu com o trabalho de Carl Gustav Jakob Jacobi (1804 - 1857), que tornou a notação mais simples. As matrizes (sim, as matrizes surgiram depois dos determinantes) e suas propriedades algébricas aparecem pela primeira vez apenas em 1839, apesar de se organizar, atualmente, as matrizes como conceito anterior ao estudo de determinantes (Muir, 1930).

2 I MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Tradicionalmente, os métodos de resolução dos determinantes são dados pelo Teorema de Laplace, Regra de Chió, Regra de Sarrus, Regra de Cramer, Método do

Escalonamento e Método de Dodgson, conforme desenvolvimento a seguir.

2.1 Teorema de Laplace

Astrônomo e matemático francês, Marquês de Pierre Simon de Laplace nasceu na localidade de Beumont-en-Auge, Província da Normandia em 28 de março de 1749. Formulou um importante método para resolver determinantes, o teorema de Laplace, que, utilizando o conceito do cofator, conduz o cálculo dos determinantes para regras que se aplicam a quaisquer matrizes quadradas de ordem $n \geq 2$ (Dante, 2009).

O método dos cofatores consiste em escolher uma das filas (linha ou coluna) da matriz e somar os produtos dos elementos dessa fila pelos seus respectivos cofatores. O método pode ser considerado proveitoso para matrizes de ordem maior ou igual a 4, pelo fato de haver métodos mais eficientes para matrizes quadradas de ordem menores a estas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Tomando-se a primeira coluna, tem-se que det (A) = $a_{11}.A_{11}+a_{21}.A_{21}+a_{31}.A_{31}$ no qual A_{ij} é o cofator do elemento a_{ij} e sua representação final é dada por:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j}.\, D_{ij}$$

Exemplificando-se, toma-se uma matriz de ordem 4 na qual será aplicado o método dos cofatores para encontrar o seu determinante:

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

De acordo com o método, devemos escolher uma fila (linha ou coluna) para calcular o determinante. Vamos utilizar a primeira coluna:

$$\det C = (2)A_{11} + (0)A_{21} + (3)A_{31} + (1)A_{41}$$

Precisamos então encontrar os valores dos cofatores:

$$A_{11} = (-1)^{1+1}.D_{11}$$

$$A_{11} = (-1)^2.\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{11} = 1.3$$

$$A_{11} = 3$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1}.D_{31}$$

$$A_{31} = (-1)^4.\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{31} = 1.1$$

$$A_{31} = 1$$

$$A_{41} = (-1)^{4+1}.D_{41}$$

$$A_{41} = (-1)^5.\begin{vmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_{41} = (-1).(-27)$$

$$A_{41} = 27$$

Sendo assim, pelo método dos cofatores, o determinante da matriz *C* é dado pela seguinte expressão:

$$\det C = (2)A_{11} + (0)A_{21} + (3)A_{31} + (1)A_{41}$$

$$\det C = (2)3 + (0)A_{21} + (3)1 + (1)27$$

$$\det C = 36$$

Não foi preciso calcular o cofator do elemento da matriz que era igual a zero, afinal, ao multiplicar o cofator, o resultado seria zero de qualquer forma. Diante disso, quando se depara com matrizes que possuem muitos zeros em alguma de suas filas, a utilização do método dos cofatores se torna interessante, pois não será necessário calcular diversos termos.

2.2 Regra de Sarrus

O matemático Pierre Frédéric Sarrus (1789-1861), nascido em Saint-Affrique, foi responsável pela regra utilizada no cálculo de determinantes de matrizes quadradas de ordem 3. Sua aplicação permite o cálculo de maneira prática, relacionando a diagonal principal com a diagonal secundária.

O método consiste inicialmente em repetir as duas primeiras colunas ao lado da terceira, afim de obter a soma do produto dos elementos da diagonal principal com os dois produtos obtidos pela multiplicação dos elementos das paralelas a essa diagonal (a soma deve proceder com um sinal positivo). Por fim, deve-se obter a soma do produto dos elementos da diagonal secundária com os dois produtos obtidos pela multiplicação dos elementos das paralelas a essa diagonal (a soma deve proceder com um sinal negativo).

Assim, para matrizes de ordem maior que 3, deve-se empregar o método dos cofatores para chegar a determinantes de ordem 3 e depois aplicar a regra de Sarrus (Dante, 2009).

Dado o determinante de ordem 3x3, veja como aplicar a Regra de Sarrus.

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

Repete-se as duas primeiras colunas:

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Multiplicam-se os elementos das diagonais secundárias e os elementos das diagonais principais. Sendo que os produtos das diagonais secundárias devem ter seus sinais invertidos, ficando da seguinte forma o valor numérico desse determinante:

$$\det C = -2 + 6 - 5$$

$$\det C = -1$$

Todos os determinantes de ordem 3 serão resolvidos seguindo esse mesmo processo.

2.3 Regra de Chió

Felice Chió, (1813-1871) foi um matemático e político italiano. Sua regra, (a regra de Chió) proporciona calcular o determinante de uma matriz de ordem *n -1* por meio de uma matriz de ordem *n -1* (isto é, uma ordem abaixo). Há uma condição importante para a aplicação do processo da regra de Chió, o primeiro elemento da matriz, o elemento a_{11} deve corresponder ao a_{11}. Assim se faz possível aplicar o processo da regra de Chió primeiramente suprimindo a primeira linha e a primeira coluna da matriz, e dos elementos que restaram na matriz, subtrai-se o produto dos dois elementos suprimidos (um da linha e o outro da coluna) correspondente a este elemento restante e, por fim, obtém-se uma nova matriz, com ordem menor, mas com determinante igual à matriz original (Dantes, 2009).

Para uma melhor compreensão destes passos, vejamos um exemplo utilizando o processo da regra de Chió.

$$A_{5x5} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

Temos uma matriz quadrada de ordem 5. Sabemos que não é possível aplicar a regra de Sarrus para calcular este determinante, com isso buscaremos baixar a ordem desta matriz. Desse modo, a fim de encontrar seu valor, utilizaremos alguma propriedade de determinantes.

Veja que o primeiro elemento da matriz equivale a_1 (a_{11} = 1), logo, é possível aplicar a regra de Chió. Façamos o procedimento:

$$A_{5x5} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 7 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

Destacamos os elementos que serão suprimidos; agora iremos montar a nossa matriz de menor ordem seguindo o segundo passo da regra:

$$A_{4x4} = \begin{bmatrix} 3-1.2 & 7-1.5 & 3-1.3 & 4-1.2 \\ 5-0.2 & 2-0.5 & 2-0.3 & 1-0.2 \\ 3-1.2 & 0-1.5 & 1-1.3 & 2-1.2 \\ 6-0.2 & 7-0.5 & 4-0.3 & 7-0.2 \end{bmatrix}. \textit{ Subtraindo os elementos suprimidos:}$$

$$A_{4x4} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & -2 & 0 \\ 6 & 7 & 4 & 7 \end{bmatrix}. \textit{ Note que podemos utilizar a regra de Chió novamente:}$$

$$A_{3x3} = \begin{bmatrix} 2-5.2 & 2-5.0 & 1-5.2 \\ -5-1.2 & -2-1.0 & 0-1.2 \\ 7-6.2 & 4-6.0 & 7-6.2 \end{bmatrix}$$

$$A_{3x3} = \begin{bmatrix} -8 & 2 & -9 \\ -7 & -2 & -2 \\ -5 & 4 & -5 \end{bmatrix}. \textit{ Nesta matriz de ordem 3 podemos utilizar Sarrus.}$$

De tal modo, obtemos o determinante da matriz inicial A_{5x5}. Note que nenhuma das matrizes é igual, mas, pela regra de Chió, podemos afirmar que o determinante de todas elas é o mesmo.

$$\det A_{3x3} = 148$$

$$\det A_{5x5} = \det A_{4x4} = \det A_{3x3} = 148$$

Podemos verificar que a regra Chió foi aplicada duas vezes, mas isso foi porque o primeiro elemento era igual a 1. Em casos em que o elemento não seja igual a 1, podemos aplicar algumas propriedades de determinantes de forma a encontrar uma matriz em que o primeiro elemento seja igual a 1.

2.4 Regra de Cramer

Diante da relação existente entre um sistema linear e uma matriz, o matemático suíço Gabriel Cramer (1704-1752) desenvolveu um método de resolução de sistemas envolvendo as propriedades das matrizes e dos determinantes (Dante, 2009).

A regra de Cramer afirma que os valores das incógnitas de um sistema linear são dados por frações no qual o denominador é o determinante da matriz dos coeficientes das incógnitas e o numerador é o determinante da matriz dos coeficientes das incógnitas após a troca de cada coluna pela coluna que representa os termos independentes do sistema. O cálculo é compreendido nos seguintes passos:

a. Escrever a matriz que representa os coeficientes das incógnitas e obter seu determinante.

b. Excluir a primeira coluna da matriz dos coeficientes das incógnitas e substituí-la pelos termos independentes do sistema.

c. Calcular o determinante.

d. Repetir o mesmo procedimento para a segunda e terceira coluna da matriz dos coeficientes das incógnitas;

e. Calcular o conjunto solução do sistema.

Para exemplificar, temos:

Dado o sistema, encontrar sua solução utilizando a regra de Cramer.

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \\ 2x - y + 2z = 12 \\ x - y - 3z = -16 \end{cases},$$

primeiro, devemos escrever a matriz que representa os coeficientes das incógnitas e obter seu determinante:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix},$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 12.$$

Em seguida, devemos excluir a primeira coluna da matriz dos coeficientes das incógnitas e substituí-la pelos termos independentes do sistema 12, 12 e –16, e calcular o determinante.

$$A_x = \begin{vmatrix} 12 & 1 & 1 \\ 12 & -1 & 2 \\ -16 & -1 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\det A_x = \begin{vmatrix} 12 & 1 & 1 & 12 & 1 \\ 12 & -1 & 2 & 12 & -1 \\ -16 & -1 & -3 & -16 & 1 \end{vmatrix} = 36$$

Agora, fazemos o mesmo com a segunda coluna da matriz dos coeficientes das incógnitas.

$$A_y = \begin{vmatrix} 1 & 12 & 1 \\ 2 & 12 & 2 \\ 1 & -16 & -3 \end{vmatrix}$$

Calculando o determinante dessa matriz, obtemos:

$$\det A_y = \begin{vmatrix} 1 & 12 & 1 & 1 & 12 \\ 2 & 12 & 2 & 2 & 12 \\ 1 & -16 & -3 & 1 & -16 \end{vmatrix} = 48.$$

Repetindo o mesmo procedimento para a terceira coluna da matriz dos coeficientes das incógnitas, obtemos:

$$A_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 12 \\ 2 & -1 & 12 \\ 1 & -1 & -16 \end{vmatrix}.$$

Fazendo o cálculo do determinante, teremos:

$$\det A_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 12 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 12 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -16 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 60.$$

Segundo a regra de Cramer, temos que:

$$x = \frac{\det A_x}{\det A} = \frac{36}{12} = 3$$

$$y = \frac{\det A_y}{\det A} = \frac{48}{12} = 4$$

$$z = \frac{\det A_z}{\det A} = \frac{60}{12} = 5$$

Assim, o conjunto solução do sistema é S = {(3, 4, 5)}.

2.5 Método de Dodgson

O matemático inglês Charles L. Dodgson (1832-1898), também conhecido pelo seu pseudônimo Lewis Carrol (autor do livro "Alice no País das Maravilhas"), propôs um método simétrico e compacto de transformar um determinante de ordem *n* em determinantes de ordem 2 por meio da manipulação dos elementos da matriz *A*. Para obter o determinante de uma matriz de ordem 3 com a utilização deste método, temos que dividir pelo termo central da matriz, conforme exemplo a seguir.

Seja

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 6 \end{vmatrix},$$

eliminando-se as primeiras e últimas linhas e colunas de *A*, tem-se:

$$A_{int} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix}.$$

Como o interior de *A* não possui zeros, é possível realizar a primeira condensação, calculando o determinante dos termos adjacentes:

$$B = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 6 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 & 1 & -3 \\ -18 & 1 & -5 \\ 3 & 4 & 14 \end{pmatrix}.$$

Da mesma forma que na matriz *A* inicial, *B* também possui interior: $B_{int} = 1$. Na sequência, será repetido o processo anterior para baixar a ordem de *B* e cada termo é dividido pelos respectivos valores do interior de *A* (A_{int}), efetuando nova condensação, encontrando *C*.

$$\begin{pmatrix} \begin{vmatrix} -16 & 1 \\ -18 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} -18 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 4 & 14 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -75 & 34 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{2}{-2} & \frac{-2}{-1} \\ \frac{-75}{-5} & \frac{34}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 15 & 17 \end{pmatrix}.$$

Por último, restará a matriz *D* com uma única entrada, a qual será encontrada calculando o determinante de *C*.

$$D = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 15 & 17 \end{vmatrix} = (13).$$

Portanto, o determinante da matriz *A* de ordem 4 é igual ao determinante de *D* dividido pelo interior de *B*, sendo este o número "sozinho" do processo. Assim,

$$\det(A) = \frac{\det(D)}{B_{int}} = \frac{13}{1} = 13.$$

Charles Dodgson escreve o algoritmo de forma bastante sintetizada, assim:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & -2 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -16 & 1 & -3 \\ -18 & 1 & -5 \\ 3 & 4 & 14 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 15 & 17 \end{vmatrix}$$

$$= 13.$$

Para entender porque o método funciona é necessária a seguinte definição: Se $A = [a_{ij}]$ é uma matriz de ordem n, então sua matriz de cofatores é:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & . & . & . & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & . & . & . & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ . & . & . & . & . & . \\ A_{n1} & A_{n2} & . & . & . & A_{nn} \end{pmatrix},$$

em que A_{ij} = (–1)i+j; D_{ij} é o cofator de a_{ij} em A, e D_{ij} é o menor da matriz a eliminando a linha i e a coluna j.

Além desses, existem ainda outros métodos de resolução, como o escalonamento, que não serão abordados nesse estudo.

3 I MÉTODO DE LAPLACE PARA O CÁLCULO DE DETERMINANTES

O método de Laplace para o cálculo de determinantes pode ser visto como uma generalização do método dos cofatores, visto anteriormente. Tal generalização implica dizer que pode-se, por esse método, escolher um número qualquer de filas (linhas ou colunas), não ficando o método restrito à escolha de uma única linha ou uma única coluna, como ocorre no método dos cofatores. Isso dá uma maior operacionalidade ao método, podendo assim ser empregado, com relativa facilidade, para matrizes de ordens maiores, o que seria impraticável pelo método dos cofatores. Manualmente, aplicando-se o método de Laplace, pode-se resolver (com um pouco de trabalho), matrizes de até ordem 8. A partir de $n > 8$ faz-se necessário cálculos computacionais em função do dispendioso trabalho braçal. Computacionalmente falando, o método de Laplace é seguramente mais vantajoso quando comparado ao método dos cofatores.

Assim, considerando que:

n

DET(A) = $\sum(-1)^{\Sigma i + \Sigma j}$ ϕ . K

$i = 1$

ϕ: Determinante de ordem J_f

K: Determinante de ordem $n - J_f$,

n: Ordem da matriz

J_f: Número de filas fixadas pelo método de Laplace.

$\Sigma i + \Sigma j$: Soma das posições de linhas e colunas em cada termo considerado.

Iniciaremos com uma matriz de ordem 3:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Obs.: C, calculado ao lado, indica o número de termos que comporão o cálculo do determinante pelo método de Laplace. C, é dado pela combinação de n (ordem da matriz), tomados J_f a J_f, ou seja, o número de filas fixadas pelo método. Nesse primeiro caso temos uma combinação de 3 (ordem da matriz), tomados 2 a 2 (número de colunas fixadas, a saber, colunas 1 e 2).

Desse modo, temos:

$$\text{DET}\,(A) = \left[(-1)^6 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} |a_{33}|\right] + \left[(-1)^7 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} |a_{23}|\right] + \left[(-1)^8 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} |a_{13}|\right].$$

Obs.: Nesse primeiro exemplo foi fixado as colunas 1 e 2. Assim, Σj será o mesmo para todos os termos, ou seja, 1 + 2 = 3. O Σi muda de acordo com o termo considerado. Desse modo temos: primeiro termo: linhas 1 e 2, $\Sigma i = 3$, portanto, $\Sigma i + \Sigma j = 6$. O mesmo procedimento aplica-se aos demais termos.

$$n = 3$$
$$J_F : J = 1 \qquad {}^{3}_{2}C = \frac{3!}{1!2!} = 3$$
$$J = 2$$

Agora, com uma matriz de ordem 4:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$n = 4$

$J/: J = 1 \quad {}_{2}^{4}C = \frac{4!}{2!2!} = 2.3 = 6$

$J = 2$

$$\text{DET}(A) = \left[(-1)^6 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}\right] + \left[(-1)^7 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{23} & a_{24} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}\right] +$$
$$\left[(-1)^8 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{23} & a_{24} \\ a_{33} & a_{34} \end{vmatrix}\right] + \left[(-1)^8 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}\right] +$$
$$\left[(-1)^9 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{33} & a_{34} \end{vmatrix}\right] + \left[(-1)^{10} \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix}\right].$$

Ordem 5:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}$$

$n = 5$

$J/: J = 1 \quad {}_{2}^{5}C = \frac{5!}{3!2!} = 5.2 = 10$

$J = 2$

$$\text{DET(A)} = \left[(-1)^6 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^7 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^8 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^9 \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{51} & a_{52} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^8 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^9 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^{10} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{51} & a_{52} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^{10} \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^{11} \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{51} & a_{52} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{vmatrix}\right]$$
$$+ \left[(-1)^{12} \begin{vmatrix} a_{41} & a_{42} \\ a_{51} & a_{52} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{33} & a_{34} & a_{35} \end{vmatrix}\right]$$

E, finalmente a demonstração de uma matriz de ordem 6:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}$$

n = 6

Jr: J=1 $\quad {}^{6}_{3}C = \frac{6!}{3!3!} = 5.4 = 20$

J=2

J=3

$$\begin{aligned}
(A) = & \left[(-1)^{12} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{13} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{14} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{15} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{14} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{15} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{16} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{10} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{17} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{18} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{15} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{16} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{17} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{17} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{18} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{19} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \end{vmatrix}\right] \\
& + \left[(-1)^{18} \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{vmatrix}\right]
\end{aligned}$$

$$
+\left[(-1)^{19}\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{54} & a_{55} & a_{56} \end{vmatrix}\right]
$$
$$
+\left[(-1)^{20}\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{44} & a_{45} & a_{46} \end{vmatrix}\right]
$$
$$
+\left[(-1)^{21}\begin{vmatrix} a_{41} & a_{42} & a_{43} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} \end{vmatrix}\right]
$$

4 I CONCLUSÕES

Esse método pode ser visto como uma generalização do método dos cofatores para cálculo de determinantes ou o método dos cofatores como um caso particular desse método, qual seja quando fixamos apenas 1 valor para *i* ou *j*. Desse modo, DET(A) = Σ_{TC} $(-1)^{\Sigma i + \Sigma j}$. f .k será igual a DET(A) = $\Sigma_{(-1)}{}^{i+j} a_{ij}$. D_{ij}. Assim como no método de Laplace pode-se fixar quaisquer valores para *i* ou *j*. O método apresenta duas vantagens em relação ao método de Laplace:

1. Didaticamente possibilita cálculos mais diretos.
2. Computacionalmente é um algoritmo melhor efetuando, para matrizes de mesma ordem, um número menor de cálculos. O método é bem operacional até determinante de matriz de ordem 6 podendo se estender (com um pouco mais de trabalho) até matrizes de ordem 8. A partir de $n > 8$ faz-se necessário cálculos computacionais.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. (1974). **História da matemática**. 11.ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher.

DANTE, L. R. (2009). **Tudo é matemática**. São Paulo: Ática.

EVES, H. (1995). **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. 5.ed. Campinas: UNICAMP.

HADLEY, G (1979). Álgebra **linear**. Trad. Francisco R. C. Fernandes. Rio de Janeiro: Forense-Universitária.

MUIR, T. (1930). **Contributions to the history of determinants**. (1900-1920) London and Glasgow: Blackie & Son Limited.

CAPÍTULO 10

UTILIZAÇÃO DE TÉCNICAS DE INTELIGÊNCIA COMPUTACIONAL PARA CARACTERIZAR PACIENTES CARDIOPATAS

Juliana Baroni Azzi
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Seropédica – Rio de Janeiro

Robson Mariano da Silva
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Seropédica – Rio de Janeiro

RESUMO: Com o aumento progressivo do número de óbitos recorrentes de Doenças Cardiovasculares no mundo, este assunto vem sendo cada vez mais abordado em estudos de diferentes áreas. Utilizando treze variáveis além do resultado de diagnose presentes na *Heart Diseases Database*, fez-se possível a caracterização de pacientes a partir de dois modelos. Em um modelo dito completo, no qual os pacientes foram classificados por Máquina de Vetor de Suporte, e foi considerado melhor devido sua estabilidade, obteve-se em sua melhor simulação, dentre 100 realizadas, uma acurácia de 92.1% acompanhada de 6.8% de falso negativo. Enquanto para o modelo *fit*, no qual as variáveis foram selecionadas por Regressão Linear e posteriormente classificadas por SVM, a acurácia foi de 89.8% e o falso negativo de 11.1%.
PALAVRAS-CHAVE: Inteligência Computacional, Doenças Cardiovasculares, Regressão Linear Múltipla, Máquina de Vetor de Suporte

ABSTRACT: With the progressive increase in the number of recurrent deaths of Cardiovascular Diseases in the world, this subject has been increasingly approached in studies of different areas. Using thirteen variables in addition to the diagnosis results present in the Heart Diseases Database, it became possible to characterize patients from two models. In a complete said model, in which the patients were classified by the Support Vector Machine, and was considered better due to their stability, the best simulation was obtained, among 100 performed, an accuracy of 92.1% accompanied by 6.8% of false negative. For the fit model, in which the variables were selected by Linear Regression and later classified by SVM, the accuracy was 89.8% and the false negative was 11.1%.
KEYWORDS: Computational Intelligence, Cardiovascular Diseases, Multiple Linear Regression, Support Vector Machine

1 I INTRODUÇÃO

As Doenças Cardiovasculares (DCV) lideram o ranking dos fatores de maior incidência de mortalidade no mundo, alcançando um percentual de 31%. A Organização Mundial de Saúde (OMS) registrou no ano de 2016, cerca de 17,5 milhões de mortes por doenças que afetam o sistema circulatório humano, e estatísticas apontam que esse número cegará a 23,9 milhões até 2030. No Brasil, a Sociedade Brasileira de Cardiologia (SBC) estimou que cerca de 381 mil pessoas foram a óbito por DCV no país em 2017, esta estimativa foi feita pelo Cardiômetro, um instrumento estatístico que calcula esses índices a partir de dados coletados na 10ª Classificação Internacional de Doenças (CID10), do sítio do DATASUS/MS, para o período de 2006 a 2016.

Apesar desses dados apontarem um crescimento no número de casos fatais de doenças cardiovasculares, Soares *et al.* (2015), identificou uma redução da mortalidade nos grupos de portadores de doenças do aparelho circulatório, doenças cerebrovasculares e doenças isquêmicas do coração, no Estado do Rio de Janeiro, em análise realizada no período de 1979 a 2010, e apontou que esta queda pode estar relacionada com a melhoria socioeconômica da população do estado, já que não pôde ser comprovada que se sucedeu a partir do desenvolvimento da tecnologia nos procedimentos necessários para o combate dessas anomalias, nem tampouco, por controle dos riscos dessas doenças.

A SBC, aponta a hipertensão arterial, colesterol, tabagismo, estresse, sedentarismo e diabetes, como os principais fatores para incidência das doenças cardiovasculares. Dentre esses índices, alguns foram confirmados por Mansur *et al.* (2016), em estudo que concluiu que ao menos 20% das mortes registradas no Brasil no período de um ano, de adultos acima dos 30 anos, deram se por DCV.

O diagnóstico dessas doenças, dá-se pela associação de ao menos dois exames de diagnose. Ferreira *et al.* (2016), exemplificou que a identificação de um Infarto Agudo do Miocárdio exige que a elevação plasmática dos marcadores de necrose miocárdica [MNM] seja obrigatória, porém associada a dor torácica (analisada por exame clínico), ou alterações no eletrocardiograma (segmento ST e onda T).

Dentre os exames mais utilizados para controle do funcionamento do sistema circulatório, podemos destacar o Eletrocardiograma (ECG), exame que permite estudar diversas propriedades da musculatura do coração, através de um Galvanômetro, medidor de diferença de potencial (ddp). Este permite uma análise da formação e condução de estímulo cardíaco, e assim o diagnóstico de problemas no ritmo cardíaco, problemas de condução cardíaca, sinais de insuficiência cardíaca dentre outras doenças. Como visto, apesar da importância desse exame, o mesmo não pode ser usado de forma isolada para diagnóstico de qualquer DCV.

De acordo com um modelo geométrico desenvolvido pelo *New York Obesity Research Center* (NYORC), Moraes (2016), afirmou ser possível caracterizar pacientes com cardiopatias através da medição dos perímetros braquial, da cintura, do quadril, da coxa e da panturrilha. Esta também é uma técnica que exige associação de outros exames para diagnose de doenças, principalmente por seus resultados apresentarem uma diferença considerada pequena entre pacientes cardiopatas e saudáveis.

Técnicas de Inteligência Computacional são comumente encontradas na literatura, sendo utilizadas com fins de categorização de doenças cardiovasculares.

A associação das técnicas Máquina de Vetor de Suporte (SVM), Redes Neurais MLP, Algoritmos Genéticos e Árvore de Decisão, foi feita por Tavares (2013), para classificar cardiopatias em crianças, utilizando uma base de dados não normalizada. O destaque deu-se a técnica de SVM com pesos, que obteve melhores resultados. Ubiratan (2014), obteve acurácia, especificidade e sensibilidade superiores a 92% no auxílio do diagnóstico de cardiopatia isquêmica, utilizando técnicas de Algoritmo Genético, Reconhecimento Baseado no Casos (RBC) e derivações da função de Distância Euclidiana. A Regressão Linear Simples e Múltipla, foi utilizada por Ishitani (2006), para investigar a associação entre indicadores de nível socioeconômico e mortalidade por DCV de adultos no Brasil, concluindo que existe uma relação inversa entre esses fatores, dando destaque a educação.

Para este trabalho serão apresentados dois modelos, o primeiro chamado de completo (no qual todas as variáveis do banco serão aplicadas à técnica de Máquina de Vetor de Suporte), e o segundo, chamado de modelo *fit* (que teve as variáveis aplicadas ao modelo SVM selecionadas por Regressão Linear Múltipla). Após a caracterização dos pacientes será realizada a comparação entre as técnicas, a fim de selecionar os melhores resultados e o melhor modelo.

2 I REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

- Doenças Cardiovasculares

As doenças cardiovasculares são originárias de todo o sistema circulatório humano, podendo afetar desde o músculo cardíaco até os vasos sanguíneos. Doenças coronárias, cerebrovasculares, arterial periférica, cardíaca reumática, cardiopatia congênita, trombose venosa profunda e embolia pulmonar, formam o grupo de DCV.

Oliveira *et al.* (2015), concluiu que um dos fatores preponderantes para DCV são as modificações bi psíquicas geradas pela condição hipoestrogênica, oriundas do ciclo de menopausa em mulheres. Já que nesta fase da vida a mulher apresenta um aumento no triglicerídeos e na lipoproteína de baixa intensidade no organismo, podendo então considerar que as doenças cardiovasculares também são consideradas o fator que mais leva mulheres acima de 50 anos a óbito.

Pode-se destacar a doença arterial coronariana, acidente vascular cerebral (AVC), acidente vascular encefálico (AVE), carditite reumática, cardiopatias congênitas em suas diversas formas, flebite, trombose e embolia pulmonar, como as DCV as com maior incidência na população. Sendo que estas, podem ser diagnosticadas através de exames como ecografia transesofágica, cintilografia, cateterismo, ECG, radiografia de tórax, ecocardiograma, ressonância magnética, entre outros.

- Regressão Linear

A relação existente entre uma variável dependente e uma ou várias variável(is) independente(s), pode ser encontrada de forma estatística, através de uma análise de regressão. Esta, é representada por um modelo matemático representado por uma equação que associa as variáveis, em um gráfico, chamado de diagrama de dispersão. Quando a relação existente é de uma variável dependente pra uma independente, o modelo é de Regressão Linear Simples, caso exista mais de uma variável independente, é um modelo de Regressão Linear Múltiplo.

Esta técnica, portanto, define a influência de uma variável X (investigativa), sobre um valor esperado de uma variável Y (resposta), objetivando analisar e identificar alterações em $E[Y]$, ou seja, no valor esperado de Y, a fim de verificar se o mesmo sofre alterações devido as condições de interação com a variável Y, enquanto a variável X informa sobre o comportamento de Y.

A variável resposta desse modelo, em geral se comporta de forma linear, quadrática, cúbica, exponencial ou logarítmica. Essa identificação é de suma importância para o modelo, para que haja uma explicação do mesmo. A aproximação dos pontos no diagrama de dispersão é feita pelo Método de Mínimos Quadrados (MMQ), método que realiza a soma dos quadrados da distância entre os pontos do modelo e os pontos do diagrama, gerando uma relação entre X e Y, sempre buscando o menor erro. A utilização dessa técnica é fundamental, já que nem todos os pontos do modelo se ajustarão perfeitamente aos pontos do diagrama.

- Máquina de Vetor de Suporte

Com base na teoria do Aprendizado de Máquina (AM), do inglês *Machine Learning*, pode-se dizer que esta técnica estuda o desenvolvimento de algoritmos capazes de aprender com os próprios erros, para realizar previsões sobre dados, ou seja, suas decisões serão tomadas a partir de experiências anteriores acumuladas, adquirindo automaticamente novos conhecimentos.

O AM é dividido em dois principais padrões, a partir da forma com que o algoritmo se relaciona com o meio, podendo ser supervisionada ou não supervisionada. No aprendizado supervisionado, o algoritmo recebe um conjunto de treino, responsável por definir o que o algoritmo irá buscar, em seguida, o conjunto de teste é mapeado dentro de cada categoria desejada, produzindo padrões de saída corretos para cada nova entrada. Já o aprendizado não supervisionado, agrupa as entradas de acordo com medidas de qualidade, não existindo classes pré-definidas para os atributos, portanto, este padrão visa o estabelecimento de classes.

Características como precisão e velocidade de classificação dos dados, robustez e escalabilidade do sistema e a clareza de resposta do modelo são essenciais para que o processo se cumpra obtendo os melhores resultados. O SVM se destaca devido a características como essas, além ser uma teoria bem definida.

O *Support Vector Machine* (SVM) foi criado com base na Teoria do Aprendizado Estatístico, que propõe uma maximização da capacidade de generalização, buscando uma classificação eficiente do conjunto de treino, e minimização do risco estrutural do sistema, que representa a probabilidade de classificação errônea de padrões ainda não conhecidos pela máquina.

Na literatura, a Máquina de Vetor de Suporte, encontra se correlacionada a problemas de classificação e regressão. Os vetores de suporte são necessários para a definição de um hiperplano ótimo, ou seja, uma função capaz de separar as classes. As funções desse hiperplano ótimo são definidas com base na teoria do aprendizado estatístico, desenvolvido por Vipnik, e chamado de dimensão Vipnik-Chervonenkis ou dimensão VC. A importância dessa dimensão se encontra no fato de que se a mesma for definida corretamente, o aprendizado se torna confiável.

Essa técnica se SVM vem se destacando dentre outras técnicas de Inteligência Computacional, quando se trata de reconhecimento de padrão, devido aos seus resultados superiores, quando comparado com as Redes Neurais, por exemplo.

3 I MATERIAIS E MÉTODOS

Para aplicação das técnicas escolhidas para este trabalho, foram utilizados os dados extraídos da *Heart Disease Database*, base de dados de domínio público, que foi subdividida em quatro subconjuntos e utilizaremos o de Claverland, obtidos por Robert Detrano no *Cleverland Clinic Foundation*. Trezentos e três pacientes foram incluídos nos estudos, dos quais, 164 foram classificados como saudáveis e 139 doentes. Para cada um, foram expostos 76 atributos, dos quais apenas 13 foram utilizados, considerando o número irrisório de dados faltantes, e então permitindo uma melhor análise. As variáveis aplicadas ao modelos foram: idade, gênero, tipo de dor no peito, pressão arterial em repouso, colesterol sérico, concentração de açúcar no sangue em jejum, resultados eletrocardiográficos em repouso, ritmo cardíaco máximo alcançado, angina induzida por exercício, depressão da onda ST induzida pelo exercício em relação ao repouso, inclinação do pico de segmento ST durante o exercício, número de grandes vasos coloridos por fluoroscopia e talassenia, além da décima quarta coluna que apresenta o diagnóstico de cada paciente.

Foram realizadas cem simulações para cada um dos dois modelos simulados. Em ambos os modelos foi utilizada a função *kernel* C-svc, com um valor de C unitário. Dos 303 pacientes, foram considerados 297 para as simulações, tendo em vista que os outros 6 possuíam dados faltantes, que impossibilitavam um melhor desempenho dos modelos. Desses 297, 70% formava o conjunto de treino, e 30% o conjunto de teste. O primeiro modelo simulado foi chamado de completo, onde todas as 13 variáveis do banco foram consideradas em uma rotina de Máquina de Vetor de Suporte. O segundo modelo, chamado *fit*, as 13 variáveis foram analisadas por Regressão Linear Múltipla, onde um Modelo Linear Generalizado (MGL) selecionou apenas 6 variáveis que apresentaram correlação, sendo elas: gênero, pressão arterial em repouso, tipo de dor no peito, angina induzida por exercício, número de grandes vasos coloridos por fluoroscopia e talassenia, em seguida essas foram classificadas pelo SVM.

Ambos os modelos foram implementados no *software* livre chamado de R. Este que vem sendo vastamente utilizado para aplicações de modelos lineares e não lineares, testes estatísticos clássicos, análise de séries temporais, classificação, agrupamento e técnicas gráficas altamente expansíveis. O próprio *software* gerou em meio a simulação um sumário dos dados para cada um dos conjuntos (treino e teste), nas Tabelas 1 e 2 serão apresentados esses valores estatísticos das variáveis contínuas.

	Idade	Pressão arterial	Colesterol	Ritmo cardíaco	Depressão onda ST
Valor mínimo	29	94	126	71	0
1° Quartil	48	120	210.8	131.8	0
Mediana	55.5	130	239	154.5	0.75
Média	54.58	132.3	244.6	149.2	1.058
3° Quartil	61.25	140	271.8	167.2	1.65
Valor máximo	76	192	564	202	6.2

Tabela 1: Sumário de valores do conjunto de treino

	Idade	Pressão arterial	Colesterol	Ritmo cardíaco	Depressão onda ST
Valor mínimo	35	100	149	97	0
1° Quartil	47	120	214	138	0
Mediana	56	130	254	151	0.8
Média	54.46	130.3	253.8	150.5	1.051
3° Quartil	60	140	288	163	1.6
Valor máximo	77	200	409	194	4.4

Tabela 2: Sumário de valores do conjunto de teste

Os resultados das 100 simulações de cada um dos modelos, forneceram valores de erro de treino, erro de validação cruzada, número do vetor suporte, acurácia, sensibilidade, especificidade e valor falso negativo. A partir desses resultados, é possível construir a Matriz Confusão do modelo, como pode ser visto através da formação de cada um desses índices nas fórmulas seguintes.

A acurácia pode ser calculada conforme a Eq. 1, e esta garante o grau de confiabilidade do modelo.

$$\text{Acurácia} = \frac{VP+VN}{N} = \frac{(Verdadeiro\ positivo + Verdadeiro\ negativo)}{Total\ lote} \quad (1)$$

A sensibilidade apresenta a capacidade do sistema de reconhecimento dos pacientes doentes, enquanto a especificidade a capacidade de reconhecimento dos saudáveis. Estas são calculadas pelas Eq. 2 e 3, respectivamente.

$$\text{Sensibilidade} = \frac{VP}{VP+FN} = \frac{Número\ de\ resultados\ de\ testes\ verdadeiros\ positivos}{Todos\ os\ doentes\ afetados} \quad (2)$$

onde VP = Verdadeiro Positivo e FN = Falso Negativo.

$$\text{Especificidade} = \frac{VN}{VN+FP} = \frac{\textit{Número de resultado de teste verdadeiros negativos}}{\textit{Todos os doentes não afetados}} \qquad (3)$$

onde VN = Verdadeiro Negativo e FP = Falso Positivo.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

Em busca de melhores resultados uma mesma base foi aplicada a dois distintos modelos (completo e *fit*), que nos permitiram analisar cada um de forma individual e por fim compará-los, a fim de escolher o melhor. Foram realizadas 100 simulações para cada um dos modelos, ambas com um conjunto de treino formado por 70% dos dados, e um conjunto de teste com os 30% restantes. Com o *software* R foram aplicados SVM e Regressão Linear para selecionar as variáveis do modelo *fit* (gênero, pressão arterial em repouso, tipo de dor no peito, angina induzida por exercício, número de grandes vasos coloridos por fluoroscopia e talassenia), e então, foi obtido como resposta do sistema o erro de treino, erro de validação cruzada, número de vetores de suporte, acurácia, sensibilidade, especificidade e falso negativo.

A aplicação da técnica de SVM foi escolhida dentre as de Aprendizado de Máquina devido aos bons resultados já encontrados anteriormente na literatura em aplicações semelhantes a realizada neste trabalho. Além de querer confrontá-la com resultados já obtidos em modelos bastante parecidos aos aqui desenvolvidos.

O erro de treino analisa sempre os mesmos valores presentes no conjunto de treino da base, portanto é considerado mais simples, e apresentará um valor inferior ao do erro de validação cruzada que é calculado toda vez que uma nova informação é introduzida no modelo, sendo assim, este garante uma maior robustez ao sistema.

Com base nos resultados do sistema foi construída a Tabela 3.

	Erro de treino	Erro de *loocv*	N° de vetores suporte	Acurácia	Sensibilidade	Especificidade	Falso Negativo
Valor mín.	7.2%	12.1%	101	75.2%	59%	71.4%	2.5%
Mediana	10.5%	17.3%	114	83.1%	78.3%	87.2%	21.6%
Média	10.5%	17.3%	114.4	82.8%	77.8%	87.2%	22.1%
Valor máx.	13.9%	22.1%	128	92.1%	97.5%	97.9%	40.9%

Tabela 3: Estatística dos resultados do modelo completo

Diante da diferença, já vista, entre os erros de treino e erro de validação cruzada, e observando os valores mínimos e máximos do modelo completo, 7.2% e 13.9% para erro de treino e 12.1% e 22.1% para o de *loocv*, podemos perceber que até mesmo suas variações são diferentes, sendo a de treino inferior a de validação cruzada. A complexidade do sistema também não apresentou uma alteração brusca entre os valores de mínimo e máximo (101 e 128), confirmando isso pela comparação entre a média e mediana desse índice.

Este modelo completo, em sua melhor simulação, obteve uma acurácia de 92.1%, garantindo que em sua simulação mais assertiva, existe pouco mais de 92% de chance de o modelo acertar no diagnóstico de um paciente. E em sua pior simulação, esse valor foi de 75.2%, o que não é um valor consideravelmente baixo.

Com valores elevados para sensibilidade e especificidade, em suas melhores simulações destes pontos de vista, 97.5% dos diagnósticos positivos foram para pacientes realmente doentes, enquanto 97.9% foram de resultados negativos para pacientes saudáveis.

Falso negativo é um fator de suma importância quando se trata de resultados na área da biomedicina, principalmente em diagnósticos médicos. Este índice representa a porcentagem de diagnósticos assertivos, ou seja, menores valores representam menos erros de resultados de exames. Para este caso obteve-se um valor bastante baixo, 2.5%, o que garante uma baixa probabilidade de erro.

Para escolha de melhor e pior simulações, foi escolhido o valor de acurácia, por esse ser o real valor de avalição de confiabilidade do modelo, portanto, na Tabela 4 serão apresentadas essas simulações com seus valores.

Simulações	Erro de treino	Erro de *loovc*	N° de vetores suporte	Acurácia	Sensibilidade	Especificidade	Falso Negativo
Pior	7.6%	13.6%	101	75.2%	64.8%	82.6%	35.1%
Melhor	12.9%	21%	123	92.1%	93.1%	91.1%	6.8%

Tabela 4: Pior e melhor simulações do modelo completo

Para o valor mais alto de acurácia, obteve-se um valor de 6.8% de falsos negativos, e valores de sensibilidade e especificidade acima de 91%, mostrando que este poderia ser um modelo confiável, para auxiliar em diagnósticos de doenças cardiovasculares.

Para o modelo *fit*, em que as variáveis foram escolhidas por Regressão Linear, foi feita a análise estatística apresentada na Tabela 5.

	Erro de treino	Erro de *loocv*	N° de vetores suporte	Acurácia	Sensibilidade	Especificidade	Falso Negativo
Valor mín.	12%	13.8%	92	69.6%	59.5%	69.3%	10.8%
Mediana	15.8%	19.8%	114	80.8%	76.8%	84.6%	23.1%
Média	15.6%	19.9%	112.99	80.2%	76.5%	83.6%	23.4%
Valor máx.	19.7%	26.6%	130	89.8%	89.1%	95.4%	40.4%

Tabela 5: Estatística dos resultados do modelo *fit*

Tanto o erro de treino quanto o de validação cruzada, em seus menores valores, apresentaram um percentual acima do encontrado para o modelo completo, afirmando então, que o modelo *fit* apresentou mais erros em seus resultados quando comparado ao modelo completo. Já quando falamos do número de vetores de suporte, este modelo (*fit*), mostrou-se menos complexo em sua melhor simulação, apresentando a necessidade de 92 vetores de suporte, enquanto o modelo completo precisou de 101.

Com uma acurácia de 89.8%, o modelo *fit* também pode ser considerado confiável, já que este é um valor alto, porém, sua pior simulação ficou abaixo de 70%, o que pode mostrar uma certa instabilidade do modelo. Essa instabilidade é confirmada pela variação entre os valores mínimos e máximos de sensibilidade e especificidade. Apesar de apresentarem valores máximos elevados, os valores mínimos baixo, não transferem a confiança desejada por quem busque bons resultados. Da mesma forma, podemos avaliar o valor de falso negativo, que obteve 10.8% de diagnósticos errados em sua melhor simulação, contudo apresentou 40.4% de exames negativos para doença, de pacientes saudáveis.

Na Tabela 6, serão mostradas as simulações consideradas pior e melhor, também tomando como parâmetro, como no modelo anterior, os valores da acurácia.

Simulações	Erro de treino	Erro de *loocv*	N° de vetores suporte	Acurácia	Sensibilidade	Especificidade	Falso Negativo
Pior	14.9%	19.3%	107	69.6%	68.1%	71.1%	31.8%
Melhor	19.7%	23.5%	119	89.8%	88.8%	90.9%	11,1%

Tabela 6: Pior e melhor simulações do modelo fit

Para a melhor simulação do modelo chamado de *fit*, em que a acurácia ficou próxima de 90%, o sistema mostrou-se pouco menos complexo por ter a necessidade de 119 vetores de suporte, porém, apresentou valores de erros um pouco acima do que foi visto para o modelo completo. Com sensibilidade e especificidade consideradas boas para esta melhor simulação, o valor de falso negativo, também representou uma quantidade de erros considerada baixa, mas não tanto quanto no modelo anterior.

A pior simulação confirma o que foi dito anteriormente, com relação a confiabilidade do modelo, devido a grande diferença de valor para os índices relacionados a matriz confusão, quando comparados a melhor simulação.

5 I CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos no modelo completo, que utilizou todas as variáveis do banco de dados (idade, gênero, tipo de dor no peito, pressão arterial em repouso, colesterol sérico, concentração de açúcar no sangue em jejum, resultados eletrocardiográficos em repouso, ritmo cardíaco máximo alcançado, angina induzida por exercício, depressão da onda ST induzida pelo exercício em relação ao repouso, inclinação do pico de segmento ST durante o exercício, número de grandes vasos coloridos por fluoroscopia e talassenia), e nos obtidos no modelo *fit*, que selecionou as variáveis (gênero, pressão arterial em repouso, tipo de dor no peito, angina induzida por exercício, número de grandes vasos coloridos por fluoroscopia e talassenia) por Regressão Linear, pode-se dizer que além de satisfatórios, foram conclusivos para que fosse escolhido um modelo que se destacasse diante do outro apresentado.

Em aplicações de Inteligência Computacional, em geral, duas variáveis de resposta do sistema são fundamentais para que se diga que um modelo é confiável, e em ambas o modelo completo, obteve destaque diante do modelo *fit*, com valores de acurácia de 92.1% e falso negativo de 6.8% em uma mesma simulação, comparados a 89.8% de acurácia e 11.1% de falso negativo no modelo *fit*. A importância desses valores, associados aos valores de sensibilidade (93.1% para a melhor simulação do modelo completo e 88.8% para o *fit*), que representam a capacidade do modelo em acertar diagnósticos de pacientes doentes, e em geral é muito utilizado em modelos médicos, dá-nos a segurança de se ter um resultado de exame com diagnóstico correto, sendo assim, podemos considerar que os valores obtidos neste trabalho foram satisfatórios e superiores aos de Bhatia *et al.*(2008), que aplicou a mesma base de dados a um modelo SVM, e obteve uma acurácia de 72,55% em sua melhor simulação, e ao de Ho & Chou (2001), que apresentou um percentual de erro de 81% em suas respostas para diagnósticos de tais doenças, utilizando também um modelo de Máquina de Vetor de Suporte.

REFERÊNCIAS

Bhatia, S., *et al*. **SVM based decision support system for heart disease classification with integer-coded genetic algorithm to select critical features**. *World Congress on Engineering and Computer Science*. San Francisco: USA, 2008.

D.W. Aha. ***Heart Disease Databases***. Disponível em: www.ics.uci.edu/pub/machine-learning-databases/heart-disease.names - Acessado em dezembro/2017

Ferreira, A.R.P.A., Silva, M.V., Maciel, J. **Eletrocardiograma no infarto agudo do miocárdio**: O que esperar?. *International Journal of Cardiovascular Sciences*., v.3, n.29, p.198-209, 2016.

Ho, C.S., Chou, J.S. **Fuzzy ARTRON**: A general-purpose classifier empowered by fuzzy ART and error back-propagation learning. *Journal of Information Science and Engineering*, v.13, n.17, p.683-695, 2001.

Hoffmann, R. **Análise de Regressão**: Uma introdução à Econometria. 4 ed. Piracicaba: Hucitec, 2014.

Ishitani, L.H., *et al*. **Desigualdade social e mortalidade precoce por doenças cardiovasculares no Brasil**. Rev Saúde Pública, v.40, n.4, p.1-8, 2006.

Lorena, A.C., Carvalho, A.C.P.L.F. **Introdução às máquinas de vetor suporte**. Relatório técnico. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2003.

Mansur, A.D.P., Favarato, D. **Mortalidade por doenças cardiovasculares no Brasil e na região metropolitana de São Paulo**. São Paulo: Instituto do Coração (InCor) – HCFMUSP, 2012.

Moraes, V.C.S., *et al*. **Identificação do risco de cardiopatia através do estudo combinado de circunferências corporais**. Acta Biomédica Brasiliensia., v.7, n.1, p.31-39, 2016.

Oliveira, A.S. **Fatores de Risco Cardiovascular em Mulheres Pós-Menopausa**. Canoas: UNILASALLE, 2015.

Organização Pan-Americana de Saude & Organização Mundial de Saúde Brasil. **Doenças Cardiovasculares**. 2017. Disponível em: www.paho.org/bra/index.php?option=com_content&view=article&id=5253%3Adoencas-cardiovasculares&catid=845%3Anoticias&Itemid=839 – Acessado em maio/2017

Passos, U.R.C. **Computação evolutiva e aprendizado de máquina aplicados ao apoio do diagnóstico da cardiopatia isquêmica**. Dissertação. Campos dos Goytacazes: Universidade Cândido Mendes, 2014.

The R *Foundation*. ***The* R *Project for Statistical Computing***. 2017. Disponível em: https://www.r-project.org/ - Acessado em outubro/2017

Soares, G.P., Klein, C.H., Silva, N.A.S., Oliveira, G.M.M. **Evolução da Mortalidade por Doenças do Aparelho Circulatório nos Municípios do Estado do Rio de Janeiro, de 1979 a 2010**. Arq. Bras. Cardiol., v.104, n.5, p.356-365, 2015.

Sociedade Brasileira de Cardiologia. **Cardiômetro**: Mortes por doenças cardiovasculares no Brasil. 2016. Disponível em: http://www.cardiometro.com.br/ - Acessado em agosto/2018

Stitson, M.O., Weston, J.A.E., Gammerman, A., Vovk, V. & Vapnik, V. ***Theory of support vector machines***. Relatório técnico. Londres: *University of London*, 1996.

Tavares, T.R. **Utilização de técnicas de inteligência artificial para classificação de crianças cardiopatas em base de dados desbalanceada**. Dissertação. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2013.

Thermo Scientific. **Interpretação dos resultados dos testes**. 2012. Disponível em: www.phadia.com/pt-BR/Diagnostico-de-auto-imunidade/Saber-mais/Avalia cao-dos-Resultados-dos-Testes/#Sens Spec – Acessado em novembro/2017

WHO: *World Health Organization*. **Cardiovascular diseases**. 2017. Disponível em: http://www.who.int/news-room/cardiovascular-diseases-(cvds) – Acessado em junho/2018

CAPÍTULO 11

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: AS QUATRO DIMENSÕES DA ÁLGEBRA E O USO DO GEOGEBRA PARA ANÁLISE DOS SIGNIFICADOS DAS RELAÇÕES ALGÉBRICAS NAS PARÁBOLAS

Sarah Raphaele de Andrade Pereira
Universidade Federal de Alagoas
sarah_raphaele@hotmail.com

Lúcia Cristina Silveira Monteiro
Universidade Federal de Alagoas
lucia.csmonteiro@uol.com.br

RESUMO: A Álgebra possui um papel bastante relevante no currículo. Considerando sua relevância, suas várias dimensões e como os estudantes não compreendem os conceitos e procedimentos ligados a esse tópico da Matemática pode-se questionar a metodologia tradicional que prioriza a manipulação simbólica. As pesquisas educacionais verificam este ocorrido e mostram que o desenvolvimento das habilidades necessárias para a compreensão desse conhecimento ainda é precário e que existe grande preocupação de educadores em reverter esse quadro. No caso da escrita e leitura de expressões e equações, o fato mencionado por vários teóricos de que a referida passagem é o grande obstáculo, destaca a importância das justificativas, por parte dos estudantes e do professor, permitindo a discussão dos significados produzidos por eles na realização de procedimentos algébricos. Estudos confirmam que, ao serem introduzidos à álgebra após vários anos de aprendizagem da aritmética, alunos do que corresponde ao ensino médio no Brasil apresentam uma longa série de dificuldades. Este resultado sugere que as dificuldades dos alunos têm sua origem num currículo que enfatiza primeiro o ensino de uma aritmética centrada nos cálculos e só mais tarde o ensino de álgebra em uma abordagem que privilegia a manipulação de símbolos algébricos para a resolução de equações. Sentimos necessidade de elaborar metodologias que possam trazer sentido e levem a compreensão aos estudantes. Nesse intuito, é importante utilizar a cultura digital para promover processos de ensino e aprendizagem, pois os alunos hoje já crescem informatizados, o que torna imprescindível para educação que os professores e demais profissionais se qualifiquem quanto ao processo de inserir ferramentas digitais ao processo de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Relações algébricas, Parábolas, Geogebra.

INTRODUÇÃO

O ensino-aprendizagem de álgebra é um tema presente atualmente em várias pesquisas no Brasil e no exterior (BRASIL [PCN], 1998; KIERAN, 1992; LINS; GIMENEZ, 1997; PINTO, 1999).

Em novembro de 2015, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais

(INEP) realizou a última Edição do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). O relatório do Sistema Nacional de Avaliação Básica (SAEB) de 2015 aponta nos resultados apresentados uma melhora no desempenho dos estudantes do ensino fundamental nos anos iniciais, mas houve decadência no desempenho dos estudantes do ensino médio. Isso sugere que o ocorrido esteja relacionado com a forma que a álgebra é abordada nos períodos finais do ensino fundamental. Em relação à aprendizagem da Álgebra, os PCNs (1998) de Matemática do ensino fundamental destacam que, para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra.

Dentro da sala de aula é importante considerar a utilização de recursos, métodos, linguagem diversificada a fim de enriquecer e facilitar o processo de ensino – aprendizagem. É necessário promover situações com o objetivo de desenvolver habilidades agregadas ao conhecimento e as experiências dos alunos. No sistema de ensino observamos uma busca de melhoria, mas ainda há uma grande defasagem no que diz respeito aos recursos didáticos.

O Geogebra é um software de geometria dinâmica, então para usar significativamente o Geogebra, antes de fazer a construção temos que nos perguntar qual a matemática que precisará usar pra fazer a construção. Desta forma o uso do Geogebra será meramente uma tradução de linguagens. Essa ferramenta tem tamanha importância que existe um congresso apenas para o estudo e desenvolvimento de métodos de ensino baseado nessa ferramenta.

METODOLOGIA

Este artigo tem por objetivo vislumbrar direcionamentos que contribuam para a melhoria do ensino da álgebra. Para isso, foi realizado um levantamento teórico sobre as seguintes questões: a problemática da escola inserida em um novo contexto social; o ensino da Álgebra; a questão da atuação do professor em sala de aula; e, o uso dos recursos tecnológicos. Também abordamos a problemática das diferentes concepções da álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico e apresentação de reflexões sobre o uso do Geogebra como meio para contribuir com a análise dos significados.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Álgebra e Ensino

Vários pesquisadores em Educação Matemática defendem a necessidade de iniciar-se o ensino de princípios algébricos desde os primeiros anos escolares. (FIORENTINNI; MIORIM; MIGUEL, 1993; KEN, 1989; KIERAN, 2004; LINS; GIMENEZ, 1997). Esses pesquisadores discutem o desenvolvimento do ensino de aritmética e de álgebra de modo simultâneo, estando um implicado no outro: a aritmética oferece muitas oportunidades para realizar generalizações matemáticas, passíveis de serem expressas por meio de notação algébrica e outras representações.

Afirmam que seria adequado iniciar desde cedo a educação das crianças no pensamento algébrico por meio de atividades que assegure o exercício dos elementos caracterizadores desse pensamento. Citam que a escola, além do domínio de conceitos, deve desenvolver atitudes e valores através de atividades que envolvam os alunos e, para isto, é necessário que uma nova postura metodológica se instale na escola. Reconhecem que essa nova postura é difícil de implementar, pois hábitos já muito consolidados precisam ser alterados, e reconhecem também a importância de um apoio científico e educacional das universidades para que ocorram mudanças. Esta importância é ressaltada por Klein (1945):

> [...] Se cultivava na universidade uma ciência exclusivamente superior, sem levar em conta as necessidades da escola, e sem a mínima importância de estabelecer uma ligação com o ensino de matemática na mesma. [...] Onde o professor, após seus estudos e dado início ao magistério, é forçado de repente a ensinar matemática elementar e como não pode fazer este trabalho de ligação devido à matemática aprendida na faculdade, logo aceita o ensino tradicional. (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

Klein expõe algumas de suas ideias sobre como tratar as questões abordadas na escola:

> A exposição na escola deve ser psicológica, e não sistemática. O professor deve agir como um diplomata; Ele deve conhecer a psicologia das crianças para capturar seu interesse, e isso só poderá acontecer se acerta em apresentar as coisas de uma forma fácil de serem assimiladas. (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

Logo em seguida Klein explica como seria isso; esclarecendo que o professor deve associar os assuntos matemáticos a situações reais dos alunos para que se atinja o aprendizado.

Neste aspecto, os PCNs de Matemática do ensino fundamental também destacam que os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados. (BRASIL, 1998)

Outro aspecto a ser considerado, na atualidade, é que as crianças já crescem informatizadas, o que torna imprescindível para educação que os professores e demais profissionais se qualifiquem quanto ao processo de inserir ferramentas digitais ao processo de ensino. Podemos considerar o uso, ou melhor, a cultura digital, uma importante situação de realidade.

Assim, é necessário desenvolver métodos apropriados para resolver este problema como é o caso da introdução de ferramentas tecnológicas na educação básica, no sentido de compartilhar desse novo arsenal de realidade. Com a ajuda da cultura digital, o aluno se apropria de uma ferramenta que poderá interferir em seu desenvolvimento, para ele de forma mais concreta.

Para a dialética, o concreto é aquilo que faz sentido para o indivíduo. Um aluno compreenderá mais essa importância, na medida em que utiliza essa ferramenta em tarefas significativas, nas quais se faz necessário aprimorar esses procedimentos.

Souza e Diniz (1996), Fiorentini, Miorim, e Miguel (1993), Coxford e Shulte (1994) e outros salientam a educação algébrica nas suas quatro diferentes dimensões. As dimensões da álgebra[1] podem contribuir para o desenvolvimento da criatividade, da concentração, do raciocínio lógico e do abstrato, das habilidades de generalizar e de comunicar ideias. Esses desenvolvimentos podem ser dificultados com práticas tradicionais.

Em qualquer área do conhecimento, o aluno atinge autonomia para seus próprios processos de aprendizagem no momento em que adquire o domínio da linguagem referente a essa área. Isso não é diferente na Matemática. Proporcionar ao aluno manusear e compreender a simbologia matemática inclui além de manipular os símbolos corretamente, a construção de sentidos e significados.

O Uso do Geogebra e As Representações Dinâmicas

Na obra de Klein, dedicada à Álgebra, seu propósito essencial é aplicar métodos gráficos e, em geral, métodos geometricamente intuitivos para resolver equações: Equações com um parâmetro, com dois e três parâmetros e suas linhas, curvas ou superfícies associadas. (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.111). “Queremos colocar no centro do ensino o conceito de função, sempre baseado no uso constante de métodos gráficos, representação de qualquer lei em termos das variáveis (x, y)”. (KLEIN, 1945; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

A prática da ressignificação do conhecimento permite o envolvimento de sujeitos desde a definição de investigação até a análise. O emprego de procedimentos abertos ou semiestruturados e de técnicas que fomentam a participação dos sujeitos é relevante na proposta metodológica.

> Para facilitar esta renovação deve dispensar de muito do que até agora constituía o objeto de nosso ensino, que ainda por si mesmo possa ser muito interessante, aparece como menos essencial ao relacioná-lo à cultura moderna. (KLEIN, 1927; apud VILLARROYA, 1996, p.108).

Ou seja, comparado com os estudos atuais ele se torna desinteressante, ineficaz.

A tradição do ensino fragmentado da matemática em três grandes áreas, geometria, álgebra e aritmética, deve ser substituído pelo ensino integrado dessas

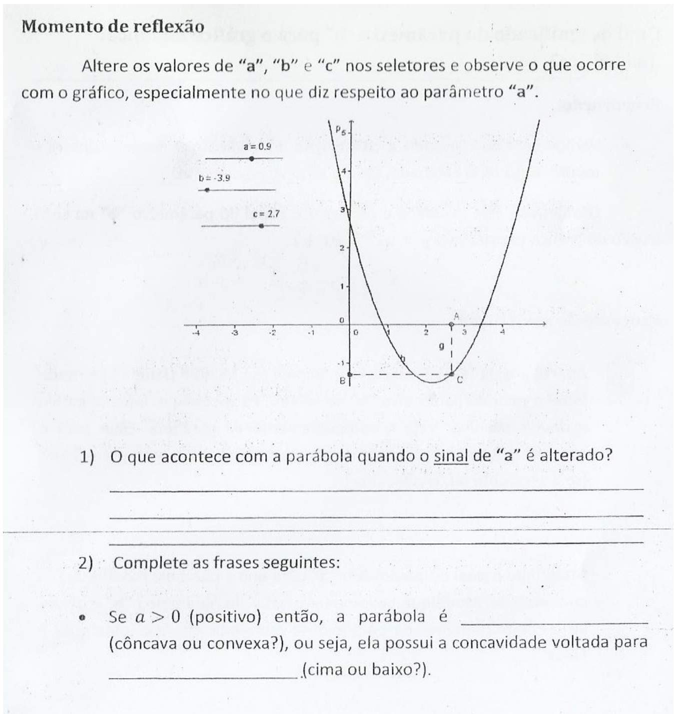
1. As propostas para o ensino da Álgebra encontram-se explicitadas no PCN (BRASIL, 1998, 116-122):
Na dimensão Aritmética Generalizada – uso das letras como generalização do modelo aritmético, com ênfase nas propriedades das operações;
Na dimensão Funcional – o uso de letras como variáveis, expressa relações e funções;
Na dimensão Equação – as letras entendidas como incógnitas, com ênfase na resolução de equações;
Na dimensão Estrutural – letras como símbolos abstratos, ênfase nos cálculos algébricos e expressões.

áreas, sob o ponto de vista que a ciência é um todo indivisível. Devendo ser priorizada a compreensão mais intuitiva do espaço, e em primeira linha e antes de tudo, o desenvolvimento da ideia de função, refletindo nela nossas representações do espaço e do número.

Para o ensino de matemática, o computador pode auxiliar na construção de imagens digitalizadas e oferecem a leitura e construção de representações espaciais (PCN's, 1998, p.149), sendo então um recurso importante para o individuo, pois na contemporaneidade exige-se cada vez mais uma imersão na cultura digital.

Um material muito interessante para ser usado como um mediador nos processos de ensino e aprendizagem no que tange ao uso do Geogebra é o desenvolvido por Nóbriga e Araújo (2010). Em um de seus capítulos é trabalhado funções quadráticas. Além de explorarem a construção do gráfico da função quadrática, trazem questionamentos e ambientes para resolução passo a passo (onde o aluno pode ver passo a passo a resolução do exercício, podendo mapear onde, eventualmente, esteja cometendo algum erro).

Tudo isso é importante para que o uso do Geogebra proporcione uma diferente perspectiva para observações das funções. As perguntas, ou melhor, os problemas podem ser explorados em outras versões, explorando a construção de mapas conceituais, podemos dizer, mais dinâmicas, e com possibilidades de outros sentidos e significados. Segue abaixo imagens de alguns dos momentos de reflexão.


Momento de reflexão

Altere os valores de "a", "b" e "c" nos seletores e observe o que ocorre com o gráfico, especialmente no que diz respeito ao parâmetro "a".

1) O que acontece com a parábola quando o sinal de "a" é alterado?

______

______

______

2) Complete as frases seguintes:

- Se $a > 0$ (positivo) então, a parábola é ______ (côncava ou convexa?), ou seja, ela possui a concavidade voltada para ______ (cima ou baixo?).

Figura 1: Imagem do momento de reflexão abordado na relação entre o parâmetro "a" e o fato de a parábola ser côncava ou convexa.

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 141.

Momento de reflexão

Vamos ver se percebeu uma propriedade importante. Tente completar as frases seguintes:

- Se $b > 0$, a parábola intercepta o EixoY com sua parte _______________ (crescente ou decrescente?)
- Se $b < 0$, a parábola intercepta o EixoY com sua parte _______________ (crescente ou decrescente?)
- Se $b = 0$, a parábola intercepta o EixoY em um ponto, que será chamado de vértice da parábola.

Observação importante: Guarde o significado do sinal do parâmetro **"b"**. Ele será importante.

Figura 2: Imagem do momento de reflexão abordado no significado do parâmetro "b" para o gráfico da função quadrática.

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 143.

Momento de reflexão

1) O ponto **D** tem duas coordenadas. Quais são as coordenadas do ponto D? Você consegue estabelecer uma relação entre a ordenada do ponto **D** e o parâmetro **"c"** da função?

____

____

2) Altere o valor de **"a"** para -2, "b" para -5 e "c" para 4. Escreva a equação da nova função? Quais são as coordenadas do ponto **D**?

____

____

3) Considere a função, cujo gráfico é apresentado a seguir. Qual é o sinal dos parâmetros **"a"**, **"b"** e **"c"**?

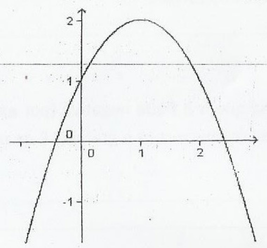


Figura 3: Imagem do momento de reflexão abordado na relação entre o parâmetro "c" e o local onde a parábola intercepta o EixoY.

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 144.

3) Altere de forma que o Δ fique positivo (por exemplo: $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$), o que acontece com o gráfico? E os zeros da função? Quantos são?

____

____

Tente relacionar a primeira coluna com a segunda:

Se $\Delta > 0$ (positivo), então	(1)	(a)	O gráfico não intercepta o EixoX
Se $\Delta < 0$ (negativo), então	(2)	(b)	O gráfico toca uma única vez no EixoX
Se $\Delta = 0$	(3)	(c)	O gráfico intercepta o EixoX em dois lugares distintos.

Observação importante: Guarde o significado do sinal de Δ. Ele será importante .

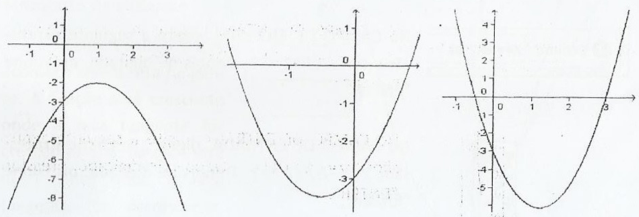
Momento de Reflexão

Perceba que, sabendo o significado de "a", "b", "c" e "Δ," você consegue fazer o esboço do gráfico de qualquer função quadrática. Por exemplo: para a função $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ sabe-se que $a = 2$, $b = -5$ e $c = -3$ e, consequentemente,

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.2.(-3) = 25 + 24 = 49 > 0$$

Com todas essas informações, qual dos gráficos a seguir tem estas propriedades?

( ) ( ) ( )



Tente justificar sua solução, ou seja, se não escolheu, por exemplo, o primeiro gráfico, diga por quê. Faça o mesmo com o outro gráfico que não escolheu.

____

____

Figuras 4 e 5: Imagens de uma questão do momento de reflexão abordado na relação entre o sinal de delta e o número de raízes da função.

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 148-149.

Momento de reflexão

1) Para a construção anterior, a função considerada foi:

$$f(x) = x^2 - x - 2.$$

- Para quais valores de x temos $f(x) > 0$? Essa pergunta poderia ser feita assim: para quais valores de x a imagem de x é positiva? (explore a construção feita e tente responder) .

____

____

- Para quais valores de x temos $f(x) < 0$? Essa pergunta poderia ser feita assim: para quais valores de x a imagem de x é negativa? (explore a construção feita e tente responder)

____

____

2) Considere as funções:
   - $f(x) = x^2 - 3x + 4$
   - $f(x) = -x^2 - 4x$

   Para cada uma delas, determine:

a) O ponto onde ela intercepta o EixoY.
b) Se intercepta o EixoY em sua parte crescente ou decrescente.
c) Se a parábola é convexa (concavidade voltada para cima) ou côncava (concavidade voltada para baixo)
d) Encontre Δ e decida se ela possui duas raízes distintas, uma única raiz[13] ou nenhuma raiz.
e) Com essas informações, faça um esboço do gráfico em papel, depois modifique os valores de "a", "b" e "c", usando a construção feita no GeoGebra para coincidir com a função. Veja se o resultado que você obteve vai de encontro ao que é mostrado no programa. Caso sim, parabéns. Caso não tente perceber em qual fundamento você falhou e tente corrigi-lo para o próximo exercício.
f) Encontre a(s) raiz(es), ou zeros, caso existam.
g) Encontre o vértice da parábola.
h) A função assume valor máximo ou mínimo? Qual é esse valor?
i) Em qual intervalo a função é crescente?
j) Em qual intervalo a função é decrescente?
k) Estude o sinal da função.

Figuras 6 e 7: Imagens do momento de reflexão abordado no estudo do sinal da função quadrática.

Fonte: NÓBRIGA, 2010, p. 158-159.

CONCLUSÃO

De acordo com OECD (2015) em média, nos últimos 10 anos não houve nenhuma melhora perceptível no desempenho dos alunos em Leitura, Matemática e Ciências nos países que investiram pesado em Tecnologias da Informação e Comunicação para a Educação. Em média, 72% dos estudantes com 15 anos nos países da OECD usam computador na escola. Na Korea apenas 42% relataram usar computador na escola, mas este país teve o 3º melhor desempenho no teste de Matemática baseado no uso de computador.

Para que ocorram mudanças, tão necessárias no ensino de álgebra, é preciso que se contemple além dos aspectos formais, a construção do pensamento algébrico. É necessária uma imersão em atividades algébricas, que propiciem a construção do pensamento algébrico, como defende alguns autores, como Ken (1989), Lins e Gimenez (1997), Araujo (1999), Carvalho (2007).

O Geogebra é um software de matemática dinâmica. Antes de fazer a construção temos que começar perguntando qual a matemática que eu preciso usar pra fazer essa construção. Se o aluno não entender a matemática que está sendo utilizada, ele não vai usar um programa de matemática dinâmica, pelo menos para fazer construções. O Geogebra é uma ferramenta para o ensino de matemática e não o contrário. Com essa visão, Nóbriga e Araújo (2010) sugerem roteiros de apoio, orientados à promoção de discussões e análises de procedimentos matemáticos que atuam como mediadores na aprendizagem, já que propõem estratégias e caminhos a serem seguidos pelos professores e alunos durante o trabalho com o software.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, E. A. de. **Influências das habilidades e das atitudes em relação à matemática e a escolha profissional**. Tese de doutorado. FE. Campinas, SP, Unicamp. 1999.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental/ Ministério de Educação. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, C. A. **A percepção da generalidade no trabalho com padrões em álgebra**. X Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Anais... Belo Horizonte, MG, 2007.

COXFORD, A. F. E SHULTE, A. P. (org) – **As ideais da Álgebra** – São Paulo, Atual Ed. 1994

FIORENTINI, D.; MIORIM, Â. e MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar a Educação Algébrica Elementar.** Pro-posições, v. 4, n. 1, pp. 78-91, 1993.

INEP. **Sistema Nacional de Avaliação Básica – SAEB, 2016**. Brasília: INEP/Ministério da Educação, 2016. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/prova_brasil_saeb/resultados/2015/saeb_2015_resumo_dos_resultados.pdf >. Acesso em: 23 set. 2016.

KEN, M. **Fostering algebraic thinking in children**. The Australian Mathematics Teacher, v. 4, n. 45, pp. 14-16, 1989.

KIERAN, C. **Algebraic thinking in the early grades**: What is it? The Mathematics Educator, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

KIERAN, C. **The learning and teaching of school algebra.** In: Grouws, Douglas A. (ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, p. 390-419, 1992.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 1997.

NÓBRIGA, J. C. C.; ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o GeoGebra**, São Paulo: Editora Exato, 2010.

OECD. **Students, Computers and Learning**: Making the connection, Pisa OECD , 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en>. Acesso em: 03 set. 2016.

PINTO, A. H. **As concepções de álgebra e educação algébrica dos professores de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro Pedagógico, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 1999.

SOUZA, E. R. DE DINIZ, M.I.S.V. –**Álgebra das variáveis às equações e Funções**. 2 ed. São Paulo, IME/US, 1996.

VILLARROYA BULLIDO, F. **Klein y la enseñanza de lãs matemáticas**. SUMA , Zaragoza, 1996, n. 21, p. 107-113, fev. 1996.

CAPÍTULO 12

SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA: UM EXPERIMENTO COM NÚMEROS DECIMAIS E O TEMA TRANSVERSAL TRABALHO E CONSUMO COM ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL

Rosana Pinheiro Fiuza
Emef. Irmão Pedro
Canoas – RS

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil
Canoas – R.S.

RESUMO: Este trabalho apresenta os resultados da aplicação de uma Sequência Didática Eletrônica com estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, com a temática Números Decimais envolvendo o tema Transversal Trabalho e Consumo. O objetivo foi de identificar as potencialidades da Sequência Didática Eletrônica, implementada (desenvolvida, aplicada e avaliada) no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA), como estratégia de ensino para a temática investigada. Os resultados apontam que os estudantes apresentaram desempenho satisfatório em relação aos conceitos estudados sobre Números Decimais, sendo o maior desempenho no conceito de Exemplos/Situações do Dia a Dia, e o menor desempenho no desenvolvimento das atividades com Expressões Numéricas. Considera-se que a Seqüência Didática Eletrônica foi importante para os estudantes na construção dessa temática, proporcionando momentos de reflexão e uma visão diferenciada frente aos aspectos relacionados com consumo, ao valor do trabalho e de questões envolvendo o cotidiano.

PALAVRAS-CHAVE: Sequência Didática Eletrônica; SIENA; Números Decimais; Trabalho e Consumo.

ABSTRACT: This paper presents the results of the application of an Electronic Didactic Sequence with students of the 6th year of elementary school, with the theme Decimal Numbers involving the cross - sectional theme of Work and Consumption. The objective was to identify the potentialities of the Electronic Didactic Sequence, implemented (developed, applied and evaluated) in the Integrated System of Teaching and Learning (SIENA), as a teaching strategy for the researched topic. The results show that the students presented satisfactory performance in relation to the concepts studied on Decimal Numbers, being the highest performance in the Day / Day Examples / Situations concept, and the lower performance in the activities with Numeric Expressions. It is considered that the Electronic Didactic Sequence was important for the students in the construction of this subject, providing moments of reflection and a differentiated vision regarding the aspects related to consumption, the value of work and issues involving daily life.

KEYWORDS: Electronic Didactic Sequence; SIENA; Decimal numbers; Labor and

Consumption.

1 I INTRODUÇÃO

Esta investigação desenvolveu uma Sequência Didática Eletrônica utilizando o conteúdo dos Números Decimais e o tema Transversal Trabalho e Consumo para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, implementada (desenvolvida, aplicada e avaliada) no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA).

O envolvimento dos conteúdos dos Números Decimais com o tema Transversal Trabalho e Consumo abriram espaço para a reflexão de metodologias tradicionais dentro do planejamento escolar e empreenderam um conhecimento matemático comprometido com a transformação da realidade, contribuindo para uma educação voltada para a formação de cidadãos críticos (LIMA, 2008). Este trabalho foi desenvolvido dentro do Observatório de Educação (Edital Nº 38/2010/CAPES/INEP), no Projeto Formação Continuada de Professores em Ciências e Matemática visando o Desenvolvimento para o Exercício Pleno da Cidadania, nas cidades de Canoas, Sapucaia do Sul e São Leopoldo, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil, articulando a qualificação dos professores e a pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática.

2 I ENSINO E APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS DECIMAIS E O TEMA TRANSVERSAL TRABALHO E CONSUMO

Em geral, situações concretas e reais não envolvem apenas Números Naturais, observando grandezas, como medidas, quantidades, preços e temperaturas, quase sempre são expressas por Números Decimais. Os Números Decimais são usados em diferentes áreas e atuações, como na Engenharia, Comércio, Gastronomia, Astronomia, Navegação, Estatística e no Sistema Financeiro.

Para Vygotsky aput Silva (2006) a aprendizagem dos conceitos tem origem nas práticas sociais, nas quais o processo de apropriação do conhecimento se dá no decurso do desenvolvimento das relações reais e efetivas do sujeito com o mundo. Relacionando as ideias de interações com o mundo, dos sujeitos e os números, em particular dos Números Decimais, os estudantes constroem seus próprios conceitos. Para Vygotsky (1984) a aprendizagem formal tem um importante papel no processo de ensino e aprendizagem, pois a apropriação do conhecimento sistemático permite outras possibilidades do ser humano frente à realidade.

De acordo com Duval (2003) os objetos matemáticos, começando pelos números, não são diretamente perceptíveis ou observáveis sem a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um Sistema de Numeração que os permite designar. O autor ressalta que a Matemática possui uma variedade de representações, como o Sistema de Numeração, as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural. A construção do conceito dos Números Decimais deve passar por diversas representações, como a representação decimal, a numérica e também através de desenhos.

Cada objeto matemático possui diversos registros de representação e para que ocorra a conceitualização (noésis), conforme Duval (2009) é preciso integrar todos os registros de representação. A apropriação das representações favorece o ensino e a aprendizagem dos Números Decimais. Os décimos, centésimos e milésimos, que fazem parte da casa decimal, serão associados às frações decimais correspondentes e podem ser representados por meio de figuras. Alguns autores, como Mori e Onaga (2009), Bianchini (2011), Lopes (2013), Pérez (1997) e PCN (BRASIL, 1998) apresentam a representação dos Números Decimais através do Material Dourado. Segundo os autores a utilização do Material Dourado possibilita ao estudante estabelecer relações entre o décimo, o centésimo, o milésimo e o inteiro, potencializando o ensino e a aprendizagem dos Números Decimais, favorecendo a construção das representações.

A relação entre o tema Transversal Trabalho e Consumo com os conceitos de Números Decimais envolveram questões de produção, preços, valores, venda, remuneração, entre outros itens não apenas ligados aos direitos trabalhistas e ao acesso aos bens materiais, mas também aplicados nos cálculos básicos. Yus (1998) salienta que "[...], os temas transversais são um conjunto de conteúdos educativos e eixos condutores da atividade escolar que, não estando ligada a nenhuma matéria em particular, pode-se considerar que são comuns a todas, [...]". O envolvimento dessas situações desenvolve o conceito da educação financeira, além de educar para a economia, contenção de gastos, o ato de poupar e de guardar dinheiro, propicia discussões sobre a busca de melhor qualidade de vida. Segundo Pinheiro (2008) a educação financeira é definida como a habilidade que os indivíduos apresentam de fazer escolhas adequadas ao administrar suas finanças pessoais durante o ciclo de vida.

O envolvimento das moedas do Sistema Monetário, de situações de compras, de renda salarial dentro da Sequência Eletrônica consistiu em uma estratégia metodológica para que o estudante pudesse perceber o uso dos Números Decimais em seu cotidiano. Os recursos didáticos referenciados foram utilizados na construção da Sequência Didática Eletrônica desenvolvida, explicada a seguir.

3 I PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ELETRÔNICA

A pergunta de investigação foi: Quais as possíveis contribuições de uma Sequência Didática Eletrônica implementada no Sistema Integrado de Ensino e Aprendizagem (SIENA) para a potencialização do processo de ensino e aprendizagem da temática Números Decimais envolvendo o tema Transversal Trabalho e Consumo para estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental?

O objetivo geral foi de investigar as potencialidades de uma Sequência Didática Eletrônica como estratégia de ensino para o conceito dos Números Decimais visando integrar essas atividades com o tema Transversal Trabalho e Consumo para o 6º ano do Ensino Fundamental. A investigação seguiu as seguintes ações de pesquisa: construção do ambiente de investigação no sistema SIENA; realização do experimento no 6º ano do Ensino Fundamental e análise dos resultados coletados no experimento.

O experimento foi realizado em duas turmas de 6º ano de uma Escola Municipal de Canoas/RS (Brasil), utilizando o laboratório de informática e o uso de *tablets* na sala de aula dos estudantes. As turmas foram divididas em duplas para melhor organização do trabalho (26 duplas), considerando que o trabalho cooperativo contribui para o desenvolvimento da capacidade do raciocínio, da comunicação e da argumentação.

4 I SISTEMA INTEGRADO DE ENSINO E APRENDIZAGEM (SIENA)

O SIENA é uma ferramenta informática que auxilia na autoaprendizagem e autoavaliação, a partir dos conhecimentos prévios dos estudantes. O SIENA foi organizado pelo Grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna (ULL) em Tenerife, Espanha, juntamente com o Grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática (GECEM), da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). O SIENA é um sistema inteligente que:

> permite ao professor uma análise do nível de conhecimentos prévios de cada aluno, e possibilitará um planejamento de ensino de acordo com a realidade dos alunos podendo proporcionar uma aprendizagem significativa. O processo informático permite gerar um mapa individualizado das dificuldades dos alunos, o qual estará ligado a um hipertexto, que servirá para recuperar as dificuldades que cada aluno apresenta no conteúdo desenvolvido, auxiliando no processo de avaliação (GROENWALD e RUIZ, 2006, p.26).

Este sistema é composto por um grafo, construído no *software* Compendium, de um conteúdo qualquer, onde cada conceito do grafo está ligado a um Teste Adaptativo e a Sequências Didáticas para estudos ou recuperação de conteúdos ou vice-versa. Um teste adaptativo informatizado, administrado pelo computador, procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade de cada estudante. Das respostas obtidas obtén-se um mapa conceitual personalizado que descreve o que cada um conhece *a priori* dos conteúdos, gerando o mapa individualizado dos conhecimentos.

A ferramenta informática parte dos conceitos prévios evoluindo para os conceitos intermediários, até chegar aos conceitos objetivos definidos no grafo, progredindo sempre que o estudante consegue a nota estipulada pelo professor, no teste. Nesta investigação os estudantes estudavam os conceitos e realizaram os testes para autoavaliação A pesquisadora, por sua vez, verificou as potencialidades da Sequência Didática e o desempenho dos estudantes participantes do experimento.

5 | AMBIENTE DE INVESTIGAÇÃO NA PLATAFORMA SIENA

A construção do ambiente de investigação, no SIENA, consistiu das seguintes ações: construção do grafo com os conceitos sobre Números Decimais integrado com o tema Transversal Trabalho e Consumo; elaboração da Sequência Didática Eletrônica e a construção de questões para os Testes Adaptativos, onde para cada conceito do grafo foram desenvolvidas 60 questões de múltipla escolha, com cinco opções de resposta.

Nesta investigação cada nodo do grafo é denominado conceito que se pretende que o estudante passe no estudo que irá realizar. O grafo apresenta dez conceitos: Conceito, Exemplos/Situações do Dia a Dia, Comparação, Decomposição, Adição e Subtração, Multiplicação, Divisão, Potência e Raiz Quadrada, Expressões Numéricas e Resolução de Problemas envolvendo todos os conceitos (Figura 1).

Figura 1 - Grafo com o conteúdo de Números Decimais.

Fonte: http://siena.ulbra.br/mapImages/14.png.

Para cada conceito do grafo foi elaborado Materiais de Estudos com apresentações em *PowerPoint,* salvo em *Ispring*, atividades desenvolvidas no aplicativo JClic e alguns conceitos apresentaram atividades *Online.* JClic é um programa para a criação, realização e avaliação de atividades educativas multimídia, desenvolvido na plataforma Java, estas atividades podem ser textuais ou utilizar recursos gráficos, podendo incorporar também sons, animações ou sequências de vídeos digitais, esse software permite criar projetos que são formados por um conjunto de atividades com uma determinada sequência, que indica a ordem em que irão ser mostradas, As apresentações são no estilo de histórias em quadrinhos, com cenários e imagens com *giffs*.

Apresenta-se, na figura 2, o Material de Estudos do primeiro conceito.

Figura 2 – Material de Estudos de Exemplos/Situações do Dia a Dia.

Fonte: http://siena.ulbra.br.

Apresenta-se, na figura 3, as atividades desenvolvidas no aplicativo JClic.

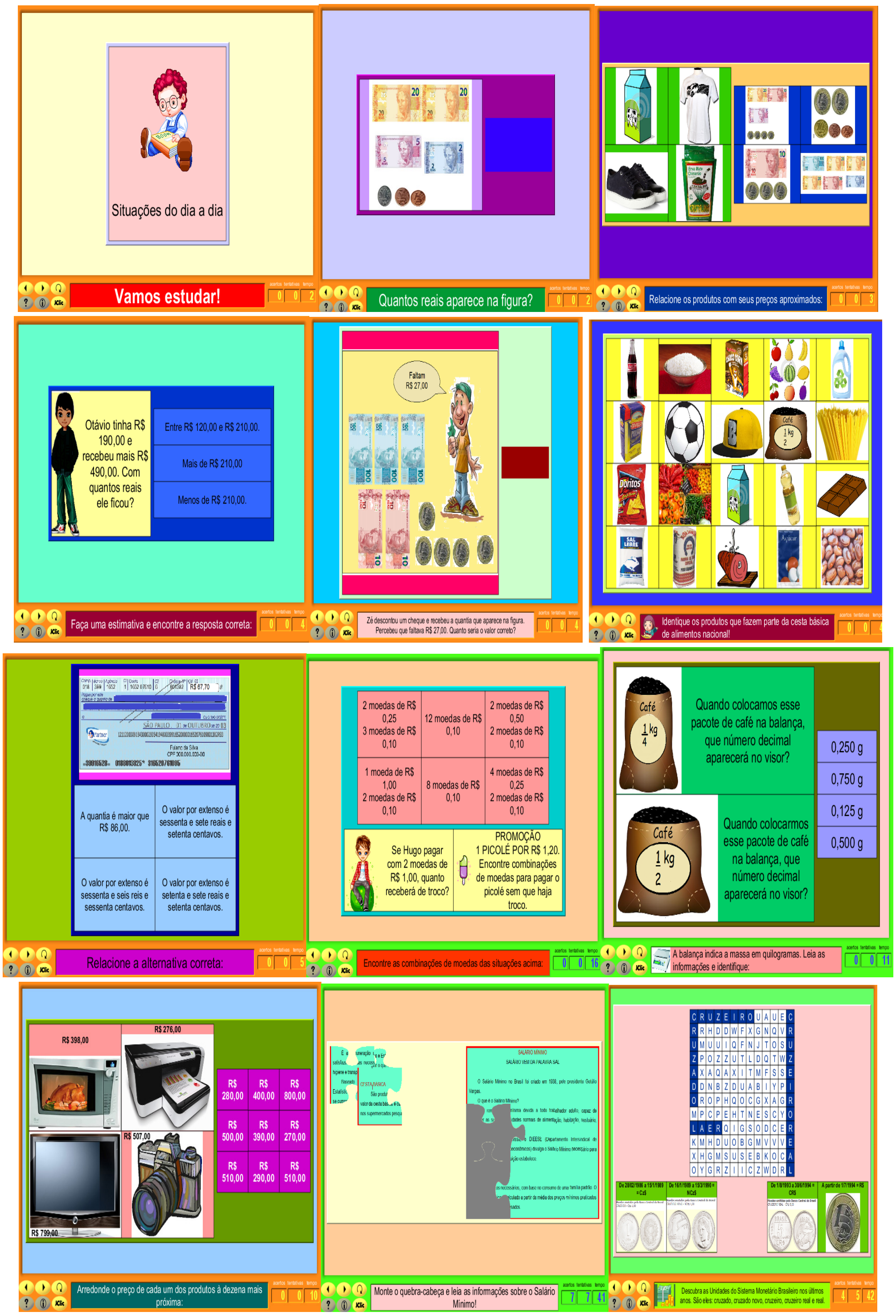


Figura 3 - Atividades no aplicativo JClic.

Fonte: http://siena.ulbra.br.

Apresenta-se, na figura 4, os Jogos *Online* do e algumas atividades do Banco de Questões do mesmo conceito sobre Situações do Dia a Dia.

- http://www.math-play.com/rounding-decimals-game-1/rounding-decimals--game.html
- http://www.math-play.com/baseball-math-rounding-decimals/rounding-deci-mals.html

Nível Fácil	Nível Médio	Nível Difícil
Tenho as moedas que aparecem na figura. Quantos reais eu tenho?  1)R$ 1,95 2)R$ 2,05 3)R$ 2,15 4)R$ 2,00 5) R$ 2,20	Os produtos abaixo terão os preços arredondados. Encontre "quanto" eles poderão passar a custar, de maneira que a alteração afete o mínimo possível o preço do produto.  1) O macarrão custará R$ 1,50, a maionese custará R$ 3,00. 2) O macarrão custará R$ 1,50, a maionese custará R$ 2,90. 3) O macarrão custará R$ 1,40, a maionese custará R$ 2,90 4) O macarrão custará R$ 1,45, a maionese custará R$ 3,00. 5) O macarrão custará R$ 1,40, a maionese custará R$ 2,95	Se você der uma nota de R$10,00 para pagar uma conta de R$ 9,45, que moedas poderá receber de troco? 1) 1 moeda de R$ 0,05 e 2 moedas de R$ 0,10 2)1 moeda de R$ 0,25 e 2 moedas de R$ 0,10 3) 1 moeda de R$ 0,50 e 1 moeda de R$ 0,10 4) 3 moedas da R$ 0,25 5) moedas de R$ 0,25 e 1 moeda de R$ 0,05

Figura 4– Atividades Online e Questões do Banco do Teste Adaptativo do Conceito Exemplos/ Situações do Dia a Dia

Fonte: http://siena.ulbra.br

Para a composição dos bancos de questões dos Testes Adaptativos apresentados anteriormente foram desenvolvidas em três níveis de dificuldades (fácil, médio e difícil).

6 I ANÁLISE DOS DADOS

Participaram do experimento 24 meninos e 20 meninas, com idades entre 11 a 14 anos, onde os estudantes estudaram a sequência em duplas. A coleta dos dados foi através do banco de dados do SIENA. Para análise do desempenho geral das duplas de trabalho tomou-se como base a pontuação de cada dupla, sendo considerado aprovado a dupla que alcançasse a pontuação 0,6 no intervalo de 0,1 a 0,9. O gráfico da figura 3 apresenta as notas das duplas de trabalho, nos dez conceitos:

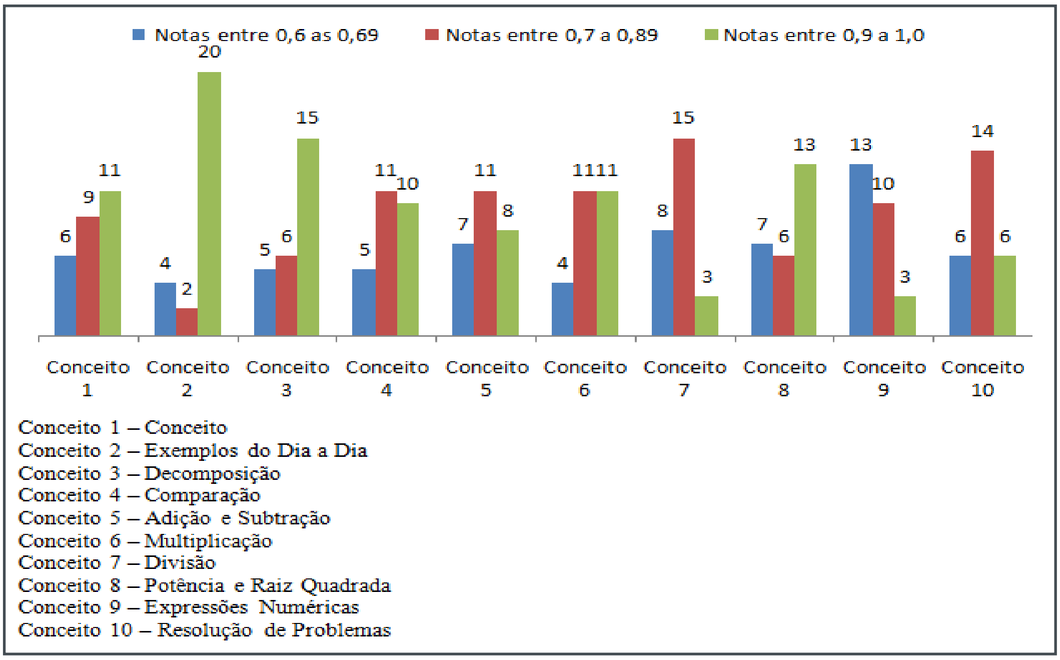


Figura 5 – Gráfico da quantidade de Duplas e Notas das Duplas nos Testes Adaptativos.

Fonte: Banco de dados do SIENA.

Observou-se, que o conceito sobre Exemplos/Situações do Dia a Dia foi o de melhor desempenho das 26 duplas, 20 obtiveram notas entre 0,9 a 1,0. Percebeu-se, que no conceito sobre Expressões Numéricas os estudantes obtiveram menor desempenho, as médias predominaram entre 0,60 a 0,69.

A análise individual do desempenho das duplas de trabalho objetivou verificar as dificuldades e as particularidades individuais das duplas nas atividades propostas na Sequência Didática Eletrônica. A tabela 1 apresenta o desempenho da dupla 13:

Conceito	Exemplos Do dia a dia	Decompo Sição	Compara ção	Adição E Subtração	Multiplica ção	Divisão	Raiz e Potências	Expressões Numéricas	Resolução De problemas
0,969	0,998	0,647	0,956	0,755	0,860	0,691	0,956	0,607	0,647

Tabela 1 - Desempenho da Dupla 13 nos Testes Adaptativos.

Fonte: Banco de dados do SIENA.

O desempenho dos estudantes da dupla 13 foi considerado satisfatório. No decorrer da sequência tiveram algumas dificuldades, verificadas pelo baixo desempenho, mas gradativamente foram superando e retomando os conceitos estudados. O conceito com menor desempenho foi o de Expressões Numéricas e o de maior foi o de Exemplos do Dia a Dia.

Apresenta-se, na figura 6, a tabela síntese do desempenho individual de todos os estudantes nas atividades propostas na Sequência, destacando os conceitos de menor desempenho (média muito próxima de 0,6) das duplas em cor cinza, a média de menor desempenho está sublinhada e o conceito de maior desempenho está destacado com a cor amárela.

O conceito de Expressões Numéricas os estudantes apresentaram menor desempenho, perfazendo 34,62% do total de estudantes investigados. Destaca-se que o conceito de maior desempenho, na figura 6, foi o de Exemplos/Situações do Dia a Dia, onde oito duplas obtiveram o maior desempenho da Sequência, oscilando no intervalo de 0,8 a 0,9. O nono conceito sobre Expressões Numéricas os estudantes, durante toda a sequência, apresentaram maior dificuldade. O material de estudos apresentou o conceito das Expressões Numéricas dentro de atividades de Resolução de Problemas, fazendo com que os estudantes resolvessem as atividades utilizando os passos desse conceito.

Tabela 27 - Desempenho Individual das Duplas de Trabalho

Conceitos / Duplas	Conceito	Exemplos Do Dia a Dia	Decom-Paração	Compa-Ração	Adição E Subtração	Multi-plicação	Divisão	Raiz e Potência	Expressões Numéricas	Resolução de Problemas
Dupla 1	0,969	0,944	0,890	0,641	0,610	0,920	0,647	0,960	0,860	0,836
Dupla 2	0,647	0,645	0,949	0,854	0,801	0,968	0,863	0,647	0,746	0,904
Dupla 3	0,647	0,611	0,956	0,928	0,664	0,840	0,982	0,978	0,808	0,867
Dupla 4	0,860	0,965	0,871	0,817	0,994	0,608	0,978	0,922	0,647	0,647
Dupla 5	0,874	0,973	0,957	0,949	1,000	0,782	0,607	0,647	0,647	0,860
Dupla 6	0,988	0,991	0,647	0,647	0,659	0,934	0,670	0,607	0,647	0,860
Dupla 7	0,985	0,969	0,647	0,885	0,930	0,782	0,860	0,976	0,607	0,860
Dupla 8	0,640	0,957	0,932	0,969	0,782	0,909	0,769	0,899	0,647	0,931
Dupla 9	0,974	0,939	0,975	0,947	0,785	0,953	0,871	0,860	0,607	0,647
Dupla 10	0,980	0,976	0,939	0,762	0,875	0,647	0,860	0,956	0,833	0,860
Dupla 11	0,972	0,829	0,958	0,647	0,961	0,920	0,782	0,647	0,613	0,956
Dupla 12	0,647	0,647	0,647	0,860	0,998	0,736	0,640	0,607	0,900	0,647
Dupla 13	0,969	0,998	0,647	0,956	0,755	0,860	0,691	0,956	0,607	0,647
Dupla 14	0,921	0,957	0,911	0,966	1,000	0,903	0,766	0,647	0,890	0,956
Dupla 15	0,934	0,958	0,949	0,863	0,782	0,607	0,647	0,833	0,956	0,914
Dupla 16	0,776	0,975	0,976	0,814	0,967	0,947	0,815	0,960	0,851	0,770
Dupla 17	0,961	0,980	0,965	0,926	0,663	0,607	0,647	0,944	0,791	0,860
Dupla 18	0,708	0,918	0,956	0,643	0,871	0,945	0,860	0,921	0,887	0,860
Dupla 19	0,769	0,887	0,911	0,887	0,743	0,747	0,890	0,730	0,647	0,878
Dupla 20	0,647	0,907	0,825	0,896	0,782	0,899	0,755	0,978	0,956	0,645
Dupla 21	0,755	0,968	0,9741	0,860	0,659	0,860	0,860	0,860	0,899	0,956
Dupla 22	0,772	0,956	0,875	0,938	0,659	0,736	0,878	0,948	0,647	0,862
Dupla 23	0,647	0,910	0,860	0,969	0,840	0,782	0,776	0,860	0,607	0,647
Dupla 24	0,760	0,907	0,743	0,887	0,717	0,801	0,944	0,950	0,647	0,860
Dupla 25	0,860	0,975	0,647	0,975	0,647	0,920	0,829	0,647	0,607	0,814
Dupla 26	0,960	0,647	0,958	0,647	0,956	0,956	0,622	0,988	0,775	0,894
Total de duplas com menor desempenho	1	2	0	1	2	4	2	3	9	2
Percentual de menor desempenho	3,85 %	7,7%	0%	3,85 %	7,7%	15,4%	7,7%	11,54 %	34,62%	7,7%
Total de duplas com maior desempenho	5	8	4	2	3	1	1	2	0	0
Percentual de maior desempenho	19,23 %	30,77 %	15,4 %	7,7%	11,54 %	3,85%	3,85 %	7,7%	0%	0%

Figura 6- Tabela de Desempenho Individual de todas as Duplas de Trabalho

Fonte: Banco de dados do SIENA.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando o desempenho das duplas de trabalho, entendeu-se que a Sequência Didática Eletrônica alcançou os resultados almejados que eram de investigar as potencialidades da sequência como estratégia de ensino para o conceito dos Números Decimais, integrando essas atividades com o tema Transversal Trabalho e Consumo, e de investigar o desempenho dos estudantes. A partir dos resultados satisfatórios obtidos pelas duplas de trabalho, nos dez conceitos, percebeu-se que a Sequência Didática Eletrônica auxiliou no processo de ensino e aprendizagem sobre Números Decimais.

Percebeu-se grande dificuldade dos estudantes em interpretar dados e descobrir quais operações dá conta da situação apresentada. O material de estudos encontrava-se de acordo com a proposta do conceito, mas percebeu-se que em muitas questões do dos Testes Adaptativos não estavam de acordo com a proposta do material de estudos. Sugere-se, uma reformulação das atividades do banco para que as mesmas fiquem mais próximas do material de estudos. Um item que cabe destacar foi à organização da sequência: a implantação na plataforma SIENA, o material de estudos, as atividades no aplicativo *JClic* e as Atividades *Online* deveriam ser elaboradas antes da organização do banco de questões. Sugeriu-se, também, a troca de ordem dos dois primeiros conceitos, começando a Sequência com Exemplos/Situações do Dia a Dia, seguindo para o Conceito de Números Decimais, e para contribuir com a etapa inicial do estudo de Números Decimais, o conceito de Decomposição.

A partir dos resultados verificou-se que os estudantes entenderam o significado e perceberam a presença dos Números Decimais no cotidiano, como no Sistema Monetário, nas medidas e nas operações propostas no material de estudos.

REFERÊNCIAS

BIANCHINI, Edwaldo **Matemática Bianchini (6º ano).** 7ª edição. São Paulo: Moderna, 2011.

BRASIL Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

DUVAL, Raymond. **Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão matemática.** In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.).
Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens.** São Paulo. Editora: Livraria da Física, 2009.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; RUIZ, Lorenzo Moreno. **Formação de Professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias.** Acta Scientiae, Canoas, v.8, n.2, jul./dez, 2006.

LIMA, Claudine Assumpção. **Aproximações entre ciência-tecnologia-sociedade e os temas transversais no livro didático de matemática do ensino fundamental de 5ª a 8ª séries**.

Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), Faculdade em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2008. Disponível em: http://www.ppgect.ufsc.br/dis/53/dissert.pdf.

LOPES, Antonio José. **Projeto Velear: matemática** (6º ano). São Paulo: Scipione, (2013).

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática: ideias e desafios** (6º ano). 15ª edição. São Paulo: Editora Saraiva, 2009.

PÉREZ, Julia Centen. **Numeros decimales Por qué? Para qué?** São Paulo: Editorial Síntesis, 1997.

PINHEIRO, Ricardo Pena. Educação Financeira e previdenciária, a nova fronteira dos fundos de pensão. In: REIS, Adacir (org.). **Fundos de Pensão de Mercado de Capitais.** São Paulo: Peixoto Neto, 2008.

SILVA, Valdenice Leitão da **Números decimais: no que os saberes de adultos diferem dos de crianças**. Disponível em: http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalho/GT18-2224--Res.pdf. 2006.

VYGOTSKY, Lev S **A Formação Social da Mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1984.

YUS, Rafael **Temas transversais: em busca de uma nova escola.** Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

CAPÍTULO 13

CONTEÚDOS ALGÉBRICOS DA PROVA DE MATEMÁTICA DO "NOVO ENEM"

Alan Kardec Messias da Silva
Universidade do Estado de Mato Grosso
Barra do Bugres - MT

Acelmo de Jesus Brito
Universidade do Estado de Mato Grosso
Barra do Bugres - MT

Luciana Bertholdi Machado
Universidade do Estado de Mato Grosso
Barra do Bugres – MT

Marcio Urel Rodrigues
Universidade do Estado de Mato Grosso
Barra do Bugres - MT

RESUMO: Apresentamos neste artigo, resultados de uma pesquisa cujo objetivo foi *identificar a presença dos Conhecimentos Algébricos nas questões das provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016*. A questão investigativa norteadora da pesquisa foi: *Qual tem sido a presença dos Conhecimentos Algébricos nas provas de Matemática do ENEM nos períodos de 2009 a 2016?* O *corpus* foi constituído pelas 360 questões da prova de Matemática do "Novo ENEM" no período de 2009 a 2016. Para o desenvolvimento do trabalho utilizamos alguns conceitos da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977) e por meio desta análise, constituímos cinco Categorias de Análise: Álgebra Elementar; Funções Elementares; Múltiplas Representações de Funções; Função Exponencial e Logarítmica; Funções Trigonométricas, pelas quais distribuímos as 60 questões identificadas que foram relacionadas aos Conhecimentos algébricos, o que equivale a 16,7% das questões da prova de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016.

PALAVRAS-CHAVE: Novo ENEM. Matemática. Conhecimentos Algébricos. Ensino Médio.

ABSTRACT: We present in this article, results of a research whose objective was to identify the presence of Algebraic Knowledge in Mathematical tests of the New ENEM in the period from 2009 to 2016. The investigative question guiding the research was: What has been the presence of Algebraic Knowledge in Mathematical tests of the New ENEM in the period from 2009 to 2016? The corpus this paper was constituted by the 360 questions of the mathematics test of the "New ENEM" in the period from 2009 to 2016. For the development of the work we used some concepts of Content Analysis (BARDIN, 1977) and through this analysis, we constituted five Categories of Analysis: Elementary Algebra; Elementary Functions; Multiple Representations of Functions; Exponential and Logarithmic Function; Trigonometric Functions, by which we distributed the 60 questions identified that were associated to the Algebraic Knowledge, which is

equivalent to 16.7% of the Mathematics test questions of the New ENEM in the period from 2009 to 2016.
KEYWORDS: New ENEM. Mathematics. Algebraic Knowledge. High school.

1 I INTRODUÇÃO

O presente artigo é produto do Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática intitulado "Conhecimentos Algébricos contidos nas Provas de Matemática do Novo ENEM no Período de 2009 a 2016", defendido pelo primeiro autor, orientado pelo segundo autor e ainda contou com a participação dos outros dois autores em sua avaliação na Universidade do Estado de Mato Grosso/Campus de Barra do Bugres.

O ponto de partida para a elaboração da referida pesquisa foi o artigo apresentado por Rodrigues (2013) que envolve uma análise das questões de Matemática do Novo ENEM (2009 á 2012): reflexões para professores de Matemática. Na presente pesquisa realizamos uma análise das questões do conteúdo de Álgebra das provas de Matemática do Novo ENEM, levantando dados e demonstrando como foram trabalhados os conteúdos das provas no período de 2009 á 2016.

Assim sendo, objetivamos Identificar a presença dos Conhecimentos Algébricos nas questões das provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016. Com essas perspectivas, a questão investigativa norteadora desta pesquisa é investigar Qual tem sido a presença dos Conhecimentos Algébricos nas provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016?

Baseado em nossa questão investigativa evidenciamos como são abordados pelo Novo ENEM os Conhecimentos Algébricos, produzindo assim um material para futuras consultas pelos professores de Matemática em serviço no Ensino Médio das escolas.

Seguindo essa perspectiva, no primeiro momento do artigo evidenciamos a fundamentação teórica que aborda os Conhecimentos Algébricos na Matriz de Referência do Novo ENEM. Em um segundo momento, apresentamos os aspectos metodológicos – opção metodológica - pesquisa qualitativa na modalidade documental, procedimentos utilizados para coletar e analise dos dados por meio da Análise de Conteúdo (BARDIN, 1977). Em um terceiro momento, realizamos a descrição e análise interpretativa dos dados por meio de um movimento dialógico entre dados e referenciais teóricos. Em um quarto momento, elencamos nossas compreensões e considerações finais em relação aos Conhecimentos Algébricos presentes nas provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016, buscando articulá-los com os conteúdos do currículo de Matemática do Ensino Médio.

2 I CONHECIMENTOS ALGÉBRICO NA MATRIZ DE REFERÊNCIA DO NOVO ENEM

Neste momento apresentamos a fundamentação teórica envolvendo os Conhecimentos Algébricos na Matriz de Referência do Novo ENEM. De inicio realizamos uma contextualização do Novo ENEM exibindo seus Objetivos, Competências e Habilidades para a área de Matemática e suas Tecnologias.

O ENEM vem ganhando desde o seu surgimento até datas atuais cada vez mais destaque e importância no ambiente escolar, resultado de sua relevância na vida dos estudantes, por ser a principal porta de entrada no ensino superior em diversas instituições públicas e até mesmo privadas. Desde o surgimento do ENEM em 1998 vem ocorrendo várias mudanças no seu funcionamento, que vão desde o seu formato até a maneira como são avaliadas as suas questões. A principal mudança ocorreu em 2009, que até então contava com 63 questões, eram feitas em apenas um único dia e a Teoria Clássica do Teste era a responsável por descrever o desempenho dos candidatos. Mais detalhes podem ser encontrados em notas técnicas do ENEM no site do INEP (www.inep.gov.br).

Atualmente a Teoria de Resposta ao Item é a metodologia de avaliação adotada pelo do Novo ENEM, que conta com 180 questões de múltiplas escolhas, distribuídas igualmente em quatro áreas do conhecimento: Linguagens; Ciências Humanas; Ciências da Natureza; e Matemática e suas Tecnologias. Por vim ao encontro das politicas públicas internacionais de Avaliações em Larga Escala, O ENEM com a sua reformulação acabou ganhando muita força se tornando a principal ferramenta também para direcionar o currículo das escolas.

Devido ao seu consolidado banco de itens e o avanço alcançado com a implementação da Teoria de Resposta ao Item, o Novo ENEM possui um formato bem diferenciado da maioria dos vestibulares, status alcançado pelos constantes editais do INEP para elaboração e revisão de itens, tornando-os cadê mais contextualizados e interdisciplinares, obrigando os candidatos a possuírem interpretação do texto e domínio do conteúdo para que consiga responder de forma correta o item.

Também em 27 de maio de 2009 o INEP (...), Publicou a portaria n°109 em seu artigo 2° os objetivos do ENEM.

> Art. 2º. Constituem objetivos do ENEM:
>
> I - oferecer uma referência para que cada cidadão possa proceder à sua auto avaliação com vistas às suas escolhas futuras, tanto em relação ao mundo do trabalho quanto em relação à continuidade de estudos;
>
> II - estruturar uma avaliação ao final da educação básica que sirva como modalidade alternativa ou complementar aos processos de seleção nos diferentes setores do mundo do trabalho;
>
> III - estruturar uma avaliação ao final da educação básica que sirva como modalidade

alternativa ou complementar aos exames de acesso aos cursos profissionalizantes, pós-médios e à Educação Superior;

IV - possibilitar a participação e criar condições de acesso a programas governamentais;

V - promover a certificação de jovens e adultos no nível de conclusão do ensino médio nos termos do artigo 38, §§ 1_o- e 2_o- da Lei n_o- 9.394/96 – Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB);

VI - promover avaliação do desempenho acadêmico das escolas de ensino médio, de forma que cada unidade escolar receba o resultado global;

VII - promover avaliação do desempenho acadêmico dos estudante ingressantes nas Instituições de Educação Superior. (BRASIL, 2009, p.1)

Na reformulação, o Novo ENEM começou a avaliar a Matemática como área de conhecimento, sendo agora responsável por um quarto do exame e consequente um maior impacto na nota final do candidato. As questões do Novo ENEM são elaboradas seguindo o conceito de competências e habilidades, que no total da prova possui 120 habilidade distribuídas em 30 competências.

Para a Matemática existem sete competências na Matriz de Referência do Novo ENEM, que apresentamos a seguir no Quadro 1 as suas descrições.

Competências	Descrição das Competências por áreas
Competência de área 1	Construir significados para os números naturais, inteiros, racionais e reais.
Competência de área 2	Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela
Competência de área 3	Construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competência de área 4	Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
Competência de área 5	Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas
Competência de área 6	Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.
Competência de área 7	Compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística

Quadro 1 – Competências na Matriz de Referencia do Novo ENEM

Fonte: Elaborado pelos Autores

Ainda conforme a Matriz de Referência do Novo ENEM exibida no Quadro 1, os objetivos de cada área de Conhecimentos da Matemática se subdividem e apresentam conforme consta no Quadro 2.

Conhecimentos de Matemática	Conteúdos Curriculares
Conhecimentos numéricos	Operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas, sequências e progressões, princípios de contagem.
Conhecimentos geométricos	Características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo.
Conhecimentos de estatística e probabilidade	Representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade.
Conhecimentos algébricos	Gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.
Conhecimentos algébricos/ geométricos	Plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

Quadro 2 – Conteúdos Curriculares

Fonte: Elaborado pelos Autores

A partir dos diferentes tipos de Conhecimentos Matemáticos explicitados no Quadro 2, ressaltamos que na presente pesquisa o nosso olhar será destinado as questões relacionadas aos Conhecimentos Algébricos, pois queremos analisar a maneira como os conteúdos de álgebra foram abordados no período de 2009 a 2016.

3 I ASPECTOS METODOLÓGICOS

A opção metodológica utilizada foi a pesquisa qualitativa na modalidade documental, destacando a consonância dos procedimentos metodológicos com o objeto de investigação, que é Identificar a presença dos Conhecimentos Algébricos nas questões das provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016 e qual a sua presença nas provas de Matemática do referido exame.

Para o procedimento de coleta de dados, primeiramente, acessamos todas as provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016, cada prova com 45 questões para constituir o *corpus* de 360 questões da pesquisa, onde para cada questão retiramos as seguintes informações dos documentos:

- Ano da questão
- Número da questão
- Conteúdo de Matemática
- Tipo de Conhecimento de Matemática

- Competências
- Formato da questão: contextualizada ou situação problema
- Característica da questão: interdisciplinar: sim ou não
- Qual área do conhecimento que possuía relações com a Matemática.

Para os procedimentos de análise de dados utilizamos a Análise de Conteúdo na perspectiva elucidada por Bardin (1977), como um conjunto de instrumentos metodológicos visando realizar a descrição e a análise dos dados qualitativos. A referida autora define a Análise de Conteúdo como sendo:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por procedimentos objetivos e sistemáticos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção destas mensagens (BARDIN, 1977, p. 42).

Para Bardin (1977) ao utilizar a Análise de Conteúdo o pesquisador precisa ter cuidado para descrever cada uma das fases da análise. Ressaltamos que na apresentação dos resultados, utilizaremos gráficos, tabelas e quadros para facilitar a transmissão e visualização das informações, principalmente quanto ao número de dados.

Procuramos com base no mapeamento realizado no Excel contemplar as três fases: (i) Pré- Análise; (ii) Exploração do Material; (iii) Tratamento dos Resultados e Interpretação da Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (1977).

As Categorias de Análise foram configuradas por meio de um movimento denominado por Bardin (1977) como processo de categorização, que consiste na:

> Classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias, são rubricas ou classes, as quais reúnem um grupo de elementos sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres comuns destes elementos (BARDIN, 1977, p. 117).

Assim, as Categorias de Análise tiveram como pano de fundo a problemática da pesquisa e foram provenientes das Unidades de Registro, configurados a partir dos dados relativos a maneira que se apresenta os conhecimentos algébricos na Prova de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016.

No movimento de constituição das Categorias de Análise realizamos diversas idas e vindas ao corpus dos dados, proporcionando assim, um maior refinamento das Categorias de Análise devido as releituras dos dados pesquisados conforme ressaltado por Bardin (1977, p. 80), “a Análise de Conteúdo assume, ao longo da pesquisa, um movimento de ‘vai e vem’ nos dados”.

A partir do mapeamento das 360 questões do *corpus* da pesquisa, exibimos na Figura 1 a distribuição dos Conhecimentos Matemáticos encontrados nas questões

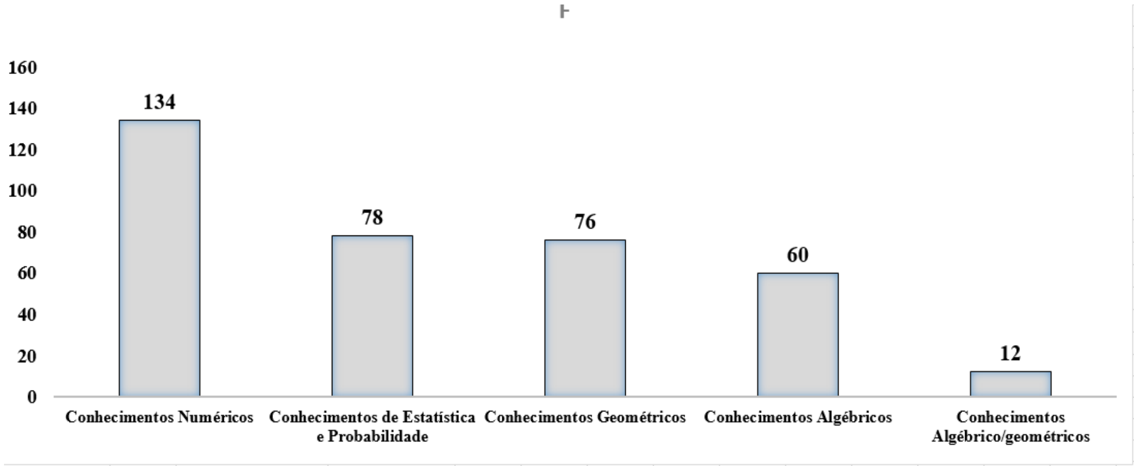


Figura 1 - Distribuição dos Conhecimentos de Matemática nas questões do Novo ENEM

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Identificamos na Figura 1 60 questões relacionadas aos Conhecimentos Algébricos, o que representaram 16,7% das questões da prova de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016. Os Conhecimentos Algébricos apresentados pela Matriz de Referência do Novo ENEM são constituídos pelos seguintes conteúdos: gráficos e funções; funções algébricas do 1.º e do 2.º graus, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas.

Resumimos na Figura 2 a distribuição, ano a ano, das 60 questões relacionadas aos Conhecimentos Algébricos das provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016.

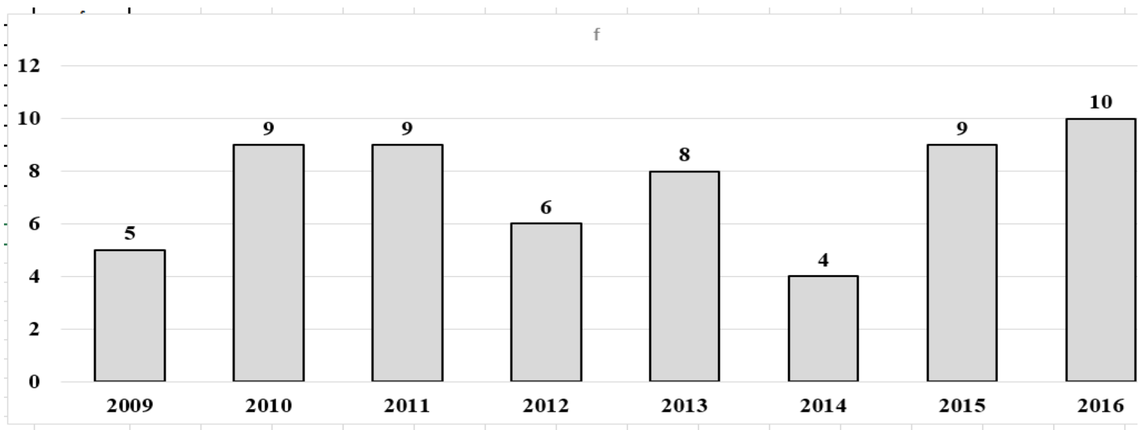


Figura 2 - Conhecimentos Algébricos contido no ENEM no período de 2009 a 2016

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Em complementar as informações da Figura 2 foram observados que 44 questões, o que equivale a 73%, possuem características da contextualização e apenas 16 questões, o que equivale a 27%, se apresentam como situação problema. Além disso, apenas 21 questões, o que equivale a 35%, possuem características interdisciplinares distribuídas conforme apresentamos a seguir na Figura 3.

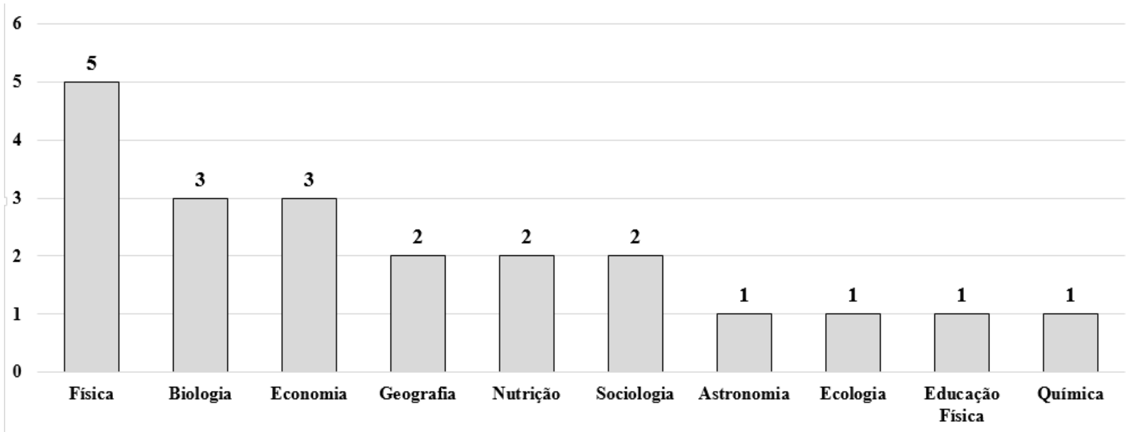


Figura 3 - Característica Interdisciplar dos Conhecimentos Algébricos

Fonte: Elaborado pelos Autores.

Ao olharmos a distribuição das dez disciplinas nas áreas de Conhecimento segunda a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), observamos que as seis, das nove grandes áreas foram representadas pela interdisciplinaridade, sendo a área de Ciências Exatas e da Terra a maior dentre elas, com sete questões nas disciplinas de Física, Química e Astronomia.

A seguir na Tabela 1 resumimos os conteúdos de Álgebra, ano a ano, contidos nas 60 questões relacionadas aos Conhecimentos Algébricos das provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016.

Conteúdos de Álgebra	Quantidades
Representação Analítica de Funções	12
Equações	9
Representação Gráfica de Funções	9
Expressões Algébricas	8
Análise de Gráficos e Tabelas	6
Função Logarítmica	5
Função Quadrática	4
Função Exponencial	3
Função do Primeiro Grau	2
Funções Trigonométricas	2
Total	60

Tabela 1– Presença de Questões de Conteúdo de Álgebra

Fonte: Elaborado pelo Autor

Após elaborar as 10 Unidades de Registros representadas na Tabela 1, procuramos realizar as confluências e divergentes para articular cada Unidade de Registro em uma Categoria de Análise no qual descrevemos no Quadro 3.

UNIDADES DE REGISTRO - Conteúdos de Matemática	CATEGORIAS DE ANÁLISE
Equações	Álgebra Elementar
Expressões Algébricas	
Representação Analítica de Funções	Múltiplas Representações de Funções
Representação Gráfica de Funções	
Análise de Gráficos e Tabelas	
Função Exponencial	Função Exponencial e Logarítmica
Função Logarítmica	
Função Quadrática	Funções Elementares
Função do Primeiro Grau	
Funções Trigonométricas	Funções Trigonométricas

Quadro 3– Articulação entre Unidades de Registro e as Categorias de Análise

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Por fim, constituídas as 5 Categorias de Análise: Álgebra Elementar; Funções Elementares; Múltiplas Representações de Funções; Função Exponencial e Logarítmica; Funções Trigonométricas, discutiremos e exibiremos a seguir, a distribuição das 60 questões em suas referidas Categorias.

4 I DESCRIÇÃO E ANÁLISE INTERPRETATIVA DOS DADOS

Nesse momento, apresentamos a descrição e análise interpretativa dos dados da pesquisa por meio de um movimento dialógico, ao fazer a interlocução dos dados com os conceitos balizados pelos aportes teóricos da pesquisa, para proporcionar compreensões do objeto investigado, o Conhecimentos Algébricos nas provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016.

Comecemos pela Categoria Álgebra Elementar que engloba dezessete recorrências das duas Unidades de Registro: Equações; e Expressões algébricas. Apresentamos a seguir no Quadro 4, o ano e o número das questões envolvidas nesta Categoria.

Conteúdo de Matemática	Ano/Questão
Equações	Ano 2016 Questão 179; Ano 2015 Questão 154; Ano 2014 Questão 175; Ano 2013 Questão 144; Ano 2011 Questão 153; Ano 2010 Questões 155, 166 e 169 Ano 2009 Questão 152.
Expressões Algébricas	Ano 2013 Questão 137; Ano 2012 Questões 151, 153 e 177; Ano 2011 Questão 177; Ano 2009 Questões 156 e 159.

Quadro 4 - Categoria – Álgebra Elementar

Fonte: Elaborado pelos Autores

A Categoria Múltiplas Representações de Funções contou com 27 recorrências das três Unidades de Registro: Representação Analítica de Funções; Representação Gráfica de Funções; Análise de Gráficos e Tabelas. Apresentamos a seguir no Quadro 5, o ano e o número das questões envolvidas nesta Categoria.

Conteúdo de Matemática	Ano/Questão
Representação Analítica de Funções	Ano 2014 Questão 164; Ano 2013 Questões 153, 164 e 138; Ano 2011 Questões 151, 160, 152, 155, 179 e 180; Ano 2010 Questões 149 e 163.
Representação Gráfica de Funções	Ano 2015 Questões 138, 139 e 141; Ano 2014 Questões 139 e 157; Ano 2012 Questões 145 e 179; Ano 2010 Questão 142; Ano 2009 Questão 139
Análise de Gráficos e Tabelas	Ano 2016 Questão 150, 153, 156, 166, 174 e 178

Quadro 5 - Categoria – Múltiplas Representações de Funções

Fonte: Elaborado pelos Autores

Na Categoria Funções Exponencial e Logarítmica tivemos oito recorrências das duas Unidades de Registro: Funções exponenciais; e Funções Logarítmicas. Apresentamos a seguir no Quadro 6, o ano e o número das questões envolvidas nesta Categoria.

Conteúdo de Matemática	Ano/Questão
Função Exponencial	Ano 2015 Questão 159; Ano 2010 Questão 178; Ano 2009 Questão 137;
Função Logarítmica	Ano 2016 Questões 145 e 168; Ano 2015 Questão 165; Ano 2013 Questão 162; Ano 2011 Questão 139;

Quadro 6 - Categoria – Função Exponencial e Logarítmica.

Fonte: Elaborado pelos Autores

A Categoria Funções Elementares engloba as 6 recorrências das duas Unidades de Registro: Função do Primeiro Grau; e Função Quadrática. Apresentamos a seguir no Quadro 7, o ano e o número das questões envolvidas nesta Categoria.

Conteúdo de Matemática	Ano/Questão
Função do Primeiro Grau	Ano 2015 Questão 157; Ano 2011 Questão 152
Função Quadrática	Ano 2016 Questão 154; Ano 2015 Questão 136; Ano 2013 Questões 136 e 165.

Quadro 7 - Categoria – Funções Elementares

Fonte: Elaborado pelos Autores

A última Categoria, Funções Trigonométricas obteve duas recorrências de uma Unidade de Registro que só contem as Funções Trigonométricas. Apresentamos a seguir no Quadro 8, o ano e o número das questões envolvendo a Unidade de Registro da Categoria – Funções Trigonométricas.

Conteúdo de Matemática	Ano/Questão
Função Trigonométrica	Ano 2015 Questão 176; Ano 2010 Questão 152

Quadro 8 - Funções Trigonométricas

Fonte: Elaborado pelos Autores

Encerramos assim esta seção, que compreende e resume todos os dados obtidos em nossa pesquisa que teve norte, investigar qual tem sido a presença dos Conhecimentos Algébricos nas provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016?

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os procedimentos da Análise de Conteúdo adotados perante o *corpus* da pesquisa (360 questões) nos permitiu compreender a maneira que se apresentou as 60 questões relacionadas aos Conhecimentos Algébricos, o que corresponde a 16,7% da Prova de Matemática do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) no período de 2009 a 2016.

Das 60 questões, identificamos que 44 questões, o que corresponde a 73%, possuíam um formato de questão contextualizada e 21 questões, o que corresponde a 35%, possuíam características interdisciplinares, que são distribuídas em dez disciplinas e abrange seis das nove Grandes Áreas de Conhecimento segundo a CAPES. Ao tratarmos a interdisciplinaridade com a Área de Conhecimento Algébrico, a disciplina de Física teve cinco questões, quase 10% do *corpus* da pesquisa e quase 25% ao olharmos o número de questões interdisciplinares.

Algo identificado que é importante ressaltarmos, são que os Conhecimentos Algébricos estiveram presentes em todas as provas de Matemática no período de 2009 a 2016, sendo o ano de 2016 com a maior recorrência, dez questões, e o ano 2014 com a menor recorrência, quatro questões, totalizando uma média de 7,5 questões por ano, sendo que nos dois últimos anos analisados 2015 e 2016, esta média é de 9,5.

Esperamos que a partir da análise realizada, os professores de matemática em serviço no ensino médio das escolas possam compreender a importância da Álgebra presente no Novo ENEM, formatos, características e seus principais conteúdos, onde constatamos que os principais relacionados aos Conhecimentos Algébricos foram:

Representação Analítica de Funções com 12 questões, Equações e Representação Gráfica de Funções com 9 questões cada, Expressões Algébricas com 8 questões, Análise de Gráficos e Tabelas com 6 questões, Função Logarítmica com 5 questões, Função Quadrática com 4 questões, Função Exponencial com 3 questões, Função do Primeiro Grau e Funções Trigonométricas com 2 questões cada.

Para os encaminhamentos finais, informamos que na presente pesquisa não foram identificados nenhuma questão relacionada aos conteúdos: Funções Racionais; Inequações; e Relações no Ciclo Trigonométrico. Conteúdos que também fazem parte dos Conhecimentos Algébricos contidos na Matriz de Referência do Novo ENEM.

Finalizamos este trabalho, afirmando que a presente pesquisa nos proporcionou uma maior compreensão por meio da Análise de Conteúdo, de quais são os principais conteúdos envolvidos nos Conhecimentos Algébricos presentes nas provas de Matemática do Novo ENEM no período de 2009 a 2016.

REFERÊNCIAS

BARDLN, Lawrence. Análise de conteúdo. **Lisboa: edições**, v. 70, p. 225, 1977.

BRASIL. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)**.** Tabela de Aréas de Conhecimento/ Avaliação. **Brasília, DF**. 2017. Disponível em: http://www.capes.gov.br/images/documentos/documentos_diversos_2017/TabelaAreasConhecimento_072012_atualizada_2017_v2.pdf. Acesso em: 14 mar. 2017.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**.** Matriz de referência para o ENEM 2009. **Brasília, DF**. 2009. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2009/ENEM2009_matriz.pdf>. Acesso em 19 set. 2011.

BRASIL. Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)**.** Fundamentação Teórico-Metodológica/ Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Brasília, DF**. 2005. Disponível em: < http://www.publicacoes.inep.gov.br/portal/download/407 >. Acesso em: 24 nov. 2015.

RODRIGUES, Márcio Urel. Análise das questões de matemática do novo ENEM (2009 á 2012): reflexões para professores de matemática. **Curitiba: SBEM**, v. 57, 2013.

CAPÍTULO 14

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CRIATIVIDADE: UMA ABORDAGEM A PARTIR DA PERSPECTIVA DE SISTEMAS DE CRIATIVIDADE

Cleyton Hércules Gontijo
Universidade de Brasília
Brasília – DF

RESUMO: Atualmente a área de educação matemática apresenta-se consolidada, fruto das pesquisas acadêmicas feitas principalmente a partir da década de 1980, quando novos paradigmas para o processo de ensino e aprendizagem da matemática passaram a ser discutidos no mundo inteiro. Entretanto, as pesquisas que tratam da criatividade no campo da matemática ainda se encontram em fase de consolidação e de formação de uma comunidade de investigação nessa área. Este trabalho busca discutir o tema criatividade em matemática a partir da Perspectiva de Sistemas para o estudo da criatividade, de Mihaly Csikszentmihalyi. Essa perspectiva foi escolhida por apresentar uma abordagem que permite compreender a criatividade como o resultado da interação entre três sistemas: a pessoa (com o seu background genético e suas experiências pessoais), o domínio (representado pela cultura e pela produção científica) e o campo (representado pelo sistema social).

PALAVRAS-CHAVE: Criatividade em Matemática, Resolução de problemas, Formulação de problemas

1 I INTRODUÇÃO

O campo de pesquisa em criatividade ainda é considerado muito novo e, em função disso, diversas concepções sobre o que é criatividade têm sido apresentadas. No senso comum, há certa concordância de que a criatividade é necessária, sobretudo à vida moderna e ao mundo do trabalho, e que, portanto, a escola precisa favorecer o desenvolvimento de habilidades criativas nos estudantes. Do ponto de vista das pesquisas acadêmicas, principalmente no campo da psicologia, já existe um consenso de que a criatividade se refere a algo novo, útil e de valor. Segundo Alencar e Fleith (2003a, p. 13), “pode-se notar que uma das principais dimensões presentes nas diversas definições de criatividade implica a emergência de um produto novo, seja uma idéia ou uma invenção original, seja a reelaboração e o aperfeiçoamento de produtos ou idéias já existentes”.

Sternberg e Lubart (1999) enfatizam que para compreender a criatividade é necessária uma abordagem multidisciplinar, pois estudos isolados proverão apenas uma visão parcial e incompleta do fenômeno. Para Alencar e Fleith (2003b, p. 2), “para se compreender porque, quando e como novas ideias são produzidas, é necessário considerar tanto variáveis internas quanto variáveis externas ao indivíduo".

Como o interesse do presente estudo é apontar elementos que podem ser agregados ao estudo da criatividade no processo de ensino e aprendizagem da matemática, interessa-nos não o produto criativo ou o sujeito em particular, mas de que forma os professores, alunos e os saberes matemáticos se articulam no processo de produção criativa. O foco da presente análise é o processo criativo situado em um dado domínio, a matemática, e em determinado espaço, a escola. Nesse sentido, elegemos a Perspectiva de Sistemas, de Csikszentmihalyi, que oferece elementos para se compreender esse processo considerando fatores contextuais.

2 I A CRIATIVIDADE MATEMÁTICA SOB A PERSPECTIVA DE SISTEMAS

Inicialmente, destacamos a nossa compreensão acerca do que é criatividade em matemática, tomando como referência o conceito apresentado por Gontijo (2007, p. 37), que a definiu como

> a capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma seqüência de ações.

Ressalta-se que a capacidade criativa em Matemática também deve ser caracterizada pela abundância ou quantidade de idéias diferentes produzidas sobre um mesmo assunto (fluência), pela capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas (flexibilidade), por apresentar respostas infreqüentes ou incomuns (originalidade) e por apresentar grande quantidade de detalhes em uma idéia (elaboração). Assim, para estimular o desenvolvimento da criatividade, deve-se criar um clima que permita aos alunos apresentar fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração em seus trabalhos (Alencar, 1990).

O conceito de criatividade em matemática apresentado por Gontijo (2007) centra-se na atividade do indivíduo. Entretanto, Csikszentmihalyi (1988, 1999a, 1999b), considera que a criatividade não é o resultado apenas de uma ação individual, mas emerge da interação entre indivíduo e ambiente sócio-histórico-cultural. Segundo o autor, a criatividade depende mais do contexto social e cultural do que do indivíduo, embora considere que diferenças genéticas e experiências pessoais possam estar envolvidas, mas que não são determinantes. Nesse sentido, o autor apresentou a Perspectiva de Sistemas, que admite a importância de características individuais na determinação sobre a produção criativa, porém, associa a ela, dois outros elementos que juntos propiciarão a sua realização. Na proposta de Csikszentmihalyi, a criatividade é considerada como resultante da interação de três sistemas: indivíduo (bagagem genética e experiências pessoais), domínio (cultura e produção científica) e campo (sistema social). Vejamos como estes sistemas se constituem e como podemos pensar a criatividade em matemática a partir deste modelo.

2.1 Domínio

O domínio é um corpo de saberes formalmente organizado que está relacionado a uma determinada área do conhecimento. Alencar e Fleith (2003b, p. 6), ao analisar este sistema na obra de Csikszentmihalyi, dizem que "o domínio consiste de um conjunto de regras e procedimentos simbólicos estabelecidos culturalmente, ou seja, conhecimento acumulado, estruturado, transmitido e compartilhado em uma sociedade ou por várias sociedades". Sua função é a preservação dos conhecimentos selecionados por um conjunto de especialistas (campo) para a transmissão às novas gerações.

A Matemática, tratada aqui como disciplina escolar, se apresenta como uma importante área do conhecimento que pode contribuir significativamente para o crescimento pessoal e científico, favorecendo ao indivíduo o desenvolvimento de competências e habilidades que instrumentalizam e estruturam o pensamento, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, para argumentar, analisar, avaliar e tirar conclusões próprias, para tomar decisões e fazer generalizações. Ao mesmo tempo, provê o indivíduo de técnicas e estratégias para serem aplicadas nas diversas ciências, inclusive, na própria Matemática, contribuindo para o avanço do conhecimento e para a compreensão e solução dos problemas encontrados no cotidiano. Como nos diz D'Ambrósio (2001), a Matemática surgiu como "uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural" (p. 82).

Infelizmente, a forma como o trabalho pedagógico tem sido conduzido nas escolas tem gerado, nos estudantes, desinteresse e indiferença em relação a este domínio, produzindo ao longo da história escolar do aluno um sentimento de fracasso e incapacidade para compreender e resolver problemas matemáticos (GONTIJO, 2007). Os sentimentos gerados nos estudantes têm sido disseminados, constituindo-se representações negativas acerca da Matemática, sendo tratada como difícil, impossível de aprender, ou ainda, que é somente para gênios (GONTIJO, 2007).

2.2 Campo

O campo é composto por todas as pessoas que podem afetar a estrutura do domínio. Sua primeira função é a preservação do domínio como ele é, a segunda função é selecionar criteriosamente novas abordagens que serão incorporadas ao domínio. Em cada área do conhecimento ou da produção (artística, cultural, industrial, etc.) existirá um grupo de especialistas que, em função de suas experiências e conhecimentos, será considerado competente para a análise e julgamento dos elementos que poderão vir a ser incorporados ao domínio.

Em Matemática, assim como em outras áreas do conhecimento, o campo é composto por vários níveis de especialistas, incluindo desde os pesquisadores nas universidades até os professores que atuam nas escolas de educação básica, isto é, inclui aqueles que estão produzindo conhecimento e/ou transmitindo-o por meio do ensino em todos os níveis. Pensando na matemática escolar, voltamos o olhar para o professor que atua com crianças e jovens. Ele representa os especialistas que organizarão as atividades que lhes possibilitarão a experiência matemática e a avaliação de suas produções. Assim, as representações e as crenças que os professores possuem em relação à matemática poderão permitir uma atuação que favoreça o desenvolvimento da criatividade em matemática, além, é claro, do domínio teórico que possuem, pois isto lhes dará a possibilidade de ensinar/julgar adequadamente.

Assim, os professores devem desenvolver competências para propiciar um ambiente adequado para o aprendizado da matemática. Para o desenvolvimento destas competências, destacamos o papel que a formação inicial e a formação continuada destes profissionais exerce em sua conduta em sala de aula. É fundamental que os professores de matemática tenham uma visão do vem a ser matemática, visão do que constitui a atividade matemática, visão do constitui a aprendizagem da matemática e visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da matemática (D'AMBRÓSIO, 1993). Pois, para a produção matemática de um estudante ser considerada criativa, ela passará pela avaliação e validação do professor, que age segundo as suas concepções, crenças, valores e atitudes. Para que a produção matemática do aluno possa consolidar-se em aprendizagem e expressar a sua criatividade, faz-se necessário que o trabalho pedagógico desenvolvido nas escolas estimule os alunos. Para Brousseau (1996), é tarefa do professor buscar a situação apropriada que se constitua em situação de aprendizagem.

Cropley (1995) identificou alguns comportamentos dos professores que promovem a criatividade: "(a) incentivar os estudantes a aprender de forma independente; (b) ter um estilo de ensino cooperativo e socialmente integrador; (c) motivar seus estudantes a dominar o conhecimento factual para que eles tenham uma base sólida para o pensamento divergente; (d) não julgar as idéias dos estudantes até que elas tenham sido cuidadosamente trabalhadas e claramente formuladas; (e) incentivar o pensamento flexível; (f) promover a auto-avaliação pelos estudantes; (g) oferecer oportunidades para os estudantes trabalharem com uma ampla variedade de materiais e sob diferentes condições e; (h) auxiliar os estudantes a aprender a lidar com a frustração e fracasso para que eles tenham a coragem para experimentar o novo e o incomum".

Destacamos, entretanto, que os professores terão melhores condições de agir *à* favor do desenvolvimento de todas as habilidades dos estudantes se a eles forem propiciadas condições dignas de trabalho e recursos adequados para organizar o trabalho pedagógico com a matemática compatíveis com a responsabilidade social de suas ações na construção de uma sociedade democrática, justa e com igualdade social. Além disso, Nakamura e Csikszentmihalyi (2003, p. 189) destacam que um matemático potencialmente criativo não poderá contribuir com algo novo se a sociedade na qual ele vive não lhe providenciar o acesso aos conhecimentos desenvolvidos no passado ou não lhe oportunizar construir o estado da arte do seu campo de trabalho.

2.3 Pessoa

A pessoa é vista por meio de diversos aspectos do seu desenvolvimento e a relação entre estes e a criatividade. Nakamura e Csikszentmihalyi (2003) analisaram três aspectos da pessoa criativa: o seu processo cognitivo, a personalidade e os seus valores e motivações e, destacam que "toda pessoa é potencialmente criativa" (p. 189). Os processos cognitivos dizem respeito aos processos psicológicos envolvidos no conhecer, compreender, perceber, aprender etc. Eles fazem referência à forma como o indivíduo lida com os estímulos do mundo externo: como o sujeito vê e percebe, como registra as informações e como acrescenta as novas informações aos dados previamente registrados (ALENCAR; FLEITH, 2003a). As características de personalidade referem-se à curiosidade, independência, autoconceito positivo, atração por problemas complexos e ausência de medo para correr riscos.

A motivação pode ser descrita pelo interesse, prazer e satisfação pela realização de uma tarefa. Pode também ser percebida quando o indivíduo busca informações em sua área de interesse, desenvolvendo assim suas habilidades de domínio. Outra característica decorrente da motivação é a capacidade de o indivíduo se arriscar e romper com estilos de produção de ideias habitualmente empregados (AMABILE, 2001). Estas características poderão levar o indivíduo a uma produção criativa, desde que as condições ambientais favoreçam esta produção. Assim, é importante estar inserido em um ambiente que estimule a produção criativa, valorize o processo de aprendizagem, ofereça oportunidades de acesso e atualização do conhecimento, propicie o acesso a mentores e recursos como livros, computadores etc. Em relação ao modelo proposto, que envolve o indivíduo, o campo e o domínio, a pessoa tem como função promover variações no domínio.

Carlton (1959 *apud* GONTIJO, 2007, p. 45), ao tratar especificamente de indivíduos com potencial criativo em matemática, enumera um conjunto de características para descrever esses indivíduos, que inclui sensibilidade estética para observação de padrões e relações matemáticas; capacidade de resolver e elaborar problemas que passam despercebidos por outras pessoas; desejo de trabalhar de forma independente do professor e de outros colegas; prazer de comunicar ideias matemáticas; capacidade de fazer especulações ou elaborar mais de uma hipótese para um problema; prazer em acrescentar algo novo a um conhecimento produzido na sala ou solução diferente a um problema resolvido; prazer em trabalhar com a linguagem matemática; tendência em fazer generalizações; capacidade de visualizar uma solução inteira de uma vez; capacidade de apresentar imaginação ao processo de produção de ideias matemáticas; convicção de que todo problema deve ter uma solução; persistência em encontrar soluções para os problemas; manifestação de tédio em relação às atividades repetitivas; capacidade de realizar várias operações em curto período de tempo, entre outras.

De acordo Biermann (1985), uma das características mais importantes dos matemáticos criativos do século XVII ao século XIX foi o fascínio com o universo da matemática, que refletia uma intensa motivação com os estudos dessa área.

3 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ressalta-se que o modelo proposto pela Perspectiva de Sistema considera que os indivíduos, o sistema social e o domínio estão em um processo marcado por uma interação dialética, o que implica considerar que as ações dos indivíduos e dos representantes do campo também estão em constante interação, sendo uma afetada pela ação do outro, de modo que os indivíduos, em função de sua produção e ação, podem interferir nos julgamentos dos membros do campo e, assim, introduzir modificações no domínio.

Consideramos que a emergência da criatividade no processo de ensino e aprendizagem da matemática depende da criação de um ambiente propício à atividade matemática, que estimule a curiosidade e possibilite a efetiva ação do sujeito com os objetos matemáticos. No meio escolar, professores e estudantes estão em permanente interação, cuja intencionalidade é, em princípio, a aprendizagem. Essa interação é mediada por um contrato didático (BROUSSEAU, 2008), no qual ficam explícitas ou implícitas as representações sociais dos sujeitos sobre a matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem. Essas representações vão determinar as ações dos sujeitos e vão orientar o engajamento destes no trabalho desenvolvido.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, E. M. L. S. **Como desenvolver o potencial criador: uma guia para a liberação da criatividade em sala de aula**. Petrópolis: Vozes, 1990.

ALENCAR, E. M. L. S.; FLEITH, D. S. **Criatividade: múltiplas perspectivas.** 2ª ed. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2003a.

ALENCAR, E. M. L. S.; FLEITh, D. S. Contribuições teóricas recentes ao estudo da criatividade. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v. 19, n. 1, p. 1– 8, 2003b.

AMABILE, T. M. Beyond talent: John Irving and the passionate craft of creativity. **American Psychologist**, v. 56, n. 4, p. 333-336, 2001.

BIERMANN, K. R. Űber Stigmata der Kreativität bei Mathematikern des 17. bis 19. Jahrhunderts. **Rostocker Mathematik Kolloquium**, Rostock, v. 27,p. 5-22, 1985.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (org). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 48-72.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CROPLEY, A. J. Fostering creativity in the classroom: General principles. In: RUNCO, M. (Ed.). **The creativity research handbook**, Vol. 1. Cresskill, NJ: Hampton Press, 1995, p. 83-114.

CSIKSZENTMIHALYI, M. Society, culture, and person: a systems view of creativity. In: STENRBERG, R. J. (Org.), **The nature of creativity.** New York: Cambridge University Press, 1988, p. 325-339.

CSIKSZENTMIHALYI, M. Implications of a systems perspective for the study of creativity. In: STENRBERG, R. J. (Org.), **Handbook of creativity**. New York: Cambridge University Press, 1999a, p. 313 - 335.

CSIKSZENTMIHALYI, M. Creativity across the life-span: A systems view. In: N. COLANGELO, N.; ASSOULINE, S. (Orgs.), **Talent Development III**. Scottsdale, AZ: Gifted Psychology Press, 1999b, p. 9 - 18.

D'AMBRÓSIO, B. S. Formação de professores de matemática para o século XXI: O grande desafio. **Pró-Posições**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 35-41, 1993.

D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GONTIJO, C. H. (2007). **Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e motivação em Matemática de alunos do ensino médio**. 2007. 194f. Tese (Doutorado em Psicologia). Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília.

NAKAMURA, J.; CSIKSZENTMIHALYI, M. Creativity in later life. In: SAWYER, R. K. (Org.), **Creativity and development**. New York: Oxford University Press, 2003, p. 186 – 216.

STERNBERG, R. J.; LUBART, T. I. The concept of creativity: prospects and paradigms. In: STERNBERG, R. J. (Org.), **Handbook of creativity**. New York: Cambridge University Press, 1999, p. 3 – 15.

CAPÍTULO 15

LINGUAGEM, IMAGENS E OS CONTEXTOS VISUAIS E FIGURATIVOS NA CONSTRUÇÃO DO SABER MATEMÁTICO QUE NORTEIAM OS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Alexandre Souza de Oliveira
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP
Universidade Nove de Julho – UNINOVE-SP
São Paulo – SP.

RESUMO: A pesquisa busca identificar algumas considerações sobre as linguagens e as imagens visuais, bem como os contextos visuais e figurativos que norteiam os livros didáticos de matemática apresentados pelo Grupo de Ensino de Matemática Atualizada (GRUEMA) em Tempos do Movimento da Matemática Moderna – década de 1960, em específico a obra em específico a obra *Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau*. Como resultado ao que tudo indica, a utilização de linguagens, imagens visuais e seus contextos proporcionam o uso correto e preciso, de forma clara (por exemplo, terminologia, conceitos) e uma certa dinâmica ao refinar os conhecimentos matemáticos por meio de diversos tipos de comunicação afim de melhorar a aprendizagem da matemática.
PALAVRAS-CHAVE: Linguagens e imagens. Ensino e Aprendizagem. Construção do saber matemático.

ABSTRACT: The research seeks to identify some considerations about languages and visual images, as well as the visual and figurative contexts that guide the textbooks of mathematics presented by the Grupo de Ensino de Matemática Atualizada (GRUEMA) in Times of the Movement of Modern Mathematics - 1960s, specifically the specific work the *Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau*. As a result it seems that the use of languages, visual images and their contexts provides the correct and precise use, in a clear way (for example, terminology, concepts) and a certain dynamics in refining mathematical knowledge through different types of communication skills in order to improve math learning.
KEYWORDS: Languages and images. Teaching and learning. Construction of mathematical knowledge.

1 I INTRODUÇÃO

A linguagem e as imagens visuais são aspectos importantes para compreensão matemática, visão e raciocínio. Em particular, para certos tipos de tarefas, o uso de representações visuais pode ter vantagens sobre o uso de outras representações, facilitando a resolução de problemas. Alguns autores (por exemplo, Presmeg, 2014; Zimmermann & Cunningham, 1991) sugerem que, para que os alunos sejam matematicamente competentes e criativos eles têm que ser capazes, não só de resolver tradicionais problemas, computacionais e lógicos, mas também para usar imagens visuais e habilidades intuitivas em todas as fases do processo de desenvolvimento.

Contextos figurativos ou visuais têm uma relevância inegável em todas as atividades matemáticas. Embora as representações visuais tenham sido subestimadas por várias décadas, recentemente surgiu um renascimento do interesse em visualização como uma ferramenta poderosa para o raciocínio em matemática, que pode ser explicado pela necessidade de pensar e raciocinar visualmente no problema resolução (Rivera, 2011).

A visualização contribui para o efeito do imediatismo porque uma imagem visual traduz a maioria das informações relacionadas a uma situação. Essa habilidade não está relacionada apenas a ilustração, mas é reconhecido como um componente relevante do raciocínio - profundamente envolvido com o conceitual, em vez de apenas o perceptivo. Às vezes é mais fácil perceber ou até explicar um conceito criando uma imagem, pois ela é rapidamente entendida e retida mais do que uma sequência de palavras (por exemplo, Vale, 2009; Vale & Barbosa, 2015). A características visuais de uma tarefa podem ajudar os alunos a superar algumas dificuldades, conceitos e procedimentos, resolvendo com sucesso um determinado exercício/ problema.

Entre a comunidade de educadores e pesquisadores de matemática é bastante consensual que a visualização é fundamental e tem grande potencial, no sentido de que melhora perspectiva global e intuitiva e compreensão em diferentes áreas da matemática. Também está claro que indivíduos diferentes podem ter estilos de pensamento diferentes. A teoria de Inteligências Múltiplas (Gardner, 1983) tem sido bastante influente na educação. Neste sentido Gardner (1983) sugeriu que cada pessoa tem uma “Perfil cognitivo” que leva a diferentes tipos de inteligências, exigindo uma abordagem personalizada para a aprendizagem. Essa perspectiva defende que as pessoas aprendam diferentes maneiras e que uma variedade de atividades e abordagens para um tópico mais eficaz do que um universal.

2 I DIRECIONAMENTO DA PESQUISA

Esta pesquisa pretende pôr em evidência uma nova forma de abordar os conteúdos didáticos na educação brasileira pelo Grupo de Ensino de Matemática Atualizada – GRUEMA na década de 1970, período em que vigorava o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Destaca-se nesse texto a História em Quadrinhos (HQs) nos livros didáticos do GRUEMA, onde há conexões entre diversos conceitos matemáticos e diferentes formas do pensamento matemático, abrindo espaços para a contextualização e a interdisciplinaridade, que vem sido sugeridas e explicitadas a partir da década de 1980 nos currículos das escolas brasileiras. Considerando as HQs utilizadas como recursos pedagógicos, a questão de investigação ficou formulada da seguinte maneira: *Como as histórias em quadrinhos são utilizadas na coleção didática do GRUEMA para o ensino da Matemática?*

Acredita-se que a questão acima, precisa ser levantada considerando que pouco se conhece sobre as formas de leituras de imagens e escritas utilizadas nos livros didáticos de Matemática numa abordagem histórica, baseando-as como suporte didático em que elas são apresentadas.

3 I OBJETIVOS

Neste estudo temos como objetivo geral analisar os livros da coleção *Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau (esta coleção digitalizada nos foi cedida pela pesquisadora Dra.Lucila Villela)*: 5ª série - publicado em 1977, 6ª série - publicado em 1975, 7ª série – publicado em 1975 e 8ª série – publicado em 1976. (Nestes livros não há menção quanto à edição). Esta coleção é destinada ao professor, sendo dividida em duas partes: a primeira contempla os aspectos pedagógicos, que abrangem os objetivos gerais, os específicos, os instrucionais, as estratégias e a sugestão de programação por bimestre; a segunda parte corresponde ao livro do aluno, no qual contempla os exercícios resolvidos (*preliminares* e de *aplicação*), história em quadrinhos, generalizações e algumas anotações deixadas como sugestão para o professor trabalhar um determinado conteúdo na sala de aula. O objetivo específico é analisar como as histórias em quadrinhos são utilizadas na coleção didática do GRUEMA, refletir as formas de leituras de imagens e escritas utilizadas nos livros didáticos numa abordagem histórico-cultural.

4 I REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLÓGICO

As leituras que nos possibilitaram o embasamento deste estudo inserem-se numa área de pesquisa emergente, a história da educação matemática que vem construindo sua trajetória acolhendo contribuições teóricas e metodológicas fundamentais da história cultural e da história da educação.

No sentido de refletir sobre a questão a ser respondida, este artigo apresenta algumas considerações sobre a cultura escolar, disciplinas escolares, finalidades de ensino, e as imagens que são apresentadas no cotidiano escolar: a linguagem visual, imagens - *ilustrações* e as histórias em quadrinhos apresentadas nos livros didáticos do GRUEMA.

Segundo Bittencourt (2006), as imagens apresentadas nos livros didáticos são de certa forma consideradas importantes para o ensino das disciplinas escolares.

> [...]surgindo indagações constantes quando se aprofundam as análises educacionais. Como são realizadas as leituras de imagens nos livros didáticos? As imagens complementam os textos dos livros ou servem apenas como ilustrações que visam tornar as páginas mais atrativas para os jovens leitores? (BITTENCOURT,

2006, p. 70).

A imagem fixa gera na sequência da observação descrições e narrações criando textos intermediários orais e verbais, fazendo fluir as “relações que se estabelece entre o que está vendo e as outras imagens” BITTENCOURT (2006, p 87). Por outro lado, se delineiam práticas, saberes que se redefinem através de táticas e de estratégias dentro do próprio cotidiano escolar. São modos de subjetivação que as práticas educativas vêm instituindo e que tentam superar o ideário cientificista visualizada pela pluralidade das práticas culturais.

Certeau (2007) aborda a história com um “novo olhar” e também com um “novo dizer” que contribui para a renovação da prática historiográfica, ressaltando que o gosto do historiador liga suas ideias aos lugares de onde fala, a história parte da realidade e se articula com a produção socioeconômica, política e cultural.

> A articulação da história com um lugar é a condição de uma análise da sociedade. [...]. Levar a sério o seu lugar não é ainda explicar a história. Mas é a condição para que alguma coisa possa ser dita sem ser nem legendária (ou “edificante”), nem a-tópica (sem pertinência). Sendo a denegação da particularidade do lugar o próprio princípio do discurso ideológico, ela exclui toda a teoria. (CERTEAU, p.77, 2007).

Um autor importante para se construir a história das disciplinas por meio dos livros didáticos é Alain Choppin, na medida em que o livro didático é considerado um instrumento pedagógico “inscrito em uma longa tradição, inseparável tanto na sua elaboração como na sua utilização das estruturas dos métodos e das condições do ensino de seu tempo” (CHOPPIN, 1993, p. 19). Isso nos faz refletir que o livro didático pode nos apresentar diversas formas de “técnicas de aprendizagem: exercícios, questionários, sugestões de trabalho, enfim as tarefas que os alunos devem desempenhar para a apreensão ou, na maior parte das vezes, para a retenção dos conteúdos” (Bittencourt, 2006, p.72).

Relacionando as disciplinas escolares, às práticas docentes e às finalidades, Chervel deixa claro que toda disciplina escolar comporta não apenas as práticas docentes em aula, mas também as grandes finalidades que presidiram sua constituição e o fenômeno de aculturação de massa que ela mesma determina. Portanto, para Chervel (1990, p.190) existem dois tipos de finalidades de ensino: finalidades de objetivo, que são aquelas estabelecidas pela legislação vigente, e as finalidades reais que são aquelas pelas quais a escola ensina, não sendo necessariamente iguais às de objetivo. Na década de 1970, as finalidades do ensino eram diferentes da década anterior, isto porque nesta época havia no Brasil o endurecimento e a maior pressão do regime militar, o início do declínio da Matemática Moderna e a venda da Companhia Editora Nacional, editora dos livros didáticos do GRUEMA.

Essas mudanças de finalidades de ensino também trouxeram metodológicas que refletiram nos usos e nas escolhas das linguagens e dos materiais iconográficos dos livros didáticos da época. A grande renovação no âmbito da cultura escolar, verifica-se, quanto a forma como essas novas linguagens visuais instauram-se como recurso metodológico nos livros didáticos. É claro, que as ilustrações sempre marcaram presença nos livros didáticos, cabe indagar segundo a opinião Circe Bittencourt, se elas estão sendo usadas pelo professor nas obras atuais, *como ilustração que amplia a informação do texto, ou se as transformam em um texto a ser lido?* E continua a autora, será que o aluno estabelece articulações entre a imagem e o contexto, "a partir da leitura inicial e externa da própria ilustração, torna-se possível especificar seu conteúdo: tema, personagens representados, espaços, dentre outros, que indicam retrato de uma determinada época. BITTENCOURT (2006, p 87)

A circulação dos livros didáticos durante as décadas de 1960 a 1980 tem um papel importante e privilegiado para a divulgação da nova proposta que pretendia modernizar o ensino de matemática. Sobre esta circulação Valente (2008) ressalta que "o livro didático de matemática moderna vai, por meio de sua circulação e uso no cotidiano escolar, permitir a apropriação por alunos e professores de uma nova matemática escolar". (VALENTE, 2008, p. 583). Logo, os livros didáticos dão oportunidade real de incremento educacional e cultural, por meio da possibilidade de socialização de conhecimentos.

Um outro autor importante para se construir a história das disciplinas através dos livros didáticos é Alain Choppin. Segundo ele a história da edição escolar constitui, hoje, um dos campos mais promissores da História da Educação e novas questões se colocam para os historiadores, tais como: a relação entre livro didático e a formação de professores; o livro didático e sua interferência no currículo escolar; o uso do livro didático por parte do aluno; sua utilização na educação não-formal; a linguagem e imagem utilizadas nos livros didáticos; o perfil sociológico dos autores; o papel das mulheres na elaboração e difusão dos saberes escolares.

Segundo Choppin (2004), a valorização dos livros didáticos como fontes de pesquisa começou a partir do final dos anos 1970 quando os historiadores das disciplinas escolares intensificaram seus trabalhos utilizando esses manuais, e sobre isso comenta:

> Após ter sido negligenciado, tanto pelos historiadores quanto pelos bibliógrafos, os livros didáticos vêm suscitando um vivo interesse entre os pesquisadores de uns trinta anos para cá. Desde então, a história dos livros e das edições didáticas passou a constituir um domínio de pesquisa em pleno desenvolvimento, em um número cada vez maior de países [...] (CHOPPIN, 2004, p. 549).

De forma bastante geral, podemos afirmar que a maioria dos trabalhos ainda concebe o livro didático "como um documento histórico igual a qualquer outro" e "analisa os conteúdos em busca de informações estranhas a ele mesmo" ou se interessa apenas "pelo conteúdo ensinado por meio do livro didático" (CHOPPIN, 2004, p. 554). Para o pesquisador francês, "tal percurso metodológico parece não enfocar o livro didático como objeto de investigação complexo, mas sim a história de um tema, de uma noção, de um personagem, de uma disciplina". (CHOPPIN, 2004, p. 554).

A imagem fixa gera na sequência da observação descrições e narrações criando textos intermediários orais e verbais, fazendo fluir as “relações que se estabelece entre o que está vendo e as outras imagens” BITTENCOURT (1997, p 87). Com essa compreensão precisamos redimensionar as práticas pedagógicas que homogeneízam e definem metodologias cristalizadas por códigos e normas que seguem uma lógica da ordem estabelecida. Por outro lado, se delineiam práticas, saberes que se redefinem através de táticas e de estratégias dentro do próprio cotidiano escolar. São “modos de subjetivação que as práticas educativas vêm instituindo”, e que tentam superar o ideário cientificista visualizada pela pluralidade das práticas culturais.

5 I O POTENCIAL DOS CONTEXTOS VISUAIS

Afirma-se que a prática de ensino depende da coordenação das atividades ativas dos alunos num engajamento que permeia uma atividade matemática significativa, na qual o papel das interações dadas pelo professor para representar o conteúdo a ser aprendido é crucial. Na sala de aula de matemática, a aprendizagem é fortemente dependente do professor e das tarefas propostas, no qual constituem um elo o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Neste sentido Holton et al. (2009) afirmam a importância de adicionar desafios nas aulas de matemática argumentando que: “Os alunos podem ficar desanimados e entediados muito facilmente em uma aula de ‘rotina’, a menos que sejam desafiados e ainda assim é comum limitar nossos alunos mais brilhantes ” (p. 208). Nesse sentido, situações desafiadoras proporcionam oportunidade de pensar matematicamente. O termo tarefa desafiadora é geralmente usado para descrever uma tarefa que é interessante e talvez agradável, mas nem sempre é fácil de lidar com ou alcançar, e isso deve envolver ativamente os alunos na construção de uma diversidade de ideias e estilos de aprendizagem. Um desafio apropriado é aquele para o qual o indivíduo possui o conhecimento e as habilidades matemáticas necessárias, mas precisa usá-los de maneira não padronizada ou inovadora. Por conseguinte, é crucial que os professores construir tarefas com potenciais para que os alunos possam explorá-las e resolvê-las. (Vale & Barbosa, 2015).

6 I A COMUNICAÇÃO EM CONTEXTOS VISUAIS

O aprendizado tem que permitir que todos os alunos organizem e consolidem seus pensamentos matemáticos por meio da comunicação, bem como comuniquem seus pensamentos matemáticos de forma coerente e clara com seus colegas, professores e outros.

A comunicação matemática é a capacidade de comunicar conhecimento matemático de forma adequada e eficaz. (Wood, 2012). A comunicação é um processo essencial na aprendizagem da matemática. Através da comunicação, os alunos são capazes de organizar, refletir e esclarecer ideias, relacionamentos, pensamento matemático e argumentos matemáticos. Durante o aprendizado de matemática, os alunos se comunicam várias finalidades (apresentar ou justificar uma solução, expressar argumentos matemáticos ou colocar uma questão) e para diferentes públicos (professor, colega, grupo de alunos, toda a classe).

De acordo com Martinho e Ponte (2005), a comunicação constitui um processo social em que os participantes interagem, trocando informações e influenciando uns aos outros, o que destaca um ponto de vista construtivista em relação à aprendizagem. Nesse sentido, é importante referir que, antes de se envolver na comunicação, é necessário pense sobre o que vai ser dito / escrito. Esta perspectiva é compartilhada por Boavida et al. (2008) que afirmam que a comunicação é a transmissão da ideia de forma clara, no qual exige organizar e esclarecer o pensamento.

Portanto, acreditamos que o significado e a compreensão podem ser alcançados através do uso de diversos recursos representacionais e comunicacionais.

7 I OS LIVROS DIDÁTICOS DO GRUEMA – *UM EXEMPLO*

Em 1974 foi criado o Grupo de Ensino de Matemática Atualizada – GRUEMA, quando foi reformulada e lançada uma nova coleção com o título *Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau* em 8 volumes para as oito séries do 1º Grau pela Companhia Editora Nacional - De acordo com as reformas propostas na Lei 5.692/71 composto pelas professoras Anna Averbuch, Franca Cohen Gottieb, Lucília Bechara Sanchez e Manhucia Perelberg Liberman, com consultoria de Luiz Henrique Jacy Monteiro.

Figura 01 Capas da coleção Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau(Companhia Editora Nacional).

7.1 O contexto

Desenvolver uma pesquisa sobre livros didáticos do ponto de vista de um historiador das disciplinas escolares envolve localizá-los em todo um contexto histórico-cultural, percebê-los em um tempo e espaço determinados e entendê-los no contexto no qual foram produzidos; identificando similaridades e diferenças em relação às outras coleções didáticas e dimensionando o seu papel nas culturas escolares em que foram veiculados. Assim, apresentaremos brevemente o caminho percorrido pelas autoras, suas relações com o ensino primário e com o MMM, e algumas considerações sobre o que as levou à publicação da coleção a ser analisada.

Segundo Medina (2008), em 1964 a Editora Nacional fez um convite à professora Manhucia Perelberg Liberman para elaborar uma coleção didática de matemática para o ensino primário, que então convidou suas colegas do GEEM, Lucília Bechara Sanchez e Anna Averbuch para elaborar uma coleção de matemática que seguiria a proposta estruturalista defendida pelo MMM.

No início da década de 1960 as professoras eram bastante conhecidas pelos cursos que ministravam pelo GEEM e "respeitadas pelo professorado, consideradas como referência em relação às modernizações do ensino nas séries iniciais e pertencentes a instituições reconhecidas nacionalmente, legitimando a publicação". (MEDINA, 2008, p. 153).

Em 1966 aconteceu o I Seminário de Matemática Moderna do ensino primário em São Paulo, com patrocínio do Departamento Nacional de Educação, com a participação de professores de diversos estados brasileiros e representantes de órgãos educacionais. Neste seminário foi aprovada uma comissão[1] para elaborar o texto *Ensino de Matemática Moderna na Escola Primária – experiências e resultados obtidos* que fora "utilizado mais tarde, para subsidiar as reformas curriculares divulgadas pelo governo" (MEDINA, 2008, p. 154).

A década de 1960 foi marcada pela expansão dos sistemas de ensino no Brasil, devido a "democratização" do acesso aos alunos para o ensino primário, com isso atraiu o mercado de livros escolares, aumentando o interesse das editoras em publicarem livros didáticos, inclusive de matemática. Vale apena ressaltar que esta década marcou o início de um momento de transição para os livros didáticos brasileiros, especialmente na área de história. Antes dessa época a produção era praticamente artesanal e o autor trabalhava praticamente sozinho. As interpretações e ilustrações estavam vinculadas à tradição da história política, com ilustrações, fotografias, representativas de uma sociedade elitista, com uma galeria de heróis e objetos representativos da classe dominante

No início do ano de 1967, Lucília Bechara Sanchez e Manhucia Perelberg Liberman publicam o 1º volume da coleção *Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar*. Neste contexto histórico, em 31 de maio de 1967 foi promulgado o Ato 148 que constituiu um grupo de trabalho para elaborar o projeto de reorganização curricular e programas para o curso primário no Estado de São Paulo que norteou novas diretrizes para a educação primária e reorganização dos sistemas de ensino.

Em 1968, Manhucia Perelberg Liberman participou da elaboração do Programa da Escola Primária do Estado de São Paulo, onde continha as ideias para o MMM no ensino primário, como por exemplo, a introdução da linguagem de conjuntos. Este programa foi divulgado nas escolas e colocado em prática a partir de 1969. (MEDINA, 2008).

1. Segundo Medina (2008), Bezerra, Liberman, Sanchez, entre outros participaram desta comissão.

No ano de 1971 a Lei 5692/71 promulgou uma mudança na nomenclatura das séries aos quais os livros didáticos analisados se destinavam, ou seja, essa lei unificou o ensino primário e o ensino ginasial em um curso único de 8 anos de duração, denominado 1º grau. Dessa forma, o ensino de 1ª a 4ª série ginasial passou a ser denominado de 5ª a 8ª série do primeiro grau.

Com esta implementação da Lei 5692/71, os Estados tinham que se adaptar e reorganizar sua estrutura de ensino, a demanda por professores com novas metodologias de ensino era necessária. Em 1972, Bechara é convidada para organizar cursos para professores no Colégio Vera Cruz, em São Paulo. Nesse mesmo período o Estado de São Paulo, lançou o seu Plano de Ação para a Reforma de Ensino de 1º Grau.

Segundo Villela (2007), em 1974, foi criado o Grupo de Ensino de Matemática Atualizada - GRUEMA e lançada uma coleção com o título *Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau* em 8 volumes para as oito séries do 1º Grau, de acordo com as reformas propostas na Lei 5.692/71.

Na página de abertura de todos os volumes as autoras escrevem na seção *Falando aos Mestres*:

> A reforma do ensino no Brasil, que estabeleceu uma Escola Fundamental de oito anos – Ensino de 1º Grau – veio a exigir a continuação da nossa coleção didática de Matemática para as quatro primeiras séries.
>
> A publicação do trabalho Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar chamou a atenção pela sua metodologia, pois estimula a descoberta, sugere o trabalho e atende às diferenças individuais dos alunos, exatamente os aspectos preconizados pela Reforma. Nada mais natural, portanto, que prosseguir a coleção, tornando-a completa para o ensino de 1º Grau.
>
> Para a elaboração dos quatro últimos volumes, destinados às 5ª, 6ª,7ª e 8ª séries, as professoras Lucília B. Sanchez e Manhúcia P. Liberman, autoras da coleção citada, julgaram necessário unir-se a elementos representativos de outros grupos, ampliando a equipe que agora conta com a presença de Anna Averbuch e Franca Cohem Gottlieb, para os trabalhos de elaboração de textos, experimentação e controle de resultados, a fim de que a preocupação com a linguagem adequada ao nível dos alunos não sacrifique a precisão de conceitos, para que os alunos não sejam mais tarde forçados a destruir para construir. (GRUEMA, 1977, p. 1).

Percebemos pela citação acima que já nas primeiras páginas as autoras destacam a importância da metodologia da descoberta, bem como da relação da coleção com a experiência didática das autoras.

7.2 Um primeiro contato com a obra – *uma breve análise*

Consideramos que esta proposta metodológica tem as apropriações feitas pelas autoras dos estudos do psicólogo Jean Piaget, bem como das propostas de ensino elaboradas por Zoltan Dienes, Lucienne Felix e George Papy, portanto em consonância tanto com as discussões ocorridas em Royaumont como com a legislação do Estado de São Paulo, que propunham o ensino da matemática pela descoberta, pela intuição, pela utilização da criatividade, e não pela repetição de exercícios ou pela mecanização de procedimentos.

Nesta pesquisa são examinados os seguintes os livros da coleção *Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º grau*: 5ª série - publicado em 1977, 6ª série - publicado em 1975, 7ª série – publicado em 1975 e 8ª série – publicado em 1976. *(Nestes livros não há menção quanto à edição).*

Esta coleção é destinada ao professor, sendo dividida em duas partes: a primeira contempla os aspectos pedagógicos, que abrangem os objetivos gerais, os específicos, os instrucionais, as estratégias e a sugestão de programação por bimestre; a segunda parte corresponde ao livro do aluno, que contempla os exercícios resolvidos (*preliminares* e de *aplicação*), história em quadrinhos, generalizações e algumas anotações deixadas como sugestão para o professor trabalhar um determinado conteúdo na sala de aula.

Nos livros, os personagens são crianças ou jovens, entretanto não há um mesmo padrão nos volumes de uma mesma série. No livro da 5.ª e 8.ª séries, a quantidade de quadrinhos é pequena, se comparada com os existentes nos livros da 6.ª e 7.ª séries.

Medina (2008) entrevistou a professora Manhucia acerca da concepção dos quadrinhos. Ela nos diz:

> Foi a forma que nós encontramos para expressar as informações importantes em uma linguagem mais leve por serem ditas por duas crianças. Como a gente ia escrever? Alguma coisa a gente tinha que escrever, teórica; a gente não sabia como escrever, o professor Jacy, que era nosso guru, não deixava escrever errado, obviamente, como escrever para os alunos entenderem? Sem ferir a coisa em si do aluno e a seriedade matemática, então o jeito foi o quê? Fazer a história em quadrinho, então a gente falava pela linguagem da criança (LIBERMAM, 2008, depoimento).

No livro da 8.ª série (1977), no qual os personagens são figuras abstratas coloridas, talvez numa alusão ao caráter mais abstrato da Matemática, ou ainda porque os alunos desta série estão na faixa etária de 14 a 15 anos e, segundo Piaget, estão no estágio lógico formal e não são mais atraídos por personagens de crianças conversando.

Nos livros da 6.ª e da 7.ª série (1977), os personagens são crianças, e podemos observar a utilização da cor, mas não há um padrão para a elaboração dos personagens. A nosso ver, os quadrinhos são utilizados pelas autoras como uma estratégia metodológica, que visa tanto à transmissão de uma informação como de uma ideologia. Para se compreender a mensagem visual opera-se uma leitura imagética, que articular-se com o contexto espacial, o contexto do leitor; o contexto em que está inserida a imagem; o conteúdo explícito da imagem; a formação cultural e intelectual do leitor.

8 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Consideramos que as autoras utilizaram os quadrinhos como estratégia metodológica a partir do curso que Manhucia fez no final de 1969 nos EUA. O objetivo desse curso era observar as atividades de preparação de livros-texto, elaboração de guias e manuais para professores em várias editoras, bem como conhecer as diretrizes para o ensino elementar em vários centros educacionais americanos.

O GRUEMA ao utilizar a história em quadrinhos em sua coleção didática, tinha como pretensão, além do ensino da matemática, atrair os estudantes com as ilustrações e a linguagem figural, representando uma mudança no ensino tradicional da disciplina. É importante ressaltar que no Brasil as décadas de 1960 e 1970 foram marcadas por intensos processos de industrialização e urbanização, onde a educação escolar ganharia importância estratégica dentro desse movimento, passando a ser entendida como elemento fundamental no projeto de modernização da sociedade. Portanto, o ensino de matemática teria que potencializar a motivação dos estudantes e abordar os conteúdos de uma maneira mais simples e fácil para o entendimento.

Os quadrinhos, embora adotem uma linguagem mais próxima do aluno, também eram utilizados para manter o rigor matemático, um dos ideais do MMM. Ao que tudo indica, não havia uma intenção ou um eixo norteador quanto à elaboração dos quadrinhos. A imagem em cada uma das séries era concebida de uma forma diferente. Os diálogos transmitem informações sobre os conteúdos matemáticos, mas também mensagens de otimismo, de motivação, de satisfação ao alcançar um objetivo. Reputamos que os quadrinhos foram utilizados como uma estratégia metodológica inovadora para a época, tanto que hoje sua utilização é recomendada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Acreditamos que este estudo mereça maiores discussões, reunindo traços e sublinhando relações para melhor compreensão e identificação entre os Tempos Modernos (MMM) e os Tempos Atuais.

Quanto a concepção de leitura, consideramos uma prática social, pressupondo que o aluno-leitor esteja inserido no sistema cultural novo, em que os valores, e experiência social representam também uma fonte de informação e de conhecimento na leitura do texto imagético. No entanto, as escolas nas suas práticas pedagógicas ainda continuam reticentes na forma de trabalhar e de interagir em seus contextos cotidianos as diferentes linguagens culturais principalmente as dominadas pela imagem.

REFERÊNCIAS

BITENCOURT, C. (org.). **O saber histórico na sala de aula.** São Paulo. Editora Contexto, 2006.

BOAVIDA, A. M.; PAIVA, A. L.; CEBOLA, G. Vale, I. & PIMENTEL, T. **A experiência matemática no ensino básico.** Lisboa: ME/DGIDC, 2008.

BRASIL. Ministério da educação e do Desporto. **Lei nº 4.024/61, de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

BRASIL. Ministério da educação e do Desporto. **Lei nº 5.692/71, de 11 de agosto de 1971**. Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências.

CERTEAU, Michel de. A escrita da história. Tradução: Maria de Lourdes Menezes. 2ª ed., Rio de Janeiro, RJ: Forense Universitária, 2007.

CHERVEL, André. Histórias das disciplinas escolares: **reflexões sobre um campo de pesquisa**. Teoria & Educação, n.2. Porto Alegre: Pannonica, p. 177-229, 1990.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: **sobre o estado da arte**. Revista: Educação e Pesquisa. São Paulo, v. 30, n.3, p.549-566, set/dez.2004.

GARDNER, H. **Frames of mind: the theory of multiple intelligences**. New York: Basic Books, 1993.

GRUEMA. **Curso Moderno de Matemática para o ensino de 1º Grau.** 1ª Série a 8ª série do 1º Grau. São Paulo: Editora do Brasil, S.A., 1975/76 e 77.

MARTINHO, M. H.; PONTE, J. P. **Comunicação na sala de aula de Matemática: Práticas e reflexão de uma professora de Matemática.** In J. Brocardo, F. Mendes, e A. M. Boavida (Eds.), Actas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática (pp. 273-293). Setúbal: APM. 2005.

MEDINA, D. História da Educação **Matemática nas séries iniciais: uma cronologia em construção** (1949-1988). In: A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos. Porto Alegre, Brasil, p. 147-163, 2008.

OLIVEIRA, A.S. **A abordagem do conceito de função em livros didáticos ginasiais: uma análise em tempos modernos (décadas de 160 e 1970). (Dissertação de Mestrado), Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.**

PRESMEG, N. **Creative advantages of visual solutions to some non-routine mathematical problems.** In S. Carreira, N. Amado, K. Jones & H. Jacinto, (Eds.), Proceedings of the Problem@Web International Conference: Technology, Creativity and Affect in mathematical problem solving. p. 156-167, 2014. Faro, Portugal: Universidade do Algarve.

RIVIERA, F. **Toward a Visually-Oriented School Mathematics** Curriculum: Research, Theory, Practice, and Issues. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2011.

VALENTE, W. R. Osvaldo Sangiorgi e o **Movimento da Matemática Moderna no Brasil.** Rev. Diálogo Educ. Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set. /dez. 2008.

VALE, I; BARBOSA, **A. Mathematics Creativity in Elementary Teacher Training.** Journal of the European Teacher Education Network, 10, p.101-109, 2015.

VILLELA, L.M.A. **Os livros didáticos de matemática de maior vendagem, na companhia editora nacional, no período de 1964 a 1980.** In: A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos. Porto Alegre: Redes Editora/ Capes/ Ghemat, p. 118-132, 2008.

VILLELA, L.M.A. GRUEMA – **Uma contribuição para História da Educação Matemática**. (Tese), Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2010.

VIÑAO FRAGO, Antonio. **Sistemas educativos, culturas escolares e reformas.** Edições pedagógicas, 2007.

Wood, L. Practice And Conceptions: **Communicating Mathematics In The Workplace. Educational Studies In Mathematics,** 79(1), p. 109-125, 2012.

CAPÍTULO 16

LETRAMENTO ESTATÍSTICO NO ENSINO MÉDIO: ESTRUTURAS POSSÍVEIS NO LIVRO DIDÁTICO

Laura Cristina dos Santos
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
São Paulo - SP

Cileda de Queiroz e Silva Coutinho
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
São Paulo – SP

RESUMO: A Educação Estatística vem crescendo ao longo dos anos, mostrando o quanto é importante em nossas vidas, na sociedade em que vivemos e sobretudo para termos uma análise crítica do mundo. A Estatística não era uma prioridade para os professores que ensinam matemática na Educação Básica, sendo que não era explorada ou simplesmente tinha tratamento procedimental. Hoje vemos que ela está presente em quase todos os campos, por suas especificidades de ferramenta para organização e análise de dados, permitindo/ facilitando tomadas de decisões. Com isso, nosso foco será o letramento estatístico nos alunos do Ensino Médio por se tratar dos anos finais da Educação Básica. Para saber do letramento estatístico nos alunos do Ensino Médio pretendemos analisar a Estatística nos livros didáticos e nos basear em documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Nossos referenciais teóricos serão a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e o Letramento Estatístico. E por fim, alguns trabalhos selecionados para a nossa leitura inicial.

PALAVRAS-CHAVE: letramento estatístico; livros didáticos; Educação Estatística; Ensino Médio

ABSTRACT: Statistical Education has been growing over the years, showing how important it is in our lives, in the society that we live and especially for a critical analysis of the world. Statistics was not a priority for math teachers at Basic Education, and it was not treated or simply had procedural treatment. Today we see that it is present in almost all fields, due to its specific tool for organizing and analyzing data, allowing / facilitating decision making. With this, our focus will be the statistical literacy in the students of High School because it is the final years of Basic Education. To know about statistical literacy of high school students, we intend to analyze statistics textbooks and rely on official documents, such as the National Curricular Parameters (NCP). Our theoretical references will be the Didactic Anthropological Theory (TAD) and the Statistical Letters. And finally, some papers selected for our initial reading.

KEYWORDS: statistical literacy; textbooks; Statistical Education; High School

1 I INTRODUÇÃO

A Educação Estatística vem crescendo nos últimos anos, mostrando sua importância para a análise crítica do mundo.

Segundo Coutinho (2013)

> A Estatística é hoje uma ciência cujas aplicações podem ser identificadas em todas, ou quase todas, as outras ciências, independentemente se na área científica ou social, uma vez que proporciona um método para tratamento e análise de dados. (COUTINHO, 2013, p. 69)

Ganhando força em 1990, a produção em Educação Estatística foi se aperfeiçoando e com o tempo ampliando-se no mundo inteiro. Mesmo com o cenário da importância da Educação Estatística na nossa formação, a mesma não tem sido abordada na Educação Básica de forma abrangente que leve os estudantes a pensar criticamente e a entender os conceitos estatísticos. Surgindo por consequência dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997, 1998, 2000), sendo antes intitulada "Tratamento da Informação", ocorreu de forma equivocada.

De acordo com Silva (2014)

> O ensino de "Estatística" não tinha sua importância reconhecida, figurando sempre no final dos livros didáticos, quase nunca contemplados pelos planos de ensino de professores na Educação Básica. Outrora, recebia tratamento mecânico, técnico, instrumental. (SILVA, 2014)

Isso se dá devido ao fato de que a Estatística é tratada pelos professores como mero aplicação de fórmulas, sem se atentar que os alunos saibam interpretá-la e analisá-la.

Acreditamos que a Estatística deve ser inserida desde as séries iniciais da Educação Básica para que desde cedo os alunos possam adquirir o letramento estatístico, que significa a capacidade de ler gráficos e tabelas, refletir sobre os dados contidos neles e a consequente tomada de decisões em situações de incerteza (Neto 2008 *apud* SILVA, 2007); e participar igualmente da sociedade em que vivem, construindo um senso crítico.

A Estatística é uma ciência que pode ser identificada em quase todas as outras ciências, por suas especificidades de ferramenta para organização e análise de dados, permitindo/facilitando tomadas de decisões. Com base nisso, pensamos na abordagem da Estatística em livros didáticos.

2 I PROBLEMÁTICA

A pesquisa surgiu de uma inquietação de por que os alunos possuem tanta dificuldade em compreender "simples" dados estatísticos. Baseando-se nos alunos que estão nas séries finais do Ensino Médio, eles deveriam estar no nível científico do letramento estatístico, ou seja, era esperado que soubessem interpretar, analisar, reconhecer contextos e executar a coleta de dados. Mas na prática não é isso que acontece.

Alguns conteúdos de estatística não são abordados de forma correta, ou seja, é apenas ensinado aos alunos como calcular sem ao menos ensiná-los o que aquele determinado resultado significa em relação ao contexto no qual os dados foram coletados. O estudo do por que determinado valor foi encontrado, a relação disso com a forma pela qual as observações foram feitas não é uma prática frequente em salas de aula. Vários questionamentos emergem: estão em acordo com documentos oficiais? Estão em acordo com as necessidades do desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos, tal como atestado pela comunidade de pesquisadores na área? Estão em acordo com as necessidades do desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos, tal como atestado pelo mercado de trabalho?

Particularmente, será que os livros didáticos estão em concordância com documentos, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)?

Dessa forma, com base nos questionamentos feitos, apresentaremos nossa questão de pesquisa.

3 I QUESTÃO DA PESQUISA

Que níveis do letramento estatístico podem ser identificados na comparação entre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM) utilizados para a abordagem da Estatística no Ensino Médio e os livros didáticos aprovados no PNLD 2018?

4 I OBJETIVOS

- Objetivo Geral

Analisar características da abordagem da Estatística em Livros Didáticos e observar, por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM), qual o tipo de Letramento Estatístico que os alunos do 3º Ano do Ensino Médio adquirem.

- Objetivos Específicos
    - Analisar os conteúdos de Estatística nos Livros Didáticos e no PCNEM, identificando possíveis orientações ao professor;
    - Identificar o tipo de Letramento Estatístico que os alunos adquirem a partir do livro didático.

5 I REVISÃO DE LITERATURA

Aqui mostraremos alguns artigos, dissertações e teses publicadas que auxiliarão em nossa pesquisa.

Organizamos no Quadro 1 os trabalhos selecionados para nossa leitura inicial.

Tipo	Título	Autor	Ano	Instituição
Artigo	A contribuição da Teoria Antropológica do Didático para a análise de livros didáticos da matemática	Rossini	2006	PUC – SP
Dissertação	O Pensamento Estocástico nos livros didáticos no Ensino Fundamental	Friolani	2007	PUC – SP
Artigo	Educação Estatística e os livros didáticos para Ensino Médio	Coutinho	2013	PUC – SP
Dissertação	Análise do letramento estatístico nos livros didáticos do Ensino Médio	Neto	2008	PUC – SP
Dissertação	A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio	Oliveira	2005	PUC – RS
Artigo	A Estatística nos livros didáticos de Ensino Médio	Coutinho e Spina	2014	PUC – SP
Artigo	Importância da Estatística para o processo de conhecimento e tomada de decisão	Ignácio	2011	UFPR

Quadro 1 – Trabalhos selecionados

Fonte: autora

No artigo de Rossini (2006) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUCSP, nos remonta um panorama histórico sobre o conceito de função. A autora fez uma análise destes conceitos nos livros didáticos. Porém a autora nos faz observar que alguns conceitos aparecem em livros didáticos de forma estagnada, ocasionando um ensino partido, ou seja, não é ensinado tudo o que se deveria ensinar de seus conceitos. Os livros didáticos são um apoio ao professor para preparar suas aulas, mas mesmo com a evolução desses materiais, ainda precisam se adequar aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Rossini (2006) utiliza a Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Chevallard (1991) para fazer a análise do livro didático da oitava série. Segundo Rossini (2006), a TAD fornece recursos para se analisar um livro didático para avaliar tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Após sua análise, a autora conclui que em algumas obras há uma escassez de técnicas, não há uma interpretação gráfica e a passagem de uma concepção para outra não é explorado.

Na dissertação de Friolani (2007) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUCSP, o autor busca verificar qual a organização Praxeológica que os livros didáticos destinados ao Ensino Fundamental II fazem em relação ao tema Tratamento de Informação, se é suficiente para os alunos adquirirem um letramento estatístico e se estão de acordo com as orientações propostas pelo PCN.

Friolani (2007) enfatiza que "[...] é importante verificar se os livros didáticos oferecem condições mínimas para os alunos desenvolverem habilidades para compreender e criticar [...]"

Ainda Friolani (2007) “[...]. Sabemos que, para que haja uma aprendizagem significativa, não é suficiente ter bons livros didáticos, mas, também, propostas pedagógicas adequadas, professores mais bem preparados e atualizados [...].”

Com isso, após sua análise verifica-se que os autores de livros didáticos exploram bem pouco o tema Tratamento de Informação não dando subsídios para que os alunos possam adquirir um letramento estatístico.

O artigo de Coutinho (2013) propõe uma discussão a respeito das condições para se obter um letramento estatístico por alunos do Ensino Médio. A autora utilizou a Organização Praxeológica para analisar uma coleção e verificar se com esta coleção, os alunos conseguiriam adquirir um letramento estatístico. Analisando o tema gráficos nos livros didáticos, a autora observa que apenas 5,6% das páginas das coleções são destinadas a Estatística Descritiva, assim foi evidenciado que a Estatística Descritiva só aparece no último capítulo do terceiro volume, não sendo uma boa escola didática, não favorecendo o letramento estatístico.

A dissertação de Neto (2008) estuda e analisa os livros didáticos do Ensino Médio a fim de observar se seguem as recomendações oficiais. Essas análises foram feitas usando a organização Praxeológica proposta por Chevallard (1999), verificando posteriormente se possibilita o letramento estatístico dos alunos. Após sua análise, verificou que 4 das 6 obras analisadas permitiam alcançar o letramento cultural, um consegue se aproximar do letramento funcional e a última chega no letramento funcional. Com isso, o autor concluiu que os alunos não estarão aptos para as situações cotidianas.

Oliveira (2006), em sua dissertação, apresenta a análise dos conteúdos de Probabilidade e Estatística de livros didáticos, enfatizando a importância que esses materiais têm na vida do professor e até mesmo dos alunos. Esses conteúdos são relevantes para a nossa vida cotidiana e por isso deveriam ser mais bem explorados na Educação Básica. Com a análise do autor, ele verificou que os livros didáticos não dão destaque aos conteúdos aqui mencionados, sendo que alguns possuem até conceitos equivocados e falta de contextualização.

As autoras Coutinho e Spina (2014) reforçam a importância que a Estatística possui no nosso dia-a-dia e que dependendo da abordagem que os livros didáticos possuem juntamente com a ajuda do professor, os alunos possam adquirir o letramento estatístico. Utilizando a organização Praxeológica foram feitas as análises dos livros e sua abordagem em Estatística. Feita essa análise, as autoras concluíram que os alunos podiam adquirir apenas o nível cultural do letramento estatístico.

Por fim, o artigo de Ignácio (2011) reitera que a Estatística é fundamental para a nossa tomada de decisão e que ela pode ser utilizada em vários ramos. Mostrando, assim, o surgimento da Estatística durante o século XX até os dias atuais.

Segundo Ignácio (2011) “as informações estatísticas devem ser concisas, específicas e eficazes, fornecendo, assim, subsídios imprescindíveis para a tomada de decisão [...].”

A ideia central é de que a Estatística possui uma forte contribuição no nosso dia-a-dia, portanto ela precisa ser bem explorada desde a Educação Infantil até os anos finais do Ensino Médio. A importância de se analisar os livros didáticos corroboram de forma significativa na compreensão da proposta didática dos livros no que se refere a Estatística. Traz um estudo relevante aos docentes e aos alunos a aquisição do letramento estatístico, a interpretação de gráficos e análise de dados.

Os trabalhos lidos contribuirão nas construções teóricas utilizando a TAD e o letramento estatístico, bem como na comparação entre os conteúdos propostos nos livros didáticos e documentos como o PCNEM. Para no fim, podermos validar os resultados identificando o letramentos dos alunos.

6 I REFERENCIAL TEÓRICO

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida por Yves Chevallard (1999) estuda as condições dos Sistemas Didáticos (sujeito-instituição-saber).

Segundo Chevallard (1999), a TAD estuda o homem frente ao saber matemático e, mais especificamente, frente a situações matemáticas.

> A teoria antropológica do didático, segundo Chevallard, estuda o homem perante o saber matemático, e mais especificamente, perante situações matemáticas. Uma razão para a utilização do termo "antropológico" é que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, o estudo da matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais (CHEVALLARD, 1999, p.1 apud ALMOULOUD, 2007, p.111).

De acordo com Almouloud (2015), um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa forma uma Organização Praxeológica (em grego *práxis* significa "praticar" e o *logos* "razão"). Para a análise de livros didáticos utilizaremos a seguinte estrutura:

- Identificação dos tipos de tarefas: relacionada a um objetivo, expressa por um verbo;
- Identificação das técnicas: maneira ou caminhos de como realizar a tarefa;
- Identificação das tecnologias: justificar e demonstrar as técnicas utilizadas para uma determinada tarefa.

Faremos, também, a análise dos livros didáticos à luz do conceito de letramento estatístico, proposto por Gal (2002) que vê o letramento estatístico como algo construído a partir de uma postura crítica, com leitura e análise de seus dados em campos como Matemática e Estatística. O autor refere-se a dois componentes que estão relacionados: o primeiro é a capacidades das pessoas de interpretarem as informações estatísticas criticamente; a segunda é saber se comunicar e discutir quando pertinente o significado das informações apresentadas.

Para Gal (2002), o letramento estatístico é composto por cinco componentes: o letramento (leitura), conhecimentos matemáticos, conhecimentos estatísticos, conhecimentos de contexto, capacidade de elaborar questões críticas.

Soares (2004, apud SILVA, C.B, 2007) faz uma diferenciação entre alfabetizado e letrado, segundo o qual o indivíduo que sabe ler e escrever é alfabetizado, enquanto o que sabe fazer uso da leitura e escrita é letrado.

Shamos (1995, apud GAL, 2002) propõe um modelo de letramento estatístico em três níveis:

- Nível Cultural: compreendem termos básicos utilizados em nosso cotidiano pelos meios de comunicação;
- Nível Funcional: pessoas que desenvolvem capacidades de conversar, ler e escrever, utilizando termos científicos;
- Nível Científico: pessoas que desenvolvem capacidades de lidar com conhecimentos científicos.

Em nossa pesquisa entendemos letramento estatístico como a capacidade de ler e interpretar dados estatísticos, assim como, gráficos e tabelas, sabendo, portanto, analisar as informações recebidas.

7 I METODOLOGIA

A pesquisa é qualitativa, será feito um estudo bibliográfico.

Será feita uma análise de conteúdos de Estatística nos livros didáticos, utilizando os livros de Matemática do 3º Ano do Ensino Médio aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2018 e nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), com a intenção de observar como é abordado e se fornecem aos alunos base para adquirir o letramento estatístico. Para a análise dos livros didáticos utilizamos a Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard (1995).

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A., **Fundamentos da didática da matemática - edição atualizada.** Ed. UFPR. Curitiba, 2007.

________. **Teoria Antropológica do Didático: metodologia de análise de materiais didáticos. Revista Ibero-americana de Educación Matemática**, Unión, v. 1, n. 42, p.9-34, nov. 2015.

________...[et al]; OLIVEIRA, G. P., (org.). **Educação Matemática: epistemologia, didática e tecnologia.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018. p. 143 – 180.

Brasil, Ministério da Educação, (1997). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília, MEC/SEF.

COUTINHO, C. Q. S.; SPINA, G. **A Estatística nos livros didáticos de Ensino Médio**. In: ENCONTRO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA, 23., 2014, São Paulo. **Congresso.** São Paulo: PIBIC-CEPE, 2014. p. 1 – 23.

________. **Educação Estatística e os livros didáticos para o Ensino Médio**. Revista Educação

Matemática em Foco. Campina Grande, v. 02, n. 1, p. 68-86, 2013.

FRIOLANI, L. C. **O Pensamento Estocástico nos Livros Didáticos no Ensino Fundamental.** 2007. 150 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

GAL, I. **Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities**. V. 70, n. 1, pp. 1-25, abril, 2002.

GAY, M. R. G. **O Desenvolvimento do Raciocínio Estatístico nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2008. 91 f. Monografia (Especialização) - Curso de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2008.

GIORDANO, C. C. **Letramento estatístico por meio de projetos: Um estudo de caso.** In: CONGRESSO EBRAPEM, 2016, Curitiba. **Ensino de Probabilidade e Estatística.** Curitiba: Sbem, 2016. p. 1 - 13.

IGNÁCIO, S. A. **Importância da Estatística para o Processo de Conhecimento e Tomada de Decisão**. **Paranaense de Desenvolvimento**, Curitiba, v. 4, n. 118, p.175-192, jan. 2010.

MAGALHÃES, T. C. **Análise do Bloco de Conteúdos "Tratamento da Informação" no Currículo Básico do Ensino Médio das Escolas Estaduais do Espírito Santo: um Estudo do Município de Aracruz.** 2016. 132 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2016.

OLIVEIRA, P. I. F. **A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.** 2006. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

ROSSINI, R. **A contribuição da Teoria Antropológica do Didático para a análise de livros didáticos da matemática**. São Paulo, 2006.

SANTOS, D. M. N. e; ALVARENGA, K. B. **Uma análise do conteúdo de estatística em um livro didático. Caminhos da Educação Matemática**, Sergipe, v. 2, n. 1, p.123-134, jan. 2014.

SHAMOS, M. **The myth of scientific literacy**. New Brunswick: Rutgers University Press, 1995.

SILVA, J. F.; CURI, E.; SCHIMIGUEL, J. **Um Cenário sobre a Pesquisa em Educação Estatística no Boletim de Educação Matemática** – BOLEMA, de 2006 até 2015. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, [s.l.], v. 31, n. 58, p.679-698, ago. 2017. FapUNIFESP (SciELO). http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n58a08.

SIMONE NETO, F. **Análise do Letramento Estatístico nos Livros Didáticos do Ensino Médio.** 2008. 158 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

CAPÍTULO 17

UM ESTADO DA ARTE DE PESQUISAS ACADÊMICAS SOBRE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (DE 1979 A 2015)

Maria Rosana Soares
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, UFMS
Paranaíba – Mato Grosso do Sul

Sonia Barbosa Camargo Igliori
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP
São Paulo – São Paulo

RESUMO: Este artigo apresenta um estado da arte dos programas de pós-graduação *stricto sensu* das Áreas da Educação e de Ensino da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que realizaram pesquisas acadêmicas sobre a modelagem em educação matemática no período de 1979 a 2015. Essa investigação foi realizada segundo os critérios da pesquisa qualitativa e os processos criativos segundo a teoria fundamentada nos dados. A coleta e o registro dos dados foram realizados a partir de meios e materiais audiovisuais: pesquisas na *Plataforma Sucupira* da Capes, nos programas de pós-graduação *stricto sensu* e nas bibliotecas, com uso de *software*: *Microsoft Office Excel* e *Microsoft Office Word*. No período investigado, a Área da Educação apresentou nessa temática, em 20 programas, 45 (17,24%) dissertações de mestrado acadêmico (MA) e 10 (3,83%) teses de doutorado (DO). A Área de Ensino apresentou, em 61 programas, 101 (38,70%) dissertações de MA, 78 (29,89%) trabalhos finais de mestrado profissional (MP) e 27 (10,34%) de DO, favorecendo, cientificamente, a pesquisa e o amadurecimento dos conhecimentos relativos à modelagem matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem em educação matemática. Pesquisas acadêmicas. Áreas de Educação e Ensino da Capes. Cursos de pós-graduação *stricto sensu*. Processo criativo.

A STATE OF THE ART OF ACADEMIC RESEARCH ON MODELING IN MATHEMATICAL EDUCATION (1979 TO 2015)

ABSTRACT: This article presents a state of the art of the *stricto sensu* postgraduate programs in the Education and Teaching Areas of the Coordination of Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) that carried out academic research on modeling in mathematical education in the period of 1979 to 2015. This research was conducted according to the criteria of qualitative research and creative processes according to the theory based on data. Data collection and recording was done using audiovisual means and materials: research in the Capes *Sucupira* Platform, in the *stricto sensu* postgraduate programs and in the library,

using software: *Microsoft Office Excel* and *Microsoft Office Word*. In the period under investigation, the Education Area presented, in 20 programs, 45 (17.24%) academic Master's dissertations (MA) and 10 (3.83%) doctoral theses (DO). The Teaching Area presented, in 61 programs, 101 (38.70%) dissertations of MA, 78 (29.89%) final term papers of professional master's degree (MP) and 27 (10.34%) of DO, favoring, scientifically, research and the maturing of mathematical modeling knowledge.
KEYWORDS: Modeling in mathematical education. Academic research. Education and Teaching Areas of Capes. *Stricto sensu* postgraduate courses. Creative process.

1 I INTRODUÇÃO

As discussões e investigações referentes à produção do conhecimento tem sido crescente nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes, as quais se caracterizam como um *Estado da Arte*[1] ou *Estado do Conhecimento* conforme um tema escolhido, como por exemplo, Fiorentini (1994), Ferreira (2002) e Soares (2017). Em se tratando da produção do conhecimento sobre modelagem[1] em educação matemática, pode-se dizer que, a modelagem vem sendo discutida desde a década de 1960 no ensino de matemática brasileiro, possibilitando sua inserção em vários meios de estudos e pesquisas: em programas de pós-graduação *latu sensu* e *stricto sensu,* e em eventos internacional e nacional, Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM) e Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), os quais possuem linhas de pesquisas ou grupo de trabalho para o tratamento da modelagem.

A modelagem em educação matemática tem chamado atenção de professores e pesquisadores das Áreas de Educação e Ensino segundo sua natureza de tratamento de um fenômeno, tema ou problema extraído da realidade, suas diferentes concepções apresentadas e discutíveis, suas possiblidades de abordagem em sala de aula e suas caracterizações como um dos meios de evidenciar relações entre matemática e realidade.

Assim sendo, diante do volume de dados investigados e examinados, neste artigo, apresentamos os resultados obtidos em resposta à seguinte questão: "Como se pode identificar as Áreas de avaliação dos programas e dos cursos de pós-graduação *stricto sensu* indicados e certificados pela Capes, Educação e Ensino, que realizaram pesquisas acadêmicas sobre modelagem em educação matemática (de 1979 a 2015) segundo um processo criativo?". Nesse período, foi abordado desde a primeira dissertação (1979) na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC/RIO) até as dissertações e teses finalizadas no ano de referência de 2015 segundo os processos de coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados.

1. Neste artigo, são utilizados os termos, *modelagem* e *modelagem matemática,* e *Estado da Arte* ou *Estado do Conhecimento* ou *Estado da Arte da Pesquisa* ou *Estado do Conhecimento da Pesquisa*, indistintamente.

2 I ESTADO DA ARTE DA PESQUISA

Entre suas variadas definições presentes na literatura, de acordo com Ferreira (2002, p. 258), as pesquisas chamadas de Estado da Arte têm caráter bibliográfico e desafiador e "Esse tipo de investigação é também chamado de pesquisa do 'estado da arte' sobretudo porque procuramos inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área do conhecimento" (FIORENTINI, 1994, p. 32, grifos do autor). O Estado da Arte é uma abordagem que tem por fundamentos a coleta, registro, organização, mapeamento, análise, relação e elucidação de documentos publicados no domínio científico segundo um tema de interesse e/ou de necessidade, visando explorar, descobrir, especificar e evidenciar os estados de produção e conhecimento elaborados conforme um problema de estudo ou pesquisa. Os dados são coletados e analisados pelos pesquisadores, utilizando os já efetivados, ou não, na literatura acadêmica, pois pode haver uma parte da amostra referente aos estudos ou pesquisas aceitos ou aprovados para divulgação.

3 I PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este artigo faz uso da pesquisa qualitativa e suas características e exigências (CRESWELL, 2010, 2014), e a pesquisa descritiva (FIORENTINI, LORENZATO, 2012). Também, é utilizado os procedimentos de coleta e registro dos dados recorrendo a meios e materiais audiovisuais: pesquisas na *Plataforma Sucupira* da Capes, nos programas de pós-graduação *stricto sensu* e na biblioteca, e *software, Microsoft Office Excel* e *Microsoft Office Word* (CRESWELL, 2010, 2014). Ainda, é tratada da natureza da fonte dos dados, documentação indireta e pesquisa bibliográfica, dissertações e teses (SEVERINO, 2007) e desenvolvendo uma teoria fundamentada nos dados de cunhos investigativo, analítico e interpretativo (CHARMAZ, 2009; CRESWELL, 2010, 2014).

Para tanto, foi desenvolvido um Estado da Arte com base em quatro fases, as quais serão trazidas mais adiante neste artigo, as quais se efetivaram conforme a elaboração e realização de dois momentos distintos e conexos, utilizando códigos de análise.

No Quadro 1, seguem os critérios e procedimentos elaborados[2] e evidenciados em dois *momentos* distintos e conexos, a partir de um processo criativo, organizado fases:

2. De acordo com o objetivo proposto, não foram priorizadas ou inseridas no tamanho da amostra determinadas dissertações e teses que focam, tratam ou possuem em seus títulos os temas não matemáticos, por exemplo: Biologia, Ciências, Física, Química e Programação. Ademais, não foram consideradas as pesquisas do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Primeiro critério e procedimento elaborados:
Primeiro critério e procedimento elaborados: Retirar as amostras referentes às instituições, programas e cursos de pós-graduação *stricto sensu* que não estudam e/ou não pesquisam o processo de ensino para a aprendizagem da matemática até 2015.
Segundo critério e procedimento elaborados: No processo de limitação do primeiro critério e procedimento, não considerar as amostras relativas às instituições, programas e cursos de pós-graduação indicados e certificados pela Capes, nos seguintes casos: - *Não desenvolvem as pesquisas acadêmicas sobre educação matemática (até 2015)*; - *Sem pesquisas acadêmicas defendidas e/ou finalizadas sobre educação matemática (até 2015)*; - *Não têm pesquisas acadêmicas defendidas e/ou concluídas de nenhuma natureza (até 2015)*.
Terceiro critério e procedimento elaborados: É necessário estudar as seguintes palavras-chave, os termos inseridos ou não nos títulos e nos resumos originais das pesquisas acadêmicas: *abordagem, alternativa (pedagógica), ambiente, estratégia (pedagógica), modelagem, modelagem matemática, modelação, modelação matemática, educação matemática, matemática, modelo(s) matemático(s), modelo(s), proposta (pedagógica), método* e *metodologia*, originados das fundamentais literaturas sobre modelagem.

Quadro 1 – Alguns critérios e procedimentos elaborados para a limitação do tamanho da amostra das pesquisas acadêmicas sobre modelagem (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e Ensino da Capes (2016)

Fonte: Soares (2017, p. 93).

A partir desse Quadro, de acordo com Creswell (2014), é gerada parte do tamanho da amostra: 261 dissertações e/ou teses sobre modelagem (de 1979 a 2015): 55 na Área de Educação e 206 na de Ensino, como evidencia os resultados e discussões deste artigo.

4 I SOBRE O ESTADO DA ARTE DE ÁREAS DA CAPES QUE REALIZARAM PESQUISAS ACADÊMICAS SOBRE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Em síntese, Soares (2017) sugere que um Estado da Arte da Pesquisa pode ser desenvolvido com base no seguinte processo criativo, conforme expõe a Figura 1:

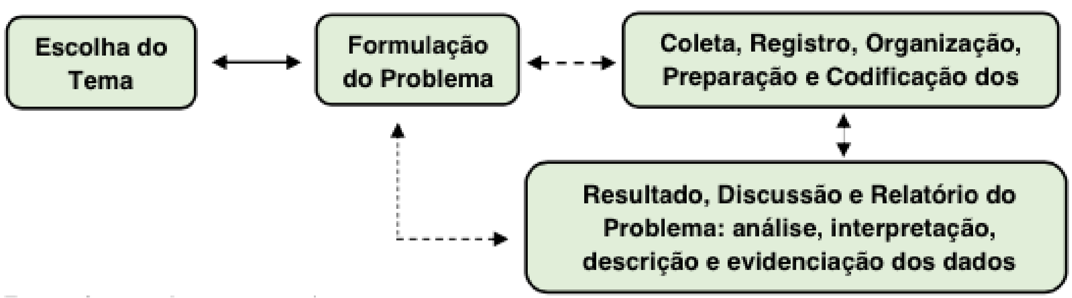


Figura 1 – Processo criativo de investigação científica para o desenvolvimento, análise e evidenciação de um Estado da Arte da Pesquisa

Fonte: Soares (2017, p. 101).

As setas de duas orientações, contínuas ou não, significam que cada fase de um Estado da Arte da pesquisa apresenta uma inter-relação com as demais fases. Ao passo que, as setas de duas orientações, pontilhadas horizontalmente ou verticalmente, indicam que há duas possibilidades no desenvolvimento do processo de uma tarefa para o Estado da Arte. A primeira indica a formulação do problema e, seguidamente, a coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados, à medida que, a outra, realiza o processo inverso, isto é, a coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados e, depois, a formulação do problema. Com efeito, as 2ª e 3ª fases do referido processo são flexíveis e modificáveis, incumbindo aos interessados – professores, pesquisadores, estudantes e/ou universitários – analisarem o procedimento apropriado visando atingir os objetivos estabelecidos e efetivar um Estado da Arte da pesquisa, adequadamente.

Nesse processo, as duas setas unidas e pontilhadas, horizontalmente e verticalmente, expressam que, caso o processo proposto não seja considerado admissível diante dos processos desenvolvidos em uma tarefa para o Estado da Arte, ou seja, caso não seja concebido como apropriado ou pertinente para a realização e para a obtenção do resultado, discussão e evidenciação do problema formulado, pode-se retomar o estudo ou a pesquisa a partir dos processos desenvolvidos na 2ª fase escolhida inicialmente, formulação do problema ou coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados, em conformidade com as efetivações das simplificações e/ou alterações necessárias e aceitáveis. Ademais, com base nos objetivos constituídos e no contexto inserido de um estudo ou de uma pesquisa bibliográfica e/ou documental, um determinado Estado da Arte pode ser efetivado de acordo com todas as fases de seu processo ou não. Em vista disso, por exemplo, um estudo ou uma pesquisa podem ser iniciados com base na 2ª ou 3ª fase do referido processo, conforme as dimensões, direções, aspectos, características, lacunas e/ou tendências gerais de investigações científicas. Nisso, as dimensões visam, por exemplo, a revelação das fontes, produções e transformações, enquanto que as direções visam processos presentes, elaborados, desenvolvidos, descobertos e evidenciados a partir das amostragens qualitativas obtidas e dos objetivos propostos.

Soares (2017, p. s. 102-152) afirma que um determinado Estado da Arte da Pesquisa pode ser desenvolvido e evidenciado por meio das seguintes fases:

- **1ª Fase – Escolha do tema**: É um assunto específico que se almeja estudar e pesquisar. O tema a ser definido visa investigar e analisar um assunto científico, em que se realiza a formulação do problema, seguidamente. O tema escolhido envolve algum objeto peculiar de alguma Área ou subárea de estudo ou de pesquisa, por exemplo: Áreas – Ciências, Economia, Ensino, Educação, Engenharias, Matemática, Interdisciplinar e Psicologia; subáreas – Informática, Economia Aplicada, Educação Matemática ou Ensino de Matemática, Educação ou Educação Tecnológica, Engenharia Civil, Álgebra ou Matemática Aplicada, Tecnologia e Sociedade e Psicologia Social, respectivamente. Com isso, a princípio, ele não exibirá uma relação direta com os assuntos de um Estado Arte da pesquisa. Assim, é preciso que o pesquisador selecione um tema limitado e objetivo que apresente alguma necessidade e importância de investigação e de análise científica, bem como seja acessível para as efetivações de coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados e, também, para as concretizações de resultado, discussão e evidenciação do problema formulado, posteriormente. Para tanto, é essencial considerar o conhecimento, aceitação, preparação, qualificação e disponibilidade do(s) envolvido(s). Desse modo, o tema responde o seguinte: *O que será investigado e analisado em um processo criativo de um Estado da Arte da pesquisa?*

Para tanto, Soares (2017, p. 103) definiu e expôs o seguinte tema: *As pesquisas acadêmicas sobre modelagem matemática em educação matemática.*

- **2ª Fase – Formulação do problema:** É o que se almeja investigar, analisar, responder e evidenciar. Com os processos de coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados referentes ao tema escolhido se definem os problemas para concretizar sua resolução, ou seja, os problemas são formulados por meio dos dados que abrangem Áreas, subáreas, temas e/ou subtemas de estudo ou de pesquisa. Os problemas formulados devem apresentar legitimidade, necessidade, viabilidade, relevância, clareza, objetividade, novidade, exequibilidade, compreensibilidade e/ou oportunidade e, consequentemente, sua resolução, discussão e evidenciação. Assim sendo, elaboram-se perguntas e/ou subperguntas científicas com problematizações que apresentem alguma conexão direta com o tema escolhido, variáveis abrangidas e hipóteses concebidas, reflexivamente e claramente. Ou, ainda, a princípio, podem-se inverter a ordem de efetivação das 2ª e 3ª fases. Com isso, é vital analisar os nexos existentes nos dados obtidos, sintetizados e preparados, bem como as condições possíveis de formular o problema e desvendá-lo, depois. Em síntese, um problema visa o seguinte: *O que e como serão coletados, registrados, organizados, preparados e codificados em um processo criativo de um Estado da Arte da pesquisa?*

Para efetivação de um processo criativo, Soares (2017, p. s. 103-104) formulou o seguinte problema com base em Creswell (2010, 2014) e Marconi e Lakatos (2015):

- Que relações e evoluções existentes e conexas podem ser interpretadas, descobertas e reveladas referentes às pesquisas acadêmicas sobre modelagem matemática em educação matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e Ensino da Capes, a partir dos processos investigados e dos dados analisados e retirados de instituições, programas e cursos de pós-graduação stricto sensu?

Alguns de seus subproblemas se encontram ao longo das próximas fases.

- **3ª Fase – Coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados***:* É o que se almeja obter, investigar, analisar e desenvolver. Com base nos objetivos propostos, pode-se realizar a coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados e, depois, a formulação do problema, ou vice-versa (podem-se alterar as 2ª e 3ª fases). Para tanto, a coleta, registro, organização, preparação e codificação tratam-se de processos inter-relacionados que visam obter a autorização de coleta e obtenção de dados eticamente, efetivar estratégias de investigação aceitáveis, desenvolver meios adequados no levantamento, obtenção, registro, reunião e apresentação dos dados. Esse processo é inerente às análises de natureza qualitativa e/ou quantitativa conforme um tema escolhido, especificamente. Na amostragem qualitativa, os procedimentos de coleta e registro dos dados podem abranger um ou mais tipos básicos, tais como: observação, entrevista, meio e material audiovisuais e documento, este pode tratar de documentações direta ou indireta: no primeiro são abordadas as fontes primárias, como as pesquisas de caráter documental, enquanto que, no outro, são abordadas as fontes secundárias, como as de natureza bibliográfica, ou ainda há os contatos diretos. Assim, preparam-se os dados para fins de uma análise minuciosa e transformadora a partir de uma codificação, que é um processo de organização, estruturação, categorização, subcategorização e sintetização analítica, exigente e fundamental dos dados obtidos conforme os códigos elaborados, discutidos e aclarados, por exemplo, em quadro, tabulação, gráfico e/ou mapa, se necessário. A codificação conduz a definição e a unificação de certos critérios e procedimentos claros para a limitação em relação ao tamanho da amostra a ser utilizada, em que os dados obtidos são analisados cuidadosamente por meio de uma limitação, isto é, um recorte dos dados mais relevantes e exclusão dos menos importantes (variáveis) e uma identificação das investigações e das análises plausíveis para os problemas a serem resolvidos (hipóteses). Em síntese, a presente fase visa a seguinte indagação: *O que e como serão resolvidos, discutidos e evidenciados em um processo criativo de um Estado da Arte?*

A *Plataforma* da Capes (BRASIL, 2016d) oferece informações de *dados quantitativos de programa* e *por Área de avaliação,* por exemplo. Assim, a coleta, registro e codificação dos dados se solidificaram por meio das Áreas de avaliação, instituições, programas e cursos indicados e certificados pela Capes: mestrado acadêmico (MA), doutorado (DO), mestrado profissional (MP) e MA/DO, gerando um dos subproblemas: Que Áreas de avaliação têm programas e cursos de pós-graduação *stricto sensu* recomendados e reconhecidos pela Capes (2016)? Quais deles pesquisam sobre modelagem matemática (até 2015)? De que forma são organizados os cursos de MA, DO, MP e MA/DO nessas Áreas? Seguem as Áreas de avaliação dos programas e seus cursos:

Áreas	**Programas e cursos de pós-graduação no Brasil**									
Nomes das Áreas dos programas	MA	DO	MP	MA/ DO	Totais	MA (%)	DO (%)	MP (%)	MA/DO (%)	Totais (%)
Educação	54	0	44	74	172	17,14	0,00	13,97	23,49	54,60
Ensino	38	4	74	27	143	12,06	1,27	23,49	8,57	45,40
Totais	**92**	**4**	**118**	**101**	**315**	**29,21**	**1,27**	**37,46**	**32,06**	**100,00**

Tabela 1 – Áreas de avaliação dos programas e dos cursos de pós-graduação *stricto sensu* recomendados e reconhecidos pela Capes

Fonte: Soares (2017, p. 111), com dados analisados e retirados da *Plataforma Sucupira* da Capes (BRASIL, 2016a).

Entre as Áreas de avaliação dos programas e cursos de pós-graduação aprovadas pela Capes (2016), as pesquisas acadêmicas sobre modelagem foram realizadas, supostamente, nas Áreas de *Educação* e *Ensino*, pois tratam de estudos e pesquisas relativas à teoria e/ou à prática de ensino para aprendizagem. Os dados mostram que a Área de Educação tem 172 (54,60%) programas e cursos: 54 (17,14%) MA, 44 (13,97%) MP e 74 (23,49%) MA/DO. Na Área de Ensino há 143 (45,40%) programas e cursos: 38 (12,06%) MA, 4 (1,27%) DO, 74 (23,49%) MP e 27 (8,57%) MA/DO, destacando, essencialmente, MP 118 (37,46%) e MA/DO 101 (32,06%) nas referidas Áreas.

Nesse desenvolvimento, o processo de codificação da teoria fundamentada se embasou em Charmaz (2009), Creswell (2010, 2014) e Marconi e Lakatos (2015).

- **Última Fase – Resultado, discussão e relatório do problema: análise, interpretação, descrição e evidenciação dos dados:** É o que se almeja resolver, discutir, sintetizar e evidenciar. A análise dos dados trata de processos indutivo e dedutivo. O primeiro permite a organização e preparação dos dados por meio da elaboração de padrões, temas, subtemas, categorias e/ou subcategorias *de baixo para cima*, ou seja, *do menor para maior*, melhorando-os, regressando-os e aperfeiçoando-os dos essenciais ou dos específicos até instituir os mais amplos, enquanto que o dedutivo possibilita a confrontação, verificação e relação dos dados. O processo de análise dos dados visa a obtenção de sentidos dos dados, como de texto, código, quadro, tabela, gráfico, figura e/ou de imagem por meio de diferentes tipos de análises de uma maneira contínua, reflexiva e crítica, utilizando e explorando as competências e habilidades de raciocínio complexo, como as de indução e dedução. Nesse processo, se realiza uma interpretação dos dados, ou seja, uma significação dos dados visando uma descrição e evidenciação dos resultados alcançados, das discussões geradas e das informações relevantes referentes às lições aprendidas e contribuições apresentadas de uma forma ampla, profunda, detalhada, conexa, sintética e clara. Isso gera o desenvolvimento de um relatório por meio de várias perspectivas analisadas, interpretadas, descritas e evidenciadas com base nos dados amostrais utilizados, que confirmam ou não os objetivos estabelecidos e necessitam ou não da formulação de novos problemas não previstos inicialmente. Assim sendo, quando os objetivos propostos não forem atingidos, ou seja, o resultado, discussão e relatório desenvolvidos não forem considerados aceitáveis, pode-se reiniciar o processo conforme já foi concretizado a partir das 2ª ou 3ª fases de Estado da Arte da pesquisa (ou seja, a partir da formulação do problema ou da coleta, registro, organização, preparação e codificação dos dados) para a realização das adequações, transformações, refinações e progressões possíveis na coleta dos dados e na formulação do problema. Desse modo, os processos de análise, interpretação, descrição e evidenciação dos dados se consolidam de uma maneira inter-relacionada, logo, seu resultado, discussão e relatório se efetivam, concomitantemente. Em síntese, a presente fase visa a seguinte: *Que lições são aprendidas e que contribuições são apresentadas em um processo criativo de um Estado da Arte?*

As pesquisas acadêmicas sobre modelagem seguem no Gráfico 1:

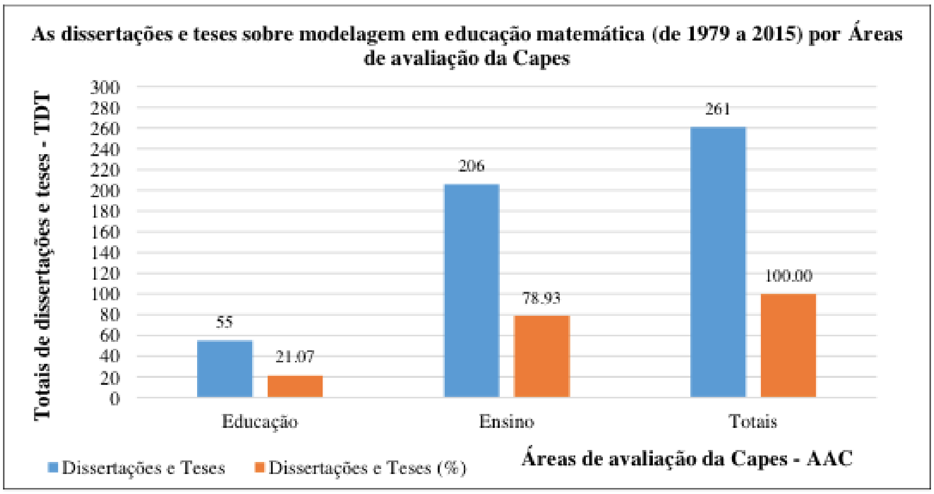


Gráfico 1 – Totais de dissertações e teses sobre modelagem em educação matemática (de 1979 a 2015) nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes

Fonte: Soares (2017, p. 165), com dados analisados e retirados nos programas de pós-graduação *stricto sensu* das Áreas de Educação e de Ensino da Capes (BRASIL, 2016b, 2016c).

A Área de Educação da Capes (2016) tem 172 programas, dos quais 112 pesquisam a educação matemática e 20 desses abordam a modelagem (de 1979 a 2015), propagando 55 (21,07%) dissertações e/ou teses concluídas. À medida que, a Área de Ensino tem 143 programas, dos quais 61 investigam a educação matemática e 32 desses tratam da modelagem nesse período, propagando 206 (78,93%) pesquisas finalizadas. Isso indica que os programas inseridos nessas Áreas vêm fazendo esforços para o tratamento e a discussão do referido assunto em meios acadêmico e científico.

5 I CONTRIBUIÇÕES

Com base nas amostras das 261 pesquisas acadêmicas sobre modelagem (de 1979 a 2015), na Tabela 3, é exposta uma síntese de como se distribui o tamanho da amostra referente aos cursos nas Áreas de Educação e Ensino da Capes:

Áreas	**Amostras de mestrado acadêmico, de doutorado e de mestrado profissional**							
Amostras dos cursos	MA	DO	MP	Totais	MA (%)	DO (%)	MP (%)	Totais (%)
Educação	45	10	0	55	17,24	3,83	0,00	21,07
Ensino	101	27	78	206	38,70	10,34	29,89	78,93
Totais	**146**	**37**	**78**	**261**	**55,94**	**14,18**	**29,89**	**100,00**

Tabela 2 – Cursos de mestrado acadêmico, de doutorado e de mestrado profissional nas Áreas de Educação e de Ensino da Capes com pesquisas acadêmicas sobre modelagem em educação matemática (de 1979 a 2015)

Fonte: Soares (2017, p. 166), com dados analisados e retirados dos programas de pós-graduação *stricto sensu* das Áreas de Educação e de Ensino da Capes (BRASIL, 2016b, 2016c).

Essa investigação traz contribuições históricas e epistemológicas na medida em que expõe as contribuições das Áreas de Educação e Ensino nas iniciativas, implantação e desenvolvimento das investigações sobre modelagem, uma tendência de ensino frutífera na medida que tais pesquisas têm apresentado resultados de favorecimento da aprendizagem com o uso dessa abordagem. A primeira Área é a precursora no campo da educação matemática, com investimentos em pesquisas desde 1979 com vistas a beneficiar o ensino de matemática, apresentando 45 (17,24%) dissertações (MA) e 10 (3,83%) teses (DO) em 20 programas. Ao passo que, a Área de Ensino, mesmo mais nova no meio científico, também vem contribuindo com o desenvolvimento dos estudos e das pesquisas nessa temática da modelagem matemática com seus reflexos na aprendizagem, revelando 101 (38,70%) trabalhos (MA), 27 (10,34%) teses (DO) e 78 (29,89%) trabalhos (MP) em 61 programas, expressando 261 pesquisas acadêmicas. Isso contribui com o amadurecimento dos estudos sobre a modelagem no campo científico e favorece a propagação dessa abordagem no ensino conforme os estudos e as pesquisas teóricas, práticas e/ou originais, a partir das conexões presentes entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste artigo, uma questão foi respondida e o objetivo foi atingido apresentar um processo criativo para a efetivação de um Estado da Arte no contexto de investigações e códigos de análises, tendo por bases a organização e explicitação de fases, com vistas a revelar a participação de áreas da CAPES na construção de conhecimentos temáticos.

Isso porque o Estado da Arte realizado evidenciou que as Áreas de Educação e Ensino se fortalecem por meio de dissertações e teses sobre modelagem, e contribuem com a disseminação dessa tendência de abordagem de ensino. Portanto, esse estudo é importante na medida que apresenta aos investigadores brasileiros dados importantes sobre a produção acadêmica brasileira indicando tendências de escolhas de temas e em consequência os papeis que as áreas de pós-graduação desempenham em impactar a implementação e o desenvolvimento dessas tendências, no caso o uso da modelagem no ensino. Essa temática tem importância por ter apresentado bons resultados para a aprendizagem em matemática e na formação de professores. Os dados deste Estado da Arte justificam essa conclusão, e revela que a pesquisa dos programas, das duas Área da Capes, favorece o amadurecimento científico dos conhecimentos relativos à modelagem matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Dados quantitativos de programas recomendados e reconhecidos pela Capes por Áreas de avaliação**. 2016a. Atualização da Capes em 26 abr.

2016. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/co leta/programa/quantitativos/quantitativoAreaAvaliacao.jsf>. Acesso em: 19 jun. 2016.

______. **Dados quantitativos de programas recomendados e reconhecidos pela Capes por instituição de ensino**: Grande Área de Ciências Humanas e Área de Educação. 2016b. Atualização da Capes em 26 abr. 2016. Disponível em: <https://sucupi ra.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/programa/quantitativos/quantitativoIes.jsf?areaAvaliacao=46&areaConhecimento=90200000>. Acesso em: 19 jun. 2016.

______. **Dados quantitativos de programas recomendados e reconhecidos pela Capes por instituição de ensino**: Grande Área de Multidisciplinar e Área de Ensino. 2016c. Atualização da Capes em 26 abr. 2016. Disponível em: <https://sucupira.capes.go v.br/sucupira/public/consultas/coleta/programa/quantitativos/quantitativoIes.jsf?areaAvaliacao=46&areaConhecimento=90200000>. Acesso em: 19 jun. 2016.

______. **Informações do programa**: *Plataforma Sucupira*. 2016d. Atualização da Capes em 26 abr. 2016. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/informacoes_programa/informacoesPrograma.jsf>. Acesso em: 19 jun. 2016.

CHARMAZ, Kathy. **A construção da teoria fundamentada**: guia prático para análise qualitativa. Trad. de Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

CRESWELL, John W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa**: escolhendo entre cinco abordagens. Trad. de Sandra Mallmann da Rosa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2014.

______. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução de Magda França Lopes. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.

FERREIRA, N. S. de A. **Pesquisa em leitura**: um estudo dos resumos de dissertações de mestrado e teses de doutorado defendidas no Brasil, de 1980 a 1995. 353 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

FIORENTINI, D. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática**: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação. 424 f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2012.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa**: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2015.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

SOARES, M. R. **Um estado da arte das pesquisas acadêmicas sobre modelagem em educação matemática (de 1979 a 2015) nas áreas de educação e de ensino da Capes**: as dimensões fundamentadas e as direções históricas. 2017. 600f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

CAPÍTULO 18

SCRATCH: DO PRIMEIRO OLHAR À PROGRAMAÇÃO NO ENSINO MÉDIO

Taniele Loss Nesi
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Curitiba – PR

Renata Oliveira Balbino
Universidade Federal do Paraná
Curitiba – PR

Marco Aurélio Kalinke
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Curitiba – PR

RESUMO: Neste artigo, relatamos uma experiência com o uso do *software Scratch* por estudantes da terceira série do Ensino Médio, durante as aulas de Matemática. O *Scratch* foi utilizado com o intuito de contribuir no processo de aprendizagem dos conteúdos relacionados ao estudo de Estatística por meio das práticas de pesquisa e programação. A exploração e investigação das possibilidades de criação nesse *software* foram desenvolvidos no decorrer das aulas destinadas a essa prática e culmina na apresentação de um projeto final com abordagem do conteúdo sugerido. As atividades foram realizadas em grupos e em todos os encontros foram feitos registros das percepções e conclusões, com a finalidade de acompanhar a evolução do grupo. Podemos concluir que ao realizar as atividades, os estudantes desenvolveram a habilidade de construção de sequências de comandos resultantes das interações e interatividades ocorridas durante o processo, percebendo conceitos matemáticos e praticando a fluência tecnológica.

PALAVRAS-CHAVE: *Scratch.* Fluência Tecnológica. Matemática. Estatística.

ABSTRACT: In this paper, we report an experience with the use of Scratch software by students of the third grade of High School during Math classes. Scratch was employed with the intention of contribute in the learning process of contents related to the study of Statistics through practices of research and programming. The exploration and investigation of the possibilities for creation with software were developed in the course of the classes destined for this practice and finalized with the presentation of a final project with address of the proposed content. The activities were developed in groups and records of perceptions and conclusions were made in all the meetings with the purpose of monitoring the evolution of the group. We can conclude that in carrying out the activities, students developed command sequence construction skills as a result of the interactions and interactivities that occurred during the process, realizing mathematical concepts and practicing technological fluency.

KEYWORDS: Scratch. Technological Fluency.

Mathematics. Statistics.

1 I INTRODUÇÃO

Os estudantes da era digital conseguem se ater a várias atividades simultaneamente e de forma não linear, tais como assistir a vídeos, ouvir músicas, pesquisar na *web*, digitar textos, entre outras tarefas. Eles apresentam facilidades em estar conectados a diversas formas de mídias e devido a sua capacidade de absorção rápida de informações, Prensky (2001) considera os jovens desta geração como sendo nativos digitais.

Os nativos digitais obtêm informações rapidamente mediante o uso da tecnologia, conseguem trabalhar em grupos, trocam informações com outras pessoas e participam de várias comunidades. Prensky (2001) sugere aproveitar essas habilidades no contexto educacional, ofertando materiais que as explorem e ensinando por meio de jogos, por exemplo, pois esta é uma forma de alcançar os nativos digitais em sua "língua nativa".

O caminho pela busca por metodologias que façam uso de Tecnologias Digitais (TD) no ambiente educacional já é trilhado há algum tempo. Desde que os computadores foram introduzidos nas escolas surgiu o desejo de ensinar, por exemplo, os estudantes a programar. Papert, nos anos 1980, apresentou a linguagem Logo, desenvolvida pela sua equipe de pesquisa no *Massachusetts Institute of Tecnology* (MIT) como uma nova possibilidade para a educação, tendo como base a teoria Construcionista (PAPERT, 1985, 2008).

Com a evolução tecnológica os computadores reduziram consideravelmente o seu tamanho, eliminando a necessidade de um local específico para a sua utilização. Atualmente é possível o desenvolvimento de atividades educacionais em *laptops*, *tablets* e até mesmo em *smartphones*. Alguns desses equipamentos estão no ambiente escolar como pertences pessoais dos estudantes e possibilitam explorar a interatividade e a interação dos mesmos com os conteúdos a serem trabalhados.

Nossa compreensão sobre interatividade e interação segue os conceitos defendidos por Belloni (1999), em que interatividade é uma "característica técnica que significa a possibilidade de o usuário interagir com a máquina" (BELLONI, 1999, p. 58), e a interação consiste em uma "ação recíproca entre dois ou mais atores onde ocorre a intersubjetividade" (BELLONI, 1999, p. 58).

Desta forma, a fim de conciliar as visões Construcionistas de Papert (1985, 2008) e o uso de jogos digitais defendido por Prensky (2001), percebemos no *software Scratch* (www.scratch.mit.edu) possibilidades de os nativos digitais construírem conhecimentos matemáticos e expressarem suas ideias matemáticas por meio de projetos, desenvolvendo também sua fluência tecnológica. Este *software,* além de propiciar o conhecimento de uma nova linguagem de programação, apresenta uma abordagem diferente e inovadora no processo de construção de novos conceitos matemáticos, contribuindo para o estudante comunicar-se tecnologicamente por meio da fluência tecnológica (RESNICK, 2017).

A pesquisa aqui apresentada usou uma sequência de atividades orientadas, partindo da exploração do *Scratch*, para posteriormente utilizá-las na construção de um projeto relacionado ao conteúdo de Estatística. O objetivo era observar e analisar as contribuições do *Scratch*, utilizado por estudantes da terceira série do Ensino Médio de uma escola estadual pública em Curitiba, Paraná, na disciplina de Matemática, para a construção de conceitos relacionados ao estudo da Estatística e para o desenvolvimento da sua fluência tecnológica.

1.1 O *software scratch*

O *Scratch* é um *software* livre, desenvolvido a partir de 2003 e disponibilizado para acesso livre em 2007 pelo grupo de pesquisa *Lifelong Kindergarten* do MIT coordenado por Mitchel Resnick. Trata-se de uma evolução do Logo e substitui o código de digitação por um método de arrastar e soltar blocos coloridos. O seu ambiente é visual e permite que os projetos sejam estruturados como blocos de montar, possibilitando a criação de histórias, animações e jogos, com diferentes personagens e mídias.

A criação de projetos no *Scratch* demanda do usuário conhecimento dos comandos desse *software*, além de exigir um pensamento computacional para uso da linguagem de programação gráfica. Cabe ao usuário a escolha de comandos apropriados para a definição de *scripts* (programação de eventos) e respectivas ações, utilizando objetos, cenários, sons, entre outros elementos para criar suas histórias, projetos e jogos.

O *Scratch* já foi traduzido para mais de 70 idiomas. É ofertado atualmente nas versões 1.4 e 2.0, para os principais sistemas operacionais existentes no mercado como *MAC OS X*, *Mac OS* 10.5, *Windows* e *Linux*, podendo ser utilizado tanto *on-line* quanto *off-line*. Em sua versão *on-line*, o usuário tem acesso à comunidade mundial *Scratch* e a uma variedade de recursos para o desenvolvimento de projetos, podendo compartilhar, experimentar e conhecer projetos desenvolvidos por outras pessoas, além de ter a opção de reutilizá-los e reformulá-los de acordo com as suas necessidades.

Segundo Resnick (2017), quando a pessoa faz uso da linguagem de programação, ela tem a oportunidade de expressar seus conhecimentos, ideias e projetos, vindo a construir e compartilhar novos conhecimentos, praticando a fluência tecnológica. Deste modo, o s*oftware* tem por objetivo incentivar uma nova geração de pensadores criativos, utilizando a programação para expressar suas ideias, inserindo-se na linguagem digital.

2 I METODOLOGIA

A pesquisa realizada teve como objetivo geral observar e analisar a contribuição do uso do *Scratch*, utilizado por estudantes da terceira série do Ensino Médio, na disciplina de Matemática, para a construção de conceitos relacionados ao estudo da Estatística e oportunizar o desenvolvimento da fluência tecnológica nos envolvidos. Para tanto, optou-se por uma pesquisa qualitativa que, segundo D'Ambrósio (2010, p. 103), "é focalizada no indivíduo, com toda a sua complexidade, e na sua inserção e interação com o ambiente sociocultural e natural". Para Bicudo (2011, p. 21), na pesquisa qualitativa "o fenômeno investigado é sempre situado/contextualizado. Exploram-se as nuanças dos modos de a qualidade mostrar-se e explicitam-se compreensões e interpretações".

Foram destinadas para as atividades dez aulas de Matemática, relatadas aqui como encontros, que aconteceram entre os meses de outubro a dezembro de 2017. Durante este tempo, os estudantes foram estimulados a solucionar suas dúvidas quanto ao processo de desenvolvimento de projetos no referido *software*. Participaram três turmas de terceira série do Ensino Médio de uma escola pública estadual de Curitiba na qual trabalha um dos autores do presente relato. A escola conta com um laboratório de informática com 20 computadores, uma sala de projeção multimídia com lousa digital e 50 *tablets*, todos com conexão à *internet* por *wi-fi*.

As turmas foram nomeadas como A, B e C. Todas com uma carga horária semanal, da disciplina de Matemática, de quatro aulas com 50 minutos cada uma. As aulas foram distribuídas durante a semana, de modo que, cada turma teve uma aula por dia, com exceção de quarta-feira. A turma A tinha 32 estudantes, e as demais, 31 estudantes em cada. Foram utilizados como instrumentos para a coleta de dados a observação e os relatórios desenvolvidos pelos estudantes no decorrer dos encontros.

3 I ENCONTROS

No primeiro encontro foi comunicado aos estudantes de cada turma que eles teriam dez aulas (encontros) para realizar e apresentar um projeto criado no *Scratch* que contemplasse o assunto de Estatística, e que esse projeto poderia ser realizado em grupos de três a no máximo cinco estudantes. Desses dez encontros, dois seriam destinados para o conhecimento e exploração do *Scratch*, sete para desenvolver um projeto que contemplasse o assunto de Estatística e um encontro (o último), para apresentar o projeto final para os demais colegas da turma, na sala de multimídia. Dos sete encontros destinados a criação do projeto, dois seriam realizados na sala de multimídia para uma pré-apresentação dos projetos em processo de construção, para que os demais colegas pudessem dar sugestões para melhorias nos trabalhos.

O primeiro contato com o *Scratch* ocorreu em 20 de outubro de 2017. Dois pesquisadores estiveram presentes durante todo o período em que os estudantes utilizaram o aplicativo. O uso foi realizado em *tablets* e, para tanto, na semana anterior ao início das atividades, a técnica responsável pelo laboratório de informática da escola instalou o *Scratch* nos *tablets*. Fizemos uso de 13 aparelhos para que, em cada turma, fossem utilizados em duplas e trios.

Os estudantes foram orientados a ligar o aparelho e iniciar o aplicativo do *Scratch*. O encaminhamento para este primeiro encontro foi a indicação de que observassem, explorassem e anotassem em seus relatórios todas as suas percepções, bem como opiniões quanto ao primeiro contato com o aplicativo e o *tablet*. Foi comunicado aos interessados pelo assunto, a continuarem essa exploração em suas casas.

Dois *tablets* ficaram sem bateria já na primeira aula do dia, sendo necessário levar os carregadores e utilizar as duas únicas tomadas disponíveis na sala. No decorrer das aulas seguintes, este problema persistiu com um número maior de aparelhos e foi resolvido com o uso de uma régua com extensão elétrica.

O objetivo deste primeiro encontro foi oportunizar aos estudantes a exploração do *software* a fim de que os mesmos verificassem as variedades de elementos disponibilizados e a possibilidade de produzir materiais como vídeos, desenhos, sons, movimento de personagens e criação de cenários, entre outras. Foi possível observar nas três turmas um grande interesse e curiosidade quanto ao que seria realizado. Os estudantes não conheciam o programa e estavam empolgados por usarem pela primeira vez os *tablets*, que haviam chego na escola em março de 2016 e até então não haviam sido utilizados por eles.

Alguns apontamentos foram realizados na maioria dos relatórios, dando indícios de como os estudantes perceberam o *Scratch* num primeiro momento. São eles:

- Quanto ao idioma: muitos demoraram em conseguir mudar o idioma do inglês para o português.
- Tempo de resposta: além de terem telas pequenas, de 7 polegadas, os aparelhos utilizados no primeiro encontro não tinham capacidade de armazenamento para uso adequado do programa. Dessa forma, as respostas eram lentas. Houve queixas no sentido de que ao tentar clicar em um ícone, acabavam encostando em outro e não obtinham a resposta esperada.
- Quanto a tela inicial: alguns grupos tiveram a percepção de que o *software* era antigo e consideraram a sua apresentação obsoleta.
- O Gato: todos os estudantes perceberam e comentaram quanto ao personagem do Gato. A maioria não percebeu, neste primeiro momento, a existência de outros personagens, nem a possibilidade da troca de trajes para simular os seus movimentos.
- Desenho: após a mudança do idioma, muitos realizaram desenhos na tela principal, apreciando a mudança de cores e movimentos.

Durante este primeiro contato com o aplicativo, não pudemos observar a exploração de muitos dos comandos do *Scratch*. A maioria dos grupos não conseguiu vislumbrar uma utilização prática para o mesmo.

No segundo encontro as atividades foram realizadas no laboratório de informática, com o uso da versão *on-line* do *Scratch.* Para esta etapa, os estudantes foram orientados a pesquisar textos e vídeos a respeito da programação no *software*, registrando em seus diários os avanços alcançados. Eles sentaram-se em duplas e utilizaram os computadores tendo a oportunidade de explorar o programa com tentativas e experimentações.

Neste dia estavam presentes 26 estudantes da turma A, 24 da turma B e 27 da turma C. Em quase sua totalidade assistiram a vídeos instrucionais do *site* Youtube (https://www.youtube.com), buscando respostas para as dúvidas que surgiram no primeiro encontro. Comentaram a respeito de se tratar de uma atividade de descontração. A busca pelos vídeos ficou livre para que sanassem suas dúvidas. Percebeu-se grande interesse das turmas na atividade proposta, uma vez que muitos assistiram e buscaram respostas em casa sobre o *Scratch*.

Alguns dos problemas apresentados no primeiro encontro foram sanados. O *software on-line* mostrou respostas mais rápidas aos cliques, que eram precisos sobre os ícones desejados. O idioma foi rapidamente modificado para o português. O gato deixou de ser o único personagem conhecido, além de vislumbrarem a chance de incluir em seus projetos imagens da *internet* ou pessoais. Os estudantes perceberam que o objetivo do programa não era somente criar desenhos e mudança de cores, mas também representar pela programação as ações de personagens e cenários envolvidos.

Do terceiro ao sexto encontro participaram em média 75 estudantes por aula. No terceiro encontro, no laboratório de informática, os estudantes se reuniram com seus grupos para realizar o cadastro no *site* do *Scratch* para que suas criações já ficassem salvas neste ambiente. Neste momento, foram encorajados a conhecer outros projetos concluídos e que se encontravam disponibilizados na rede. Os grupos deram início aos esboços iniciais para a realização do projeto.

No decorrer dos encontros, percebeu-se uma grande interação entre os grupos. A troca de conhecimento a respeito do funcionamento do programa foi intensa e comentada pelos estudantes. A criação de uma atividade no *software* passou a ser coletiva, na qual os estudantes passaram a ter um papel ativo no processo de aprendizagem, envolvendo-se na construção dos projetos e pesquisa do conteúdo de Estatística. Foram poucos aqueles que se distraíram com outros afazeres, como por exemplo, o uso de celular para conversas paralelas ou a visualização de outros assuntos não relacionados ao assunto abordado.

Durante as atividades, notou-se uma mudança no direcionamento das dúvidas. Os estudantes passaram a buscar seus colegas para auxiliar no projeto e procuravam os professores para mostrar seus trabalhos. Houve momentos de satisfação daqueles que conseguiam ajudar outros grupos, manifestando-se animados em diversos momentos. Em algumas situações os estudantes pediam auxílio para os professores referentes aos comandos do *Scratch* que não haviam compreendido. Nestes casos, os professores agiam como mediadores, instigando os estudantes a criarem hipóteses e verificarem possíveis estratégias na efetivação desses comandos. Percebeu-se de pronto que os grupos faziam tentativas, procuravam auxílio em tutoriais no *Scratch* e na *internet*, além de pedir ajuda de outros grupos.

Diante disso, concordamos com Marques (2009) que o uso do *Scratch* oportuniza o desenvolvimento de competências para resolução de problemas e para a formulação de projetos, buscando

> [...] desenvolver o raciocínio lógico, a decomposição de problemas complexos em partes mais simples, identificação e eliminação de erros, desenvolvimento de ideias, desde a concepção até a concretização do projeto e concentração e perseverança (MARQUES, 2009, p. 30).

Os dois encontros seguintes foram realizados na sala multimídia da escola, durante os quais o objetivo foi o de apresentar para a turma os projetos realizados até o momento. A dinâmica proposta foi de que cada um dos grupos apresentaria seu projeto e os demais colegas da turma fariam sugestões para melhorias.

Houve um total de 22 projetos. Destes, cinco foram apresentados no formato de labirinto, em que o personagem deveria encontrar a saída para ganhar o jogo. O modelo de *Quizz* foi utilizado por quatro grupos e três grupos apresentaram seus projetos no formato de vídeo. Os demais dez projetos, seguiram modelos similares aos de aeronave que combatia inimigos, tanques de guerra que enfrentavam zumbis, cestas que recolhiam frutas, corações ou peixes.

No momento das apresentações pôde-se perceber maturidade durante as participações. As sugestões propostas foram criativas e pertinentes aos trabalhos dos colegas e as observações foram realizadas de forma crítica e construtiva, discutidas pelo grande grupo. De forma geral, para as atividades de labirinto, os grupos foram orientados por seus colegas a inserir músicas, tempo, perguntas, pontuação, além de mudanças de personagens para ficarem mais atraentes. Já para os projetos no formato de *Quizz*, as sugestões se basearam em um número maior de questões, mais tempo para a resolução das perguntas, vidas, músicas, mudanças de cenários e de personagens, bem como a escolha de fases.

Para os projetos que seguiram o formato de vídeo, as sugestões focaram em maior tempo para leitura das informações, mudança de cenários e letras, bem como a diversificação de gráficos, que seguiam um só modelo, o de barras. Já para os projetos apresentados nos demais formatos, as sugestões de mudanças seguiram as ideias de que deveriam acrescentar pontuações, tempo, músicas e mudanças de cenários, pois alguns eram repetidos.

O nono encontro teve por finalidade a implementação das sugestões recomendadas aos grupos. Houve uma grande troca de informações entre grupos e turmas, pois alguns professores de outras disciplinas permitiram que alguns estudantes pudessem colaborar com seus colegas no laboratório. Assim, aqueles com maior domínio das funções do *software* ficaram à disposição dos colegas no laboratório. Percebemos uma participação ativa e consciente do trabalho em grupo.

O último encontro, destinado a apresentação final do projeto desenvolvido no

Scratch, ocorreu no dia 01 de dezembro na sala da multimídia. Todos os grupos apresentaram seus trabalhos com as modificações sugeridas. Durante as explicações, o interesse demonstrado pelos trabalhos dos colegas foi notório, havendo perguntas sobre detalhes de como haviam realizado as modificações. O conteúdo de Estatística foi abordado, em sua maioria, com questões a respeito de probabilidades, porcentagens, apresentação de gráficos nos formatos de pizza e barras, além de tabelas.

Conforme Batista e Baptista (2013), o *Scratch* apresenta diversas funcionalidades, as quais possibilitam abordagens que podem contribuir para a aprendizagem de Matemática. Um uso apropriado desse ambiente é a proposta de que os estudantes elaborem projetos tendo em vista a resolução de problemas. Diante disso, os resultados apresentados pelos estudantes ultrapassaram as barreiras do conteúdo proposto. Foram abordadas questões sociais, tais como a taxa de analfabetismo no Brasil, bem como seus motivos e consequências. Trataram também da poluição das águas no planeta e sobre a importância da conscientização da preservação do meio ambiente. A maioria dos grupos buscou desenvolver um projeto de qualidade, para que se sentissem, nas suas palavras "realizados", contemplando conteúdos de Estatística por meio das TD.

Como um dos focos dos alunos da terceira série do ensino médio é o exame do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), neste, o conteúdo de Estatística é amplamente explorado com uma abordagem que avalia a leitura, análise e interpretação de dados. As questões visam as práticas cotidianas, o desenvolvimento do conteúdo para a previsão de situações, para a análise de dados econômicos, sociais e até na exposição de pesquisas de opinião. A atividade de programação com o *Scratch* contribuiu com a organização das ações, decisões, repetições e condições necessárias para a construção de projetos educacionais. A atividade proposta para as equipes contemplou o conteúdo de Estatística, no campo do Tratamento da Informação, no que se refere a construção dos conceitos de população, amostra, variáveis quantitativas e qualitativas, bem como a representação de dados por meio de gráficos e tabelas.

4 I CONSIDERAÇÕES

Tendo em vista o objetivo geral dessa pesquisa, de observar e analisar a contribuição do uso do *software Scratch*, utilizado por estudantes da terceira série do Ensino Médio, na disciplina de Matemática, para a construção de conceitos relacionados ao estudo da Estatística e desenvolver a fluência tecnológica dos envolvidos (RESNICK, 2017), consideramos que os estudantes puderam explorar e conhecer práticas de programação na realização de seus projetos. Mais do que o estudo do conteúdo proposto, eles conseguiram expor suas soluções para diversos desafios que surgiram no decorrer das atividades, buscando informações e fazendo-se compreender por meio da linguagem de programação.

Durante os encontros procurou-se seguir as ideias construcionistas de Papert (1985, 2008). Os estudantes foram estimulados a expor suas ideias mediante a criação de projetos próprios criados no *Scratch,* e os pesquisadores estiveram na posição de mediadores durante todo o processo, auxiliando-os na construção do próprio saber.

Pôde-se perceber um aumento no envolvimento dos estudantes que a todo momento queriam dar continuidade aos projetos, disponibilizando-se a auxiliarem seus colegas em outros horários, bem como no contra turno. Percebeu-se ainda a busca de soluções de forma coletiva e interativa. A atividade trouxe impacto também na autoestima dos estudantes, que se sentiram importantes e capazes de realizar uma atividade que, segundo eles “foi gratificante e divertida”.

Ao longo dos encontros constatamos que o uso das TD, como recurso educacional, não fica apenas restrito para repasse e busca de informação, ou como proposta de resolução de situações-problemas. Elas também podem oportunizar a construção de projetos por meio de jogos, gráficos e vídeos, possibilitando aos estudantes a exposição e compartilhamento de seus conhecimentos, impactando na fluência tecnológica.

Desta forma, concluímos que os objetivos foram alcançados. Foi possível oferecer aos estudantes condições de aprendizagem a partir de novas experiências e práticas tecnológicas atrativas (PRENSKY, 2001), que valorizaram o seu conhecimento. A interatividade entre os estudantes e o *Scratch*, e a interação entre estudantes/grupos, contribuíram na construção de conhecimentos estatísticos explorados na forma de projetos, tornando possível a comunicação com o uso da linguagem de programação (PAPERT, 2008; RESNICK, 2017). Logo, os estudantes deixaram de ocupar uma posição passiva no processo de aprendizagem e passaram a ser sujeitos transformadores e ativos.

Concorda-se, portanto, com o *Grupo Lifelong Kindergarten* (RESNICK, 2007) que o *Scratch* “ajuda os jovens a aprender a pensar de maneira criativa, refletir de maneira sistemática e trabalhar de forma colaborativa – habilidades essenciais para a vida no século XXI”. Deste modo, quando o *Scratch* é usado como recurso pedagógico, vemos as possibilidades de aprendizagem potencializadas pois os estudantes têm a oportunidade de conhecer uma nova ferramenta que pode auxiliar na construção de seu conhecimento, dentro de um contexto social e tecnológico que possibilita a abordagem de vários conteúdos de Matemática, tal como defendido de forma ampla na Educação Matemática.

Para fins desta pesquisa, o *software Scratch* mostrou-se eficaz e propenso para uma metodologia com TD na qual os estudantes usaram a linguagem de programação. Surgem, então, novos questionamentos: De que outra forma o *Scratch* pode ser explorado na Educação Matemática? É viável o professor construir jogos específicos para determinado conteúdo? Os estudantes podem promover cursos com o *software* para seus colegas? Essas entre outras inquietações podem ser investigadas a fim de contribuir com estudos acerca do uso das TD nos processos educacionais de Matemática.

REFERÊNCIAS

BATISTA, S. C. F.; BAPTISTA, C. B. F. **Scratch e matemática**: desenvolvimento de um objeto de Aprendizagem. 2013. Anais do I Encontro de Educação Matemática. Disponível em: <http://www.essentiaeditora.iff.edu.br/index.php/encontrodematematica/article/view/4877>. Acesso em: 18 mar. 2018.

BELLONI, M. L. Mediatização: Os desafios das novas tecnologias de informação e comunicação. In: BELLONI, M. L. **Educação a Distância**. 4. ed. Campinas: Editora Autores Associados, 1999. p. 53-77.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa qualitativa olhada para além dos seus procedimentos. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. 1ª ed. São Paulo: Editora Cortez, 2011. cap. 1, p. 11-28.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 21. ed. Campinas: Papirus, 2010. 120 p.

MARQUES, M. T. P. M. **Recuperar o engenho a partir da necessidade, com recurso às tecnologias educativas:** contributo do ambiente gráfico de programação Scratch em contexto formal de aprendizagem. 2009. 219 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Lisboa. Área de Especialização em Tecnologias Educativas, Lisboa, 2009. Disponível em: < http://goo.gl/1jVa6m >. Acesso em: 18 mar. 2018.

PAPERT, S. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da informática. ed. Rev. Porto Alegre: Artmed, 2008. 224 p.

PAPERT, S. **LOGO:** Computadores e Educação. São Paulo: Brasiliense, 1985. 253 p.

PRENSKY, Marc. Nativos Digitais, Imigrantes Digitais. **On the Horizon:** NCB University Press, v. 9, n. 5, p.1-6, 2001. Disponível em: <http://www.colegiongeracao.com.br/novageracao/2_intencoes/nativos.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2017.

RESNICK, M. Dez dicas para criar um ambiente fértil para a criatividade e o crescimento das crianças. **MindShift** (trecho do *Kindergarten Lifelong*). 2017. Disponível em <https://translate.googleusercontent.com/translate_c?depth=1&hl=pt-BR&prev=search&rurl=translate.google.com.br&sl=en&sp=nmt4&u=http://web.media.mit.edu/~mres/papers.html&usg=ALkJrhjDK1nnWVIwUXGV-QgriMoCKCo-cg>. Acesso em: 22 nov. 2017.

RESNICK, M. et al. *Scratch*: Programming for All. **Communications of the ACM**. November 2009, vol. 52, nº 11. Disponível em: < http://web.media.mit.edu/~mres/papers/Scratch-CACM-final.pdf>. Acesso em: 14 mar. 2018.

CAPÍTULO 19

OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM DISPONÍVEIS NO BANCO INTERNACIONAL DE OBJETOS EDUCACIONAIS PARA TRIGONOMETRIA EM TODOS OS NÍVEIS DE ENSINO

Erica Edmajan de Abreu
Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) Campus Cajazeiras – Paraíba

Mateus Rocha de Sousa
Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) Campus Cajazeiras – Paraíba

Felícia Maria Fernandes de Oliveira
Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) Campus Cajazeiras – Paraíba

Edilson Leite da Silva
Centro de Formação de Professores (CFP) da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG) Campus Cajazeiras – Paraíba

Este capítulo foi adaptado de um artigo publicado no X Encontro Paraibano de Educação Matemática (EPBEM), autorizado a publicação pela Realize Eventos organizadora do X EPBEM e está disponível em: < http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/TRABALHO_EV121_MD1_SA3_ID45_05062018085343.pdf>, Acessado em: 18 Fev. 2019.

RESUMO: No contexto da sociedade moderna a tecnologia é como um grande organismo vivo, que faz os usuários estarem mais conectados e dependentes. A educação insere-se neste contexto, pois necessita utilizá-la para proporcionar ao discente uma aprendizagem significativa na qual o caminho percorrido seja dinâmico e prazeroso. A utilização das tecnologias no ambiente educacional cria possibilidades para a transformação de antigos paradigmas educacionais e auxilia o professor na execução de atividades pedagógicas inovadoras. Um dos auxílios que o professor pode utilizar são os objetos virtuais de aprendizagem que possibilitam a capacidade de tornar a teoria em algo concreto através de simulações, além de proporcionar a interação entre tecnologia e conhecimento. O presente trabalho tem como objetivo principal apresentar para alunos e professores Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA) no ensino da matemática, com ênfase no conteúdo trigonometria em todos os níveis de ensino disponíveis no Banco Internacional de Objetos Educacionais (BIOE). Os dados apresentados mostram que no BIOE em quase todos os níveis de ensino estão disponíveis OVAs para o ensino de trigonometria, além de expor a organização e como acessar de maneira gratuita o BIOE. A pesquisa contribui para inovar o processo educacional em sala de aula e fora dela e enfatiza a importância do professor trabalhar as tecnologias no ensino da trigonometria.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática, educação, tecnologia, aprendizagem.

ABSTRACT: In the context of modern society, technology is like a great living organism that makes users more connected and dependent.

Education is inserted in this context, since it needs to be used to provide the student with meaningful learning in which the path traveled is dynamic and enjoyable. The use of technologies in the educational environment creates possibilities for the transformation of old educational paradigms and assists the teacher in the execution of innovative pedagogical activities. One of the aids that the teacher can use are virtual learning objects that enable the ability to make theory a reality through simulations, as well as providing the interaction between technology and knowledge. The present work has as main objective to present for students and teachers Virtual Learning Objects (OVA) in the teaching of mathematics, with emphasis in the content trigonometry in all the levels of education available in the International Bank of Educational Objects (BIOE). The data presented show that in BIOE at almost all levels of education are available OVAs for the teaching of trigonometry, in addition to exposing the organization and how to access BIOE for free. The research contributes to innovate the educational process in the classroom and beyond and emphasizes the importance of the teacher working the technologies in the teaching of trigonometry.
KEYWORDS: Mathematics, education, technology, learning.

1 I INTRODUÇÃO

Na era das tecnologias digitais o computador e outras tantas ferramentas surgem para inovar na sala de aula e o ambiente escolar como todo. Porém, existem professores que ainda têm receio de usarem estas ferramentas na educação matemática, com medo da mudança. Mas a necessidade de se atualizar o ensino de matemática torna-se cada vez mais indiscutível, pois deve-se desmistificar este conceito errôneo que a matemática é uma ciência chata e monótona.

Neste contexto, as tecnologias digitais vêm desenvolvendo um importante papel no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, pois com a popularização, estão assim atraindo e transformando novas formas de aprender matemática de maneira prazerosa e motivadora quando bem utilizadas. No entanto, para proporcionar significativas situações de aprendizagem, o professor deve procurar alternativas atraentes aos alunos, podendo assim se valer das tecnologias, na forma de transmitir o conhecimento com o auxílio das ferramentas tecnológicas, tendo como desafio utilizar esses recursos, ou até mesmo o uso do computador de forma dinâmica, fazendo uma abordagem educacional e assim promovendo um aprendizado eficiente e diversificado.

Uma das dificuldades encontradas pelos professores diz respeito à seleção das tecnologias que irão utilizar no processo educativo, os mesmos devem buscar e identificar quais ferramentas adéquam-se melhor às suas práticas e de que forma as mesmas podem contribuir para um trabalho diferenciado. Para isto o professor deve ter um conhecimento voltado para o uso dessas ferramentas. Existe na internet uma variedade de sites e programas adequado que podem contribuir para uma melhor fixação dos conhecimentos de seus alunos dentre eles os Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA), disponibilizado no Banco Internacional de Objetos Educacionais (BIOE), que podem ser acessados gratuitamente e por qualquer pessoa, este repositório possui objetos virtuais educacionais em vários formatos e para todos os níveis de ensino.

Através desta busca quantitativa feita no BIOE objetiva-se apresentar para alunos e professores Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA) no ensino da matemática, com ênfase no conteúdo trigonometria em todos os níveis de ensino disponíveis no Banco Internacional de Objetos Educacionais (BIOE).

2 I REFERENCIAL TEÓRICO

A Matemática é uma ciência que está presente em diversas situações da vida do ser humano e, portanto, com a utilização das experiências vivenciadas pelos discentes em seu dia a dia deve ser explorado em sala de aula pelo professor com a finalidade de tornar esta ciência atrativa, despertar o interesse para o conhecimento, desenvolver saberes, formular métodos para resolver situações de raciocínio-lógico matemático e assim diminuir os índices de reprovação. Valente (1999) enfatizar que ensinar matemática é promover o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático para que os alunos saibam utilizar esta nas diversas situações diárias.

Sendo uma das linhas de estudo da matemática, a trigonometria estuda as propriedades da semelhança de triângulos com o propósito de determinar as razões trigonométricas, para que assim os alunos consigam desenvolver soluções para os problemas do cotidiano. Segundo os Parâmetros Curriculares nacionais (PCN) o ensino da trigonometria nas instituições de ensino necessita "retirar a Matemática do isolamento didático em que tradicionalmente se confina no contexto escolar" (BRASIL, 1998, p.59).

Partindo da necessidade de inovar nas aulas de Matemática, surge como uma das alternativas às Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) como os Objetos Virtuais de Aprendizagem para o auxílio no processo educacional, tornando as aulas de matemática criativas e dinâmicas, despertando um maior interesse por parte dos discentes e permitindo estabelecer relações novas com o conhecimento que ultrapassem os muros da escola. Segundo Moran mesmo vivendo em uma sociedade tecnológica onde a vinculação das informações ocorre cada vez de forma mais rápida é necessário definir o que são tecnologias. Assim, Moran (2003) afirma que:

> Tecnologias são os meios, os apoios, as ferramentas que utilizamos para que os alunos aprendam. [...] O giz que escreve na lousa é tecnologia de comunicação e uma boa organização da escrita facilita e muito a aprendizagem. A forma de olhar, de gesticular, de falar com os outros isso também é tecnologia. O livro, a revista e o jornal são tecnologias fundamentais para a gestão e para a aprendizagem e ainda não sabemos utilizá-las adequadamente. O gravador, o retroprojetor, a televisão, o vídeo também são tecnologias importantes e também muito mal utilizadas, em geral (MORAN, 2003, p. 1).

A educação matemática deve ser interdisciplinar e acompanhar as evoluções tecnológicas. As tecnologias são, portanto todos os recursos que se podem utilizar para facilitar situações de aprendizagem em sala de aula e fora dela, estas podem ser objetos, instrumentos e aparelhos eletrônicos. Enfatizam os PCNs que com a utilização dos recursos tecnológicos no ensino de matemática facilitam a conquista de saberes. Ainda segundo os PCN:

> É esperado que nas aulas de Matemática se possa oferecer uma educação tecnológica, que não signifique apenas uma formação especializada, mas, antes, uma sensibilização para o conhecimento dos recursos da tecnologia, pela aprendizagem de alguns conteúdos sobre sua estrutura, funcionamento e linguagem e pelo reconhecimento das diferentes aplicações da informática, em particular nas situações de aprendizagem, e valorização da forma como ela vem sendo incorporada nas práticas sociais. (BRASIL, 1998, p. 46)

A inserção das tecnologias nas escolas brasileiras segundo Borda e Tenteado (2007) teve início em 1981 com o I Seminário Nacional de Informática Educativa. Diversos profissionais da educação de vários estados participaram deste seminário, e discutiram assuntos relevantes as tecnologias na área educativa. Como resultado do seminário projetos como COMputadores na EDUcação (Educom), Programa Nacional de Tecnologia Educacional (PROINFO) e o Programa Nacional de Informática na Educação (Proninfe) foram criados.

Porém mesmo com a iniciativa muitos professores resistem a inserir nos planos de ensino as tecnologias, fato este que recai da falta de formação dos profissionais para a utilização dos recursos tecnológicos e políticas públicas que promovam a formação continuada dos professores. Com isto o professor deixa de ser facilitador do conhecimento, pois sem saber utilizar as tecnologias suas ações em sala de aula ficam limitadas a teoria, sem favorecer o desenvolvimento do discente como cidadão participativo e crítico para usar as inovações que as tecnologias oferecem.

Os OVAs são tecnologias que oferecem o acesso ao conhecimento e aquisição do saber, podendo serem utilizados em qualquer ambiente, com e sem internet, desde que se faça o *download* do mesmo, além de possibilitar a capacidade de simular situações, animar fenômenos e apresentam conteúdos em plataformas digitais que oferecem suporte para todas as áreas do conhecimento. Um objeto virtual de aprendizagem como afirma Spinelli:

> É um recurso digital reutilizável que auxilia na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimula o desenvolvimento de capacidades pessoais, como por exemplo, imaginação e criatividade. Dessa forma, um objeto virtual de aprendizagem pode tanto contemplar um único conceito quanto englobar todo o corpo de uma teoria. Pode ainda compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades, focalizando apenas determinado aspecto do conteúdo envolvido, ou formando, com exclusividade, a metodologia adotada para determinado trabalho (SPINELLI, 2007, p. 7).

Neste contexto na educação matemática, o professor necessita inovar as formas de transmissão dos conhecimentos e buscar métodos de explorar os recursos tecnológicos auxiliando a compreensão dos conteúdos.

3 I METODOLOGIA

O BIOE dispõe de objetos virtuais de aprendizagem em todos os níveis e/ou modalidades de ensino. Diante disso a presente pesquisa centra-se em apresentar a professores e alunos OVAs em todos os níveis de ensino que trabalham o conteúdo da trigonometria no ensino da matemática.

Quanto à metodologia em primeiro momento realizou-se uma pesquisa bibliográfica com a finalidade de fazer um levantamento em livros, artigo e outros documentos científicos que enfoquem a temática OVA no ensino de matemática dando ênfase a trigonometria. Lakatos e Marconi afirmam que a pesquisa bibliográfica:

> [...] abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema estudado, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, materiais cartográficos, etc. [...] e sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto [...] (LAKATOS E MARCONI, 2001, P.183).

Já embasados na literatura foi realizada uma pesquisa com abordagem quantitativa, esta objetivando coleta e apresentar as quantidades de OVAs disponíveis para o ensino fundamental, médio e superior para o conteúdo trigonometria. Demo destaca que (2002, p.7), “a ciência prefere o tratamento quantitativo porque ele é mais apto aos aperfeiçoamentos formais: a quantidade pode ser testada, verificada, experimentada, mensurada [...]”.

Os dados da pesquisa são expostos por gráficos e quadros para assim facilitar a compreensão dos resultados. Estes demonstram também a quantidade de objetos virtuais de aprendizagem disponíveis por cada categoria de submissão, dando ênfase a informações relevantes sobre como funciona o BIOE, para que assim alunos e professores de todos os níveis de ensino possam acessar de forma gratuita os OVA.

A pesquisa também é descritiva quanto aos objetivos para detalhar a maneira como está organizado o BIOE os OVAs disponíveis pelo mesmo. Citando Castro (1976, p.66): “Quando se diz que uma pesquisa é descritiva, se está querendo dizer que se limita a uma descrição pura e simples de cada uma das variáveis, isoladamente, sem que sua associação ou interação com as demais sejam examinadas.”

4 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

O BIOE é um banco de dados onde são disponibilizados objetos virtuais de aprendizagem de forma gratuita e organizados por níveis de ensino e categorias. Como mostrado na figura 1.

Figura 1 – Página principal do BIOE disposto por nível de ensino

Fonte: BIOE. Acesso em: 18 de fevereiro de 2018.

Os níveis de ensino são subdivididos por componentes curriculares e depois em 8 categorias sendo eles: Animação/Simulação, Áudio, Experimento Prático, Hipertextos, Imagens, Mapas, Software Educacional e Vídeo. Conforme a figura 2.

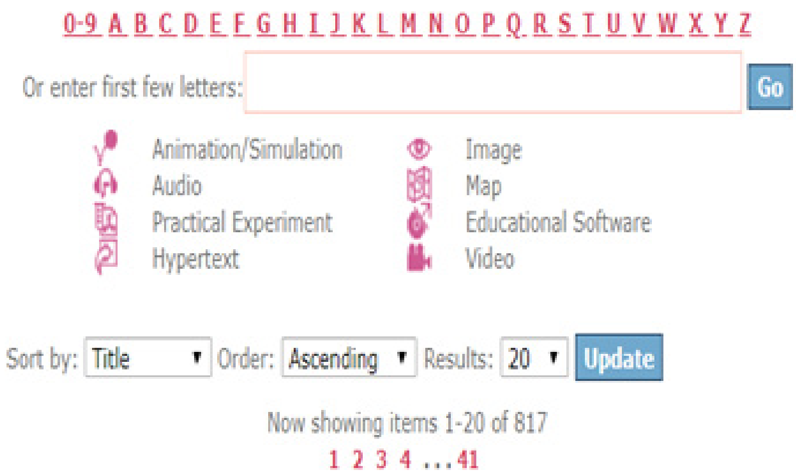


Figura 2 - Categorias de objetos de aprendizagem

Fonte: BIOE. Acesso em: 18 de fevereiro de 2018

No ensino infantil o banco de dados disponibiliza objetos para matemática, encontram-se 89 objetos para auxílio do ensino da trigonometria, estes divididos da seguinte maneira: Animações/Simulações (40); Áudios (0); Experimentos Práticos (6); Hipertextos (0); Imagens (1); Software Educacional (42); Vídeos (0), ver figura 3. Destaque para as categorias de software educacional e Animações/Simulações que representam os maiores índices percentuais com 44,9% e 47,2% respectivamente de objetos disponibilizados para este nível de ensino.

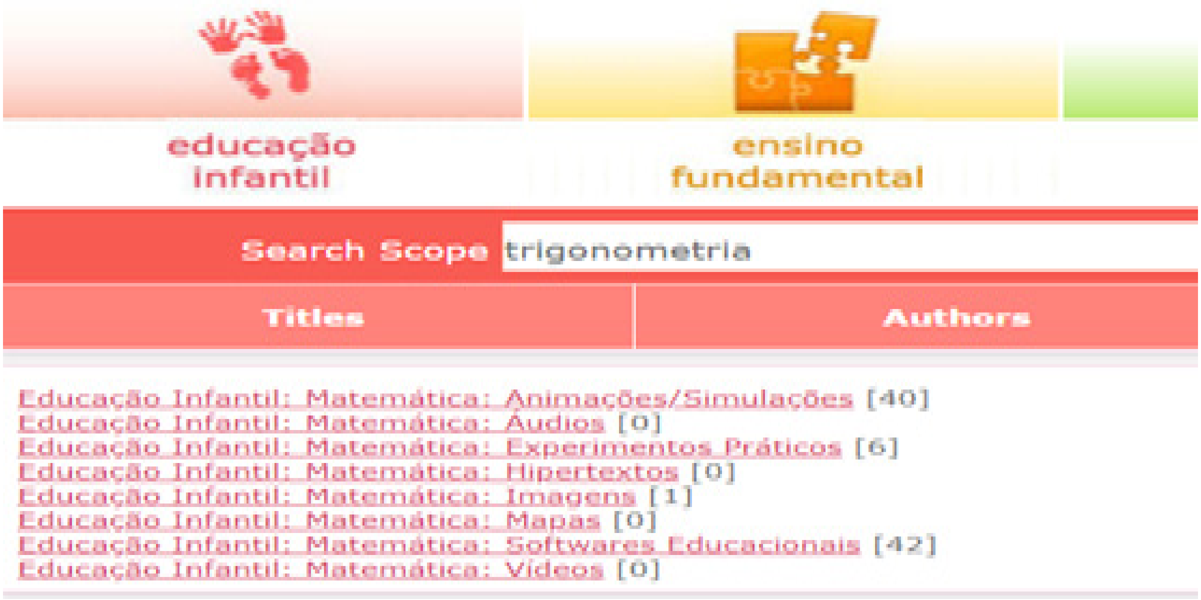


Figura 3 - Objetos Ensino Infantil Matemática.

Fonte: BIOE. Acesso em: 18 de fevereiro de 2018

No Ensino Fundamental o BIOE é dividido em duas partes de ensino sendo elas séries iniciais e séries finais. Nas séries iniciais o BIOE disponibiliza no total para o ensino de Matemática 356, e já nas séries finais o BIOE disponibiliza no total para o ensino de Matemática 867. Nas séries iniciais disponibiliza na área de matemática 11 objetos para o auxílio no ensino da trigonometria divididos da seguinte maneira Animações/Simulações (0); Áudios (0); Experimentos Práticos (0); Hipertextos (1); Imagens (0); Mapas (0); Softwares Educacionais (5); Vídeos (5), como descrito no quadro 1. Destacando-se as categorias de softwares educacionais e vídeos com o maior índice percentual de objetos disponibilizados 45,4% cada, de objetos virtuais de aprendizagem para a trigonometria neste nível de ensino.

Ensino Fundamental: Séries Iniciais	
Categorias	Objetos disponibilizados no BIOE
Animações/Simulações	0
Áudios	0
Experimentos Práticos	0
Hipertextos	1
Imagens	0
Mapas	0
Software Educacional	5
Vídeos	5

Quadro 1–Objetos para trigonometria - Ensino Fundamental (séries iniciais)-BIOE

Fonte: Próprio Autor (2018).

Já para as séries finais são disponibilizados na área de matemática 18 objetos para auxiliar à docência no ensino da trigonometria divididos da seguinte maneira Animações/Simulações (5); Áudios (0); Experimentos Práticos (3); Hipertextos (1); Imagens (6); Mapas (0); Softwares Educacionais (3); Vídeos (0), conforme o quadro 2. Destaque para a categoria de Imagens com o maior índice percentual de objetos disponibilizados com 33,3% para objetos virtuais de aprendizagem para a trigonometria neste nível de ensino.

Ensino fundamental: Séries Finais	
Categorias	Objetos disponíveis no BIOE
Animação/Simulação	5
Áudio	0
Experimentos Práticos	3
Hipertextos	1
Imagens	6
Mapas	0
Software Educacional	3
Vídeos	0

Quadro 2 – Objetos para trigonometria - Ensino Fundamental (séries finais) - BIOE

Fonte: Próprio Autor (2018).

No Ensino Médio o banco disponibiliza no total para o ensino de Matemática 1.814 OVAs. Sendo que para o auxílio do ensino da trigonometria encontram-se 72 escopos trigonométricos divididos da seguinte maneira: Animações/Simulações (40); Áudios (0); Experimentos Práticos (2); Hipertextos (4); Imagens (1); Mapas (0); Softwares Educacionais (11); Vídeos (14), com descrito no quadro 3. Destacando-se o grupo de Animações/Simulações com o maior índice percentual desígnio para o assunto com 55,6% para este nível de ensino

Ensino Médio	
Categorias	Objetos disponibilizados no BIOE
Animações/Simulações	40
Áudios	0
Experimentos Práticos	2
Hipertextos	4
Imagens	1
Mapas	0
Software Educacional	11
Vídeos	14

Quadro 3 – Objetos para trigonometria - Ensino Médio - BIOE

Fonte: Próprio Autor (2018).

Para Educação Profissional o BIOE não disponibiliza nenhum objeto virtual de aprendizagem para a matemática então não se encontra o mesmo para a trigonometria, de acordo com a figura 4.

Figura 4 - Objetos para Educação Profissional.

Fonte: BIOE. Acesso em 19 de fevereiro de 2018

Na Educação Superior o banco de dados BIOE concede desígnio para a matemática na área de ciências exatas e da terra, para a trigonometria são fornecidos 7 objeto virtual sendo fragmentados da seguinte maneira Animações/Simulações (2); Áudios (0); Experimentos Práticos (1); Hipertextos (0); Imagens (0); Mapas (0): Softwares Educacionais (0); Vídeos (4), como mostra o quadro 4. Destaca-se a categoria de vídeos com 57,1% dos objetos virtual de aprendizagem para o ensino da trigonometria na educação superior.

Educação Superior	
Categorias	Objetos disponibilizados no BIOE
Animações/Simulações	2
Áudios	0
Experimentos Práticos	1
Hipertextos	0
Imagens	0
Mapas	0
Software Educacional	0
Vídeos	4

Quadro 4 - Objetos Educação Superior, Ciências Exatas e da Terra (Matemática: trigonometria)

Fonte: Próprio Autor (2018).

Ainda no BIOE existem as modalidades de ensino estas divididas em dois tipos sendo elas: Modalidades de Ensino – Educação de Jovens e Adultos e Modalidades de Ensino – Educação Indígena. A Educação de Jovens e Adultos encontra-se subdividida em dois ciclos, sendo que no primeiro ciclo para este nível de ensino o BIOE não fornece nenhum tipo de objeto virtual de aprendizagem para a trigonometria.

Já no segundo ciclo desta modalidade de ensino na Educação de Jovens e Adultos o banco de dados não dispõe de nenhum escopo para a trigonometria, mas encontra-se apenas um objeto para a área de matemática. E na Modalidade de Ensino – Educação Indígena o BIOE também não sugere nenhum tipo de objetos virtual de aprendizagem para o ensino da trigonometria neste nível de ensino.

Os dados apresentados nesta pesquisa mostram aos discentes e docentes o abrangente material de apoio para aprendizagem, conhecidos como Objetos Virtuais de Aprendizagem para a trigonometria em todos os níveis de ensino disponíveis gratuitamente no Banco Internacional de Objetos Educacionais, para que dessa forma, este conhecimento possa ser propagado e passe a ser utilizado como mais um auxílio no processo de ensino aprendizagem de conteúdos abordados na disciplina de matemática.

5 I CONCLUSÕES

Através desta pesquisa fez uma busca minuciosa dos objetos virtuais de aprendizagem disponibilizados no Banco Internacional de Objetos Educacionais de forma quantitativa, para apresentar aos docentes e discentes como um auxílio digital para as suas aulas e também para um melhor aprendizado dos seus educandos no conteúdo trigonometria.

O BIOE possui 197 objetos educacionais disponibilizados para o ensino da trigonometria subdivididos em todos os níveis de ensino desde o ensino infantil até o ensino superior com destaque para as categorias de animação/simulação e software educacionais com 87 e 61 OVAs respectivamente, correspondendo a um percentual de 44,16% e 30,96% respectivamente, por outro lado, às categorias de áudios e mapa não são disponibilizados nenhum objeto virtuais de aprendizagem

Entende-se como contribuição do estudo, apresentar aos educadores e educando os OVAs para o ensino da matemática com foco em trigonometria para todos os níveis de ensino, possibilitando ter conhecimento desses objetos virtuais de aprendizagem disponibilizados gratuitamente no BIOE e possam se tornar um auxílio para as suas aulas em qualquer nível de ensino.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C. PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

BRASIL Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Parecer: CEB 15/98**,** Junho, 1998. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/ vidsal.htm#inadequados>. Acesso em: 14 dez. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação – Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

CASTRO, C. M. **Estrutura e apresentação de publicações científicas**. São Paulo: McGraw-Hill, 1976.

DEMO, P. **Avaliação qualitativa.** 7. ed. Campinas: Autores Associados, 2002. ECA-Ed. Moderna, p. 27-35, jan./abr. 1995.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1992. Disponível em: <https://docente.ifrn.edu.br/olivianeta/ disciplinas/copy_of_historia-i/historia-ii/china-e-india> Acesso em: 03 ago. 2017.

MORAN, J. M. O. Vídeo na Sala de Aula. In: **Comunicação &Educação**, São Paulo, 2003.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de**. Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2 ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SPINELLI, Walter. **Os Objetos Virtuais de Aprendizagem: ação, criação e conhecimento**. 2007. Disponível em: <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/ textoscomplementares/textoImodulo5.pdf>. Acesso em: 09 mar 2018.

VALENTE, José Armando (org.). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: UNICAMP/ Núcleo de Informática Aplicada à Educação-NIED, 1999.

CAPÍTULO 20

MODOS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS REALIZADOS POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Milena Schneider Pudelco
Universidade Federal do Paraná
Curitiba – Paraná

Tania Teresinha Bruns Zimer
Universidade Federal do Paraná
Curitiba – Paraná

RESUMO: Esse trabalho é uma extensão decorrente de uma investigação relacionada à Resolução de Problemas, mais especificamente, a um estudo relativo aos tipos de problemas presentes em livros didáticos de Matemática. Vale destacar que, os livros didáticos analisados advêm de uma avaliação realizada, em âmbito federal, pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Dessa investigação, constatou-se que a maioria dos problemas matemáticos são aqueles ditos como Padrão ou Convencional (DANTE, 1989 e SMOLE e DINIZ, 2001). Em virtude desse resultado, o interesse da investigação passou a ser a análise do modo como alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental resolvem problemas matemáticos constantes em livros didáticos. Pois, parte-se do princípio que a resolução de um problema tipo Padrão não contribui para o desenvolvimento de estratégias diferenciadas de resolução, levando-se, na maioria das vezes, a um mesmo modo de resolução. Nesse sentido, o estudo aqui apresentado tem por finalidade evidenciar modos de resolução empreendidos pelos alunos ao serem postos frente a diferentes problemas matemáticos. O estudo foi desenvolvido com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, cuja faixa etária varia entre 7 e 8 anos. Participaram 19 alunos. Os resultados mostram que os registros escritos e os pictóricos, modos utilizados pelos alunos na resolução de situações problemas, são estratégias que podem auxiliar o professor na compreensão da aprendizagem do aluno.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de Problemas; Estratégias; Registros Pictóricos.

1 I INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática, em se tratando do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental, se constitui em um campo de investigação e, de aprendizagem sobre os modos de pensar e fazer o trabalho docente. Este texto refere-se a um recorte do trabalho desenvolvido com alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, que visa observar os modos de resolução de problemas matemáticos, que os mesmos utilizam para solucioná-los. Portanto, propõe-se aqui, como objetivo, tratar dos aspectos relacionados aos modos de resolução que os alunos apresentam ao resolverem problemas matemáticos. Entende-se que os resultados obtidos contribuem com a formação docente, visto que o tema Resolução de Problemas está em foco, o que gera a necessidade de se buscar mais informações a respeito desta temática que tem papel fundamental no contexto escolar, e ainda mais, na formação tanto de alunos como de professores vislumbrando práticas pedagógicas que auxiliem o pensar e o fazer do trabalho docente.

2 I RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO FUNDAMENTO TEÓRICO

O ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas pode ser entendido como uma metodologia de ensino, que visa o desenvolvimento de um trabalho centrado no aluno, o qual é levado a construir o conhecimento matemático por meio da elaboração e uso de estratégias para a busca de solução das situações problemas propostas na atividade matemática. Neste processo, o papel do professor é de extrema importância, visto que o mesmo deve orientar o aluno e levá-lo a formalizar as ideias construídas até o final deste processo.

Acerca da importância da Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem do aluno, pode-se destacar a fala de Hatfield citado por Dante (1989, p. 8), onde o mesmo descreve que, "aprender a resolver problemas matemáticos deve ser o maior objetivo da instrução matemática". Entretanto, compreende-se que tal objetivo é permeado por outros, complementando-o no sentido de sua viabilização em sala de aula, como a metodologia planejada para a aula, os problemas matemáticos selecionados em função do conteúdo a ser ensinado e as respectivas possibilidades de resolução dos mesmos frente às características de cada um.

Assim, visto a importância de se buscar informações sobre a Resolução de Problemas, depara-se com alguns estudos acerca dessa temática, os quais abordam desde a maneira como as aulas podem ser desenvolvidas, como por exemplo, em Smole e Diniz (2001), até aos modos como os alunos resolvem os problemas matemáticos propostos a eles, como por exemplo, em Polya (1995). Dentre esses estudos, optou-se pelas pesquisas que tratam sobre os tipos de problemas matemáticos veiculados na sala de aula como fio condutor desta pesquisa. Deste modo, partiu-se do princípio que uma forma de aproximação com a sala de aula, pode ser por meio dos livros didáticos, em especial, os aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do Ministério da Educação (MEC), visto se constituírem na maior, quando senão, na única fonte de referência ao docente no que se refere a sua organização para a aula. Parte-se da ideia de que nestes materiais didáticos estão presentes propostas de situações problemas para a resolução a ser desenvolvida pelos alunos.

No PNLD é destacada a Resolução de Problemas como um princípio metodológico amplamente reconhecido, cuja compreensão é a de que:

> Historicamente, desde as mais remotas eras, a Matemática desenvolveu-se resolvendo problemas. Aquela que se estuda hoje, em todos os níveis, é a Matemática útil para resolver problemas que surgem nos vários níveis de aplicação

> dessa ciência. Não é à toa que a Matemática já foi caracterizada como "a arte de resolver problemas". Nessa caracterização, vemos dois elementos essenciais, que não devem ser esquecidos. O primeiro deles é que a Matemática lida com problemas, ela não é um corpo de conhecimentos mortos, aprendidos por amor à erudição. Em segundo lugar, esse saber científico tem um componente criativo muito grande, não é um simples estoque de procedimentos prontos para serem aplicados a situações rotineiras. Esse aspecto criativo aflora naturalmente, e se desenvolve, com a resolução de problemas genuínos, cuidadosamente adequados ao desenvolvimento cognitivo e à escolaridade do aluno. (BRASIL, 2013, p. 14).

Pelo PNLD compreende-se que a Resolução de Problemas não se define como uma simples atividade de aplicação de técnicas e procedimentos já exemplificados, ao contrário, é uma atividade onde o aluno é desafiado a mobilizar seus conhecimentos matemáticos, e procurar apropriar-se de outros, sozinho ou por meio da ajuda de colegas e do professor, a fim de conduzir o mesmo a elaborar uma estratégia que o leve a uma solução de determinada situação proposta. Tal compreensão leva a busca e seleção de problemas matemáticos que atendam a tais características, assim conduzindo o olhar para análise aos tipos de problemas matemáticos presentes nos livros didáticos.

3 I TIPOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Ao considerar a perspectiva do PNLD a respeito da Resolução de Problemas, coube analisar sobre os tipos de problemas que estão presentes nos livros didáticos. Assim, tendo como referência a classificação de problemas matemáticos de autores como: Dante (1989), Smole e Diniz (2001), Huete e Bravo (2006) e Oliveira (2011), observou-se a existência de uma relação entre as formas de classificação entre eles, mudando, algumas vezes, apenas a maneira como são denominadas. Permitindo-se, a partir desse estudo, a elaboração de uma classificação própria de tipos de problemas matemáticos (PUDELCO, 2013), conforme pode ser observado no esquema a seguir.

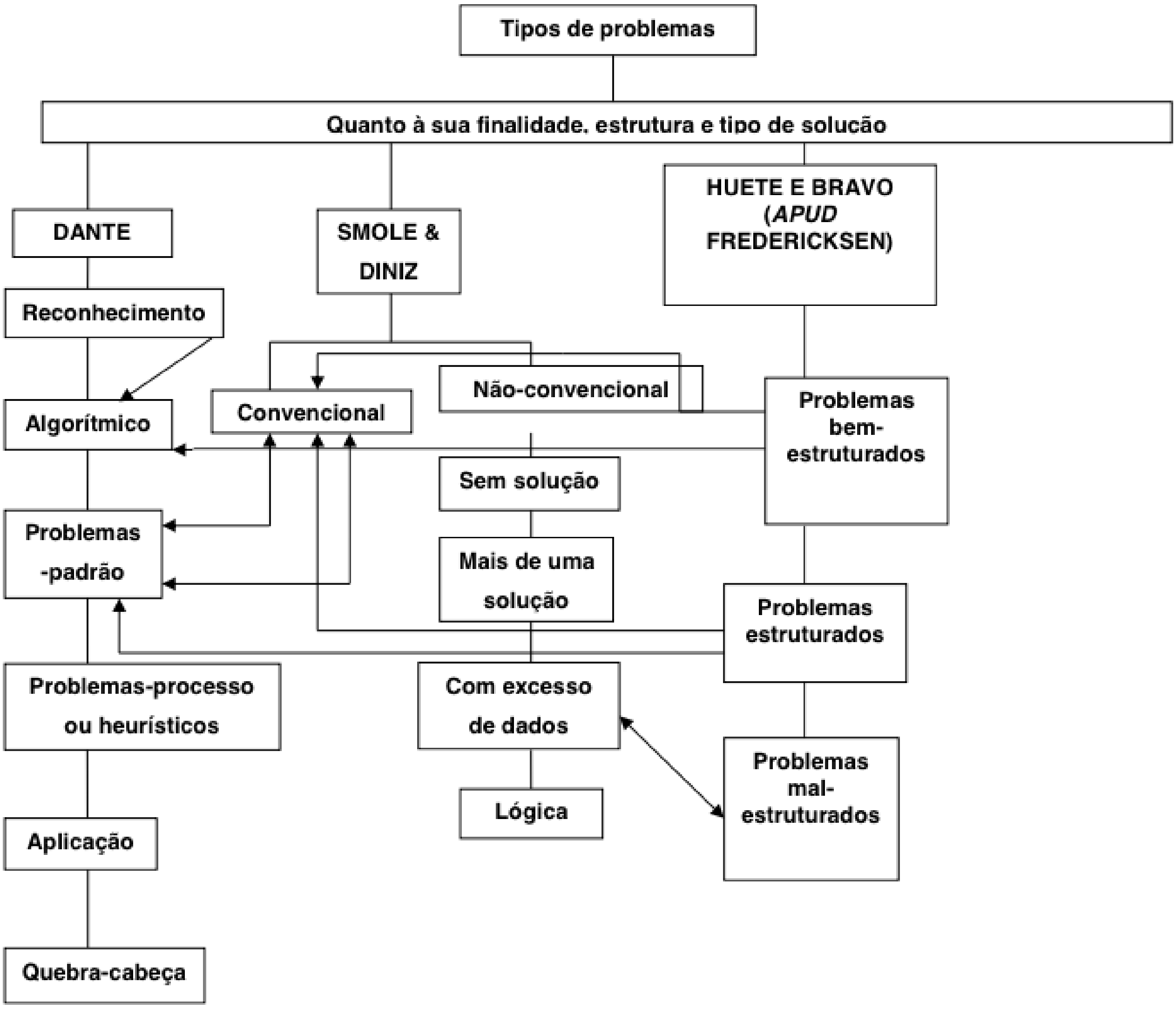


FIGURA 1 – FLUXOGRAMA DAS CLASSIFICAÇÕES DOS PROBLEMAS

FONTE: PUDELCO, 2013

A partir da Figura 1, pode-se analisar através das similaridades, três grandes grupos das classificações de problemas abordadas pelos autores, sendo elas:

Tipo Atividades: se caracterizam como exercícios que podem ser resolvidos passo a passo e que apresentam a execução dos algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais como estratégia mais utilizada. O principal objetivo deste tipo de exercício é o de "treinar" a habilidade do aluno em relação à execução de um determinado algoritmo tendo como finalidade reforçar determinados conhecimentos vistos anteriormente.

Tipo Problemas Expressos: se caracterizam como aqueles que apresentam na sua resolução a aplicação direta de um ou mais algoritmos onde não é exigida do aluno nenhuma estratégia alternativa.

Tipo Problemas de Inquirição: se caracterizam como aqueles cuja solução envolve operações que não estão contidas em seu enunciado. De modo geral, estes problemas em específico não podem ser solucionados diretamente pela aplicação de algoritmos, pois exige do aluno um tempo para pensar e elaborar um plano de ação para a busca da solução do problema proposto.

Vale ressaltar que a classificação destacada neste trabalho não pretende esgotar as formas que um problema matemático pode ser apresentado, nem, muito menos, separá-la em subconjuntos disjuntos onde um determinado tipo de problema não possa ser classificado de outra maneira. Ao contrário, a elaboração deste trabalho, serve como norteador a professores no desenvolvimento de atividades que envolvam a Resolução de Problemas, para que desta maneira seja possível oferecer ao aluno experiências com os mais diversos tipos de problemas matemáticos, favorecendo deste modo, sua aprendizagem.

4 I METODOLOGIA

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, baseada nas ideias descritas por Bogdan e Biklen (1994), os quais apontam que para essa abordagem de estudo o ambiente natural se constitui em fonte direta de dados, os quais são obtidos a partir da descrição e analisados de forma indutiva para a busca do significado. O proceso é mais válido do que o resultado em si, constituindo assim, a análise, de importância vital nessa abordagem.

Nesse caso, a fonte direta se refere aos sujeitos desta pesquisa, os quais são alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, de uma rede particular de ensino da região metropolitana de Curitiba-Paraná. Os referidos alunos estão inseridos no período integral, cujo turno da manhã é dedicado para que os alunos assistam as aulas regulares com o profesor regente da turma, e no turno da tarde, participam de aulas de atividades complementares, tais como: música, lutas marciais, artes, além, do acompanhamento das resoluções de tarefas propostas pelo professor regente.

Os dados obtidos foram coletados em uma aula de acompanhamento de tarefa. Dessa aula participaram 19 alunos. Foi proposto ao grupo que resolvesse uma tarefa contendo três atividades. Tais atividades foram selecionadas do livro didático de Matemática utilizado pelo professor regente da turma e as mesmas correspondem à tipologia descrita anteriormente: *atividades*, *problemas expressos* e *problemas de inquirição*.

5 I APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Para a análise dos modos de resolução que os alunos registraram em suas tarefas, procedeu-se, primeiramente, à descrição do que cada um realizou por atividade. A partir de tais descrições, foi possível detectar os modos de resolução empreendidos e, também observar aspectos relacionados ao conhecimento matemático mobilizado para a solução das situações propostas.

Assim, optou-se por apresentar o instrumento de coleta de dados, juntamente com a descrição e análise dos resultados obtidos, considerando como categoria a própria tipologia das atividades apresentadas na tarefa, conforme segue:

Tipo Atividade

A intenção desta é de que o aluno exercitasse a representação gráfica de um número fracionário, cujo objetivo foi o de propor aos alunos a pintura das frações indicadas em cada desenho, representando-se as frações: ¼; ½; 2/3 e ¾. A Figura 1 que se constitui o registro de um dos alunos é um exemplo da resolução esperada para a tarefa proposta.

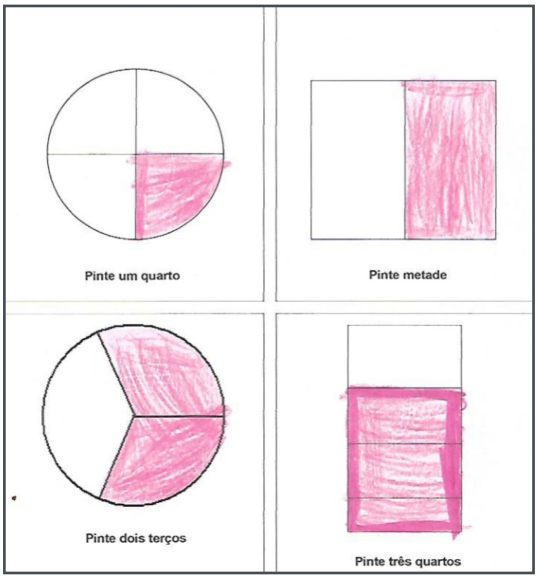


Figura 2 Pintando frações

Fonte: dados de campo

Nessa tarefa, dos 19 sujeitos que a realizaram, 15 alunos conseguiram resolver conforme o esperado, representado na Figura 2, ou seja, que os alunos pintassem a parte do desenho correspondente às frações indicadas: ¼; ½; 2/3 e ¾. A maioria resolveu a situação como o esperado. Entre as resoluções que não corresponderam ao esperado, surgiu o erro com as representações fracionárias de ¼ e ¾, cujo preenchimento no desenho de ¾ foi igual ao do desenho de ¼.

Resolução como essa permite ao professor constatar que compreensões o aluno evidencia a respeito da relação entre numerador e denominador de uma fração. Outro aspecto a ser observado é que com esse tipo de tarefa o modo de resolução se limita a pintura do desenho conforme lhe é determinado. Não cabe a criação de nenhuma outra possibilidade de registro escrito ou pictórico.

Tipo Problemas Expressos

Neste tipo o aluno teria que representar por meio de desenhos (registro pictórico) a formação de grupos com a mesma quantidade de elementos para serem, então, representados por meio de uma sentença matemática da adição com o indicativo do total (registro escrito). Os grupos que deveriam ser formados foram os seguintes: 4 grupos com 2 botões, 3 grupos com 4 botões em cada, 5 grupos com 3 botões e 3 grupos com 6 botões em cada.

Dos 19 sujeitos participantes, 9 alunos conseguiram resolver a situação proposta conforme o esperado. Os alunos que conseguiram realizar a tarefa proposta apresentavam em sua resolução configurações diferenciadas de grupos e a estruturação correta da sentença. Entretanto, observou-se que a estratégia de formação de grupos por meio de circulação de objetos somente permaneceu no item em que já haviam os botões desenhados. Nos demais itens, que seria necessário desenhar os botões para formar os grupos, a estratégia utilizada foi a de agrupar desenhando-os uns próximos aos outros, algumas vezes formando linhas ou colunas, conforme Figura 3, mas sem a utilização da estratégia de circular os objetos.

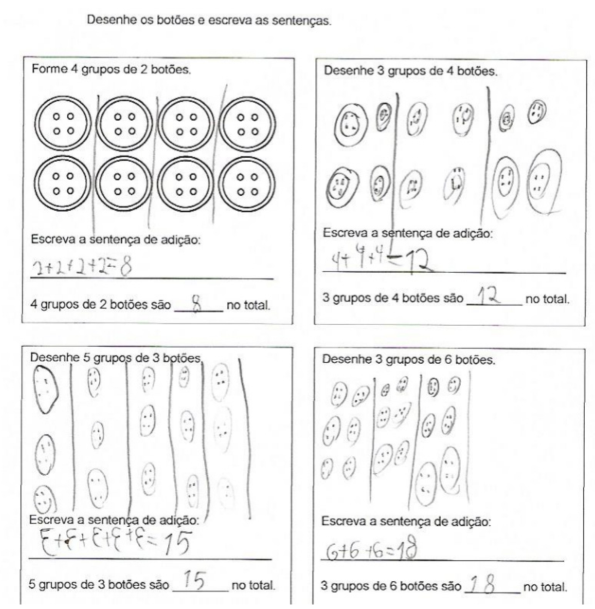


Figura 3 Desenhe os botões e escreva as sentenças

Fonte: dados de campo

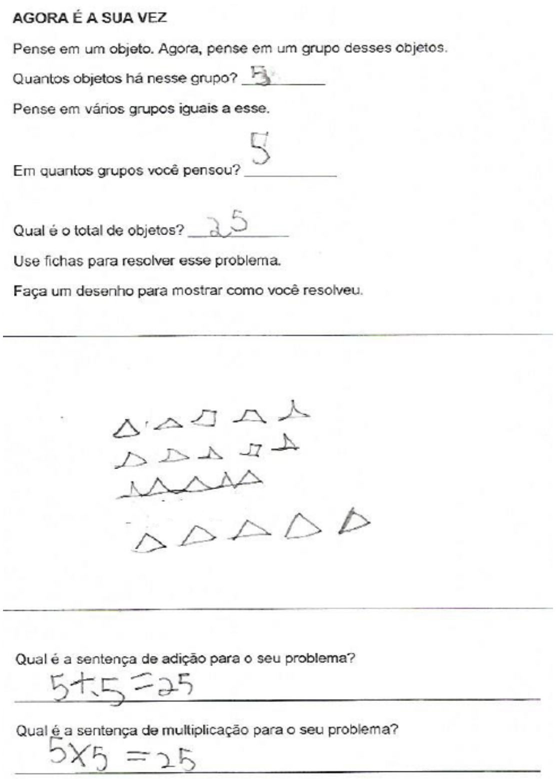
Em relação aos alunos que não conseguiram realizar a tarefa proposta, observa-se erros ora em relação ao fato de não conseguirem formar os grupos propostos e ora relacionados a não conseguirem realizar a setença proposta, inserindo por vezes parcelas a mais na sentença e em outras a menos. Apenas em um caso, parece ter ocorrido o entendimento invertido sobre a formação dos grupos, pois ao invés de formar 4 grupos de 2 botões, o aluno fez 2 grupos de 4 botões, entretanto a sentença de adição correspondia ao que foi desenhado.

Nessa tarefa, apesar de o enunciado também limitar a estratégia de resolução, seja pelo registro pictórico e o escrito, o aluno tem mais possibilidades para a escolha de como usar tais estratégias. Principalmente em relação aos registros pictóricos, observa-se mais variedades de como organizar e formar os grupos indicados. Da mesma maneira que na tarefa anterior, os erros evidenciados permitem ao professor constatações sobre os entendimentos em relação ao conceito matemático em foco.

Tipo Problemas de Inquirição

Em relação a este tipo de problema, foi apresentado aos alunos um enunciado cuja questão solicitava que se pensasse em um determinado objeto, a seguir pensasse em um número (x) desses objetos, após esse passo inicial, os alunos deveriam pensar em vários grupos dessse objeto e representa-los em forma de desenho (registro pictórico) na quantidade de objetos e de grupos que foram pensados anteriormente. A seguir era proposta a criação de uma sentença de adição e uma sentença de multiplicação para o problema proposto.

Dos 19 sujeitos, 9 alunos conseguiram realizá-la conforme o esperado. Em poucos casos observou-se equívocos relacionados com os desenhos, no sentido de que não correspondiam às quantidades indicadas em relação ao número de grupos e de objetos para esses grupos. Percebeu-se que para a maioria, a estratégia do desenho para a resolução da situação problema se constituiu em um meio de encontrar o total de objetos nos grupos formados, conforme pode ser observado na Figura 4.


AGORA É A SUA VEZ

Pense em um objeto. Agora, pense em um grupo desses objetos.

Quantos objetos há nesse grupo? 5

Pense em vários grupos iguais a esse.

Em quantos grupos você pensou? 5

Qual é o total de objetos? 25

Use fichas para resolver esse problema.

Faça um desenho para mostrar como você resolveu.

Qual é a sentença de adição para o seu problema?

5+5=25

Qual é a sentença de multiplicação para o seu problema?

5X5 =25

Figura 4 Pense em um objeto. Agora pense em grupos desse objeto

Fonte: dados de campo

Um equívoco recorrente entre as resoluções foi a representação da sentença da multiplicação sem correspondência à sentença da adição, ou seja, ora os alunos utilizavam os mesmos números apenas trocando os sinais, (5 + 5 = 25 e 5 x 5 = 10) o que pode ser um indicativo de que os alunos conhecem o sinal da operação, mas ainda não compreendem o significado conceitual dessa operação.

O enunciado, também, parece ter gerado para alguns alunos um entendimento de que o total de objetos pensados não estava relacionado ao total com a formação dos grupos, pois certos alunos indicaram a mesma quantidade pensada inicialmente. Apesar que, em um caso o aluno desenhou os grupos indicados, distribuindo o total de objetos nesses grupos, ou seja, foram indicados 10 objetos e 2 grupos. Ao invés de o aluno formar dois grupos com 10 objetos em cada, ele formou dois grupos e distribuiu igualmente os 10 objetos, isto é, dois grupos com 5 objetos. Mas, a sentença da adição correspondeu ao indicado 10 + 10 = 20.

Nessa tarefa também é solicitado ao aluno que utilize da estratégia do registro pictórico e do escrito para a resolução da mesma. Mas, ele tem autonomia no modo de como evidenciar seus entendimentos. O que vale destacar é que a relação entre os registros pictóricos e escritos para a resolução dos problemas matemáticos parece permitir que sejam percebidas incongruências entre a forma de estruturação de uma ideia matemática e a sua respectiva representação algébrica elaborada pelos alunos. Assim, quanto mais autonomia o aluno tiver na resolução dos problemas matemáticos, talvez seja possível atingir mais evidências sobre como ele está compreendendo tal conhecimento.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao considerar o objetivo deste estudo, que é o de analisar aspectos dos modos de resolução de problemas matemáticos realizados pelos alunos, percebe-se que o tipo de problema proposto ao aluno pode permitir ao professor compreender, com mais informações ou não, a partir dos registros dos alunos, aspectos de seus conhecimentos matemáticos.

Nesse sentido, entende-se que os tipos de problemas que permitem aos alunos o uso de modos diferenciados de certas estratégias como os registros pictóricos e os escritos, em problemas como os de inquirição, são os que mais podem colaborar com o trabalho docente.

Tal perspectiva é posta frente ao que se obteve com esse estudo, isto é, foram com os modos com que os registros pictóricos e escritos utilizados no problema de inquirição onde mais surgiram elementos para se conhecer o conhecimento matemático dos alunos a partir das elaborações próprias de cada um na resolução da situação proposta.

REFERÊNCIAS

BOGDAN & BIKLEN. (1994). **Investigação quaitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Portugal: Porto Editora.

BRASIL, MEC. (2013). **Guia de Livros Didáticos PNLD 2013: Matemática**. Brasília: MEC.

DANTE, L. R. (1989). **Didática da Resolução de Problemas da Matemática. São Paulo: Ática.**

HUETE & BRAVO. (2006). **O Ensino da Matemática: Fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artmed.

OLIVEIRA, D. J. F. (2011). **A resolução de problemas matemáticos: uma análise dos tipos de problemas em livros didáticos.** 45 f. Trabalho de Graduação – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

POLYA, G. (1995). **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Rio de Janeiro: Interciência.

PUDELCO, M. S. (2013). **Quais os tipos de problemas apresentados nos livros didáticos de matemática do 3º ano do Ensino Fundamental, aprovados pelo PNLD de 2013.** 80f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

SMOLE, K. S e DINIZ, M. I. (2001). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed.

CAPÍTULO 21

O PACTO NACIONAL PELA ALFABETIZAÇÃO NA IDADE CERTA (PNAIC): FORMAÇÃO E PRÁTICA DOS PROFESSORES ALFABETIZADORES NO ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS

Renata Aparecida de Souza
Universidade do Estado do Mato Grosso
Barra do Bugres, Mato Grosso

Maria Elizabete Rambo Kochhann
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
Santana do Araguaia, Pará

Nilce Maria da Silva
Universidade do Estado do Mato Grosso
Cáceres, Mato Grosso

RESUMO: Este artigo apresenta os resultados da dissertação de Mestrado da primeira autora. Trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa sobre a temática do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). O trabalho discute questões referentes à formação e à prática de sujeitos professores alfabetizadores que atuam no ensino da Matemática para alunos surdos. O objetivo foi compreender discursivamente as contribuições do PNAIC para a formação desses professores de alunos surdos. A metodologia teve por base a Análise de Discurso de linha francesa. Para a formação do *corpus*, adotamos como objeto de análise alguns recortes dos Cadernos de Alfabetização Matemática do PNAIC, que foram trabalhados no ano de 2014. Os resultados apontaram para uma formação discursiva que produz um efeito de silenciamento dos sujeitos surdos, bem como o sentido de invisibilidade, de transferência de responsabilidade, de incompletude quanto às reflexões necessárias para o desenvolvimento de competência a serem adquiridos pelos professores de alunos surdos para o ensino da Matemática. Esses professores devem estar em um contínuo aprendizado, aperfeiçoando suas práticas pedagógicas e também reestruturando os saberes, para dar lugar a uma Educação realmente mais inclusiva.

PALAVRAS-CHAVE: PNAIC. Formação continuada de professores. Libras. Matemática. Ensino.

ABSTRACT: This article presents the results of the master's dissertation by the first author. It is a qualitative research on the topic of the Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa [*National Pact for Literacy in the Right Age*] (PNAIC). The work discusses questions related to the formation and practice of literacy teachers who work in the teaching of Mathematics for deaf students. The purpose was to identify discursively the contributions of the PNAIC to the training of these teachers of deaf students. The methodology was based on the French Discourse Analysis. For the formation of the corpus, we adopted as an object of analysis some fragments of the PNAIC Mathematical Literacy books used in 2014. The results pointed

to a discursive formation that produces a silencing effect of the deaf individuals in relation to teaching and learning, as well as a sense of invisibility, of a transference of responsibility, of an incompleteness regarding the necessary reflections to the development of knowledge acquired by teachers of deaf students for the teaching of mathematics. These teachers should be in a continuous learning, improving their pedagogical practices and also promoting the knowledge to give a place to a more inclusive special education.
KEYWORDS: PNAIC. Continuing teacher education. Brazilian Sign Language. Mathematics.Teaching.

1 I INTRODUÇÃO

A formação do professor, seja ela inicial ou continuada, não é um assunto recente. De fato, nas mais diferentes épocas, pesquisadores vêm discutindo qual a formação ideal e necessária que os futuros professores precisam ter de modo a conseguirem desempenhar seus papéis em sala de aula e atingir, assim, a expectativa da sociedade em relação a competências e habilidades que os educandos devem alcançar em determinada fase ou ciclo de formação. Sobre as instituições formadoras, recai a responsabilidade de formar professores que não apenas sejam capazes de refletir criticamente sobre sua prática, mas que também saibam auxiliar na resolução de problemas, problemas esses que irão surgir nas relações diárias presentes no contexto escolar.

Atualmente, a realidade da Educação brasileira ainda permite encontrarmos crianças que, ao término do Ensino Fundamental, infelizmente não estão alfabetizadas. Considerando essa infeliz realidade, algumas políticas públicas governamentais têm buscado implantar programas de formação continuada para os professores que atuam diretamente com o público desse estágio de escolarização, procurando promover a efetiva qualificação desses profissionais para uma educação inclusiva. Nesse processo inclusivo, estão os alunos surdos, que apresentam uma comunicação linguística diferenciada, uma vez que se comunicam por meio da Língua Brasileira de Sinais (Libras).

Diante dessa realidade, compreende-se a necessidade de que os professores desse alunado estejam cientes das diferenças linguísticas em jogo e também daquilo que está envolvido no processo de escolarização da pessoa surda. O processo de formação continuada é importante para a promoção da Educação Inclusiva, podendo contribuir de maneira significativa para esse processo. Parte-se do princípio lógico de que a formação inicial é sempre insuficiente. No caso do ensino para alunos surdos, a formação continuada pode oferecer estratégias concretas de como lidar com esse público, garantindo-lhe mais chances de obter um conhecimento apropriado à sua faixa etária.

O nosso interesse por este tema, surgiu do envolvimento de uma das pesquisadoras no processo educacional da pessoa surda, principalmente ao se deparar com o Programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Trata-se de um compromisso firmado entre o Distrito Federal, os estados e os municípios, que tem por objetivo garantir a alfabetização, em tempo oportuno, de 100% das crianças brasileiras dos seis aos oitos anos de idade. Voltado para a área das Ciências Exatas, o programa lançou no ano de 2014 a coleção “Alfabetização Matemática”, que adotou a perspectiva do letramento. A coleção contou também com um caderno voltado para a Educação Inclusiva, a fim de proporcionar reflexões acerca das necessidades e dos objetivos dessa modalidade de Educação, com base na legislação vigente, de modo a garantir a efetivação da inclusão.

Considerando essa realidade, na pesquisa aqui apresentada, procuramos compreender discursivamente quais seriam as efetivas contribuições do PNAIC para a formação dos professores alfabetizadores atuantes no ensino da Matemática para alunos surdos. Como objetivos específicos, o trabalho também pretendeu analisar os efeitos de sentidos presentes nas tecituras dos cadernos de Matemáticas e de Educação Inclusiva do PNAIC, voltados para a formação dos professores no ensino de Matemática para alunos surdos. Procurou-se, ainda, compreender como as atividades propostas pelo PNAIC, materializadas no caderno de Matemática, promovem o ensino de Matemática para o aluno surdo. A hipótese é a de que a política pública educacional, materializada no PNAIC, tenha contribuído para a formação continuada de professores que atuam no ensino regular, apresentando uma proposta bilíngue para o ensino do surdo.

2 I A FORMAÇÃO INICIAL E CONTINUADA DE PROFESSORES E O ENSINO DA MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS

A formação inicial e continuada de professores e o ensino de Matemática para alunos surdos enquadra-se em um contexto histórico e social pensado para atender aos ditames da demanda política educacional sobre a inclusão escolar no Brasil. As conquistas nessa área, atestadas por tais ditames, não surgiram de maneira natural, passiva; pelo contrário, elas foram conquistadas com lutas travadas pelos movimentos sociais. Dentre essas conquistas podemos citar a Lei 10.436/2002 que foi regulamentada pelo Decreto n.º 5.626/2005, que entre outras disposições, em seu capítulo II, art. 3.º, aborda, sobre a inclusão da Libras como disciplina curricular em cursos de graduação. Vejamos a literalidade desse artigo:

> Art. 3.º A Libras deve ser inserida como disciplina curricular obrigatória nos cursos de formação de professores para o exercício do magistério, em nível médio e superior [...] de instituições de ensino, públicas e privadas, do sistema federal de ensino e dos sistemas de ensino dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios.)
>
> 1.º Todos os cursos de licenciaturas, nas diferentes áreas do conhecimento, o curso normal de nível médio, o curso normal superior, o curso de Pedagogia e o

> curso de Educação Especial são considerados cursos de formação de professores e profissionais da Educação para o exercício do magistério.
>
> 2.º A Libras constituir-se-á em disciplina curricular optativa nos demais cursos de Educação superior e na Educação profissional [...] (BRASIL, 2005).

Passaram-se 13 anos da regulamentação desse decreto e os cursos de licenciatura têm cumprido o que está estabelecido em lei. Contudo, o que se tem observado é que essas medidas ainda não foram o suficiente para garantir que os futuros professores estejam habilitados para trabalhar com os alunos surdos. A questão do ensino ao aluno surdo envolve várias dimensões e ultrapassa a do mero aprendizado de uma língua.

Há quem defenda que o aprendizado da Libras é fundamental para que se tenha acesso ao conhecimento. Nogueira e Zanquetta (2013, p. 39), contudo, fazem uma ressalva: "apesar de ser imprescindível que os surdos aprendam o mais cedo possível a língua de sinais, entendemos que a adoção da abordagem bilíngue não é a solução definitiva para a Educação dos surdos [...]". Não se pretende aqui negar a importância dessa medida para a Educação dos surdos, principalmente se formos discutir questões relacionadas à identidade; no entanto, a questão que se coloca desafiadora na inclusão desses alunos é o ensinar propriamente dito, e isso não é uma tarefa tão simples assim que seja resolvida apenas na questão linguística.

Se o acesso à língua materna fosse, por si só, determinante para o aprendizado de vários conceitos, então as crianças ouvintes não apresentariam quaisquer dificuldades nas escolas e o Brasil teria altos índices de resultados em avaliações internacionais. Isso, sabidamente, não é o que ocorre. Portanto, a formação de professores para a Educação de surdos percorre outros caminhos e os professores formadores devem ter conhecimento disso e não se prender apenas à questão linguística. Nogueira e Zanquetta (2013, p. 39) explicam a questão do seguinte modo:

> a escola não deve se limitar apenas a 'traduzir', para a língua de sinais, metodologias, estratégias e procedimentos da escola comum, mas deve continuar a preocupar – se em organizar atividades que proporcionem o salto qualitativo no pensamento dos surdos.

O nosso objetivo, nesta discussão, não é reduzir a importância das conquistas que os surdos tiveram quando passaram a ter direito à sua língua; longe disso, o que pretendemos aqui é promover uma discussão que, a nosso ver, é algo que precisa ser levado para a pauta das inúmeras discussões acerca do que tem ocasionado o fracasso escolar de muitos alunos surdos. Argumentamos, assim, que parte desse fracasso está relacionado ao foco excessivo dado à questão linguística. É como se, em um passe de mágica, depois de aprenderem a língua, o público surdo deixasse de requerer estratégias de ensino específicas. Insistimos, portanto, que a formação dos professores é o principal aspecto desta questão, afinal são esses profissionais que irão atuar em sala de aula e que poderão efetivamente promover alguma mudança.

Podemos abordar esta questão falando em termos mais concretos, com recurso a exemplos. Aqui está um deles: uma formação inicial que tem em sua matriz curricular uma carga horária para o ensino de Libras que, dependendo do curso, é mais ou menos 50 horas, geralmente ao final do semestre, não pode ser considerada uma boa formação para futuros professores do alunado surdo. O tempo é insuficiente para o aprendizado da língua. Desse modo, há que se pensar a disciplina de Libras não de forma isolada das demais disciplinas; de fato, ela deve ser articulada às demais áreas do conhecimento, trabalhando em uma perspectiva inclusiva. Por exemplo, o currículo de Matemática poderia ser pensado de modo mais inclusivo, não só para alunos surdos, mas também para alunos cegos e para os demais alunos que fazem parte da Educação Especial.

O professor deve construir um ambiente que permita aos alunos ter acesso a um ambiente mediado por fazeres pedagógicos, pautados em uma especificidade de observar o mundo. "O surdo percebe o mundo por meio do olfato, tato, paladar e, obviamente, da visão. Todos esses sentidos, agora muitíssimos intensificados, possibilitam que as sensações do mundo cheguem por vias não comprometidas" (SALES, 2013, p. 58).

Diante dessa realidade, há que se pensar em uma formação de professores que atenda às exigências desse novo tempo, de incluir com eficácia os alunos que apresentam algum tipo de especificidade. Necessitamos de novos espaços formativos, que pensem para além do ensino conteudista ou do mero cumprimento de uma matriz curricular. É necessário que as formações recebidas pelos professores formadores despertem nos futuros professores "a compreensão do outro, das suas opções e necessidades [...] e que a Educação Inclusiva só é possível se o professor assumir o seu papel de acolher a cada aluno, na sua diversidade, pluralidade de contextos e características e expectativas" (MANRIQUE; MARANHÃO; MOREIRA, 2016, p. 7).

3 I PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa adota uma abordagem qualitativa. Segundo Minayo (2001), a pesquisa qualitativa trabalha com um universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais amplo de relações, processos e fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. Pelo fato de este trabalho investigativo lidar com a materialidade discursiva de uma política pública de formação continuada dos professores alfabetizadores, mais especificamente com o PNAIC, ele também se enquadra como uma pesquisa documental.

Para a análise dos dados, usamos o construto teórico e metodológico da Análise de Discurso de linha francesa, que teve início nos anos 1960 e foi criada por Michel Pêcheux. Buscamos construir um dispositivo analítico voltado para as contribuições do PNAIC na formação dos professores alfabetizadores no ensino da Matemática para alunos surdos em uma perspectiva bilíngue. Entendemos que a constituição do *corpus* de pesquisa é obtida sob a visão do próprio analista do discurso, por meio de um processo de gestos de interpretação que vão sendo construídos, observando as palavras e formando um sentido para o texto.

Desse modo, o *corpus* desta análise foi constituído por recortes presentes na materialização de oito cadernos utilizados para a formação dos sujeitos professores alfabetizadores e um caderno denominado de Educação Inclusiva. Os recortes foram selecionados na medida em que os mesmo pudessem, discursivamente, evidenciar os sentidos que circulam nas tecituras dos cadernos do PNAIC referente a uma formação continuada que sujeitos professores alfabetizadores da rede pública de ensino receberam no ano de 2014 sobre o ensino da Matemática.

4 I ANÁLISE DOS DADOS

Neste artigo, buscamos atentar para alguns aspectos discursivos encontrados no caderno de Educação Inclusiva na perspectiva da Educação Especial e no material denominado de caderno "Organização do Trabalho Pedagógico". O foco de análise é a textualidade de certos recortes no que refere à inclusão escolar, especificamente partes de textos que tratam das questões relacionadas aos sujeitos surdos e à formação continuada do sujeito professor alfabetizador. Em seguida, apresentamos a análise de um recorte do caderno de Educação Inclusiva.

> [...] nesta coleção de Alfabetização Matemática o foco do caderno de Educação Inclusiva **não a Matemática ou a Educação Matemática**. É importante ter isso claro antes de iniciar a leitura, pois assim não vai se **"cobrar"** do texto algo que ele não se propõe: **servir de instrumento para o professor trabalhar conteúdos de matemática.** A proposta deste caderno no que diz respeito a "servir de instrumento para algo" **é a de mostrar a necessidade e os objetivos de uma Educação Inclusiva** e além disso, **fornecer informações** aos professores no sentido de prover **amparo legal** e institucional para suas ações pedagógicas na direção de **tornar efetiva a inclusão**. Nesse sentido, o caderno Educação Inclusiva na coleção de Alfabetização Matemática compila um amplo **leque de informações** sobre as políticas oficiais presentes no site do MEC em diversas publicações. Além disso, **na medida do possível** – e sem **"forçar" situações descabidas** – apresenta alguns **encaminhamentos** referente à Alfabetização Matemática.

Figura 1 - Recorte do caderno de Educação Inclusiva.

Fonte: BRASIL (2014, p. 5, grifos nossos).

Nesse recorte, quando se afirma que o foco do caderno de Educação Inclusiva não é Matemática ou a Educação matemática, há um discurso de um não comprometimento com a Educação Inclusiva do público alvo da Educação Especial, mais precisamente em relação ao ensino e a aprendizagem dos conteúdos de Matemática, uma contradição no discurso surge para demarcar que o lugar do sujeito surdo é um lugar separado e determinado do não acesso ao conhecimento. As políticas públicas tão só garantem o direito a ser incluído, mas não proporcionam ao público a que se destina oportunidade de aprender verdadeiramente em conjunto. Na perspectiva da Educação Inclusiva, pode-se afirmar que o material foi elaborado de forma desassociada dos demais cadernos pensados para o ensino da Matemática – ou seja, o material foi elaborado para ser trabalhado separadamente dos demais cadernos. Nesse sentido, a formação, além de ter sido pensada apenas para os sujeitos que apresentam condições de assimilar os conteúdos matemáticos, não conseguiu romper as barreiras formativas pensadas de maneira encapsulada, que não permitem que o aprendizado caminhe em uma perspectiva plural, pensada para a diversidades de todos.

Essa contradição, relativa à formação que os sujeitos professores alfabetizadores estão recebendo para a Alfabetização Matemática, pode ser observada em outras passagens. Observemos o recorte a seguir.

> As diferentes unidades que compõem o conjunto de cadernos de Formação de Alfabetização Matemática visam proporcionar ao professor um **repertório de saberes que possibilitem desenvolver práticas de ensino de matemática que favoreçam as aprendizagens dos alunos.**

Figura 2 - Recorte do caderno 1 - "Organização do Trabalho Pedagógico".

Fonte: BRASIL (2014, p. 5, grifos nossos).

No caderno 1, intitulado "Organização do Trabalho Pedagógico", verifica-se o uso do verbo transitivo direto "visar", que tem o significado de validar ou autenticar. Desse modo, há um discurso que assume um compromisso entre a unidade formativa e os sujeitos professores alfabetizadores, para que eles possam adquirir vários saberes e, assim, assimilar práticas de ensino de Matemática; há, portanto, o sentido de um "pacto" assumido entre a formação e os sujeitos a quem ela se destina. Contudo, os sentidos desse recorte se deslocam em direção à formação e à posição dos sujeitos professores alfabetizadores no caderno de Educação Inclusiva. Esse caderno observa, nas tecituras, algumas marcas de uma memória discursiva e formativa imaginária, marcada pelo não comprometimento e pelo não envolvimento pleno com a formação dos sujeitos professores alfabetizadores, bem como com a não obrigatoriedade com a proposta educacional inclusiva que rege a Educação Especial em nosso país. Segundo Oliveira,

> No Brasil, a Educação Inclusiva faz parte do discurso presente nas falas dos gerenciadores educacionais e em documentos oficiais das Secretárias de Educação, especialmente no campo da Educação Especial, como a 'Política Nacional de Educação Especial' do MEC [Ministério da Educação], em 1993, e publicada em 1994 OLIVEIRA, 2005, p. 85).

No entanto, os sentidos que circulam e que atravessam o discurso do PNAIC estão ligados ao fato de que ainda não se tem garantida a inclusão desses alunos como sujeitos autônomos capazes de aprender; o discurso da Educação Inclusiva recai sobre uma memória discursiva de uma Educação indesejada para os professores que atendem aos alunos surdos no ensino regular.

No contexto da formação do PNAIC, na perspectiva da Educação Inclusiva, existe um outro funcionamento discursivo, que coloca a posição do sujeito professor alfabetizador em um viés descentralizado do processo educacional, em uma posição que tenta resolver, principalmente, as demandas sociais, sem receber condições formativas necessárias para sua atuação docente. Isso pode ser constatado no caderno de Educação Inclusiva ora analisado, quando o material utiliza a construção "**servir de instrumento para algo**", ou seja, não se tem uma proposta efetiva de formação de professores que atenda às discussões referentes ao ensino e à aprendizagem dos alunos público alvo da Educação Especial, aqui representados pelos sujeitos surdos. Como já dissemos, há um silenciamento quanto a essa formação.

Com a interrogação "**Uma Ilha de Inclusão no Mar de Exclusão?**", inicia-se a sessão "Aprofundando o tema". Em busca de ilustrar o sentido dessa metáfora citada na pergunta, recorremos à seguinte imagem:

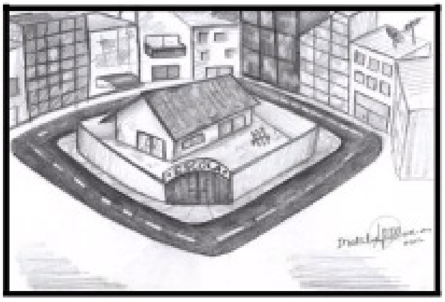


Figura 3 - Ilustração da metáfora presente na questão "Uma Ilha de Inclusão no mar de Exclusão?".

Fonte: Produção original para a pesquisa (2017).

Observando o conteúdo do caderno de Educação Inclusiva, percebe-se que, nas atividades trazidas como propostas de Alfabetização Matemática na perspectiva do letramento, não se contemplou de forma especifica o ensino e a aprendizagem dos sujeitos surdos. De fato, o material não permitiu que tanto os sujeitos surdos quanto os sujeitos professores alfabetizadores saíssem da "ilha" na qual foram confinados ao longo dos anos pelas políticas públicas de inclusão. Houve um apagamento dos sujeitos surdos; eles ficaram esquecidos no mar do conhecimento, pois, pelo que foi oferecido como proposta de Alfabetização Matemática, nas diversas propostas de ensino apresentadas nos cadernos, não foi possível visualizar os sujeitos surdos como alunos incluídos no sistema educacional de ensino.

Conforme procura ilustrar a figura 3, a proposta do PNAIC apresentou-se de forma ilhada, compartimentando os saberes em oito blocos, deixando os sujeitos professores-alfabetizadores também ilhados com relação ao ensino dos sujeitos surdos. As discussões sobre a Educação Inclusiva apareceram como cadernos de referências, ou seja, apartados dos demais cadernos. Com esse movimento, os sentidos que se depreendem da Educação Inclusiva – e aqui especificamente a do sujeito surdo – são os de que as políticas públicas de inclusão não têm conseguido, de maneira eficaz, permitir que alunos e professores nadem para fora da ilha, privilegiando uma educação para a diversidade. O sujeito surdo é ainda visto como subalterno e inferior (CAMPOS, 2014).

Um outro ponto que deve ser levado em consideração é o discurso de transferência que tem sido colocado em funcionamento em toda a materialidade discursiva dos cadernos analisados. Esses discursos têm mantido sua regularidade.

> No entanto, para o aluno surdo, sem a mediação de um **intérprete**, a ausência dessa imersão em uma Língua pode se transformar em um abismo para a sua aprendizagem. Todavia, com a mediação da Libras, o aluno aprende em igualdade de condições.

Figura 4 - Recorte do caderno de Educação Inclusiva.

Fonte: BRASIL (2014, p. 34, grifos nossos).

O Governo não assume a responsabilidade de discutir uma política pública de formação para o ensino especial e, assim, transfere suas responsabilidades para os sujeitos professores. Ao mesmo tempo, ele transfere a responsabilidade de ensinar para o intérprete. Dessa forma, em nenhum momento se fala sobre qual é o papel do sujeito professor alfabetizador com relação ao ensino e à aprendizagem. Por exemplo: quando o sujeito professor alfabetizador não sabe Libras, qual é a sua função em sala de aula? Como professor alfabetizador, mesmo sem dominar a Libras, ele poderá operar metodologias e estratégias para o ensino de Matemática para o aluno surdo? Os cadernos poderiam promover esses questionamentos, seguidos de algumas discussões ou de relatos de experiências de professores que tenham desenvolvido trabalhos com alunos surdos incluídos no ensino regular. Poderiam também sugerir atividades para que os professores fizessem em sala de aula. O que percebemos, por outro lado, é mais um silenciamento com relação a essas discussões do ensino e da aprendizagem dos sujeitos surdos, bem como dos sujeitos professores alfabetizadores.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer das leituras dos cadernos do PNAIC que compuseram o *corpus* da pesquisa, percebemos que o processo de constituição dos sentidos sobre a formação dos sujeitos professores alfabetizadores foi o do apagamento da necessidade de debates e reflexões acerca do ensino dos alunos surdos. A concepção é a de que o discurso que atravessa a Educação desses sujeitos não carece de discussões.

Os resultados apontaram, também, para um silenciamento que coloca sujeitos surdos na posição “sujeitos da deficiência”, discurso esse que foi constituído historicamente e ideologicamente na Educação Inclusiva pautada por um viés assistencialista e integrador. Desse modo, a concepção que se veicula é a de que os alunos surdos não precisam aprender conteúdos da disciplina de Matemática. Desse modo, a posição sujeito professor alfabetizador, que aparece no contexto formativo do PNAIC na perspectiva da Educação Inclusiva, está baseada em uma posição descentralizada do processo educacional. A proposta é a de um profissional pensado para resolver principalmente as demandas sociais sem receber condições formativas necessárias para a sua atuação docente. Além disso, há um sentido de falta de compromisso com o aprendizado do sujeito surdo e formação do sujeito professor alfabetizador.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Decreto n.º 5626**, de 22 de dezembro de 2005. Regulamenta a Lei n.º 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras e o artigo 18 da Lei n.º 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Brasília, 2005. Disponível em: <https://bit.ly/2jKKKHv>. Acesso em: 15 jul. 2017.

______. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília. MEC, SEB: 2014.

CAMPOS, M. L. I. L. de. Educação Inclusiva para Surdos e as Políticas Vigentes. In: LACERDA, C. B. de; SANTOS, L. F. dos. (Orgs.). **Tenho um aluno surdo, e agora?** Introdução à Libras e à educação de surdos. São Carlos: Edufscar, 2014.

MANRIQUE, A. L; MARANHÃO, M. C. S. A. de; MOREIRA, G. E. **Desafios da Educação Matemática Inclusiva**: Práticas. São Paulo: LF, 2016. v. 2.

MINAYO, M. C. de S. **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001.

NOGUEIRA, C. M. I.; ZANQUETTA, M. E. M. T. Surdez, bilinguismo e o ensino tradicional da Matemática. In: NOGUEIRA, C. M. I. *et al*. **Surdez, inclusão e matemática**. Curitiba: CRV, 2013.

OLIVEIRA, I. A. de. **Saberes, imaginários e representações na Educação Especial**: A problemática ética da “diferença” e da exclusão social. Petrópolis: Vozes, 2005.

ORLANDI, E. P. **Discurso e texto:** formação e circulação de sentido. Campinas, SP: Pontes, 2012.

SALES, E. R. de. **A visualização no ensino de Matemática**: Uma experiência com alunos surdos. 2013. 237 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, UNESP, Rio Claro, 2013.

CAPÍTULO 22

INVESTIGANDO CONCEPÇÕES E EXPLORANDO POTENCIALIDADES NUMA OFICINA REALIZADA COM A CALCULADORA CIENTÍFICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

José Edivam Braz Santana
Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco
Afogados da Ingazeira, Pernambuco

Kátia Maria de Medeiros
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
Campina Grande, Paraíba

RESUMO: Esta pesquisa teve por objetivo explorar as concepções sobre o uso da Calculadora Científica e possiblidades deste uso no processo de resolução de problemas matemáticos. Foi realizada com alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Ensino da cidade de Afogados da Ingazeira-PE, Brasil, no período de setembro/2014 a maio/2015. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, o estudo de caso foi a metodologia de estudo adotada. Neste artigo focaremos numa Oficina, para Apresentação da Calculadora Científica. Os resultados apontam para a não utilização da calculadora na sala de aula, pela professora de Matemática da turma pesquisada. Os alunos consideram que usar a calculadora faz com que desaprendam a fazer cálculos manuscritos, tornem-se dependentes da máquina. A Oficina teve como objetivo a apresentação da calculadora científica como ferramenta de trabalho nas aulas de Matemática do Ensino Médio, proporcionando aos alunos o manuseio da mesma e a descoberta de utilidades e funções, mostrando algumas potencialidades de uso, algumas das funções disponíveis e, possivelmente, mais utilizadas neste nível de ensino. Com esta apresentação percebemos que a calculadora foi uma "novidade" para os alunos, que ficaram curiosos por compreender sobre seu funcionamento.

PALAVRAS-CHAVE: Calculadora Científica. Resolução de Problemas. Ensino Médio. Oficina.

ABSTRACT: The aim of this research was to explore the conceptions about the utilization of Scientific Calculator and the possibilities of this utilization in the process of mathematical problems solving. It was carried out with students of a High School 3rd Grade class from a school of the State Education Network from the city Afogados da Ingazeira-PE, Brazil, in the period from September/2014 to May/2015. This is a qualitative research and the study methodology adopted was case study. In this chapter, we will focus on a Workshop, for the Presentation of the Scientific Calculator. The results point to the non-use of the calculator in the classroom by the Mathematics teacher of the analyzed class. The students consider that using the calculator makes them unlearn how to make handwritten calculations and become dependent on the machine. The workshop aim was to present the

scientific calculator as a working tool in the High School Mathematics classes, offering the students the handling of the calculator and the discovery of utilities and functions, showing some potentialities of utilization, some of the available functions and possibly the most used at this level of education. From this presentation, we noticed that the calculator was a “novelty” for the students, who were curious to understand about its functioning.
KEY-WORDS: Scientific Calculator. Problem Solving. High School. Workshop.

INTRODUÇÃO

Presenciamos, nos últimos anos, um avanço tecnológico muito grande nas mais diversas áreas. O computador, o celular, a calculadora, a TV, o DVD passaram a fazer parte do cotidiano de muitas pessoas e, é claro, estão presentes em, praticamente, todas as escolas do país. No entanto, este fato não significa que o desempenho escolar dos alunos tenha sofrido melhorias, principalmente na área das Ciências Exatas. A Matemática é uma das disciplinas que mais reprova e uma das mais rejeitadas pelos alunos, o que tem causado evasão e repetência nas escolas.

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2006), o processo de ensino e aprendizagem, historicamente construído, e mais presente nas salas de aula de Matemática, concebe o ensino como “transmissão de conhecimento”, e a aprendizagem como “mera recepção de conteúdos”, sendo esta uma visão tradicionalista, na qual “a aprendizagem é vista como um acúmulo de conhecimentos, e o ensino baseia-se essencialmente na “verbalização” do conhecimento, por parte do professor” (BRASIL, 2006, p. 80).

Esta é uma concepção de ensino e aprendizagem muito comum no campo educacional, por apresentar a vantagem de se atingir um grande número de alunos ao mesmo tempo, visto que toda atividade educativa fica sob a responsabilidade do professor, por outro lado, “demanda alunos bastante motivados e atentos à palavra do professor, o que não parece ser o caso para grande parte de nossos alunos, que estão imersos em uma sociedade que oferece uma gama de outras motivações” (*idem*).

Portanto, a escola precisa se atualizar e repensar estas concepções ainda arraigadas à forma tradicional de ensinar e aprender. Para D’Ambrósio (1986, p. 42), “A escola deve se antecipar ao que será o mundo de amanhã. É impossível conceber uma escola cuja finalidade maior seja dar continuidade ao passado. Nossa obrigação primordial é preparar gerações para o futuro”. Desta forma, faz-se necessário atentarmos para o uso da tecnologia na sala de aula, porque fora dela, já está tomando o espaço de brinquedos pelas crianças e se firmando como artigo indispensável para os jovens e adultos.

Buscamos responder à seguinte Questão Norteadora: *Como o uso da calculadora científica pode auxiliar os alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio em relação* *à resolução de problemas matemáticos em sala de aula?* e, tivemos como Objetivo Geral explorar as concepções sobre o uso da Calculadora Científica e possiblidades deste uso no processo de resolução de problemas matemáticos.

A CALCULADORA NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Diversos estudos (ALBERGARIA & PONTE, 2008; FEDALTO, 2006; GUINTHER, 2009; MEDEIROS, 2003; MERCÊ, 2008; MOCROSKY, 1997; OLIVEIRA, 1999; RUTHVEN, 2009; SELVA & BORBA, 2010) têm tratado sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática e apontado para uma preocupação em comum (ainda que implícita): "*quando e como a calculadora poderá ser considerada um instrumento de construção do conhecimento*?".

Desta forma, o ensino da Matemática deve possibilitar ao aluno fazer o melhor uso da calculadora, incentivando-o a investigar propriedades, verificar possibilidades de manipulação, tomar decisões em contextos variados, tendo como efeito importante e decisivo o desenvolvimento de uma atitude de pesquisa e investigação.

O uso planejado e criativo da calculadora nas escolas pode potencializar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, favorecendo a busca e a percepção de regularidades e o desenvolvimento de estratégias para resolução de problemas.

Conforme Oliveira (1999) afirma:

> O uso da calculadora em sala de aula de Matemática é um dos meios que o professor de Matemática pode se utilizar para criar situações que levem a ele e seus alunos a refletir sobre a construção do conhecimento matemático e a socialização do saber, transformando a sala de aula em um ambiente propício à discussão, troca de experiências e de elaboração de estratégias para se construir uma nova sociedade brasileira. (p. 124-125)

Portanto, cabe ao professor criar situações que instiguem os alunos a investigar, conjecturar, fazer estimativas, buscar alternativas para melhorar a situação do ensino da Matemática, que não pode ser vista apenas como uma disciplina descontextualizada, que venera a memorização de fórmulas, que não aguça o raciocínio dos alunos. O uso da calculadora em sala de aula permite criar situações em que os alunos desenvolvam estratégias de resolução de problemas, percepção dos conceitos matemáticos aplicados nas situações vivenciadas, desenvolvendo também a pesquisa, a discussão de resultados, ou seja, o uso da calculadora oferece inúmeras contribuições importantes para o ensino da Matemática.

Vale salientar que não é a simples utilização de algum recurso tecnológico que tornará mais fácil algum conteúdo matemático ou tornará a aula mais atraente, ou ainda que fará com que os alunos aprendam mais. No entanto, o uso das tecnologias pode favorecer o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias ao convívio dos alunos, tanto na escola quanto na sociedade. No caso específico da calculadora, diversos estudos (ALBERGARIA & PONTE, 2008; GUINTHER, 2009; MEDEIROS, 2003; SELVA & BORBA, 2010) têm apontado para a importância da sua utilização nas aulas de Matemática para o aprendizado de diversos conteúdos matemáticos.

De maneira particular, nessa pesquisa, defendemos o uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio, para a resolução de problemas, por entender que esta pode propiciar, dentre outros, tempo para analisar a razoabilidade das respostas encontradas.

UM OLHAR SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Citada por pesquisadores (OLIVEIRA, 1999; ALBERGARIA & PONTE, 2008; GUINTHER, 2009; FEDALTO, 2006; RUTHVEN, 2009) como metodologia que pode ser potencializada com o uso da calculadora, a resolução de problemas pode ser entendida, segundo Boavida et al (2008) como um,

> processo de aplicar o conhecimento previamente adquirido a situações novas e que pode envolver exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjecturas. Trata-se de uma atividade muito absorvente, pois quem resolve um problema é desafiado a pensar para além do ponto de partida, a pensar de modo diferente, a ampliar o seu pensamento e, por estas vias, a racionar matematicamente. (p. 14)

Assim, o próprio processo de utilização da calculadora poderá constituir-se numa tarefa de resolução de problemas quando considerarmos o manuseio do instrumento, a descoberta de funções, particularmente ao tratarmos da calculadora científica, objeto da nossa pesquisa.

Desta forma, a resolução de problemas deve ser tomada na sala de aula de Matemática como um “processo de importância crucial” (BOAVIDA et al, 2008), como “o coração da Matemática” (HALMOS, 1980 *citado* por SCHOENFELD, 2013), “o motor” para a aprendizagem da Matemática (MEDEIROS, 2001).

Concordando com estas ideias, Bravo e Sanchez (2012, p. 40) asseguram que,

> A resolução de problemas matemáticos é uma fonte inesgotável de conhecimento matemático que, [...] deveria ser trabalhada em sala de aula fazendo os alunos protagonistas de seus acertos e erros. As situações problemas abertas fomentam no aluno o desenvolvimento de sua criatividade fazendo-o mais competente na sociedade atual.

Portanto, a resolução de problemas é de fundamental importância no ensino e aprendizagem da Matemática por proporcionar ao aluno possibilidades de compreender a Matemática e, sobretudo, saber “aplicá-la” em situações do cotidiano. No entanto, para que possam motivar o aluno e despertar sua criatividade, curiosidade e capacidades de argumentação, as atividades propostas pelo professor não devem se caracterizar apenas como aplicação direta de algum algoritmo ou fórmula, mas devem favorecer ao aluno a elaboração de estratégias de resolução.

A PESQUISA DESENVOLVIDA

Esta pesquisa apresenta um trabalho de investigação acerca do uso da calculadora científica nas aulas de Matemática, através da resolução de problemas. Foi desenvolvida com alunos do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual do município de Afogados da Ingazeira – PE, Brasil, no período de Setembro/2014 a Maio/2015, buscando responder à seguinte questão norteadora: *Como o uso da calculadora científica pode auxiliar os alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio em relação à resolução de problemas matemáticos em sala de aula?*

Segundo Bogdan e Biklen (1994) na perspectiva da abordagem qualitativa,

> Os dados recolhidos são [...] ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em seu contexto natural. (p. 16)

Desta forma, foram considerados não os fins, mas os meios, os processos decorrentes da pesquisa, proporcionando um elo entre o pesquisador e os participantes, visto que estes não são abordados por aquele de forma neutra (BOGDAN & BIKLEN, 1994). Entretanto, neste tipo de pesquisa o pesquisador normalmente, de acordo com Stake (2011), "tenta assegurar ao leitor de que o objetivo não é alcançar uma generalização, mas fornecer exemplos situacionais à experiência do leitor." (p. 33-34).

O estudo de caso é a metodologia de estudo adotada, pois, tratando-se de um processo de investigação de abordagem qualitativa, este permite, segundo André (2008), "retratar situações da vida real, sem prejuízo de sua complexidade e de sua dinâmica natural" (p. 34). O estudo de caso proporciona ao pesquisador/investigador a possibilidade de análise aprofundada da realidade estudada, propiciando uma descrição "densa" do fenômeno em estudo o que favorece a compreensão do leitor sobre o mesmo.

Durante a pesquisa foi realizada uma "*Oficina*" de 4 horas/aula de 50 minutos cada, para apresentação da calculadora científica, mostrando algumas de suas potencialidades de uso nas aulas de Matemática do Ensino Médio e algumas das funções disponíveis e, possivelmente, mais utilizadas neste nível de ensino. Em seguida, foram realizadas entrevistas semiestruturadas, sendo uma com a professora da turma, objetivando identificar as suas *concepções* sobre o uso da calculadora científica nas aulas de Matemática do Ensino Médio, bem como sobre a utilização da Metodologia de Resolução de Problemas e outra, com os mesmos objetivos, com quatro alunos que constituíram os estudos de caso. Para efeito de análise dos resultados, cada aluno será identificado por A_1, A_2, A_3 e A_4.

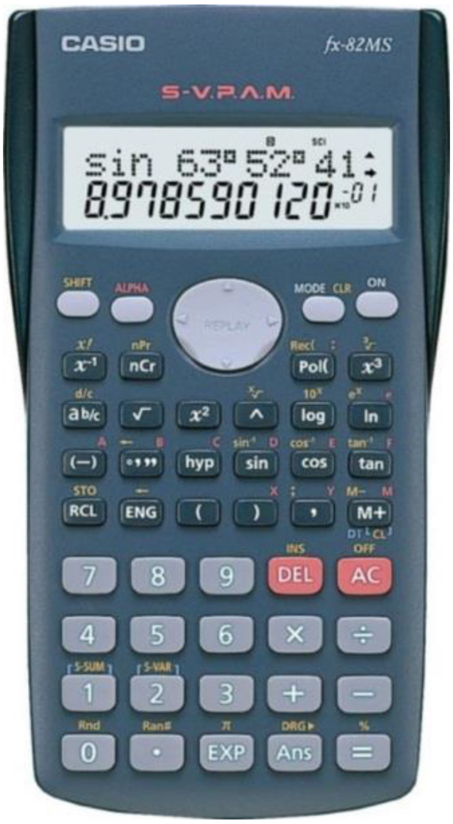


Figura 01: Imagem da Internet (www.google.com.br)

(Modelo de Calculadora Científica, idêntico ao utilizado na pesquisa, que pertence ao Laboratório de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba-UEPB)

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A oficina foi desenvolvida com o objetivo de apresentar a Calculadora Cientifica como ferramenta de trabalho nas aulas de Matemática do Ensino Médio, proporcionando aos alunos o manuseio da mesma e a descoberta de utilidades e funções. Pude perceber, quando da sua realização, que a oficina proporcionou uma melhor familiarização dos alunos com a Calculadora Científica, a qual foi uma “novidade” para todos.

No transcorrer da oficina, apesar do sentimento de novidade, alguns alunos conseguiram perceber que a calculadora científica utilizada na oficina era a “mesma” que eles já conheciam dos seus celulares, entretanto, no início dos trabalhos não conseguiram fazer essa associação. Os alunos foram muito receptivos, demonstraram curiosidade, ansiedade e contentamento perante aquela ferramenta “tão encantadora”. Os mesmos se mantiveram atentos durante as explanações e realização dos problemas, até mesmo aqueles alunos que costumavam “dar trabalho” nas aulas (segundo a professora da turma) mantiveram-se atentos e engajados nas tarefas propostas, alguns destes concluindo as tarefas antes mesmo que os outros alunos (“os mais comportados!”). Os problemas propostos se mostraram desafiantes para os alunos porque, mesmo com dificuldades de interpretação e na resolução, eles persistiram ao máximo que puderam para resolverem o maior número possível.

Já no início da pesquisa os alunos manifestaram concepções sobre o uso da calculadora que parecem influenciadas pelas concepções manifestadas pela professora da turma a qual defende não ser “contra nem a favor” do uso da calculadora nas aulas de Matemática defendendo que,

> em alguns momentos ela auxilia, só que nós temos níveis diferentes de alunos, então tem aquele aluno que ele realmente consegue fazer o cálculo e ele vai utilizar a calculadora para verificar o cálculo, só que, ao mesmo tempo, a gente tem aqueles alunos que não têm essa habilidade, agora uma habilidade básica de uma tabuada, então ele se segura na calculadora. Então, como também é um problema porque nos vestibulares é proibido utilizar, a gente precisa trabalhar com eles esse sentido de uma calculadora no sentido de verificar e não de resolver. Alguns utilizam praticamente pra tudo, por contas simples de uma potência, de uma raiz, pequenas, simples, eles não conseguem... é um vício! [...](Extrato da entrevista com a Professora, 22/10/2014)

Ao referirem sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática, os alunos defendem que esta “embota” seu raciocínio, os deixam acomodados e “não pode ser utilizada em vestibulares e ENEM”. Como a professora da turma não costumava liberar o uso da calculadora em suas aulas, sob estes mesmos argumentos, parece-nos que as concepções manifestadas pelos alunos são reflexos daquelas manifestadas pela professora, embora esta não tenha deixado claro em sua entrevista, seu ponto de vista sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática. Para o aluno A_1, utilizar a calculadora

> traz uma certa vantagem porque é mais rápido ... de fazer os cálculos só que, por outro lado, ela traz uma desvantagem que o aluno [...], no decorrer do tempo pode perder [...] a noção de fazer o mais simples cálculo [...] que a falta de treinamento para executar aqueles cálculos aí ele usando a calculadora ele vai se acostumando ali e quando ele se deparar, por exemplo, com um vestibular, com um ENEM que vê lá... “tá” sem a calculadora fica meio que perdido, e agora? Como se ele nunca tivesse feito aquele cálculo. (Extrato da entrevista de A_1, 22/10/2014)

Infere-se da fala deste aluno, que, o fato de a calculadora não poder ser utilizada em vestibulares e ENEM seja uma justificativa para sua não utilização na sala de aula. Entretanto, conforme defendido por Selva e Borba (2010) não é a escola que tem que ser “moldada” para os vestibulares, estes é que devem ser repensados à luz da realidade atual, na qual se exige do aluno, não habilidades de cálculos, mas habilidades de compreensão, de aplicação, de discussão. Além do mais, o ENEM exige dos alunos outras habilidades (e talvez até com mais intensidade), além das habilidades de cálculo. A_1 refere ainda,

> [...] raramente eu uso a calculadora. Como eu esse ano pretendo fazer ENEM eu procuro mais fazer cálculos com a folha de papel e lápis simples, sabe? Porque justamente assim é uma forma de treinamento já para o ENEM porque eu sei que não se pode usar a calculadora aí eu já fico meio que treinando para o ENEM. (Extrato da entrevista de A_1, 22/10/2014)

As concepções manifestadas por este aluno concordam, em muitos aspectos, com aquelas manifestadas por vários professores, uma concepção de que a Matemática deve ser trabalhada em sala de aula com muito cálculo, uso de fórmulas e algoritmos.

Não que estes devam ser excluídos das aulas de Matemática, no entanto o professor deve favorecer um ensino “com compreensão” e não a simples apreensão de regras, fórmulas e algoritmos.

A_2 defende que utilizar a calculadora “[...] é você deixando ela fazer o trabalho por você mas, você justamente deveria fazer aquele trabalho para treinar sua mente, exercitar e você ser um melhor aluno em Matemática”. Entretanto, cabe frisar que a calculadora por si só não resolverá problema algum, o aluno é quem determina a operação a ser realizada e como a mesma deve ser digitada no teclado, sendo este também responsável por interpretar o resultado obtido (SELVA & BORBA, 2010).

A opinião deste aluno reflete a forma como a Matemática é vivenciada na maioria das salas de aula, sem conexão com a realidade. Para a maioria dos alunos, a Matemática escolar é diferente daquela vivenciada em seu cotidiano, daí tanta importância dada aos algoritmos e fórmulas, utilizados muitas vezes sem a compreensão dos seus significados.

Para A_2, as calculadoras,

> são úteis sim porque elas aceleram [...] a aula, ela deixa a aula [...] mais rápida para não perder tempo com aqueles cálculos, enfim, mas é aquela história que eu disse que a calculadora meio que atrapalha mas também ajuda ao aluno. (Extrato da entrevista de A_2, 22/10/2014)

E complementa,

> ... é obvio que com o uso da calculadora fica bem mais rápido você pode ter quase a certeza, posso dizer a certeza da precisão do acerto do cálculo, mas uma das desvantagens é justamente aquela que você vai perdendo, tipo desaprendendo de fazer o cálculo, vai perdendo o costume, a intimidade que tem com o cálculo como se diz assim, alunos, vários alunos, por exemplo, tem [é] a falta de intimidade, desconhecimento da redação, eu vejo que com o passar do tempo você utilizando muito a calculadora e deixando de lado o velho lápis e o papel para resolver os seus problemas, eu vejo que você vai desconhecendo, vai ficando meio “desinti...”, [é]... “desintimidado” não [é]... você vai ficando assim, meio por fora dos cálculos e isso pode lhe prejudicar no vestibular e no ENEM como, justamente, eu já disse. (Extrato da entrevista de A_2, 22/10/2014)

Assim, mesmo conseguindo apontar alguma vantagem quanto ao uso da calculadora nas aulas de Matemática, a preocupação do aluno ainda é com os vestibulares e ENEM, revelando aí algum despreparo por parte dos seus professores que não conseguiram fazer com que o aluno percebesse que, atualmente, os vestibulares e ENEM trazem questões que avaliam outras competências e habilidades dos candidatos e não exclusivamente destrezas de cálculo. A_3, também tem um ponto de vista parecido com o dele, defendendo que “a calculadora é muito eficaz, porque é muito rápida [...], só que a gente tem que usar o raciocínio, porque, um exemplo, o vestibular, a gente não vai ter calculadora, o ENEM a gente não vai ter calculadora, então...”

Desta forma, as concepções manifestadas A_2, no tocante ao uso da calculadora na sala de aula, corroboram com aquelas manifestadas pelo seu colega, A_1, sendo, em parte, reflexos daquelas manifestadas pelos seus professores, a atual, e os de anos anteriores. Pois, conforme discutido anteriormente, as concepções dos professores, espontâneas ou teoricamente elaboradas, se repercutem no modo como eles ensinam e nos modos como os alunos aprendem (ABREU, 1997 *apud* Teixeira, 2004).

A_3 apresenta as vantagens e desvantagens da utilização da calculadora nas aulas de Matemática, assegurando que,

> As vantagens "é" que rapidamente a gente resolve os problemas [...], que ela já vai logo dar o resultado e também, as desvantagens, é que se a gente ficar só na calculadora, só na calculadora, o raciocínio vai embora e sempre a gente não vai ter ela, igual eu falei anteriormente, a gente tem que mais usar o raciocínio, o conhecimento. É isso! (Extrato da entrevista com A_3, 22/10/2014)

Entretanto, a fala de A_3 incita uma preocupação: será que a calculadora "já vai logo dar o resultado"? ou o aluno precisa analisar o resultado fornecido pela calculadora? E, sobretudo, antes de manusear a calculadora na busca de solução para um problema, o aluno que a utiliza não precisa saber como resolver este problema? Afinal o aluno quem é "o ser pensante" (SELVA & BORBA, 2010) que dará os comandos a serem executados pela calculadora. Sem estes comandos a calculadora é só mais um objeto, que não terá utilidade alguma, principalmente no contexto da sala de aula.

Depreende-se das falas acima que há uma preocupação dos alunos em relação ao fato de a calculadora não ser utilizada em vestibulares e ENEM. Entretanto, estes alunos não atentam para o fato de as questões do ENEM (que já ocupa o lugar de muitos vestibulares) não abordam explicitamente habilidades de cálculo, mas habilidades de interpretação, de raciocínio, de representação.

A preocupação manifestada pelos sujeitos pesquisados quanto ao ENEM e vestibulares ilustra também uma frágil formação docente, ainda espelhada num ensino da Matemática de forma tradicional, no qual o professor era quem "detinha" o saber e o aluno (por repetição e cópia) era o que aprendia, uma visão fixista do conhecimento e uma noção de passividade do sujeito (TEIXEIRA, 2004).

Para os alunos (A_1, A_2, A_3 e A_4), resolver problema é resolver exercício. Estes alunos não conseguem diferir uma situação desafiadora, inovadora e que aguce seus instintos investigativos (características de um problema) de uma tarefa de fixação, exercícios. Entretanto, conforme já mencionado, este fato reflete um aspecto falho da formação docente. As concepções manifestadas pelos alunos são reflexos daquelas manifestadas pelos seus professores. Assim, A_4 refere ao ser indagado sobre a resolução de problemas:

> Nossa professora ela passa muitos exercícios referentes a diversas áreas da Matemática, como potenciação entre essas outras, sabe? Ela é bem complexa assim, quando passa o estudo da Matemática para a gente, ela não fica na mesmice de sempre, ela passa várias coisas de Matemática para a gente se preparar mais e melhor para um vestibular, um ENEM que a gente quer fazer futuramente. (Extrato da entrevista de A_4, 22/10/2014)

Percebe-se no trecho acima que o aluno não tem uma compreensão sobre o que seria problema e o que seria exercício. A sua fala revela ainda que esta incompreensão é fruto da sua vivência em sala de aula, o que sugere que a professora da turma também não tenha esta compreensão. Ao ser questionada se costuma trabalhar, em suas aulas, a Matemática através da resolução de problemas, esta refere:

> Sempre! Eu busco questões de interpretação de textos, questões de ENEM, de vestibular, como eu já trabalho no nível mais médio [ênfase] então eu sempre "tô" buscando é... Vestibulares, ENEM, situações-problema e até alguns desafios [é...], como também problemas ditos como o SUDOKU, coisas que... Uma cruzadinha numérica para que eles tentem interpretar o problema, às vezes muito simples, mas que requer uma leitura, como por exemplo [é]... Não sei como vocês vão chamar, a gente tem sequenciadas: "João tem o dobro da idade de Maria, Maria tem o triplo..." (Extrato da entrevista com a professora, 22/10/2014)

A fala da professora sugere que esta não tem uma compreensão sobre esta metodologia de ensino da matemática (a resolução de problemas). Desta forma, pudemos perceber que há a necessidade de melhor se trabalhar a resolução de problemas nos cursos de formação docente (inicial ou continuada) para que este fato seja refletido positivamente na sala de aula, contribuindo com a formação de alunos mais críticos, reflexivos e comunicativos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados sugerem que a professora da turma seja indiferente ao uso da calculadora (até mesmo a básica) na sala de aula. Os resultados apontam ainda para concepções de ensinar e aprender arraigadas a posturas tradicionais, não favorecendo a autonomia dos alunos nem o uso de tecnologias essenciais ao seu convívio em sociedade. A exemplo do que encontramos em Selva e Borba (2010) e em Fedalto (2006), mesmo apontando inúmeras vantagens de uso da calculadora na sala de aula, a professora praticamente não a utiliza com seus alunos.

Quanto à resolução de problemas, a professora da turma pesquisada não demonstrou clareza quanto a este tema, confundindo-a com a realização de exercícios (em sua maioria fechados) em sala de aula (MEDEIROS, 2001; 2003). A professora também apresenta, em seu discurso, concepções sobre o uso de calculadora que já não condizem com o momento atual, no qual a tecnologia se faz presente em todos os contextos da sociedade.

Em relação aos alunos, os resultados mostram que a maioria destes considera que usar a calculadora faz com que desaprendam a fazer cálculos manuscritos, tornam-se dependentes da máquina. Entretanto, esta pesquisa corrobora outras (RUTHVEN, 2009; SELVA & BORBA, 2010), mostrando que, na verdade, os alunos que não utilizam a calculadora também não sabem fazer cálculo melhor e com mais consciência do que aqueles que a utilizam.

Pensamos ser importante desenvolver este trabalho, porque percebemos a presença deste instrumento cada vez mais frequente no nosso dia a dia e, consequentemente, no dia a dia de nossos alunos. É fato também que, corriqueiramente, nos deparamos com situações que exigem o desenvolvimento de capacidades e habilidades concernentes ao uso dos instrumentos tecnológicos, como a calculadora, por exemplo, para resolvermos problemas do cotidiano.

Assim, espera-se que este trabalho contribua para a discussão em torno do assunto e possa, dessa forma, também contribuir para uma melhoria da qualidade do ensino e aprendizagem da Matemática em nosso país, desmitificando algumas concepções ainda arraigadas às formas tradicionais de ensinar e aprender, nas quais o uso da calculadora não é permitido nas aulas de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALBERGARIA, I.S.; PONTE, J.P. **Cálculo mental e Calculadora. Tecnologias e educação matemática.** Lisboa: SEM-SPCE. 2008. pp. 92-103.

ANDRÉ, M.E.D.A. **Estudo de caso em pesquisa e avaliação educacional.** Brasília: Liberlivros, 2005. 68 p. - (Série Pesquisa; vol. 13)

BOAVIDA, A.; PAIVA, A. L.; CEBOLA, G.; PIMENTEL T. **Resolução de Problemas em Matemática. A experiência matemática no ensino básico.** Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico. Lisboa. 2008. 133 p.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos.** Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto Editora. 1994. 337 p. Tradução de: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.** Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação. 2006. 135 p. Volume 2.

BRAVO, J.A.F.; SÁNCHES, J.J.B. **Incidencia de la invención y reconstrucción de problemas en la competencia matemática. Revista Iberoamericana de Educación Matemática.** 2012. Nº 32, pp. 29-43.

D' AMBRÓSIO, U. **Da realidade à aç**ão: reflexões sobre educação e **matemática.** São Paulo: Summus: UNICAMP. 1986.

FEDALTO, D.L. **O Imprevisto Futuro das Calculadoras nas Aulas de Matemática no Ensino Médio.** Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2006. 161 p. (Dissertação de Mestrado).

GUINTHER, A. **Análise do Desempenho de Estudantes do Ensino Fundamental em Jogos Matemáticos: reflexões sobre o uso da Calculadora nas aulas de Matemática.** Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP. São Paulo. 2009. 182 p. (Dissertação de Mestrado).

MEDEIROS, K.M. **O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula.** Educação Matemática em Revista, SBEM, nº 9/10, 20. 2001.

MEDEIROS, K.M. **A influência da Calculadora na resolução de problemas matemáticos abertos.** Educação Matemática em Revista. SBEM – Ano 10 – nº 14. 2003. pp. 19-28.

MERCÊ, C.C.F. **Concepções e práticas lectivas dos professores de matemática do 2.º ciclo em relação à Calculadora: Contributos da formação para a reflexão.** Universidade de Lisboa. Faculdade de Ciências. Departamento de Educação. 2008. 130 p. (Dissertação de Mestrado).

MOCROSKY, L.F. **Uso de Calculadoras em aulas de Matemática: o que os professores pensam.** Rio Claro: UNESP. 1997. 119 p. (Dissertação de Mestrado).

OLIVEIRA, J.C.G. **A visão dos professores de matemática do estado do Paraná em relação ao uso de Calculadoras nas aulas de matemática.** Campinas – SP. 1999. 160 p. (Tese de doutorado).

PONTE, J.P; CHAPMAN, O. **Mathematics Teachers' Knowledge And Practices.** In: A. Gutierrez & P. Boero (Eds.). Handbook of reaserch on the psychology of mathematics education: Past, present and future. 2006. pp. 461-494.

RUTHVEN, K. **Towards a calculator-aware number curriculum.** Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education. 2009. Vol. 8, 1, X-X.

SCHOENFELD, A.H. **Reflections on Problem Solving Theory and Practice.** The Mathematics Enthusiast **(**TME). Vol. 10, nos1&2, 2013. pp. 9-34.

SELVA, A.C.V.; BORBA, R.E.S.R. **O uso da Calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica. 1 ed. 2010. 128 p. (Coleção Tendências em educação matemática).

STAKE, R.E. **Pesquisa qualitativa: como as coisas funcionam.** In: Coleção Métodos de Pesquisa. Pesquisa Qualitativa: estudando como as coisas funcionam. Editora: Penso. 2011.

TEIXEIRA, J.T. **Mudanças de Concepções dos Professores.** Instituto Piaget, 2004. Horizontes Pedagógicos. Lisboa.

CAPÍTULO 23

O QUE REVELAM AS PESQUISAS REALIZADAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA

Francisco de Moura e Silva Junior
Universidade Paulista
São Paulo - SP

RESUMO: O objetivo nesse artigo é apresentar parte de uma pesquisa cuja questão norteadora foi "O que revelam as pesquisas em relação à formação de professores de Matemática na modalidade EaD?" Esse trabalho teve como fundamentação teórico-metodológica a metanálise qualitativa, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006). Primeiramente foram selecionadas dez pesquisas, entre dissertações e teses, e, em seguida, analisaram-se os objetivos, palavras-chave, escolhas teóricas, procedimentos metodológicos e resultados desses trabalhos. Para esse artigo o olhar foi direcionado para os objetivos e os resultados dessas pesquisas. Pelas análises realizadas constatou-se que a preocupação maior é entender como está ocorrendo a formação de professores de Matemática na Educação a Distância, do ponto de vista dos licenciandos em Matemática, professores, tutores e coordenadores de polo. Os resultados das pesquisas selecionadas giraram principalmente em torno de três itens: avaliação, estágio e a forma como alunos da licenciatura em Matemática na modalidade EaD participam das atividades propostas.

PALAVRAS-CHAVE: Educação à distância; Formação de professores; Metanálise.

ABSTRACT: The objective of this article is to present part of a research whose guiding question was "What do the researches reveal regarding the formation of Mathematics teachers in the EAD mode?" According to Fiorentini and Lorenzato (2006), qualitative meta-analysis was the theoretical-methodological basis. First, ten researches were selected, among dissertations and theses, and then the objectives, keywords, theoretical choices, methodological procedures and results of these works were analyzed. For this article the focus was on the objectives and results of these surveys. From the analysis carried out, it was observed that the main concern is to understand how the formation of Mathematics teachers in Distance Education is taking place, from the point of view of the Mathematics graduates, teachers, tutors and polo coordinators. The results of the selected researches revolved mainly around three items: evaluation, internship and the way students of the degree in Mathematics in the EaD modality participate in the proposed activities.

KEYWORDS: Distance education**;** Initial teacher training**;** Meta-analysis.

1 I INTRODUÇÃO

A Educação a Distância, que para Moran (2002), "é o processo de ensino-aprendizagem, mediado por tecnologias, onde professores e alunos estão separados espacial e/ou temporalmente", está se expandindo em grandes proporções, segundo levantamento feito pelo Anuário Brasileiro Estatístico de Educação Aberta e a Distância (AbraEAD) em sua edição de 2008, um em cada 73 brasileiros estuda a distância, e mais de 2,5 milhões de brasileiros estudaram em cursos com metodologias à distância no ano de 2007.

Esse rápido crescimento nos faz refletir, sobre a qualidade dos cursos ofertados, além de como estão sendo formados os professores para atuarem nessa modalidade de ensino, bem como, as características dos alunos que estão ingressando nessa modalidade. A esse respeito é mencionado que

> A EaD não é uma simples veiculação de informações instrucionais, mas um processo pedagógico humano, uma construção de conhecimento, porque é muito mais do que recepção de informação e aquisição de conhecimento. É construção efetiva, tendo o professor como facilitador de aprendizagem. Percebemos que a EaD é centrada no aluno, que tem sob sua responsabilidade a estruturação de uma atitude proativa, o que exige não só maturidade, como organização, autonomia e autodisciplina para o processo de construção do conhecimento. (CASTRO ET AL, 2014, p. 12).

Observamos no trecho citado que na modalidade EaD, o aluno é o protagonista em sua aprendizagem, porém, o professor tem um papel fundamental, a mediação pedagógica. A mediação pedagógica demanda do professor, segundo Gervai (2014), abertura para aprender, flexibilidade e uma postura reflexiva para rever constantemente a sua prática, bem como, criticidade e autonomia para relativizar suas intenções.

Além disso, foram citadas outras características observadas no aluno de EaD, sendo elas:

> -Dificuldade de acesso a uma faculdade em função da distância ou da ausência de meios de transporte;
>
> -Exercícios profissionais que impossibilitam a frequência em uma faculdade presencial;
>
> -Alguns necessitam de um curso superior para conseguir promoções profissionais. (CASTRO ET AL, 2014, p. 24)

Outro fato importante a ser destacado ao se estudar o desenvolvimento e a importância da EaD no cenário educacional é os resultados alcançados com o aperfeiçoamento dessa modalidade de ensino. Dentre esses resultados podemos citar:

> Inclusão social, expansão no número de alunos no Ensino Superior, aceitação de egressos da EaD, criação de consórcio de instituições on-line, aperfeiçoamento das plataformas de educação a distância, EaD como resposta a exigências do mercado e da sociedade, utilização das ferramentas da EaD para incremento e modernização da educação tradicional, interiorização e aumento da área de abrangências das Instituições de Ensino Superior (IES) e ruptura tempo/espaço

(CASTRO ET AL, 2014,p. 25)

Os assuntos discutidos nas disciplinas cursadas no curso de especialização em Formação em EaD, bem como as observações referentes aos chats e fóruns que participamos como professor orientador e as correções dos trabalhos da disciplina que ministramos, nos fizeram refletir sobre o progresso da modalidade EaD, proporcionado principalmente nos últimos anos pelo advento da internet, além disso, nos remeteram ao papel do professor e do aluno no processo de ensino e aprendizagem na EaD, bem como, os resultados do aperfeiçoamento da modalidade à distância.

Pelas reflexões das ideias mencionadas, surgiram questões, como por exemplo, o que as pesquisas realizadas dizem sobre a participação dos alunos da modalidade EaD? O que dizem sobre os materiais didáticos disponibilizados? O que dizem sobre a atuação dos professores? E os cursos de formação continuada?

Dessa forma surgiu nossa questão de pesquisa que seria: O que revelam as pesquisas em relação a formação de professores de Matemática na modalidade EaD?

O objetivo geral de nossa pesquisa é investigar o que revelam as pesquisas realizadas sobre a formação dos professores da licenciatura em Matemática na modalidade EaD.

Temos os seguintes objetivos específicos para esse artigo:

-Investigar quais são as preocupações explicitadas nos objetivos das pesquisas sobre formação de professores de Matemática em EaD.

-Investigar quais os resultados declarados nas pesquisas sobre formação de professores de Matemática em EaD.

Dessa forma, partimos para a busca de dissertações e teses tratando sobre os cursos na modalidade EaD, adotando como fundamentação teórico-metodológica a metanálise qualitativa, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006).

Consideramos a temática proposta nesta pesquisa de extrema importância para o Ensino Superior, contribuindo como um parâmetro na tentativa de cada vez mais aprimorar a qualidade dos cursos ofertados.

Neste artigo inicialmente apresentamos a fundamentação teórico-metodológica, seguido da análise das dissertações e teses selecionadas, bem como uma metanálise das pesquisas escolhidas e as considerações finais. Por fim, apresentamos as referências utilizadas no desenvolvimento desta pesquisa.

2 I ESCOLHAS TEÓRICAS

Este trabalho tratou de uma pesquisa bibliográfica, em que adotou-se como fundamentação teórico-metodológica a metanálise qualitativa segundo Fiorentini e Lorenzato (2006). Os autores afirmam que:

> Dentre os vários tipos de estudos bibliográficos ou documentos, podemos destacar [...]: a metanálise qualitativa, os estudos do estado da arte [...].

> A metanálise qualitativa é uma revisão sistemática de outras pesquisas, visando realizar uma avaliação crítica das mesmas e/ou produzir novos resultados ou sínteses a partir do confronto desses estudos transcendendo aqueles anteriormente obtidos. Os estudos de estado-da-arte, em contrapartida, tendem a ser mais históricos e procuram "inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) do conhecimento", buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006,p. 103)

Vale ressaltar que nesta pesquisa, não se pretende avaliar, mas sim sintetizar, buscando pontos comuns e divergentes nas pesquisas selecionadas entre os objetivos e resultados declarados.

3 I ESCOLHAS METODOLÓGICAS

Em um primeiro momento foi realizada a coleta de dissertações e teses utilizando como mecanismo de busca o Banco de Teses do sítio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). A seguir são expostos os procedimentos de análise e os procedimentos de metanálise.

No dia vinte e nove de Abril de 2014 pesquisamos no Banco de Teses do sítio da CAPES a expressão "Educação à distância" encontrando 1050 resultados. Em seguida, especificamos a expressão "Educação a distância – Matemática", obtendo 146 resultados. Dos 146 resultados obtidos, escolhemos as que continham no título os dois termos, educação à distância e Matemática, além disso, que fizessem referência no título à formação de professores, formação continuada e licenciatura. Descartamos, dentre essas, as que continham um conteúdo matemático específico. A partir então de todas estas escolhas, restaram 10 trabalhos, sendo três teses de doutorado e sete dissertações de mestrado.

	Dissertações/Teses
1	HALLWASS, LIA CRISTIANE LIMA. *Relações entre interesses, interação social e aprendizagem na Educação à Distância. Estudo de casos no curso de licenciatura em Matemática a distância da Universidade Federal de Pelotas*. 2010. 170 f. Mestrado Acadêmico em Educação. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pelotas. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA SETORIAL DO CAMPUS DAS CIÊNCIAS SOCIAIS.
2	BASTOS, REGINA DE OLIVEIRA. *Uma análise sobre o processo de estudo de licenciados em Matemática na modalidade à distância, no pólo da UAB de Boa Vista (RR).* 2011. 115f. Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Luterana do Brasil.
3	FELDKERCHER, NADIANE. *O estágio na formação de professores presencial e a distância: a experiência do curso de Matemática da UFPel.* 2011. 138 f. Mestrado Acadêmico em Educação. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pelotas. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA SETORIAL DO CAMPUS DAS CIÊNCIAS SOCIAIS.
4	VIEL, SILVIA REGINA. *Um olhar sobre a formação de professores de Matemática à distância: o caso do CEDERJ/UAB.* 2011. 218 f. Doutorado em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/Rio Claro. Biblioteca Depositária: IGCE/UNESP/RIO CLARO.

5	OLIVEIRA, VALERIA DO CARMO DE. *Avaliação da aprendizagem na EaD ONLINE: um estudo sobre as concepções docentes*. 2011. 143 f. Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pernambuco. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA CENTRAL DA UFPE.
6	LEANDRO, MARCELE CRISTIAN SALVAN GARCIA. *Material didático de Matemática para EaD: especificidades, limitações e necessidades*. 2011. 117f. Mestrado Acadêmico em Educação. Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Ponta Grossa. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA DO CAMPUS DE UVARANAS.
7	BIERHALZ, CRISNA DANIELA KRAUSE. *Curso de licenciatura em Matemática a distância: O entrelaçar dos fios na (re) construção do ser professor.* 2012. 263f. Doutorado em Educação. Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Biblioteca Depositária: CENTRAL DA PUCRS.
8	GOMES, MARIA IZABEL LAGE MARTINS. *Avaliação de um curso de licenciatura em Matemática, modalidade à distância, de uma universidade pública*. 2012. 154f. Mestrado Profissional em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Ouro Preto. Biblioteca Depositária: ICEB/UFOP.
9	OLIVEIRA, AGNALDO DE. *Formação continuada de professores de Matemática a distância: estar junto virtual e habitar ambientes virtuais de aprendizagem*. 2012. 88f. Mestrado Acadêmico em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Depositária: MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA/CCET/UFMS.
10	FARIA, ELISABETH CRISTINA DE. *Do ensino presencial ao ensino a distância: a inovação na prática pedagógica de professores de Matemática*. 2012. 140f. Doutorado em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Biblioteca Depositária: PUCSP.

Quadro 1 – Dissertações e teses escolhidas para análise

Fonte: Dados organizados pelo pesquisador

Passaremos então a analisar as dissertações e teses selecionadas.

3.1 Metanálise qualitativa das dissertações e teses escolhidas

Neste tópico efetuamos a partir de uma metanálise qualitativa, comparações entre os objetivos, palavras-chave, procedimentos metodológicos, fundamentações teóricas e conclusões. Para esse artigo focamos nossa análise aos objetivos e resultados das pesquisas selecionadas.

3.1.1 Comparação de objetivos

Apresentamos no quadro *2* os objetivos das dez pesquisas selecionadas para análise.

HALLWASS (2010) "Analisar a influência dos interesses e das interações sociais sobre o processo de aprendizagem de estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal de Pelotas/RS (CLMD/UFPel)".
BASTOS (2011) "Investigar aspectos do processo de estudo de licenciandos em matemática na modalidade à distância".

FELDKERCHER (2011) “Investigar como se desenvolvem os estágios nos cursos de licenciatura em matemática a distância e presencial da Universidade Federal de Pelotas (UFPel), na perspectiva de professores orientadores, coordenadoras de polo e alunos estagiários, bem como investigar como ocorre a orientação desses estágios e quais as convergências e divergências entre os estágios dos dois cursos”.
VIEL (2011) “Compreender, com base no ponto de vista dos alunos formados, da equipe que promove o curso, e das observações de campo, como está sendo formado o professor de Matemática pelo curso de licenciatura a distância do CEDERJ/UAB, priorizando o foco institucional e o contexto de formação”.
OLIVEIRA (2011) “Analisar as concepções docentes sobre avaliação da aprendizagem na Educação a Distância Online, com o intuito de conhecer os modelos de avaliação da aprendizagem presentes na EAD online, identificar os pressupostos teóricos e metodológicos da avaliação que orientam o fazer docente na EaD online”.
LEANDRO (2011) “Explicitar as necessidades, limitações e especificidades do material didático para cursos de Licenciatura em Matemática a distância”.
BIERHALZ (2012) “Compreender se a formação do professor em um curso a distância favorece a construção de uma nova identidade docente e, em caso afirmativo, quais são os elementos que a constituem”.
GOMES (2012) “Elaborar e implementar a avaliação de um curso de Licenciatura de Matemática, modalidade a distância, de uma instituição pública, no âmbito da Universidade Aberta do Brasil (UAB) , segundo as percepções do corpo discente, do corpo docente, do corpo tutorial e dos coordenadores de Polo de Apoio Presencial. Mais especificamente, pretende determinar o Grau de Desempenho do Curso, segundo os diferentes níveis do modelo de avaliação (classificação por itens, classificação por dimensão e classificação global), identificar os itens que representam potencialidades/fragilidades do curso, segundo a percepção dos avaliadores, identificar os itens críticos que deve m ter ações corretivas/preventivas priorizadas e estudar a evasão do curso”.
OLIVEIRA (2012) “Analisar possibilidades de aprendizagem em uma ação de formação continuada de professores de matemática, na modalidade EaD, em ambientes virtuais de aprendizagem (AVA)”.
FARIA (2012) “Compreender o processo de transição pelo qual passam os professores de uma equipe de ensino de conteúdos de Cálculo ante o trabalho de autoria e tutoria de um curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância”.

Quadro 2: Objetivos das pesquisas selecionadas

Fonte: Dados organizados pelo pesquisador

Analisando os objetivos das pesquisas mencionadas, notamos a preocupação em compreender como está ocorrendo à formação de professores de Matemática na Educação a Distância.

Em três pesquisas procurou-se entender como ocorre a formação de professores em um curso de EaD sob o ponto de vista dos alunos licenciandos em Matemática; duas delas buscaram compreender como ocorre a formação de professores do ponto de vista do conjunto de alunos, professores, tutores e coordenadores de polo; duas das pesquisas analisadas focaram nas perspectivas de professores que ministram aulas em cursos EaD; uma direcionou suas análises para um curso de formação continuada em EaD; uma analisou o material didático de uma disciplina do curso de licenciatura na modalidade EaD e outra investigou alunos formados em um curso EaD.

3.1.2 Comparação dos resultados obtidos

Apresentamos no quadro 3 os resultados das pesquisas analisadas.

HALLWASS (2010) “Embora os achados desta pesquisa não possam ser generalizados para todos os estudantes de EaD, por sua natureza qualitativa, a análise temática dos dados coletados sugere que interesses fortes e a intensidade da interação entre pares influenciaram positivamente a aprendizagem e o desempenho dos estudantes. Os achados sugerem também que as interações presenciais foram fundamentais para a promoção desse bom desempenho”.
BASTOS (2011) “Confrontando o objetivo da nossa pesquisa com os dados coletados, conseguimos apresentar indícios que revelam como pode acontecer o processo de estudo de licenciandos em matemática na modalidade EaD. Assim, assumimos que em nosso contexto o processo de estudos dos licenciandos acontece quando esses estão: realizando as atividades matemáticas que foram inseridas no Ambiente Virtual de Aprendizagem, dedicando-se ao estudo individual e coletivo, interagindo com tutores e colegas e buscando material didático para o estudo. O trabalho levou a refletir, então, sobre os aspectos como esses licenciandos buscam desenvolver seus estudos em cada um desses acontecimentos, frente à modalidade EaD, em um curso a distância cujas concepções pedagógicas são bem definidas; mas onde o processo metodológico utilizado apresenta-se dissonante a essas concepções. Constatamos que os aspectos do processo de estudo desse grupo de licenciandos estão diretamente condicionados ao modelo de curso a distância que está sendo oferecido”.
FELDKERCHER (2011) “Dentre os principais resultados destacam-se: a organização curricular dos estágios nos dois cursos é idêntica; os estagiários do curso a distância são mais assessorados do que os do presencial quanto a orientação e acompanhamento do estágio; existe um maior número de profissionais envolvidos na orientação e avaliação do estágio do curso a distância; os estagiários concebem o estágio como momento de colocar em prática as teorias estudadas; o estágio está contribuindo para que os profissionais em formação aproximem-se do seu futuro campo de atuação e; verificou-se a existência de inúmeras questões que limitam o desenvolvimento do estágios nos dois cursos, como, por exemplo, locomoção até a escola, desacordo entre os calendários da universidade e das escolas campo de estágio, entre outros. Ressalta-se então que existem mais convergências do que divergências no desenvolvimento do estágio curricular supervisionado entre os cursos de matemática presencial e a distância da UFPel”.
VIEL (2011) “Nas considerações finais ressalto que a formação dada pelo curso analisado é uma possibilidade para quem vive fora da capital, no entanto tal formação apresenta pontos frágeis que devem ser revistos para a melhoria da qualidade da formação do futuro professor de Matemática. Apesar de já haver vários cursos a distância formando diversos profissionais nesta modalidade há poucas pesquisas sobre os mesmos. Este trabalho contribui com discussões para a formação de professores de Matemática sobre um curso que adota modelo pioneiro no país para educação a distância”.
OLIVEIRA (2011) “Os resultados evidenciaram que embora os docentes tenham incorporado ao seu repertório as expressões e termos ligados a uma avaliação formativa, as suas concepções sobre avaliação da aprendizagem na EaD ainda são pautadas numa educação conservadora, na qual a avaliação ainda é vista como instrumento de controle e de poder, a despeito de todo avanço teórico no campo da avaliação da aprendizagem, e do debate sobre as potencialidades oferecidas pela modalidade a distância. Ficou evidente que os docentes vivenciam um conflito conceitual quanto às mudanças nas suas concepções de avaliação da aprendizagem, pois ao mesmo tempo em que reconhecem a função formativa da avaliação, sobrevalorizam os elementos quantitativos e atribuem ao sistema a ”culpa” por não poderem realizar uma avaliação qualitativa; o peso da prova presencial, e a configuração hierárquica das atuações docentes na EaD são citados pelos participantes como impasses que interferem significativamente no processo avaliativo”.

LEANDRO (2011) “Como resultados dessa investigação, o livro didático analisado cumpre algumas necessidades inerentes a um material escrito para esta modalidade, mas se mostra com algumas limitações e restrições de recursos, comprometendo a aprendizagem dos alunos. A utilização da plataforma MOODLE mostrou-se como uma necessidade e um instrumento importante para a interação e comunicação entre professores e alunos, permitindo ao aluno um papel mais ativo na sua formação, maior autonomia, promovendo uma construção mais eficiente da sua aprendizagem e aquisição do seu conhecimento”.
BIERHALZ (2012) “A pesquisa confirmou a tese: a identidade no CLMD é uma construção individual e social marcada por múltiplos fatores que interagem entre si, resultando numa série de representações que os sujeitos fazem de si mesmos e de suas funções, estabelecidas consciente e inconscientemente. Perpassa pelas histórias de vida, condições concretas de trabalho, o imaginário recorrente acerca da profissão, a gênese e desenvolvimento histórico da função docente, os discursos que circulam no mundo social e cultural acerca dos docentes e da escola, todos mediados por tecnologias”.
GOMES (2012) “Os resultados indicam que o modelo utilizado foi adequado para a avaliação do curso, apontando potencialidades e fragilidades que deveriam ser objeto de ações corretivas. Considerando que ele se encontrava em andamento, não se constituindo, portanto, um produto acabado, a investigação propôs uma avaliação do tipo formativa, que pudesse contribuir para a melhoria e autorregulação desse curso de Licenciatura de Matemática. Espera-se também que esta pesquisa possa contribuir para a discussão e implementação da avaliação de cursos de Graduação na modalidade a distância, haja vista que grande parte das instituições brasileiras de ensino superior ainda encontra dificuldades nessa tarefa”.
OLIVEIRA (2012) “A análise dos dados evidenciou que a abordagem do “estar junto virtual” e a atitude de “habitante” do formador e de alguns professores em formação favoreceram aprendizagens de conteúdos estudados e as possibilidades de aprendizagem em uma ação de formação continuada a distância estão relacionadas ao modelo pedagógico de EaD adotado”.
FARIA (2012) “Ao relacionar as temáticas analisadas com a questão da pesquisa, verificou-se que os conhecimentos prévios dos professores, ainda que não diretamente ligados ao ensino a distância, podem facilitar a relação com a inovação, ou seja, a aceitação do ensino a distância com suas especificidades. Contribuiu, ainda, positivamente para a aceitação da inovação o trabalho em equipe, pelo fato de a mesma ser formada por membros que já haviam desenvolvido experiências acadêmicas afins. Crenças e expectativas são elementos que, também, surgem na abordagem da inovação, verificando-se que os professores, no tempo próprio de cada um, desenvolvem uma relação particular com a inovação e, ao mesmo tempo, a equipe cria uma relação coletiva com a mesma, facilitando a superação de certos receios diante da novidade. A principal contribuição desta investigação está no entendimento das relações que a equipe de professores estabelece ao longo do trabalho de transposição didática de um curso presencial para um curso a distância. A compreensão de como os professores se relacionam com situações inovadoras na prática docente pode representar uma contribuição significativa para a formação de professores para atuar em modalidade de ensino a distância”.

Quadro 3: Resultados das pesquisas selecionadas

Fonte: Dados organizados pelo pesquisador

Os resultados das pesquisas selecionadas giraram principalmente em torno de três itens: avaliação, estágio e a forma como alunos da licenciatura em Matemática na modalidade EaD participam das atividades propostas.

Sobre a avaliação foi observado que embora os docentes tenham incorporado ao seu repertório as expressões e termos ligados a uma avaliação formativa, as suas concepções sobre avaliação da aprendizagem na EaD ainda são pautadas numa educação conservadora, na qual a avaliação ainda é vista como instrumento de controle e de poder, apesar do debate sobre as potencialidades oferecidas pela modalidade a distância. Outro aspecto relacionado à avaliação levantado nas pesquisas analisadas é que sejam proporcionados mais espaços para a discussão e implementação da avaliação de cursos de Graduação na modalidade a distância, pois grande parte das instituições brasileiras de ensino superior ainda encontra dificuldades nessa tarefa.

Sobre a participação dos alunos nos cursos de licenciatura em Matemática na modalidade a distância foi destacada nas pesquisas realizadas que a utilização da plataforma MOODLE mostrou-se como uma necessidade e um instrumento importante para a interação e comunicação entre professores e alunos, permitindo ao aluno um papel mais ativo na sua formação, maior autonomia, promovendo uma construção mais eficiente da sua aprendizagem e aquisição do seu conhecimento. Outro aspecto que também podemos destacar pelos resultados das pesquisas é que a forma em que os professores se relacionam com situações inovadoras na prática docente pode representar uma contribuição significativa para a formação de professores para atuar na modalidade de ensino a distância.

A análise dos resultados das pesquisas evidenciou que a abordagem do "estar junto virtual" e a atitude de "habitante" do formador e de alguns professores em formação favoreceram aprendizagens de conteúdos estudados. Além disso, o processo de estudos dos licenciandos acontece quando esses estão realizando as atividades matemáticas que foram inseridas no Ambiente Virtual de Aprendizagem, dedicando-se ao estudo individual e coletivo, interagindo com tutores e colegas e buscando material didático para o estudo.

A respeito dos estágios observamos pelas pesquisas analisadas que a organização curricular dos estágios é a mesma tanto na modalidade presencial quanto na modalidade à distância, porém os estagiários dos cursos à distância são mais assessorados do que os do presencial quanto a orientação e acompanhamento do estágio; existe um maior número de profissionais envolvidos na orientação e avaliação do estágio no curso a distância;

Foi levantado também sobre os estágios, que os alunos acreditam ser um momento importante para colocar em prática as teorias estudadas e entrar em contato com o futuro campo de atuação, porém, alguns fatores limitam o desenvolvimento dos estágios nos dois cursos como, por exemplo, a locomoção até a escola, o desacordo entre os calendários da universidade e das escolas em que se dará o estágio, entre outros.

Finalizando as observações sobre os resultados das pesquisas analisadas, podemos destacar mais um item importante, uma das pesquisas ressaltou que apesar de já haver vários cursos a distância formando diversos profissionais nesta modalidade há poucas pesquisas sobre os mesmos, fato esse que mostra a necessidade e a importância de pesquisas envolvendo essa temática.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa nosso objetivo geral foi investigar o que revelam as pesquisas realizadas em Educação a Distância na disciplina de Matemática, mais especificamente em cursos de formação de professores.

Nossos objetivos específicos foram os seguintes:

-Investigar quais são as preocupações explicitadas nos objetivos das pesquisas sobre formação de professores de Matemática em EaD.

-Investigar quais os resultados declarados nas pesquisas sobre formação de professores de Matemática em EaD.

Para atingir nossos objetivos selecionamos dez pesquisas no Banco de Teses do sítio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Analisamos então os objetivos, as palavras-chave, os procedimentos metodológicos, as fundamentações teóricas e os resultados obtidos em cada uma das dez pesquisas. Como relatado, para esse artigo apresentamos a análise realizada especificamente dos objetivos e dos resultados obtidos.

Constatamos que nos objetivos das pesquisas analisadas há um grande interesse em entender como está ocorrendo a formação de professores de Matemática em cursos na Modalidade EaD. Essa preocupação foi explicitada nos objetivos propostos tanto em cursos de licenciatura em Matemática como em cursos de formação continuada. Foi explicitada sob o ponto de vista dos licenciandos, dos professores formadores, bem como, da metodologia de ensino empregada.

Com relação aos resultados das pesquisas selecionadas constatamos que estas giraram principalmente em torno de três itens: avaliação, estágio e a forma como alunos da licenciatura em Matemática na modalidade EaD participam das atividades propostas.

Sobre a avaliação nos cursos de licenciatura em Matemática foi constatado pelos trabalhos analisados que embora os docentes tenham incorporado ao seu repertório as expressões e termos ligados a uma avaliação formativa, as suas concepções sobre avaliação da aprendizagem na EaD ainda são pautadas numa educação conservadora, na qual a avaliação ainda é vista como instrumento de controle e de poder, apesar do debate sobre as potencialidades oferecidas pela modalidade a distância.

Pela pesquisa aprofundamos nosso conhecimento sobre a formação de professores de Matemática na modalidade EaD, nos instigando ainda a desenvolver pesquisas futuras relacionadas a essa temática.

REFERÊNCIAS

BASTOS, Regina de Oliveira. **Uma análise sobre o processo de estudo de licenciados em Matemática na modalidade à distância, no pólo da UAB de Boa Vista (RR).** 2011. 115 f. Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Luterana do Brasil.

BIERHALZ, Crisna Daniela Krause. **Curso de licenciatura em Matemática a distância: O entrelaçar dos fios na (re) construção do ser professor**. 2012. 263f. Doutorado em Educação. Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Biblioteca Depositária: CENTRAL DA PUCRS.

CASTRO, H. R; GHENGINI, L.A; GHENGINI, E. B. **Situação atual, tendências e legislação do Brasil.** 2014. 35p. Livro-texto do curso de Formação em Educação à Distância. Instituição de Ensino: Universidade Paulista.

FARIA, Elisabeth Cristina de. **Do ensino presencial ao ensino a distância: a inovação na prática pedagógica de professores de Matemática**. 2012. 140f. Doutorado em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Biblioteca Depositária: PUCSP.

FELDKERCHER, Nadiane. **O estágio na formação de professores presencial e a distância: a experiência do curso de Matemática da UFPel.** 2011. 138 f. Mestrado Acadêmico em Educação. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pelotas. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA SETORIAL DO CAMPUS DAS CIÊNCIAS SOCIAIS.

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos.** Campinas: Autores Associados, 2006. 226p. (Coleção Formação de Professores).

GOMES, Maria Izabel Lage Martins. **Avaliação de um curso de licenciatura em Matemática, modalidade à distância, de uma universidade pública.** 2012. 154f. Mestrado Profissional em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Ouro Preto. Biblioteca Depositária: ICEB/UFOP.

HALLWASS, Lia Cristiane Lima. **Relações entre interesses, interação social e aprendizagem na Educação à Distância. Estudo de casos no curso de licenciatura em Matemática a distância da Universidade Federal de Pelotas.** 2010. 170f. Mestrado Acadêmico em Educação. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pelotas. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA SETORIAL DO CAMPUS DAS CIÊNCIAS SOCIAIS.

LEANDRO, Marcele Cristian Salvan Garcia. **Material didático de Matemática para EaD: especificidades, limitações e necessidades**. 2011. 117f. Mestrado Acadêmico em Educação. Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Ponta Grossa. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA DO CAMPUS DE UVARANAS.

OLIVEIRA, Valeria do Carmo de. **Avaliação da aprendizagem na EaD ONLINE: um estudo sobre as concepções docentes**. 2011. 143 f. Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pernambuco. Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA CENTRAL DA UFPE.

OLIVEIRA, Agnaldo de. **Formação continuada de professores de Matemática a distância: estar junto virtual e habitar ambientes virtuais de aprendizagem.** 2012. 88f. Mestrado Acadêmico em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Depositária: MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA/CCET/UFMS.

VIEL, Silvia Regina. **Um olhar sobre a formação de professores de Matemática à distância: o caso do CEDERJ/UAB.** 2011. 218 f. Doutorado em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho/Rio Claro. Biblioteca Depositária: IGCE/UNESP/RIO CLARO.

CAPÍTULO 24

NÚMEROS NEGATIVOS E IMPRENSA NO BRASIL: AS DISCUSSÕES NO PERIÓDICO *UNIÃO ACADÊMICA*

Wanderley Moura Rezende
Universidade Federal Fluminense, Instituto de Matemática e Estatística
Niterói - Rio de Janeiro

Bruno Alves Dassie
Universidade Federal Fluminense, Faculdade de Educação
Niterói - Rio de Janeiro

RESUMO: O presente trabalho tem por objetivo analisar textos sobre as quantidades negativas que circularam no Brasil no século XIX, em particular, os que foram publicados na imprensa periódica pelo jornal *União Acadêmica*, do Rio de Janeiro, entre os meses de maio e agosto de 1880. Os textos foram elaborados por professores da Escola Politécnica e tratam da natureza das quantidades negativas e da operação de multiplicação. Pretende-se contribuir para a construção da historiografia deste tema considerando o campo da História da Educação Matemática e suas possíveis reflexões sobre a compreensão de práticas do presente, pois, ainda que essas ideias tenham circulado há mais de cem anos atrás, consideramos que elas apresentam contribuições relevantes para uma reflexão mais crítica sobre o ensino atual dos números negativos.

PALAVRAS-CHAVE: quantidades negativas, *União Acadêmica*, imprensa periódica.

ABSTRACT: The present paper has the objective of analyzing texts on the negative quantities that circulated in Brazil in the 19th century, in particular, those published in the periodic press by the journal *Academic Union* in May and August of 1880. The texts, elaborated by professors of the Polytechnic School, discuss about the nature of the negative quantities and the multiplication operation. It is intended to contribute to the construction of the historiography of this subject considering the field of History of Mathematical Education and its possible reflections on the understanding of present practices, because, although these ideas circulated more than a hundred years ago, we consider they present relevant contributions for a more critical reflection about the current teaching of negative numbers.

KEYWORDS: negative quantities, *Academic Union*, periodical press.

1 I INTRODUÇÃO

Há diversas tarefas que não são muito simples para o professor de matemática em sua prática em sala de aula. Dentre elas, sem dúvida, tem-se o trabalho com os *números negativos*, em especial, considerando o momento de apresentação da conhecida “regra dos sinais”, na apresentação da operação de multiplicação.

Mesmo sem detalhes, vale recordar que tal dificuldade não é particular do professor de matemática visto que esta problemática e seus desdobramentos é objeto de pesquisa no campo da História e Epistemologia da Matemática, como pode ser visto, por exemplo, em Glaeser (2010) – publicado originalmente no Brasil em 1985, no Boletim do GEMPEM, n.17 – e Schubring (2012). Observa-se na leitura destas pesquisas que a aceitação da solução matemática do problema das operações com quantidades negativas se dá, especialmente, no âmbito científico, a partir da publicação do trabalho de Hankel, em 1867.

No entanto, ainda após esta data observam-se debates relacionados a esta temática, que por diversas vezes, foram materializados em forma de longos ensaios. Em especial, entra em cena o professor de matemática, seja ele da educação básica (denominação atual) ou da educação superior. Pode-se citar, por exemplo, o debate de dois professores secundários na Alemanha (país de origem de Hankel) relatado por Schubring (2007) em seu artigo. No Brasil, há diversos registros sobre ensaios e debates sobre as quantidades negativas, ao menos, desde a segunda metade do século XIX. Dentre eles, destaca-se o texto de Benjamin Constant, de 1868. Uma cópia digitalizada da edição de 1939 encontra-se em http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/545, na comunidade do Grupo de *Pesquisa História e Educação Matemática*.

Com o objetivo de ampliar esta historiografia, em especial, no Brasil, este texto propõe uma leitura de artigos da imprensa periódica, em particular, daqueles que foram publicados no jornal *União Acadêmica.* Até a publicação deste texto, pouco se sabe sobre a criação deste periódico. As edições digitalizadas se encontram na Hemeroteca da Biblioteca Nacional e o primeiro número disponível para consulta é o segundo número, de abril de 1879.

Do ponto de vista metodológico, gostaríamos de destacar inicialmente dois pontos. Primeiro, que o uso da imprensa como fonte de pesquisa vem sendo pensado no campo da História da Educação por diversos autores da área, como pode ser visto, por exemplo, em Magaldi e Xavier (2008) e no campo da História da Educação Matemática, nos trabalhos de Soares (2013a; 2013b, 2013c) e em Brito, Farias e Miorim (2014). E por último, que no trato com as fontes históricas consideramos aqui as concepções de Garnica e Souza (2012), expressas a seguir: "[...] uma fonte [...] é sempre criada, independente de estar disponível ou não, pois é a leitura (e o leitor) que a faz dizer alguma coisa, é o leitor, no ato da leitura, que atribui significado à fonte, que 'faz falar', tornando-a documento" (p. 30).

2 I A TEORIA DOS NÚMEROS NEGATIVOS NO PERIÓDICO *UNIÃO ACADÊMICA*

Em 1880, nove anos antes da proclamação da república brasileira, e treze anos depois da publicação do artigo *Teoria dos sistemas dos números complexos*, em que Hermann Hankel fundamenta em bases sólidas a teoria dos números negativos, aparece uma discussão sobre tais quantidades no periódico intitulado *União Acadêmica*, de circulação nacional. Esta discussão inicia-se com os artigos publicados pelo professor da Escola Politécnica Antônio Cândido Ferreira Leal, nos volumes 5, 6, 7 e 8, e tem a participação dos professores Brotero Soares, no volume 10, e Enio de Andrade, no volume 11, ambos da Escola Politécnica.

2.1 Considerações sobre a teoria das quantidades negativas, de Augusto Cândido Ferreira Leal

O artigo *Considerações sobre a teoria das quantidades negativas*, do professor Ferreira Leal, é publicado ao longo de quatro edições do periódico: volumes n.5, n.6, n.7 e n.8. O autor inicia seu texto mencionando o caráter dúbio da teoria das quantidades negativas. Apresenta, para elucidar tal fato, diversos exemplos: desde atitudes de personagens históricos, como Cardano e Descartes, até Sr. Dr. Corrêa Leal, seu mestre.

Ao iniciar sua argumentação, Ferreira Leal não nega a importância da teoria das quantidades negativas. Segundo o professor, “Tudo o que é verdadeiramente bom é útil” (N.5, p.3). Sobre a utilidade desta teoria, apresenta argumentos *iternalistas*. Considera que esta teoria facilita a resolução de problemas geométricos, contagem de arcos, temperaturas etc., além de dar origem às expressões chamadas imaginárias e ser empregada constantemente em todos os ramos da ciência matemática, principalmente naqueles em que figura a geometria (ou *sciencia da extensão*), como na mecânica e na astronomia (LEAL, 1880, N.5, p.3).

Na segunda parte do artigo publicada no volume 6, Ferreira Leal, “em defesa” das quantidades negativas, critica algumas atitudes contrárias ao uso destas quantidades como solução de problemas. Ao rejeitar as raízes negativas da equação como solução do problema proposto (e modelado por esta equação), os matemáticos estariam, segundo ele, rejeitando a própria teoria das quantidades negativas. Esta atitude dos matemáticos (neles incluso o grande Descartes) que propõe a reformulação do problema para evitar sua solução inicial em termos de quantidade negativa é caracterizada por Glaeser (2010) como *sintoma de evitação*. Entretanto, de acordo com o pensamento de Ferreira Leal, os matemáticos deveriam também “evitar”, **por coerência**, as operações com quantidades negativas.

> Parece-nos ainda que estes autores não deveriam aceitar ás operações: adição e subtração sobre as quantidades negativas; pois como acima [na resolução do problema apresentado por Ferreira Leal], não considera ser -2 solução do problema (LEAL, 1880, N.6, p.4).

Acrescenta ainda o professor que “não se deve dizer que a solução negativa representa ou exprime impossibilidade ou absurdo do problema” (*Ibdem*, p.4). A partir de então, Ferreira Leal apresenta sua definição das quantidades negativas:

> Procurando definir quantidade negativa, diremos que é toda aquela que se opõe em sentido, direção, ou em ordem, etc., a outras quantidades que se chamam positivas, isto é, que podem existir independentemente de sentido, direção ou

> enfim, de qualquer interpretação. Por exemplo ***+a*** é uma quantidade positiva, não precisa de interpretação alguma, pode ser uma altura qualquer, uma superfície, ou um volume, indistintamente falando. Se porém, tomarmos ***–a*** termos uma quantidade negativa, será considerada simultaneamente com a quantidade ***+a***; e então si se trata de alturas ***–a*** será considerada em sentido contrario ao de +***a***; si é uma superfície ou volume ***–a*** achar-se-á colocado em posição ou em ordem inversa á de +***a***. (*Ibdem*, p.4, grifo nosso)

A definição proposta por Ferreira Leal procura dar sentido à existência das quantidades negativas. Contudo, na parte final de sua argumentação, nota-se de forma clara a presença do terceiro obstáculo epistemológico apresentado por Glaeser (2010, p.69): a dificuldade em unificar a reta numérica. Tal obstáculo, segundo Glaeser, verifica-se, quando

> [...] se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivos; ou quando se descreve a reta como uma justaposição de duas semirretas opostas com sinais heterogêneos; ou quando não se consideram simultaneamente as características dinâmicas e estáticas dos números (GLAESER, 2010, p.69).

A presença desse obstáculo se torna evidente quando Ferreira Leal faz sua crítica à relação de ordem proposta por alguns autores para os números negativos.

> Dizem quase todos os autores que a quantidade negativa é o resultado de uma subtração impossível de efetuar-se; o que não dá ideia alguma do que possa ser ou representar tal sorte de quantidades. Procurando avaliar estas quantidades, consideram-nas tanto menores, quanto maiores são seus valores absolutos, isto é, os valores que as quantidades têm independentemente dos seus sinais. (LEAL, 1880, N.6, p.4)

Segundo ele, o argumento “tanto menor quanto maior for o seu valor absoluto” é “absurdo”. Antes de discutir tal questão, Ferreira Leal anuncia sua posição com relação a esta questão:

> Estes absurdos tornaremos manifestos mais tarde. Já, dizemos que as quantidades negativas, quer na parte puramente abstrata, quer concreta das matemáticas gozam das mesmas propriedades e têm os mesmos valores que as positivas, indicando somente, como dizemos, oposição de sentido, direção, interpretação, etc. (*Ibdem*, p.4)

O desenvolvimento deste tema ocorre apenas na terceira parte do artigo, publicado na edição seguinte do periódico (N.7). Para desenvolver sua argumentação, Ferreira Leal parte da demonstração atribuída aos outros autores.

O raciocínio citado parte da suposição da desigualdade (-5) < (-3) ser verdadeira e desta resultar, pela adição de (+5) a ambos os membros da desigualdade, em outra desigualdade, 0 < (+2), que também “é uma verdade incontestável”. Apesar de atestar a veracidade desta última desigualdade [0 < (+2)], Ferreira Leal não concorda que este argumento prova que “uma quantidade negativa é tanto menor, quanto maior for o seu valor absoluto” (LEAL, 1880, N.7, p.3).

Dando sequência ao argumento dos autores, Ferreira Leal apresenta a demonstração que estes fazem do fato de uma quantidade negativa ser menor que zero. Segundo os autores, adicionando-se (+3) à mesma desigualdade original, (-5) <

(-3), obtém-se $(-2) < 0$. Por adição novamente de (+2) a ambas as desigualdades, os autores chegam à desigualdade "incontestável" $0 < (+2)$, de onde concluem que uma quantidade negativa é menor do que zero.

Não concordando com os argumentos propostos, Ferreira Leal, ancorado em elementos da filosofia positiva de Comte, expõe suas razões, procurando fazer distinção entre os significados de "resto" e "diferença":

> Algebricamente considerada a explicação, é inadmissível; porque não conhecemos em álgebra restos e sim diferenças, que não são uma e a mesma coisa; não ligamos às quantidades algébricas a ideia de valor, que só é peculiar à aritmética, como sabiamente diz o eminente gênio, o reformador dos conhecimentos humanos, Augusto Comte na sua obra monumental - << Philosophia positiva>> (LEAL, 1880, N.7, p.4).

Em seu argumento, Ferreira Leal distingue "resto" de "diferença", identificando cada qual com áreas próprias da matemática, a saber: o primeiro pertence ao âmbito da aritmética e, o segundo, da álgebra. Esta dualidade do conceito de quantidade negativa – ora como medida de uma grandeza, ora como número propriamente – é sem dúvida um dos principais obstáculos a ser superado na atitude do professor. Ferreira Leal, ao contrário, procura, com seus argumentos, aguçar ainda mais essa discussão e diferença.

No âmbito da aritmética – argumenta o professor –, de uma quantidade só se pode tirar, no máximo, esta mesma quantidade; portanto se tirar-se uma quantidade maior, menor se tornará o resto, isto é, se tornará menor do que zero. Mas, um resto menor que zero é, aritmeticamente falando, um absurdo.

Quer dizer, o que se questiona nos argumentos de Ferreira Leal não é a existência das quantidades negativas – elas existem e, como ele mesmo revelou no início do seu artigo, elas são úteis – mas sim, a sua existência enquanto número. Com base nesse raciocínio, Ferreira Leal assume a posição assumida por D'Alembert no seu artigo *Negativo* da Enciclopédia Francesa:

> Quem é que, diante de tais explicações sobre as quantidades negativas, pode fazer uma ideia clara sobre tais quantidades? Fazer ideia de uma coisa menor do que zero, **do que não tem valor algum numérico**, é impossível. (LEAL, 1880, N.7, p.4, grifo nosso)

> As quantidades negativas são o contrário das positivas: onde termina o positivo, começa o negativo. Veja POSITIVO. Deve-se confessar que não é fácil fixar a ideia das quantidades negativas e que algumas pessoas engenhosas chegaram a contribuir para confundi-la, pelas noções pouco exatas que divulgaram. Dizer que as quantidades negativas estão abaixo do **nada é afirmar uma coisa que não se pode conceber** (D'Alembert, Negativo, Enciclopédia Francesa, *apud* GLAESER, 2010, p.82, grifo nosso)

> Dizer que as quantidades negativas estão abaixo do nada é afirmar uma coisa que não se pode conceber. ( ) Note-se que estamos falando de quantidades negativas isoladas, como $-a$, ou das quantidades $a - b$, em que b é maior que a; pois, para aquelas em que $a - b$ é positivo, isto é, em que b é menor que a, o sinal não acarreta qualquer dificuldade. Realmente, pois, não existe absolutamente quantidade negativa isolada. -3 tomado abstratamente, não apresenta qualquer

ideia ao espírito; mas se digo que um homem deu a outro -3 escudos, isto quer dizer, em linguagem inteligível, que ele lhe tirou 3 escudos. (D'Alembert, Negativo, Enciclopédia Francesa, *apud* GLAESER, … pp.82-83)

A fim de elucidar seu ponto de vista, Ferreira Leal apresenta elementos da Álgebra de Cirodde, edição de 1847, na qual o autor propõe a existência de dois tipos de zero: o zero **limite** e o zero **absoluto**. Tomando zero para ponto de partida de todas as quantidades, Cirodde distingue as duas espécies de quantidades: positivas e negativas; as primeiras contadas para a direita, por exemplo, deste zero, e as negativas contadas para a esquerda. Assim, a este zero, ponto de partida, denomina-se por *zero limite*, para "não confundir" com o outro, o *zero absoluto* – "símbolo de um puro nada, abaixo do que nada se acharia" (*Ibdem*, p.4). A partir dessas premissas, Cirodde afirma que toda quantidade negativa é tanto menor, quanto maior é o seu valor absoluto, contra o qual Ferreira Leal apresenta o seguinte argumento.

Concordamos plenamente com a consideração das quantidades feitas por Cirodde, isto é, que as quantidades positivas devem ser contadas para a direita, por exemplo, de um certo ponto, zero, e as negativas para a esquerda; pois, estamos usando da nossa opinião apontada em outro lugar.

Não concordamos, porém, com a sua distinção de dois zeros: um limite das quantidades positivas e negativas, e outro zero absoluto; pois, este último zero é criação da imaginação deste autor e sem fundamento; não existe tal zero, segundo pensamos. (*Ibdem*, p.4)

Ferreira Leal defende então sua posição: os "dois" zeros de Cirodde, em sua opinião, são o mesmo zero da aritmética.

Com efeito, para nós, zero é o limite de toda quantidade + *a*, ou – *a*, à medida que for decrescendo cada vez mais; assim como os infinitos: positivo, ou negativo, isto é, $+\infty$, e $-\infty$, são limites das quantidades positivas e negativas, à medida que forem crescendo estas quantidades. É este mesmo zero que na aritmética desempenha importantes papeis, indicando a falta de unidades de uma certa ordem, como no número 203, ( ), como no seguinte número decimal: 0,302; e outras funções mais, que não precisamos enumerar. (*Ibdem*, p.4)

A figura a seguir ilustra bem a relação entre as quantidades negativas, o zero e quantidades positivas na concepção de Ferreira Leal.

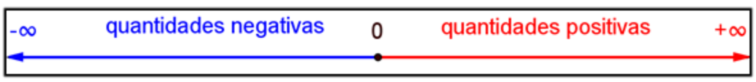


Figura 1 - representação geométrica da interpretação de Ferreira Leal para as quantidades negativas, quantidades positivas e o zero.

Fonte: elaborado pelos autores do artigo

Na quarta e última parte do seu artigo, Ferreira Leal apresenta então exemplos concretos para contrapor a relação de ordem estabelecida para as quantidades negativas, tomando como modelo o seu modo de pensar. Segundo ele, por exemplo, em Geometria, as soluções negativas -3 e -5 são para serem interpretadas como grandezas marcadas no prolongamento dos lados de um triângulo, mas não diferindo em tamanho dos seus correspondentes positivos. Assim, por simples observação, percebe-se que tanto 5 > 3 como -5 > -3. Segundo ele, não faz sentido afirmar que -5 < -3 só porque a quantidade mudou de sinal (figura2).

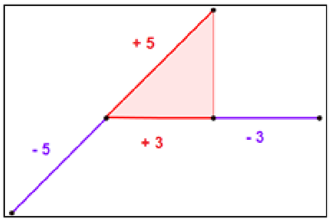


Figura 2 - ilustração geométrica da interpretação de Ferreira Leal

Fonte: elaborado pelos autores do artigo

Assim ao final do artigo, o autor conclui que as quantidades negativas são tão boas e valiosas como as quantidades positivas, mas que não são menores que zero; mais ainda: que **não são** tanto menores, quanto maiores os seus valores absolutos (N.8, p.6). Entretanto, o que se vê claramente em sua atitude é a associação direta da quantidade negativa com a medida da grandeza que está sendo considerada. No exemplo anterior a quantidade negativa (-5) não é menor e nem maior que a quantidade positiva (+5); em verdade, para o autor, elas estão associadas a segmentos de reta que possuem o mesmo comprimento, só que em sentido contrário. Nesta atitude, a concepção de número ainda é prisioneira da concepção de grandeza, e os números negativos ainda persistem em sua clandestinidade.

2.2 Sobre uma proposição da teoria da multiplicação dos números inteiros de Brotero Soares e réplica de Enio de Andrade

Em seu artigo *Sobre uma proposição da teoria da multiplicação dos números inteiros*, publicado na décima edição da revista, Brotero Soares discute um princípio que ele atribui aos matemáticos:

> [...] qualquer quantidade multiplicada por zero dá essa mesma quantidade, porém zero multiplicado por qualquer quantidade dá zero. (SOARES, 1880, N.10, p.5)

Com relação à última afirmação do tal princípio – zero vezes uma quantidade “*a*” é igual a zero – o autor está de acordo, concordando inclusive com o argumento que ele mesmo atribui aos matemáticos:

$$0 \times a = 0 + 0 + ... + 0 \ (a \text{ - vezes}) = 0.$$

Entretanto, ao discordar do enunciado da primeira proposição o autor apresenta uma demonstração equivocada que ele atribui, sem citar fontes, aos matemáticos. Para refutar tal afirmação utiliza-se de dois argumentos. O primeiro deles consiste em se utilizar da própria definição de multiplicação. Segundo o professor, o problema geral da multiplicação é “achar um número por meio de dois outros dados, que se derive de um deles do mesmo modo que o outro se deriva da unidade” (Brotero Soares, 1880, N.10, p.5). Aplicando esta definição o autor conclui que tal resultado seria inadmissível:

> Pois bem, suponhamos que se quer obter o produto de por zero ou *a* x 0; segundo o princípio geral, o produto deriva-se de *a* como zero deriva-se da unidade, ora zero deriva-se da unidade repetindo *a* zero vezes, pois que simboliza ausência de quantidade, logo: para obtermos o produto é necessário repetirmos *a* zero vezes, o que dá zero, e não *a* como afirmam os matemáticos (*Ibdem*, p.5)

O segundo argumento baseia-se no princípio fundamental que afirma que “Um produto conserva-se sempre o mesmo seja qual for a ordem dos seus fatores” (*Ibdem*, p.6). Deste modo, Brotero Soares refuta aquele que seria, segundo ele, um princípio inverídico difundido pelos matemáticos.

Contudo, apesar do último argumento ser convincente e de grande popularidade no meio acadêmico, seu artigo é questionado por E. de Andrade na décima primeira edição do periódico. Em defesa dos matemáticos, este último questiona Brotero sobre as fontes que este utilizou para atribuir tal resultado equivocado aos mesmos (E. de Andrade, 1880, N.11, p.4). Segundo o professor, os matemáticos (da época) certamente não cometeram tal impropriedade. Complementa ainda, em favor deles, que é difícil acreditar que “quem diz que a unidade é o único número que multiplicado por outro o reproduz, diga também que qualquer quantidade multiplicada por zero dá essa mesma quantidade” (*Ibdem*, p.4).

Em seguida, E. de Andrade questiona o primeiro argumento utilizado por Brotero para refutar o resultado atribuído aos matemáticos, indagando, se ele, Brotero, seria capaz de “provar que 0 deriva-se da unidade repetindo *a* zero vez, sem supor $a = 1$?” (*Ibdem*, p.4). E para finalizar sua réplica, o autor remenda a leitura da p.99 da álgebra de Lacroix para que se possa conhecer uma demonstração feita por eminente matemático de que $a \times 0 = 0$ (*Ibdem*, p.4).

$$ab - ab = 0$$

ou enfim

$$0 = 0 \text{ pois que } a \times 0 = 0$$

3 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em síntese, no primeiro artigo, *Considerações sobre a teoria das quantidades negativas*, o professor Ferreira Leal discorre sobre a natureza das quantidades negativas que, segundo ele, não são menores que zero e nem tanto menores, quanto maiores os seus valores absolutos. Para o professor as quantidades negativas não são maiores e nem menores que as quantidades positivas, em verdade, elas são tão boas e valiosas como as quantidades positivas. Já os dois últimos artigos, os professores discutem sobre um princípio que afirma que “qualquer quantidade multiplicada por zero dá essa mesma quantidade". Brotero Soares, em seu artigo *Sobre uma proposição da teoria da multiplicação dos números inteiros,* publicado na décima edição da *União Acadêmica*, atribui a origem de tal princípio aos matemáticos, o que é refutado de forma veemente por Enio de Andrade, em sua réplica, publicada na décima primeira edição da *União Acadêmica*. Ainda que essas ideias tenham circulado há mais de cem anos atrás, consideramos que elas apresentam contribuições relevantes para uma reflexão mais crítica sobe o ensino atual dos números negativos. Nessa perspectiva, o presente texto considera, como em Garnica e Souza (2012), que

> A História da Educação Matemática visa a compreender as alterações e permanências nas práticas relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática; dedica-se a estudar como as comunidades se organizam para produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos e como, afinal de contas, as práticas do passado podem – se é que podem – nos ajudar a compreender, projetar, propor e avaliar as práticas do presente (GARNICA e SOUZA, 2012, p. 27)

REFERÊNCIAS

BRITO, Arlete de Jesus; FARIAS, Kátia Sebastiana Carvalho; MIORIM, Maria Ângela (Orgs). **Pesquisas históricas em jornais e revistas**: produção do HIFEM. São Paulo: Livraria da Física, 2014. (Coleção história da matemática para professores).

GARNICA, A.V.M.; SOUZA, L.A de. **Elementos de história da educação matemática.** São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

GLAESER, G. Epistemologia dos números negativos. **Boletim do GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 57, jul/dez. p. 65-102, 2010.

MAGALDI, Ana Maria Bandeira de Mello; XAVIER, Libânea Nacif. **Impressos e história da educação:** usos e destinos. Rio de Janeiro: 7 Letras, 2008.

SCHUBRING, Gert. Um Outro Caso de Obstáculos Epistemológicos: o princípio de permanência. In **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, p. 1-20, 2007.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos:** exemplos de obstáculos epistemológicos. Rio de Janeiro: E-LIMC, 2012.

SOARES, Flávia dos Santos. **O Ensino de Matemática na Imprensa Periódica do Rio de Janeiro no século XIX**. In: ENCONTRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO, 3, 2013, Rio de Janeiro. *Anais* .... Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2013. CD ROM. Disponível em: <http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/334>.

SOARES, Flávia dos Santos. **A Imprensa periódica educacional como fonte para a história da Educação Matemática do século XIX.** In: X Seminário Nacional de História da Matemática, 2013, Campinas. Anais do X SNHM. Campinas: SBHMat, 2013. Disponível em:< http://www.repositorio.uff.br/ jspui/handle/1/308>.

SOARES, Flávia dos Santos. **A Matemática e o Ensino intuitivo na Revista A Instrução Pública**. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, VII, 2013, Montevidéu. *Actas* ... Montevidéu: SEMUR, 2013c. Disponível em: < http://www.repositorio.uff.br/jspui/handle/1/316>.

SOBRE O ORGANIZADOR

FELIPE ANTONIO MACHADO FAGUNDES GONÇALVES Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR) em 2018. Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), em 2015 e especialista em Metodologia para o Ensino de Matemática pela Faculdade Educacional da Lapa (FAEL) em 2018. Atua como professor no Ensino Básico e Superior. Trabalha com temáticas relacionadas ao Ensino desenvolvendo pesquisas nas áreas da Matemática, Estatística e Interdisciplinaridade.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-350-7
9 788572 473507