Matemática: Ciência e Aplicações 3

Annaly Schewtschik
(Organizadora)

Atena
Editora
Ano 2019

Annaly Schewtschik
(Organizadora)

Matemática: Ciência e Aplicações 3

Atena Editora
Ponta Grossa - 2019

2019 *by Atena Editora*
Copyright © da Atena Editora
Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves
Revisão: Os autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática: ciência e aplicações 3 [recurso eletrônico] / Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 3)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia.
ISBN 978-85-7247-123-7
DOI 10.22533/at.ed.237191402

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

APRESENTAÇÃO

A obra “Matemática: ciências e aplicações” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora publicado em três volumes. O Volume III em seus 27 capítulos apresenta resultados de pesquisas que trataram dos diferentes recursos que podem ser utilizados para o ensino e a aprendizagem da matemática, assim como na formação de professores.

Os trabalhos evidenciam inferências sobre as experiências de uso de recursos manipuláveis, didáticos, paradidáticos e tecnológicos incluindo softwares, na Educação Básica e no Ensino Superior. Veremos entre os recursos didáticos: mapas conceituais e o uso de livros didáticos; os paradidáticos: o uso de Edições Especiais de Paradidáticos de Matemática, Anuais e Manuais promovidas por diferentes entidades, inclusive religiosas; o tecnológico: criptografias, softwares educativos de geometria, programação computacional, aplicativos e redes sociais; e, os manipuláveis: uso de diferentes jogos e dobraduras na aprendizagem da matemática.

A Matemática como Ciência é pensada nos trabalhos que enfocam os objetos matemáticos no contexto de aprendizagem, e como aplicações do conhecimento matemático ligados ao uso de diversos recursos, principalmente no que diz respeito aos recursos tecnológicos.

A Educação Matemática é revelada nas análises referente as práticas de sala de aula – contanto com discussões inclusivas, enfatizando o uso de recursos para o ensino e a aprendizagem, tanto na Educação Básica como na Educação Superior.

Este volume é direcionado para todos os educadores que acreditam que a matemática poder ser ensinada a partir de diversos recursos, contribuindo para uma aprendizagem bem mais prazerosa.

Annaly Schewtschik

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NAS EDIÇÕES DA SEGUNDA ARITMÉTICA DA SÉRIE CONCÓRDIA

Malcus Cassiano Kuhn
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense
Lajeado – Rio Grande do Sul

RESUMO: Este capítulo discute os aspectos pedagógicos relacionados às operações de multiplicação e divisão em duas edições da Segunda Aritmética da série Concórdia, editadas pela Igreja Luterana para suas escolas paroquiais no Rio Grande do Sul, durante a primeira metade do século XX. Em 1900, o Sínodo de Missouri, hoje Igreja Evangélica Luterana do Brasil, iniciou missão nas colônias alemãs gaúchas, fundando congregações religiosas e escolas paroquiais. Estas escolas buscavam ensinar a língua materna, a Matemática, valores culturais, sociais e religiosos. Baseando-se na história cultural, verificou-se que, embora a Segunda Aritmética de Otto Goerl apresente uma proposta de estudo das operações de multiplicação e divisão por 2 até 10 de forma mais contextualizada com práticas socioculturais, as duas aritméticas trazem atividades para o desenvolvimento de habilidades de cálculo mental e escrito, com foco nos algoritmos e procedimentos de cálculo das operações de multiplicação e divisão.
PALAVRAS-CHAVE: História da Educação Matemática. Multiplicação. Divisão. Livros de Aritmética. Escolas Paroquiais Luteranas.

ABSTRACT: This chapter discusses the pedagogical aspects related to the operations of multiplication and division in two editions of the Second Arithmetic of the Concordia series, edited by the Lutheran Church for their parochial schools in Rio Grande do Sul, during the first half of the twentieth century. In 1900, the Missouri Synod, today Evangelical Lutheran Church of Brazil, began mission in the gaucho German colonies, founding religious congregations and parochial schools. These schools sought to teach the mother tongue, the Mathematics, cultural, social and religious values. Basing on the cultural history, it was found that although the Second Arithmetic of Otto Goerl submit a proposal of study of the multiplication and division operations by 2 to 10 more contextualized with socio-cultural practices, the two arithmetical bring activities for the development of skills of mental and written calculation, focusing on the algorithms and calculation procedures of multiplication and division operations.
KEYWORDS: History of the Mathematics Education. Multiplication. Division. Arithmetic Books. Lutheran Parochial Schools.

1 I INTRODUÇÃO

Este capítulo aborda as operações de multiplicação e divisão em duas edições da Segunda Aritmética da série Concórdia, editadas pela Igreja Evangélica Luterana do Brasil – IELB – e adotadas nas escolas paroquiais luteranas do Rio Grande do Sul – RS, durante a primeira metade do século XX. Trata-se de um estudo qualitativo com aporte na história cultural.

Conforme Prost (2008), os fatos históricos são constituídos a partir de traços deixados no presente pelo passado. Assim, a tarefa do historiador consiste em efetuar um trabalho sobre esses traços para construir os fatos. Certeau (1982) define o fazer história, no sentido de pensar a história como uma produção. Para o autor, a história, como uma produção escrita, tem a tripla tarefa de convocar o passado que já não está em um discurso presente, mostrar as competências do historiador (dono das fontes) e convencer o leitor. O trabalho do historiador, de acordo com Certeau (1982), é fazer um diálogo constante do presente com o passado, e o produto desse diálogo consiste na transformação de objetos naturais em cultura.

Julia (2001) define a cultura escolar como um conjunto de normas que estabelecem conhecimentos a ensinar e condutas a inspirar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos. Então, o estudo da cultura escolar instiga a busca pelas normas e finalidades que regem a escola, a avaliação do papel desempenhado pelo professor e a análise dos conteúdos ensinados e das práticas escolares. Chervel (1990) considera importante o estudo da cultura escolar para a compreensão dos elementos que participam da produção/elaboração/constituição dos saberes escolares e, em particular, da matemática escolar e sua história.

De acordo com Valente (2007), pensar os saberes escolares como elementos da cultura escolar, realizar o estudo histórico da matemática escolar, exige que se devam considerar os produtos dessa cultura no ensino de Matemática, que deixaram traços que permitem o seu estudo, como as aritméticas da série Concórdia, principais fontes documentais desta investigação.

A abordagem dos aspectos pedagógicos relacionados às operações de multiplicação e divisão em livros de aritmética utilizados nas escolas paroquiais luteranas gaúchas é realizada por meio de uma caracterização destas escolas e da análise das duas edições da Segunda Aritmética da série Concórdia.

2 I AS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS GAÚCHAS

Com o início do trabalho missionário do Sínodo Evangélico Luterano Alemão de Missouri, atualmente IELB, no RS, em 1900, além das congregações luteranas, começaram a ser fundadas as escolas paroquiais. De acordo com Kuhn e Bayer

(2017b), as escolas paroquiais luteranas estavam inseridas num projeto missionário e comunitário que buscava ensinar a língua materna, Matemática, valores culturais, sociais e, principalmente, religiosos.

As escolas paroquiais tinham uma responsabilidade para com a comunidade no sentido de, junto e com ela, promover o crescimento e o desenvolvimento pessoal de todos que a compõe, focando, principalmente, a cidadania. Se a escola formasse o ser humano com postura ética e moral exemplar, este poderia promover transformações sólidas em seu contexto social e seria um verdadeiro colaborador na seara de Deus e para o governo do mundo. As escolas paroquiais luteranas eram assim caracterizadas por Weiduschadt (2007):

> As escolas eram organizadas de forma multisseriada. As turmas eram compostas de 20 a 40 alunos. Na maioria das vezes, o pastor da comunidade era, ao mesmo tempo, professor. As escolas funcionavam em forma comunitária, ou seja, a comunidade sustentava a estrutura física e mantinham o professor da escola. O prédio era muitas vezes o mesmo local do templo. A ligação entre a escola e a igreja era importante, porque logo no início da formação das comunidades o ensino doutrinário e pedagógico era ressaltado e sua suplementação implicava questões econômicas e culturais para a implementação. O projeto escolar dentro da comunidade religiosa era marcante, a orientação e a obrigação de os pais enviarem os filhos à escola eram quase obrigatórias, com sanções econômicas e morais, caso não concordassem (WEIDUSCHADT, 2007, p. 166-168).

O Sínodo de Missouri também tinha uma preocupação acentuada em relação aos recursos didáticos usados nas escolas paroquiais, pois este material era escasso e a dificuldade era grande em manter um ensino planificado e organizado. Era necessário organizar o currículo das escolas, obter uma autonomia em relação à matriz, e produzir material de acordo com a realidade brasileira. Assim, conforme Weiduschadt (2007, p. 41), “os livros usados nas escolas paroquiais e utilizados pelos alunos foram produzidos pelas instituições religiosas com objetivo de formar e moldar as condutas e as práticas ao fazer a escolarização das comunidades”. Dessa forma, por meio dos livros didáticos e dos periódicos, as escolas paroquiais luteranas conseguiram desenvolver uma educação integral cristã em todas as disciplinas.

Conforme estudos realizados por Kuhn e Bayer (2017a), nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século passado, o ensino da Matemática priorizava os números naturais, os sistemas de medidas, as frações e os números decimais, complementando-se com a matemática comercial e financeira e a geometria. O ensino desta disciplina deveria acontecer de forma prática e articulada com as necessidades dos futuros agricultores, observando-se a doutrina luterana. De acordo com Lemke (2001), o ensino da Palavra de Deus, através da Bíblia, ficava em primeiro lugar, e as demais disciplinas não eram menosprezadas, mas complementavam a educação para servir no mundo.

3 I A MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NAS EDIÇÕES DA SEGUNDA ARITMÉTICA DA SÉRIE CONCÓRDIA

Os primeiros trinta anos de existência das escolas paroquiais luteranas no RS foram marcados pela carência de materiais didáticos e pela progressiva adoção dos quatro manuais de Büchler, tanto em alemão, quanto em português, para as aulas de Matemática. Na revista *Unsere Schule* (Nossa Escola) (ago. 1933, p. 6, tradução nossa), afirma-se que "os livros de aritmética de Büchler (editora Rotermund), são usados na maioria das nossas escolas e que a mesma editora lançou recentemente um novo manual: meu livro de contas, por W. Nast e L. Tochtrop". Porém, na mesma edição, este manual é analisado criticamente, apontando-se a necessidade de um livro com princípios morais e educacionais em concordância com os princípios pedagógicos misourianos e adaptados às condições nacionais.

Por isso, o Sínodo de Missouri começou a produzir seus próprios livros de aritmética na década de 1930. No periódico *Unsere Schule*, edição de mar./abr. de 1934, faz-se referência aos novos livros de aritmética: "o Sínodo decidiu que será editado neste ano um trabalho completo de aritmética. Os professores Frederico Strelow, Albert Brückmann e Max Öhlwein foram contratados para realizar o trabalho" (UNSERE SCHULE, mar./abr. 1934, p. 14, tradução nossa). Este trabalho completo de aritmética foi a série Ordem e Progresso, pois em edições posteriores, o mesmo periódico faz divulgação da Primeira Aritmética e da Segunda Aritmética desta série.

A edição e a publicação do material didático específico para as escolas paroquiais luteranas gaúchas, com base em princípios morais e educacionais idealizados pela IELB, foram realizadas pela Casa Publicadora Concórdia de Porto Alegre/RS. Para as aulas de Matemática, foram publicadas duas séries: a série Ordem e Progresso, lançada na década de 1930, pela divulgação feita na revista *Unsere Schule*, e a série Concórdia, lançada na década de 1940. Acredita-se que cada série tenha sido composta pela Primeira Aritmética, Segunda Aritmética e Terceira Aritmética. Localizaram-se no Instituto Histórico da IELB em Porto Alegre, a Primeira e a Terceira Aritmética, da série Ordem e Progresso, e uma edição da Primeira Aritmética, duas edições da Segunda Aritmética e uma edição da Terceira Aritmética, ambas da série Concórdia. Como as edições da Primeira Aritmética abordam os números naturais até 100, com ênfase na construção do significado de número e nas operações de adição e de subtração, e as edições da Terceira Aritmética enfatizam as frações ordinárias e decimais, o sistema métrico e a matemática comercial e financeira, o presente estudo se restringe à análise das duas edições da Segunda Aritmética da série Concórdia, as quais priorizam o estudo das operações de multiplicação e divisão com números naturais.

Uma das edições da Segunda Aritmética da série Concórdia é de autoria de Otto A. Goerl, não tem ano de edição. Como na página 3 é feita a representação de moedas (em cruzeiros) datadas de 1944 a 1947, acredita-se que o livro tenha sido editado logo após esta última data. O livro possui 77 páginas, mas não apresenta sumário. Está dividido em três secções: I – Números de 1 a 100; II – Números de 1 a 1000; III – Números até 10000.

Na Segunda Aritmética de Otto Goerl o estudo das operações de multiplicação e divisão **é realizado através de** situações contextualizadas. No excerto mostrado na Figura 1 se explora a ideia de multiplicação por 2 e 10:

Rosinha quer pôr cortinas nas janelas

Vamos ajudá-la nos cálculos?

Cada cortina leva 2 argolas maiores. Quantas argolas levam 4 cortinas? Vejam:

Cortinas: 1 ○ ○ 2 ○ ○ 3 ○ ○ 4 ○ ○ = 8 argolas

4 × 2 = 8

Cada cortina leva ainda 10 argolas pequenas. Quantas argolinhas levam 2 cortinas?

2 × 10 = 20 argolinhas

1. Contem em saltos de 2 até 20. Exemplo: 2, 4, etc.
2. Voltem de 20 até 2.
3. Contem em saltos de 10 até 100.
4. Voltem de 100 até 10.

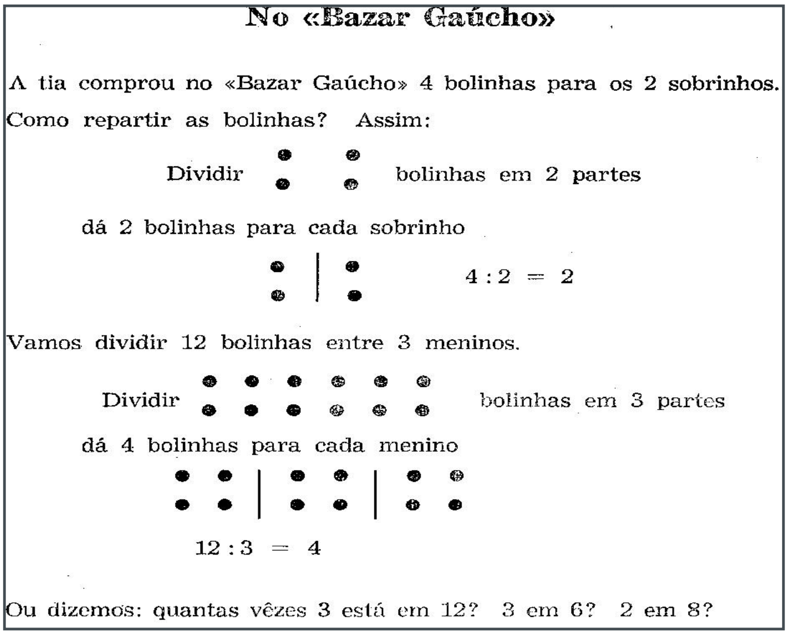
Figura 1 – Multiplicação por 2 e 10

Fonte: GOERL, [194-], p. 14.

As multiplicações por 2 e 10 são introduzidas no livro por meio de exemplos associados com argolas para prender cortinas em janelas, seguidos de exercícios com aplicação do conteúdo, conforme ilustrado na Figura 1. Destaca-se o uso da representação das argolas na sistematização da multiplicação por 2, o que possibilita ao aluno a visualização do processo. Também se observa a contagem até 20 em saltos de 2 e a contagem até 100 em saltos de 10, ambas em ordem crescente e descrente.

O autor continua a história das "cortinas de Rosinha" para desenvolver a ideia de multiplicação por 3 e 5. Conforme Goerl [194-], para fazer uma cortina de Rosinha são necessários 3 m de fazenda, então, para fazer 3 cortinas são necessários 9 m (3 x 3 = 9). Cada cortina precisa de 5 m de corda, logo, 2 cortinas precisam de 10 m (2 x 5 = 10). Nos exercícios explora a contagem até 50 em saltos de 5 e a contagem até 30 em saltos de 3, ambas em ordem crescente e descrente. Os exercícios de contagem em saltos de 2, 3, 5 e 10, na ordem crescente e decrescente, auxiliam o aluno na fixação dos múltiplos de 2, 3, 5 e 10, explorados na história das "cortinas de Rosinha".

Na sequência, o autor traz a história "no Bazar Gaúcho" para explorar a ideia de divisão por 2 e 3, conforme mostrado na Figura 2:



No «Bazar Gaúcho»

A tia comprou no «Bazar Gaúcho» 4 bolinhas para os 2 sobrinhos.
Como repartir as bolinhas? Assim:

Dividir bolinhas em 2 partes

dá 2 bolinhas para cada sobrinho

4 : 2 = 2

Vamos dividir 12 bolinhas entre 3 meninos.

Dividir bolinhas em 3 partes

dá 4 bolinhas para cada menino

12 : 3 = 4

Ou dizemos: quantas vêzes 3 está em 12? 3 em 6? 2 em 8?

Figura 2 – Divisão por 2 e 3

Fonte: GOERL, [194-], p. 16.

Para desenvolver a ideia de repartir na divisão por 2 e 3, o autor faz a representação da quantidade de bolinhas a serem repartidas entre os meninos e mostra a sua divisão em duas e três partes iguais, respectivamente. No final do excerto mostrado na Figura 2, o autor explora a ideia de medir da divisão através de perguntas.

A história do “Bazar Gaúcho” é continuada para, além de desenvolver a divisão por 2 e 3, também explorar a divisão por 10 e 5. O autor desenvolve essas divisões a partir dos preços unitários de mercadorias encontradas no bazar e questionando as quantidades de cada mercadoria que podem ser adquiridas com valores maiores, não ultrapassando Cr$ 100,00. Com o preço de uma borracha a Cr$ 2,00, explora-se a divisão por 2; com o preço de um lápis a Cr$ 3,00, desenvolve-se a divisão por 3; a partir do preço de um copo a Cr$ 10,00, explora-se a divisão por 10; com o preço de um caderno a Cr$ 5,00, desenvolve-se a divisão por 5, neste caso “quantos cadernos compram-se por Cr$ 10,00; 20,00; 30,00; 50,00; 15,00; 25,00; 35,00; 45,00; 40,00?” (GOERL, [194-], p. 17). Ressalta-se que os quocientes das divisões propostas são números naturais compreendidos entre 1 e 10.

Observa-se que a proposta da Segunda Aritmética de Otto Goerl desenvolve primeiro, a multiplicação por 2, 3, 5 e 10, através da história das “cortinas de Rosinha”, e depois explora a divisão por 2, 3, 5 e 10 com as compras no “Bazar Gaúcho”. O desenvolvimento da proposta pedagógica desta maneira subentende a ideia de que a multiplicação e a divisão são operações inversas. Essa ideia é reforçada no excerto mostrado na Figura 3, o qual explora a multiplicação e a divisão por 4 num mesmo contexto:

Já viram o ferreiro ferrar cavalos?

Ele prega as ferraduras nos cascos do cavalo. Será que o animal sente dor? E por que os cavalos precisam de ferraduras?

Cada cavalo leva 4 ferraduras. 2 cavalos precisam de 2 × 4 = 8 ferraduras.

1. Quantas ferraduras levam 7 cavalos, 9, 8, 10?

2. Vejam quantos cavalos um ferreiro ferrou numa semana: Na segunda-feira 3; na têrça 5; na quarta 2; na quinta 4; na sexta 1 e no sábado 6. Quantas ferraduras o ferreiro usou em cada dia? Quantas ao todo?

3. Contem em saltos de 4 até 40.

4. Voltem de 40 a 4.

5.	6.
1 × 4	5 × 4
2 × 4	8 × 4
3 × 4	6 × 4
4 × 4	4 × 4
5 × 4	2 × 4
6 × 4	9 × 4
7 × 4	7 × 4
8 × 4	10 × 4
9 × 4	1 × 4
10 × 4	3 × 4

As ferraduras estão guardadas em caixas. Numa delas contei 12 ferraduras. Para quantos cavalos dão?

4 dão para 1 cavalo
12 dão para 12 : 4 = 3 cavalos

7. As outras caixas contêm cada uma 8, 16, 24, 20, 32 ferraduras. Calculem para quantos cavalos cada caixa serve.

Figura 3 – Multiplicação e divisão por 4

Fonte: GOERL, [194-], p. 18.

A Figura 3 traz uma proposta do livro que questiona os alunos sobre a ação de colocar ferraduras em cavalos, envolvendo-os mais na atividade e assim, propondo o estudo da multiplicação por 4 e da divisão por 4, associada a ideia de que cada cavalo precisa de 4 ferraduras. Propõem-se exercícios de contagem até 40 em saltos de 4, em ordem crescente e descrente, explorando-se a ideia dos múltiplos de 4. Na proposta dos exercícios 5 e 6 fica subentendida a retomada da tabuada do 4. A pequena tabuada, desenvolvida no primeiro ano de escolarização, era fixada no ano seguinte, justificando-se exercícios semelhantes no estudo da multiplicação por 2 até por 10.

Em seguida, o autor propõe 12 “problemas mistos” associados a compras na “loja primavera”. A partir dos preços de: 1 m de fita a Cr$ 2,00; 1 dz de botões a Cr$ 5,00; 1 m de renda a Cr$ 10,00; 1 caixa de alfinetes a Cr$ 4,00; 1 dz de grampos a Cr$ 3,00; exploram-se a multiplicação e a divisão por 2, 3, 4, 5 e 10, articuladas com as operações de adição ou subtração para cálculo de troco para determinada quantia em dinheiro, como por exemplo: “Lia vai comprar 3 m de renda a Cr$ 10,00 o metro. Ela paga com uma nota de 50 cruzeiros. Qual é o troco?” (GOERL, [194-], p. 19). Neste problema, o aluno desenvolve a operação de multiplicação, 3 x 10 = 30, para então determinar o troco de Cr$ 20,00, completando Cr$ 50,00 a partir dos Cr$ 30,00 do custo total da renda ou fazendo a subtração 50 – 30 = 20.

Considerando-se as situações analisadas, ressalta-se que a proposta do livro é desenvolver os conhecimentos matemáticos de forma articulada com situações reais relacionadas ao cotidiano dos alunos, especialmente com operações comerciais e atividades desenvolvidas nas regiões coloniais do RS.

Ainda no contexto dos alunos, desenvolve-se a multiplicação e a divisão por 6, partindo-se do horário semanal de aulas, conforme excerto mostrado na Figura 4:

Nosso Horário

Temos 6 dias de aulas.

São os dias úteis da semana.

HORARIO					
2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	Sáb.

1. Já copiaram o horário?
2. Em que dia há geografia?
3. Em que dia há canto?
4. Quantos dias úteis há em 2 semanas? 6 + 6 ou 2 × 6.
5. Contem em saltos de 6 até 60.
6. Voltem de 60 a 6.

Figura 4 – Multiplicação por 6

Fonte: GOERL, [194-], p. 22.

De acordo com Kuhn e Bayer (2017b), nessa época, a programação escolar cobria 6 dias da semana, com 4 horas diárias, perfazendo 24 horas semanais. Neste sentido, a proposta do livro parte do horário de aulas durante os 6 dias úteis da semana para desenvolver a ideia da multiplicação por 6. No exercício 4, para determinação do número de dias úteis em 2 semanas, apresenta-se a ideia de multiplicação como uma soma de parcelas iguais, ou seja, 6 + 6 = 2 x 6. Esta ideia não foi observada explicitamente nos estudos da multiplicação por 2, 3, 4, 5 e 10, porém, começou a ser observada a partir do estudo da multiplicação por 6.

Os exercícios propostos, a partir da situação apresentada na Figura 4, exploram os múltiplos de 6, a tabuada do 6, a quantidade de dias úteis em mais semanas e a divisão por 6 como operação inversa da multiplicação. No desenvolvimento da multiplicação e da divisão por 6, o autor considerou os dias úteis da semana e no estudo da multiplicação e da divisão por 7, considerou a semana completa (7 dias), desenvolvendo um roteiro de estudo semelhante ao anterior, contextualizando este conhecimento matemático com uma unidade de medida de tempo, conhecida dos alunos.

A multiplicação e a divisão por 8 são exploradas através do serviço de um vidraceiro, conforme excerto apresentado na Figura 5:

O vidraceiro em serviço

O vidraceiro coloca os vidros nas janelas. Sabem com que êle corta o vidro?

Hoje o vidraceiro recebeu uma encomenda de uma escola para janelas com 8 vidros cada uma. Ajudem a calcular o número de vidros em cada sala:

1. A secretaria tem 2 janelas: $2 \times 8 =$
2. Cada classe tem 4 janelas.
3. A biblioteca tem 5 janelas.
4. O salão de festas tem 10 janelas.
5. A sala dos professôres tem 3 janelas.

13. O vidraceiro compra os vidros em caixas. Numa caixa há 16 vidros. Para quantas janelas dão? $16 : 8 =$

14. Para quantas janelas dá cada caixa, contendo elas 24, 48, 32, 56, 40 vidros?

Figura 5 – Multiplicação e divisão por 8

Fonte: GOERL, [194-], p. 24.

A profissão de vidraceiro é explorada pelo autor para o estudo das operações de multiplicação e divisão por 8, num contexto de colocação de 8 vidros em cada janela dos diferentes ambientes de uma escola. Conforme Roche (1969), entre os imigrantes alemães havia pessoas que exerciam diferentes profissões, embora tivessem que se dedicar inicialmente ao cultivo das terras, logo, começaram a surgir as profissões essenciais ao mundo rural, como pedreiro, mecânico, alfaiate, barbeiro, vidraceiro, entre outras.

Para o estudo da multiplicação e divisão por 9, o autor faz uma associação com a venda de brinquedos num bazar e explora o jogo de bolão, o qual seria vendido em caixas com 9 pinos cada. Além do jogo de bolão, explora-se a compra de outros objetos em quantidades que envolvem múltiplos de 9.

Após sistematizar o estudo das operações de multiplicação e divisão até 10, recapitula-se a pequena tabuada e se propõe problemas sobre multiplicação e divisão, conforme exemplos apresentados no Quadro 1:

1) Amélia foi comprar 6 metros de renda a Cr$ 4,00 o m e 10 botões grandes a Cr$ 2,00 cada um. Quanto gastou? 2) A vaca de Da. Rita está dando 8 litros de leite por dia. Quantos litros dá por semana? (p. 27).
3) Paulo foi contanto os ovos que as 9 galinhas estavam pondo. No fim da semana eram 36 ovos. Quantos ovos tocavam a cada galinha? 4) O tio gasta 7 kg de alfafa por dia com os seus cavalos. Para quantos dias dará um fardo de 45 kg que o tio comprou? (p. 29).

Quadro 1 – Problemas envolvendo multiplicação e divisão

Fonte: GOERL, [194-].

Os dois primeiros problemas mostrados no Quadro 1 envolvem a multiplicação até 10 e os outros dois problemas estão relacionados com a operação de divisão, sendo que o último envolve uma divisão não exata. Os problemas propostos são uma aplicação dos conteúdos abordados e estão contextualizados com práticas socioculturais das comunidades em que as escolas paroquiais luteranas estavam inseridas.

Na sequência, o autor do livro apresenta os termos da operação de multiplicação, desenvolve a multiplicação com dezenas, enfatizando a multiplicação por 10 e 100 e introduz a multiplicação com dezenas e unidades, através do exemplo mostrado no Quadro 2:

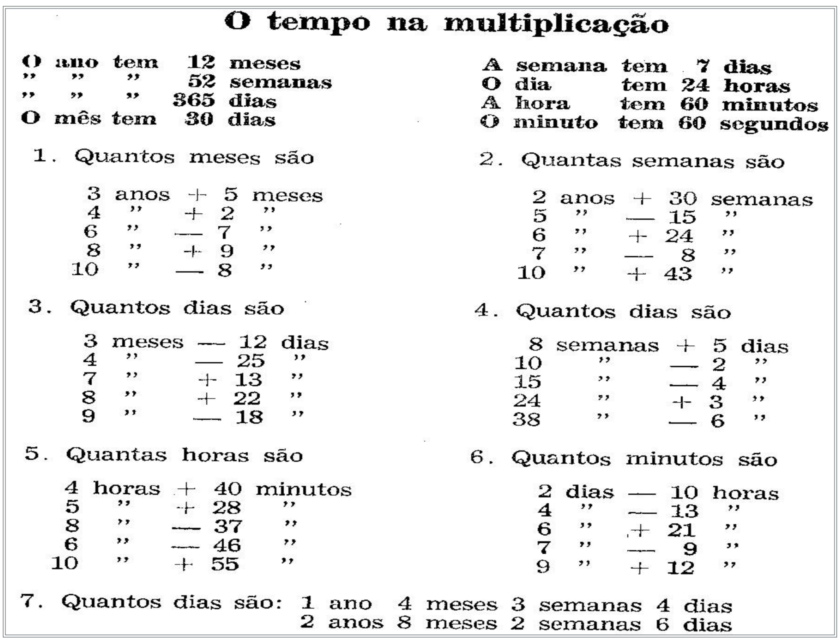
8 x15	8 x10 =	80
	8 x 5 =	40
		120

Quadro 2 – Multiplicação com dezenas mistas

Fonte: GOERL, [194-], p. 59.

Observa-se que a proposta apresentada para multiplicação com dezenas e unidades é fazer a decomposição da dezena mista em dezenas e unidades (15 = 10 + 5), para efetuar as multiplicações separadamente (8 x 10 e 8 x 5) e somar os produtos parciais (80 + 40) para chegar ao produto (120). Após este exemplo, propõem-se exercícios de aplicação com multiplicações envolvendo dezenas mistas até 99.

Na Figura 6 se apresenta um excerto com o título “o tempo na multiplicação”:



O tempo na multiplicação

O ano tem 12 meses
" " " 52 semanas
" " " 365 dias
O mês tem 30 dias

A semana tem 7 dias
O dia tem 24 horas
A hora tem 60 minutos
O minuto tem 60 segundos

1. Quantos meses são

3 anos + 5 meses
4 " + 2 "
6 " — 7 "
8 " + 9 "
10 " — 8 "

2. Quantas semanas são

2 anos + 30 semanas
5 " — 15 "
6 " + 24 "
7 " — 8 "
10 " + 43 "

3. Quantos dias são

3 meses — 12 dias
4 " — 25 "
7 " + 13 "
8 " + 22 "
9 " — 18 "

4. Quantos dias são

8 semanas + 5 dias
10 " — 2 "
15 " — 4 "
24 " + 3 "
38 " — 6 "

5. Quantas horas são

4 horas + 40 minutos
5 " + 28 "
8 " — 37 "
6 " — 46 "
10 " + 55 "

6. Quantos minutos são

2 dias — 10 horas
4 " — 13 "
6 " + 21 "
7 " — 9 "
9 " + 12 "

7. Quantos dias são: 1 ano 4 meses 3 semanas 4 dias
2 anos 8 meses 2 semanas 6 dias

Figura 6 – O tempo na multiplicação

Fonte: GOERL, [194-], p. 60.

No estudo da multiplicação e divisão por 6 e 7, Goerl [194-] fez associações com os dias úteis da semana e a semana completa, respectivamente. A proposta de estudo apresentada na Figura 6 explora relações entre as unidades de medida de tempo (anos, meses, semanas, dias, horas e minutos) associadas à multiplicação, adição ou subtração. O exercício 7, por exemplo, pode ser resolvido da seguinte maneira:

1 ano 4 meses 3 semanas 4 dias = 1 x 365 dias + 4 x 30 dias + 3 x 7 dias + 4 dias = 365 dias + 120 dias + 21 dias + 4 dias = 510 dias.

2 anos 8 meses 2 semanas 6 dias = 2 x 365 dias + 8 x 30 dias + 2 x 7 dias + 6 dias = 730 dias + 240 dias + 14 dias + 6 dias = 990 dias.

Neste caso, as transformações das unidades de medida de tempo são realizadas usando-se as operações de multiplicação e adição.

O autor também apresenta os termos da operação de divisão no livro, explora a divisão com um ou mais zeros no dividendo e a divisão por 10. Em seguida, apresenta um algoritmo para divisão, conforme exposto no Quadro 3:

Como dividir 52 ÷ 3?			
Assim:	52 ÷ 3 =	30 ÷ 3 =	10
		22 ÷ 3 =	7 resto 1
			17 resto 1

Quadro 3 – Algoritmo para divisão

Fonte: GOERL, [194-], p. 63.

O algoritmo para divisão mostrado no Quadro 3 propõe a decomposição do dividendo (52) em dezenas simples (30) e dezenas mistas (22), procurando-se obter a maior divisão exata com as dezenas simples, para efetuar as divisões separadamente (30 ÷ 3 e 22 ÷ 3) e somar os quocientes parciais (10 + 7) para chegar ao quociente (17) e resto (1). Após este exemplo, propõem-se exercícios envolvendo a operação de divisão, chamando atenção que o autor relaciona a divisão por 12 com dúzias (1 dúzia = 12) e a divisão por 15 com arrobas (1 arroba = 15 quilos).

Embora predomine uma proposta de estudo das operações de multiplicação e divisão de forma contextualizada na Segunda Aritmética de Otto Goerl, observaram-se também exercícios para o desenvolvimento de habilidades de cálculo mental e escrito, com o algoritmo na horizontal.

A outra edição da Segunda Aritmética da série Concórdia analisada, não tem autoria identificada e foi editada em 1948. A obra possui 96 páginas e também não apresenta sumário. Suas principais unidades de estudo são: numeração 1 - 1000; os números até 10000; números além de 10000. Essa edição não desenvolve a ideia de multiplicação e divisão por 2 até 10 como a Segunda Aritmética de Goerl [194-]. Apenas é proposto um exercício para retomada da pequena tabuada nas primeiras páginas do livro. Em seguida, exploram-se as operações de multiplicação e divisão com centenas e dezenas, conforme excerto mostrado no Quadro 4:

<table>
<tr><td colspan="5">1) 100 + 100 + 100 =   3 x 100
50 + 50 + 50 + 50 =   4 x 50
20 + 20 + 20 + 20 + 20 =   5 x 20
10 + 10 + 10 + 10 + 10 =   6 x 10</td></tr>
<tr><td>2) 4 x 100 =</td><td>3) 2 x 200 =</td><td>4) 200 = 2 x</td><td>5) 200 ÷ 2 =</td><td>6) 3 x 10</td></tr>
<tr><td>6 x 100 =</td><td>5 x 200 =</td><td>500 = 5 x</td><td>400 ÷ 2 =</td><td>7 x 10</td></tr>
<tr><td>9 x 100 =</td><td>2 x 500 =</td><td>400 = 2 x</td><td>500 ÷ 5 =</td><td>8 x 10</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">7) Quantas vezes 20 cm estão contidos em:</td><td colspan="2">8) Quantas vezes Cr$ 50 cabem em:</td></tr>
<tr><td>80 cm</td><td>1 m 40 cm</td><td>Cr$ 100</td><td>Cr$ 400</td></tr>
<tr><td>180 cm</td><td>1 m 80 cm</td><td>Cr$ 250</td><td>Cr$ 550</td></tr>
</table>

Quadro 4 – Multiplicação e divisão com centenas e dezenas

Fonte: SÉRIE CONCÓRDIA, 1948, p. 37-38.

No exercício 1 observado no Quadro 4, o livro desenvolve a ideia de multiplicação como uma soma de parcelas iguais para multiplicações por 10, 20, 50 e 100. Essa ideia de multiplicação foi pouco explorada por Goerl [194-], encontrando-se registros da mesma no estudo das multiplicações por 6, 7 e 9. Além da operação de multiplicação, neste excerto se desenvolve a ideia de medir da divisão, relacionando-a com unidades de medida de comprimento no exercício 7 e com o sistema monetário no exercício 8. Verificou-se uma quantidade significativa de exercícios orais e escritos envolvendo as operações de multiplicação e divisão na Segunda Aritmética de 1948. As orientações pedagógicas da época sugeriam exercícios para o desenvolvimento de habilidades de cálculo escrito e mental de acordo com o nível dos alunos, partindo do simples para o complexo e retomando conteúdos estudados previamente.

A Segunda Aritmética de 1948 apresenta propostas de estudo semelhantes àquela mostrada no Quadro 4 para o desenvolvimento das multiplicações e divisões por 30, 40, 60, 70, 80 e 90, explorando a multiplicação como uma soma de parcelas iguais e a divisão como uma medida. A multiplicação com dezenas mistas na Segunda Aritmética de 1948 **é** introduzida pelo exemplo**:**

3 x 24 = 60 + 12 = 72

Observa-se que, no algoritmo apresentado no exemplo, fica subentendida a decomposição da dezena mista em dezenas e unidades (24 = 20 + 4), para efetuar as multiplicações separadamente (3 x 20 e 3 x 4) e somar os produtos parciais (60 + 12) para chegar ao produto final (72). Essa ideia é reforçada com exercícios semelhantes ao exemplo apresentado.

A operação de divisão com dezenas mistas é desenvolvida a partir do exemplo:

72 ÷ 3 = 20 + 4 = 24

Verifica-se que, no algoritmo para divisão apresentado no exemplo, fica subentendida a decomposição do dividendo (72) em dezenas simples (60) e dezenas mistas (12), procurando-se obter a maior divisão exata com as dezenas simples, para efetuar as divisões separadamente (60 ÷ 3 e 12 ÷ 3), somar os quocientes parciais (20 + 4) e chegar ao quociente (24). Após este exemplo, propõem-se exercícios envolvendo a operação de divisão para aplicação do algoritmo desenvolvido.

Ressalta-se que, com os exemplos apresentados para a multiplicação, 3 x 24 = 72, e para a divisão, 72 ÷ 3 = 24, a proposta do livro é desenvolver a ideia de que a multiplicação e a divisão são operações inversas. Além disto, verificou-se que as duas edições da Segunda Aritmética trazem uma proposta de estudo para multiplicação e divisão de dezenas mistas com algoritmos semelhantes, propondo a decomposição da dezena mista.

No Quadro 5 se apresentam problemas que envolvem as operações de multiplicação e de divisão com dezenas mistas:

1) Quantos kg de banha há em 7 latas, pesando cada lata 18 kg? 2) Nós temos 24 horas de ensino por semana; quantas horas de ensino teremos em 3, 4, 7, 2, 6 semanas? (p. 45).
3) Por 6 sacos de feijão recebemos Cr$ 108,00. Quer-se saber o preço de 1 saco. 4) A conta de leite de 6 meses importa em Cr$ 168,00. Quer-se saber a quanto sai por mês. (p. 47).

Quadro 5 – Problemas envolvendo multiplicação e divisão com dezenas mistas

Fonte: SÉRIE CONCÓRDIA, 1948.

Os dois primeiros problemas mostrados no Quadro 5 estão relacionados com a operação de multiplicação com dezenas mistas. Resolvendo-se o problema 1, a partir da ideia de decomposição da dezena mista acima exposta, tem-se:

7 x 18 = 7 x 10 + 7 x 8 = 70 + 56 = 126

Então, 7 latas de banha totalizam 126 kg.

Os outros dois problemas envolvem a operação de divisão com centenas mistas. Partindo da ideia de decomposição, o problema 3 pode ser resolvido da seguinte maneira:

108 ÷ 6 = 90 ÷ 6 + 18 ÷ 6 = 15 + 3 = 18 ou

108 ÷ 6 = 60 ÷ 6 + 48 ÷ 6 = 10 + 8 = 18

Portanto, o preço de 1 saco de feijão é Cr$ 18,00.

Depois de explorar o algoritmo para multiplicação e divisão na horizontal, a Segunda Aritmética de 1948 apresenta os algoritmos na vertical (por escrito) para estas operações. No Quadro 6, observa-se que o livro apresenta os algoritmos para multiplicação por escrito, desenvolvendo quatro casos:

1) O multiplicador é um número de 1 algarismo. 826 963 x 4 x 7 3304 6741	Nota: 10 U = 1 D 10 D = 1 C 10 C = 1 M
2) O multiplicador é uma dezena. 40 = 4 x 10 80 = 8 x 10 87 x 30 2610	Multiplica-se primeiro pelo número da dezena. Depois se multiplica por 10, acrescentando um zero.
3) O multiplicador é uma centena. 300 = 3 x 100 700 = 7 x 100 89 x 600 53400	Multiplica-se primeiro pelo número da centena. Depois se multiplica por 100, acrescentando dois zeros.
4) O multiplicador é um número de dois algarismos. 38 x 58 304 190 2204	Multiplica-se primeiro pelo número da unidade. Depois se multiplica pelo número da dezena. Ao fim, somam-se as parcelas.

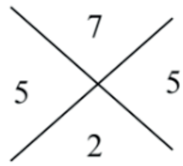
Quadro 6 – Multiplicação por escrito

Fonte: SÉRIE CONCÓRDIA, 1948, p. 84-85.

No primeiro caso, em que o multiplicador é um número de um algarismo, o livro apresenta uma nota informativa sobre a relação entre unidades e dezena, dezenas e centena, centenas e milhar, e dois exemplos sem detalhar o procedimento de cálculo. Nos casos em que o multiplicador é uma dezena ou uma centena, o livro explora o procedimento de cálculo valendo-se de regras da multiplicação por 10 e 100, respectivamente. Quando o multiplicador é um número de dois algarismos, o livro sistematiza o procedimento de cálculo e apresenta um exemplo.

Na Segunda Aritmética de Goerl [194-] foram encontradas as provas reais para as operações de adição e de subtração, enquanto que na Segunda Aritmética de 1948 foram observadas as provas reais para as quatro operações com os números naturais. No Quadro 7 se apresentam as provas reais para a operação de multiplicação:

1ª prova: Inverter a ordem dos fatores, isto é, tomar o multiplicando como multiplicador e o multiplicador como multiplicando. Se o resultado da prova for o mesmo que o da multiplicação, é muito provável, que a operação esteja exata.	243 .... multiplicando x 85 ..... multiplicador 1215 1944 20655 ..... produto 243 x 85 = 85 x 243

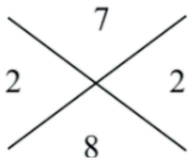
2ª prova: Dividindo o produto por um dos fatores, deve-se obter o outro fator.	78 x 23 234 156 1794	1794 ÷ 23 = 78 161 184 184 000
3ª prova: (9 fora) Traçar duas linhas que se cortem em forma de X; depois se tiram os 9 fora do multiplicando e escreve-se o resto no ângulo superior da cruz. Tiram-se os 9 fora do multiplicador, e escreve-se o resto no ângulo inferior da cruz. Multiplicam-se os dois restos, do número que sai e tiram-se os 9 fora e escreve-se o resto no ângulo direito da cruz. Enfim, tiram-se os 9 fora do produto, e escreve-se o resto no ângulo esquerdo. Se o resto igualar ao que lhe fica oposto, pode-se acreditar que a operação seja certa.	358 ..... 7 47 ..... 2 2506 1432 16826 ..... 5  	

Quadro 7 – Provas reais para multiplicação

Fonte: SÉRIE CONCÓRDIA, 1948, p. 90.

O livro aborda três provas reais para a operação de multiplicação, apresentando-se os algoritmos e os procedimentos para realização da prova real em multiplicações. A 1ª prova consiste em inverter a ordem dos fatores para verificar o produto. A 2ª prova envolve a divisão como operação inversa da multiplicação e a 3ª prova é dos 9 fora. Conforme Lavaca e Costa (2016, p. 58), “tirar o noves-fora de um número natural qualquer n, significa subtrair deste número o maior múltiplo de nove nele contido, o que é equivalente a encontrar o resto da divisão deste número n por 9”. Acrescentam que, de forma prática, pode-se somar os algarismos deste dado número que se deseja obter os 9 fora, obtendo outro valor. A partir deste novo valor, somam-se novamente os algarismos e assim por diante até restar um número de um algarismo.

A Segunda Aritmética de 1948 ainda traz as provas para a operação de divisão, conforme apresentado no Quadro 8:

1ª prova: Multiplicar o quociente pelo divisor e se junta o resto da divisão (se houver). O número que resultar deve ser igual ao dividendo. 475 (dividendo); 5 (divisor); 95 (quociente)	475 ÷ 5 = 95 45 25 25 0 95 x 5 475
2ª prova: Dividir o dividendo pelo quociente. O número que resultar deve ser igual ao divisor. O resto da prova deve ser igual ao resto da divisão.	245 ÷ 6 = 40 24 5 0 0 245 ÷ 40 = 6 240 5
3ª prova: (9 fora) 875 ÷ 25 = 35 75 125 125 000 	9 fora do divisor ..... 7 ..... 7 9 fora do quociente ..... 8 ..... 8 Produto destes algarismos 7 x 8 = 5....2 9 fora do dividendo 8 7 5 = 20 ... 2

Quadro 8 – Provas reais para divisão

Fonte: SÉRIE CONCÓRDIA, 1948, p. 91.

O Quadro 8 mostra como o livro aborda as três provas reais para a operação de divisão, apresentando-se os algoritmos e os procedimentos para realização da prova real em divisões. A 1ª prova envolve a multiplicação como operação inversa da divisão. A 2ª prova consiste em dividir o dividendo pelo quociente obtido, devendo-se obter um resultado igual ao divisor e os restos da prova e da divisão devem ser iguais. A 3ª prova é dos 9 fora, conforme descrito no quadro acima.

A partir das três provas de multiplicação e divisão apresentadas, ressalta-se que a proposta da Segunda Aritmética de 1948 enfatiza os algoritmos e os procedimentos para verificação da prova real de cada operação matemática, na intenção de desenvolver habilidades nos alunos para o cálculo escrito e mental.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do referencial da história cultural, investigaram-se os aspectos pedagógicos relacionados às operações de multiplicação e divisão, analisando-se as duas edições da Segunda Aritmética da série Concórdia, editadas pela IELB para suas escolas, na primeira metade do século XX. Verificou-se que as duas aritméticas apresentam conhecimentos matemáticos com ênfase na multiplicação e divisão com números naturais.

A Segunda Aritmética de Otto Goerl desenvolve as ideias de multiplicação e divisão, por 2 até 10, de forma contextualizada com práticas socioculturais comuns nas comunidades em que as escolas paroquiais luteranas estavam inseridas. Nessa proposta de estudo se explorou a ideia da multiplicação como uma soma de parcelas iguais e as ideias de repartir e de medir na operação de divisão. Além disto, verificaram-se atividades de ensino para compreensão da multiplicação e divisão como operações inversas. O estudo dessas operações se amplia para cálculos com dezenas e centenas, predominando o algoritmo na horizontal e explorando a decomposição da dezena mista ou centena mista.

A Segunda Aritmética de 1948 faz uma retomada da pequena tabuada e, em seguida, exploram-se as operações de multiplicação e divisão com dezenas e centenas, desenvolvendo-se a multiplicação como uma soma de parcelas iguais e a divisão como uma medida. Verifica-se uma proposta de estudo inicial para multiplicação e divisão com o algoritmo na horizontal, explorando-se a ideia de decomposição da dezena mista ou centena mista, com aplicação em problemas relacionados a práticas sociais e o cotidiano dos alunos. Na sequência, a proposta do livro desenvolve o algoritmo vertical para multiplicação e divisão, apresentando inclusive, as provas reais para essas operações.

Ao finalizar esta investigação, aponta-se que, embora predomine uma proposta de estudo das operações de multiplicação e divisão de forma mais contextualizada na Segunda Aritmética de Otto Goerl, as duas aritméticas trazem atividades para o desenvolvimento de habilidades de cálculo mental e escrito, com foco nos algoritmos e procedimentos de cálculo da multiplicação e divisão. Com este estudo histórico se pretende contribuir para a História da Educação Matemática e provocar uma reflexão sobre os processos de ensino e de aprendizagem dessas operações na Educação Básica.

REFERÊNCIAS

CERTEAU, Michel de. **A escrita da História.** Tradução Maria de Lourdes Menezes. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares - reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, Porto Alegre, n. 2, p. 177-229, 1990.

GOERL, Otto A.. **Série Concórdia**: Segunda Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, [194-].

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, Campinas, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

KUHN, Malcus Cassiano; BAYER, Arno. **A matemática nas escolas paroquiais luteranas gaúchas do século XX.** Canoas: Ed. ULBRA, 2017a.

KUHN, Malcus Cassiano; BAYER, Arno. **O contexto histórico das escolas paroquiais luteranas**

gaúchas do século XX. Canoas: Ed. ULBRA, 2017b.

LEMKE, Marli Dockhorn. **Os princípios da educação cristã luterana e a gestão de escolas confessionárias no contexto das ideias pedagógicas no sul do Brasil (1824 – 1997)**. Canoas: Ed. ULBRA, 2001.

LAVACA, Alana Godoy; COSTA, David Antonio da. A prova dos nove e o caso da “Arithmetica Primaria” de Cezar Pinheiro. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 11, n. 1, p. 54-73, 2016.

PROST, Antoine. **Doze lições sobre a História.** Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

ROCHE, Jean. **A Colonização Alemã e o Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: Editora Globo, 1969. v. 1 e v. 2.

SÉRIE CONCÓRDIA: Segunda Aritmética. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, 1948.

UNSERE SCHULE. Porto Alegre: Casa Publicadora Concórdia, 1933-1935.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática,** Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 28-49, 2007.

WEIDUSCHADT, Patrícia. **O Sínodo de Missouri e a educação pomerana em Pelotas e São Lourenço do Sul nas primeiras décadas do século XX**: identidade e cultura escolar. 2007. 255 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2007.

CAPÍTULO 2

UMA ANÁLISE SOBRE A HISTÓRIA DO CONCEITO DE FUNÇÃO A PARTIR DAS PERSPECTIVAS DE YOUSCHKEVITCH E EULER

Luciana Vieira Andrade
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM)
Natal - RN

Giselle Costa de Sousa
Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM)
Natal - RN

RESUMO: Este artigo apresenta alguns resultados de uma pesquisa de mestrado em que se estudou as potencialidades do uso da História da Matemática (HM) articulada à Investigação Matemática (IM) e às Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação (TDIC) na sala de aula, a partir da história do conceito de Função. A proposta aborda concepções norteadoras do uso da HM em sala de aula, recorrendo a elementos da utilização das TDIC, via IM, compondo a dissertação do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da UFRN, que respondeu à pergunta-foco: *Que elementos facilitadores para o ensino de Função, no nível da Educação Básica (EB), podemos encontrar a partir da interligação entre HM e TDIC (Geogebra), via IM?* Para tanto, foi desenvolvido um produto educacional composto por três atividades, abordando o desenvolvimento do conceito de Função ao longo da história, considerando os períodos da Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna, aplicadas via *software Geogebra*. Neste sentido, realizou-se uma pesquisa de caráter qualitativo com duas fases: uma teórica, feita com pesquisa bibliográfica e uma fase prática, pautada nos elementos da pesquisa ação.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Função; História da Matemática; TDIC; Investigação Matemática; *Geogebra*.

ABSTRACT: This article presents some results of a master's research which investigated the potentialities of the use of the History of Mathematics (HM) articulated with Mathematical Investigation (MI) and Digital Information and Communication Technologies (DICT) in the classroom from the history of the concept of Function. The proposition approached the conceptions of the use of the History of Mathematics (HM) in the classroom, by having recourse to the elements of the use of the TDIC, by means of MI, constituting a Professional Master's Degree dissertation in the Teaching of Natural Sciences and Mathematics, in UFRN, which answered the question: *Which elements that facilitate the teaching of Function in Basic*

Education (EB) can we find in the interrelation between HM and DICT by means of MI? Therefore, an educational product consisting of three activities was developed and it approached the development of the concept of Function throughout history in the periods of Antiquity, Middle Ages and Modern Age applied by *Geogebra* software. In this sense, a qualitative research was carried out in two phases: the first one of a theoretical type through a bibliographic research, and the second one on a more practical basis, characterized by the perspective of action research.
KEYWORDS: Teaching of Function; History of Mathematics; Digital Information and Communication Technologies; Mathematical Investigation; Geogebra.

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo descreve alguns resultados de uma proposta de pesquisa que estão apresentados em sua totalidade em um dos capítulos de dissertação no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, da UFRN, intitulada *História da Matemática e Tecnologias da Informação e da Comunicação no Ensino de Função*. As atenções foram voltadas à incorporação da História da Matemática (HM) na sala de aula a partir da utilização da história do conceito de Função e sua articulação com Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e Investigação Matemática (IM) em prol da elaboração de um caderno de atividades. Tal trabalho foi desenvolvido em duas fases e aqui apresentamos alguns elementos da primeira, que consiste no levantamento bibliográfico sobre o desenvolvimento do conceito de Função nos períodos da Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna.

Esclarecendo, como a dissertação trata da interligação entre o uso da HM e das TDIC no ensino, via IM, desenvolveu-se um produto educacional que consistiu em um caderno composto por três atividades que foram aplicadas com alunos da Educação Básica (EB) e especialmente com utilização da HM apoiada por recursos tecnológicos (*software* de matemática dinâmica: *Geogebra*) que abordam os elementos de uma função matemática, alguns de seus tipos e diferentes formas de representação, sobretudo, abordando os elementos do conceito durante os períodos já citados. Conceito este unificador de vários outros.

Com o objetivo de embasar teoricamente a pesquisa, são apresentadas aqui algumas das ideias discutidas por Youschkevitch (1976) quanto ao conceito de Função no passar do tempo, a definição de Função defendida por Euler, assim como, um breve comparativo entre as principais ideias desses matemáticos.

Tendo em vista essas informações centrais, seguem os itens que formam a base deste artigo e a pesquisa supracitada.

2 I FUNDAMENTOS DA PESQUISA

Para este artigo, organizou-se uma base que está apresentada a partir de quatro categorias que respaldam a pesquisa nos aspectos de conteúdo, práticos, metodológicos e científicos. Cada uma delas relaciona tópicos que abordam os itens considerados imprescindíveis quanto à fundamentação utilizada como apoio no desenvolvimento da pesquisa e deixam claras as referências utilizadas no desenrolar de todo o trabalho.

2.1 O Uso da História da Matemática

De forma geral, o estudo da história é capaz de exercer um grande fascínio aos estudantes. Desse modo, articulações entre a história e a Educação Matemática proporcionam verdadeiros diálogos entre duas ciências: História e Matemática.

Segundo Garnica e Souza (2013), a História da Matemática visa compreender alterações e permanências nas práticas relativas à produção da Matemática, construindo versões sobre como os conceitos matemáticos se desenvolveram. Desse modo, quando se pretende motivar as investigações ligadas às práticas em sala de aula, a HM aparece como recurso capaz de contribuir com o trabalho do professor de Matemática, em especial, tratando de aspectos como entendimento de que não é uma ciência acabada, mas que vive em constante processo de evolução e ainda incluir na prática inerente à formação de professores a postura investigativa são pontos que merecem a devida atenção. Concordando com esta posição, Miorim e Miguel (2011) defendem que a HM investiga as dimensões da atividade matemática na história das práticas sociais envolvidas no processo de produção do conhecimento matemático. Para eles, é nítido verificar uma série de potencialidades que a aplicação dessa área como apoio didático-pedagógico na escola oferece.

Para Garnica e Souza (2013), a Educação Matemática é uma área voltada à compreensão da Matemática no contexto de ensino-aprendizagem, cabendo a ela estudar como, no tempo, se têm desenvolvido produções e alterações de ensino da Matemática.

Miguel e Miorim (2011) argumentam que a HM investiga todas as dimensões da atividade matemática na história das práticas sociais envolvidas no processo de produção de seu conhecimento. Sua marca registrada é manter o verdadeiro diálogo entre História e Matemática, com vistas à compreensão das alterações e permanências nas práticas educativas ligadas à produção do conhecimento. Nossa proposta usa a HM nessa perspectiva.

A HM é capaz de justificar o ensino da Matemática. Logo, aplicá-la como instrumento para a formalização dos conceitos e construção do pensamento crítico é de grande valia, também a utilizando como fonte de métodos de ensino e de problemas práticos a serem aplicados em sala de aula. Buscando tornar o ensino mais atrativo, a HM contribui para que o aluno confirme que a Matemática é ciência em constante aprimoramento, tornando-a mais humana, sensibilizando a todos os envolvidos no processo, garantindo um ensino contextualizado. Essa prática pode aliviar o problema das dificuldades que o aluno tem em dar significado à Matemática e aos seus conteúdos.

2.2 Quanto à Utilização de Tecnologias Digitais da Informação e da Comunicação em Sala de Aula

No intuito de “dar significado ao aprendizado é necessário e possível transcender a prática imediata e desenvolver conhecimentos de alcance mais universal” (BRASIL, 2000, p. 7). As TDIC aparecem como recursos que propiciam o desenvolvimento de múltiplas linguagens a partir de seus recursos próprios que, com uso criativo e crítico, garantem um aprendizado com prazer e encanto. Logo, compreender e empregar inúmeras tecnologias para elaborar visões de mundo e da sociedade é característica que se espera fazer parte do cotidiano da escola durante toda a Educação Básica, pois, é fato que a tecnologia exerce impacto em nossa vida, pois influencia a sociedade e a escola não pode ficar de fora já que é inerente a ela.

Reconhecendo que a utilização da tecnologia – computadores - em sala de aula exerce um poder que vai além de diversificar e favorecer o aprendizado, enxergamos aqui que aplicar atividades com utilização de tais recursos supera a ideia de somente transmitir informações aos alunos, mas que atua especialmente quanto à produção do conhecimento.

Para Valente (1999a, p. 01), a importância da inserção da informática na escola tem vistas a “enriquecer os ambientes de aprendizagem e auxiliar o aprendiz no processo de construção do conhecimento”, além disso, considera que “práticas pedagógicas inovadoras acontecem quando as instituições se propõem a repensar e a transformar a sua estrutura cristalizada em estrutura flexível, dinâmica e articulada” (VALENTE, 1999a, p. 11).

Assim, entendendo o homem como um coletivo pensante formados por humanos e não-humanos, Borba (2002) se fundamenta em algumas ideias do Vigotskyano Tikhomirov (1981) quanto a defender que a informática é capaz de reorganizar o pensamento e não o complementar/substituir e de Lévy (1993), ao julgar que as tecnologias podem ser encaradas como extensão da memória. Nessa perspectiva, Lévy (1993) apud Borba (2002), concordando com Tikhomirov (1981) apud Borba (2002), argumenta que não deve haver dicotomia entre técnica e ser humano, mas que o processo ensino-aprendizagem deve garantir interação ente a técnica (informática) e o ser humano (pensamento).

A informática com suas características próprias de articular aspectos como simulação, experimentação, linguagem específica, que envolve oralidade, escrita, imagens, comunicação instantânea, deve ser vista como estratégia para a construção do conhecimento.

Softwares educacionais tem apresentado papel importante na vida dos jovens atuais, pois é frequente o seu uso no cotidiano. A utilização de alguns *softwares* facilitam os processos de construção do conhecimento, pois possibilitam uma relação de interação do aluno com o recurso computacional. De fato,

> O computador pode ser importante recurso para promover passagem da informação ao usuário ou facilitar o processo de construção de conhecimento. No entanto, por intermédio da análise de softwares, é possível entender que o aprender (memorização ou construção de conhecimento) não estar restrito ao software, mas à interação aluno-software (VALENTE, 1999b, p. 89).

Tal fato remete ao desenvolvimento do pensamento promovido pelo que Borba (2001) chama de coletivos-seres-humanos-com-mídia, ou seja, a construção do conhecimento ocorre a partir dos coletivos pensantes formados por humanos (raciocínio) e mídias (técnica).

Nossa proposta pretende elaborar uma sequência de atividades que aborde conhecimentos históricos que serão tratados via uso da tecnologia. Para tanto, as atividades serão elaboradas por meio do *software* de matemática dinâmica *Geogebra*, que é gratuito e foi pensado para o ensino e aprendizagem da Matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). Para efeitos didáticos, esse programa de computadores:

> Reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o *Geogebra* tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si. (INSTITUTO GEOGEBRA NO RIO DE JANEIRO)

Portanto, o uso dos computadores para fins didático pedagógicos é algo que possibilita ao professor enriquecer suas práticas educacionais, permitindo-o realizar simulações, exercícios e até comprovando propriedades que dificulta o entendimento do aluno, no entanto, além da formação sólida que o educador deve ter, deve também ter discernimento para superar as dificuldades encontradas no espaço escolar.

2.3 Sobre a Investigação Matemática

A proposta do trabalho com investigação está intimamente ligada ao estudo de questões que permitam a construção do conhecimento por meio da formulação de conjecturas (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2013).

Em Matemática, investigar tem características peculiares que, para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), estão fortemente representadas pelas ideias da tríade: conjectura-teste-demonstração. Em busca de informações sobre o que é desconhecido, os matemáticos vislumbram a investigação como a descoberta das relações entre objetos matemáticos com vistas à identificação de suas propriedades. Para isso, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) argumentam que a Investigação Matemática (IM) envolve quatro etapas: reconhecimento da situação, sua exploração e a formulação de questões; formulação de conjecturas; realização de testes e refinamento das conjecturas e argumentação, demonstração e avaliação do trabalho.

No desenrolar da pesquisa, fizemos uso das afirmações defendidas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), quanto à IM, nos momentos da elaboração e das aplicações das atividades tendo em vista que o uso da HM pode colocar o aluno no papel do matemático e, portanto, investigador/pesquisador, que produz conhecimento, apoiado pelas TDIC.

2.4 Quanto ao Ensino de Função

Não sendo a Matemática um simples aglomerado de conceitos antigos e definitivos, a BNCC (BRASIL, 2014, p. 116) orienta que o ideal é que a construção do conhecimento ocorra por meio da provocação do aluno por atribuir significado aos conhecimentos. No intuito de atender a essas ideias, a BNCC (BRASIL, 2014, p. 119) informa que para a Educação Básica o eixo álgebra "está associado à capacidade de identificar atributos e regras de formação de sequências". Percebe-se, que o ensino de Função já se destaca como conteúdo que favorece a organização do pensamento e estabelece conexões tanto entre diversas ideias matemáticas, como com outras áreas do conhecimento, atentando para suas aplicações sociais. O pensamento funcional surge como informação que vai além da simples manipulação simbólico-algébrica.

Nesse contexto, o conceito de Função é visto como elemento integrador no âmbito da própria Matemática e na interligação dela com outras áreas, como importante ao descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos. A Matemática, então, é responsável por incentivar no aluno a capacidade de investigação ao se deparar com situações problemas de diversas áreas. O uso da HM e das TDIC, isolados ou conectados, ganham força quando se trabalha com o conceito de Função.

Para Fossa (2001), a analogia de Função com uma máquina é interessante, mas não suficiente para garantir o aprendizado desse conceito por parte dos alunos. Ele sugere, ainda, que, quando são utilizados métodos de ensino em que o aluno participa efetivamente da construção do conhecimento matemático, tal analogia não é muito sugestiva. Dessa forma, o ideal é a aplicação de atividades em que o aluno é participante ativo engajado no processo de fazer matemática (FOSSA, 2001, p. 143), isso remete à utilização de atividades que propõe a manipulação de materiais concretos para, a partir daí, descobrirem, por si próprios, o referido conceito. Tratando do conceito de Função, "a atividade deve ir além da máquina e modelar, de maneira intuitiva, aquele conjunto de ideias de que o conceito consiste" (FOSSA, 2001, p. 143). Por meio de uma de suas representações, diagrama de Venn, por exemplo, o professor deve pensar em atividades que apresente os elementos do domínio e do contradomínio e também uma maneira de ligá-los em uma relação funcional. Ele ainda destaca que "além de ser um dos conceitos fundamentais da matemática, a noção de função é extremamente abstrata e acarreta um grande número de implicações complexas” (FOSSA, 2001, p. 155).

Fossa (2001) argumenta que, em geral, o trabalho desenvolvido pelos professores quando tratam do conceito de Função acaba limitando a construção real do conceito pelos alunos e isso porque lhes é solicitado que manipule equações e gráficos e, portanto, estudam uma classe restrita de funções. Por essa razão, cabe investigar como equações e gráficos influenciam o desenvolvimento do conceito de Função visto que existem alguns obstáculos cognitivos que a manipulação citada pode causar. Sugere, ainda que se apresentem funções através de atividades de modelagem de situações físicas concretas e com ênfase ao fato de que se podem usar certas equações e gráficos para representar situações funcionais.

3 I PERCURSO METODOLÓGICO

Para essa proposta de trabalho realizou-se uma pesquisa qualitativa, em que, como consideram Ludke e André (1986), os dados são predominantemente descritivos e os interesses foram sempre mais voltados pelo processo do que pelo produto, tendo como foco do pesquisador os significados atribuídos pelos envolvidos às coisas e à vida, além de realizar análise indutiva dos dados.

Como mencionado, a pesquisa completa foi desenvolvida por meio de duas fases, a primeira das quais com caráter teórico e que ocorre através de pesquisa bibliográfica. Para essa etapa, as fontes de coleta foram por intermédio de leituras de livros, teses, dissertações, artigos em periódicos nacionais e estrangeiros, ensaios e anais de congressos e, por essa razão, concordando com Gil (2008, p. 16), é bibliográfica por estar sendo “desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”. A segunda fase, com características mais práticas, utilizou elementos da pesquisa ação em que as ideias da IM estiveram presentes nos momentos de observações, bem como, quando da análise dos dados coletados. Para essa fase, registros de observações de aulas (relatórios), registros fotográficos, de vídeo e atividades dos alunos também foram utilizados e os resultados explicitados por meio de textos descritivos.

A pesquisa bibliográfica realizada e descrita neste artigo faz parte da fase teórica de trabalho. Nela, procuram-se registros acerca da história do conceito de Função, seus elementos e formas de representação em diferentes épocas, a saber: Antiguidade, Idade Média e idade Moderna, a fim de se identificar possíveis alterações/aplicações que possam ter ocorrido com o passar do tempo, além das principais características. A HM foi utilizada como recurso que visa a atribuir significado ao ensino a partir da evolução histórica de conceitos, como propõe a BNCC. Como resultado parcial, tem-se que o conceito de Função é forte aliado ao ensino da Matemática e de outras áreas do conhecimento por permitir a descrição do comportamento de fenômenos no cotidiano através da leitura, interpretação e construção dos gráficos (BRASIL, 2000), tabelas e expressões gerais (leis de formação).

3.1 Alguns Pontos Quanto à História do Conceito de Função Segundo Youschkevitch (1976)

“Até agora a história da funcionalidade tem sido estudada de maneira insuficiente”. (YOUSCHKEVITHC, 1976, p. 37, tradução nossa). Em especial, percebendo divergências entre as opiniões de autores em relação à época em que realmente se originou o conceito de Função, Youschkevitch apresenta algumas informações que comprovam essa ideia, como destacados na figura 1.

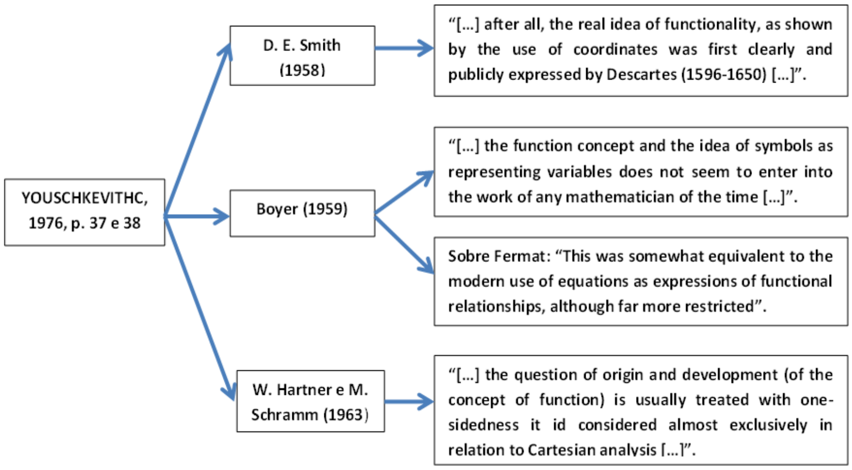


Figura 1 – Algumas das reflexões apresentadas por Youschkevitch (1976)

Fonte: Elaborado pela autora

Das falas postas, é possível notar que operações utilizando ideia de funcionalidade apareciam em cálculos da astronomia desde a antiguidade, na ciência árabe e na matemática grega. Boyer (1956) defende: “This was somewhat equivalent to the modern use of equations as expressions of functional relationships, although far more restricted” (YOUSCHKEVITHC, 1976, p. 38).

Youschkevitch (1976), sem defender ou discordar de alguma ideia, informa que no século XIX a definição clássica de Função em quase todos os textos sobre análise matemática é atribuída a Dirichlet (1805-1859) ou a Lobachevski (1792-1856) embora esta seja uma afirmação não exata já que o conceito geral de Função como a relação arbitrária entre pares de elementos, cada um tomado em seu próprio conjunto, foi formulada em meados do século XVIII.

Estando clara a importância de conhecer o histórico do conceito de Função, Youschkevitch (1976) aborda breves observações quanto ao seu desenvolvimento até cerca da metade do século XIX, separando esse tempo em três períodos que ele julga importantes:

- Antiguidade: estudo de casos particulares de dependências entre duas quantidades, mas onde ainda não se tinham as noções gerais de quantidades variáveis e funções.

- Idade Média: na ciência Europeia do século XIV, noções gerais expressas pela primeira vez de forma definida, tanto nas formas geométrica quanto mecânicas. Como na Antiguidade, a dependência entre quantidades era definida por meio de uma expressão verbal, ou com um gráfico, em vez de uma fórmula.
- Período Moderno (fim do século XVI, início do XVII): começam a prevalecer as expressões analíticas das funções, expressas por somas de séries de potências de infinitas.
- Bem verdade é que a interpretação por meio analítico da funcionalidade tenha revolucionado o mundo matemático, especialmente pela sua eficácia, tendo, assim, assumido um papel importantíssimo quanto ao conceito de Função em todas as ciências exatas. Contudo, exclusivamente esse entendimento, com o passar do tempo, foi tido como inadequado, de tal modo que houve a necessidade de uma nova definição geral que se universalizou.

Tal definição geral de Função, por volta da metade do século XIX, possibilitou outros caminhos no desenvolvimento da teoria das funções. Contudo, de maneira bem geral, a definição desenvolvida nessa época é muito comum àquela que é utilizada ainda hoje:

> Uma função da variável x, y = f(x), é uma relação entre pares de elementos de dois conjuntos numéricos X e Y, em que cada elemento do primeiro conjunto X se interliga com um elemento y, e somente um y do segundo conjunto Y, segundo uma regra definida (YOUSCHKEVITHC, 1976, p. 39, tradução nossa).

Vale lembrar também que a regra sugerida na definição anterior pode se apresentar de maneira verbal, por meio de tabela de valores, com expressão analítica ou por gráfico.

A partir dos argumentos de Youschkevitch (1976), percebe-se que o conceito de funcionalidade sofreu alterações com o decorrer do tempo. Conhecer tais alterações implica perceber o quão dinâmico é o conhecimento matemático e ainda que se trata de uma área inacabada. A evolução do conceito de dependência funcional é utilizada nesse trabalho como elemento que nos proporciona um panorama global desse dinamismo da Matemática, característica essa que torna clara a importância da aplicação que atividades que considerem a contextualização como recurso didático a ser aplicado em sala de aula, visando favorecer a aprendizagem. Assim, a utilização da HM aparece como metodologia capaz de contribuir para o ensino, como recomendam os documentos oficiais e os autores referenciados neste trabalho.

3.2 Ideias de Euler Sobre Função

Leonhard Euler (1707-1783), segundo Boyer (2012), sob influências/incentivos dos irmãos Bernoulli, foi matemático influente na Academia de S. Petersburgo e já usava em seus trabalhos a notação utilizada até hoje. A designação lx para logaritmo de x, o uso da letra ∑ para indicar somatório, e talvez a mais importante de todas, a representação f(x) para função de x, são notações de Euler (BOYER, 2012, p. 305).

Para Boyer (2012), a partir de segunda metade do século XVIII, a ideia de Função tornou-se fundamental para o estudo da Análise Matemática, sejam as ideias ligadas à geometria analítica de Fermat (1601-1665) e Descartes (1596-1650) ou o cálculo de Newton (1643-1727) e Leibniz (1646-1716). Euler, em seu *Introductio* define Função de uma quantidade variável como "qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números ou quantidades constantes" (BOYER, 2012, p. 305), definição essa, um tanto quanto incoerente para os dias atuais visto que não deixam claras as suas reais ideias envolvidas.

Roque (2012) considera que foi com Euler que o cálculo foi visto como uma teoria das funções e a análise como uma ciência geral das variáveis e suas funções, tendo ele definido Função da seguinte maneira: "Uma função de uma quantidade variável é uma expressão analítica composta de um modo qualquer dessa quantidade e de números, ou de quantidades constantes" (EULER, 1748, apud ROQUE, 2012, p. 374).

Embora existam os que considerem que o termo *composta,* escrito nessa definição, deixe um sentido um tanto quanto ambíguo, tal conceito possibilita pensar em Função com um significado próprio, independente das considerações geométricas. Ou seja, a formalidade da ideia de Função, para Euler, tem de fato um caráter de simbologia muito forte onde o analítico exerce um papel significativo na interpretação de dependência funcional. A partir das definições de Euler o conceito de Função se tornou o centro da Análise.

Perceber que a dependência funcional, já no século XVII, aparece com esse caráter analítico é entender que a Função tem um conceito que pode ser aplicado em situações das mais diversas naturezas e representações. No intuito de atribuir significado ao conhecimento matemático e de enxergar tal área como fonte de modelos para fenômenos reais, aparece a possibilidade de levar essa temática para a sala de aula, associando o mundo físico em que se vive ao mundo abstrato da Matemática, como recomenda a BNCC (BRASIL, 2014). É com esse olhar que o estudo da história do conceito de Função é entendido em nosso trabalho.

3.3 Algumas Relações Entre as Ideias de Youschkevitch (1976) e Euler (1748, Apud Roque, 2012)

Partindo do fato que as principais ideias que vem à nossa mente quando pensamos em Função são sua representação gráfica e sua expressão analítica, cabe aqui considerar que as tabelas babilônicas e egípcias já tratavam da ideia de funcionalidade, em especial, por sua característica de registrar correspondência entre quantidades.

Dessa maneira, e concordando com o que argumenta Youschkevitch (1976), considera-se que a noção de funcionalidade existe desde os tempos antigos tendo se aperfeiçoado com o passar do tempo. Por exemplo, a ideia de variável não havia na antiguidade, mas foi inserida no conceito de Função em épocas posteriores de modo a se alcançar o que hoje é elemento imprescindível a tal conceito: a ideia de grandezas que variam de modo correlato, como julga Roque (2012, p. 371).

Como notou Youschkevitch (1976), a partir do início do século XVII o que prevalecia eram as expressões analíticas, de fato, o simbolismo já utilizado por Euler no século XIII foi um passo significativo para o desenvolvimento do conceito de Função que é aplicado nos dias atuais.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os conhecimentos adquiridos e descritos nesse artigo são resultados das leituras acerca dos principais elementos referentes à utilização da HM e das TDIC, com apoio da IM, no ensino da Matemática, particularmente, sobre a história do conceito de Função. Defendemos aqui a ideia de que utilizar essas informações/recursos em sala de aula contribui para o aprendizado do aluno e enriquece a prática docente. Contudo, uma fundamentação sobre essa temática se faz imprescindível afim de que as atividades a serem desenvolvidas visem a atender ao que estabelecem os documentos oficiais que regem a educação em nosso país. Nessa perspectiva, chegou-se às bases que fundamentam a proposta de incorporação da HM, a partir do conceito de Função, na sala de aula apoiada pelas TDIC e IM.

A aplicação da abordagem da HM de forma crítica e utilização das TDIC permitem o aperfeiçoamento da prática pedagógica, colaborando com a melhoria nos processos de ensino e aprendizagem. Concluímos então que pensar a Matemática da escola com uma visão mais global propiciada pela HM viabiliza o trabalho via TDIC, particularmente, para abordagem do conceito de Função. Para tanto, tomamos como referência os trabalhos clássicos de Youschkevitch (1976) e Euler e delineamos aspectos importantes a serem levados em consideração quando se trata do conceito histórico de Função. Dentre tais aspectos, destacamos a relevância de abordagens que primem por diferentes representações, algébrica, gráfica e analítica que apostamos estarem articulados de modo investigativo via *software Geogebra* e atividades históricas que façam uso da Investigação Matemática.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. de C. **Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção do conhecimento matemático**. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2002, Curitiba. I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática, 2001. v. 1. p. 135-146.

BOYER, C. B., MERZBACH, U. C. Tradução Helena Castro. **História da Matemática**. SP: Blucher, 2012.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de EB, 2014. 302p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria do Ensino Médio, 2000. 58p.

FOSSA, J. A. **Indo além da máquina:** uma introdução às funções. In: ________, Ensaios sobre educação matemática. Belém: EDUEPA, 2001. 181p.

FOSSA, J. A. **Funções, equações e regras**. In: ________, Ensaios sobre educação matemática. Belém: EDUEPA, 2001. 181p.

GARNICA, A. V. M.; SOUZA, L. A.. **Educação Matemática, História, História da Matemática e História da Educação Matemática**. In: ________, Elementos de história da educação matemática. São Paulo: Coleção Cultura Acadêmica - Editora UNESP, 2013. p. 17-48.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. Ed. São Paulo: Atlas, 2008.

INSTITUTO GEOGEBRA NO RIO DE JANEIRO. Apresentação. Disponível em: <http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>. Acesso em: 16 mai.2016.

LUDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A.; **História na Educação Matemática**: proposta e desafios. 2 ed. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PONTE, J. P. da, BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3 ed. Ver. Ampl.- Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. RJ: Zahar, 2012.

VALENTE, J. A. **Informática na Educação no Brasil**: Análise e Contextualização Histórica. In: VALENTE, J. A. (org.). O computador na sociedade do conhecimento. Campinas: UNICAMP/NIED, 1999 a.

VALENTE, J. A. **Análise dos diferentes tipos de software usados na educação**. In: VALENTE, J. A. (Org). O computador na sociedade do conhecimento. 1 ed. UNICAMP / NIED, Campinas, 1999b.

YOUSCHKEVITCH, A. P. **The Concept of Function up to the Middle of the 19 th Century**. Moscow: Institute for History of Science and Technology, 1976.

CAPÍTULO 3

UMA ANÁLISE DA HISTÓRIA DA ESTATÍSTICA E DOS NÚMEROS COMPLEXOS ABORDADA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Francisco Aureliano Vidal
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba – IFPB
Cajazeiras – Paraíba

Geraldo Herbetet de Lacerda
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba – IFPB
Cajazeiras – Paraíba

Baldoino Sonildo da Nóbrega
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba – IFPB
Cajazeiras – Paraíba

RESUMO: O presente trabalho se constitui um contributo à abordagem da história da matemática, no sentido de possibilitar novas abordagens ligadas ao ensino e aprendizagem desta disciplina. Nosso objetivo foi verificar a presença do contexto histórico da estatística e dos números complexos presente em alguns livros didáticos do ensino médio para refletirmos sobre o quanto estas obras valorizam a história da matemática enquanto ferramenta útil na aprendizagem. Para isso fizemos uma análise de seis livros de matemática do ensino médio escolhidos por nós e editados em épocas distintas para que pudéssemos identificar a presença da história destes conteúdos nestas obras. Os resultados apontaram diferenças consideráveis na forma destes livros abordarem o contexto histórico destes conteúdos. Um fato importante observado referente à forma desta abordagem, é que há uma tendência em abordar a história apenas em relação à descrição de biografias de matemáticos famosos e fatos ocorridos no passado.

PALAVRAS-CHAVE: História; Estatística; Números Complexos; Livro didático.

ABSTRACT: The present work constitutes a contribution to the approach of the history of mathematics, in the sense of enabling new approaches related to the teaching and learning of this discipline. Our objective was to verify the presence of the historical context of statistics and the complex numbers present in some high school textbooks to reflect on how much these works value the history of mathematics as a useful tool in learning. For this we did an analysis of six high school mathematics books chosen by us and edited at different times so that we could identify the presence of the history of these contents in these works. The results pointed out considerable differences in the way these books deal with the historical context of these contents. An important fact observed regarding the form of this approach is that there is a tendency to approach history only in relation to the description of biographies of famous mathematicians and facts that have occurred in the past.

KEYWORDS: History; Statistic; Complex numbers; Textbook.

1 I INTRODUÇÃO

A ideia inicial deste trabalho originou-se a partir da pesquisa de mestrado intitulada “Seções cônicas: uma sequência didática no ensino médio utilizando o geogebra”, na qual foi feita uma análise da história envolvendo esta temática, momento em que desenvolvemos uma sequência didática para o seu ensino. Como parte das investigações sobre o assunto, fizemos uma análise de alguns livros didáticos sob a égide de critérios estabelecidos em consonância com a nossa proposta, na qual pretendíamos verificar até que ponto estas obras se apresentavam em sintonia com a mesma. Um desses critérios foi à utilização da história da Matemática como recurso pedagógico. O que pretendíamos era “mostrar o quanto estas obras valorizavam a história das seções cônicas e sua evolução ao longo dos tempos, desde sua constituição enquanto conceito matemático até a sua apresentação como saber escolar” (VIDAL, 2013, p. 29), pois “O entendimento da evolução do conhecimento matemático permite aos educadores produzir estratégias para facilitar a construção do conhecimento dos alunos. O contexto histórico é, portanto, uma fonte de inspiração”, (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 18).

Esse critério foi escolhido por acreditarmos que o uso da história como recurso pedagógico pode proporcionar ao aluno uma motivação maior para que a aprendizagem ocorra de modo mais prazeroso e dinâmico. A análise dos resultados nos deixou inquietos em relação a esse critério, porém o objetivo do trabalho não nos permitiu aprofundar mais tal questão naquele momento, tendo em vista a limitação da análise apenas em relação ao assunto das seções cônicas, tema do nosso trabalho. De acordo com as obras analisadas, percebemos o uso da história da Matemática apenas “como mera transmissão de técnicas e de nomes, fatos e datas respectivamente” como lamenta D’Ambrósio (2004, p. 29). Em todas as obras analisadas, apenas os nomes de Apolônio e Kepler (em uma só obra) apareceram. Vale ressaltar que as obras fazem parte daquelas aprovadas pelo PNLD-2012 (Programa Nacional do Livro Didático), e seriam utilizadas por alunos do ensino médio no triênio 2013-2015.

No trabalho supracitado fizemos uma análise do contexto histórico das seções cônicas no qual realizamos um estudo mais aprofundado e que resultou no artigo “A evolução histórica das seções cônicas”, apresentado no XI Seminário Nacional de História da Matemática. Com ele pudemos perceber “como o conceito de cônicas se desenvolveu ao longo dos anos e como cada período com suas características próprias da época influenciou não só no estudo desse tema como de outros conteúdos importantes na matemática” (VIDAL; SANTOS, 2015, p. 8). Essa abordagem, conforme nossa análise de livros didáticos, não é relatada nos mesmos. Considerando que “A história da disciplina no currículo pode ser um importante fator de definição sobre a abordagem metodológica dos conteúdos na escola" (Moura, 2001, p. 150), sentimos falta de uma melhor abordagem da história da Matemática nos livros didáticos de Matemática. Apesar de o referido trabalho ser apenas sobre as cônicas, nossa experiência como professor da educação básica, nos faz perceber que isso acontece também com os demais conteúdos da Matemática.

Dessa forma, pretendemos realizar uma análise mais profunda no que diz respeito à inserção da história da Matemática em alguns livros didáticos do ensino médio com o propósito de procurar alternativas a essa inclusão de modo adequado, visando incentivar o aluno a se interessar pelo tema, utilizando o contexto histórico como ferramenta didática capaz de promover uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos.

2 I O PROBLEMA

Em relação à problematização, como fase essencial do método investigativo Bachelard (1981, apud. Cachapuz, 2011, p. 73) nos diz que "[...] sem a interrogação não pode haver conhecimento científico; nada é evidente, nada nos é dado, tudo é construído" e isso se identifica com a nossa pesquisa, no sentido de que a intenção é fazer uma análise de livros didáticos do Ensino Médio para verificar como é realizada a abordagem da história da Matemática nos mesmos, visto que eles são, em muitos casos, o único material que se encontra sempre à disposição de professores e alunos. Dessa forma o que pretendemos verificar é: Como a história da Matemática tem sido tratada nos Livros Didáticos do Ensino Médio?

Acreditamos que a resposta a essas questões pode contribuir significativamente para aprendizagem de conceitos matemáticos na medida em que a utilização da história da Matemática "pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos" (BRASIL, 2006, p.86) e, desta forma, irá motivar os alunos a despertarem o interesse por esta disciplina. Entretanto, "[...] É importante, porém, que esse recurso não fique limitado à descrição de fatos ocorridos no passado ou à apresentação de biografias de matemáticos famosos" (Idem, p. 86), o que, de certa forma observamos na maioria dos livros didáticos que abordam a história da Matemática.

3 I REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

O presente trabalho fundamenta-se essencialmente nos estudos realizados nos últimos anos por pesquisadores interessados na área da história da Matemática. Concordamos com Baroni e Nobre (1999, p. 130) quando afirmam que a história da Matemática "é uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação científica, por isso é ingênuo considerá-la como um simples instrumento metodológico", e o que observamos nos livros de Matemática é apenas alguns breves comentários a respeito da história de algum conteúdo achando que seu uso apenas como elemento de motivação, por si só, é uma abordagem correta em sala de aula. Porém, "[...] sua amplitude extrapola o campo da motivação e engloba elementos cujas naturezas estão voltadas a uma interligação entre o conteúdo e sua atividade educacional" (Idem, p. 132).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) também colocam essa questão da abordagem da História da Matemática em sala de aula, considerando que:

> [...] essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da História da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados (BRASIL, 1998, p. 43).

Dessa forma, o livro didático, como principal instrumento de trabalho do professor, deve levar em consideração todas essas questões. Nossa pesquisa se apoia no trabalho de Baroni, Teixeira e Nobre (2004) nos argumentos a favor da introdução da história da Matemática no processo educacional dentre eles:

- a História da Matemática levanta questões relevantes e fornece problemas que podem motivar, estimular e atrair o aluno;
- os professores podem identificar, na História da Matemática, motivações na introdução de um novo conceito;
- a História pode evidenciar que a Matemática não se limita a um sistema de regras e verdades rígidas, mas é algo humano e envolvente;
- a História da Matemática fornece uma oportunidade a alunos e professores de entrar em contato com matemáticas de outras culturas, além de conhecer seu desenvolvimento e o papel que desempenham". (BARONI; TEIXEIRA; NOBRE, 2004, pp. 166-167).

Assim, de acordo com esses autores, é importante reconhecer que além destes, outros fatores de ordem prática contrapõem-se a esses argumentos, tais como: "falta de tempo para cumprir o programa; falta de recursos materiais; falta de experiência do professor; dificuldade de avaliação" (Idem, p. 168), esses são apenas alguns dos aspectos, dentre outros citados pelos referidos autores, que dificultam o uso correto da história da Matemática em sala de aula. O que percebemos nos livros didáticos é uma apresentação isolada de fatos históricos, o que "pode dar uma falsa e truncada impressão da Matemática" (Idem, p. 169). Outras pesquisas corroboram com esses autores no que diz respeito a essas dificuldades da utilização pedagógica da história da Matemática apontam para a "falta de bibliografia específica, dificuldade de acesso a fontes primárias, o tempo disponível para o desenvolvimento do conteúdo em sala de aula e para a preparação de tais atividades e materiais". (BRITO; NEVES; MARTINS 2004, p. 290).

A história da Matemática oferece a opção de articular a educação com dinâmicas que extrapolem os limites da sala de aula e pode contribuir sistematicamente na busca para "levar o professor a uma visão interdisciplinar de tais conhecimentos e a instrumentalizá-lo para responder à frequente (sic) questão dos alunos: para que serve isso?" (Idem, p. 289). Os PCN também afirmam que a história da Matemática pode ajudar na resposta a essa "questão" da utilidade dos conteúdos matemáticos quando relatam:

> Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer idéias (sic) matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns "porquês" e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 43).

A história da Matemática torna possível o conhecimento das relações dos homens em diferentes culturas, tempos e contextos (SILVA, 2014). A autora afirma que a história da Matemática "torna-se forte candidata a fornecer respostas sobre as razões, motivações e necessidades de produção de conhecimentos matemáticos" (SILVA, 2014, p. 48). Porém é preciso que o professor esteja preparado para tal uso em sala de aula, caso contrário, essa estratégia não passará de mais uma frustrada tentativa de melhorar o ensino apenas com a inclusão de uma nova tática.

Para a realização da pesquisa estabelecemos alguns critérios para a análise dos livros didáticos no intuito de realizar uma breve investigação sobre a história da estatística e dos números complexos, com a finalidade de refletir sobre como a abordagem dos aspectos ligados à sua história poderia contribuir para a sua aprendizagem, os quais estão elencados no quadro a seguir:

CRITÉRIOS	DESCRIÇÃO DOS CRITÉRIOS
A	Verificar se utilizam a história da Matemática como recurso pedagógico.
B	Analisar como a história do conteúdo é apresentada em tais livros.
C	Examinar de que forma estas obras abordam os conceitos do conteúdo com o seu contexto histórico.

Quadro 1 - Critérios selecionados para análise dos livros didáticos

Fonte: Autores, 2016

Até o momento foram analisados apenas 6 (seis) obras escolhidos por nós e editados em épocas distintas (2005, 2009, e 2013) para que pudéssemos identificar a presença da história do conteúdo, fazendo uma comparação também se o período de sua edição influenciou na presença da história do conteúdo no livro ou não. Analisamos apenas os tópicos referentes à estatística e números complexos por serem temas trabalhados por nós ao longo do ano em curso (2016) na sala de aula. As obras analisadas estão elencadas no quadro a seguir.

OBRA	ANO	REFERÊNCIA
L1	2005	SILVA, C. X., BARRETO FILHO, B., Matemática aula por aula, 2ª ed. renov., São Paulo: FTD, 2005.
L2	2005	GIOVANNI, J. R., BONJORNO, J. R., Matemática completa, 2ª ed. renov., São Paulo: FTD, 2005.
L3	2009	PAIVA, M., Matemática, 1ª ed., São Paulo: Moderna, 2009.
L4	2010	BARROSO, J. M., Conexões com a matemática, 1ª ed., vol. 1, São Paulo: Moderna, 2010.
L5	2010	RIBEIRO, J., Matemática: ciência, linguagem e tecnologia, 3: ensino médio. São Paulo: Scipione, 2010.
L6	2013	SOUZA, J. R. Novo olhar matemática: 3, 2ª edição, São Paulo: FTD, 2013.

Quadro 2: Obras analisadas

Fonte: Autores, 2016

Cada obra será identificada pelo código da primeira coluna. Vale ressaltar que todas elas foram aprovadas pelo MEC e participaram da escolha no PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) para serem adotados pelas escolas públicas no triênio subsequente ao ano de sua edição. Estes foram os primeiros passos desta pesquisa os quais apresentaremos a seguir os resultados parciais. Considerando a contribuição de Mendes (2013, apud CHAQUIAN, 2015, p. 74) sabemos que há “uma ampla variedade de temas e métodos que poderão surgir durante o exercício da pesquisa”, portanto, no nosso caso específico, trata-se de uma pesquisa em andamento em que seus resultados não são totalmente conclusivos.

4 I RESULTADOS PARCIAIS

Apresentamos a seguir os primeiros resultados deste trabalho que foram levantados, inicialmente, apenas analisando os conteúdos de estatística e números complexos. Das seis obras analisadas, apenas duas delas (33,3%) abordaram algo relacionado a história da matemática enquanto ferramenta de motivação da aprendizagem da estatística[1] frente a todas elas (100%) que relatam alguma informação referente à história dos números complexos.

1 Os resultados referentes ao conteúdo estatística foram previamente publicados no trabalho intitulado: A História da Matemática presente nos Livros Didáticos: Uma Análise Sobre O Conteúdo Estatística, publicado nos anais do II Seminário Cearense de História da Matemática realizado em março de 2016 na cidade de Fortaleza-Ce.

HISTÓRIA	OBRAS	PERCENTUAL DE PRESENÇA
Em 3000 a.C. já se realizavam censos na China, Babilônia e Egito	L1	16,7%
Há indícios de realização de censos no Velho Testamento quando “Moisés recebe orientação de fazer a contagem dos homens de Israel preparados para a guerra” e ainda que “o censo feito em todo o Império Romano é um exemplo dessas práticas	L1	16,7%
Fala a respeito da contribuição dos estudos realizados por Karl Pearson (1857 – 1936) e Ronald A. Fisher (1890 – 1962)	L1	16,7%
As primeiras atividades estatísticas datam de cerca de 2000 a.C. e “referem-se a iniciativas como o recenseamento das populações agrícolas chinesas”	L2	16,7%

Quadro 3: Presença da história da estatística em cada obra

Fonte: Autores, 2016

A obra L1 ainda propõe que os alunos pesquisem sobre “A evolução histórica da Estatística”. Esta obra faz uma breve abordagem da história da Matemática enquanto instrumento de aprendizagem. Percebemos uma divergência de datas em relação aos primeiros censos enquanto na obra L1 fala em 3000 a.C. a L2 refere-se ao fato de que as primeiras atividades são de 2000 a.C.. Nas demais obras, nada encontramos de história da estatística. Estas não dão nenhuma importância à utilização da história da matemática como ferramenta de motivação para a aprendizagem deste conteúdo.

Com relação aos números complexos, a história da matemática foi relatada em todas as obras analisadas, apesar de encontrarmos algumas diferenças, tais como a escrita de alguns nomes de matemáticos que contribuíram para a evolução deste conceito, como, por exemplo, Rafael Bombelli e Raphael Bombelli, encontrada em metade das obras analisadas cada notação e Carl Friedrich Gauss que também aparece como Carl Friederich Gauss em uma delas, porém acreditamos que apenas este erro não influencia no contexto histórico da evolução deste conceito. O quadro abaixo aponta os principais tópicos discutidos nas obras analisadas.

HISTÓRIA	OBRAS	PERCENTUAL DE PRESENÇA
Tartaglia como autor da fórmula geral para resolução de equações cúbicas	L3; L4; L5; L6	66,7%
Raízes quadradas de números negativos (números não reais) citadas por Cardano em sua obra Ars Magna	L1; L2; L3; L4; L5; L6	100,0%
Raphael Bombelli como preceptor de que, em algumas situações, era preciso operar com números imaginários	L1; L2; L3; L4; L5; L6	100,0%
Os termos real e imaginário foram utilizados pela primeira vez por René Descartes em 1637	L1; L2; L6	50,0%
O símbolo foi usado pela primeira vez por Albert Girard	L2; L6	33,3%
John Wallis como autor da primeira tentativa de legitimação dos números complexos via interpretação geométrica	L2; L6	33,3%

O símbolo i foi usado pela primeira vez por Leonard Euler para representar	L1; L2; L4; L6	66,7%
Creditam apenas Jean Robert Argand e Carl Friedrich Gauss como associadores dos números complexos a pontos do plano real, conhecido como plano de Argand-Gauss	L3; L4	33,3%
Citam Caspar Wessel como um dos precursores da representação geométrica dos números complexos	L1; L5; L6	50,0%
A fórmula $z^n = \rho^n(\cos n\theta + i\operatorname{sen} n\theta)$ foi demonstrada pelo matemático francês Abraham De Moivre	L3; L5	33,3%
Gauss, em 1822 (em uma das obras encontramos 1832), utilizou a expressão números complexos	L1; L2; L4; L5; L6	66,7%
Augustin-Louis Cauchy, em 1821, utilizou os termos módulo e conjugado	L1	16,7%
William Rowan Hamilton representou um número complexo como par ordenado de números reais	L6	16,7%

Fonte: Autores, 2016

Pela análise dos resultados concluímos que, conforme o critério A, quatro das seis obras consultadas (66,7%) não valorizam a história da estatística e sua evolução ao longo dos tempos para ajudar a motivar os alunos a estudarem o tema. Estas obras nem sequer citam algo relacionado à história desses conteúdos. Porém, em relação aos números complexos todas elas (100%) valorizam a história deste conteúdo e sua evolução a partir da fórmula de Tartaglia-Cardano.

Quanto ao critério B, apenas duas dessas obras (33,3%) fazem uso da história da Matemática como estratégia útil para motivar o aluno para aprender estatística que são L1 e L2. As demais sequer citam a mesma para que possam ajudar o professor a motivar seus alunos a se interessaram pelo tema. Ao mesmo tempo em que, com relação aos números complexos a história da matemática é abordada em todas elas.

Em relação ao critério C, as mesmas obras (L1 e L2) utilizam a história da estatística para ajudar o professor a enriquecer a metodologia trazendo a discussão sobre outras ferramentas didáticas que auxiliem o ensino desse tópico, no caso, a história da matemática. As mesmas utilizam o contexto histórico para motivar os alunos a despertarem o interesse pelo tema enquanto curiosidades e ferramenta didática. As demais, assim como nos outros critérios, sequer citam a história deste conteúdo. O mesmo não acontece com os números complexos, que são citados em todas as obras, apesar de algumas abordagens se diferenciarem, porém sem grandes prejuízos para a compreensão dos conceitos envolvendo o seu contexto histórico.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, procuramos analisar a abordagem apresentada por alguns livros didáticos acerca da história da estatística e dos números complexos como mais uma alternativa de motivação a ser utilizada pelo professor no ensino destes conteúdos. O nosso estudo indicou para a necessidade de buscar respostas para a seguinte pergunta:

Como a história da Matemática tem sido tratada nos Livros Didáticos do Ensino Médio? Analisamos apenas seis obras, o que não nos permite extrair conclusões definitivas a este respeito. No entanto ainda estamos em fase inicial do projeto, nossa intenção é prosseguir com esta pesquisa e aprofundá-la, investigar mais conteúdos e mais obras.

A análise destas obras, nos fez perceber algumas diferenças em relação à história da matemática abordada em estatística e em números complexos pelos autores dos livros didáticos em relação aos critérios adotados neste trabalho como forma de motivar os alunos a se interessarem por estes temas. O conteúdo de estatística é abordado por apenas duas (33,3%) das obras, enquanto (100%) das obras abordam a história dos números complexos. Em nossa opinião, essa diferença deve-se ao fato de a história desses conteúdos serem abordadas de modo diferente nos principais livros de história da matemática e também devido às dificuldades de acesso a bibliografia mais detalhada sobre a estatística que é mais limitada em comparação com a de números complexos.

Uma pesquisa mais aprofundada e com mais obras editadas em períodos mais distintos para uma verificação mais detalhada sobre a história destes e também de outros conteúdos pode contribuir para conclusões mais precisas a respeito da sugestão proposta pelas Orientações Curriculares Nacionais (OCN) quando citam a importância de não ficar limitado apenas à descrição de biografias de matemáticos famosos e fatos ocorridos no passado (BRASIL, 2006). Dessa forma, concluímos que se faz necessário um olhar mais crítico acerca da abordagem dos conteúdos ligados à História da Matemática, de modo especial, os que estão ligados à Estatística, tendo em vista o que nos sinalizou a presente pesquisa. Nesse sentido, os livros didáticos precisam trazer em seu aporte teórico, maior suporte no que diz respeito à abordagem dessas temáticas, proporcionando assim uma visão mais completa dos aspectos voltados para a história da Matemática como um todo.

REFERÊNCIAS

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. R. A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, pp. 129-136.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas Relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, pp. 164-185.

BARROSO, J. M., **Conexões com a matemática**, 1ª ed., vol. 1, São Paulo: Moderna, 2010.

BRASIL.**Orientações Curriculares para o Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.Vol. 2.Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, 2006.

_____.**Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, A. J.; NEVES, L. S.; MARTINS, A. F. P. A história da Ciência e da Matemática na formação de professores. In: NUÑEZ, I. B.; RAMALHO B. L. (Orgs.). **Fundamentos do Ensino-Aprendizagem das Ciências Naturais e da Matemática:** o Novo Ensino Médio. Porto Alegre: Sulina, 2004, pp. 284-296.

CACHAPUZ, A., GIL-PÉREZ, D., CARVALHO, A. M., PRAIA, J., & VILCHES, A. **A necessária renovação do ensino das ciências** (3ª ed.). São paulo: Cortez, 2011.

CHAQUIAN, M. **História da matemática em sala de aula:** proposta para integração aos conteúdos matemáticos (Vol. 10). (S. h. ensino, Ed.) São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

D'AMBRÓSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à educação e a história da matemática. Em M. V. BICUDO, & M. C. BORBA, **Educação matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

FLEMMING, D. M., LUZ, E. F. e MELLO, A. C. C.**Tendências em educação matemática.**2 ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

GIOVANNI, J. R., BONJORNO, J. R., **Matemática completa**, 2ª ed. renov., São Paulo: FTD, 2005.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. Em A. D. CASTRO, & A. M. CARVALHO, **Ensinar a Ensinar:** Didática para a Escola Fundamental e Média. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001.

PAIVA, M., **Matemática**, 1ª ed., São Paulo: Moderna, 2009.

RIBEIRO, J., **Matemática:** ciência, linguagem e tecnologia, 3: ensino médio. São Paulo: Scipione, 2010.

SILVA, C. M. S. Onde está a proporção? **Revista de História da Matemática para Professores,** Natal, ano 1, n. 1, mar. 2014. Natal: Editora da SBHMat, 2014, pp. 47-57.

SILVA, C. X., BARRETO FILHO, B., **Matemática aula por aula**, 2ª ed. renov., São Paulo: FTD, 2005.

VIDAL, F. A. **Seções cônicas:** uma sequência didática no ensino médio utilizando o GeoGebra. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Maceió, 2013.

VIDAL, F. A.; SANTOS, G. O. A evolução Histórica das Seções Cônicas. In: XI Seminário Nacional de História da Matemática. **Anais...** Natal: UFRN, 2015.

VIDAL, F. A.; A história da matemática presente nos livros didáticos: uma análise sobre o conteúdo estatística. In: II Seminário Cearense de História da Matemática. **Anais...** Fortaleza: UECE, 2016.

CAPÍTULO 4

O DIABO DOS NÚMEROS: UMA ANÁLISE DAS POSSIBILIDADES DE ENSINAR MATEMÁTICA POR MEIO DE UM PARADIDÁTICO

Antomar Araújo Ferreira
Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – Minas Gerais

Reines Rosa Filho
Centro Educacional ABC
Tupaciguara – Minas Gerais

RESUMO:O texto apresenta uma análise do livro "O diabo dos números", de Hans Magnus Enzensberger, que conta a história de Robert, um menino de pijama azul, que sofre com temidos problemas matemáticos, porém surge em seus sonhos um diabinho chamado Teplotaxl que lhe mostra como a matemática pode ser divertida e interessante. Esta análise, no entanto, buscou estabelecer uma relação episódio/ano de ensino/conteúdo a fim de auxiliar professores de matemática que buscam inovar suas práticas pedagógicas, utilizando cada história (sonho) como possibilidade de ensino na introdução e desenvolvimento dos diversos conteúdos presentes na obra. Para promover o conhecimento estrutural da obra, tem-se no texto, uma síntese dos episódios, composta de observações que, sem dúvida, serão importantes para o educador que tiver interesse em utilizá-la em suas aulas, além de um quadro que apresenta todos os conteúdos presentes no livro, que estão dispostos respeitando a cronologia dos sonhos.
PALAVRAS-CHAVE: livro paradidático; educação matemática; ensino-aprendizagem.

ABSTRACT: This text intends to show an analysis of the book "The devil of the numbers", by Hans Magnus Enzensberger, that tells the story of Robert, a boy in blue pajamas, who suffers with dreaded mathemathical problems, but in his dreams, a little devil whose name is Teplotaxi comes to show him how Math can be fun and interesting. This analysis seeked to establish an episode/year relationship of teaching/content, in order to help Math teachers to innovate their pedagogical practices, using each story (dream) as a teaching possibility in the introduction and development of the various contents present in this work. In order to promote the structural knowledge of the work, we are going to show a synthesis of the episodes with some observations that will be very importante for the educator who is interested in using it in his classes, and we also have a table that contains all the contents present in the book that are arranged respecting the chronology of dreams.
KEYWORDS: paradidactic book; mathematical education; teaching-learning.

1 I INTRODUÇÃO

A Matemática é uma área do conhecimento importante, presente em tudo que existe e essencial para o desenvolvimento da humanidade.

O ensino desta ciência sempre foi marcado por rigorosas fórmulas e algoritmos que, possivelmente, são os causadores da insatisfação, da falta de comprometimento e do baixo rendimento escolar dos alunos, que de maneira em geral são forçados a memorizar ou assimilar conteúdos distantes de suas realidades. Comumente não são utilizadas situações do dia a dia, o que, sem dúvida, poderia contribuir para uma aprendizagem significativa e tornar a Matemática mais interessante.

Segundo Toledo (1997, p.10), "A saída encontrada pelos alunos é memorizar alguns procedimentos que lhes permitem chegar aos resultados exigidos pelo professor". Esta saída, porém é inútil, pois de acordo com Valente (1998, p.91), "[...] a aprendizagem pode ocorrer basicamente de duas maneiras: a informação é memorizada ou é processada pelos esquemas mentais e agregada a esses esquemas. Neste último caso o conhecimento é construído". Desta forma, entende-se que o aluno só aprende se ele conseguir associar o prático com o teórico.

Entretanto no livro "O diabo dos números", Hans Magnus Enzensberger consegue escrever uma sequência metodológica, trazendo os conteúdos matemáticos de forma clara e objetiva, proporcionando ao leitor uma linha de raciocínio que prima pela objetividade, partindo sempre do básico em direção as idéias mais abstratas sobre o assunto.

Tendo em vista a proposta de estabelecer uma relação episódio/ano de ensino/conteúdo, a fim de auxiliar professores de matemática que buscam inovar suas práticas pedagógicas, propomos a utilização de cada história (sonho) como possibilidade de ensino na introdução e desenvolvimento dos diversos conteúdos presentes na obra. Para alcançar o objetivo foi necessário conhecer os episódios, analisar os conteúdos matemáticos presentes e classificá-los de acordo com o ano de ensino.

2 I OS EPISÓDIOS E A RELAÇÃO COM O ENSINO DE MATEMÁTICA

A obra está dividida em doze sonhos e conta a história de Robert, um menino de pijama azul que sofre com temidos problemas matemáticos, que para ele são inúteis e difíceis de compreender. Porém surge em seus sonhos um diabinho chamado Teplotaxl que tenta lhe mostrar como a matemática pode ser divertida e interessante.

O primeiro episódio (primeira noite) da obra mostra a realidade da maioria dos estudantes, o medo de se estudar matemática. Robert relata suas experiências com seus sonhos estranhos. Cansado de sonhar que estava sendo engolido por um peixe enorme e repugnante ou que de tanto querer uma bicicleta, era desafiado a destrancar um cadeado onde a sequência era sempre a mesma, 12345. E é nesses sonhos que aparece Teplotaxl, com os seus truques e espertezas, convidando Robert a se aventurar neste mundo tão incrível que é a matemática. Nesta primeira noite são abordados conteúdos como: proporcionalidade; números naturais; sucessor natural; ideia de infinito; divisão e multiplicação de naturais; fração própria e um breve comentário sobre o uso da calculadora.

No segundo sonho, Teplotaxl mostra a Robert a importância do número zero, sua expressiva contribuição para o desenvolvimento da matemática e como a civilização romana tinha dificuldades em escrever e fazer contas, visto que não conheciam o zero e seu sistema de numeração era composto por letras e não números. Esta história por mais simples que seja, consegue fazer com que os alunos se aprendam com maior facilidade.

Além destes conteúdos, o autor cria situações onde se pode de maneira simples, porém objetiva, tratar de assuntos como: noção de limite; sequências; números inteiros; multiplicação de números naturais (dando o primeiro passo para a compreensão de potência de números naturais); potenciação de naturais (onde é trabalhado empregando a ideia de números que saltam) e decomposição de naturais (destacando suas unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar).

Neste sonho destaca-se o modo como é abordado a potenciação de números naturais, sendo iniciada através da repetição de várias multiplicações com o mesmo número tornando a escrita repetitiva e cansativa, porém somente depois de vários exemplos é que se revela como este procedimento pode ser simplificado, utilizando apenas um número acima do qual se quer multiplicar, formalizando assim a ideia de potenciação.

Na terceira noite, Robert aguardava ansioso a hora de reencontrar com Teplotaxl, para que pudesse dar a ele uma lição e mostrar que também sabia algo sobre a matemática. Porém o diabo dos números aparece de repente (como sempre) e sem que Robert tivesse tempo de falar algo, já foi dizendo qual seria a aventura da noite: divisão com números naturais.

Este conteúdo apesar de trabalhado em sala merece maior atenção por parte dos educadores matemáticos. Enzensberger (1997, p.50) na fala de Robert, cita: “[...] quando se trata de mais, menos ou vezes, toda conta dá certo. Só na hora de dividir é que não dá. Aí vive sobrando um resto, e eu acho isso uma chateação.” O relato de Robert exemplifica bem a dificuldade dos alunos ao resolver uma divisão por mais óbvia que seja. Se envolver números decimais, no entanto as dúvidas sempre são as mesmas: “O que eu faço com o resto?”, “Onde eu coloco a vírgula?”, “Qual eu abaixo?”, etc. Essas são apenas algumas situações vividas numa sala de aula, e pode ser essas dúvidas que cada vez mais afastam os alunos da Matemática, tornando-a cansativa.

O autor cria nesta terceira noite, uma sequência de acontecimentos iniciados na divisão de números naturais, passando pela impossibilidade de se dividir um número ou qualquer coisa por zero, sendo esta situação justificada pela operação inversa da divisão, ou seja, a multiplicação. O autor propõe então o número 19 (dezenove), e ao ver que só existiam dois números que dividiam o mesmo, cria-se, por conseguinte a porta de entrada para os números primos.

Os números primos neste episódio merecem ênfase, pois o autor trabalha com a ideia de divisibilidade juntamente com um quadro onde, neste estão os números que vão do 2 (dois) até o 50 (cinqüenta), o Crivo de Erastóstenes. O critério utilizado é o da eliminação, ou seja, tomando o 2 (dois) como exemplo, pode-se concluir que este é um número primo pois só é divisível por 1 (um) e por ele mesmo, e consequentemente todos os seus múltiplos não são primos, tornando-o assim o único primo par que existe.

O quarto episódio se inicia com o uso da calculadora, e o objetivo do seu uso é mostrar com mais facilidade como certas frações próprias quando escritas na forma decimal, tornam-se números especiais conhecidos como dízimas periódicas.

O diabo dos números explica a Robert como esses números são imprevisíveis e ao mesmo tempo incríveis, pois sua formação pode ocorrer desordenadamente (sem formação de períodos) ou ordenadamente (com períodos regulares). Esta formação, no entanto, é discutida, destacando as posições referentes a cada um dos números após a vírgula (casas), sendo estes decompostos a fim de criar uma adição justificando de tal modo cada posição. A operação inversa também é debatida, mostrando que estes números não são passíveis de volta, ou seja, a multiplicação do resultado com o seu quociente não retornam ao número inicial. Diante desse problema o autor trabalha com noções de limites, dando a ideia simples, porém válida de como tal conteúdo funciona.

O autor relembra ainda a questão da potenciação de números naturais, elaborando alguns exemplos, tendo como alvo iniciar a apresentação da sua operação inversa, neste caso a radiciação com índice dois ou simplesmente raiz quadrada.

O uso da calculadora é empregado em quase todo sonho, o que para alguns educadores não é interessante, pois restringe o pensamento do aluno tornando-o dependente de tal recurso, podendo futuramente comprometer seu rendimento em sala de aula. Em contrapartida existem aqueles que defendem seu uso apoiando-se no princípio da necessidade de mais agilidade e praticidade na resolução de conteúdos mais abstratos favorecendo o ganho de tempo com as operações aprendidas e trabalhadas anteriormente. Os Parâmetros curriculares Nacionais - PCN's, por sua vez reforça de certa forma este recurso com a finalidade de verificar resultados, corrigindo possíveis erros e servindo de importante meio de autoavaliação.

> "[...] A calculadora favorece a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problemas, pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos [...]". (BRASIL, 1998, p.45)

Neste quarto sonho, destaca-se o método empregado pelo autor ao demonstrar geometricamente como se extrai uma raiz quadrada de um número natural, exemplificando com maior riqueza de informação tudo aquilo visto anteriormente, e o emprego das operações inversas que sem dúvida são informações extras que possibilitam aos alunos melhores visualizações dos conteúdos trabalhados em sala.

A apresentação da quinta noite se passa num deserto. O diabo dos números conduz Robert a uma experiência inicial com os números triangulares, mostrando-o como são formados e suas principais características. Essas características, no entanto, são apresentadas gradativamente e propositalmente a fim de indicar a Robert que neles, estão presentes diversas operações e procedimentos vistos em sonhos passados resultando assim em regularidades curiosas que são encontradas apenas nesses tipos de formações. Um exemplo delas é a adição dos dois primeiros termos do triângulo, que resulta no seu terceiro posicionado abaixo dos demais e assim sucessivamente.

Além dos triangulares, o autor também citou os números quadrangulares, introduzido inicialmente com cubos de gelo perfilados em formação quadrada, mostrando com mais simplicidade sua construção e melhorando, portanto, a visualização de suas características e curiosidades.

Neste quinto sonho merece destaque o artifício empregado para se introduzir os números triangulares, partindo de uma situação comum e claramente imaginável pelo autor, que é a utilização de cocos que devidamente posicionados reproduzem bem um modelo de triângulo equilátero, dando assim base estrutural sólida para discorrer sobre o assunto sem receios de interpretações falsas. E explorando o tema, o autor consegue brevemente ponderar sobre outros conteúdos como: sequências; adição; multiplicação; soma dos termos de uma P.A finita (progressão aritmética); potenciação de naturais, além, é claro, de curiosidades que seguramente atraem a atenção dos educandos para o conteúdo trabalhado.

Na sexta noite o tema foi a interação da matemática com a natureza. Este foi o recurso empregado pelo autor para inserir os números de Bonatchi (Sequência de Fibonacci), contextualizando o conteúdo que é pouco enfatizado e comumente não é atribuído significado ou se mostra aplicação no cotidiano do aluno. Neste episódio o autor cria uma situação onde coelhos são usados como base das explicações, pois o tempo de procriação destes animais, ou seja, o período de uma cria para outra são regulares e basicamente os mesmos intervalos encontrados na formação da sequência de Fibonacci. Os dados obtidos no decorrer do sonho foram dispostos em um quadro com o intuito de melhorar a compreensão dos resultados, visto que, para alguns educandos ou leigos no assunto, esta concepção pode ser um tanto complexa devido ao grande número de procriações (sequências) utilizadas pelo autor.

Neste episódio foram destacadas as particularidades (curiosidades) desta formação, assim como a possibilidade de uma provável interdisciplinaridade, visto que, o conteúdo referente à procriação é pertencente às ciências biológicas, e a utilização de coelhos além de aceitável por todos, cria um aumento quase que involuntário no grau de absorção dos dados formalizados, e essa assimilação posteriormente ajudam os alunos a não se perderem com os conteúdos facilmente, pois de acordo com Lorenzato (2006, p.17): “[...] Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticas ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar”.

Na sétima noite, o autor viaja pela incrível formação do triângulo de Pascal, destacando sua intrigante construção, conhecido a pelo menos 2 mil anos e cuja autoria ainda é desconhecida.

Na introdução do conteúdo o autor prima pela facilidade na compreensão utilizando somente materiais comuns, facilmente encontrados em escolas, mesmo que estas sejam menos favorecidas de recursos. A construção do triângulo de Pascal se deu com a utilização de cubos ou blocos que na história eram luminosos, no entanto é bom lembrar que é um sonho e em sonhos tudo é mais fácil e possível. Porém com uma linguagem conhecida, tudo de essencial é explorado, retornando a conteúdos já vistos e comentados. As visualizações das propriedades são facilmente notadas pela diferenciação por cores chamativas, que certamente auxiliam na aprendizagem, evitando assim a desatenção.

A oitava noite se inicia na classe de Robert. O diabo dos números cria uma situação com os colegas de Robert para lhe ensinar os princípios da contagem. Inicialmente foi trabalhada a ideia da troca de lugares (permutação), os mesmos foram perfilados e suas localizações nas cadeiras foram diversas vezes trocadas, exemplificando com clareza como tal conteúdo funciona chegando assim ao número fatorial. Em seguida trabalhou-se com a ideia dos apertos de mão (combinação sem repetição), simulando quantos apertos seriam dados se todos se cumprimentassem, e foi nesse exemplo que Robert notou a semelhança dos números obtidos com aqueles vistos no triângulo de Pascal, pois cada resultado encontrado correspondia a uma fileira deste triângulo, entrelaçando então um conteúdo ao outro.

Dando continuidade ao assunto, o diabo dos números trabalha de modo análogo demais conteúdos como: combinação com repetição; relembra a sequência de Fibonacci; assim como os números triangulares; e a combinação de *n* elementos num conjunto.

Esta parte da matemática, no entanto é certamente uma das mais difíceis para os alunos que não conseguem assimilar de imediato suas propriedades e aplicações, pois como já comentado, não são todos os educadores que se preocupam em levar para sala de aula situações do contexto, mesmo cientes que uma aula semelhante a este episódio, onde todos participam, torna-se mais compreensível ao aluno.

A nona noite trata das séries harmônicas e geométricas, onde o autor inicia o estudo tomando por base uma tabela de sequências numéricas contendo: os números naturais; os números ímpares; os primos; a sequência de Fibonacci; os números triangulares; potência de base 2 e fatorial. Daí por diante, faz-se uma breve análise de sua construção caminhando para demais temas como: limite (onde a soma dos termos tende a zero e ao infinito), e a própria ideia de infinito.

Durante as explicações, os exemplos conduziram o pensamento às concepções de quantidades, pois em um dos exemplos é debatida a veracidade da existência de números ímpares na mesma proporção dos números naturais, o que deixou Robert um tanto desconfiado, pois para ele era controversa essa afirmação justamente porque os ímpares eram exatamente a metade dos naturais.

Esse tipo de comportamento é comum aos educandos que ainda não detém sua capacidade de abstração, visualizando apenas o que para eles parecem ser o mais óbvio. Contudo essa habilidade pode ser atingida, a partir do momento em que o professor desafia o aluno a pensar por conta própria, questionando suas respostas e orientando-o a adquirir maior rigor matemático. Este tipo de orientação certamente ajuda o educando não somente a descobrir regularidades ou informações escondidas nos conteúdos, como também irá lhes auxiliar na resolução de problemas, pois sua capacidade de investigar é ativada, tornando-o capaz de resolver e interpretar os mais diversos tópicos da matemática.

Carvalho (2005, p.6) faz comentários sobre este assunto onde, salienta a importância deste estímulo, pois a tentativa de deixar o aluno independente contribui para sua formação matemática, além da social tornando-o capaz de resolver outras situações de igual ou maior dificuldade.

A décima noite se passa num cinema onde Robert sentado numa poltrona o assistia quase morrer de frio em meio ao nada. De repente Teplotaxl surge atrás dele e a partir dos flocos de neve que caia, começaram a discutir sobre sua formação perante a sequência de Fibonachi.

Durante as discussões, foram trabalhadas algumas curiosidades e regras que conduziram a história ao número de ouro. A partir dessa ideia o autor desenvolve uma sequência de fatos que direciona os acontecimentos passando pela geometria plana (com breves exemplos de ponto, vértice, linha e suas relações), e a geometria espacial (trabalhando a ideia de planificação e a relação de Euller), sempre interligando cada conteúdo ao número de ouro.

A apresentação do número de ouro envolvendo diferentes conteúdos que a princípio não teria nenhuma relação implícita na concepção do aluno, ajuda-o a perceber como a matemática se relaciona entre si e como cada conteúdo depende dos demais. Neste método, o autor, como de costume, utiliza-se de vocabulário próprio para expressar alguns fatos, como é o caso do emprego da palavra “nós” quando se referia ao ponto.

Na décima primeira noite, Robert sonhou que estava sendo perseguido pelas ruas da cidade por vários professores Bockel. Esta parte do sonho só teve fim quando o diabo dos números o agarrou e o puxou para uma galeria de vidro, onde enfim puderam conversar sem que nenhum professor Bockel os perturbasse.

Neste episódio, Robert se mostrou mais exigente diante dos truques e espertezas de Teplotaxl, pois o questionou sobre como as coisas funcionam, como tudo o que ele escutara desde o começo se justificaria de maneira mais sólida e precisa. Por sua vez o Diabo começou a explicar alguns problemas que os matemáticos enfrentam em relação a essas demonstrações, dizendo que fácil era mostrar uma coisa, porém difícil às vezes era provar se tal fato realmente teria uma base sólida, sendo inquebrável para o resto da vida (demonstração finalizada), visto que falsas induções e criações inacabadas são comuns a esta ciência tida como exata equivocadamente. A matemática é uma área do conhecimento em constantes transformações e está aberta para futuras descobertas mesmo que estas durem milhares de anos.

O autor neste sonho destaca a demonstração dos conteúdos, que se feita de acordo com cada nível de conhecimento, certamente favorece o processo de ensino-aprendizagem, pois daria ao aluno um alicerce confiável onde cada educando poderia percorrê-lo sem receio de cair no meio do rio, a exemplo da passagem citada na obra.

Na décima segunda e última noite de sonho, o diabo dos números visita Robert e lhe entrega um convite de um jantar que iria acontecer no inferno dos números/ paraíso dos números. Neste inferno Robert teve a honra de conhecer matemáticos ilustres como: Grauss (inventor dos números complexos); Lord Russel que provou que 1 + 1 = 2; o inventor do PI, do número 1 (um) e do 0 (zero), dentre outras dezenas de matemáticos que estavam ali à sua volta. Após o término do jantar Robert ficou conhecendo um dos membros do inferno dos números, que lhe acolheu no grau mais baixo dos aprendizes dos números, concedendo-lhe um medalhão contendo uma estrela dourada de cinco pontas da Ordem Numérica Pitagórica de Quinta Classe, tornando-o o mais novo aprendiz daquela organização.

Depois deste dia Robert nunca mais sonhou com o seu amigo Teplotaxl, e na escola, pode perceber que suas habilidades matemáticas haviam melhorado graças ao medalhão que trazia consigo, pois desta vez o sonho tinha se transformado em realidade.

Neste último episódio, o autor se utiliza de uma ferramenta importante no ensino da matemática, que é a sua própria história, contada de forma simples a fim de direcionar a atenção do educando para uma realidade comumente vista por eles como mágica, e não como ciência. Este instrumento de apoio tem sua importância citada nos PCN's, onde sua utilização visa esclarecer concepções matemáticas tornando o aluno mais crítico diante de seus estudos individuais ou em grupos.

> "Em muitas situações, o recurso à história da matemática pode esclarecer idéias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns 'porquês' e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento." (BRASIL, 1998, p.43)

No entanto ainda segundo os PCN's, este recurso necessita de cuidados para que o professor não encha o seu plano de aula com historinhas, onde o aluno possa se perder em datas ou nomes que na realidade não são tão primordiais como lhes são apresentados.

"[...] essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática [...], mas que encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conteúdos [...]". Ibidem (p.43)

3 I RELAÇÃO EPISÓDIO/SÉRIE/CONTEÚDO.

Todas as situações matemáticas presentes nesta obra foram analisadas e classificadas, criando-se uma tabela que relaciona os episódios (sonhos), com a indicação do(s) ano(s) de ensino que podem ser abordadas e os respectivos conteúdos matemáticos envolvidos nestas situações.

EPISÓDIOS	ANO ESCOLAR	CONTEÚDO
1° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	Proporcionalidade; ideia de infinito; números naturais; sucessor natural; multiplicação de números naturais; frações.
2° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	O número zero; números romanos; limite (noção); números inteiros; operações com números inteiros; sequência numérica; multiplicação de naturais; potenciação de naturais; e decomposição de naturais.
3° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	Divisão de naturais com e sem resto; divisão por zero; números pares; números primos; crivo de Eratóstenes; divisibilidade.
4° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	Proporcionalidade; Fração própria; números racionais (destaque para as dízimas periódicas) e irracionais; potenciação; radiciação; multiplicação, divisão, adição e subtração de naturais; sequência.
5° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1° ano do Ensino Médio	Números triangulares e quadrangulares; sequência; potenciação; operações básicas com naturais; números ímpares.
6° sonho	1° ao 3° ano do Ensino Médio	Sequência de Fibonacci.
7° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Divisibilidade por 3, 4 e 5; Triângulo de Pascal e sequência.
8° sonho	2º ano do Ensino Médio	Fatorial; combinação de *n* elementos num conjunto; combinação com e sem repetição; análise combinatória; sequência de Fibonacci; números triangulares; permutação.
9° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Séries harmônica e geométrica; sequências numéricas; e limite (tendendo a 1 e ao infinito).

10° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Número de ouro; sequência de Fibonacci; geometria plana e espacial
11° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Comentários sobre as demonstrações matemáticas (provas), as conjecturas e a falsa indução.
12° sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	História da Matemática; soma dos termos de uma P.A. finita.

Tabela 1: Relação episódio/ano escolar/conteúdo

4 I CONSIDERAÇÕES

O intuito central deste trabalho foi sem dúvida o de contribuir com o aumento de material de pesquisa aos professores que buscam constantemente se aprimorar em suas práticas educacionais, visando a desmistificação da matemática, apresentando-a aos seus alunos de modo digerível e divertida, mudando neles a concepção de que esta ciência é complicada e sem sentido para suas vidas, mostrando-lhes ainda que símbolos, fórmulas e cálculos complicados não passam de simples necessidades para aplicações no seu dia-a-dia, pois, nem sempre as dificuldades encontradas pelos estudantes na Matemática são problemas dos próprios estudantes mas sim do resultado de uma inadequação à forma como a matemática é ensinada nas escolas.

Enfim, caberá a cada educador desenvolver seu próprio método de ensino, se possível baseado nas melhores e mais apropriadas metodologias, sendo estes capazes de revelar aos alunos o real sentido da matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de. **Fundamentos Teóricos do Pensamento Matemático**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2005.

ENZENSBERGER, Hans Magnus. **O diabo dos números.** Trad. Sérgio Tellaroli. São Paulo: Cia. Das Letras, 1997.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores)

TOLEDO, Marília. **Didática de matemática: como dois e dois: a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997. (Conteúdo e metodologia)

VALENTE, José Armado. **Análise dos diferentes softwares usados na educação. Salto para o futuro: TV e informática na educação.** Brasília: secretaria de Educação a Distância. Ministério da Educação e do Desporto. 1998.

CAPÍTULO 5

UM RESGATE AOS CONCEITOS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DOS PARADIDÁTICOS E MAPAS CONCEITUAIS

Francisco do Nascimento Lima
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.
Campus Canguaretama - RN,

Cristiane Carvalho Bezerra de Lima
Secretária Estadual de Educação da Paraíba
João Pessoa - PB

Juan Carlo da Cruz Silva
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte.
Campus Canguaretama - RN,

RESUMO Nosso trabalho objetivou resgatar conhecimentos matemáticos do Ensino Fundamental em estudantes cursistas do terceiro ano do Ensino Médio, para isso usamos o recurso dos paradidáticos da coleção “A descoberta da matemática” que continha quinze obras contemplando os principais conteúdos matemáticos e que dispunha de uma linguagem de fácil compreensão e retratasse semelhança no cotidiano deles. Apoiamo-nos em Munakata (1997), para fundamentar acerca dos conceitos de paradidáticos ao longo da história e no Brasil, e em Lima (2011) para a atividade de construção de Mapas Conceituais a partir da leitura, que mostrou a criatividade, sintetização dos conceitos e aprendizagem visual dos fatos. Para verificar o resgate atingido realizamos um Pós- teste que compunha de questionário com cinco questões. O resultado mostrou que houve aprendizagem de resgate e de relembrança dos conteúdos matemáticos, além de promover o gosto pela leitura. Tivemos relatos que revelaram surpresa no recurso do livro paradidático e Mapas Conceituais.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino Médio. Mapas Conceituais. Matemática. Paradidáticos. Resgate de Conhecimento.

ABSTRACT: Our study aimed to apply mathematical contents of Elementary School Curriculum to last year High School students in Brazil. In order to achieve our goal, we used a collection of paradidatic books named “The discovery of Mathematics” – a group of fifteen stories contemplating the main mathematical topics –, all of them portraying similarities with the students´ daily lives, as well as having an easy and adapted language. As a basis to the conceptions involved we used Munakata (1997), and to build conceptual maps we explored Lima (2011), which showed creativity, synthesis of the concepts, and visual learning of facts. In order to verify what we applied we produced a post-test with a questionnaire with five questions. The result showed that there was a considerate learning as we apdated the mathematical contents. It is important to say that this study emphasized the necessary role of reading. We

have reports that reveal positive aspects in the process of reading the collection of books and in making conceptual maps.
KEYWORDS: High School. Conceptual Maps. Mathematics. Knowledge Redemption. Paradidatic Books.

1 I INTRODUÇÃO

A Matemática na vida social de todos e em especial a dos estudantes é sem dúvida muito importante e relevante em vários aspectos. Isso pode ser observado pelo fato de ser uma grande área dentro dos documentos oficiais chamada de Matemática e suas Tecnologias.

Além disso, é notória a necessidade de praticarmos leituras para melhorar nossa forma de escrever e interpretarmos situações. Muitas vezes essas práticas não são vivenciadas pelos estudantes nem em casa, nem na escola e não há um incentivo para que aconteça.

Essa dificuldade se torna ainda mais difícil nas aulas de matemática, pois necessitamos constantemente interpretar situações para resolvê-las. Porém, alguns estudantes não há veem como uma disciplina de textos e leituras, e sim de cálculos e números.

O desafio de se ensinar e aprender matemática pode estar ligada a falta de compreensão nos enunciados tanto dos problemas como na linguagem dos textos; nos acúmulos de dúvidas tanto em séries/anos passadas/os como no mesmo bimestre letivo e ainda na falta de motivação para aceitá-la como disciplina necessária na sua vida cotidiana.

Dessa forma, investigamos se os livros paradidáticos de matemática poderiam promover um resgate à aprendizagem de conceitos matemáticos nos estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

Nosso objetivo foi analisar essa contribuição dos paradidáticos no resgate de conceitos matemáticos e, para isso fizemos uma sondagem com os alunos através de um pré-teste, e a partir daí orientamos e indicamos um livro paradidático de acordo com seus erros e dúvidas. Depois da leitura eles tiveram que produzir um Mapa Conceitual que abordassem conceitos dos personagens e da matemática utilizada no livro.

Nesse trabalho relatamos a experiência dessa atividade de leitura e construção de conceitos, analisamos os resultados avaliativos e quantitativos com abordagem qualitativa e por fim tecemos as considerações finais.

2 I REVISÃO DA LITERATURA

Nessa secção, serão discutidos alguns pontos pertinentes ao entendimento do trabalho, bem como sua valorização e efetivação como: os aspectos históricos dos paradidáticos; a relação deles com os documentos oficiais e a importância dos Mapas Conceituais.

Encontramos em Lima *et al* (2014, *apud* Pinto, 2013) que o termo livro paradidático foi utilizado na década de 1970 e passou a ser chamado assim pela popularização do gênero. Ela ainda nos fala que sua origem não é precisa, mas segundo Munakata (1997, p. 101 – 102), o termo foi encontrado dentro da editora Ática.

> Reza a lenda que o termo paradidático foi cunhado pelo saudoso professor Anderson Fernandes Dias, diretor-presidente da Editora Ática, no início da década de 70. Afinal, foi a Ática que criou a primeira coleção de alcance nacional destinada a apoiar, aprofundar, fazer digerir a disciplina muitas vezes aridamente exposta no livro didático.

Em Lima et al (2014 apud Pinto 2013) encontramos um relato de que antes desse período já se tinha livros de matemática com características de paradidáticos a exemplo de "O homem que calculava" de Malba Taham (pseudônimo de professor Julio César) datado de 1938 que é um dos livros mais famosos na área de matemática. O autor ainda cita "A Aritmética da Emília" de Monteiro Lobato datado de 1935, que retoma ainda mais no tempo.

Em 1970, com o "Anos de chumbo", o governo estimulava a produção de livros didáticos, dentre outros materiais de comunicação, de forma que o acesso ao conhecimento fosse mais facilitado, porém, também foi criado normas para que o governo fosse o principal comprador desses livros e as editoras tiveram que se adaptar a essas normas.

No ano seguinte, com várias denúncias de irregularidades acontece o fim da Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático - COLTED, responsável pela coordenação da produção de livros didáticos, inclusive pela compra e distribuição do material - e se inicia o Instituto Nacional do Livro – INL, no qual tinha o poder sobre a edição, controle e direção do livro didático no setor privado. Nesse mesmo ano criou-se a Lei de Diretrizes e Bases - LDB que sugeria a utilização de textos literários nos currículos escolares.

Para que fossem atendidas as exigências da LDB, surgem os paradidáticos como forma de inserir o gênero textual nos currículos e, como consequências cresceram a produção de livros didáticos e paradidáticos com o incentivo do governo.

Os paradidáticos relacionados com a matemática só começaram a aparecer nas editoras, em 1986, com a coleção Vivendo a Matemática, da editora Scipione e, a Descoberta da Matemática, da editora Ática (PINTO, 2013, apud DALCIN, 2002).

Hoje em dia, ainda é raro o uso desse recurso em sala de aula, mesmo sendo antigo o surgimento deles, estudos apontam que a utilização dos livros paradidáticos nas aulas de matemática ainda não é frequente e em geral é usado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

É possível notar que a importância dada aos paradidáticos, só foi possível, pelo fato da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 1996, estabelecer o direito a acessibilidade do conhecimento de temas relacionados com a sociedade. Surgem então os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em 1998 trazendo os temas transversais numa abordagem de desenvolvimento da cidadania.

Dessa forma, os paradidáticos estão relacionados com materiais de uso metodológico afim de complementar conteúdos do currículo escolar para atender a LDB (9394/96) e aos PCN (1998), diferentes dos livros didáticos não se prendem as políticas educacionais exigida pelo Ministério da Educação (MEC) e tem certa liberdade na forma de expressar sua mensagem, sem necessariamente ter que passar todo conteúdo de uma só vez, por isso também seu custo é menor.

Podemos perceber que nos livros didáticos, embora tenha partes lúdicas, como jogos, partes históricas e outros textos complementares, o que se percebe é que essa parte é "pulada" para dar tempo de contemplar todo conteúdo no ano letivo.

Para esse caso, os paradidáticos exerceriam um papel de inserir o contexto da história da matemática de forma lúdica tão importante para entender vários conceitos matemáticos na educação básica.

Além disso, o estudante tem certa autonomia na leitura dos paradidáticos, sendo ele mesmo quem determina o ritmo de sua aprendizagem.

Dessa forma, selecionamos a coleção "A descoberta da matemática", da editora Ática, que tem seus personagens protagonizados por adolescentes bem parecidos com os nossos adolescentes estudantes.

A coleção "A descoberta da matemática" é composta de 15 (quinze) paradidáticos, que traz em suas histórias a aventura fictícia próxima da realidade deles, que levam a descobrir conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental, necessários para compreender conceitos do Ensino Médio e de estudos posteriores.

Para que possamos identificar os conceitos observados pelos estudantes no decorrer da leitura dos paradidáticos, propomos o uso de Mapas Conceituais. Mas afinal o que vem a ser essa estratégia de ensino?

Segundo Lima (2011, p.39 - 40), a ideia de hierarquia de conceitos é apresentada por Novak, baseado na estratégia da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Podemos dizer que Mapas Conceituais são:

> Representações visuais que podem estabelecer relações bidirecionais (vertical/horizontal), podendo ser constituído por círculos e/ou retângulos onde se escrevem conceitos seguidos de linha (ligações), com proposições que estabelecerão a relação entre esses conceitos. Representam uma estrutura hierárquica que vai desde os conceitos mais abrangentes até os menos inclusivos.

Lima (2011, p. 40) ainda afirma que a construção de Mapas Conceituais permite a "exteriorização do conhecimento através da representação visual" que cada estudante elabora e que está estrutura em: "conceito, palavra de ligação e proposição".

Através da identificação dos conceitos os estudantes adquirem subsidio para que novos conceitos possam ser inseridos dentro da estrutura cognitiva e assim ocorrer a retenção do conhecimento.

Acreditamos que ao lerem os paradidáticos, além de promover o gosto pela leitura, uma vez que a história traz em seus personagens traços parecidos com o público envolvido, também tem o intuito de instigar interesses em conhecimentos matemáticos associados a desafios da vida cotidiana e os mapas conceituais culminariam com a aprendizagem significativa, quando expressaram seus conhecimentos numa atividade visual.

3 I METODOLOGIA

Para essa pesquisa escolhemos a pesquisa de campo em que iniciamos com um estudo bibliográfico na coleta de informações acerca dos paradidáticos, bem como definição dos nossos objetivos e do método de coleta de dados. A análise dos dados foi feita numa abordagem qualitativa com o uso de questionário.

Segundo Oliveira (2008) a pesquisa de campo é a observação dos fatos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados. E para essa coleta iremos utilizar dois questionários, um pré-teste para identificar conceitos dificultosos para os estudantes e assim identificar o melhor paradidático para eles e um pós-teste para avaliarmos os resgates obtidos pelos sujeitos da pesquisa.

Escolhemos uma escola estadual situada no município de João Pessoa – PB, que tem um público diversificado de alunos por se concentrar numa área central. Os estudantes escolhidos foram dos terceiros anos do turno da manhã e tarde, intitulados de 3° AM (manhã), 3º AT (tarde), 3° BT (tarde) e 3° CT (tarde). Sendo 22 estudantes do 3°AM, 15 estudantes do 3° AT, 18 estudantes do 3°BT e 10 estudantes do 3°CT, totalizando 65 estudantes que desenvolveram a pesquisa.

Para o desenvolvimento da pesquisa dividimos o projeto em quatro momentos: a aplicação de um pré – teste para sondagem dos conceitos dificultosos e posterior a indicação do paradidático; a apresentação do projeto, dos paradidáticos e dos mapas conceituais aos estudantes, com data show, com explanação e textualmente; após a leitura, construção e apresentação de mapas conceituais envolvendo os personagens e a parte matemática do livro aos demais colegas em forma de cartazes, papel A4 ou pelo programa *Cmap Tools* e, por fim realizamos um pós – teste específico para cada livro paradidático para verificar se houve resgate de conteúdos bem como, analise do desenvolvimento do projeto em todo seu processo.

Para a verificação das dificuldades aplicamos um questionário Pré-teste que foi elaborado contemplando 15 conteúdos e consequentemente quinze questões que acreditávamos ser resgatado pela leitura, no caso de não responderem por não saber ou por não lembrar.

Os dados levantados no pré-teste foram os conceitos dificultosos. No Gráfico 1 apresentamos os números de erros de cada questão no pré – teste. Não nos assustou a quantidade de erros na resolução das questões, pois eles próprios relataram essa dificuldade durante as conversas iniciais da pesquisa, nosso desafio seria então suprir essa defasagem ou pelo menos amenizar.

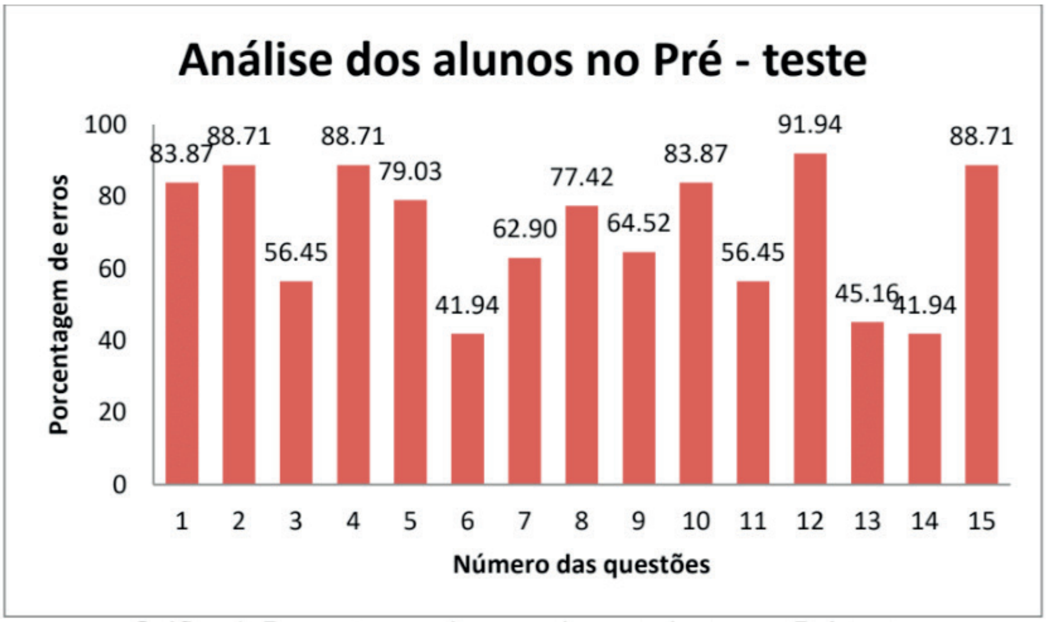


Gráfico 1. Porcentagem de erros dos estudantes no Pré-teste.

Fonte: Autores.

No Gráfico 1 percebemos que as questões de menor dificuldade, ou seja, que menos da metade dos estudantes erraram, foram as de números 6, 13 e 14, ou seja, questões que envolviam Expressões numéricas; Raiz quadrada; e Potenciação e Sistema de contagem respectivamente. São conceitos que frequentemente usamos em outras disciplinas. Se considerarmos as questões com maior número de erros como as de números 2, 4, 12 e 15, ou seja, que mais de 90% dos estudantes erraram, podemos detectar que os conteúdos com maior defasagem são respectivamente Equação do 2° grau, Semelhança de triângulos, Frações e por último Equação do 1°grau, são questões que requer um pouco mais de habilidade para sua compreensão.

Após a realização do Pré-teste e análise dos conteúdos dificultosos indicamos o paradidático para ser lido e a ideia de utilizar os Mapas Conceituais, através de uma aula com data show e exposição de exemplos.

Após a distribuição dos paradidáticos, os estudantes tiveram duas semanas para lerem e montarem seus Mapas Conceituais. Lembrando que essa atividade de construção de Mapas Conceituais foi oportunizada de três formas: Cartolina, folha A4 manuscrito, ou pelo programa *Cmap Tools*.

Os estudantes após a leitura foram submetidos a construírem seus Mapas Conceituais. Temos quinze paradidáticos e pareceria inviável analisar individualmente cada uma, por isso vamos mostrar os mapas conceituais nas três formas propostas.

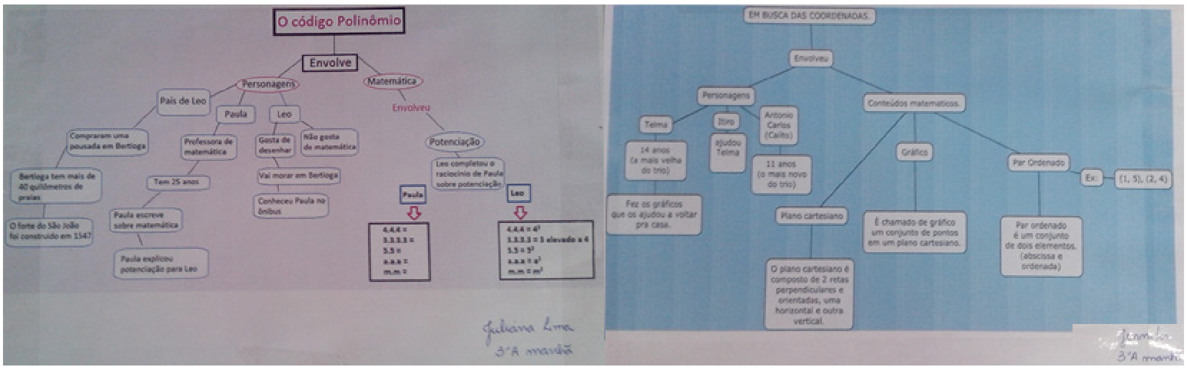


Figura 1. Alguns exemplos de Mapas elaborados no programa Cmap Tools.

Fonte: Autores.

Na Figura 1 podemos observar a construção de Mapas Conceituais utilizando o programa *Cmap Tools*. Para essa elaboração o estudante precisou baixar o programa, que é gratuito, e depois manusear. É importante comentar que essa descoberta da utilização do programa também se constituiu uma parte da aprendizagem, pois tivemos apenas uma aula para expor brevemente essa ferramenta.

Dessa forma, podemos dizer que houve aprendizagem de conteúdo matemático, de interdisciplinaridade com a utilização de paradidáticos e também aprendizagem de uma ferramenta tecnológica.

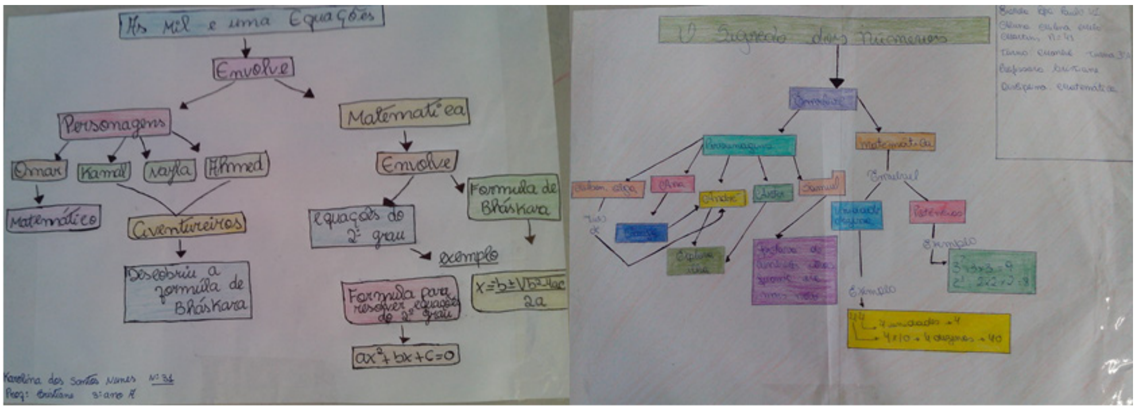


Figura 2. Alguns exemplos de Mapas elaborados em papel A4 pelos estudantes.

Fonte: Autores.

Alguns estudantes não tinham computadores e por isso, optaram em realizar a tarefa de construção em papel A4 manuscrito. Mesmo não utilizando de ferramenta tecnológica, os estudantes mostraram-se criativos, principalmente para que as exposições das ideias fossem bem apresentadas. Na Figura 2 podemos notar diferentes cores para diferenciar os conceitos e as ideias dos paradidáticos.

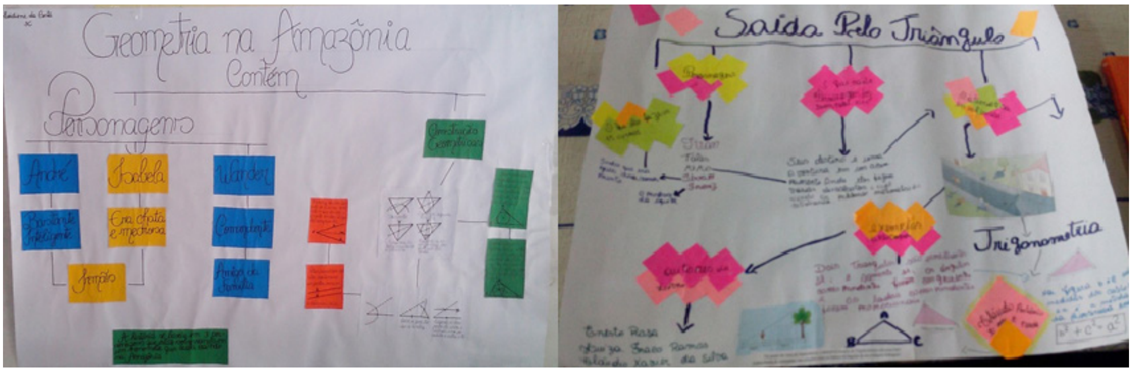


Figura 3. Alguns exemplos de Mapas elaborados em cartolina.

Fonte: Autores.

Os estudantes também puderam optar em elaborar seus Mapas em cartolina. Eles relataram que sentiram a necessidade de mais espaço para expor suas ideias e retângulos. Na Figura 3, podemos notar que a criatividade e estratégias para confecção foi bastante diversificada, quando notamos que a esquerda desenhou triângulos para representar ângulos e a direita colou imagens para representar as situações matemáticas apresentadas no paradidático.

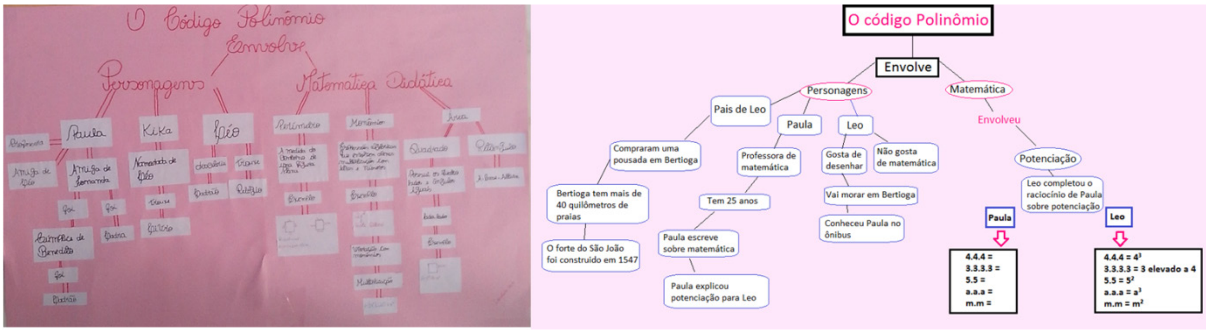


Figura 4. Dois Mapas sobre O Código Polinômio

Fonte: Autores.

Podemos observar na Figura 4 a comparação de dois tipos de Mapas de um mesmo paradidático. Esses mapas apresentam a criatividade dos estudantes na elaboração, pois embora se trate de um mesmo paradidático o estudante da esquerda abordou a parte da matemática com imagens; e o estudante da direita abordou com exemplos. Na parte dos personagens também houve aprendizagem individual, pois foi pedido que identificasse os personagens mais importantes, para cada um deles houve diversidade.

Para verificarmos se houve algum resgate conceitual, foi proposto aos estudantes um questionário relacionado ao paradidático lido por eles. Como tínhamos quinze paradidáticos elaboramos quinze questionários contendo cinco questões cada um, e respondido pelo aluno que tinha lido o paradidático específico para cada questionário, porém as cinco questões tinham os mesmos objetivos, a primeira objetivava o conhecimento acerca do gosto pela leitura e sua relação com a matemática, a segunda objetivava saber a relação do título com a temática pelos estudantes; a terceira pretendia identificar os personagens com a cronologia dos fatos; a quarta e quinta relacionava-se com a matemática nos aspectos dos conceitos conceituais e procedimentais respectivamente.

Vamos analisar apenas as questões 4 e 5 por se tratar especificamente da parte conceitual de Matemática e deixaremos as demais para uma discussão posterior. Como se tratava de duas questões subjetivas categorizamos de cinco maneiras: Se tivesse acertado toda 100%, se tivesse acertado metade 50%, se tivesse acertado menos da metade <50%; se tivesse acertado mais que a metade >50% e se tivesse errado tudo ou deixado em branco 0%.

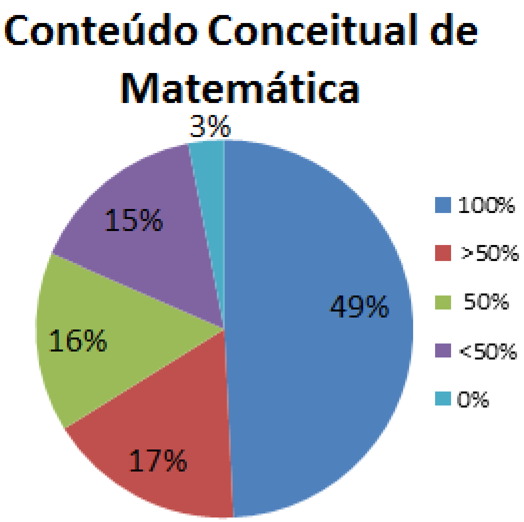


Gráfico 2. Resultado dos estudantes acerca do conhecimento conceitual de matemática – questão 4.

Fonte. Autores.

No Gráfico 2 podemos observar que 32 estudantes acertaram toda a resposta o que corresponde a 49% de todos os participantes, tivemos 2 estudantes que não souberam responder ou responderam erroneamente, representado por 3% dos estudantes. Se considerarmos as categorias 100%, 50%, e >50% teremos 53 estudantes o que corresponde a 82% dos participantes. O que é um resultado positivo para nosso trabalho que investiga justamente se a aprendizagem é favorável com o uso dos paradidáticos.

Na última questão de número 5 temos a investigação do conteúdo procedimental da matemática, no qual também categorizamos em cinco critérios: 100%, 50%, >50%, <50% e 0%.

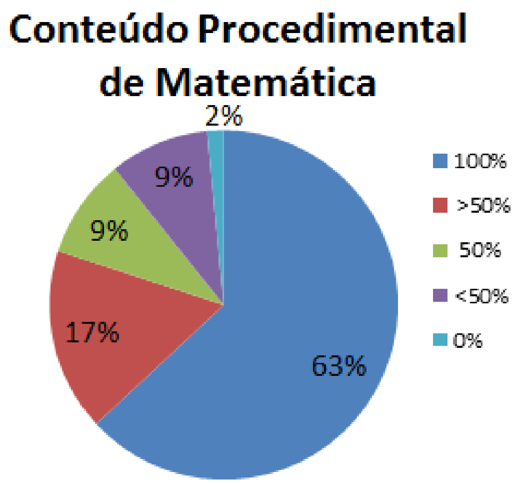


Grafico 3. Resultado dos estudantes acerca do conteúdo procedimental – questão 5.

Fonte. Autores.

No Gráfico 3, podemos observar que 63% dos estudantes acertaram a questão toda, o que corresponde a 41 estudantes. Questões procedimentais exigem do estudante além do cálculo a capacidade de identificar qual a resultado responde ao questionamento do enunciado. Tivemos apenas 1 estudante que errou toda a questão e 6 que acertaram menos da metade, correspondendo a 9 % em cada. Considerando as categorias 100%, 50% e >50% que nos mostra resultados favoráveis de aprendizagem tivemos 61 estudantes o que responde a 89% do total, o que também mostra resultados positivos.

Podemos concluir que os resultados na sua totalidade mostraram fatores positivos para a aprendizagem dos estudantes com o apoio do recurso dos paradidáticos. Claro que nem todos os estudantes gostaram dessa metodologia, mas mesmo assim tiveram êxito no resultado final e certamente provocou mudança conceitual em todos os participantes.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho iniciou com a perspectiva de resgatar conceitos matemáticos dos estudantes do terceiro ano do Ensino Médio. Primeiro pela necessidade de recuperar conhecimentos que eles não tinham visto ou não lembravam e pelo fato de ser essa a etapa final da educação básica, ou seja, dependendo da profissão não iriam mais ter a oportunidade de vê-los.

Quando distribuímos os paradidáticos e apresentamos o trabalho, alguns estudantes se mostraram resistentes, mas, por atribuirmos uma nota, resolveram ceder. Porém, com o resultado do questionário percebemos que esses estudantes gostaram da experiência de ter lido e relataram ter sido pelo fato de revisar assuntos que não lembravam, alguns disseram que ajudariam na prova do ENEM, e outros gostaram pelo fato dos personagens serem adolescentes e por se identificarem com eles.

Ficamos felizes com o resultado nas atividades de construção de Mapas Conceituais, pois vimos várias aprendizagens metacognitivas, ou seja, eles mesmos construindo seu próprio conhecimento, através da escolha dos conceitos e da sequência hierárquica que dispuseram os conceitos nos mapas, foi um momento autônomo de construírem seus próprios conceitos.

Enfim, acreditamos que o trabalho foi bem desenvolvido com resultados positivos tanto na área de matemática como em outras áreas, pois ajudou na leitura, sintetização de conceitos, na cronologia dos fatos históricos, no conhecimento de plantações, do espaço terrestre, dentre outros temas que foram trabalhados nas quinze obras dessa coleção “A descoberta da matemática”.

Terminamos com a expectativa de implantar essa metodologia com outros estudantes e escolas através de outros profissionais interessados em melhorar a educação e em especial a de matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura**. Lei n. 9.394/96** de 20 de dezembro de 1996. Diretrizes e Bases da Educação.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Língua Portuguesa, Matemática, História, Geografia, Ciências, Pluralidade Cultural, Ética, Língua Estrangeira, Artes. MEC/SEC, 1996.

DALCIN, Andréia. **Um olhar sobre o paradidático de matemática**. Revista Zetetiké; Cempem – FE. Unicamp, v. 15 n° 27 jan/jun, 2007. Disponível em: http://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/viewFile/2418/2180

LIMA, F. do N.; LIMA, C. C. B. de; VIANA, F. C. de A.; DANTAS, M. R. N. **Um resgate aos conceitos matemáticos através dos paradidáticos para a inclusão acadêmica**. Congresso Internacional de Educação e Inclusão – CINTEDI – Dezembro 2014, Campina Grande – PB http://editorarealize.com.br/revistas/cintedi/trabalhos/Modalidade_1datahora_10_11_2014_12_11_38_idinscrito_4251_a919b89ebf757231dae8d04c3397c60e.pdf disponível em 12 de abril de 2016.

LIMA, C. C. B de; TAVARES, R. **Construção de Conceitos em Matemática através da estratégia dos Mapas Conceituais**. X Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM – Julho 2010, Salvador – BA.http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/2010ENEMCristianeRomero.pdf disponível em 12 de abril de 2016.

LIMA, C. C. B. de. **Análise Combinatória: Uma aprendizagem significativa com Mapas Conceituais**. Dissertação de Mestrado, UFPB, João Pessoa – PB, 2011 http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/DissertacaoCristiane.pdf

MUNAKATA, Kazumi**. Produzindo livros didáticos e paradidáticos**. São Paulo: PUC, 1997. (Tese de doutorado em História e Filosofia da Educação)

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 2ªed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

PINTO, Anildo Gonçalves. **Uma proposta de Livro Paradidático como motivação para o Ensino de Matemática**. Dissertação de mestrado. Seropédia, 2013.

TAVARES, R.; LIMA, C. C. B. de. **O Mapa Conceitual Hierárquico e a Taxonomia de Bloom Modificada**. VI Encontro Internacional de Aprendizagem Significativa e 3° Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa – VI EIAS e 3° ENAS – julho de 2010, São Paulo – SP. http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/2010VIEIASRomeroCristiane.pdf

CAPÍTULO 6

A UTILIZAÇÃO DE GAMES DIGITAIS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Jociléa de Souza Tatagiba
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ/FEBF)
Duque de Caxias - RJ

RESUMO: Nesse trabalho foi apresentado o projeto de pesquisa que posteriormente se configurou na dissertação de mestrado "Jogos digitais educativos e o ensino da matemática: diferentes olhares e experiências". Trata-se dos resultados parciais de um estudo que teve por objetivo analisar a percepção do professor de Matemática acerca do uso dos jogos digitais da plataforma Mangahigh no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Apresentou uma abordagem qualitativa cujo método de coleta de dados foi a observação e a entrevista semi-estruturada com professores de três escolas, sendo uma da rede privada e duas da rede pública, situadas no Rio de Janeiro. Tais escolas utilizam os recursos disponíveis pelo programa Sesi Matemática. Esse programa pode ser adquirido pelos colégios em duas modalidades: "kit" e "sala". Ele também conta com a parceria da plataforma Mangahigh que além de fornecer jogos digitais educativos que abordam conceitos matemáticos, disponibiliza questões no formato de quizz e planilhas que auxiliam o professor. Nesta etapa já é possível observar os primeiros resultados a respeito das potencialidades dos games utilizados no ambiente escolar.

PALAVRAS-CHAVE: Games educativos; ensino e aprendizagem; programa SESI Matemática.

ABSTRACT: In this paper it was presented the research project that became the master thesis entitled "digital educational games and the teaching of mathematics: different views and experiences". It is a partial result of a study which the aim was analyze Mathematics teacher perception about the use of digital games in the Mangahigh platform in the teaching learning students process. It was applied a qualitative approach and the data colection method was observations and semi-structured interviews with teachers in three diferents schools – one private and two public school, located in Rio de Janeiro city. These schools used the resources provided by Sesi Matemática. This programm can be acquired by schools in two ways called "kit" and "sala". It also counts on the partnership of the Mangahigh platform that besides providing digital educational games that approach mathematical concepts, offers quiz questions and worksheets that help the teacher. At this stage it is already possible to observe the first results regarding the potentiality of games used in the school environment.

KEYWORDS: Educational games; teaching

and learning; SESI mathematics program.

1 I INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento das tecnologias digitais e o aumento da acessibilidade à Internet, vemos a rapidez com que recebemos, modificamos e/ou enviamos as informações. Percebemos o aperfeiçoamento de novas habilidades principalmente em relação às mídias digitais especialmente por crianças e jovens que usam tais recursos para a comunicação interpessoal seja por meio das redes sociais ou de jogos eletrônicos se comunicando em tempo real (BANNELL et al., 2016).

A facilidade com que crianças e jovens manipulam esses recursos tecnológicos tem despertado o interesse de vários estudiosos. Nesse contexto, Prensky (2010) nos chama a atenção para a sabedoria proveniente do uso das tecnologias digitais, chamada por ele de “sabedoria digital”, expressão que tem sido utilizada com o intuito de substituir as anteriores, “nativos” e “imigrantes digitais”, utilizadas ao se referir aos alunos (aqueles que nasceram e cresceram em meio aos recursos tecnológicos digitais e aos professores e pais (aqueles que buscam se adaptar para utilizarem tais recursos).

Bairral (2012), Borba e Penteado (2012) têm abordado o quanto a utilização das tecnologias de informação e comunicação (TIC) pode tornar significativa a aprendizagem matemática. Além de estimularem a criatividade e a motivação dos estudantes, elas podem provocar mudanças nas salas de aula e, consequentemente, nas formas de ensinar e aprender os conteúdos. Para os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), “a tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores” (BRASIL, 1998, 140).

Além dos softwares, outro recurso pedagógico que tem sido utilizado são os jogos digitais, que, além de favorecerem o desenvolvimento de uma série de habilidades, permite ao jogador (aluno) trabalhar com a colaboração dos colegas (MATTAR, 2010). E mais, Prensky (2012) destaca que, por meio dos videogames, as crianças aprendem a lidar com os erros de forma interativa. Elas aprendem coisas ligadas à cultura, empreendedorismo, liderança etc.

Os jogos, de uma forma geral, auxiliam os estudantes na compreensão e utilização de regras e lhes permitem desenvolver o autoconhecimento, aprendendo a lidar com símbolos, conseguindo articular o conhecido com o imaginado, tudo isso de forma prazerosa (BRASIL, 1997). Ao passo que os games possibilitam a melhora da coordenação, desenvolvem a habilidade de resolver problemas, ensinam coisas da vida real ao jogador que, por meio de um ambiente virtual, pode administrar uma cidade, estabelecer acordos financeiros entre outras (PRENSKY, 2010).

De acordo com Alves, Rios e Calbos (2013), essa geração titulada como filhos da “cultura da simulação”, na maior parte das vezes formada por adolescentes e jovens, usa diferentes avatares para representá-los. Além disso, resolvem problemas organizando e reorganizando os objetos conhecidos fazendo “bricolagens”. Sob essa ótica, as experiências envolvendo tecnologias - como aquelas que utilizam os games - abrem novos caminhos nos processos de criação, pois utilizam uma realidade virtual. Tais autores ressaltam que:

> enquanto atividade lúdica, os games se constituem como dispositivos educativos, que despertados pelo desejo e interesse, oferecem aos jogadores condições de observações, o estabelecimento de associações e relações, escolhas, classificação, autonomia, entre outras possibilidades que podem potencializar posturas inovadoras (ALVES; RIOS; CALBOS, 2013, p.276).

No entanto, quando se observa o atual sistema de ensino, percebe-se que ele utiliza métodos antigos, pouco atrativos a essa geração que vive conectada à Internet. Alves, Rios e Calbos (2013) realçam que, atualmente, aspectos como o desafio, a persistência, a confiança, a habilidade com ferramentas e a colaboração não são habituais em nossas escolas. Segundo Prensky, é necessário adotar metodologias que estimulem a criatividade do aluno, despertando-lhes o interesse:

> Entre esses meios, a aprendizagem baseada em jogos digitais tem sua importância. Certamente não é o único, mas representa um dos primeiros meios efetivos e factíveis de alterar o processo de aprendizagem, de forma que chame a atenção da “geração dos jogos” e lhe cause interesse (PRENSKY, 2012, p. 41).

Um dos questionamentos ligados ao ambiente escolar nos dias de hoje se remete à motivação dos estudantes durante o processo de ensino e aprendizagem. Conforme Prensky (2010, p. 128), “a motivação dos estudantes para o aprendizado é uma mistura de objetivos intrínsecos e recompensas extrínsecas, combinadas com fatores psicológicos, como medo e necessidade de agradar”. Dessa forma, os games podem ser utilizados como uma ferramenta que pode despertar o interesse e a atenção dessa geração que é muito adepta aos jogos.

De acordo com Borba & Penteado (2012), há ainda muito receio por parte de muitos docentes quanto à utilização dos recursos tecnológicos, seja relatando a falta de infraestrutura do colégio ou ainda por não se sentirem capacitados para os manipularem em sala de aula. O fato é que “as possibilidades de investigação e experimentação propiciada por essas mídias podem levar estudantes a desenvolverem suas ideias a ponto de criarem conjecturas, validá-las e levantar subsídios para a elaboração de uma demonstração matemática” (BORBA, 2010, p. 04). Daí a importância do docente se permitir experimentar novas metodologias que podem auxiliar na construção do conhecimento.

Percebemos que são necessárias mudanças radicais na formação docente, para que ao utilizar um recurso tecnológico, o professor, além de mudar o meio, mude também a sua prática, pois “devemos compreender e nos apropriar das especificidades das inovações tecnológicas, adequando-as como inovações pedagógicas" (KENSKY, 2013, p. 97). Caso contrário, corre-se o risco da continuidade de aulas tradicionais meramente expositivas usando recursos tecnológicos como o PowerPoint.

Alves (2008, p. 8) declara que "os professores precisam imergir nos âmbitos semióticos que entrelaçam a presença das tecnologias na sociedade contemporânea". É importante estabelecer objetivos para que ao utilizar recursos como os jogos digitais na sala de aula haja uma construção de sentidos, não olhando apenas para a sedução que eles podem provocar em nossos alunos. Deve existir uma preocupação por parte do docente em adaptar o jogo ao conteúdo escolar para que não se corra o risco de a aula se transformar em um fracasso e/ou frustração a si próprio e aos alunos também.

Por meio dos games, os professores podem discutir com seus alunos questões éticas, políticas, culturais, entre muitas outras e ainda aprender novas maneiras de compreender e explorar essas mídias, questionando, intervindo e mediando a concepção do conhecimento por meio das narrativas desses artefatos culturais com os discentes (ALVES, 2008).

2 I JOGOS DIGITAIS DA PLATAFORMA MANGAHIGH E O PROGRAMA SESI MATEMÁTICA

O Programa SESI Matemática é uma iniciativa do sistema FIRJAN, que por meio de parcerias, dentre elas a Secretaria de Estado de Educação e o Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa), utiliza os recursos da plataforma inglesa Mangahigh. Tal plataforma apresenta questões no formato de quizz, jogos digitais educativos voltados para o ensino e aprendizagem de Matemática e planilhas que permitem o acompanhamento do desempenho dos alunos pelos professores. Para isso, o programa além de traduzir a plataforma para a língua portuguesa, adequou-a ao currículo brasileiro.

O programa Sesi Matemática pode ser aderido pelas escolas de duas formas: na modalidade "sala", utilizada por escolas que dispõem de uma sala que será exclusiva do programa. Esta sala recebe vários recursos, dentre eles um armário contendo materiais concretos, mesas e cadeiras que possibilitam um trabalho colaborativo, um armário contendo os notebooks com acesso à internet para que os alunos possam acessar e realizar as atividades disponibilizadas na plataforma; e, na modalidade "kit", para as escolas que não possuem uma sala disponível nos três turnos, nesse caso, a escola recebe apenas um armário contendo os materiais concretos e a licença para utilizar os jogos e todos os recursos disponíveis da plataforma no laboratório de informática da própria escola.

O programa oferece também uma formação continuada aos docentes: a parte inicial é presencial e ocorre por meio de oficinas com sugestões de atividades abordando o uso de materiais concretos, games entre outros; a outra etapa da formação ocorre à distância através do Portal Sesi Matemática por meio de 12 módulos cujo foco é o Ensino Médio.

Figura 1: Sala SESI

Fonte – Disponível em: http://www.rj.gov.br/web/seeduc/exibeconteudo?article-id=1240549. Acesso em: 13 out. 2016.

Figura 2: Armário com materiais concretos

Fonte – Manual de implantação do programa SESI Matemática

3 I METODOLOGIA

A pesquisa tem uma abordagem qualitativa uma vez que "supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada, via de regra, pelo trabalho intensivo de campo." (LÜDKE e ANDRÉ, 2014, p. 12).

Como instrumento de coleta de dados será realizada uma entrevista semi-estruturada com dois dos três professores de Matemática de uma escola particular situada na Baixada Fluminense/RJ que adotou o programa Sesi Matemática na modalidade "sala". Participará também da entrevista um professor de Matemática de uma escola estadual situada no interior do Rio de Janeiro, que adotou o programa na modalidade "kit". Os dois outros professores dessa unidade escolar optaram por não participar da entrevista. Um deles alegou trabalhar com o ensino fundamental (e o programa na escola estadual prioriza o ensino médio) e o outro docente, que trabalha com o ensino médio, disse não ter utilizado a plataforma e, que por isso não se sentia a vontade para falar sobre seus recursos. Pretende-se ainda realizar o mesmo experimento com professores de outra escola da rede estadual (até o momento não definida), mas que utiliza o programa na modalidade “sala”.

A escolha dos professores participantes está ocorrendo de acordo com a benevolência dos mesmos em contribuir para a realização do estudo em questão.

Inicialmente, pretendia-se além das entrevistas, realizar um trabalho de observação destes docentes em sala de aula durante a utilização dos jogos digitais, mas, essa prática por enquanto só está sendo possível na escola particular, visto que atualmente, a escola pública observada (modalidade “kit”) estava com problemas relacionados à internet do laboratório de informática.

4 I PRIMEIROS RESULTADOS

Com o intuito de captar a percepção dos professores entrevistados, serão lhes perguntado sobre sua formação acadêmica, sua rotina de trabalho, sobre a aprendizagem de seus alunos e suas práticas, e, sobre os jogos e a utilização da plataforma Mangahigh.

Em uma primeira análise foi possível perceber que os professores, durante a observação, demonstraram interesse e facilidade em manipular tais recursos.

Infelizmente, uma das dificuldades enfrentadas pela escola pública e relatada pelo docente refere-se à infraestrutura: o professor relatou que atualmente não consegue utilizar os jogos online da plataforma devido à escola estar com problemas relacionados à internet. Ele relatou que não pede para que os alunos façam as atividades em casa porque muitos deles não têm uma internet com suporte para abrir os jogos. Segundo ele, apesar de a maioria de seus alunos terem internet em seus smartphones, ela não suportaria acessar o site. Tanto que para aderir ao programa, no caso das escolas estaduais, a Seeduc fica responsável por oferecer um link de, no mínimo, 4 Mb. O mesmo relatou ainda que por volta de um ano atrás ele utilizava os recursos da plataforma e afirmou que os alunos gostavam muito, pois era uma maneira de sair da rotina.

Na escola privada não houve esse problema. Como são mais professores que utilizam esses recursos em suas aulas, eles se programam e enquanto um deles utiliza os recursos da sala SESI, o outro os utilizam no laboratório de informática. Os docentes utilizam frequentemente à plataforma, pois tais recursos fazem parte da metodologia adotada pela escola. Além disso, os alunos podem acessar e realizar as atividades em casa.

Em relação aos alunos, na rede privada, foi possível perceber que os discentes do ensino fundamental demonstram mais interesse nos jogos que os do ensino médio. Estes realizam mais as atividades no formato de quizzes da plataforma.

Em relação às habilidades que podem ser desenvolvidas com os jogos, em conversa durante a observação, os professores destacaram o raciocínio lógico e a concentração. Mas, observando os jogos é possível perceber que, além das habilidades destacadas pelos docentes, eles exigem uma tomada de decisão do jogador (aluno). Em muitos dos jogos, não basta apenas saber aplicar a Matemática para vencer o desafio, tem que ter estratégia e saber lidar com o tempo.

5 I PERCEPÇÕES INICIAIS

Os resultados apresentados são frutos das primeiras investigações que deram embasamento para o desenvolvimento da dissertação de mestrado “Jogos digitais educativos e o ensino da matemática: diferentes olhares e experiências”.

De acordo com as leituras realizadas a respeito do tema, o uso dos jogos digitais como recurso pedagógico pode ser uma alternativa no que diz respeito à motivação do aluno. E, ainda que, mesmo sofrendo preconceitos, tanto da parte dos pais como de muitos professores, como já abordado por Prensky (2010, 2012) e Alves (2004), os jogos podem auxiliar no desenvolvimento de muitas habilidades necessárias para se viver em sociedade, dentre elas, a tomada de decisão, a escolha das melhores estratégias para administrar, liderar etc. Eles se constituem em espaços de aprendizagem, pois por meio dos jogos eletrônicos podem-se construir conceitos ligados aos aspectos culturais, cognitivos e sociais. Além de outras habilidades já destacadas em outros jogos como o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas.

Por meio das atividades e conversas realizadas até agora, foi possível perceber nos jogos da plataforma, várias dessas habilidades descritas anteriormente. Com isso, ainda que muitas pessoas associem a utilização dos jogos somente à motivação dos alunos, observa-se que tais jogos podem contribuir muito mais para a aprendizagem, uma vez que os “jogos colocam jogadores em mundos onde eles experimentam coisas. Isso parece simples, mas é de fato, o fundamento de como os jogos inscrevem aprendizagem” (GEE, 2009 apud BANNELL et al., 2016, p. 112).

Espera-se que por meio deste estudo seja possível refletir sobre a utilização desses recursos pelos docentes em sala de aula, bem como sobre suas potencialidades e desafios. Almeja-se compartilhar essas informações, principalmente com os profissionais da educação, para que conheçam um pouco mais sobre a aprendizagem baseada em games.

REFERÊNCIAS

ALVES, Lynn. **A cultura lúdica e cultura digital: interfaces possíveis**. Revista entre ideias, Salvador, v. 3, n. 2, p. 101-112, jul./dez. 2014.

ALVES, Lynn. **Game over: jogos eletrônicos e violência.** 2004. 241 f. Tese (Doutorado em

Educação) - Programa de Pós-graduação em **Educação, Faculdade de Educação, Universidade** Federal da Bahia. Salvador, 2004.

ALVES, Lynn. **Relações entre os jogos digitais e aprendizagem**: delineando percurso. In Educação, Formação & Tecnologias; vol.1(2); pp. 3-10, Novembro de 2008, disponível no URL: http://eft.educom.pt.

ALVES, Lynn; RIOS, Vanessa; CALBO, Thiago. Games: delineando novos percursos de interação. **Intersemiose: Revista Digital**. ANO II, N. 04, 268-293, Jul./Dez. 2013. Disponível em: <http://www.neliufpe.com.br/wp-content/uploads/2014/02/14.pdf>. Acesso em 19 out. 2016.

BAIRRAL, Marcelo Almeida. **Tecnologias da Informação e Comunicação na Formação e Educação Matemática**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Edur - UFRRJ, 2012.

BANNELL, Ralph Ings et al. **Educação no século XXI:** cognição, tecnologias e aprendizagens. Petrópolis/RJ. Rio de Janeiro: Vozes, 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Softwares e internet na sala de aula de matemática**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador–BA, 2010. Disponível em: < http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/marceloxenen.PDF> Acesso em 20 dez. 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática.** 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. 3° e 4° Ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf> Acesso em 23 de nov. 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais :** introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> Acesso em 19 de ago. 2014.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e o ensino presencial e a distância**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A..**Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. – 2ª edição – Rio de Janeiro: E.P.U., 2014.

MATTAR, J. **Games em educação:** como os nativos digitais aprendem. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

PRENSKY, Marc. **“Não me atrapalhe, mãe - Eu estou aprendendo!”:** como os videogames estão preparando nossos filhos para o sucesso no século XXI - e como você pode ajudar!. Tradução Lívia Bergo. São Paulo: Phorte, 2010.

PRENSKY, Marc. **Aprendizagem baseada em jogos digitais**. São Paulo: Senac-SP, 2012.

PRENSKY, Marc. **Digital natives, digital immigrants**. Disponível em: <http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf> Acesso em: 13 de jun. 2015.

RUBI, Geiseane Lacerda. **Ensinando conceitos de matemática a partir de jogos online na 7ª serie do ensino fundamental:** desafios e oportunidades. 2012. 120 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

CAPÍTULO 7

CRIPTOGRAFIA E SUAS POTENCIALIDADES NA EXPLORAÇÃO DAS IDEIAS ASSOCIADAS À FUNÇÃO AFIM

Beatriz Fernanda Litoldo
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP (Brasil)
Rio Claro – São Paulo

Arlete de Jesus Brito
Universidade Estadual Paulista – UNESP (Brasil)
Rio Claro – São Paulo

RESUMO: O objetivo desse texto é apresentar alguns resultados advindos de uma pesquisa de mestrado que buscou evidenciar as potencialidades que uma sequência pedagógica de tarefas envolvendo problemas de Criptografia pode proporcionar durante seu desenvolvimento. Na investigação buscamos compreender em que uma sequência pedagógica de tarefas de caráter criptográfico auxilia os alunos na exploração das ideias associadas à função afim. Alguns dos resultados apontaram o desenvolvimento de atitudes autônomas sobre os próprios processos de aprendizagem por parte dos alunos. As tarefas possibilitaram que eles assumissem posturas mais investigativas, o que propiciou a criação de diferentes estratégias e etapas de resolução e refletiu nas explorações e investigações realizadas por eles acerca das ideias associadas ao conceito de função afim, bem como as maneiras que os alunos organizavam e exteriorizavam tais ideias. Assim, conclui-se que esse tipo de tarefa contribuiu para que os alunos adquirissem atitudes ativas e indagativas em seus procedimentos de resolução, incidindo na exploração do conceito de função afim.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática; Ensino Médio; Cifras; Sequência Pedagógica; Criptoanálise.

ABSTRACT: The purpose of this text is to present some results from a master's research that sought to highlight the potentialities that a pedagogical sequence of tasks involving Cryptography problems can provide during its development. The objective of the investigation was to try to understand in which a pedagogical sequence of tasks of cryptographic character assists the students in the exploration of the ideas associated with the related function. Some of the results pointed to the development of autonomous attitudes about students' own learning processes. The tasks enabled them to take on more investigative positions, which led to the creation of different strategies and stages of resolution and reflected in the explorations and investigations carried out by them on the ideas associated with the concept of related function, as well as the ways the students organized and exteriorized such ideas. Thus, it is concluded that this type of task contributed to the students acquiring active and questioning attitudes in their resolution procedures, focusing

on the exploration of the concept of related function.

KEYWORDS: Mathematics Education. High school. Cipher. Pedagogical Sequence; Cryptanalysis.

1 I INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) destacam em suas ementas a necessidade de se buscar alternativas metodológicas variadas para o ensino e aprendizagem da Matemática. O trabalho com a resolução de problemas é uma das estratégias de ensino destacadas por esses documentos como sendo um dos possíveis processos matemáticos pelos quais os alunos constroem a aprendizagem (BRASIL, 2000; BRASIL, 2018).

Ambos os documentos, citados acima, tecem orientações a respeito da importância do trabalho do professor quanto ao planejamento das atividades. Promover aos alunos tarefas que proporcionam problemas desafiadores que podem partir de problemas estimulantes e contextualizados em situações de investigação. Tais atividades podem desencadear situações desafiadoras que os alunos se sintam motivados e encorajados a realizar. Aulas que favoreçam o desenvolvimento da curiosidade, da imaginação e do processo de investigação, contextualizadas sempre que possível, contribuem para a formação das visões da matemática, da sociedade e do mundo BNCC (BRASIL, 2018).

Buscando situações em que é possível desenvolver tarefas nesse sentido, recorremos ao tema Criptografia. Considerando que essa temática tem como principal característica de não ser dependente de um único método de decifração de uma mensagem, tarefas envolvendo problemas criptográficos possibilitam um leque de possibilidades de estratégias de resolução, além de despertar a curiosidade e as atitudes investigativas dos alunos. Groenwald, Franke e Olgin (2009) destacam que a utilização dos recursos de cifração e decifração dispostos pelo tema Criptografia a configura como sendo um agente motivador e gerador de situações didáticas que permitem o "aprofundamento da compreensão dos conceitos matemáticos, possibilitando ao aluno perceber a utilização do conhecimento matemático em situações práticas" (GROENWALD, FRANKE E OLGIN, 2009, p. 42). Corroborando as ideias de Groenwald, Franke e Olgin (2009), Fiarresga (2010) destaca que esse tema permite ao professor elaborar problemas que busquem desenvolver nos alunos capacidades de concentração e persistência em relação a problemas matemáticos, além de estimular a vontade de estudar matemática e de colaborar para o desenvolvimento de diferentes estratégias para a resolução das tarefas.

Fincatti (2010) e Groenwald e Olgin (2011) também tecem considerações sobre a possibilidade de contextualização desse tema em sala de aula, partindo da concepção de que a Criptografia está presente no cotidiano da sociedade, por exemplo, nas atividades *on-line*, como compras e vendas, transações bancárias, auditorias eletrônicas, senhas de e-*mail*, de *Facebook*, dentre outras. Munido com as ideias de cifração e decifração –transformações de origem matemática ou não, utilizada para se modificar uma mensagem, advindos da Criptografia e da Criptoanálise (SINGH, 2008) – o professor dispõe, então, de várias possibilidades de elaboração de tarefas que concatenam alguns dos conteúdos matemáticos permeados pelos padrões e regras de codificação e decodificação, por exemplo, números pares e ímpares, sequência numérica e funções, buscando, sempre em última instancia, o aprendizado dos alunos (OLGIN; GROENWALD, 2011; TAMAROZZI, 2001).

Em nossas investigações, objetivamos buscar reflexões sobre as possíveis possibilidades de utilizar o tema Criptografia aliado ao conceito de função afim. Para atingir tal objetivo, desenvolvemos um material didático na forma de uma sequência pedagógica de tarefas envolvendo problemas criptográficos. Posto isso, analisamos suas potencialidades para explorar as ideias associadas ao conceito de função afim. Esse texto tem como finalidade apresentar alguns dos resultados advindos dessa pesquisa.

2 I A CONCEPÇÃO CONSTRUTIVISTA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na concepção construtivista, a aprendizagem do aluno é mediada pela representação pessoal sobre o objeto ou conteúdo a ser aprendido e pela construção dos conceitos por meio de espaços de aprendizagens significativos (SOLÉ; COLL, 2009). As representações construídas pelos próprios alunos fazem parte do desenvolvimento deles à mediada que elas auxiliam nas organizações, exteriorizações e compreensões relacionadas às ideias matemáticas (PONTE; SERRAZINA, 2000). Independente das representações serem mais ou menos sofisticadas, Ponte e Serrazina (2000) afirmam que, a partir delas, podem derivar situações valiosas uma vez que “apoiam a compreensão e solução de problemas, fornecem formas significativas de registro de um método ou de uma solução e fornecem um ponto de partida do qual os alunos podem desenvolver uma apreciação de outras representações” (PONTE; SERRAZINA, 2000, p. 43).

O suporte aos novos conteúdos, representados por meio dos diversos tipos de linguagens estão fundamentados sobre experiências matemáticas, os conhecimentos prévios e as disposições e ações entre os alunos e o professor (SOLÉ; COLL, 2009). Durante o envolvimento do aluno com os novos conteúdos matemáticos estudados, seus significados e conhecimentos matemáticos anteriores podem assumir dois processos: ou eles se mantêm, servindo como embasamento para a interpretação do “novo”, ou se modificam, considerando que o “novo” realmente requer alterações quanto aos novos significados e conhecimentos das informações apresentadas.

Solé e Coll (2009) afirmam que no segundo processo, “não só modificamos o que já possuímos, mas também interpretamos o novo de forma peculiar, para poder integrá-lo e torná-lo nosso” (SOLÉ; COLL, 2009, p. 20).

A concepção construtivista, parte do pressuposto que o ensino e a aprendizagem estão imbricados por processos conjuntos e compartilhados entre alunos e professor, sendo eles dispostos e fundamentados na e para a construção do conhecimento por meio da mediação do professor, que por sua vez, exerce papel importante no desenvolvimento dos aspectos de competência e autonomia dos alunos na resolução das tarefas, focando sempre a aprendizagem dos conteúdos matemáticos abordados.

Nesse sentido, consideramos que a construção de significados, por parte do aluno, na aprendizagem está relacionada com aspectos que envolvam sentimentos e crenças sobre sua competência e pro atividade, autoestima e de respeito mútuo, além da concatenação com o desenvolvimento e a exploração do domínio das representações e procedimentos, a criação, aceitação e negociação de atitudes e da compreensão de determinados conceitos matemáticos.

Considerando a teia de conexões que se estabelece entre os procedimentos, atitudes e conceitos em uma perspectiva construtivista, tem-se em consideração o ato de aprender dos alunos imersos em suas próprias relações de aprendizagem, fundamentados em seus próprios conhecimentos, e das relações de ensino entre o professor, em uma situação que considera o aluno como o centro da intervenção (MAURI, 2009, LITOLDO, 2016). As relações de aprendizagem interligam tanto conceitos, quanto procedimentos e atitudes.

Relativamente aos conceitos, Mauri (2009) destaca que os conhecimentos conceituais prévios, quando são organizados e oportunos, propiciam a concatenação entre os conhecimentos anteriores com as novas informações. Concernente aos procedimentos, a autora considera que o conjunto de técnicas, regras, algoritmos, habilidades motoras e cognitivas, bem como as estratégias de resolução devem possibilitar ao aluno a capacidade de “realizar ou executar, em algum grau, as operações de procedimentos necessárias para lograr a meta proposta e, também, possuir uma representação ou ideia do procedimento em si mesmo” (MAURI, 2009, p. 111).

Os procedimentos são considerados processos a serem utilizados para se resolver um problema, podendo eles se modificarem a cada situação (ECHEVERRÍA; POZO, 1998). Os procedimentos, atrelados às etapas de resolução, se fazem presentes ao aluno à mediada em que ele busca caminhos para resolver o problema –, na retomada de conceitos anteriores, na organização e explicação desses conhecimentos para os colegas e professor, na construção dos novos conhecimentos e na autonomia no próprio processo de aprendizagem (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; MAURI, 2009).

A ação atuante e investigativa do aluno em seu próprio processo de aprendizagem tem relações muito próximas com o tempo e as condições propiciadas a eles para a resolução das tarefas propostas –, a exploração de seus conhecimentos prévios, a liberdade de investigação relacionada aos seus próprios procedimentos e o espaço aberto para o compartilhamento de ideias (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009). Esses quesitos se refletem na independência e pro atividade do aluno, ocasionando espaços coletivos interessantes, à mediada em que os alunos desenvolvem trabalhos em grupo, momento importante em que expressam suas opiniões e ideias. O trabalho em grupo contribui para a construção e organização de outras ideias e procedimentos incidindo no desenvolvimento de sua autonomia (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; MAURI, 2009). Portanto, considerando os alunos como construtores ativos de seus próprios conhecimentos, para a aprendizagem de conceitos, é necessário que os procedimentos e as atitudes sejam trabalhados e desenvolvidos, não em contextos disjuntos, mas sim em tarefas que explorem e construam significados para cada um desses elementos.

Desse modo, para que os alunos possam ser protagonistas de suas aprendizagens, é importante proporcionar-lhes contextos em que explorem a resolução de problemas, visto que tais cenários possibilitam aos alunos aulas diferenciadas, nas quais eles investigam o problema e seus diferentes procedimentos de resolução. Sobre a resolução de problemas, Ponte e Serrazina (2000) afirmam que essa metodologia possibilita desenvolver a compreensão das ideias matemáticas anteriormente enraizadas e também a explorar e consolidar novas ideias matemáticas. Aqui, assumimos a definição de que, uma determinada questão só se torna um problema a um aluno se ele não depender de nenhuma regra procedimental, permitindo assim, que o aluno reflita, explore e desenvolva processos de resolução (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; PONTE; SERRAZINA, 2000).

Seguindo essa perspectiva, um problema deve ser envolto por situações investigativas que coloquem-nos em uma posição de verdadeiros exploradores e investigadores (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA 2009). Tais problemas não permitem uma forma ou um caminho explicito para a sua resolução. Esse tipo de problema deve desafiar, motivar e convidar os alunos a se debruçarem sobre ele, resgatando seus conhecimentos prévios, os procedimentos (estratégias), os conhecimentos conceituais e as atitudes que lhes possibilitem explorar as informações do problema, conjecturando e explorando as estratégias de resolução. Essas caraterísticas do problema contribuem para aguçar a motivação dos alunos para resolve-lo e dar sentido à realização do estudo a ser promovido (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Aliada à resolução de problemas, alguns autores destacam as possíveis etapas de sua investigação, e consequentemente, sua resolução (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009). De modo geral, essas etapas estão atreladas à compreensão do problema, à explorações iniciais, ao levantamento de conjecturas permeadas pelas suas verificações ou refutações, à argumentação e organização das informações, e por fim, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (entre os alunos). Nesse ponto é importante ressaltar que tais etapas não seguem uma lineariedade, os alunos transitam entre as fases de acordo com as necessidades encontradas por eles, sendo que todo esse conjunto de etapas constitui o processo de investigação e resolução dos problemas.

3 I UM BREVE RELATO DA CRIPTOGRAFIA E SUA EVOLUÇÃO

Derivado das palavras gregas *kriptós* que significa escondido, oculto e *gráphein* que significa escrever, a palavra Criptografia pode ser definida como sendo a arte ou a ciência de escrever mensagens em cifras ou em códigos, com a finalidade de ocultar mensagens a terceiros, possibilitando exclusivamente apenas à pessoa autorizada a decifrar e ler as mensagens (TAMAROZZI, 2001).

A Criptografia vem permeando a história da humanidade sempre com o intuito de garantir, de maneira sigilosa, as trocas de mensagens humanas, podendo ser considerada tão antiga quanto à própria escrita hieroglífica dos egípcios (SINGH, 2008). Os meios de comunicação secretos sempre fizeram parte da história, especialmente para governantes, que dependiam de meios de comunicação sigilosos para governar seus territórios, comandar seus exércitos entre outros. Em tempos de guerras, a Criptografia configura-se como um aliado dos comandantes, pois a necessidade de garantir a eficiência e o sigilo nas comunicações exerce papel fundamental nas estratégias de batalhas. Sua importância durante a história impeliu o desenvolvimento de técnicas eficientes de cifragem de modo que as mensagens criptografadas transitassem seguras pelos meios de comunicação com a garantia de que apenas o destinatário pudesse ler seu conteúdo.

A busca por desenvolver cifras cada vez mais seguras é resultado de uma disputa entre os Criptográficos e os Criptoanalistas. Enquanto que os criadores de cifras buscam cifras cada vez mais eficientes, os decifradores procuraram meios de quebrar tais cifras. Essa tarefa dos decifradores é conhecida como a Criptoanálise, a qual é definida com sendo a “ciência da dedução do texto original a partir do texto cifrado, sem o conhecimento da chave [cifradora]” (SINGH, 2008, p. 423).

Os primeiros resquícios registrados da utilização de cifras para troca de mensagens militares correspondem a *Cifra de César* e a cifra de Vigenère, que pode ser considerada uma evolução da *Cifra de César*. A partir dessas duas cifras, muitas outras se originaram (cifra *ADFGVX*, cifra do *Chiqueiro,* cifra *Lucifer* entre outras). Com o surgimento dos aparelhos eletrônicos, as comunicações começaram a fluir de maneira mais rápida, no entanto, esses meios também apresentavam ineficiência quanto a sua segurança de interceptação. Essa vulnerabilidade impulsionou o primeiro grande salto no desenvolvimento de cifras seguras. Esse momento é marcado pelo surgimento da máquina *Enigma* (1918) durante a Primeira Guerra Mundial. Tal invenção pode ser considerada como sendo a mais promissora e desafiadora de toda a evolução da Criptografia. A decifração das mensagens produzidas pela *Enigma* foi realizada com sucesso por Alan Turing, em 1940, que finalizou o projeto de máquinas que seriam utilizadas para quebrar os códigos das *Enigma*.

O segundo momento da história da Criptografia em relação à proteção das mensagens ocorreu por volta de 1977 com os cientistas de computação Rivest e Shamir e do matemático Adleman. Esses três pesquisadores investigaram por meio da matemática um método de garantisse, mesmo com interceptações, trocas seguras de informações. Foi buscando funções de mão única, que fossem condizentes com os critérios exigidos para uma cifra assimétrica[5], que o sistema conhecido como RSA (Rivest, Shamir e Adleman) se desenvolveu.

O sistema, chamado RSA, é então um sistema de Criptografia assimétrico, também conhecido como *criptografia de chave pública*. Nos dias de hoje a Criptografia RSA é extremamente empregada nos meios de comunicação que necessitam de trocas de informações seguras. Esse tipo de cifra pode ser encontrado, por exemplo, em quase todos os sistemas que envolvem o ciberespaço, como os sistemas de correios eletrônicos, compras e vendas *on-line*, transições bancárias, senhas de *sites* comerciais entre outros.

4 I CONTEXTO E MÉTODO

Esta investigação faz parte de uma pesquisa de mestrado que buscou refletir sobre as potencialidades de uma sequência pedagógica de atividades envolvendo problemas criptográficos para o desenvolvimento do conceito de função afim. Nossa pesquisa teve por fundamentação teórico-metodológica uma intervenção de caráter qualitativo. Aqui temos como foco apresentar e discutir alguns dos resultados advindos do trabalho com os alunos a partir da sequência pedagógica elaborada. Por conta do espaço e objetivo da investigação, não apresentaremos as tarefas desenhadas para a sequência pedagógica, no entanto, elas podem ser encontradas em Litoldo (2016).

O contexto dessa investigação ocorreu uma escola pública da cidade de Rio Claro/ SP, onde propusemos a sete alunos, nomeados aqui por nomes fictícios, do primeiro ano do Ensino Médio, o desenvolvimento de uma sequência pedagógica. Essa sequência era composta por oito tarefas sendo elas estruturadas na forma de enigmas envolvendo contos baseados no personagem Sherlock Holmes, de Sir Arthur Conan Doyle. Tais tarefas envolviam a definição de função afim e suas particularidades como, função linear, função identidade e função constante; suas respectivas funções inversas e seus gráficos.

Os encontros entre os sete alunos e a pesquisadora para o desenvolvimento das tarefas ocorreram na própria escola (em sala de vídeo ou em sala de aula), entre os meses de maio a setembro de 2014, ocorrendo um ou dois encontros por semana e tendo como duração duas horas cada encontro, totalizando ao final 18 encontros. As tarefas da sequência pedagógica eram desenvolvidas em duplas ou trios de alunos, sendo que esses agrupamentos variavam de acordo com os encontros.

As informações discutidas nessa investigação foram coletadas por meio de observações da pesquisadora registradas em seu diário de campo, das gravações em vídeo e áudio referentes às discussões de cada grupo durante os encontros e do material produzido (respostas das tarefas) pelos alunos. As gravações em vídeo e áudio foram transcritas em sua totalidade e conjuntamente com o diário de campo e os materiais dos alunos constituíram nossas fontes de levantamento de dados. A organização das informações para analise seguiu as perspectivas de Lüdke e André (1986) e Bogdan e Biklen (1994). As informações foram tratadas usando uma análise de conteúdo (Bardin, 1996) e no decorrer desse processo de análise buscamos, os episódios em que foi possível observar as informações relacionadas com as atitudes desenvolvidas pelos alunos, com os procedimentos produzidos por eles durante a resolução das tarefas e conceitos abordados e construídos por tais alunos durante as tarefas da sequência pedagógica.

5 I ALGUNS RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nos primeiros encontros, os alunos mostraram-se com pouca autonomia investigativa e antes mesmo de iniciarem a resolução dos problemas, eles solicitavam à pesquisadora que lhes explicasse os enunciados das atividades e, posteriormente, realizasse a confirmação de suas respostas. No entanto, o modo de agir e reagir de forma apenas receptiva foi sendo modificada conforme os encontros foram ocorrendo. Ao longo deles, foi possível observar que os alunos se sentiam mais confortáveis com o ambiente proposto pela pesquisadora e aos poucos eles foram desenvolvendo atitudes de autoestima e autonomia, além de demonstrarem comprometimentos com as tarefas durante suas resoluções (MAURI, 2009).

Tarefas de caráter criptográficos possibilitam uma flexibilidade em relação a seus distintos métodos e procedimentos de solução. Esse tipo de tarefa favorece aos alunos uma situação livre para que eles desenvolvessem suas próprias estratégias de resolução. Essa característica se tornou evidente durante os encontros, à medida que as diferentes estratégias de resolução desenvolvidas pelos alunos para decifrarem as mensagens e resolver as atividades propostas eram discutidas, exploradas e exteriorizadas, por eles, por meio de diferentes representações (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; PONTE; SERRAZINA, 2000).

Com o movimento exploratório das tarefas e fazendo uso de seus conhecimentos prévios, os alunos foram se tomando proativos, assumindo atitudes mais investigativas. Essa nova postura contribuía fortemente para a criação e elaboração de diferentes etapas e estratégias de resolução (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009). A cada tarefa, os alunos discutiam entre si as mensagens cifradas, desenvolviam suas estratégias e as utilizavam conforme eles mesmos achavam interessante para a resolução daquela tarefa. Esse fato se tornou interessante à medida em que os alunos trocavam entre si suas ideias de resolução e a aperfeiçoavam conforme o problema era apresentado. Abaixo apresentamos três episódios que evidenciam os momentos de criação, transição e desenvolvimentos das estratégias criadas pelos alunos.

Fernando começou a decifrar a carta colocando a letra *o* em todos os números dezenove que ele encontrava. Depois, ele fez a mesma coisa com a letra *a* e com a letras*s*, e seguiu essa mesma estratégia de resolução até a decifração de toda a carta. Já as meninas, embora tivessem colocado, de início, todas as letras *o* que apareciam na carta, não seguiram esse mesmo raciocínio para preenchê-la. Elas olhavam qual seria o próximo número da palavra e a preenchiam com sua letra correspondente. Utilizando-se desse processo, Jaciara sugeriu que tentassem formar as palavras antes mesmo de acabar de preenchê-las. Janaína acatou a sugestão e ambas foram decifrando a carta, transitando entre essas duas estratégias de resolução desenvolvidas por elas.

Episódio 1 – Estratégia de Fernando para a tarefa "*Um caso de sequestro*"

Fonte: Litoldo (2016)

Enquanto Igor terminava de escrever o alfabeto cifrado, Gustavo chamou a pesquisadora para dizer que eles desenvolveram vários jeitos de encontrar o alfabeto cifrado. Foi pedido, então, que eles escrevessem quais seriam esses três métodos de encontrar o alfabeto cifrado. Seguem, abaixo, os três exemplos citados por Gustavo.

1) Você pega a letra do alfabeto e soma a ela o mesmo valor da letra, depois você soma mais um no final. O nº cifrado será o nº negativo dessa soma.

Ex.: A=1
$(1+1)+1=3$ => -3 A
B = 2
$(2+2)+2=5$ => -5 B
C = 3
$(3+3)+3=7$ => -7 C

2) Você pensa em uma expressão que utilize o nº do alfabeto normal para se chegar ao alfabeto criptografado.Para a 3ª pista, a expressão é $(-2)\times x-1$ e se faz a conta para todas as letras do alfabeto.

3) Você encontra a expressão utilizada para cifrar as letras, que, neste caso, é $(-2)\times x-$.
Realiza os cálculos para as primeiras e observa o padrão que ocorre no resultado das contas. Depois é só completar o alfabeto apenas somando o padrão.

Para a expressão observou-se que os números aumentavam -2. Assim, a partir de x = 8, era só ir somando (-2) aos resultados.

Ex.: $7\times(-2)-1=-15$
$8\times(-2)-1=-17$ e $(-15)+(-2)=-17$
$9\times(-2)-1=-19$ e $(-17)+(-2)=-19$
$10\times(-2)-1=-21$ e $(-19)+(-2)=-21$

Episódio 2 – Estratégias de Gustavo para a tarefa "*O detetive Watson*"

Fonte: Litoldo (2016).

Essa dupla, após observar o criptograma, começou a responder a todas as dicas que eles sabiam. Quando eles não souberam mais responder, Gustavo começou a escrever em seu rascunho todas as informações que sabia sobre as letras cifradas (Figura 1).

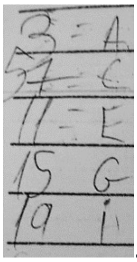


Figura 1 - Informações que Gustavo retirou das dicas respondidas no criptograma

Depois de observar o que Gustavo estava anotando, a pesquisadora o questionou sobre o que ele estava pensando em fazer. Segundo Gustavo, ele apenas estava colocando na folha de rascunho as informações já conhecidas. Com isso, foi perguntado a eles se, com aqueles dados e conhecendo o jeito da função utilizada, seria possível determinar os coeficientes *a* e *b* da função afim. Os meninos pensaram sobre o argumento dado pela pesquisadora, mas Gustavo afirmou que ele conseguiria achar o resto do alfabeto sem ter que encontrar esses coeficientes.

Desse modo, Gustavo observou que os números já conhecidos eram todos números ímpares, começando pelo número 3. De acordo com ele, esse pensamento estava dando certo e, assim, ele escreveu em sua folha de rascunho todo o alfabeto, seguindo a lógica de que os próximos números seriam ímpares. [...] Com todo o alfabeto escrito, Gustavo e Fernando completaram as dicas que faltavam e terminaram rapidamente a atividade.

Episódio 3 – Estratégias de Gustavo para a tarefa "*Criptograma*"

Fonte: Litoldo (2016).

Nos três episódios apresentados, é possível observar que as investigações desenvolvidas pelos alunos envolveram ações de formular conjecturas sobre as possíveis estratégias de resolução e, a partir do emprego delas, foi possível verificar suas validações ou refutações, o que também contribuiu para a organização na exposição das ideias, sendo elas realizadas oralmente ou na forma escrita, para o professor e seus colegas (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009; BRASIL, 2018).

No momento das elaborações das conjecturas, é importante que os alunos compreendam por inteiro o problema proposto (BRASIL, 2002). Esse entendimento leva-o a conjecturar hipóteses e a tomar decisões sobre suas possíveis estratégias de resolução. As decisões tomadas pelos alunos estavam sempre permeadas por seus conhecimentos prévios. Tais conhecimentos proporcionaram a eles utilizar intuições e estratégias de resolução durante as tarefas, bem como resgatar e explorar outros conceitos da matemática, direcionando algumas etapas para o processo de resolução. No episódio 3, por exemplo, é possível observar que Gustavo utiliza seu conhecimento prévio sobre os números primos, para levantar hipóteses da estrutura do problema e, a partir dela, resolver a tarefa e chegar na decifração da mensagem.

Relativamente ao conceito matemático resgatado pelos alunos, conjuntamente com seus conhecimentos prévios sobre as decifrações das mensagens, apresentamos abaixo três episódios que destacam a maneira como tais conhecimentos foram retomados (e quais) e de que forma eles fizeram parte no processo de resoluções dos alunos.

Para a 2ª pista, Kall chamou a pesquisadora para apresentar sua ideia.

Kall: Agora, aqui, vai ser um esquema diferente. Aqui eu acho que vai ser números...

Jaciara: Nossa! Igual ao 4...

Kall: Números primos.

Pesquisadora: Números primos?... Hum..., mas 12 é um número primo?

Kall: Não!

Pesquisadora: Então uma pista já descartada fora. Uma ideia. Qual a outra ideia?

Jaciara: Aqui não é a cifra de César?

Episódio 4 – Discussão envolvendo a ideia de números primos

Fonte: Litoldo (2016)

Para ajudar os meninos, a pesquisadora questionou sobre o que eles percebiam ao olhar a 4ª pista. Gustavo argumentou que naquela pista havia nº pares e ímpares e Fernando complementou dizendo que aqueles nº eram múltiplos de 3. Nesse momento, a pesquisadora chamou a atenção perguntando se, na pista, havia nº positivos. Gustavo respondeu dizendo que não, e daí Fernando argumentou que, então, eles eram múltiplos de -3.

Episódio 5 – Discussão envolvendo a ideia de números múltiplos de -3

Fonte: Litoldo (2016)

Quando eles chegaram à questão que solicitava a representação do esquema criptográfico por meio do plano cartesiano, Igor se pronunciou dizendo que lembrava o que era um plano cartesiano e, para mostrar isso, ele desenhou com o dedo, no espaço, as retas do plano. Ao ser questionado sobre qual era o eixo das abcissas e qual era o das ordenadas, Igor soube responder corretamente. A pesquisadora também perguntou à dupla se eles saberiam dizer qual alfabeto seria representado pelo eixo *x* e qual pelo eixo *y*. Jaciara respondeu corretamente e Igor explicou rapidamente com gestos o porquê de a resposta dela estar certa.

Episódio 6 – Discussão envolvendo a ideia do plano cartesiano

Fonte: Litoldo (2016)

Nesses episódios, é possível identificar o resgate dos conceitos de números pares, números ímpares, múltiplos de três (e de menos três) e conceito de plano cartesiano como conexões auxiliares para o processo das resoluções (MAURI, 2009). Tais situações evidenciam, como sugerido pelos PCNEM (BRASIL, 2000), Mauri (2009) e Solé e Coll (2009), a relevância que se faz na relação significativa entre os conhecimentos prévios dos alunos com o processo da construção do novo conhecimento, permeados pelos procedimentos de resolução para as tarefas propostas pela professora.

Essas conexões entre alguns conceitos matemáticos puderam ser vistas durante todas as resoluções das tarefas, pois a partir dos conhecimentos prévios, os alunos tiveram subsídios para desenvolveram suas estratégias de resolução e construírem, gradualmente, suas ideias associadas ao conceito de função afim. Esses subsídios, quando organizados e exteriorizados, são pertinentes e relevantes, pois contribuem para interligar as novas informações durante a construção da aprendizagem (MAURI, 2009; PONTE; SERRAZINA, 2000), além de permitir compreende-los em uma diversidade de situações matemáticas (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

Conjuntamente com os conhecimentos prévios destacados acima, os alunos também fizeram uso da calculadora, como uma ferramenta de auxílio para resolver as tarefas. A utilização desse recurso tecnológico esteve presente em todos os encontros. Os alunos a utilizaram sob duas formas: para resolver algum cálculo ou para a verificação de algum já feito. Com a utilização dessa ferramenta e de seus conhecimentos prévios, os alunos articulavam suas hipóteses de resolução e depois de discuti-las, realizavam os cálculos, colocado em prática, nesse momento, suas hipóteses e verificando se elas os ajudavam ou não a resolver o problema. O trabalho coletivo também se fez presente durante os encontros. Os alunos trabalhavam em grupo, ficando evidente em algumas situações a troca de informações na tentativa de auxiliar o outro na resolução e entendimento do problema, com a preocupação de sempre explicitar as ideias de resolução criadas por eles.

O trabalho em grupo oportunizou evidenciar, muitas vezes, as explicações e discussões que ocorriam entre os alunos, possibilitando compartilhar as ideias, na tentativa de explicitar o sentido dado a elas em suas resoluções. Eles se posicionavam abertos ao diálogo e sempre se mostravam dispostos a negociar os significados. Eles também se auto organizavam com o propósito de dividir as ações de decifração e, assim, otimizar o tempo de resolução das tarefas. Toda essa postura se desenvolveu partindo do próprio comportamento dos alunos respaldado na mediação que a pesquisadora realizava por meios de questionamentos, discussões e reflexões acerca das ideias apresentadas por eles (ECHEVERRÍA; POZO, 1998).

No decorrer dos encontros, foi perceptível alguns indícios de comprometimento e responsabilidade com o trabalhado que estávamos realizando. Esses indícios se tronavam mais frequentes à medida que os alunos se envolviam mais com a proposta. As posturas de compromisso se refletiram no pedido dos próprios alunos para levar as atividades para a casa (situação que pode ser vista no episódio 10), visto que, segundo eles, as atividades eram interessantes e eles gostariam de tentar resolve-las fora dos encontros. Essas atitudes proativas e comprometidas com o trabalho proposto, conjuntamente com o movimento de debates entre os alunos e as discussões sobre as ideias desenvolvidas por eles, contribuíram para que eles explorassem, conscientemente, as ideias associadas à função afim, partindo, em alguns casos, de seus conhecimentos prévios permeados por pensamentos e representações algébricas característica desse tipo de função.

As situações de interação e troca de informações ocorreram tanto entre os alunos entre si quanto entre eles e a pesquisadora, e conforme as trocas se sucediam, se estabelecia uma negociação de significados. A pesquisadora, por interesse da pesquisa, sempre tentava direcionar as ações dos alunos em termos de suas ideias e representações de resolução para o campo do pensamento algébrico da função afim. Abaixo apresentamos quatro episódios que evidenciam situações de discussões entre a pesquisadora e os alunos durante a exploração e construção das ideias associadas a função afim.

Kall começou a esboçar a sua ideia [de que aqueles números da carta eram múltiplos de -3] em uma folha de rascunho. Ao mesmo tempo em que falava, ele escrevia:
Kall: $a(-3) = (-3)$ [nesse momento ele pára, corrige seu raciocínio e continua].
Kall: $a(1) = (-3) \times 1$ e $a(2) = (-3) \times 2$.
Pesquisadora: $a(3)$ dá quanto?
Kall: 9.
Pesquisadora: 9?
Kall: Não, -9.

Ao perceber que esse poderia ser o jeito de decifrar a 4ª pista, Kall escreveu em seu rascunho um esquema e depois reescreveu o alfabeto já cifrado (Figura 2).

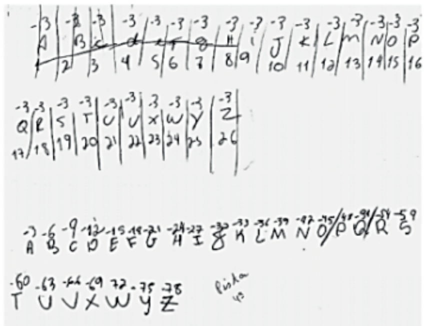


Figura 2 - Esquema de Kall para representar os cálculos do alfabeto (acima) e o alfabeto já cifrado (abaixo).

Episódio 7 – Discussão entre Kall e a pesquisadora a respeito de sua ideia

Fonte: Litoldo (2016)

O episódio 7 ocorreu na terceira atividade (*O detetive Watson*). Embora nos encontros anteriores tenha-se comentado um pouco sobre esse tipo de função e sobre sua notação, sua formalização ainda não havia sido discutida. Nesse episódio é possível observar que Kall retomou algumas discussões realizadas em encontros passados e tentou elaborar uma expressão matemática que fizesse sentido naquela situação. É interessante observar que Kall teve o cuidado em representar o número -3 por meio dos parênteses, discernindo assim, esse valor fixo da expressão das variáveis do alfabeto. Após descobrir a expressão representativa daquela situação, Kall organizou os dados desse alfabeto já designando os valores numéricos as suas respectivas letras.

O episódio 8 apresenta uma situação embasada na discussão sobre a generalização de uma expressão representativa de uma função afim. É possível observar, nesse diálogo, que os alunos Igor e Leandro perceberam que os coeficientes *a* e *b* das expressões encontradas por eles variavam, no entanto, esses coeficientes não representavam a variação do alfabeto. Com a ajuda desses alunos, a expressão geral que representa a função afim foi construída e, posteriormente, várias outras discussões a respeito dela foram desenvolvidas.

Para ajudar os alunos a responderem a essa questão e aproveitando para introduzir alguns termos, como os coeficientes *a* e *b*, a pesquisadora iniciou um diálogo com os alunos sobre como seria a representação do modo geral da função que estávamos utilizando.

A pesquisadora, então, foi até à lousa e escreveu algumas expressões das pistas. Ela chamou a atenção dos alunos para os valores que acompanhavam a variável *x*, mostrando-lhes que esses valores estavam mudando de uma expressão para outra. Então, ela perguntou de que maneira eles poderiam olhar a variável *x* e os valores que a acompanham de uma forma generalizada. Depois de mais algumas explicações, Leandro se pronunciou dizendo:

Leandro: *y* ou *x*... sei lá...

Pesquisadora: *y* aonde?

Leandro: *y* no lugar do *x*, eu acho...

Pesquisadora: No lugar do *x*?

Igor: No caso, só está mudando a letra.

Leandro: É... pode ser *x* vezes *y* mais...

Pesquisadora: *x* vezes *y* mais quem?

Leandro: Mais uma letra...

Pesquisadora: Mais... chuta uma letra aí.

Igor: *z*.

Nesse momento, conforme Leandro foi dizendo, a pesquisadora foi escrevendo na lousa as ideias de Leandro e, no final, chegou-se à seguinte expressão, em que *x* representava a variável e *y* e *z* representavam os coeficientes. Leandro discutiu com Igor sobre esse modo generalizado e ambos demostravam entender o que eles haviam acabado de construir.

Episódio 8 – Discussão sobre a generalização da expressão algébrica de uma função afim

Fonte: Litoldo (2016)

O episódio 9 evidencia a tentativa de Igor em resolver a tarefa fazendo uso da definição de função afim, discutida nos encontros anteriores. Igor e Jaciara iniciaram a tarefa respondendo às dicas que eles já conheciam; depois, Igor recordou a expressão e começou uma busca pelos valores *a* e *b* que pudessem resultar na expressão algébrica utilizada na cifração daquela tarefa. É importante destacar que a ideia de buscar uma função afim que representasse a cifração utilizada para facilitar a resolução da tarefa partiu de Igor. Essa atitude evidencia as associações e explorações que Igor realizou sobre as ideias do conceito de função afim que foram discutidas nos encontros anteriores.

Essa dupla observou o criptograma e, de início, começou a responder às dicas. Após responder às duas primeiras, Igor sugeriu a Jaciara que eles fossem completando os quadrinhos em que havia os números correspondentes às letras que elas já conheciam. Jaciara aceitou a sugestão e começou a colocar, em todos os quadrinhos com o número 3, a letra *a*. Ela continuou fazendo isso para as outras letras conhecidas. Enquanto Jaciara fazia esse processo, Igor pegou uma folha de rascunho e escreveu nela a expressão $a \times x + b$ e começou a pensar nos valores de *a* e *b*. Igor tentou primeiro substituir os valores $a = 1$ e $b = 2$ e resolveu os cálculos para $x = 1$. Embora a expressão $1 \times x + 2$, para $x = 1$, tenha dado 3 (a letra *a*), ele verificou que ela não dava certo para a letra *c*, pois $1 \times x + 2$, para $x = 3$, dava 5 e não 7, como teria que ser (Figura 3). Desse modo, Igor pensou em outros valores para os coeficientes *a* e *b*. Com a intenção de que seus cálculos dessem certo para a letra *c*, Igor pensou nos valores $a = 5$ e $b = 2$. Assim, ele resolveu a expressão $5 \times x + 2$, para $x = 1$, e verificou que o resultado dava 7, mas, nesse momento, Jaciara chamou a atenção de Igor, dizendo que ele havia utilizado $x = 1$ e não $x = 3$, como ele queria (Figura 4). Igor demonstrou entender o que Jaciara estava dizendo. Assim, ambos perceberam que aqueles valores para *a* e *b* ainda não estavam bem definidos. Nesse momento, os dois demonstraram desânimo, pois não haviam ainda acertado os valores para *a* e *b*.

Para que os alunos continuassem com o raciocínio de encontrar os valores dos coeficientes *a* e *b*, a pesquisadora interveio, sugerindo que, ao invés de eles utilizarem $a = 1$ e $b = 2$, que tentassem $a = 2$ e $b = 1$. Igor aceitou a sugestão e escreveu em sua folha de rascunho a expressão $2 \times 1 + 1$. Ao resolver a conta, ele verificou que o resultado dava 3, em seguida ele resolveu $2 \times 3 + 1$ e também observou que a resposta era 7. Desse modo, eles perceberam que a expressão $2 \times x + 1$, com *x* variando nas letras do alfabeto ($A = 1, B = 2, \dots, Z = 26$), estava correspondendo às letras cifradas do criptograma.

Figura 3 - Igor pensando sobre os coeficientes *a* e *b* e depois testando os coeficientes *a* = 2 e *b* = 1.

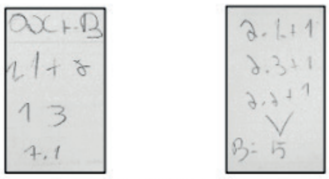
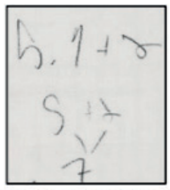
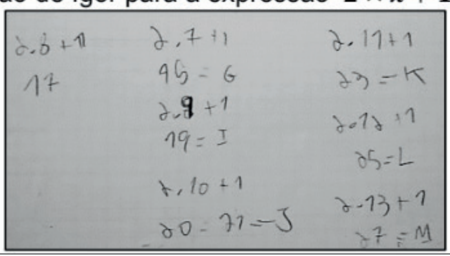


Figura 4 - Igor testando os coeficientes *a* = 5 e *b* = 2.



Com isso, Igor afirmou a Jaciara que, para essa cifra, os valores dos coeficientes eram $a = 2$ e $b = 1$, e que *x* representava a variável da expressão $2 \times x + 1$. Desse modo, Igor continuou variando *x* de acordo com as letras do alfabeto (Figura 5).

Figura 5 - Resolução de Igor para a expressão $\mathbf{2 \times x + 1}$, para *x* = 1, ..., 26.

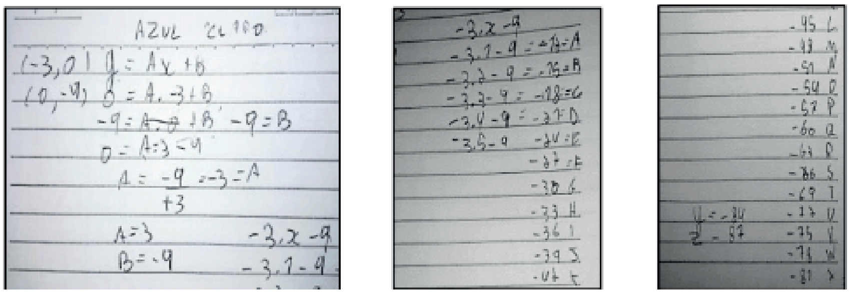


Episódio 9 – Estratégias e representações de Igor e Jaciara baseados em ideias associadas a função afim

Fonte: Litoldo (2016)

O episódio 10 evidencia uma sistematização das ideias e explorações que Igor realizou acerca da função afim. A tarefa que condicionou a situação descrita nesse episódio era constituída por alguns gráficos de funções afins. Dando continuidade ao seu raciocínio, Igor buscou na expressão algébrica possíveis valores de *a* e *b* que pudessem satisfizer visivelmente o gráfico da tarefa escolhido. Desse modo, primeiramente, Igor descobriu a função que representava o gráfico verde, atribuindo aleatoriamente valores para *a* e *b*. Essa mesma estratégia acabou não sendo eficaz para os outros gráficos da tarefa. Diante desse impasse, como se pôde observar no episódio, a pesquisadora interveio, tentando auxiliar Igor a encontrar a função por meio dos pontos pertencentes aos eixos. A Figura 6 ilustra o raciocínio que Igor realizou para encontrar a função cifradora depois da intervenção da pesquisadora. Munido dessa mesma estratégia, Igor e Jaciara descobriram todas as outras funções afim referentes aos gráficos e decifraram, no final, as mensagens da tarefa.

Ao iniciar esse encontro, a pesquisadora perguntou se eles haviam trazido a atividade e o que eles haviam desenvolvido sobre ela em suas casas. Igor respondeu que havia pensado e chegado à decifração de uma mensagem. Sendo assim, a pesquisadora solicitou que Igor explicasse para as meninas tudo o que ele havia pensado e feito em casa.
Igor explicou que havia conseguido encontrar a função $f(x) = 2 \times x - 2$ que representava o gráfico verde. Segundo Igor, ele foi “chutando” os valores para os coeficientes *a* e *b* e mudando o sinal de *b* até dar certo. Fazendo isso, com a função $f(x) = 2 \times x - 2$, ele havia conseguido decifrar a frase que correspondia a essa função [...].
Após essa explicação, todos deram continuidade às resoluções. Igor estava muito preso à ideia de ficar “chutando” os valores para os coeficientes *a* e *b* da função. As meninas demonstraram estar um pouco confusas sobre os cálculos de Igor.
Percebendo que o rendimento das discussões e das resoluções havia baixado, a pesquisadora decidiu interferir, fazendo uma explicação sobre como eles poderiam encontrar as funções sem ter que ficar “chutando” os valores, como Igor estava fazendo. Assim, a pesquisadora retomou a explicação sobre os pontos e suas coordenadas e como, através deles, se poderia encontrar a função do gráfico passando por esses dois pontos.
Conforme a pesquisadora explicava, os alunos começaram a se lembrar um pouco das discussões feitas no encontro anterior. Igor, rapidamente, iniciou seus cálculos em seu rascunho, mas as meninas ainda tiveram algumas dúvidas e dificuldades em iniciar suas resoluções.Igor escolheu um gráfico e procurou nele os pontos sobre os eixos x e y. Os pontos encontrados por ele foram (-3,0) e (0,-9). Igor desenvolveu os cálculos com esses pontos sem mostrar dificuldades, embora, às vezes, ele cometesse alguns erros na hora de resolver a equações, por exemplo, $-3 \times a - 9 = 0$ => $a = 3 + 9$=> $a = 12$. Ao perceber que Igor estava cometendo esse erro, a pesquisadora chamou a atenção dele sobre a maneira como ele estava resolvendo a equação. Após observar o erro, Igor refez os cálculos e conseguiu chegar à função $f(x) = 3 \times x - 9$ e, com isso, descobriu os valores das letras cifradas por essa função (Figura 6).
Figura 6 - À esquerda, a resolução de Igor para os pontos (-3,0) e (0,-9) e, à direita, os cálculos que designam o alfabeto cifrado.



Episódio 10 – Estratégias de Igor baseados em ideias associadas a função afim para descobrir o alfabeto cifrado
Fonte: Litoldo (2016)

Nos quatro episódios apresentados acima, é possível observar que os alunos mobilizaram seus conhecimentos prévios e procedimentais para resolver os problemas da tarefa (MAURI, 2009), e por meio da investigação, exploração, organização, e compreensão exteriorizaram as etapas de resolução realizadas, em muitas vezes, pelo trabalho do grupo (ECHEVERRÍA; POZO, 1998; PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009; PONTE; SERRAZINA, 2000).

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa investigação buscou apresentar alguns resultados que se destacaram na pesquisa de mestrado desenvolvida acerca de tarefas criptografas para desenvolver o o conceito de função afim. Ao tratar as informações, pode-se concluir que a sequência pedagógica de tarefas envolvendo problemas criptográficos permitiu que os alunos explorassem e resgatassem diferentes conceitos matemáticos advindos de seus conhecimentos prévios, os quais deram subsídios para que investigassem as tarefas propostas. Para a resolução dos problemas, era necessário que os alunos se atentassem à estrutura dos problemas. Tais situações promoveram o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, conjuntamente com suas etapas de resolução e suas representações. O trabalho de discutir essas representações juntamente com as estratégias de resolução advindas de seus conhecimentos prévios contribuiu para que os alunos explorassem as ideias associadas à função afim.

Como um resultado, observa-se que tarefas envolvendo o tema Criptografia, em um ambiente investigativo, podem contribuir para o desenvolvimento da autonomia dos alunos, proporcionando um ambiente de sala de aula com posturas mais ativas e investigativas. Essas atividades também podem influenciar a criatividade dos alunos e a liberdade dos mesmos em buscar, tanto em recursos tecnológicos, neste caso a calculadora, como em seus conhecimentos prévios, os suportes para o desenvolvimento de estratégias que os auxiliem no levantamento de conjecturas e planos de execução da resolução de problemas, ao mesmo tempo em que constroem novos conhecimentos matemáticos.

Assim, ao observar o conjunto das informações coletadas, levando em consideração o trabalho em grupo realizado pelos alunos, as atitudes investigativas assumidas por eles, o envolvimento com as tarefas propostas e a atenção dada a elas durante os encontros se pode inferir que uma sequência pedagógica de tarefas aliadas ao tema Criptografia pode contribuir para desenvolver em sala de aula um ambiente diferenciado baseado nos processos de resolução de problemas e exploração do conceito matemático escolhido para ser trabalhado, o qual, nesse caso, foi função afim. Como apontamentos para pesquisas futuras, elenca-se alguns questionamentos: Qual o conhecimento especializado do professor sobre o tema Criptografia? De que forma esse tema poderia ser abordado em uma formação inicial e continuada? Qual seria o conhecimento especializado do formador de professor sobre esse tema?

REFERÊNCIAS

Bardin, L. (1996). *El análisis de contenido*. Madrid: Akal Ediciones.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília-DF: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclos de Ensino Médio - Matemática. Brasil*. Brasília-DF: Ministério da Educação / Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

FIARRESGA, V. M. C. *Criptografia e Matemática*. 2010. 144 f. Mestrado em Matemática para Professores – Universidade de Lisboa, Portugal, 2010.

FINCATTI, C. A. *Criptografia como agente motivador na aprendizagem da matemática em sala de aula.* 2010. 82 f. Trabalho de conclusão de curso – Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, 2010.

GROENWALD, C. L. O.; FRANKE, R. F.; OLGIN, C. DE A. Códigos e Senhas no Ensino Básico. *Educação Matemática em Revista*, v. 2, p. 41–50, 2009.

GROENWALD, C. L. O.; OLGIN, C. DE A. Criptografia e o Currículo de Matemática no Ensino Médio. *Revista de Educação Matemática*, v. 13, p. 71–78, 2011.

LITOLDO, B. F. *As potencialidades de atividades pedagógicas envolvendo problemas criptograficos na exploração das ideias associadas à função afim*. 2016. 198 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro (SP), 2016.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: E.P.U., 1986.

OLGIN, C. DE A.; GROENWALD, C. L. O. Temas de Interesse no Currículo de Matemática do Ensino Médio. *Clame: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*, 2011.

PONTE, J. P.; SERRAZINA, M. DE L. *Didática da Matemática do 1º Ciclo*. 1. ed. Lisboa/Portugal: Artes Gráficas, 2000.

SINGH, S. *O livro dos códigos: A ciência do sigilo - do antigo Egito à criptografia quântica*. 7º ed. Rio de Janeiro: Record, 2008.

SOLÉ, I.; COLL, C. Os professores e a concepção construtivista. In: COLL, C. *et al. O Construtivismo na Sala de Aula*. Tradução Cláudia Schilling. 6º ed. São Paulo - SP: Ática, 2009. p. 09–28.

TAMAROZZI, A. C. Codificando e Decifrando mensagens. *Revista do Professor de Matemática*, v. 45, p. 41–43, 2001.

CAPÍTULO 8

PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA E PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES: LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO NO CURRÍCULO CONTEMPORÂNEO

Olenêva Sanches Sousa
Secretaria da Educação do Estado da Bahia
Salvador - Bahia

Pedro Sousa Lacerda
Universidade Federal da Bahia
Salvador - Bahia

RESUMO: Esse artigo expõe e estende reflexões pertinentes a um Doutorado em Educação Matemática voltado para o Programa Etnomatemática, que, numa abordagem qualitativa, buscou evidenciar a importância do seu caráter epistemológico-cognitivo para a Educação em geral, reconhecendo-o como uma Teoria Geral do Conhecimento, passível de orientação a inovações pedagógicas e com flexibilidade para fazer interfaces conceituais com diversas áreas que contracenam com a Educação, inclusive a Programação de Computadores. Estabelece um diálogo com estudos sobre perspectivas, desafios e possibilidades de utilização da programação computacional no currículo da Educação Básica, como recurso pedagógico coerente à sociedade contemporânea. Por haver lacunas no debate teórico e nas experiências de prática, apresenta-se como um hiperdocumento que visa possibilitar o aprofundamento conceitual e procedimental das linguagens de programação apresentadas: Arduino, Logo, Processing, Python, RoboMind e Scratch. Prioritariamente, fundamenta-se em teorias relativas à Programação de Computadores e ao Programa Etnomatemática com base em D'Ambrosio.

PALAVRAS-CHAVE: Currículo; Educação em geral; Educação Matemática; Linguagens de Programação; Programa Etnomatemática.

ABSTRACT: This article exposes and extends reflections pertinent to a Doctorate degree in Mathematics Education that focused on the *Program Ethnomathematics* in which a qualitative approach sought to highlight the importance of its epistemological-cognitive character for education in general, recognizing it as a General Theory of Knowledge that can be oriented to pedagogical innovations and with the flexibility to make conceptual interfaces with several areas that performs with Education, including Computer Programming. It establishes a dialogue with studies about perspectives, challenges and possibilities of using computational programming in Basic Education curriculum, as a pedagogical resource coherent to contemporary society. Because there are gaps in the theoretical debate and in the practical experiences, it is presented as a hyperdocument that aims to allow the conceptual and procedural deepening of the presented programming languages: Arduino, Logo, Processing, Python, RoboMind

and Scratch. Primarily, it is based on theories related to Computer Programming and on the *Program Ethnomathematics* based on D'Ambrosio.
KEYWORDS: Curriculum; Education in general; Mathematics Education; Programming languages; Program Ethnomathematics.

1 I INTRODUÇÃO

Neste artigo, elaboramos algumas reflexões acerca de perspectivas, desafios e possibilidades da utilização das linguagens de programação na Educação Matemática e Educação em geral, no contexto da Educação Básica. Sustentamos a discussão baseados nas seguintes motivações teórico-práticas: percepção de lacunas no debate teórico e na prática pedagógica e recentes resultados de um Doutorado em Educação Matemática que, numa abordagem qualitativa de pesquisa, identificou interfaces conceituais entre a Programação de Computadores e o Programa Etnomatemática.

No cenário educacional brasileiro de 1975, as perspectivas iniciais para a Programação de Computadores na Educação pareciam promissoras, quando, segundo Brasil (2013, p. 23), "um grupo de pesquisadores da Unicamp, coordenado pelo professor Ubiratan D'Ambrosio, [..] escreveu o documento "Introdução de Computadores nas Escolas de 2º Grau"" e, em 1976, uma cooperação técnica implicou "a criação de um grupo interdisciplinar, dando origem às primeiras investigações sobre o uso de computadores na educação, utilizando uma linguagem de programação chamada Logo". Mas não identificamos no documento de Brasil (2014) sobre as 20 metas do Plano Nacional da Educação, direta ou indiretamente, o uso das linguagens computacionais como recurso de aprendizagem, nas metas que tratam de qualidade de Educação, nem de prazos para alfabetização, nem previsto nas que contemplam ampliação de investimentos, sequer oferta de tempo integral.

Igualmente, percebemos a fragilidade da consideração das tecnologias que persiste na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) vigente, a despeito, segundo Lopes (2017, s.p.), das contribuições do Centro para Inovação da Educação Brasileira (CIEB) e da Sociedade Brasileira de Computação (SBC) apresentadas ao Conselho Nacional de Educação (CNE), durante a elaboração do documento, para a inserção de princípios do pensamento computacional, como "refletir questões relacionadas à cultura digital com maior ênfase nos conhecimentos específicos das áreas de linguagens, matemática, ciências da natureza e ciências humanas.". Afirma a autora que a BNCC "não consegue materializar as competências gerais nas áreas de conhecimento" (s.p), referindo-se à quinta competência de Brasil (2017, p. 9) de "compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares)", em vias de "se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.”.

O Programa Etnomatemática, proposto por D’Ambrosio, sugerido por Brasil (1997) e não considerado por Brasil (2017), é uma possibilidade teórica de orientação dessa intenção pedagógica ainda inovadora na prática da Educação Básica brasileira, que, sob nosso olhar, merece atenção especial para que seja, adequada e efetivamente, considerado.

Etnomatemática é um programa de pesquisa com implicações pedagógicas na Educação Matemática e Educação em geral, que vem buscando entender, integralmente, os diversos aspectos – epistemológicos, cognitivos, teóricos, filosóficos, sociais, históricos, culturais, políticos, educacionais e outros - que envolvem a relação entre o Ser Humano e o conhecimento, o que lhe dá um caráter de teoria geral do conhecimento transdisciplinar, ampla, genérica e flexível ao diálogo e à fundamentação de empreendimentos pedagógicos inovadores. Em decorrência, o Programa Etnomatemática reconhece e organiza intelectualmente um Ciclo Vital, individual e inerente a um Ciclo do Conhecimento do grupo de indivíduos, que garante a sobrevivência e transcendência humanas, e propõe um novo trivium curricular para a Educação, com base em instrumentos socioculturais comunicativos, analíticos e materiais.

Em estudos anteriores, vimos que a comunicação por linguagens de programação pode ser considerada uma Etnomatemática. Como manifestações culturais passíveis de desenvolvimento como recurso autônomo discente, essas linguagens podem envolver conhecimentos lógico-matemáticos úteis à construção de aprendizagens nas diversas áreas de conhecimento, tendo em vista fatos, fenômenos e problemas da realidade.

Nossas reflexões apresentam-se sob duas vertentes: estabelecimento de interfaces conceituais entre o Programa Etnomatemática e a Programação de Computadores, no subtítulo Programa Etnomatemática e Programação de Computadores: perspectivas, desafios e possibilidades curriculares na Educação Básica contemporânea; e uma discussão sobre as linguagens de programação como recurso pedagógico e de aprendizagem, em Programação de Computadores: a Educação Básica contemporânea com recurso às linguagens de programação.

Empenhamo-nos em sinalizar algumas perspectivas, desafios e possibilidades da orientação teórica do Programa Etnomatemática e do recurso à Programação de Computadores no currículo da Educação Básica, em vias de inovações pedagógicas coerentes à sociedade contemporânea. Esperamos que a discussão promova outras reflexões contributivas ao debate teórico da Educação Matemática, e, principalmente, às intencionalidades de experiências na sua prática pedagógica e da Educação em geral

2 I PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA E PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES: PERSPECTIVAS, DESAFIOS E POSSIBILIDADES CURRICULARES NA EDUCAÇÃO BÁSICA CONTEMPORÂNEA

Nossos estudos de Doutorado constataram que o Programa Etnomatemática tem uma flexibilidade pedagógica para orientar práticas inovadoras, a exemplo do recurso às linguagens de programação na Educação Básica, pois, como teoria geral do conhecimento, preocupa-se com o processo integral de geração, organização e difusão do conhecimento. D'Ambrosio, mentor intelectual de Etnomatemática como programa, dedica parte considerável de sua obra a entender e explicar o Ciclo do Conhecimento, uma vez que parte do pressuposto de que o conhecimento é vital, porque todos os indivíduos dele dependem para a sua sobrevivência e, no caso do Ser Humano, também para a sua transcendência.

A ação de conhecer decorre das informações colhidas da realidade e incorre em inevitáveis modificações nessa mesma realidade, o que leva D'Ambrosio (2009, p. 27, grifos do autor) a concluir que cada indivíduo desenvolve o seu Ciclo Vital: "… → Realidade que informa o Indivíduo que processa e executa uma Ação que modifica a Realidade que informa o Indivíduo → ..." . Tendo em vista a Programação de Computadores no currículo, podemos fazer uma analogia com a concepção etnomatemática de conhecimento, com base na riqueza e complexidade de informações que a realidade virtual pode acrescentar à realidade física discente, no potencial que têm as linguagens de programação para ofertar instrumentos para suas ações na realidade e na sua importância crítica e criativa para o desenvolvimento e a definição de estratégias para essas ações.

A compreensão dessa analogia depende do reconhecimento de que Etnomatemática não se limita ao estudo das Matemáticas de diversas etnias, pois, como diz D'Ambrosio (2011, p. 111-112, grifos do autor), "muito mais que isso, é o estudo espacial e temporal diferenciado das várias technés ou ticas (= maneiras, técnicas, habilidades) de matemá (= explicar, entender, lidar e conviver) em diferentes etnos (= contextos naturais, culturais, sócio-econômicos).". Podemos dizer que não há um etno no qual não sejam verificadas ticas de matema. As linguagens de programação, conforme Lacerda (2010a, p. 4), são "meios de comunicação com características e peculiaridades individuais estabelecidos para permitir a transmissão de ideias matemáticas e conteúdos em contextos culturais determinados" e assim, programar pode ser entendido como um conjunto das ações de "compreender, comunicar e exercer – tica – realidades consensuais – matema – em determinado contexto cultural – etno […] que permite ao programador criar e recriar conceitos.". (p. 5).

A prática que utiliza linguagens de programação pode ampliar suas possibilidades pedagógicas para encarar e resolver problemas de diversas áreas, pois, como afirma Lacerda (2010b, s.p.), "são recursos utilizados para descrever situações e fenômenos, e operar nessas descrições.". Nesse sentido, o Ciclo Vital, que é permanente, conforme

D'Ambrosio (2013, p. 52), permite a interação com "a realidade considerada na sua totalidade como um complexo de fatos naturais e artificiais" e o processamento de suas informações se dá por meio de "um processador que constitui um verdadeiro complexo cibernético, com uma multiplicidade de sensores não dicotômicos, identificados com instinto, memória, reflexos, emoções, fantasia, intuição, e outros elementos que ainda mal podemos imaginar.".

Há muitos fatores que implicam baixo rendimento de aprendizagem e concordamos com D'Ambrosio (2009, p. 84) de que "algo está errado com a filosofia que orienta a organização e o funcionamento do sistema educacional.". Para D'Ambrosio (2011, p. 25), Educação é "o conjunto de estratégias desenvolvidas pelas sociedades" para também "possibilitar a cada indivíduo atingir seu potencial criativo" e o currículo é a própria estratégia da ação educativa, não podendo vincular-se ao caráter disciplinar que decorre da expropriação e institucionalização dos conhecimentos comuns gerados nos grupos de indivíduos pela estrutura de poder vigente. Coerentemente, o Programa Etnomatemática assume uma perspectiva transdisciplinar, que se constitui, por um lado, em um desafio à prática com base nos modelos vigentes, e por outro, em possibilidades para sustentação de quaisquer práticas pedagógicas.

Conforme Sousa e Lacerda (2009, s.p.), as linguagens de programação apresentam uma simplicidade e exigem do programador habilidades para a criação de roteiros que envolvem diversos algoritmos, que "são importantes para o contexto matemático, pois é isso que os matemáticos fazem". Assim, para esses autores, a programação de computadores é "um recurso que permite ditar ao computador como executar determinada tarefa. […] Esta minuciosa instrução/descrição, chamada algoritmo, assemelha-se a um roteiro que mostra os procedimentos como o computador reagirá às informações.".

Garlet, Bigolin e Silveira (2016, p. 2) falam da "necessidade de saber programar para que não sejamos apenas consumidores de tecnologias, mas sim que saibamos produzi-las", e para facilitar a aprendizagem da sintaxe da linguagem, afirmando que, independentemente da área de conhecimento que escolham seguir, os estudantes "terão maior capacidade de pensar e com mais criatividade, pois é isso que a aprendizagem da lógica de programação faz, desenvolve várias habilidades que muitas vezes estão ocultas." (p. 2).

No contexto atual das políticas públicas para a Educação, salientamos que, de fato, não há "menção acerca de robótica ou programação" em Brasil (2017), conforme observado por Paiva e Andrade (2018, p. 4). "A ênfase na resolução de problemas, cerne do pensamento computacional, foi dada na parte relacionada à matemática e à geografia", mas concordamos com as autoras que, "apesar da 'nova' BNCC, a tecnologia continua sendo tratada, na maior parte do documento, nos mesmos moldes que se estabeleciam os parâmetros curriculares até então, de forma instrumental e transversal." (p. 4).

D'Ambrosio (2011) critica o currículo básico pautado no ler, escrever e contar, apresentando uma proposta que se baseia “no ensino crítico de instrumentos comunicativos (*literacia*), instrumentos analíticos/simbólicos (*materacia*) e instrumentos materiais (*tecnoracia*) [...]” (p. 85), cujas finalidades foram por nós sintetizadas na Figura 1:

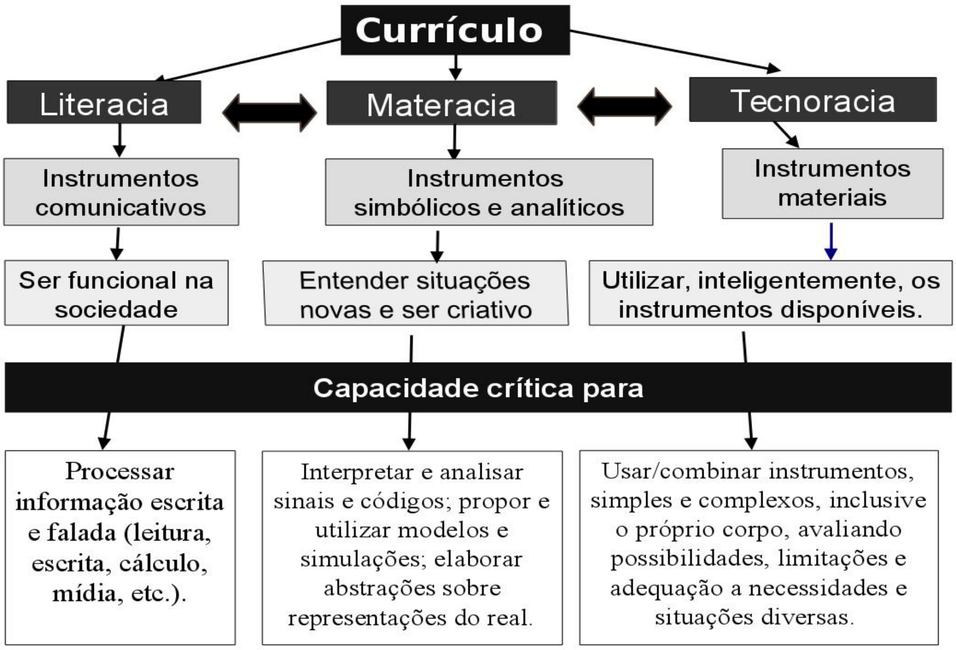


Figura 1: Finalidades da proposta curricular etnomatemática

Além disso, D’Ambrosio (2011) esclarece que: “a literacia, além de possibilitar a participação atuante do indivíduo no dia a dia, dá a ele consciência de sua humanidade e da sua autonomia” (p. 88-89); a *materacia* funciona como instrumento de manejo, lida e sequenciamento de códigos e símbolos para a elaboração de modelos e aplicações cotidianas, sendo que “um código ou um resultado diz muito mais que o próprio código ou resultado” e que “a crítica dos códigos e resultados permite reconhecer implicações e interpretações e analisar consequências e possibilidades futuras” (p. 91-92); e a *tecnoracia*, com a função de preparar o futuro consumidor e produtor de tecnologia, que “inclui a análise crítica dos objetivos, consequências, filosofia e ética da tecnologia” (p. 106). Considera ainda que

> algo característico do conhecimento científico [mentefatos] atual é a sua reificação como tecnologia [artefato]. O conhecimento científico se manifesta assim num artefato ou numa peça de tecnologia que, além de possibilitar lidar com o entorno natural e cultural, auxilia nos modos de explicar, as crenças, as tradições, os mitos e os símbolos, que são objetos da materacia. O manejo, a utilização dessas tecnologias é possível graças à literacia. A crítica aos sistemas que deram origem a essas tecnologias exige a análise desses artefatos e é possível graças à materacia [que] vai nos alertar para possíveis distorções, mesmo mau uso, dos artefatos criados. (p. 92).

Ademais, diz D’Ambrosio (2011, p. 50) que “as práticas *ad hoc* para lidar com situações problemáticas surgidas da realidade são o resultado da ação de conhecer.

Conhecer é saber e fazer" e, desse modo, entendemos que, numa perspectiva etnomatemática, a Programação de Computadores é um desafio e uma possibilidade à Educação Matemática e Educação em geral contemporâneas de manifestação de saberes e fazeres, tendo em vista diversos contextos, situações e finalidades.

3 I PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES: A EDUCAÇÃO BÁSICA CONTEMPORÂNEA COM RECURSO ÀS LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO

Linguagens de programação com propósitos educativos, cujo etno envolve a ludicidade, são projetadas para requererem baixa instrumentação tecnorácica e literácica dos seus utilizadores, facilitando a aprendizagem do recurso em troca de limitações na aplicabilidade. Materacicamente, são tão completas quanto qualquer outra, devido a serem turing complete, isto é, possuírem computabilidade universal, permitindo a expressão de qualquer lógica dentro do que é tangível por um computador moderno.

Nesse sentido, podemos considerar como exemplos as linguagens Logo (figura 2) e Scratch (figura 3), principalmente de paradigma procedural (ou procedimental), no qual um programa é expresso por um procedimento ou sequência de instruções repetidas ou condicionadas, que é a base das mais populares linguagens de programação, o que simplifica a transposição de conhecimentos do contexto pedagógico para o profissional ou recreativo. Códigos em ambas as linguagens resultam em programas gráficos, permitindo uma rápida associação entre instruções de computador e a lógica expressa. Scratch, em especial, tecnoracicamente mais robusta, também possibilita um grande nível de interatividade e emissão de sons, além de possuir um método de escrita de código baseado na montagem de blocos, atiçando a ludicidade. Semelhantemente à Logo, existe a RoboMind, porém com desafios e obstáculos para movimentação do robô virtual e finalização do programa, atingindo um certo grau de gamificação.

A construção da sequência de instruções, que descrevem o comportamento do programa a partir da hipótese do indivíduo (estudante), é rapidamente confirmada ou rejeitada pelo computador, permitindo a reflexão e modificação do pensamento e programa (PRADO, 1999), o que torna o indivíduo sujeito ao invés de objeto no processo de aprendizagem, graças a esses (não tão) novos instrumentos tecnorácicos, que, conforme Marques (2009), possibilitam o experienciamento e responsabilização do indivíduo na própria aprendizagem. Na figura 2, ilustramos a relação entre sequência de instruções e comportamento computacional na Logo com um exemplo onde o cursor (simbolizado por uma tartaruga) se movimenta 50 pontos para frente e se inclina 90 graus para direita, repetidamente por quatro vezes, descrevendo um caminho quadrado. Podemos observar que as instruções estão em inglês devido ao acesso online ao programa, que pode ser até uma opção pedagógica em relação ao uso da língua, mas a atividade também se desenvolve na língua portuguesa se os recursos forem devidamente instalados nos computadores de uso.

Figura 2: Instruções e comportamento na *Logo*

A exploração libertadora criada com o uso desses instrumentos também se mostra orientadora e limitadora de possibilidades, por exemplo, quando os blocos do Scratch podem ser encaixados somente de determinada maneira, orientando o uso correto dos mesmos (MÉLO et al., 2011) ou quando o indivíduo nomeia um procedimento da Logo de qualquer forma, mas deve a ele referir-se pelo mesmo nome, sendo, simultaneamente, rígido e flexível (PRADO, 1999). Devido à “facilidade de aprendizado inicial” desses instrumentos e ao consequente grande número de “recursos avançados”, características preconizadas por Papert e consideradas por Mélo (2011, p. 4) com base em Resnick et al. (2011), serem materacicamente capazes de expressar lógicas arbitrariamente complexas, podem ser utilizados da Educação Infantil ao ensino superior, como por exemplo, na Universidade Federal do ABC, onde utilizam também a RoboMind nas disciplinas iniciais que envolvem computação, e no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, onde, segundo Mélo et al. (2011), utilizam a Scratch numa abordagem diferenciada para o ensino introdutório de programação.

Na figura 3, elaboramos uma imagem a partir do acesso online à Scratch, na qual podemos visualizar que, numa estrutura de repetição interminável, o aperto das setas direcionais do teclado é percebido e o gato movimenta-se para direita (10 passos) ou esquerda (-10 passos) dizendo “Direita” ou “Esquerda” e correspondendo à tecla pressionada.

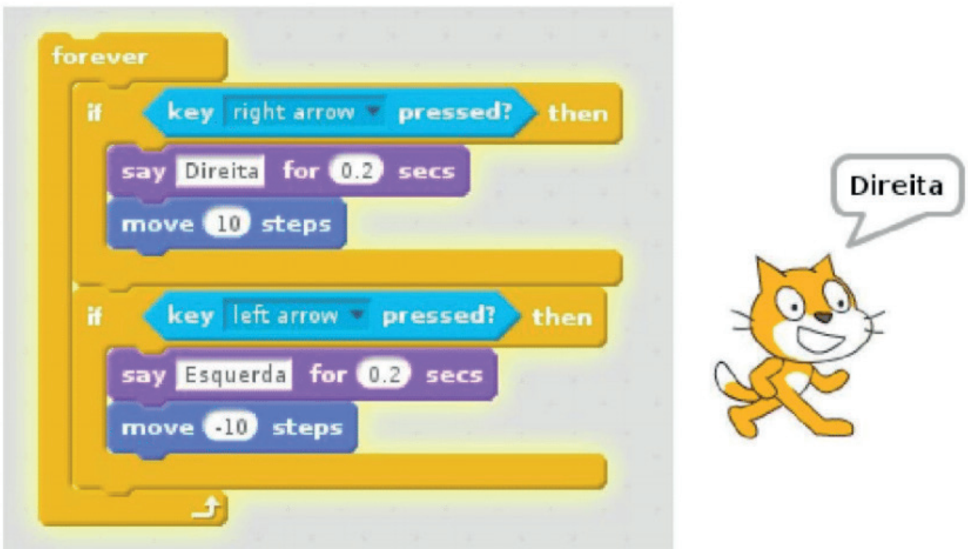


Figura 3: Instruções e comportamento na *Scratch*

Embora as figuras 2 e 3 busquem demonstrar a funcionalidade e, principalmente, a facilidade e ludicidade das linguagens de programação como recursos de aprendizagem, com exemplos de uso pedagógico para crianças, podemos perceber um fazer-saber envolvido na relação entre a sequência de instruções dadas e o comportamento do programa, que se mostra essencial ao seu êxito da intenção do programador. Além disso, parece-nos evidente que à ‘brincadeira’ são sempre demandados um matema de um etno específico e o conhecimento das ticas que logrem ao jovem programador o objetivo desejado e que isso é possível em quaisquer processos pedagógicos, cujo foco não seja a transmissão de conceitos e procedimentos prontos, mas fatos, fenômenos e situações que o desafiem.

Outras linguagens mais robustas podem ser empregadas, tanto em ambientes profissionais e recreativos, quanto nos pedagógicos, apesar de requererem maiores competências tecno-literácicas, sendo mais recomendadas para estudantes das séries finais do Ensino Fundamental em diante, sendo exemplos a Processing, projetada para programação gráfica e utilizada por artistas e designers, e a Python, que possui o Turtle, um módulo específico que reproduz as funcionalidades da Logo. Da Processing, sobre o aspecto sintático e gramático da linguagem, surgiu a Arduino, que herdou desta muitas características, porém é empregada na construção de hardwares, incluindo robôs.

Grande parte das linguagens de programação é literacicamente muito semelhante, com ligeiras diferenças sintáticas, e tecnorácica e grandemente diferenciada por recursos advindos da modernização das mesmas e do seu contexto etno. O interessante de todos esses recursos é o exercício da criatividade e de materacias para alcançar o resultado esperado com o programa.

Outro ponto relevante é a possibilidade de utilização online da Logo, como já mencionamos, não requerendo nenhuma instalação nos computadores da instituição de ensino, através do site <http://turtleacademy.com>, que, apesar do nome, se refere ao ícone da linguagem e não ao módulo Turtle do Python, que, por sua vez, está disponível em diversos sítios da web, como por exemplo em <https://trinket.io/>. O Scratch pode ser experimentado no sítio <https://scratch.mit.edu>. O RoboMind possui um curso online, disponível em <https://www.robomindacademy.>, porém se mostra mais vantajosa a instalação nos computadores da instituição. A Processing também possui versões disponíveis na web, por exemplo em <http://sketchpad.cc/>. Já a Arduino requer equipamento específico, não podendo ser utilizada pela web. No entanto, nenhuma das plataformas online possui versão em língua portuguesa, como vimos nos exemplos das figuras 2 e 3, embora as linguagens Logo, Scratch e RoboMind estejam disponíveis em português, quando instaladas no computador.

Os conceitos básicos da computação são fundamentais para promover múltiplos caminhos profissionais e, pelo seu caráter transversal, também para desenvolver a capacidade de resolver problemas, relacionando-se com outras ciências, formando cidadãos para viverem num mundo cada vez mais globalizado e tornando o país mais rico nas áreas de tecnologia da informação (FRANÇA; AMARAL, 2013). Porém, segundo dados informados pelos autores, mais de 25% das pesquisas amostradas tratam a computação no currículo básico de maneira limitada ao uso das ferramentas básicas de informática, como edição de texto e navegação de internet.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, buscamos argumentos à inovação pedagógica na Educação Básica. Para tal, tomamos como possibilidade prática a utilização da Programação de Computadores como recurso à aprendizagem crítica, criativa, lúdica, autônoma e coerente à sociedade contemporânea, a partir de situações-exemplo exequíveis na Educação Infantil, que ilustrassem, prioritariamente, a simplicidade de algumas linguagens de programação, mas, em especial, a sua facilidade.

Estamos certos de que, embora a ideia não seja nova, a pertinência do recurso às linguagens de programação ao contexto político-pedagógico brasileiro ainda se mostra um desafio a ser vencido pelas políticas públicas para a Educação Básica e sua formação docente. Constatamos que o recurso não é considerado nas metas do planejamento educacional oficial vigente para esta década, o que poderia representar o aniquilamento das suas perspectivas no período, mas as políticas educacionais para o currículo da escola anunciam hoje 40% para a parte diversificada, que é prescrita na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) como complementar à base nacional comum, em respeito à diversidade das realidades brasileiras. No entanto, se a proposta da base curricular comum foi motivo de mobilização virtual para uma consulta pública, a parte diversificada ainda nos parece de pouco enfoque e, sob nosso ponto de vista, pode ser a perspectiva para inovações nos discursos e práticas político-pedagógicas e a Programação de Computadores é uma possibilidade.

Ao lançar mão de um recurso de aprendizagem, que parte de um interesse em intervir numa realidade com a consciência de que a qualidade dessa intervenção decorre do uso adequado dos instrumentos disponíveis nessa realidade, a proposta pedagógica não pode pautar-se na disciplinarização ou hierarquização do conhecimento, sequer no modelo tradicional de transmissão de conceitos e procedimentos. Nesse sentido, mostra-se necessária uma proposta que transcenda os preceitos do currículo formal e se desprenda de medidas padronizadas de aprendizagem, buscando uma teoria ampla, genérica e flexível que a oriente, e o Programa Etnomatemática é uma possibilidade.

Enfim, abrir interfaces entre o Programa Etnomatemática e a Programação de Computadores nos debates teóricos e na prática educacional hoje, no Brasil, é buscar espaços curriculares para cultivar e experimentar novas ideias e ideais pedagógicos, com referências às realidades. O desafio prescinde de ousadia e de uma ampla concepção de Educação, as perspectivas de ação podem estar nos 40% da parte diversificada do currículo escolar e o nosso interesse maior foi provocar reflexões acerca de uma possibilidade factível, acessível e ainda nublada às políticas públicas da Educação nacional.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, 3ª versão. Brasília: Ministério da Educação, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/06/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 4 set.2018.

______. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 3 set. 2018.

______. Ministério da Educação. **Planejando a próxima década:** conhecendo as 20 Metas do Plano Nacional de Educação. Brasília: MEC/SASE, 2014. Disponível em: <http://pne.mec.gov.br/images/pdf/pne_conhecendo_20_metas.pdf>. Acesso em: 3 set. 2018.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. **Informática aplicada à educação** / João Kerginaldo Firmino do Nascimento – 4.ed. Cuiabá: Universidade Federal de Mato Grosso / Rede e-Tec Brasil, 2013. Dispoível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=33691-06-disciplinas-ft-md-caderno-15-informatica-aplicada-a-educacao-pdf&category_slug=fevereiro-2016-pdf&Itemid=30192>. Acesso em 3 set. 2018.

______. Presidência da República. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional n.º 9394/96**. 1996. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em 3 set. 2018.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação para uma sociedade em transição,** 2. ed. Ed. EDUFRN, 2011.

______. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

______. **Transdisciplinaridade**. 2. ed. São Paulo: Palas Athena, 2009.

FRANÇA, Rozelma Soares de; AMARAL, Haroldo José Costa do. Ensino de Computação na Educação Básica no Brasil: um Mapeamento Sistemático. In: XXI WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO AO EM COMPUTAÇÃO. Maceió: 2013. Disponível em: <http://www.lbd.dcc.ufmg.br/colecoes/wei/2013/009.pdf>. Acesso em: 3 set. 2018.

GARLET, Daniela; BIGOLIN, Nara Martini; SILVEIRA, Renato Silveira. **Uma Proposta para o Ensino de Programação de Computadores na Educação Básica**. 2016. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/frederico/images/DanielaGarlet.pdf>. Acesso em: 4 set. 2018.

LACERDA, Pedro Sousa. Etnomatemática e linguagens de programação: criação e comunicação, na educação básica. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador, **Anais**... Salvador: SBEM, 2010a. Disponível em: <http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T22_CC2093.pdf>. Acesso em: 3 set. 2018.

______. Programação de computadores e interfaces com ciências e outras culturas. In: II CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE CIENCIAS, TECNOLOGÍAS Y CULTURAS. DIÁLOGO ENTRE LAS DISCIPLINAS DEL CONOCIMIENTO. MIRANDO AL FUTURO DE AMÉRICA LATINA Y EL CARIBE, 2010. Santiago: USACH, 2010b.

LOPES, Marina. **Por que a tecnologia deve ter mais destaque na Base?** 2017. Disponível em: <http://www.cieb.net.br/por-que-tecnologia-deve-ter-mais-destaque-na-base/>. Acesso em: 4 set.

2018.

MARQUES, Maria Teresa Pinheiro Martinho. **Recuperar o engenho a partir da necessidade**, com recurso às tecnologias educativas: contributo do ambiente gráfico de programação Scratch em contexto formal de aprendizagem. Lisboa: 2009. Tese (Mestrado em Educação) - Universidade de Lisboa, Faculdade de Psicologia e de Ciencias da Educacao. 2009. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/>. Acesso em: 3 set. 2018.

MÉLO, Francisco Édson Nogueira de et al. Do Scratch ao Arduino: uma Proposta para o Ensino Introdutório de Programação para Cursos Superiores de Tecnologia. In: XXXIX CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO EM ENGENHARIA. Blumenau, 2011. Disponível em: <http://www3.fsa.br/LocalUser/>. Acesso em: 3 set. 2018.

PAIVA, Deise; ANDRADE, Jéssica Zacarias de. A identificação das competências digitais na Base Nacional Comum Curricular para o uso das tecnologias da informação e comunicação na educação básica. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA: ENCONTRO DE PESQUISADORES EM EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA. São Carlos, 2018. Disponível em: <http://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2018/article/view/381>. Acesso em 4 set. 2018.

PRADO, Maria Elisabette B. B. **LOGO** - Linguagem de Programação e as implicações pedagógicas**.** 1999**.** Disponível em: <http://www.nied.unicamp.br/>.Acesso em: 3 set. 2018.

SOUSA, Olenêva Sanches; LACERDA, Pedro Sousa. Program(ação): Programas Computacionais como Recurso Pedagógico. In: XIII ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais...** Jequié, 2009.

CAPÍTULO 9

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA COM A APP MILAGE APRENDER+ NOS DISPOSITIVOS MÓVEIS

Mauro Jorge Guerreiro Figueiredo
Universidade do Algarve
Faro - Portugal

José Inácio de Jesus Rodrigues
Universidade do Algarve
Faro - Portugal

RESUMO: O baixo desempenho dos estudantes na aprendizagem da matemática constitui problema que em alguns países se tem vindo a acentuar nos últimos anos. De acordo com um estudo realizado pelo Departamento de Educação dos EUA, em 2010, as aulas em regime de *blended-learning*, ou *b-learning*, apresentam melhores resultados do que as tradicionais aulas presenciais. Por outro lado, observa-se um número crescente de estudantes que usa *smartphones* e *tablets* nas escolas, cuja popularidade pode ser aproveitada para estimular a sua utilização em atividades educacionais para melhorar a aprendizagem.

Neste capítulo apresenta-se uma nova aplicação para dispositivos móveis, *smartphones* e *tablets*, app MILAGE APRENDER+, através da qual o aluno pode aceder a conteúdos pedagógicos, dentro e fora da sala de aula. De modo a estimular e apoiar a realização das várias atividades propostas, a interface incorpora características de gamificação e recursos multimédia.

PALAVRAS-CHAVE: aprendizagem móvel; matemática; gamificação; multimedia; dispositivos móveis.

ABSTRACT: The low performance of students in mathematics learning is a problem that has been increasing in recent years in some countries. According to a study conducted by the US Department of Education, in 2010 blended-learning, or b-learning, classes perform better than traditional face-to-face lessons. On the other hand, there is an increasing number of students using smartphones and tablets in schools, whose popularity can be harnessed to stimulate their use in educational activities to improve learning.

This chapter presents a new application for mobile devices, smartphones and tablets, app MILAGE LEARN+, through which the student can access educational content, inside and outside the classroom. In order to stimulate and support the accomplishment of the various proposed activities, the interface incorporates features of gamification and multimedia resources.

KEYWORDS: mobile learning; mathematics; gamification; multimedia; mobile devices.

1 I INTRODUÇÃO

O professor no século XXI assume um

papel cada vez mais relevante ao orientar os alunos na sua aprendizagem, usando ferramentas e estratégias que os ajudem a desenvolver não só competências técnicas (*hard skills*), mas também competências que os preparem para enfrentarem um mundo em constante mudança. Estamos a referir-nos ao desenvolvimento de competências transversais (*soft skills*) como o pensamento crítico, a capacidade de desenvolver soluções criativas para os problemas, a capacidade de comunicação, o trabalho em equipa e a resiliência.

A tarefa do professor de matemática não é fácil, face aos resultados alcançados pelos alunos, na medida em que tem de gerir as aprendizagens dos alunos atendendo aos diferentes pontos de partida e à diversidade de formas de aprender, sabendo motivá-los para a aprendizagem, orientando-os no seu percurso com recurso a estratégias que desenvolvam nos alunos o prazer por aprender.

A popularização das tecnologias móveis, com o uso generalizado dos *smartphones* pelos alunos, cria uma oportunidade de utilização destes equipamentos para fins educativos. A aprendizagem móvel envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação, a fim de permitir a aprendizagem a qualquer hora e em qualquer lugar (UNESCO, 2014). A aprendizagem móvel apresenta diversas vantagens em relação à aprendizagem tecnológica convencional por ser pessoal, portátil, colaborativa, interativa e contextual, servindo de apoio à aprendizagem formal e informal, com um enorme potencial para transformar as práticas pedagógicas nas salas de aula atuais, sem investimentos adicionais em tecnologia, nem necessidade de reinvestimentos por obsolescência dos equipamentos.

Neste capítulo, apresentamos o desenvolvimento e a implementação de uma nova aplicação móvel, a app MILAGE APRENDER+, para apoio ao ensino da matemática, que os estudantes podem usar, na sala de aula e/ou fora dela, para a realização de atividades matemáticas num modelo de *blended-learning*. A aplicação coloca à disposição de cada aluno um conjunto de exercícios e atividades pedagógicas bem como conjunto de elementos de ajuda, nomeadamente vídeos com explicação resoluções detalhadas e resumidas, às quais o estudante pode recorrer sempre que necessite.

Com estas características, a aplicação permite que alunos com baixos resultados, tenham acesso à resolução dos exercícios e atividades que porventura tenham sentido mais dificuldade no decurso das aulas. Os alunos têm também acesso a problemas de diferentes níveis de complexidade suscetíveis de estimular os melhores alunos. Desta forma, a plataforma disponibilizada é suscetível de acomodar estudantes com diferentes capacidades matemáticas.

2 I MOTIVAÇÃO

O projeto MILAGE (MathematIcs bLended Augmented GamE), financiado pela União Europeia e coordenado pela Universidade do Algarve, teve o seu início em 2015, através do programa ERASMUS+ e envolve sete parceiros de quatro países (Portugal, Espanha, Noruega e Turquia). O seu principal objetivo é promover a criação de recursos digitais e a utilização de tecnologias móveis (*smartphones* e *tablets*) para a aprendizagem da matemática, visando melhorar o desempenho de todos os alunos nesta disciplina (Figueiredo et al., 2017).

No âmbito deste projeto a Universidade do Algarve desenvolveu uma aplicação para a utilização pelos alunos, MILAGE APRENDER+, que está disponível gratuitamente para dispositivos móveis com sistema operativo Android, iOS e Windows.

Esta aplicação foi desenvolvida essencialmente para potenciar a aprendizagem móvel com recurso aos *smartphones* ou *tablets.* O seu modelo pedagógico tem por base motivar os alunos, pela inclusão da gamificação; estimular a autonomia dos alunos através de um esquema de autoavaliação e de avaliação por pares; promover uma aprendizagem mais interativa adaptada às necessidades individuais dos alunos, pela inclusão de materiais e ajudas diversificadas; e assegurar que todos os alunos tenham acesso a uma base comum de conhecimento de qualidade, pela disponibilização de fichas de variados graus de dificuldade (Figueiredo *et al*., 2017).

A aplicação para dispositivos móveis que se apresenta neste trabalho assume-se, neste contexto, com duplo objetivo. Contribuir para a melhoria de desempenho dos estudantes com maiores dificuldades na matemática, que encontram nesta ferramenta um auxiliar que estende o ambiente de aprendizagem tradicional para uma sala de aula virtual. Este ambiente permite manter os alunos conectados para aprender, pela exploração de atividades matemáticas com possibilidade de visualização de vídeos com a resolução dessas atividades sempre que o aluno precise de ajuda. Os alunos com melhor desempenho encontram nesta aplicação estímulos e desafios, quer na resolução de atividades de níveis de dificuldade mais elevada, quer na possibilidade de participar na correção de exercícios resolvidos por outros estudantes.

A progressiva oferta de dispositivos móveis, *smartphones* e *tablets*, com elevada capacidade de processamento e facilidade de uso, acessível em grande escala, tem vindo a permitir uma expansão exponencial das tecnologias sociais e participativas da Web. Apesar da ampla disseminação destes dispositivos nas comunidades de estudantes, em muitos países, professores e alunos não usam dispositivos móveis para fins de ensino e aprendizagem. Mais, de acordo com a iniciativa da Comissão Europeia *Opening Up Education* (25 de setembro de 2013), entre 50% e 80% dos estudantes nos países da UE nunca usam livros digitais, programas educativos, *podcasts*, simulações ou jogos educativos. A maioria dos professores no ensino primário e secundário não se considera “digitalmente confiantes” e 70% gostaria de ter formação no uso das TIC. Apesar destes dados, também é importante notar que os atuais estudantes pertencem à geração que nasceu e cresceu com os jogos digitais e as redes sociais, pelo que a integração de medias digitais e dispositivos móveis (*tablets*, *smartphones*) nos processos de ensino aprendizagem, apresenta-se como um passo natural, com várias vantagens, que precisam ser exploradas.

A aplicação móvel apresentada neste capítulo aponta neste sentido. A presente aplicação constitui um contributo para a implementação de um modelo *blended-learning*, de ensino e aprendizagem da matemática. No desenvolvimento da *app* MILAGE APRENDER+, adotaram-se metodologias de gamificação, para estimular e envolver o utilizador, incluindo uma mecânica de jogo que é dupla: complexidade e detalhe. Existem três níveis diferentes de complexidade das atividades matemáticas: iniciantes, intermediários e avançados. Como instrumento de apoio, cada atividade matemática disponibiliza dois níveis de resolução: detalhada e concisa. Com esta plataforma, todos os alunos são acomodados num ambiente de aprendizagem centrado no aluno com a possibilidade de estabelecimento de metas individuais. Os alunos com baixos resultados, com maiores dificuldades na aprendizagem dos assuntos estudados na sala de aula, podem posteriormente voltar a estudar os assuntos e a repetir as atividades pedagógicas as vezes necessárias de acordo com os processos individuais de aprendizagem. Os alunos dispõem igualmente da possibilidade de acesso a atividades complexas que podem fornecer estímulo adicional, o que constitui um recurso adicional, estimulante, em especial para os melhores alunos. Os professores poderão adotar, com vantagens, a plataforma para atribuição de atividades extra-aula para os seus alunos. É reconhecida a importância dos chamados "*trabalhos de casa*", como instrumento para a aprendizagem dos conteúdos estudados na sala de aula, especialmente na matemática, permitindo uma "impressão" na memória de longo prazo, ou como estímulo adicional para os melhores alunos.

Os trabalhos de casa podem ser particularmente difíceis para alguns alunos, por falta de apoio, em função de realidades sociais, económicas e familiares. Porque, por exemplo, os pais podem não ter habilitações escolares para os ajudar ou os recursos financeiros para apoio em aulas privadas. Neste sentido, a aplicação móvel desenvolvida permite a disponibilização do mesmo suporte para todos os alunos, suscetível de contribuir para diminuir a relação entre o contexto socioeconómico e o desempenho dos alunos.

3 I DESENVOLVIMENTO E IMPLEMENTAÇÃO DA APP MILAGE APRENDER+

A app MILAGE APRENDER+, foi especialmente concebida para as plataformas móveis, *smartphones* e *tablets*, disponível para correr em sistemas Android, iOS e Windows. Faz parte de um sistema que integra um servidor web, um sistema de base de dados relacional e um repositório de recursos multimédia, nomeadamente vídeos e imagens, e a aplicação MILAGE APRENDER+ PROFESSORES.

A aplicação MILAGE APRENDER+ PROFESSORES encontra-se disponível para o sistema operativo Windows e para OSX dos computadores da Apple. Através desta aplicação os professores podem colocar na plataforma os enunciados de problemas e atividades; dois vídeos com a resolução por problema ou atividade, um com a resolução detalhada e outro com a versão resumida; e as instruções para a avaliação. Os conteúdos produzidos pelos professores são organizados com recurso à base de dados de acordo com a disciplina, o capítulo e o subcapítulo, e armazenados no repositório de recursos da plataforma. Cada exercício ou atividade pode integrar uma ou várias alíneas, de escolha múltipla ou resposta aberta.

Iniciando uma sessão, um estudante registado na plataforma terá acesso às fichas de exercícios do seu ano de escolaridade e às resoluções de exercícios de outros colegas. Como atividades, cada estudante poderá resolver exercícios e proceder à avaliação de exercícios resolvidos por outros estudantes do mesmo ano de escolaridade. As atividades do estudante, nomeadamente as resoluções de exercícios, as classificações atribuídas e as respostas de questões colocadas por outros estudantes são guardadas na base de dados permitindo a consulta das sessões anteriores e análise do progresso do estudante.

A Figura 1 apresenta a interface da aplicação MILAGE APRENDER+ PROFESSORES que permite aos professores carregarem os conteúdos que produzem. Nesta interface, intuitiva, o professor começa, por selecionar a disciplina, o capítulo, o subcapítulo e a folha de problemas do exercício. Depois indica o nível de dificuldade do exercício (iniciantes, intermediários e avançados). Depois seleciona o ficheiro com o respetivo enunciado (num formato imagem) e define as alíneas que o estudante deve responder. As alíneas podem ser de escolha múltipla, do tipo verdade ou falso ou de resposta aberta. O professor indica também a pontuação e seleciona os ficheiros com as instruções de avaliação, o vídeo com resolução detalhada e/ou o vídeo com resolução resumida. Nas alíneas de escolha múltipla, o professor deve indicar qual a opção correta.

Após a submissão, as questões ficam de imediato disponíveis na aplicação móvel MILAGE APRENDER+, onde os estudantes têm acesso às diferentes questões e aos vídeos com as resoluções das alíneas.

A solução adotada permite aos professores produzir conteúdos específicos, criar as suas próprias atividades segundo necessidades particulares de cada turma e/ou aluno e torná-los disponíveis aos seus estudantes.

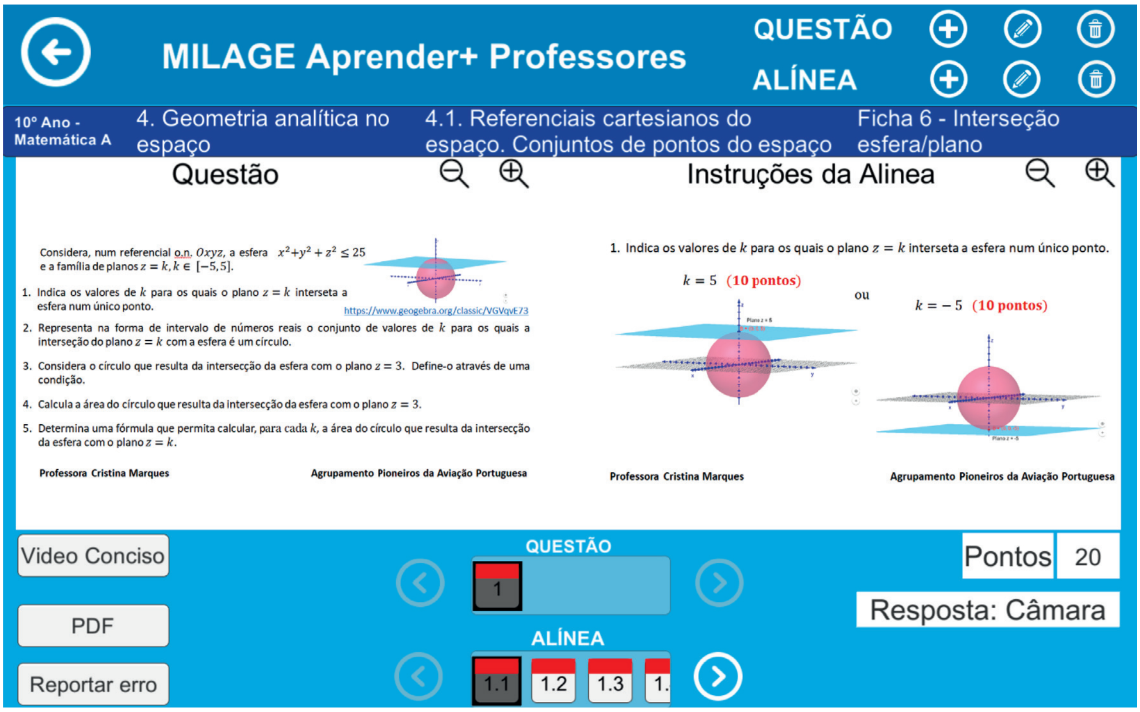


Figura 1. Interface da aplicação de *backoffice* para os professores, através da qual são criadas as folhas de exercícios e carregados na plataforma os enunciados, vídeos com as resoluções e instruções de correção, entre outros elementos.

O acesso dos alunos à plataforma e aos recursos nela disponíveis é realizado através da aplicação para dispositivos móveis MILAGE APRENDER+, usando um *smartphone* ou um *tablet*.

O acesso aos exercícios é realizado em duas etapas. Na primeira, o utilizador regista-se na plataforma, através do endereço de email e de uma senha, o que lhe permite o acesso à listagem das fichas de exercícios de dado capítulo e subcapítulo da disciplina em que se encontra inscrito, desde o 1º ao 12º ano. Na segunda etapa o aluno seleciona a ficha de problemas que pretende resolver (Figura 2).

A app MILAGE APRENDER+ também está preparada para funcionar em modo *offline*. Desta forma, o estudante pode descarregar as fichas num local com acesso à Internet e depois estudar e resolver as fichas num local onde não tenha acesso à Internet.

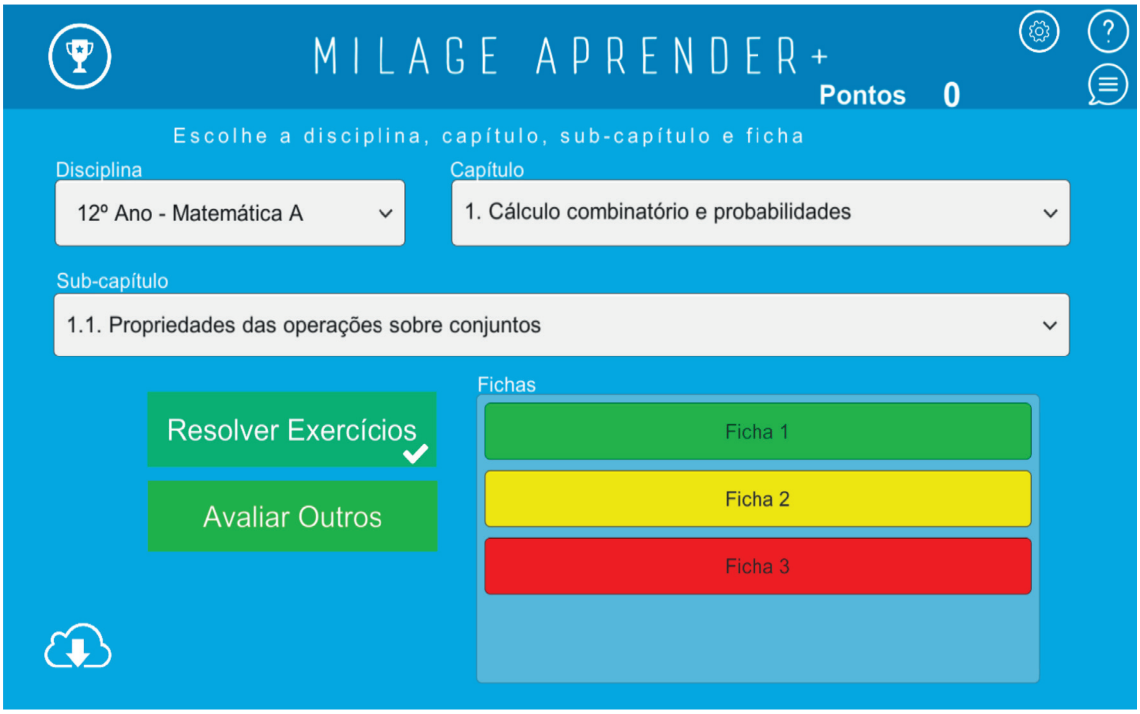


Figura 2. Interface da app MILAGE APRENDER+ para seleção do ano, capítulo, subcapítulo e ficha de problemas.

A Figura 3 apresenta a interface de acesso ao enunciado dos problemas da ficha selecionada, sequencialmente, um de cada vez. Nas alíneas de escolha múltipla, o aluno escolhe uma das opções, de uma forma simples, podendo obter de imediato a informação se a resposta está ou não correta. Tratando-se de uma alínea de resposta aberta, o aluno deverá resolver a questão e fotografá-la usando a câmara do dispositivo móvel. A própria *app* procederá ao envio da resolução do aluno para o servidor seguindo-se a autoavaliação e ficando disponível para posterior avaliação por outro estudante.

Em caso de dificuldade na resolução da alínea, o estudante poderá consultar os vídeos com a resolução do problema. O vídeo com a resolução do problema é um meio adequado para o ensino da resolução de atividades, permitindo aos alunos uma aprendizagem ao seu próprio ritmo. Defensores da sua utilização, Spilka e Manenova (2013) sustentam que o uso de vídeos nos processos de ensino e de aprendizagem é mais eficaz tanto para os alunos com melhor capacidade de aprendizagem visual como auditiva, dado que as narrativas audiovisuais permitem uma melhor compreensão do que as explicações escritas. Os vídeos com as resoluções dos problemas constituem bons instrumentos, adequados para turmas de alunos com diferentes níveis de conhecimento matemático e diferentes tipos de atitude. Por exemplo, para uns alunos a consulta dos conteúdos disponibilizados uma única vez pode ser suficiente para uma boa compreensão dos assuntos, enquanto que para outros é necessária a visualização dos vídeos várias vezes para entendimento da matéria em questão. Deste ponto de vista, esta metodologia de ensino apresenta vantagens sobre a sala de aula tradicional, onde muitas vezes os alunos que não entendem, não pedem para repetir.

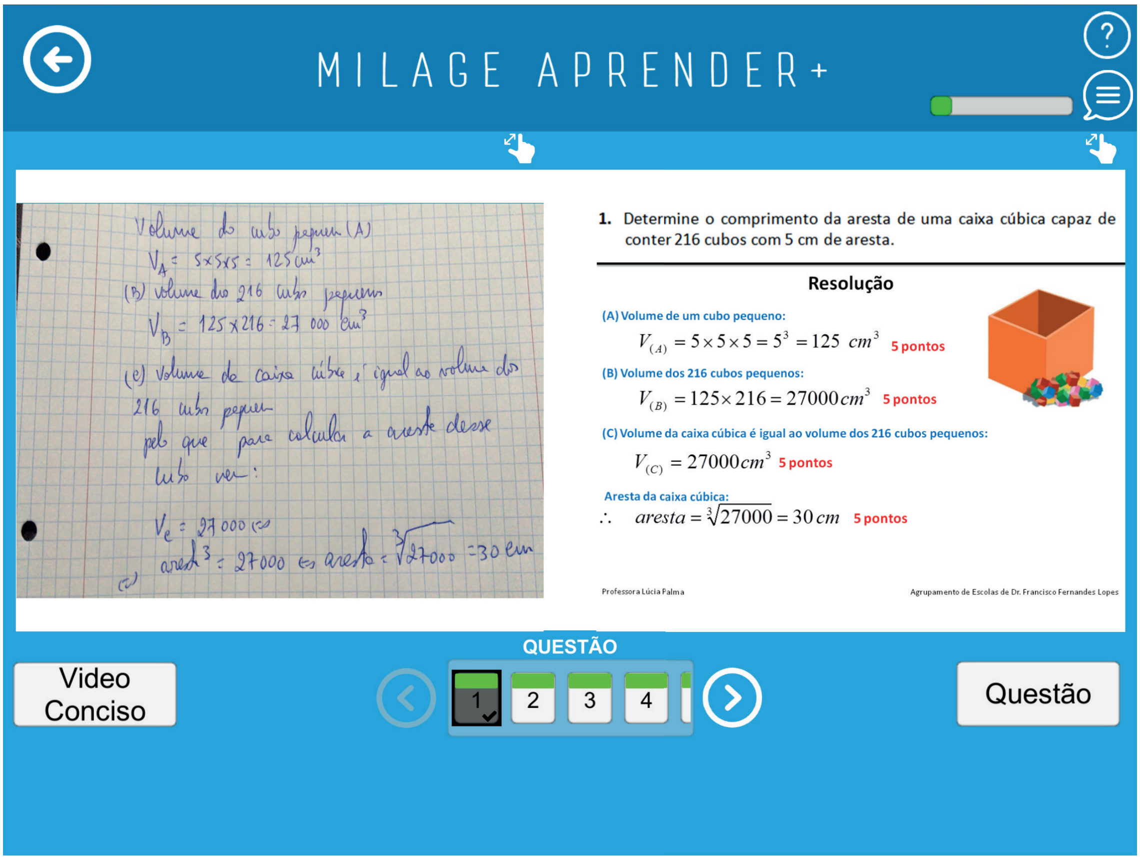


Figura 3. O aluno resolve problemas e ganha pontos na sua resolução.

Nos casos de turmas maiores, o recurso a ferramentas como a aplicação MILAGE APRENDER+ poderá constituir um recurso de grande utilidade, permitindo reorganizar os tempos as atividades na sala de aula, adotando metodologias de aprendizagem baseadas em problemas e atribuindo-lhes a responsabilidade pela realização de exercícios e atividades em casa. Como anteriormente referido, a utilização da aplicação móvel MILAGE APRENDER+ permite o registo das atividades realizadas em cada sessão na base de dados da plataforma. Através desta informação, o professor pode acompanhar a evolução dos estudantes e analisar os níveis de competências adquiridas pelos seus alunos ao longo percurso escolar (Figura 4).

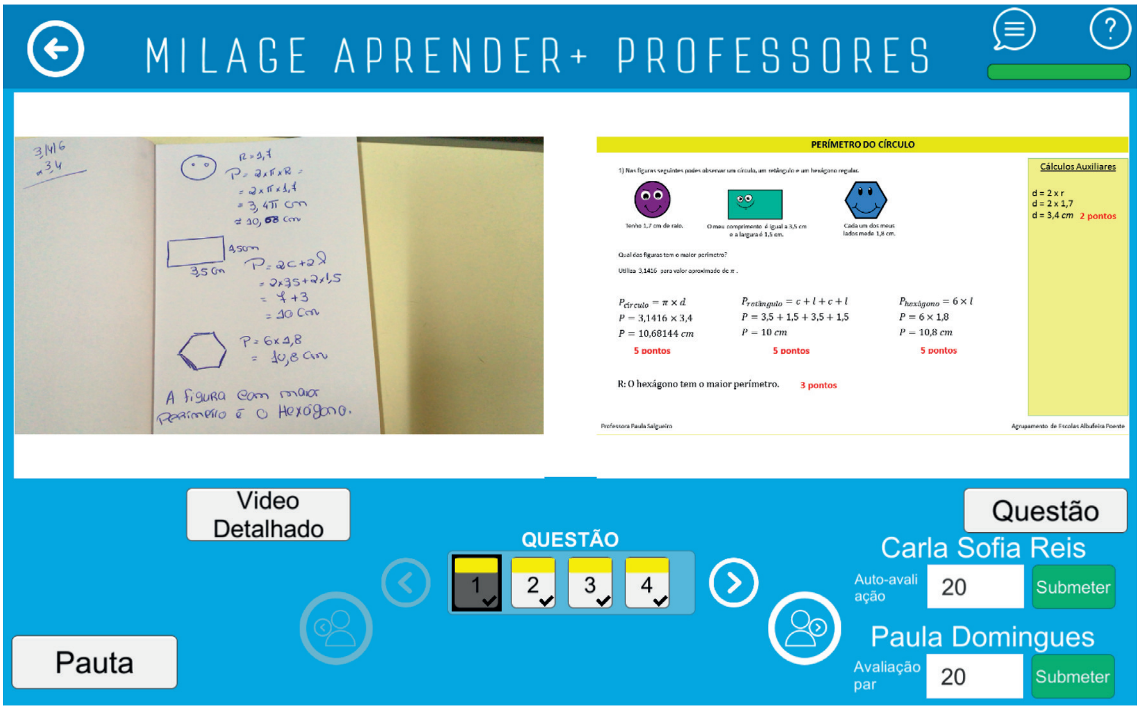


Figura 4. O professor pode consultar o e-portefólio de cada um dos alunos e descarregar a pauta com a avaliação da turma.

4 I CONCLUSÕES

O baixo nível de desempenho dos estudantes em atividades no domínio da matemática, observado em vários países, obriga que sejam exploradas abordagens que visem a melhoria na aprendizagem matemática.

A crescente capacidade de processamento dos dispositivos móveis e a ampla disseminação nas camadas mais jovens da população, em idade escolar, tornam hoje possível o seu uso para fins educacionais.

Neste capítulo apresentou-se a aplicação para dispositivos móveis, MILAGE APRENDER+, a partir da qual os estudantes do 1º ao 12º ano de escolaridade podem resolver exercícios de matemática e aceder a vídeos com as suas resoluções que os ajudam a compreender melhor as matérias estudadas através de *smartphones* e *tablets*. A aplicação permite o desenvolvimento de processos de ensino em *blended-learning* possibilitando a expansão da sala de aula para um espaço virtual, no qual os estudantes dispõem de condições para estudar matemáticas e realizar atividades ao seu próprio ritmo.

Mostrámos ainda a aplicação MILAGE APRENDER+ PROFESSORES, através da qual os professores podem preparar e disponibilizar exercícios e atividades para os seus alunos.

5 I AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado no âmbito do projeto “MILAGE-MathematIcs bLended Augmented GamE” (N.º2015-1-PT01-KA201-012921), do programa Erasmus+, financiado pela União Europeia.

REFERÊNCIAS

ALIJANI, Ghasem S.; OBYUNG, Kwun; YANJUN, Yu. **Effectiveness of blended learning in Kipp New Orleans' schools**. Academy of Educational Leadership Journal. 18:2, 125 – 141, 2014.

BEREITER, C.; SCARDAMALIA, M. **Learning to work creatively with knowledge**. In E. De Corte, L. Verschaffel, N. Entwistle, & J. van Merriënboer (eds.), *Powerful learning environments: Unraveling basic components and dimensions*. Elsevier Science, Oxford, UK, 2003.

FERNANDES, G.; FERREIRA, C. **Desenho de conteúdos e-learning: Quais teorias de aprendizagem podemos encontrar?.** *RIED*: revista iberoamericana de educação à distancia, 15(1), 79–102, 2012.

FIGUEIREDO, M. J. G., BIDARRA, J., GONZÁLEZ-PÉREZ, A., & GODEJORD, B. **Promoting Autonomous Work of Students with the MILAGE LEARN+ app**. *In International Technology, Education and Development Conference*, March, pp. 7660-7667, 2017.

HEIDE, A.; STILBORNE, L. **Guia do Professor para a Internet - Completo e fácil**. Porto Alegre – Brasil, Artmed Editora, 2000.

KALANTZIS, M.; COPE, B. **New Learning: Elements of a Science of Education**. Cambridge University Press, New York, USA, 2008.

KIETZMANN, J.; PLANGGER, K.; EATON, B.; HEILGENBERG, K.; PITT, L.; BERTHON, P. **Mobility at work: A typology of mobile communities of practice and contextual ambidexterity**. In *Journal of Strategic Information Systems, Vol. 3, No. 4,* 2013.

KUKULSKA-HULME, A. **Mobile Learning for Quality Education and Social Inclusion**. Policy Brief published by UNESCO Institute for Information Technologies in Education, 2010. Available at http://iite.unesco.org/policy_briefs/

KUKULSKA-HULME, A.; TRAXLER, J. **Design Principles for Mobile Learning**. In H. Beetham and R. Sharpe (eds.), *Rethinking Pedagogy for a Digital Age*. Routledge, New York, USA. 2013.

LÓPEZ-PÉREZ, M. Victoria; PÉREZ-LÓPEZ, M.; RODRÍGUEZ-ARIZA, Lázaro. **Blended learning in higher education: Students' perceptions and their relation to outcomes**. Computers & Education 56, 818-826. ScienceDirect, 2011.

MAYER, R. E. **Multimedia Learning**. Cambridge University Press, New York, USA, 2009.

OECD (2015), ***PISA IN FOCUS*** , 2015/01.

PRESKY, M. **Teaching Digital Natives. Partnering for Real Learning**. Corwin A SAGE Company, Thousand Oaks, Ca, USA, 2010.

SHRPLES, M.; TAYLOR, J.; VAVOULA, G. A. **Theory of Learning for the Mobile Age**. In R. Andrews and C. Haythornthwaite (eds.) *The Sage Handbook of Elearning Research*. Sage, London, UK. 2007.

SPILKA, R.; MANENOVA, M. **Screencasts as web-based learning method for math students on upper primary school**. WSEAS Conference Proceedings, 4th European Conference of Computer Science, World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS), 246–250, 2013.

TRAXLER, J. **Defining, Discussing, and Evaluating Mobile Learning: The moving fingerwrites and having writ… .** *In International Review of Research in Open and Distance Learning,* Vol. 8, No. 3, 2007.

WENGER, E. **Communities of Practice. Learning, Meaning, and Identity**. Cambridge University Press, New York, USA, 2008.

WSEAS Conference Proceedings, 13th International Conference on Education and Educational Technology, World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS), 21–26.

CAPÍTULO 10

APRENDIZAGEM MÓVEL: UMA POSSIBILIDADE NO ENSINO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

Rafael dos Reis Paulo
Universidade Federal de Pelotas, Pelotas – RS

André Luis Andrejew Ferreira
Universidade Federal de Pelotas, Pelotas – RS

Marleide Coan Cardoso
Instituto Federal de Santa Catarina, Criciúma – SC

RESUMO: Este trabalho expõe os rumos de uma pesquisa que visa implementar um estudo didático da aprendizagem móvel (*mobile learning*) com o aplicativo GeoGebra no contexto dos números complexos. Para entender o cenário contemporâneo da abordagem deste tema nos currículos foi investigado junto ao um grupo de onze professores licenciados os desafios que permeiam o ensino dos números complexos. A metodologia utilizada se encontra nos pressupostos da Engenharia Didática seguindo suas quatro fases de execução: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*. O percurso teórico adotado para discutir o objeto desta pesquisa fundamenta-se nos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) e (2009) e, para corroborar com experiências na utilização de dispositivos móveis os trabalhos de Batista (2011) e Bairral et al. (2015). As considerações sobre as atividades aplicadas até o momento, revelam indícios de que os ambientes de geometria dinâmica aliado a apropriação da matemática segundo a teoria de Duval, tem se mostrado como uma alternativa para superar o entrave do processo de ensino e, revelou também, a possibilidade de integrar aprendizagem móvel como forma de elucidar as abstrações e representações que cercam o ensino dos conteúdos matemáticos na escola.

PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem móvel; Números complexos; Geogebra; Engenharia didática.

ABSTRACT: This paper exposes the course of a research that aims to implement a didactic study of mobile learning with the GeoGebra application in the context of complex numbers. To understand the contemporary scenario of approaching this theme in the curricula was investigated together with a group of eleven licensed teachers the challenges that permeate the teaching of complex numbers. The methodology used is found in the assumptions of Didactic Engineering following its four phases of execution: preliminary analysis, a priori analysis, experimentation and a posteriori analysis. The theoretical course adopted to discuss the object of this research is based on the Duval (2003) and (2009) Semiotic Representation Registers and, to corroborate with experiments on the use

of mobile devices, works by Batista (2011) and Bairral et al. (2015). The considerations on the activities applied so far, reveal evidence that the environments of dynamic geometry allied to the appropriation of mathematics according to Duval's theory, has been shown as an alternative to overcome the obstacle of the teaching process and, also revealed, the possibility of integrating mobile learning as a way of elucidating the abstractions and representations that surround the teaching of mathematical contents in school.
KEYWORDS: Mobile learning; Complex numbers; Geogebra; Didactic engineering.

1 I APRENDIZAGEM MÓVEL (*MOBILE LEARNING*)

Nos últimos 20 anos, as pesquisas relacionadas as Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC mostram a importância e o impacto que as mídias afetam a sociedade, pois como pontua Borba e Penteado (2016, p.47) "a história da humanidade está sempre impregnada de mídias" bem como, a própria construção e divulgação do conhecimento está ligado a elas. No entanto, a mutação que as TIC estão sofrendo no decorrer dos anos, possibilitam a criação de inúmeros ramos de pesquisa que em consonância com a nova sociedade, chamada de Sociedade da Informação, convergem para um novo tipo de aprendizagem, como por exemplo, a aprendizagem móvel.

E, dentro do contexto das Tecnologias Digitais (TD) em que os estudantes estão interconectados o tempo todo, acaba sendo em parte um desafio para os professores que não são ou não foram preparados para trabalhar com essa realidade, mas acaba também mostrando um novo paradigma educacional sobre as práticas pedagógicas para o ensino, vislumbrando assim outras possibilidades no que diz respeito à aprendizagem.

A aprendizagem móvel, também conhecida por *mobile learning* ou *m-learning* "envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação (TIC), a fim de permitir a aprendizagem a qualquer hora e em qualquer lugar" (UNESCO, 2014, p.8) essas tecnologias móveis carregam um conjunto de características que se lançam à frente de outras tecnologias digitais, as quais destacam-se:

- Mobilidade: podem ser transportados para qualquer lugar e utilizados a qualquer hora;
- Interatividade: navegam e interagem com outras Tecnologias Digitais;
- Facilidade: menus intuitivos e maioria com recurso *touchscreen*.

A mão de todas essas funcionalidades citadas, as tecnologias móveis especificamente os celulares inteligentes (*smartphones*) podem se integrar à sala de aula de modo mais eficaz e cômodo que os computadores de mesa (*desktop*), que precisam de mais equipamentos e espaços específicos para utilização.

Atualmente, as produções científicas que visam implementar e estudar a aprendizagem móvel direcionam basicamente para duas vertentes. A primeira contempla a utilização de aplicativos (jogos, *quiz*, simuladores, entre outros) diretamente em sala de aula ou em cursos de formação docente, em outras palavras, procuram testar os dispositivos móveis (*smartphone, tablete,* etc) como recursos didáticos nas aulas, cita-se por exemplo os trabalhos de Freitas e Carvalho (2017) e Oliveira (2017), que fazem estudos de caso e pesquisas experimentais com aplicativos utilizando dispositivos móveis em sala.

A segunda vertente de pesquisa aborda aspectos conceituais das tecnologias móveis, como: as inferências que esses recursos causam na apropriação dos saberes; as competências necessárias para potencializar o uso em sala de aula; o design da tecnologia, entre outros. Destacam-se nessa direção os seguintes estudos: Batista (2011) que investigou a aprendizagem móvel por intermédio da Teoria da Atividade que teve por objetivo orientar práticas educativas que envolvem o uso de dispositivos móveis para o ensino e; Bairral et al. (2015) que também pesquisa os dispositivos móveis, especificamente os dispositivos com manipulação *touchscreen* com viés para o ensino de matemática, particularmente no ensino de geometria.

A partir desse embasamento teórico, pretende-se utilizar a TD no ensino dos números complexos com vistas a emergente aprendizagem móvel (*mobile learning*). Desse modo, deseja-se realizar um estudo didático da aprendizagem móvel com o aplicativo GeoGebra no contexto dos números complexos.

Para reconhecer o cenário em que a pesquisa se desenvolveu é necessário, ainda que breve, esmiuçar os paradigmas enfrentados para o ensino dos números complexos juntamente com a teoria que sustenta a articulação com as atividades desenvolvidas. Assim, nas próximas seções abordar-se-ia as discussões sobre o ensino dos números complexos, a teoria dos Registros de Representação Semiótica, a metodologia de pesquisa e, análise e discussão de uma atividade implementada utilizando o aplicativo do GeoGebra em celulares inteligentes.

2 I CONCEPÇÕES E DESAFIOS PARA O ENSINO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

Para investigar a importância que os professores concebem o conteúdo dos números complexos, relata-se a seguir um levantamento realizado em 2015 com 11 professores licenciados que atuam em instituições que ofertam ensino médio, o instrumento de coleta contém perguntas fechadas conforme Tabela 1, e busca saber a necessidade de se abordar o conteúdo dos números complexos. Vale ressaltar que havia possibilidade de marcar mais de uma opção por pergunta.

Questionamento	Respostas dos professores	Número de professores	%
1. Como você classifica a importância do estudo dos números complexos?	Aplicação em outras áreas do conhecimento	7	43,75
	Resolução de equações polinomiais	3	18,75
	Compreensão dos conjuntos numéricos	3	18,75
	Auxilia no ensino de Física	3	18,75
2. Como você inicia as aulas sobre Números Complexos?	Abordando alguns fatos históricos	4	30,77
	Resolvendo equações de 2º grau	5	38,46
	ttDefinindo o número "i"	1	7,69
	Retomando os conjuntos numéricos	3	23,08
	Resolvendo problemas voltados à Física	0	0
3.Qual tópico do conteúdo de Números Complexos você tem dificuldades de ensinar?	Unidade imaginária	2	18,18
	Conjugado de um Número Complexo	0	0
	Operações com Números Complexos	1	9,10
	Representação no plano Argand-Gauss	0	0
	Forma polar ou trigonométrica	4	36,36
	As leis de Moivre	4	36,36
4.Na operacionalização de suas aulas você utiliza algum material de apoio?	Livro didático	6	30
	Parâmetros Curriculares Nacionais	2	10
	Tecnologias da Informação e Comunicação	6	30
	Apostilas e materiais próprios	6	30

Tabela 1 – Questionário aplicado aos professores sobre o ensino dos números complexos

Fonte: Autores, 2015.

Foram também realizadas perguntas abertas aos mesmos professores a fim de diagnosticar quais os interesses frente à permanência ou não do conteúdo nos currículos escolares. Nas perguntas abertas foi solicitado que argumentassem, de modo geral, sobre a importância dos números complexos no currículo escolar, bem como, em outras áreas do conhecimento. Destaca-se algumas respostas que apareceram com maior frequência, as quais foram:

> Os números complexos atualmente estão sendo eliminados do currículo do ensino médio, principalmente pela forma que vem sendo abordado em sala de aula, de forma descontextualizada. (Professor 3)
>
> Analisando as aplicações dos números complexos, vemos que esses números servem realmente para o uso em engenharias, física, topografia, entre outras áreas que não se aplicam ao ensino médio. Evidente que utilizamos na resolução de polinômios, mais não vejo isso como uma aplicação do conteúdo. (Professor 1)
>
> Os números complexos tornaram um instrumento capaz de dar conta do desenvolvimento de novas tecnologias voltadas para os efeitos visuais (rotações de coordenadas), e para o pleno desenvolvimento da engenharia elétrica (estudo de correntes alternadas). (Professor 1 e Professor 4)

Com essas respostas pode-se verificar que os professores reconhecem a importância desse conteúdo para o próprio avanço da matemática como ciência (porém não como objeto de ensino), mas que pelo fato das aplicações não serem diretas, o ensino dos números complexos acaba sendo flexibilizado em nível curricular e, no que diz respeito a sua abordagem em sala de aula a mesma se restringe na resolução de equações de segundo grau, ou na ampliação dos conjuntos numéricos.

No tocante aos documentos oficiais, a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são os documentos oficiais que norteiam a educação brasileira e orientam a elaboração dos currículos elencando competências necessárias para formação integral dos estudantes.

Em 2002, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) publicou as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), este documento abrange todas as disciplinas que compõe o ensino médio divididas em três áreas, são elas: Ciências da Natureza e Matemática, Ciências Humanas, Linguagens e Códigos.

Nesse documento o ensino de Matemática é dividido em três eixos: álgebra – números e funções; geometria e medidas e; análise de dados. Especificamente no eixo da álgebra – números e funções é possível encontrar orientações para o ensino dos números complexos, porém "os objetos de estudo são os campos numéricos dos números reais e, eventualmente, os números complexos e as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais" (BRASIL, 2002, p.120). O que leva a flexibilização dos números complexos conforme explicita o PCN+,

> a Matemática do ensino médio trata da ampliação do conjunto numérico, introduzindo os números complexos. Como esse tema isolado da resolução de equações perde seu sentido para os que não continuarão seus estudos na área, ele pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas. (BRASIL, 2002, p.122).

A despretensão pelo ensino dos números complexos frente aos demais conjuntos estudados é pelo fato de que "a criação dos números complexos não se deveu a nenhum problema do cotidiano das pessoas, mas sim à necessidade de dar um significado a soluções de equações onde apareciam raízes quadradas de números negativos" (BRASIL, 2006a, p.25). Em 2006 as orientações curriculares para o ensino médio ratificam a importância da ampliação dos conjuntos numéricos, mas ao invés de utilizar o termo "eventualidade" coloca-os como tema complementar, como é dito abaixo.

> [...] devem ser apresentados como uma histórica necessidade de ampliação do conjunto de soluções de uma equação, tomando-se, para isso, uma equação bem simples, a saber, $x^2 + 1 = 0$.
>
> [...] outro tópico que pode ser tratado como tema complementar é o estudo mais aprofundado dos números complexos. Por um lado, podem-se explorar os aspectos históricos da introdução dos números complexos e de seu papel fundamental no desenvolvimento da álgebra. Por outro lado, podem-se explorar as conexões entre as operações com números complexos e as transformações geométricas no plano. (BRASIL, 2006b, p.71-94).

Diante do exposto é notório a ressonância entre o que regulamenta esses documentos oficiais com as falas e concepções dos professores pesquisados, sumariamente é que pelo fato dos números complexos não surgirem da necessidade cotidiana o mesmo vem sendo flexibilizado nos currículos escolares e, sua abordagem ou não, fica sob a na responsabilidade do professor e o tempo disponível para a sua abordagem.

3 I UM OLHAR SEMIÓTICO SOBRE OS NÚMEROS COMPLEXOS

A aprendizagem da matemática se revela como um campo complexo e ao mesmo tempo privilegiado para investigações que primam entender o funcionamento do pensamento matemático. Complexo no que diz respeito as atividades cognitivas desencadeadas para compreendê-la, pois para apropriação dos objetos matemáticos são requeridas algumas atividades cognitivas, como por exemplo, a representação, o raciocínio, a abstração, a resolução de problemas, a interpretação de textos, entre outros. Vale destacar que essas atividades são solicitadas não apenas para aprendizagem da matemática, mas para todas as aprendizagens. No entanto, há uma peculiaridade no tocante a aprendizagem da matemática, a saber, a mesma necessita de sistemas de representação para acessar os objetos, que por excelência são abstratos.

O filósofo e psicólogo francês Raymond Duval dedicou anos de pesquisa teórica e empírica para fundar a teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS). Por meio desses registros de representação o autor clarifica de um ponto de vista semio-cognitivo alguns aspectos do processo de aprendizagem da matemática. Para DUVAL (2009), um registro de representação é um sistema dotado de regras de conformidade que permite a realização das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão. “As regras de conformidade são aquelas que definem um sistema de representação e, por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representações possíveis num registro” (DUVAL, 2009, p.55).

Para melhor entendimento da teoria dos RRS e do objeto dessa pesquisa é importante conhecer os registros e às representações (Figura 1) inerentes ao objeto deste estudo, os números complexos.

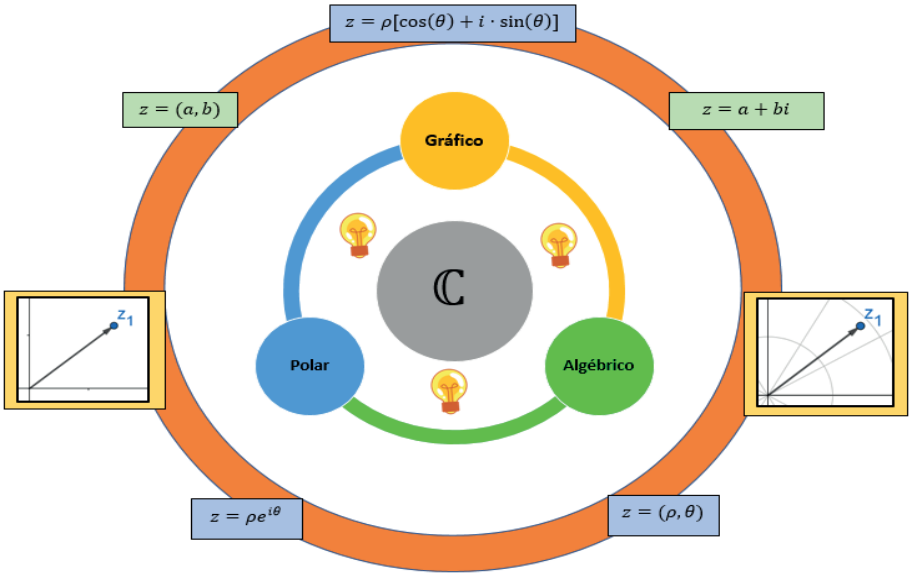


Figura 1 – Registros e representações dos números complexos

Fonte: Autores, 2018.

Ao centro da Figura 1 está o objeto que se deseja acessar, no caso os números complexos, dispostos ao redor se encontram os registros de representações que exercem a função de “iluminar” aspectos do objeto pretendido, tais registros que em relação aos números complexos dividem-se em algébrico, polar (ou trigonométrico) e gráfico, se diferenciam por regras de conformidade específicas que se manifestam em diversas representações.

As representações, expostas sobre o anel maior na Figura 1, recobrem as múltiplas portas de entrada para os registros e, por conseguinte ao objeto. Assim, fica evidente o que afirma DUVAL (2003; 2009) que toda representação fornece um entendimento parcial do objeto, pois ao acessar o objeto por uma representação se perpassa apenas por alguns aspectos do objeto representado e nunca todos os aspectos.

Duval ainda reitera que a aprendizagem da matemática requer uma mobilização de distintas representações envolvendo ao menos dois registros. E, isso ocorre por dois motivos, o primeiro e mais importante é não confundir o objeto com uma de suas representações e o segundo é para ter uma visão mais ampla sobre às representações para uma melhor compreensão do objeto.

Mas o busílis dessa teoria está na dificuldade de mediar essas diversas representações, ou melhor, compreender a real necessidade de se transitar sobre elas uma vez que requer do seu usuário o domínio de outras representações que apresentam regras e algoritmos diferenciados em sua operacionalização. Isto pode ser evidenciado no próprio discurso do professor, como por exemplo – “na parte algébrica os estudantes conseguem operar, mas quando é solicitado um gráfico e/ou figuras eles encontram dificuldades”. Por vezes o próprio caminho contrário se torna difícil, ir da representação gráfica para a representação no registro algébrico.

Partindo desses pontos estuda-se a possibilidade de implementar outras maneiras de transitar entre os registros de representação dos números complexos a partir da utilização de aplicativos em celulares inteligentes. O GeoGebra, por exemplo, possibilita visualizar, mover, arrastar e animar as representações de diferentes objetos matemáticos na sua interface.

4 I METODOLOGIA DE PESQUISA

Para as pesquisas que pretendem de algum modo investigar o processo de ensino com vistas a constituir propostas didáticas, há encaminhamentos específicos como a Engenharia Didática que tem como uma das muitas finalidades “desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares, além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino da matemática”. (MENDES, 2009, p.23).

Os pressupostos metodológicos da Engenharia Didática (ED) segundo ALMOULOUD (2007) assemelham-se a uma pesquisa de procedimento experimental com intervenções didáticas diretas em sala de aula pelo professor-pesquisador. Numa ED a validação dos resultados não ocorre por meio de comparações ou cruzamento de referências, mas pela comparação interna entre as suas diferentes fases de execução. Desse modo, a seguir serão descritos os procedimentos realizados em cada fase (as quais estão grifadas) afim de clarificar o objeto de pesquisa.

Na primeira fase, **análises prévias**, foram realizados estudos teóricos sobre o referencial desse trabalho, a saber os RRS e aprendizagem móvel. Além disso, um estado do conhecimento relacionando as pesquisas findadas que versam sobre os números complexos que fora abordado na primeira seção deste trabalho. Ao final dessa etapa o pesquisador foi a campo para observar os participantes da pesquisa e fazer um reconhecimento do local de desenvolvimento da mesma, objetivando a utilização da aprendizagem móvel (*mobile learning*) com o aplicativo GeoGebra no contexto dos números complexos.

Após este estudo prévio foram elaboradas as sequências didáticas, marcando o início das **análises *a priori***. Ao todo, foram elaboradas 6 atividades que abordam os seguintes aspectos: os objetos de ensino referentes aos números complexos; registros dinâmicos de representação e; transformações semióticas. Cabe ressaltar que a cada sequência de ensino às hipóteses foram elencadas para posterior validação.

A **experimentação** das sequências ocorreu entre os meses de maio e julho de 2018 em duas turmas de ensino médio, totalizando 41 estudantes. As atividades elaboradas foram dissolvidas nos planos de aula e foram aplicadas pelo pesquisador durante o período mencionado.

Os resultados e discussão das representações coletadas na experimentação ainda estão sendo analisadas pelo pesquisador, ou seja, a investigação se encontra em andamento na fase de validação e **análises a posteriori** segundo a metodologia. No entanto, cabe destacar que dos 41 estudantes que participaram da pesquisa foram selecionados apenas aqueles com frequência maior ou igual a 80% e que tenham entregue o Termo de Consentimento e Livre Esclarecido – TCLE, totalizando 13 estudantes.

5 I RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a discussão dos resultados desse estudo em andamento foi selecionado 1 (uma) das 6 (seis) atividades planejadas para analisar. A atividade objetivou a utilização do aplicativo de matemática dinâmica pelo estudante para explicar porque as potências da unidade imaginária se comportam da seguinte maneira:

$$i^{-n} \Rightarrow \begin{cases} i^{-n} = i^{n}, se\ n\ for\ par \\ i^{-n} = -i^{n}, se\ n\ for\ ímpar \end{cases}, \forall\, n \in \mathbb{Z}$$

Utilizando o aplicativo do GeoGebra no dispositivo móvel o aluno desenvolveu, conforme Figura 2, o seguinte raciocínio:

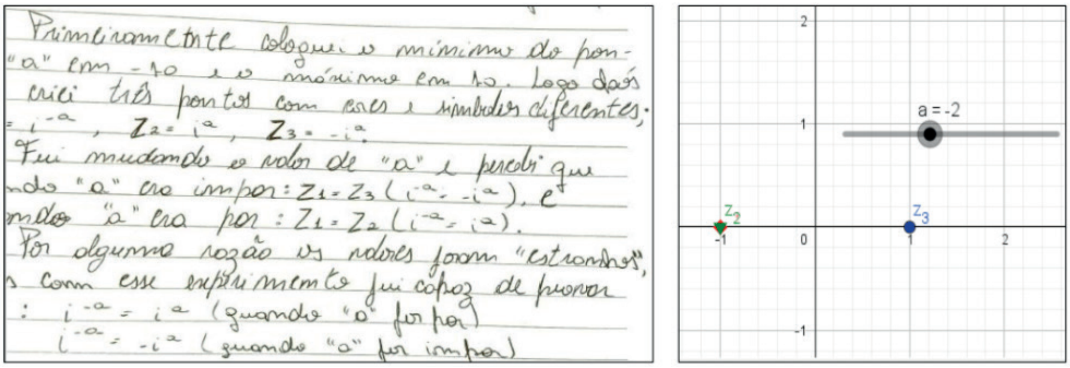


Figura 2 – Estudante utilizando representações dinâmicas no GeoGebra

Fonte: Autores, 2018.

Ao desenvolver essa atividade o estudante operou com duas representações distintas em registros também distintos, perceba que na parte escrita no caderno fez-se a utilização da representação no registro algébrico e a língua natural para explicar e no GeoGebra a representação no registro gráfico. Além disso, na interface do aplicativo o estudante pode conferir a relação existente entre as representações escolhidas.

Cabe ressaltar, a possibilidade de tornar a representação no registro geométrico dinâmico, à medida que estudante arrasta o controle deslizante () para outros valores inteiros o mesmo consegue provar que o comportamento das potências da unidade imaginária segue o padrão mostrado no enunciado da atividade.

Essa facilidade e dinamicidade com que o ambiente de geometria dinâmica aliado aos dispositivos móveis oferecem aos estudantes a capacidade de melhor entender o objeto em estudo, pois transita entre representações que são fundamentais para aprendizagem dos objetos matemáticos.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A articulação entre os pressupostos metodológicos da Engenharia Didática e análise dos registros de representação semiótica acrescentou veracidade aos resultados, pois segundo Borba e Penteado (2016) a inserção dos dispositivos móveis em aulas expositiva sem respaldo/estudo didático é mais uma forma de domesticar as tecnologias digitais em sala.

Além disso, o estudo evidenciou a importância dos números complexos em diferentes aspectos quanto à aprendizagem, seja na consolidação dos conjuntos numéricos, no resgate de conteúdos de diferentes blocos (geometria analítica, trigonometria, transformações no plano, entre outros) e, revelou também, a possibilidade de integrar aprendizagem móvel como forma de elucidar as representações que cercam o ensino dos conteúdos matemáticos na escola bem como torná-las mais significativas.

As considerações sobre as atividades aplicadas até o momento, revelam indícios de que os ambientes de geometria dinâmica aliado ao entendimento da apropriação da matemática segundo a teoria de Duval, tem se mostrado como uma alternativa para superar o entrave do processo de ensino e consequentemente aprendizagem quando das transformações entre as representações semióticas, tratamentos e conversões. Isso porque os registros dinâmicos de representação, estes obtidos por meio do aplicativo de matemática dinâmica, requer por excelência a utilização de duas representações simultâneas. Ou melhor, para além da possibilidade de representar o objeto nas suas variadas representações, o ambiente de matemática dinâmica consegue estabelecer relações entre as unidades que formam cada representação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BAIRRAL, M. A; ASSIS, A. R; SILVA, B. C. C. **Uma matemática na ponta dos dedos com dispositivos touchscreen**. Revista Brasileira Ens. Ciência Tec., v. 8, n. 4, set-dez. 2015.

BATISTA, S. C. F. **M-learnmat: modelo pedagógico para atividades de m-learning em matemática**. 2011, 225 f. Tese (Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 2011.

BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+: ensino médio – orientações**

educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. **Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: ensino médio**. Brasília, DF: Ministério da Educação e Cultura - INEP, 2006a.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Brasília, DF: Ministério da Educação e Cultura - SEF, 2006b.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FREITAS, R. O; CARVALHO, M. **Tecnologias móveis: tablets e smartphones no ensino da matemática**. Laplage em Revista (Sorocaba), vol.3, n.2, mai-ago. 2017.

MENDES, I. **Matemática e investigação em sala de aula**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

OLIVEIRA, C. A. **Aprendizagem com mobilidade e ensino de matemática: evidências da utilização na formação inicial do pedagogo**. Laplage em Revista (Sorocaba), vol.3, n.3, set-dez. 2017.

Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura – UNESCO. **Diretrizes de políticas para a aprendizagem móvel**. Brasília: UNESCO, 2014

CAPÍTULO 11

INTERAÇÕES VIA FACEBOOK: POTENCIALIZANDO O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Carla Denize Ott Felcher
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)
Departamento de Ensino de Matemática
Pelotas - RS

Ana Cristina Medina Pinto
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)
Universidade Aberta do Brasil (UAB)
Pelotas - RS

André Luis Andrejew Ferreira
Universidade Federal de Pelotas (UFPel)
Departamento de Ensino de Matemática
Pelotas - RS

RESUMO: A pesquisa mostra uma proposta investigativa sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais em uma escola da rede pública. Foi criado um espaço virtual, em uma rede social, denominado F@CEMAT para acompanhar as relações dos atores envolvidos nesse processo de ensino e aprendizagem. Nesse espaço foram realizadas postagem de vídeos, imagens, textos, jogos didáticos, objetos de aprendizagem, situações problema e desafios, com o objetivo de promover a participação dos alunos. O aporte teórico se apoia essencialmente no conceito de interação e no uso das novas tecnologias digitais para o desenvolvimento da pesquisa. O objetivo foi promover a participação dos alunos e, consequentemente, a interação entre os pares, aluno e professor, aluno e aluno, acreditando na importância desta para o processo de ensino e aprendizagem. Os resultados iniciais indicam que metodologias baseadas no uso de tecnologias despertam o interesse, contribuem com a aprendizagem e a compreensão de conceitos de matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Rede Social; Números Racionais; Ensino; Interação.

ABSTRACT: The research shows an investigative proposal on the teaching and learning of rational numbers in a public school. A virtual space was created in a social network called F@CEMAT to follow the relationships of the actors involved in this teaching and learning process. In this space, videos, images, texts, didactic games, learning objects, problem situations and challenges were posted, with the aim of promoting student participation. The theoretical support is based essentially on the concept of interaction and the use of new digital technologies for the development of research. The objective was to promote student participation and, consequently, the interaction between peers, student and teacher, student and student, believing in the importance of this to the process of teaching and learning. The initial results indicate that methodologies based on the use of technologies arouse interest,

contribute to the learning and understanding of mathematical concepts.

KEYWORDS: Social Network; Rational Numbers; Teaching; Interaction.

1 I INTRODUÇÃO

O conhecimento é hoje cada vez mais importante para todo e qualquer indivíduo, seja criança ou adulto. Na escola o processo curricular gira em torno do conhecimento, porém, não se está falando de qualquer conhecimento, mas sim daqueles que fazem sentido, que sobrevivem a uma série de questionamentos. A respeito dos conteúdos curriculares, Selbach (2010) é enfática ao escrever que eles são o meio por onde os alunos aprendem e manifestam as diferentes inteligências. Segundo a autora (2010, p. 49-50):

> Uma escola ou um professor sem conteúdo é escola sem propósito e objetivo, é professor sem missão, aula sem foco. [...] "Conteúdo" não é coisa que se acumula, mas ferramenta com a qual se aprende a aprender e, por saber a aprender, conseguir transformar.

Trazendo para reflexão o currículo matemático, é importante questionar o espaço que os números racionais ocupam, a fim de discutir questões sobre sua importância ou não no currículo, bem como para a formação do aluno. É notável a dificuldade que os alunos têm em compreender o significado das frações, identificam os dois termos, numerador e denominador, representam através de desenhos as situações fracionárias, mas deixam muito a desejar no entendimento propriamente dito do conteúdo. Um exemplo bastante comum para certos alunos é que não compreendem que um meio e cinco décimos representam a mesma quantidade. Outra grande dificuldade refere-se ao fato dos alunos simplesmente somarem e diminuírem os denominadores.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) citam que embora números racionais seja conteúdo do Ensino Fundamental, o que se observa é que essa dificuldade persiste até mesmo no Ensino Superior, onde os alunos chegam sem entender o significado e com grandes dificuldades inclusive na parte operacional.

A sociedade a qual se pertence é tecnológica e vem sendo tratada como Sociedade da Informação (SI), segundo Tokahashi (2000). Caracteriza-se como SI em função de o acesso à informação ser possível em qualquer local, bem como o seu compartilhamento. Nesse contexto, os aprendizes são nativos digitais, capazes de realizar diversas tarefas ao mesmo tempo.

Para Levy (1999), essa sociedade Informacional é o "segundo dilúvio", usando palavras de Roy Ascott e acrescenta que este dilúvio não terá fim. Ou seja, há uma profusão de informações e parece que estamos tendo dificuldade em lidar com tudo o que nos chega a cada instante em termos de informação. A partir de constatações como a descrita acima e, diante de uma realidade onde as tecnologias digitais estão presentes, faz-se necessárias novas posturas por parte dos professores, bem como novas formas de ensinar e aprender.

O objetivo deste artigo é, portanto, discutir as interações oportunizadas pelo espaço virtual criado, F@ceMAT, como possibilidade para potencializar o ensino dos números racionais. Afinal, encher o quadro e aplicar listas de exercícios, práticas características de um ensino tradicional, vem se mostrando ineficiente, desmotivador, parte de um processo centralizado apenas na figura do professor da educação básica em geral.

A inclusão das redes sociais no ensino e aprendizagem de Matemática, exterior ao ambiente da sala de aula, acarreta capacidades de trabalho e estudo efetivo, uma vez que o ambiente gerado no *Facebook* além de reforçar aprendizagens que decorrerem da sala de aula, fomentou e aguçou a curiosidade pela resolução de problemas. Tal fato foi constatado não só pela análise qualitativa que efetuamos, mas também pela análise quantitativa efetuada às notas finais, obtidas nas duas frequências realizadas conforme (SEABRA, 2013).

No decorrer deste artigo, apresenta-se o aporte teórico, em que através de autores discute-se os conceitos principais envolvidos, posteriormente, a metodologia apresenta o uso das redes sociais para o ensino da matemática, bem como, a organização da atividade no espaço virtual F@ceMAT e os atores envolvidos. Logo após, analisa como se deu a interação neste espaço virtual e quais foram, então, os resultados e as discussões possíveis.

2 I INTERAÇÃO ENTRE OS PARES

É preciso considerar que, em uma classe, cada aluno tem um ritmo de aprendizagem, um vocabulário próprio, uma bagagem diferente de conhecimentos e experiências, todos esses fatores convergem para o fato de que uns aprendem mais rápido que os outros, portanto, para Selbach "o ensino deve se transformar em "ferramenta" útil para a aprendizagem de todos os alunos e assim necessita ser muito claro para alunos com mais facilidade em dominar a linguagem, mas também, para os que apresentam dificuldade maior" (2010, p. 44).

Nesse ponto, acrescenta-se o papel da interação para o ensino e aprendizagem. Para Vygotsky (1998, p. 17) "a colaboração entre os pares ajuda a desenvolver estratégias e habilidades gerais de solução de problemas pelo processo cognitivo implícito na interação e comunicação".

A interação pressupõe o envolvimento de duas ou mais pessoas. E, atualmente, ela é muito facilitada pelas diversas TIC. Assim, o termo interatividade está cada vez mais utilizado, e segundo Lippman (apud PRIMO, 2011, p. 31) sua definição é "atividade mútua e simultânea da parte de ambos participantes, normalmente trabalhando em prol de um objetivo, mas não necessariamente".

Segundo Primo (2011), as interações podem ser reativas ou mútuas, sendo que a reativa é um tipo limitado de interação ou fechada. Já a mútua é criativa, aberta, de verdadeira troca. As primeiras acontecem pelo estímulo resposta, enquanto a segunda se dá através da negociação. Dessa forma, podemos exemplificar as interações reativas como: “Gostei! Concordo! Legal o trabalho!”. Em contrapartida, as interações mútuas geram discussões e, ainda de acordo com Primo, “[...] os participantes em interação mútua, mediados por redes informáticas, vão se transformando em cada interação que se engajam” (2011, p. 112).

Nesse sentido podemos citar que um influencia o comportamento do outro, e também tem seu comportamento influenciado. Ou seja, na interação mútua uma parte atinge a outra.

Assim, as interações entre os pares apoiam-se na teoria sócio-interacionista de Vygotsky, em que o professor é figura essencial do saber por representar um elo intermediário entre o aluno e o conhecimento disponível no ambiente e tem como ideia central a construção de conhecimento mediada por símbolos, sendo a linguagem, tanto a escrita como a oral, comum a este processo.

Ainda, para Vygotsky, há dois elementos responsáveis pela mediação, que são os instrumentos e os signos. Os instrumentos têm a função de regular as ações sobre os objetos, enquanto os signos regulam as ações sobre o psiquismo das pessoas. O primeiro amplia a possibilidade de intervenção na natureza, como por exemplo, para cortar uma árvore um objeto cortante é mais eficiente que as mãos. Já, “o signo age como um instrumento da atividade psicológica de maneira análoga ao papel de um instrumento no trabalho” (VYGOTSKY, 1998, p. 59-60).

Nessa perspectiva, o papel da escola e mesmo a interferência desta é de extrema importância, no sentido de oferecer ao aluno oportunidade significativa de construção de conhecimentos, promovendo a utilização das tecnologias informáticas como instrumentos auxiliares à prática pedagógica, com o objetivo de promover interação, cooperação, comunicação e motivação, para que se possa diversificar e potencializar as relações interpessoais e intrapessoais mediante situações mediatizadas, e assim ressignificar o processo de aprendizagem, Lévy (1999).

Assim, de acordo com Vygotsky (1998, p. 101) “o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer”. Assim, recomenda-se uma prática que configure processos educativos diferentes dos empregados no passado e que hoje ainda se fazem presentes em certas salas de aulas, privilegiando e oportunizando as novas características da sociedade, que permite estar interligados a qualquer hora, em qualquer lugar.

3 I METODOLOGIA

O aporte metodológico está apoiado na utilização do *Facebook*, na pesquisa qualitativa, por meio da pesquisa ação, uso de mapas conceituais e no espaço criado F@ceMAT, que serão descritos a seguir.

3.1 A utilização do *Facebook* no ensino

O *Facebook* é um site de rede social, considerado o mais popular da história, lançado em 4 de fevereiro de 2004, por Mark Zuckerberg, enquanto aluno da Universidade de Harvard, com o objetivo de focar alunos que estavam saindo e também que estavam ingressando na Universidade, criando assim uma rede de universitários. O sistema era focado em escolas e colégios e para ter acesso era necessário ser membro de alguma instituição conhecida. (RECUERO, 2014).

Atualmente, a utilização do *Facebook* tem foco também no ensino e na aprendizagem. Costa (2013) utilizou o *Facebook* para investigar a História da Matemática que permeia os conteúdos constantes da grade curricular. Segundo a mesma autora, Costa (2013, p. 8) revela que "se constatou nesta investigação que os sites de rede social de fato participaram e modificaram o processo ensino-aprendizagem, bem como viabilizaram a produção colaborativa do conhecimento e propiciaram mudança no fazer docente".

Iahnke (2014) trabalhou com a Geometria Plana e utilizou a estratégia didática pedagógica intitulada COLMEIAS, também na Rede Social *Facebook*, onde foi possível alcançar a aprendizagem significativa, ressignificando os saberes a partir do contexto dos aprendizes, por meio da aprendizagem colaborativa. Ainda, segundo a autora em uma das questões da avaliação, adaptada de um problema proposto na aula de revisão, reconhece-se a resolução da questão pelos alunos de formas diferentes da que foi explorada em aula.

Considerando o exposto por Braga (2013), quando diz que a tecnologia traz para a prática pedagógica modos mais colaborativos ou reflexivos de ensinar e aprender, destaca-se também que apenas a inserção destas em sala de aula não trará mudanças nos processos de ensino e aprendizagem, seu uso crítico e consciente é que poderá fazer diferença na educação.

Kensky (2012) cita que em busca da qualidade da educação, mais importante que as tecnologias e os procedimentos pedagógicos modernos, é a capacidade de adequação do processo educacional aos objetivos que levam qualquer indivíduo ao encontro do desafio de aprender. Diante dessa análise, tecida por Kenski, percebe-se que tais conceitos estão presentes nas propostas de investigação aqui estudadas, corroborando com os resultados de mais envolvimento dos alunos com os estudos e assim, aprendizagens significativas.

3.2 Metodologia e organização do trabalho no F@ceMAT

Para a realização desta investigação apostou-se na metodologia qualitativa, por meio da pesquisa-ação, tendo como pressuposto a ação do professor como pesquisador em aula de aula. A pesquisa-ação, segundo Demo (2005), é um tipo de pesquisa social que vem crescendo consideravelmente em educação, pois há envolvimento do pesquisador e pesquisado. Nesse contexto, identificam-se professor e aluno, ambos em estreita relação na busca de solução para os seus problemas. Assim, na medida em que a pesquisa-ação permite conhecer a realidade também permite intervir nesta realidade através de ações, obviamente mais significativas.

Para tal, foi criado o espaço virtual F@ceMAT, na rede social Facebook, onde se destaca a utilização de mapas conceituais, que são diagramas hierárquicos que procuram refletir a organização conceitual de uma disciplina ou parte dela (MOREIRA, 2006), vídeos, jogos educativos, textos, imagens, desafios, situações-problema, material, objetos de aprendizagem, entre outros, conforme figura 1.

Para a realização das atividades propostas, em alguns momentos, os alunos utilizaram o celular em sala de aula e em outros momentos o Laboratório de Informática. Tais atividades foram utilizadas no sentido de reforçar conceitos trabalhados em aula, bem como suscitar a construção de novos conceitos, buscando romper com o padrão tradicional de aula de matemática baseada simplesmente na resolução de listas de exercícios.

Figura 1. Recorte de algumas atividades postadas no grupo F@ceMAT

Fonte: https://www.facebook.com/groups/716534575142642/

Esta pesquisa foi desenvolvida com o sétimo ano “B”, em uma escola da rede pública de Canguçu/RS. A turma era composta de onze alunos, seis meninas e cinco meninos, em que todos já repetiram pelo menos uma vez o ano letivo, sendo que quatro destes alunos estão repetindo o sétimo ano pela segunda vez, portanto, neste ano estão na condição de alunos repetentes.

Em relação à faixa etária, a turma é formada por alunos de 13 a 17 alunos, sendo que a maioria tem 14 anos de idade. Entre as características que os descrevem, pode-se citar que alguns apresentam apatia durante as aulas, pouca interação entre os pares, falta de vontade de estudar, falta de compromisso com as tarefas escolares, grande número de faltas, entre outros. Ainda, faz-se importante expressar as sérias dificuldades que tais alunos apresentam, principalmente na leitura, escrita, interpretação e raciocínio. No entanto, chama atenção o fato de que os alunos mesmo questionados a respeito de suas dificuldades, dificilmente pronunciam-se.

4 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

O F@ceMAT, conforme descrito na metodologia, serviu de espaço para a realização de diversas atividades. Uma das diferenças entre as atividades que acontecem na escola e nos demais espaços é que as primeiras "[...] são sistemáticas, tem uma intencionalidade deliberada e compromisso explícito (legitimado historicamente) em tornar acessível o conhecimento formalmente organizado" (REGO, 2014, p. 104).

Para esta análise escolheu-se uma das atividades propostas e as interações proporcionadas entre os pares a partir desta, por acreditar-se na capacidade de transformação que a interação mútua permite, discutida no referencial teórico. Assim, a interação entre os pares, aluno e professor, aluno e aluno, foi priorizada e intensificada neste espaço, visto que conforme cita Borba e Penteado (2012) é possível ensinar e aprender matemática através de interações *on-line*.

Na perspectiva de Vygotsky, é fundamental redefinir a função do professor, deixando este de ser um agente exclusivo de informação e formação e considerando a importância das interações estabelecidas no processo de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, para Rego (2014, p. 115) "[...] a função que ele desempenha no contexto escolar é de extrema relevância, já que é o elemento mediador (e possibilitador) das interações entre os alunos e das crianças com os objetos de conhecimento".

Analisando o espaço virtual F@ceMAT, numa visão de elementos mediadores, podemos dizer que o espaço propriamente dito é o instrumento, enquanto, por signo entende-se os vídeos postados, as imagens, os jogos, os textos, objetos de aprendizagem, atividades e situações problemas. Quando o aluno, por exemplo, assisti ao vídeo que está postado no espaço para revisar um conceito matemático, reafirma-se o signo. Ou seja, com o uso dos signos segundo elemento mediador, o homem pode ampliar sua capacidade de atenção, memorização, entre outros. (VYGOTSKY, 1998).

No entanto, quando se reforça a importância da interação para o processo de ensino, não é qualquer interação que se está defendendo. Busca-se, assim, nesta discussão enfatizar as interações do tipo mútua como aquelas mais propícias ao objetivo proposto. A interação mútua é entendida pelo princípio da não somatividade, ou seja, não é vista pela soma das ações ou características individuais de cada interagente.

Para Primo (2011, p. 106), [...] as interações mútuas distanciam-se da lógica de causa e efeito – onde a condição antecedente A é suficiente para causar a condição consequente B, isto é, “se A, então B”, - presente em sistemas reativos e que sublinha as perspectivas transmissionista e behaviorista (estímulo-resposta).

Sabe-se que as interações ocorridas via F@ceMAT são diferentes das ocorridas em sala de aula, no entanto, conforme cita Primo (2011), não se pode supor que o computador é neutro ou transparente e não oferece impacto as interações que media. Assim, segundo o mesmo autor (2011, p. 101) “cada meio oferece simultaneamente certas possibilidades e certas limitações a interação”.

A atividade apresentada a seguir, figura 2, é considerado na teoria Vygotskyniana como um signo, apresenta um sítio dividido em partes e cada parte com o seu respectivo tamanho é destinada a uma atividade. O questionamento proposto pelo professor é qual a área/fração do sítio é destinada a sede?

Figura 2. Atividade postada no grupo F@ceMAT

Fonte: https://www.facebook.com/groups/716534575142642/

As interações ocorridas a partir desta atividade mostram que certos alunos somaram as frações apresentadas e a consideraram como resposta, conforme figura 3, demonstrando ausência de interpretação da situação.

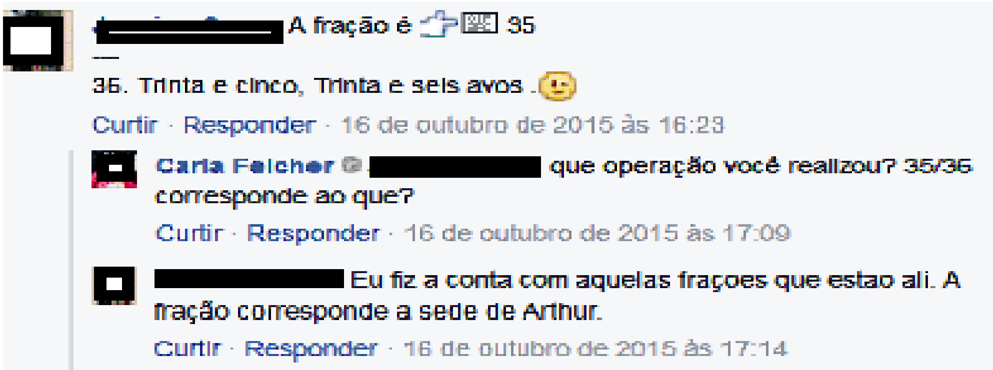


Figura 3. Recorte das interações no grupo F@ceMAT

Fonte: https://www.facebook.com/groups/716534575142642/

Na sequência das interações, outro aluno apresenta seu raciocínio, que não difere do que já foi apresentado, conforme figura 4, necessitando assim, que o professor retome o questionamento proposto.

Figura 4. Recortes das interações no grupo F@ceMAT

Fonte: https://www.facebook.com/groups/716534575142642/

A última interação apresentada na figura 4, mostra o questionamento do professor no sentido de levar os alunos a perceberem que o raciocínio empregado está incompleto. Somando as frações dadas obtém-se a fração do sítio utilizada, quando na verdade, o que se está perguntando é o restante do sítio, ou seja, a sede, que não tem indicação de quantidade. As interações entre os alunos neste espaço virtual têm caráter recursivo, conforme salienta Primo (2011, p. 107), quando diz que “cada ação retorna por sobre a relação, movendo e transformando tanto o próprio relacionamento quanto os interagentes (impactados por ela)”.

Após, as interações entre alunos e professor, a figura 5, postada por uma aluna mostra a resposta correta, bem como o raciocínio empregado, que é adequado à situação apresentada.

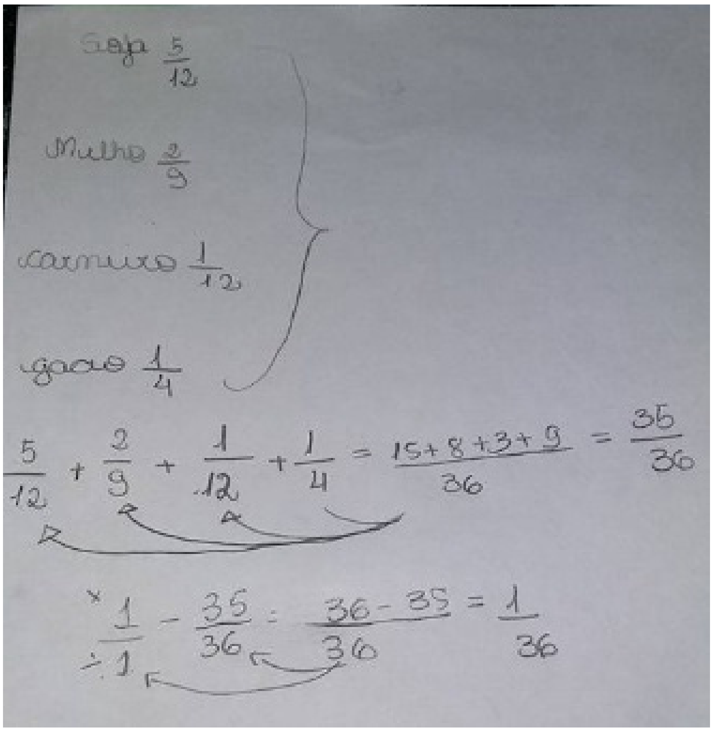


Figura 5. Recortes das interações no grupo F@ceMAT

Fonte: https://www.facebook.com/groups/716534575142642/

De maneira geral é possível perceber que estes alunos buscaram trabalhar com os números, logo, somaram as frações apresentadas somente e deram por respondida a situação. As interações foram importantes neste sentido, para chamar atenção do aluno ao que estava sendo solicitado e fazendo com que ele repensasse o que havia produzido.

Identifica-se, também, o que foi mencionado na introdução a respeito da falta de entendimento do conceito de fração, visto que os alunos obtiveram a parte ocupada 35/36, mas tiveram dificuldade em diminuir esse valor do total, que é um inteiro.

De acordo com a teoria de Vygotsky, o indivíduo se desenvolve à medida que interage com o meio e com os outros indivíduos, através do movimento de internalização e externalização (dialética) de signos e sistemas de símbolos e sofre as interferências desse meio. Então, para Vygotsky, o meio exerce grandes influências no desenvolvimento desse indivíduo, o que nos faz refletir sobre o papel da escola na sociedade contemporânea, bem como do profissional professor e em especial das tecnologias que tem papel marcante na sociedade atual.

5 I CONSIDERAÇÕES

É indiscutível a presença das tecnologias digitais na vida das pessoas e o quanto elas podem modificar e influenciar os hábitos e as atitudes dos indivíduos, o que ainda se torna mais evidente quando o público em questão são os jovens. Jovens estes ávidos pelo novo, pela descoberta, buscando romper com sistemas fechados.

Afinal, é impossível querer que nossos jovens enfileirados, estáticos, solitários e calados sintam prazer em estudar e respondam ao sistema com aproveitamento satisfatório. Sem falar nos conteúdos curriculares, muitas vezes concebidos como inquestionáveis, verdades absolutas, trabalhados através de metodologias que se resumem a copiar e resolver listas de exercícios. Nesse sentido, sem discutir se as tecnologias são boas ou más, porque esse não é objetivo deste artigo, mas com a certeza de que este cenário é irreversível, o grupo F@ceMAT foi pensado e construído a cada dia.

E foi avaliado como coerente aos objetivos propostos, já que oportunizou aos pares interações mesmo fora das cinco horas aulas semanais. Assim, professor e aluno, aluno e aluno, trocaram ideias, sugestões; o aluno pode rever conceitos e o raciocínio empregado, oportunizando e colaborando para o ensino e aprendizagem dos números racionais. Contudo, durante a realização deste projeto de ensino muitos entraves e problemas aconteceram, dentre eles, o laboratório de informática da escola que a cada dia dispunha de um computador a menos, motivos técnicos, o acesso a Internet que nem sempre era possível, a conexão dos alunos pelo celular que nem sempre permitia abrir certas atividades.

Ademais, percebeu-se que aos poucos os alunos foram envolvendo-se com a proposta e cada vez mais interagindo no grupo. Registra-se que a dedicação do aluno faz a diferença em qualquer proposta de ensino e aprendizagem.

As redes sociais, e mais ainda o *Facebook,* fazem parte do cotidiano dos indivíduos, porém, aplicadas à Educação ainda configuram uma área recente, sendo necessário, ainda, mais estudos e reflexões no sentido de qualificar as experiências. E em se tratando de Matemática, esta é uma região menos desbravada, o que torna relevante as produções sobre essa abordagem.

REFERÊNCIAS

BRAGA, D. B. **Ambientes Digitais:** reflexões teóricas e práticas. São Paulo: Cortez, 2013.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares da Matemática**: Matemática. Brasília: MEC/1998.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

COSTA, Ana Maria Simões Netto. **Twitter e Facebook: aprendizagem colaborativa em Matemática.** Dissertação (Mestrado Profissional). Programa de Pós-Graduação em ensino de Ciências e Matemática. Universidade Federal de Pelotas. Faculdade de Educação. Pelotas, 2013.

DEMO, Pedro. **Metodologia da Investigação em Educação**. Curitiba: Ibpex, 2005.

IAHNKE, Silvana Letícia Pires. **COLMEIAS:** Uma estratégia didático-pedagógica para potencializar a aprendizagem significativa através da colaboração nas redes sociais em contextos móveis. Tese de doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde. Rio Grande, 2014.

KENSKI, Vani Moreira. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 9 ed. Campinas/SP: Papirus, 2012.

LEVY, Pierre. **Cibercultura**. Tradução: Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34, 1999.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.** Brasília: Universidade de Brasília, 2006.

PRIMO, Alex. **Interação mediada por computador**. Porto Alegre: Sulina, 2011.

RECUERO, Raquel. **Redes sociais na internet**. 2 ed. Porto Alegre: Sulina, 2014.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 25 ed.Petópolis: Vozes, 2014.

SEABRA, Cristina Marcela de Cordeiro. **As redes sócias e a aprendizagem de matemática baseada na resolução de problemas – um estudo e caso com alunos do ensino superior.** Disponível em: https://repositorium.sdum.uminho.pt/.../Cristina%20Marcela%20Cordeiro%. Dissertação de Mestrado Universidade do Moinho, 2013.

SELBACH, Simone. **Matemática e didática**. Petrópolis: Vozes, 2010.

SERRES, Michel. **Polegarzinha.** Tradução Jorge Bastos. Bertrando Brasil: Rio de Janeiro, 2013.

TOKAHASHI, Tadao (org.) **Sociedade da Informação no Brasil**: Livro Verde. Brasília: Ministério da Ciência e Tecnologia, 2000.

VYGOTSKY, L. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

CAPÍTULO 12

REDE DE CONVERSAÇÃO EM UMA CULTURA DIGITAL: UM MODO DE PENSAR, AGIR E COMPREENDER O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO SUPERIOR

Daniel da Silva Silveira
Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF/FURG)
Rio Grande – RS

Tanise Paula Novello
Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF/FURG)
Rio Grande – RS

Débora Pereira Laurino
Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF/FURG)
Rio Grande – RS

RESUMO: Este trabalho é um recorte de uma pesquisa de doutorado a qual objetivou compreender as percepções dos professores de Matemática e dos estudantes em relação ao uso das tecnologias digitais no processo formativo no Ensino Superior. O campo empírico da pesquisa é constituído por três redes de conversação das quais fazem parte estudantes de duas turmas de graduação, professores de Matemática do Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF) e integrantes de um Grupo de Pesquisa, ambos da Universidade Federal do Rio Grande – FURG. A pesquisa é balizada pelo caminho explicativo da objetividade entre parênteses nos posicionando como observadores implicados e utilizamos a técnica do Discurso do Sujeito Coletivo (DSC) para analisar os registros produzidos nos fóruns e no questionário online, o que resultou em oito discursos coletivos intitulados: “Uso da tecnologia digital pelo olhar do estudante”, “Cultura do processo de ensinar”, “Aprender Matemática por meio das tecnologias digitais”, “A busca pelo operar a tecnologia digital na prática pedagógica”, “O aprender Matemática enatuado na docência pelas tecnologias digitais”, “A tecnologia digital nos processos de ensinar e de aprender”, “Compreensões sobre o uso das tecnologias digitais” e “Formação permanente no contexto das tecnologias”. Para este trabalho, escolhemos para analisar o discurso “Formação permanente no contexto das tecnologias”, a qual evidenciamos a importância de uma formação continuada do professor, em que possa atualizá-la no modo como se apropria das ferramentas digitais para desenvolver suas atividades didático-pedagógicas no âmbito da formação dos futuros profissionais que compõem o quadro de estudantes da Universidade.

PALAVRAS-CHAVE: cultura digital; ensino de Matemática; rede de conversação; tecnologias digitais.

ABSTRACT: This work is a cut of a doctoral

research that aimed to understand the perceptions of mathematics teachers and students in relation to the use of digital technologies in the training process in Higher Education. The empirical field of research consists of three conversation networks, which include students from two undergraduate groups, Mathematics professors from the Institute of Mathematics, Statistics and Physics (IMEF) and members of a Research Group, both from the Federal University of Rio Grande - FURG. The research is based on the explanatory path of parenthetical objectivity, placing us as implied observers and using the Collective Subject Discourse (DSC) technique to analyze the records produced in the forums and the online questionnaire, which resulted in eight collective discourses entitled "the use of technology in the students point of view", "the teaching culture", "to learn Mathematics through digital technology", "the necessity of using digital technology in pedagogical practice", "the learning Mathematics made in teaching through digital technology", "the teaching technology in the teaching learning process", "the analysis of digital technology use" and "further education in technological context". For this work, we chose to analyze the discourse "further education in technological context", which showed the importance of a continuous formation of the teacher, in which he can update it in the way in which he appropriates the digital tools to develop his didactic in the scope of the training of future professionals who make up the university's student body.
KEYWORDS: digital cultural; teaching mathematics; conversation network; digital technologies.

1 I INTRODUÇÃO

As informações, as implicações de nossas ações, os impactos sociais e ambientais de nosso viver e atuar em sociedade, o que inclui nossas atividades profissionais, podem ser percebidas rapidamente devido à velocidade da tecnologia digital, ocasionando a ampliação de nosso olhar e de nossa consciência sobre nossos atos e decisões. Observamos que profissionais das mais variadas áreas se deparam com situações que requerem soluções criativas, atitudes inovadoras, utilização de tecnologias digitais em suas ações diárias, capacidade de planejar e de desenvolver estratégias para resolver conflitos, cooperar e conviver na diversidade cultural.

O operar recorrente de tecnologia digitais, em confluência com a globalização econômica, política e social, gera outras formas de comunicação, novas construções culturais e diversidade de práticas sociais. Viver em uma sociedade em rede amplia o acesso e a produção da comunicação e do conhecimento, potencializa diferentes interações, alterando o cotidiano da vida dos indivíduos (CASTELLS, 2016).

Entendemos o operar, a partir de Maturana e Varela (2001), como um mecanismo que gera uma conduta, um modo de viver, agir e entender. Neste trabalho estaremos nos referindo ao operar da tecnologia digital no ensino de Matemática na Educação Superior como uma forma de significar e de compreender a tecnologia digital no ensino da Matemática. Assim, o operar da tecnologia pode potencializar diferentes processos de interação entre sujeitos, bem como transformar ou constituir diferentes culturas digitais, que podem ser coerentes com os modos de compreensão e significação dos sujeitos.

As influências que a tecnologia digital tem sobre os processos educacionais provocam outras mediações entre a abordagem do professor, a compreensão do estudante e o conteúdo problematizado (KENSKI, 2007). A maneira como professores e estudantes operam as tecnologias digitais no ambiente educativo podem modificar o comportamento desses sujeitos e alterar a lógica da sala de aula.

A organização do espaço e do tempo, o número de estudantes que fazem parte de cada turma e os objetivos do ensino precisam ser reconsiderados para que a tecnologia digital possa auxiliar nos processos interativos e de compreensão conceitual. Assim, incluir nos currículos dos cursos de graduação disciplinas ou práticas que explorem artefatos digitais no contexto das futuras profissões corrobora para o explicar argumentativo das compreensões, invenções, ideias e ações dos estudantes (MARIN, 2012).

As universidades, por exemplo, têm passado por diferentes transformações nos últimos tempos. Os processos de organização da estrutura acadêmica, que inclui a criação de disciplinas, seu planejamento e desenvolvimento, tendo como tema as tecnologias digitais no processo pedagógico e na formação do profissional, bem como o operar sobre diferentes ferramentas tecnológicas, têm sido repensadas a fim de contemplar as demandas atuais dos sujeitos e da sociedade, o que pode possibilitar a construção de uma nova cultura.

Bonilla (2005) e Kenski (2007), apontam em seus estudos que os sujeitos que compõem os espaços educativos demandam aprofundar sua visão sobre as tecnologias digitais e o modo de utilizá-las, o que poderá possivelmente transformar a cultura digital nos espaços de ensino e de aprendizagem. Já Batista e Barcelos (2013), apresentam modelos participativos de aprendizagem por meio da utilização das tecnologias digitais, os quais apontam que as práticas pedagógicas podem valer-se dessas ferramentas para mobilizar os estudantes a refletir sobre o processo do aprender.

A partir dessa concepção, acreditamos que o uso das tecnologias digitais potencializa aos sujeitos múltiplas possibilidades para a construção de saberes, troca e construção de novos conhecimentos, bem como o desenvolvimento de atividades interativas. Para, Souza Júnior e Moura (2010), inovar ou modificar a prática pedagógica não é simplesmente utilizar a tecnologia digital a todo tempo de maneira homogênea, mas possibilitar que cada estudante opere as tecnologias digitais de acordo com suas necessidades, e que o professor, como mediador do processo, possa contribuir no planejamento, na observação, na reflexão e na análise do trabalho que o estudante está realizando, auxiliando-o a resolver problemas.

Os mesmos autores acrescentam que o uso da tecnologia digital, por meio de animações e simulações no ensino da Matemática, permite que o estudante experimente diferentes caminhos e visualize conceitos de diferentes pontos de vista. Isto pode possibilitar o despertar de novas ideias, a curiosidade e a resolução de problemas, bem como o desencadear da interação entre os sujeitos.

Segundo Tardif e Lessard (2005, p. 235), "ensinar é um trabalho interativo", ou seja, a interação com os estudantes caracteriza-se como objeto essencial na atividade profissional docente. Assim, utilizar tecnologias digitais para ensinar Matemática incita a criatividade e a interação do estudante, o que contribui para a compreensão dos conceitos dessa área do conhecimento.

Nessa direção, este trabalho objetiva, apresentar as compreensões acerca das percepções dos professores de Matemática e dos estudantes em relação ao uso das tecnologias digitais no processo formativo no Ensino Superior.

2 I PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

O nosso explicar está fundamentado na objetividade entre parênteses, na qual não existe uma objetividade independente do observador para validar o explicar, pois este está imerso na explicação. No caminho explicativo da objetividade entre parênteses, não se cria uma dinâmica de negação na convivência, uma vez que existem tantos mundos possíveis como possibilidades de relações consensuais recorrentes (MATURANA, 2014). Por isso, nosso explicar tem a ver com a maneira como perguntamos e operamos o fenômeno investigado.

Ao perguntarmos o porquê de um fenômeno ou como operamos o fenômeno, existe diferença, pois no primeiro modo, o observador busca uma justificativa ou princípio explicativo que dê conta do fenômeno, constituindo relações de causalidade. Já no segundo modo, centramos em como ocorre o processo, buscando compreender como se organiza uma experiência que constrói modos de viver, sentir e pensar (MARASCHIN, 2004). Este segundo modo é a concepção que temos para compreender nosso problema de pesquisa, que está alicerçado na Biologia do Conhecer de Humberto Maturana e Francisco Varela: Como são operadas as tecnologias digitais pelos professores de Matemática no Ensino Superior?

Explicaremos o operar das tecnologias digitais pelos professores de Matemática na universidade, sob a perspectiva de que o conhecimento produzido é resultado do que emerge na convivência, como um entrelaçamento do emocionar e do linguajar em que vivemos. Para Maturana (2014, p. 91), "somos o que conversamos, e é assim que a cultura e a história se encarnam em nosso presente", é assim que explicaremos o fenômeno sintetizado na questão de pesquisa.

Para explicar o fenômeno e o campo empírico no qual ele se insere, utilizamos instrumentos, técnicas e procedimentos para a construção e armazenamento dos registros: os fóruns, o questionário, o conversar e a observação. Para organizar e articular os registros e sua relação com o fenômeno, utilizamos o Discurso do Sujeito Coletivo (DSC) proposta por Lefèvre e Lefèvre (2005), por ser uma forma de organizar os discursos pela análise de diferentes materiais verbais que constituem seu corpus, possibilitando assim o exercício de produzir e expressar sentidos no que se refere o operar da tecnologia digital para ensinar Matemática na Educação Superior.

Para tanto, Lefèvre e Lefèvre (2005) apontam quatro operações para construir o discurso coletivo. Cada operação influencia na compreensão e na constituição do discurso coletivo e são as Expressões-Chave (E-Ch) que o compõem. As E-Ch são fragmentos contínuos ou descontínuos dos discursos, selecionados pelo pesquisador e que manifestam a essência do conteúdo do depoimento.

Em nossa pesquisa, as E-Ch emergiram dos instrumentos de registros das três redes de conversação, com o propósito de sintetizar as ideias e falas. No que tange à primeira rede, as E-Ch foram compostas dos depoimentos dos estudantes a partir dos fóruns disponibilizados no Moodle, em nossas duas disciplinas, Geometria Dinâmica I e Métodos Numéricos Computacionais. As E-Ch relacionadas à segunda rede de conversação, formada pelos professores do Instituto de Matemática, Estatística e Física (IMEF), foi constituída das respostas do questionário online encaminhado aos docentes. Em relação à terceira rede de conversação, as E-Ch surgiram das problematizações do circuito de quatro fóruns realizado com os integrantes do Grupo de Pesquisa Educação a Distância e Tecnologia (EaD-TEC).

A segunda operação da metodologia do DSC é denominada de Ideias Centrais (IC), as quais descrevem de maneira sintética os sentidos das E-Ch. As IC são abstratas e tem como objetivo identificar cada sentido ou posicionamento presente nos depoimentos. Ao analisarmos as inúmeras E-Ch referente às três redes de conversação, emergiram várias IC.

A ancoragem (AC) é a terceira operação, que é a expressão de uma determinada teoria ou ideologia que o depoente manifesta. De acordo com Lefèvre e Lefèvre (2005), podemos considerar a AC como afirmações genéricas usadas pelos sujeitos para enquadrar situações particulares. Ademais, para que haja ancoragem é preciso encontrar no depoimento, marcas discursivas explícitas a respeito dela. No que se refere nossos registros, percebemos o surgimento de sete ancoragens: dar-se conta nas práticas pedagógicas; cultura digital; enação; interação; cultura de ensino; formação docente; e aprender.

No decorrer do processo, as três operações do DSC convergem para a constituição de um ou mais discursos coletivos das três redes de conversação. Nesse sentido, Lefèvre e Lefèvre (2005), apontam que o discurso coletivo é a síntese que deriva das etapas de extração das E-Ch e das IC, representando o conjunto dos discursos. Além disso, os autores acrescentam que o discurso coletivo representa a manifestação de um grupo de sujeitos, ou seja, que em seu conjunto de ideias ou expressões, tal discurso é representativo do pensamento de todos.

Sendo assim, a partir dos depoimentos dos estudantes da primeira rede de conversação, construímos três discursos coletivo com a técnica do DSC denominados: “Uso da tecnologia digital pelo olhar do estudante”, “Cultura do processo de ensinar”, e “Aprender Matemática por meio das tecnologias digitais”. Foram elaborados dois discursos a partir da segunda rede de conversação, constituída pelos professores de Matemática do IMEF, definidos como: “A busca pelo operar a tecnologia digital na prática pedagógica” e “O aprender Matemática enatuado na docência pelas tecnologias digitais”. Ademais, foram gerados três discursos coletivos a respeito da terceira rede de conversação composta por integrantes do grupo de pesquisa EaD-TEC, intitulados: “A tecnologia digital nos processos de ensinar e de aprender”, “Compreensões sobre o uso das tecnologias digitais” e “Formação permanente no contexto das tecnologias”.

Escolhemos o discurso a “Formação permanente no contexto das tecnologias”, para na próxima seção, apresentar a sua análise, a qual evidenciamos a importância de uma formação continuada do professor, em que possa atualizá-la no modo como se apropria das ferramentas digitais para desenvolver suas atividades didático-pedagógicas no âmbito da formação dos futuros profissionais que compõem o quadro de estudantes da Universidade.

3 I COMPREENSÕES SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES NO CONTEXTO DAS TECNOLOGIAS

Ao pensarmos no processo de formação de professores, necessitamos considerar sua ontogenia, pois o professor que somos hoje se constitui pela coordenação de coordenações de nossas ações, na recursão das práticas e vivências que constituem a nossa história (MATURANA, 2002). As ações se concretizam através das representações que construímos com os seres humanos com quem já vivemos e com aqueles com os quais atualmente estamos, numa congruência determinada pelo tempo e espaço.

Por isso, é complexo caracterizarmos uma formação de professores ideal, pelo fato de termos uma diversidade de objetivos, interesses, sujeitos e contextos. Para Gatti (2008), existem muitas estratégias didáticas, recursos e práticas pedagógicas que são postas sob a formação de professores – horas de trabalho coletivo, reuniões pedagógicas, congressos, relações profissionais presenciais e virtuais, cursos de aperfeiçoamento – sendo compreendidas como ações que podem auxiliar o profissional da docência em espaços de convivência a “contemplar o uso da tecnologia digital, mostrando a importância nas atividades de cada profissão” (extrato do DSC).

Para Maturana e Varela (2002), os espaços de convivência se estabelecem no fluxo de interações entre as pessoas e o ambiente, o que permite a transformação desses sujeitos. Eles ocorrem no cotidiano, de forma recursiva, onde as pessoas estão entrelaçadas pelo emocionar e pelo linguajear em conversação. Logo, desejamos que os processos de ensinar e de aprender configurem-se como espaços de convivência, no qual professores e estudantes se transformem.

É na convivência que ocorre a construção da cultura que passa a ser própria e particular do grupo que a constrói, influenciada pela cultura existente e transformada pelas ressignificações no contexto de nossas experiências. Nesse sentido, somos influenciados pela cultura em que vivemos ao longo do nosso desenvolvimento, embora ela não assuma caráter determinístico, pois somos autônomos e autopoiéticos, o que nos possibilita modificá-la (MATURANA e VARELA, 2002).

A formação do professor e sua ação docente são importantes geradores de comportamentos e de atitudes nos estudantes, principalmente quando sua atuação, através das práticas pedagógicas, potencializa processos de criticidade, autonomia e a construção do conhecimento. Esses processos que podem ser recorrentes e recursivos e, para Maturana e Varela (2001), ocorrem a partir de transformações e de interações próprias, se constituindo em um sistema concreto através de uma rede, o que implica que o conhecimento construído transcende os processos mecânicos de aprendizagem ao considerar os elementos já conhecidos, e também a sensibilidade, a intuição e a emoção.

Segundo Maturana (2014), a tecnologia pode ajudar a melhorar as nossas ações, porém é indispensável que nosso emocionar também mude. É apontado no discurso coletivo a necessidade de ampliação dos investimentos na formação de professores, “mas a liberação de professores para formação continua utilizando a mesma técnica e com as mesmas restrições” (extrato do DSC). Tal excerto nos remete a pensar que é necessário escutarmos as angústias, as dificuldades e as emoções desses professores a respeito do que desejam para ressignificar sua formação, seja com o uso da tecnologia digital ou não. Somente se houver um espaço em que o professor possa ser ouvido e legitimado e que possa ouvir e legitimar o outro é que as coordenações de pontos de vista, de ideias e de experiências podem ser provocadas e levar à transformação na forma de ser e pensar dos professores. Nenhum recurso tecnológico contribuirá para sua prática, em virtude de não haver acoplamento estrutural, ou seja, não se estabelece interação entre os professores e o ambiente.

O emocionar funda as interações com as tecnologias digitais durante os processos educacionais que consequentemente produzem e ampliam diferentes redes de relações. Essas relações que se estabelecem entre as tecnologias digitais e os sujeitos que compõem os espaços educativos se constituem como uma ecologia cognitiva que modula e é modulada pelas redes de conversação. Porém, o discurso salienta que mesmo a tecnologia permitindo transformar metodologias de ensino, o caráter pedagógico não é explorado, “talvez a tecnologia tenha esse potencial de revolucionar métodos para desencadear processos interativos, mas infelizmente ainda não implementados pedagogicamente” (extrato do DSC).

Nessa perspectiva, é importante que as instituições formadoras oportunizem interações e potencializem processos criativos aos estudantes, pois ninguém ensina o outro, mas geramos perturbações, para que ocorra a construção do conhecimento.

Para Pizzato e Moreira (2011, p. 5, grifo do autor), “podemos dizer que nada externo ao aluno pode determinar sua aprendizagem, mas apenas desencadeá-la como um agente perturbador”, então definimos como os agentes perturbadores o docente, suas práticas pedagógicas e o coletivo de sujeitos na sala de aula. Além disso, apontamos a necessidade de aprendermos a viver em um mundo sem estruturas preestabelecidas, criar novos caminhos, pois não existem limites para o desenvolvimento dos sujeitos porque a construção de conhecimento não tem limites (PELLANDA, 2001).

Aprender implica em uma mudança estrutural que ocorre pelas perturbações derivadas das relações do sujeito com sua contingência. As mudanças condutais de cada sujeito são geradas de acordo com o resultado da sua história de interações, de maneira que a adequação das mudanças condutais do sujeito às mudanças do ambiente são o resultado da conservação da adaptação deste (MATURANA, 2014). Assim, a tarefa do professor implica na criação de um espaço de convivência para o qual se convide o outro a conviver, por um certo tempo, espontaneamente. Acreditamos ser nessa convivência, que ambos, professores e estudante, irão transformar-se de maneira congruente.

Para Maturana (2002), o processo educacional gera o modo de viver de uma comunidade, pois o modo com que vivemos implica no modo com que educamos. Essa recursividade possibilita percebermos a educação como um sistema que “tem efeitos de longa duração que não mudam facilmente” (MATURANA, 2002, p. 29). No decorrer do discurso surge o questionamento: “A falta de conhecimento da tecnologia para o uso pedagógico é sim um problema, mas como vencer o conhecimento sobre o recurso para posteriormente pensar como integrá-lo às práticas?” (extrato do DSC). As interações que possibilitam ao outro se constituir podem permitir a manifestação de perguntas. Estes questionamentos, quando acolhidos e legitimados, geram ambientes de aprendizagem que, consequentemente, mobilizam as socializações das práticas.

As interações surgem a partir da necessidade de socializar, ao sentir que sua experiência, seu modo de agir, viver e pensar é considerado legítimo pelo coletivo. Para Lângaro (2003), a interação que legitima o sujeito possibilita que cada um seja responsável por adotar uma postura investigativa, pesquisando soluções e compartilhando com os demais, suas ideias, seus questionamentos e suas descobertas.

Um dos modos de potencializar o aprender é através de interações que permitem a cada um assumir a responsabilidade pelo desenvolvimento do seu trabalho e do trabalho coletivo. Assumir responsabilidade sobre seu próprio trabalho pressupõe que este seja desafiador, motivador, que realmente instigue a investigar. A possibilidade de elaborar uma atividade pedagógica cujos os professores proponham aos estudantes a escolha do tema que gostariam de estudar, pode ser um começo para mudar a forma de agir e compreender a docência, pois conforme o discurso “é preciso que este esteja inserido e seja ‘preparado’ para trabalhar com as tecnologias e suas potencialidades, problematizando suas contribuições ao seu trabalho enquanto professor” (extrato do DSC).

No entanto, percebemos que as mudanças na prática do professor, a respeito do uso da tecnologia, ainda não são recorrentes, pois segundo o discurso “As mudanças ainda são pontuais, visto que o professor na Universidade ainda resiste à tecnologia digital por medo, insegurança ou por não ter sido contemplado na sua formação” (extrato do DSC). Nesse sentido, Pimenta et al. (2013) apontam que a formação deve ser pensada como uma construção coletiva para que, assim, possam encontrar soluções para enfrentar os desafios das ações educativas, construindo novos saberes e transformando as atuais práticas pedagógicas.

Desse modo, mais do que a necessidade de se estabelecer fronteiras entre a forma de utilizarmos as tecnologias digitais, pensamos que é no refletir sobre os processos e ações que potencializam a apropriação tecnológica dos professores e dos estudantes, é preciso que consideremos engendrar uma prática que inclua os saberes pedagógicos, conceituais, tecnológicos ou contextuais. Assim, a relevância da prática pedagógica estará centrada na mobilização de saberes que ela possibilita ao realizá-la.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do conversar poderemos repensar as propostas de ensino na Universidade, contemplando nos processos formativos dos profissionais, momentos de atualização e de reconstrução de concepções sobre o uso da tecnologia digital. Para isso, acreditamos que uma possibilidade de transformação é utilizar a tecnologia digital com finalidade pedagógica atrelada ao planejamento de disciplinas, atividades transversais e projetos de ensino cooperativos, que oportunizem vivências e experiências pessoais e coletivas que possam ser compartilhadas.

A recursividade de uma formação permanente, a recorrência do conversar sobre o operar das tecnologias digitais como ação para reconstruir e recriar as práticas docentes, são possibilidades para encontrar caminhos e maneiras para trabalhar e criar conceitos, procedimentos e atitudes que levem a percepção de que nossa ação de ensinar é uma ação de coensinar, uma vez que somos vários professores em um curso e que o aprender do estudante é relacional e pode acontecer pela coordenação de coordenações de ações.

REFERÊNCIAS

BATISTA, S. C. F.; BARCELOS, G. T. Análise do uso do celular no contexto educacional. **RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 11, n. 1, p. 1-10, 2013.

BONILLA, M. H. S. **Escola aprendente:** para além da sociedade da informação. Rio de Janeiro: Quartet, 2005.

CASTELLS, M. **A sociedade em rede – a era da informação:** economia, sociedade e cultura. São

Paulo: Paz e Terra, 2016.

GATTI, B. A. Análise das políticas para formação continuada no Brasil, na última década. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas/SP, v. 37, n. 13, p. 57-69. 2013.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias:** o novo ritmo da informação. Campinas: Papirus, 2007.

LÂNGARO, A. G. **Tecnologia e prática pedagógicas** – movimentos e vicissitudes na busca da constituição de uma comunidade de aprendizagem. 2003. 145f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Social e Institucional), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

LEFÈVRE, F.; LEFÈVRE, A. M. C. **O discurso do sujeito coletivo:** um novo enfoque em pesquisa qualitativa (desdobramentos). Caxias do Sul: Educs, 2005.

MARASCHIN, C. Pesquisar e intervir. **Psicologia & Sociedade**, Porto Alegre, v. 16, n. 1, p. 62-77. 2004.

MARIN, D. Professores universitários que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino de matemática: quem são eles? **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 07, n. 1, p. 62-77. 2012.

MATURANA, H. **Cognição, ciência e vida cotidiana.** Belo Horizonte: UFMG, 2014.

MATURANA, H.; VARELA, F. **De máquinas e seres vivos.** Porto Alegre: Artmed, 2002.

MATURANA, H.; VARELA, F. **A árvore do conhecimento:** as bases biológicas da compreensão humana. São Paulo: Palas Athena, 2001.

PIMENTA, S. G. et al. A construção da didática no GT Didática: análise de seus referenciais. **Revista Brasileira de Educação**, v. 18, n. 52, p. 143-162, 2013.

PELLANDA, N. M. C. Muito além do jardim: transpondo o conhecimento disciplinar do sujeito moderno. **Redes – Economia para o homem e desenvolvimento regional**, Santa Cruz do Sul, v. 6, n. 1, p. 127-136. 2001.

PIZZATO, M. C.; MOREIRA, M. A. A perspectiva epistemológica de Humberto Maturana e suas contribuições para a Didática das Ciências. In: **Anais do VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências**, Campinas, 2011. p. 1-13.

SOUZA JÚNIOR, A. J.; MOURA, E. M. Constituição de um ambiente virtual de aprendizagem com objetos de aprendizagem. In: OLIVEIRA, C. C.; MARIM, V. **Educação Matemática:** contextos e práticas docentes. Campinas: Alínea, 2010. p. 179-190.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente.** Elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis: Vozes, 2005.

CAPÍTULO 13

FORMAÇÃO DE PROFESSOR: IMPLICAÇÕES DO SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

Joseane Gabriela Almeida Mezerhane Correia
Secretaria de Estado de Educação/UFAC
Rio Branco-Acre

Itamar Miranda Silva
Universidade Federal do Acre /UFAC
Rio Branco-Acre

Salete Maria Chalub Bandeira
Universidade Federal do Acre /UFAC
Rio Branco-Acre

RESUMO: O objetivo deste trabalho é apresentar construções de atividades envolvendo o ensino de matemática utilizando o *software* GeoGebra 5.0 como ferramenta tecnológica para o ensino de geometria plana. Dialogamos com o tema de pesquisa durante andamento do estudo em um programa de mestrado profissional sobre o objeto matemático e as maneiras de agir e pensar docentes mobilizados para o ensino do mesmo com auxilio do software no contexto do ensino fundamental, permitindo assim, uma comunicação da álgebra com a geometria em um mesmo ambiente computacional. A metodologia é uma pesquisa predominantemente qualitativa e consistiu em desenvolver atividades envolvendo área de figuras planas com um professor, de uma escola básica. Os resultados parciais permitiram evidenciarmos que o professor que ensina matemática amplia suas metodologias de ensino e consequentemente avança na formação continuada com o uso de recursos tecnológicos ampliando assim possibilidades e perspectivas para que esse professor possa enfrentar os desafios da contemporaneidade.

PALAVRAS-CHAVE: Formação de professor; Geometria plana; *Software* GeoGebra.

ABSTRACT: The objective of this work is to present constructions of activities involving the teaching of mathematics using Geogebra 5.0 software as a technological tool for the teaching of flat geometry. We discuss with the research theme during the course of the study in a professional master's program on the mathematical object and the ways of acting and thinking teachers mobilized to teach it with the help of software in the context of elementary education, thus allowing a communication of the algebra with geometry in the same computational environment. The methodology is a predominantly qualitative research and consisted in developing activities involving área of flat figures with a teacher, of a basic school. The partial results allowed us to show that the teacher Who teaches mathematics expands his teaching methodologies and consequently advances in the continuous training with the use of technological resources, thus expanding possibilities and perspectives so that this teacher can face the challenges of the contemporaneity.

KEYWORDS: Teacher training; Flat geometry; GeoGebra Software.

1 I INTRODUÇÃO

É possível evidenciar, principalmente no campo das ciências da educação, um crescente interesse das pesquisas pelos processos de formação tanto inicial quanto continuada dos profissionais nas diversas áreas que de alguma forma se conecta a este campo. Na área da Educação Matemática é notória a intensificação das investigações que se atem às potencialidades e limitações no tocante ao ensino e aprendizagem, e mais precisamente, neste estudo, pretendemos discutir a formação do professor que ensina matemática com foco nas Tecnologias da Informação e Comunicação.

Neste sentido, percebemos que tal processo de estudo parece ser mecanismo primordial para que sejam desencadeadas mudanças significativas na prática educativa do professor que ensina matemática. Com isso, parece que por meio de análises e reflexões, muitos docentes podem não apenas discutir temas e solucionar problemas, que implicam diretamente em sua atuação/formação, mas ressignificar suas concepções sobre a educação como um todo.

Assim, analisar e questionar sobre estas temáticas são senão, criar e possibilitar uma reflexão sobre quais saberes (maneiras de agir e pensar) está sendo incorporados/assimilados pelos docentes, em um ambiente tecnológico, no contexto do ensino fundamental e médio permitindo uma comunicação da álgebra com a geometria em um mesmo ambiente computacional através dos cursos de formação, e como eles têm interferido na formação dos professores, nomeadamente os que ensinam matemática e de que maneira contribuem para a sua (auto) formação, em conformidade com Galvani (2002) que trata a (auto) formação numa perspectiva antropológica de articular diferentes fontes de formação, que exprime na ação pessoal de cada um de dar forma e sentido a existência, a experiência e a prática associadas aos conhecimentos disponíveis no ambiente social.

Verifica-se que durante os últimos anos, muitos docentes têm optado pela qualificação e formação profissional, na tentativa de acompanhar o que prevê a Lei de Diretrizes e Bases da Educação, número 9394/96, sobre a formação profissional. De alguma forma, guiados pela lei, os educadores têm caminhado na busca pela própria formação, fazendo cursos de pós-graduação, participando de palestras e dentre outros. Mas, de que forma isto resulta em mudança?

Meio a esses questionamentos, sabemos que há uma nova demanda para o professor que antes desenvolvia sua ação pedagógica em conformidade com o que havia aprendido na academia e em sua experiência de sala de aula, que vale ressaltar, uma prática quase exclusivamente expositiva. Atualmente as mídias já fazem parte da realidade e podem/devem está presente durante a relação pedagógica, isto é, a interlocução estabelecida entre professor e aluno na sala de aula. O professor precisa ver com clareza as relações que há entre os conhecimentos matemáticos, principalmente aqueles previstos no currículo escolar e os meios tecnológicos que podem ser utilizados como ferramentas para novas abordagens, no entanto, é recomendável ter cautela e refletir antes de utilizá-los, assim como pontua Silva (2014).

Neste sentido, somos levados a pensar que o professor ao participar de programas de formação continuada desenvolvidos por meio de ambientes virtuais que privilegiem as interações, a articulação entre ação e reflexão, a prática e a teoria, bem como o trabalho individual e o colaborativo, contemplando o contexto e o cotidiano de sua atuação na escola (VALENTE, PRADO e ALMEIDA, 2003).

2 I A FORMAÇÃO DO PROFESSOR SOBRE O VIÉS DA COGNIÇÃO

Muitos são os questionamentos sobre o papel da teoria e o conhecimento específico do ensino e/ou aprendizagem, no que se refere ao saber escolar e o processo de apropriação e construção dos saberes docentes, especificamente, o da matemática durante a formação inicial e continuada*. Mas, afinal quais os saberes teóricos fundamentais a prática docente? Que (ais) conhecimento(s) pode(m) se destacar (em) como importantes para o desenvolvimento profissional?* Para responder a essa questão, Shulman (1986) pesquisou como os professores organizam e estruturam as atividades, as tarefas, como administram suas salas de aulas, formulam suas questões de ensino e analisam seus níveis. Ou seja, se debruçou sobre o saber do professor no que tange aquilo que se constitui o conteúdo (objeto) do ensino e aprendizagem e aponta três categorias de conhecimentos, entendidos como saber disciplinar da matéria a ensinar, como formas de representação do saber necessário ao professor: *da matéria que ensina, o pedagógico relacionado com a matéria que ensina*, bem como o do *currículo,* tais conhecimentos serão explicitados no transcorrer dessa discussão.

Nesta lógica, com a finalidade de consolidar as ideias acima, Shulman (2004), mostra que os resultados das pesquisas sobre o ensino eficiente não é a única fonte de evidência para dar definição sobre a base de conhecimento do ensino. Há um ponto cego que o autor chama de *paradigma ausente*, onde se perdem questões feitas e as explicações oferecidas. Por isso, Shulman (2004) opta por investigar a mobilização de saberes passível de ensino sob uma perspectiva compreensiva dos conhecimentos e das ações dos professores, agora sujeitos dessas ações com história de vida pessoal e profissional, mobilizados de saberes no exercício de sua prática para compreender o conhecimento que os professores têm do conteúdo de ensino e o modo como eles se transformam no ensino, pois o concebe como um profissional dotado de razão, que faz julgamentos, toma decisões em sala de aula e suas ações são guiadas por pensamentos, julgamentos e decisões.

Retornando a Shulman (1986), ele percebe três categorias de conhecimentos presentes no desenvolvimento cognitivo do professor de acordo com o que já havíamos adiantando, que são: conhecimento do conteúdo ou da matéria ou ainda do assunto a ser ensinado, que são as compreensões do professor acerca da disciplina, como ele organiza cognitivamente o conhecimento da matéria que será objeto de ensino, tal conhecimento não se resume somente em conhecer os conceitos do conteúdo, mais compreender os processos de sua produção, representação e validação epistemológica, o que requer entendimento da estrutura da disciplina, compreendendo o *domínio atitudinal, procedimental, conceitual, validativo* e *representacional do conteúdo*; o conhecimento pedagógico da matéria, que é o como apresentar, representar e reformular o conteúdo de forma a torná-lo compreensível aos alunos, incluindo ilustrações, exemplos, demonstrações e analogias.

Sendo assim, é a capacidade que um professor tem de transformar o conhecimento do conteúdo que ele possui em formas pedagógicas eficazes e possíveis de adaptações às necessidades apresentadas pelos alunos; e o conhecimento curricular que é o conhecimento do currículo como o conjunto de leis, normas, regulamentos e programas elaborados para o ensino de assuntos e tópicos específicos em um dado nível, em tempos atuais, no nosso contexto, os referenciais curriculares, são exemplos. Schulman (1986) faz uma analogia comparando que um professor precisa dominar o conhecimento curricular para poder ensinar os seus alunos, da mesma forma que um médico precisa conhecer os remédios para receitar aos seus pacientes.

3 I A FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Vários estudos nas últimas décadas que tem contribuído para a formação profissional do professor são as pesquisas em Educação Matemática que buscam responder algumas questões que envolvem tanto o ensino quanto a aprendizagem da matemática.

Nesta direção Fiorentini e Lorenzato (2006, p.5), apresentam a Educação Matemática como: "... uma área do conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática." Seria então, uma práxis que envolve o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e ou apropriação/construção do saber matemático e o domínio do conteúdo específico. Assim, a Educação Matemática resulta das múltiplas relações que se estabelece entre o específico e o pedagógico num contexto constituído de dimensões histórico-epistemológicas, psicognitiva, histórico-culturais e sociopolíticas. (Fiorentini 1989, p.1). Importante considerar que tal pesquisador forjou muitas de suas compreensões com base nas ideias cognitivas.

Para Ball, Thames e Phelps (2008) as contribuições das pesquisas de Schulman (1986, 1987) são fundamentais para a compreensão dos conhecimentos desejáveis para o ensino e para a aprendizagem da matemática, o desenvolvimento de pesquisas na área de Educação Matemática que nos últimos anos, pesquisam as práticas de matemática na Educação Básica e, sobretudo, para buscar compreensão acerca de quais conhecimentos o professor de matemática precisa se apropriar para conseguir desenvolver sua prática com êxito, ou seja, as pesquisas apresentadas pelo referido grupo se interessam por um conhecimento especializado para o ensino de matemática.

4 I A FORMAÇÃO DO PROFESSOR NO ENFOQUE ANTROPOLÓGICO

Chevallard (1999) assume pela Teoria Antropológica do Didático (TAD), que toda atividade humana é uma prática realizada no interior de uma instituição e que pode ser utilizado um único modelo chamado de praxeologia que é constituído por uma *práxis*, um saber-fazer, que sempre vem acompanhada por um discurso, o *logo*s ou saber, que dá razão e justifica essa práxis.

A práxis (saber fazer) e o logos (o próprio saber), embora sendo diferentes, estão intimamente relacionados e a articulação entre eles permite dar formas à praxeologia matemática. Neste processo as tarefas mais problemáticas se tornam rotineiras, no sentido de que se pode realizá-las de forma simples, segura e rápida, por meio de maneiras elaboradas de fazer, ou técnicas eficientes e consequentemente serem justificadas, que segundo o autor, podem ser traduzidas em processos metódicos e estruturados, às vezes até em uma forma funcional. Para Chevallard (1999), estudar uma questão na escola é recriar, sozinho ou em grupo, alguma resposta que já foi utilizada em outra instituição. Estudar um tema que já existe é uma forma de reconstruí-lo, de fazer ou refazer uma adaptação desse assunto da instituição, na qual ele está sendo estudado para a nossa realidade, sendo assim, o que se propõe em tal estudo é apresentar formas diversas de se comunicar um objeto conhecido.

Para a TAD, a tarefa só tem significado para ser estudada se ela possuir legitimidade social, no sentido de se construir uma questão proposta pela sociedade para ser estudada na escola, tem que fazer parte do programa do conteúdo matemático e possuir uma legitimidade funcional, que não é nada além de questões que levam a algum lugar, ou seja, a tarefa tem de estar conectada com outras questões estudadas na escola, na mesma série ou em séries diferentes.

Com efeito, como não deixar o fazer praxeológico do professor, das organizações matemáticas, não ficar restrito a simples repetição da matemática dos livros e sim ter a articulação e integração entre as tarefas, as técnicas ou tecnologias tem sido objeto de interesse entre pesquisadores da didática da matemática. Bosch, Gascón e Garcia (2006), utilizam uma resolução de tarefas aparentemente parecidas entre si, em que os estudantes têm de tornar as técnicas desenvolvidas em rotina de modo a alcançar um domínio tal que as torne simples, natural. Por isso a importância de investigar nossas práticas, uma vez que, a falta de reflexão e competência sempre é relacionada, de acordo com Ponte (1992), as razões que justificam o ensino de matemática nas escolas com a sua experiência enquanto aluno e que consequentemente, o professor possa assumir uma posição e ter as condições de dar sentido ao ensino de matemática no contexto escolar, não somente como um mero repetidor, mas também de protagonista.

5 I A FORMAÇÃO DO PROFESSOR, A GEOMETRIA E OS *SOFTWARES*

Uma das justificativas que nos permite acreditar que é relevante o nosso estudo sobre este tema é ter ciência que o estudo de geometria não tem recebido a devida atenção nas práticas escolares quando confrontamos com a sua relevância. Nesta discussão, Perez (1991) apresenta algumas razões, como as que seguem: a falta de domínio desse conteúdo por parte do professor, o fato do mesmo não estar articulado com outros conteúdos e quase nunca ser ministrado na íntegra por falta de tempo. Assim, a presença do ensino de geometria em nossas escolas seria um fator importante no aprendizado da matemática, contribuindo para amenizar o problema de carência de visibilidade social, presente no estudo da mesma. (CHEVALLARD, BOSCH e GÁSCON, 2001).

Já a sua ausência no programa escolar acarreta a falta de um conjunto de associações devidamente estabelecidas privando o aluno da aquisição de uma linguagem apropriada e de laços que unam imagens e ideias. Segundo pesquisas mais recentes, não há uma mudança significativa para a melhoria desse quadro, exceto pela distribuição do conteúdo de geometria no decorrer do livro. Perez (1991) afirma que o ensino de Geometria.

> Mostra-se de grande importância, se o professor, ao preparar o indivíduo para a vida, atentar para o fato de que a Geometria:
>
> -colabora com a capacidade de percepção espacial dos alunos,
>
> -auxilia com a representação geométrica, a visualização dos conceitos matemáticos,
>
> - apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível - que é dos objetivos do Ensino da Matemática- oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Todas estas considerações revelam que o trabalhar com o Ensino de Geometria pode colaborar de forma fundamental com a formação dos indivíduos e em particular, dos indivíduos pertencentes às camadas populares (PEREZ, 1991, p. 35-37).

Em particular, os *softwares* de Geometria Dinâmica são os mais adequados para o ensino dos conteúdos voltados para a geometria, pois seus ambientes proporcionam uma representação euclidiana e cartesiana com ferramentas capazes de produzir figuras planas, régua não graduada, compassos físicos, os chamados instrumentos euclidianos, que vão permitir ao aluno a discussão e a apropriação desses conceitos com maior facilidade, observando as características e as propriedades implícitas, construindo questionamentos e testando. Dentre eles destacamos o GeoGebra 5.0.

No entanto, com essa nova proposta de utilização do computador e aplicativos de matemática para o auxílio da construção do conhecimento é preciso compreender com clareza seus conceitos envolvidos e em cada situação de ensino para poder assim, explorá-los melhor como ferramenta para a formação dos conceitos.

Dessa forma os PCN-EM (BRASIL, 1999), destacam que uma das competências a ser desenvolvida na construção do conhecimento de matemática é: “[...] reconhecer a informática como ferramenta para novas estratégias de aprendizagem, capaz de contribuir de forma significativa para o processo de construção do conhecimento, nas diversas áreas”.

Com isso, se faz necessário o aperfeiçoamento profissional na inserção e atuação desta tecnologia em sala de aula. De acordo com Valente (1993), a implantação da informática no cotidiano da escola consiste basicamente de quatro ingredientes: *o computador*, o *software educativo*, o professor preparado para utilizar o computador como ferramenta educacional e a capacidade de dialogar com o aluno.

Um dos propósitos deste trabalho é mostrar a importância do uso de *softwares* no processo de ensino e aprendizagem, especialmente no ensino da geometria. Para isso, usamos o GeoGebra 5.0. 195.0-3D, que permitiu a criação e a interação com objetos, tais como pontos, linhas, polígonos, área, perímetro. Será o que apresentaremos a seguir.

6 I CONSTRUÇÕES COM O GEOGEBRA

Para a construção do *Polígono* ABC (Figura 1), clicamos na *Barra de Ferramentas* no ícone (Polígono). Na *Janela de visualização*, marcamos três pontos A, B e C (que será os vértices de um triângulo qualquer, na figura exemplificamos o triângulo isósceles). Para isso, selecionamos três vértices A, B e C e clicamos novamente no vértice A que foi o inicial.

Ao finalizarmos esta ação, apareceram na *Janela de Álgebra*, os *pontos* A (2,1), B (6,1) e C (4, 4) com suas respectivas coordenadas; os *segmentos* a = 3.61; b = 3.61; c = 4 e o *triângulo: pol1 (Polígono A, B, C),* indicando a sua área com a notação algébrica *pol1* = 6. O aplicativo GeoGebra mostra a área do triângulo construído de forma direta, porém em nossa ilustração na Figura 1, o professor precisa mediar esta explicação com os alunos esclarecendo que para conhecer a área do polígono precisam reconhecer a base do triângulo ABC (c = 4) e a sua altura *h*.

Para construir com o aplicativo a altura *h* utilizamos o ícone segmento e clicamos no vértice C até a metade do segmento $\overline{AB}$ (base c do triângulo ABC). Em seguida, aparece na *Janela de Álgebra* o segmento construído e renomeado como *h*. Para essa ação de *renomear* um objeto, basta clicarmos com o botão direito do *mouse* na Janela de Álgebra e colocarmos a letra desejada. Para mostrarmos na *Janela de Visualização* a exibição do rótulo *h*, basta clicar no segmento *h* com o botão direito do *mouse* e na *opção preferências* e marcar *exibir rótulo* a *opção nome e valor*, esta ação mostrará *h = 3* (Figura 1).

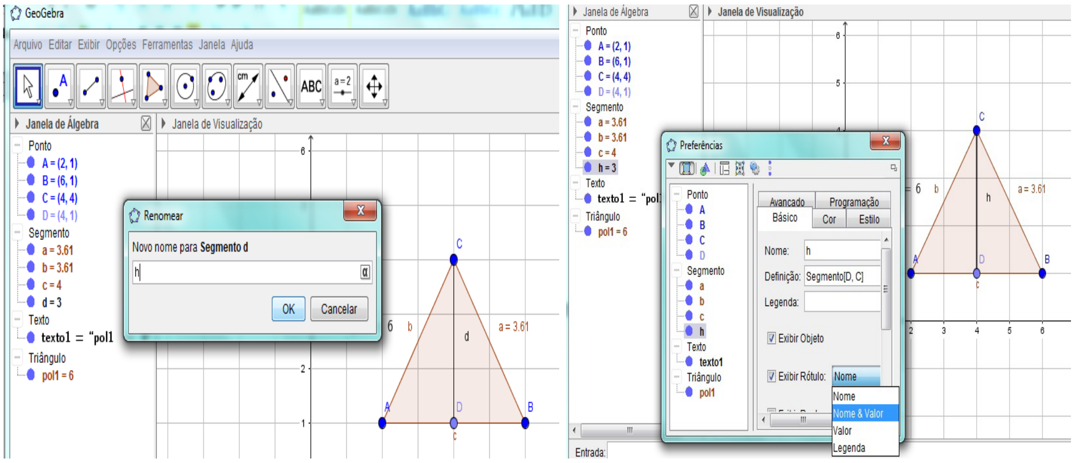


Figura 1- Construção de um triângulo.

Fonte: *Software* GeoGebra 5.0 – Aula de Tecnologias e Materiais Curriculares para o ensino de Matemática no MPECIM/UFAC – 2016.

Para inserir textos explicativos na *Janela de Visualização* podemos fazer de duas formas: arrastar o texto que queremos inserir da *Janela de Álgebra* com o botão esquerdo do *mouse* para o local desejado na *Janela de Visualização*; ou inserir no campo de entrada escrevendo o texto desejado entre aspas duplas ("Área = (cxh) /2, c=base, h=altura"), conforme a Figura 2.

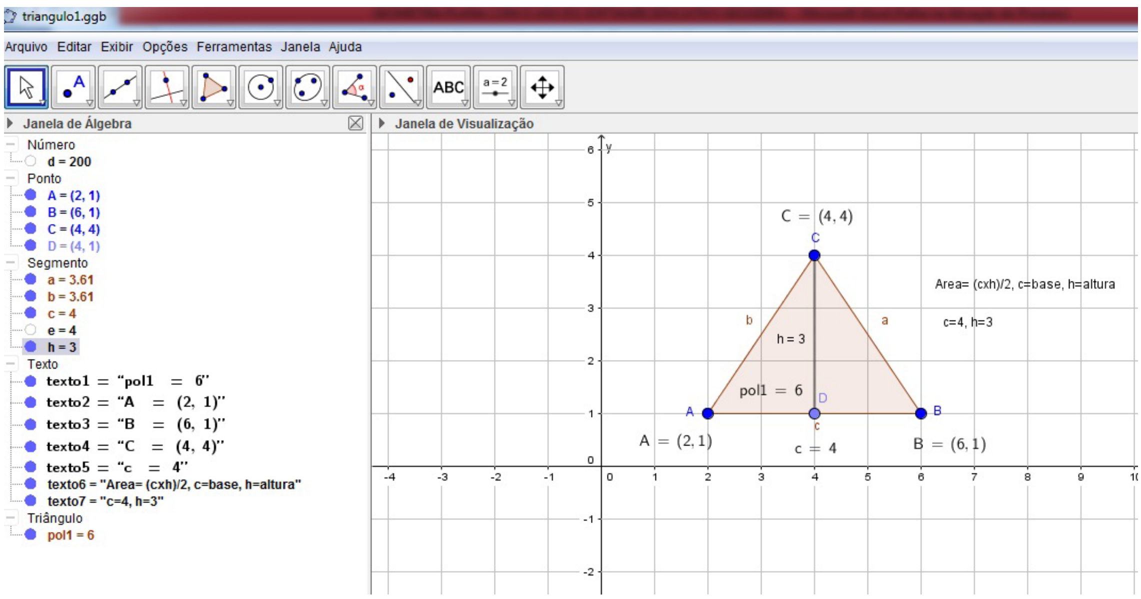


Figura 2 – Construção de um triângulo – representações de Ponto, Segmento, Texto, Área.

Fonte: *Software* GeoGebra 5.0 – Aula de Tecnologias e Materiais Curriculares para o ensino de Matemática MPECIM/UFAC – 2016.

Para a construção do polígono ABC (figura 1), após isso clicamos na *Barra de Ferramentas* no ícone  e em seguida no ícone . Essa ferramenta mostra na *Janela de Visualização* o comprimento de um segmento ou a distância entre dois pontos e também mostra o perímetro de um polígono. Marcamos os lados do triângulo AB, BC, CA do triângulo e clicamos dentro da figura para obtermos o resultado desejado. Apareceu na *Janela de Visualização* a mensagem Perímetro de ABC é igual a. Veja os detalhes na Figura 3:

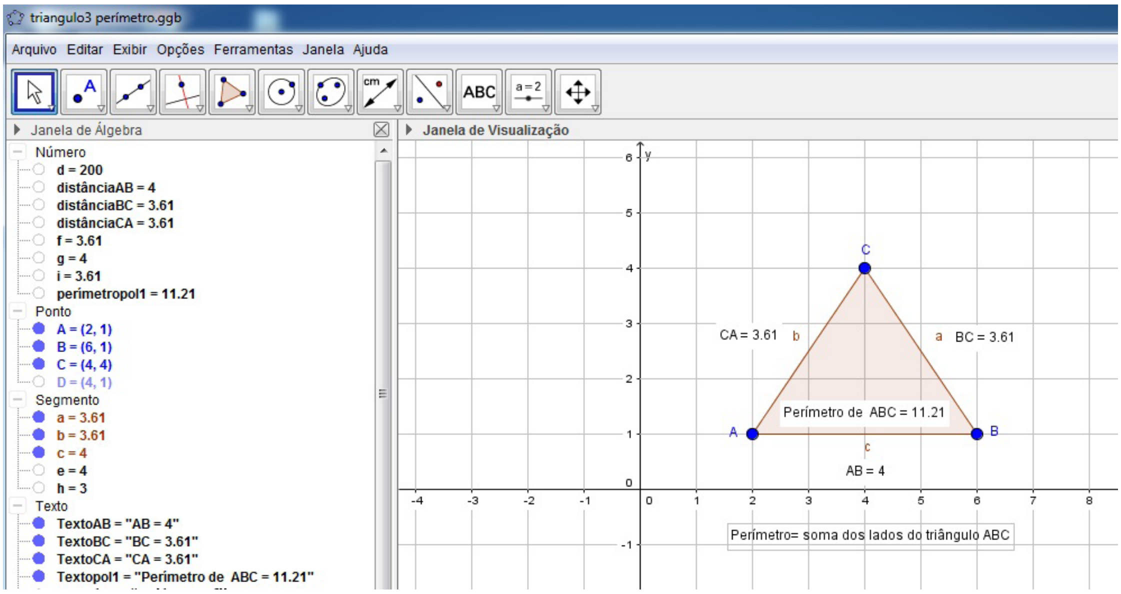


Figura 3- Perímetro do triângulo ABC

Fonte: *Software* GeoGebra 5.0 – Aula de Tecnologias e Materiais Curriculares para o ensino de Matemática no MPECIM/UFAC – 2016.

Diante das criações apresentadas nas figuras 1 a 3 asseveramos ser fundamental o professor conhecer e utilizar em sala de aula as TICs, a exemplo do *software* GeoGebra que se constitui em meio dinâmico para o ensino e aprendizagem de geometria.

7 I APLICAÇÕES COM O GEOGEBRA 5.0

Para esse estudo utilizaremos um dos sujeitos de nossa pesquisa de mestrado, que indicaremos por P2. O professor em questão se formou em 2015 na UFAC, em Licenciatura Plena em Matemática. É professor de matemática da rede pública, há três anos lecionando para o Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Está trabalhando somente em uma escola Pública com todo o Ensino Fundamental II e o segundo e terceiro anos do Ensino Médio.

Ao perguntarmos se o professor conhecia o *software,* ele afirmou que o conhecia superficialmente, que nunca havia trabalhado com ele, mas que era uma ferramenta que chama mais atenção do que o quadro e declarou: “Estou esperando comprar um computador para adquirir o GeoGebra e o Winplot”.

Propusemos as tarefas realizadas nas figuras 1 a 3 e o professor P2 não se recusou a realizá-las. Percebemos que ele possui habilidades para trabalhar com o Geogebra, o qual P2 relatou: “Não é tão difícil! Para ensinar os alunos esse conteúdo tem que desenhar as figuras no quadro, o que não é muito legal. Posso trabalhar vários conteúdos, principalmente a trigonometria, que é muito chato".

Um desafio proposto foi utilizar o controle deslizante para a construção de polígonos e destacamos o repositório do *youtube* com os tutoriais de vídeo aulas como um potencial para a aprendizagem de matemática com o uso do software GeoGebra, como nos remete Borba, Silva e Gadanidis (2015, p.99) "uma ferramenta que não foi feita para fins educacionais acaba se tornando aliada de projetos que não demonizam novas formas de comunicação [...] uma das interfaces proibidas de serem utilizadas em escolas, universidades [...]". Desta forma, concordando com os pesquisadores em discutir como utilizá-los na Educação Matemática parece ser muito mais promissor do que evitá-los no ensino. Assim, apontamos os tutoriais como um forte aliado aos processos de ensino podendo ser utilizados pelos professores.

Como Fiorentini e Lorenzato (2006); Fiorentini (1989); Ball, Thames e Phelps (2008) que comungam das ideias de Shulman (1986) de que a práxis envolve o domínio de ideias e processos pedagógicos para apropriação/construção do saber matemático aliados ao domínio. Encontramos em Chevallard (1999) a práxis como dimensão da atividade humana e, ao afirmar que a prática se desenvolve no interior de uma instituição, apresenta um diferencial, pois, aponta possíveis restrições no que tange ao saber matemático enquanto domínio do conteúdo, no sentido de saber reconstruir ou adaptar um conteúdo específico à realidade para ter legitimidade social ou significado para o aluno. No caso em estudo, o professor P2 demonstrou perceber essa horizontalidade ao visualizar as possibilidades de trabalhar outros conteúdos vinculados a geometria.

8 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que ainda há muito que ser compreendido sobre a relação do professor com o saber matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática conforme Silva (2014), e esperamos que as contribuições com esse trabalho que está só começando, gerem novas perspectivas de se pensar e/ou repensar o ensino da matemática para que no futuro, não distante, o professor possa adquirir uma postura reflexiva, questionadora, a qual não seja apenas um saber fazer, mas também, saber justificar suas ações de forma consciente em sua prática e se essas decisões são as mais coerentes para favorecer uma relação pedagógica significativa.

A utilização dos *softwares* educativos tem se mostrado uma alternativa viável e eficiente para o processo de ensino e aprendizagem das novas gerações de alunos e professores. Em especial o *software* educativo GeoGebra permite uma comunicação da álgebra com a geometria, possibilitando em um mesmo ambiente conhecer a matemática de uma forma dinâmica.

Os resultados parciais permitiram aos professores que ensinam matemática ampliar suas metodologias de ensino e consequentemente sua formação, com o uso de recursos tecnológicos mostrando aplicações geométricas e algébricas na área da geometria plana mediante o uso do *software* GeoGebra. Destacamos que para a atividade de matemática com o uso das tecnologias ter sucesso é importante o professor saber mediar o conhecimento matemático com o conhecimento específico do *software* GeoGebra e destacar nas construções dos alunos a escrita algébrica na Janela de Álgebra e a representação geométrica na Janela de Visualização, descobrindo a linguagem do aplicativo utilizado e comparando com a linguagem algébrica as representações de pontos, segmentos, área, textos explicativos, dentre outros.

REFERÊNCIAS

BALL, D. L., THAMES, M. H., & PHELPS, G. **Content knowledge for teaching: What makes it special?** Journal of Teacher Education, 59(5), p. 389–407, 2008.

BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. da. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. 1. ed. 1. Reimp. Belo Horizonte: autêntica Editora, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BOSCH, M. GARCIA, j. GASCÒN, j. e RUIZ HIGUERAS. L. **La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar.** Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico Revista Latino americana de Investigaciónen Matemática Educativa (RELIME), Vol. 18 nº 2, México, 2006, P. 37-74.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionai**s: Ensino Médio. Brasília, 1999. 146 p.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

______________. **l'analyse des pratiques enseignantes em théorie anthropologique du didactique**. Recherches em didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19.2, p 221-265, 1999.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Autores Associados: Campinas-SP, 2006.

FIORENTINI, D. **Tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em educação matemática**. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCACAO MATEMÁTICA, 1, 1989. Campinas: Anais... SBEM, 1989, p. 186-193.

GALVANI, P. A. **Auto formação, uma perspectiva transpessoal, transdisciplinar e transcultural**. In: SOMMERMAN, A; MELO, M.F; BARROS, V. M (Orgs). Educação e Transdisciplinaridade II. São Paulo: TRIOM, 2002, p. 95-121.

PEREZ, Geraldo**. Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares**. Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, 1991. Tese (doutorado).

PONTE, J. P. **Educação matemática: Temas de investigação** Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, p. 185-239, 1992.

SHULMAN, L. S. **knowledge and teaching: foundations of the new reform**. Harvard Educational

Review, 57 (I), p. 1-22, 1987.

______________. **Those who understand:** Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15, 4-14, 1986.

______________. **The wisdom of practice**: essays on teaching and learning to teach. San Francisco: Jossey-Bass, 2004.

SILVA, I.M. **A relação do professor com o saber Matemático e os conhecimentos mobilizados em sua prática**. Tese de doutorado, Universidade Federal do Pará, Belém-PA, 2014.

VALENTE, J. A, PRADO, M. E. B. B. e ALMEIDA, M. E. B. de. **Formação de educadores a distância via Internet**. São Paulo: Avercamp, 2003.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas: UNICAMP. 1993.

CAPÍTULO 14

LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO SOBRE PESQUISAS COM JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA ENTRE OS ANOS DE 2006 A 2016[1]

Marcelo dos Santos Gomes
Mestre em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC – SP)
Santos – São Paulo

RESUMO: Encontramo-nos em uma geração que emprega grande parte de seu tempo entretida com os jogos, independente de sua natureza. Os jogos não são mais vistos apenas como brinquedo ou passatempo na área da educação, pelo contrário, os jogos, no decorrer dos anos, ganharam seu espaço no meio acadêmico e sabemos a importância, as vantagens e as desvantagens de sua utilização como uma ferramenta pedagógica. Mediante isso, este artigo apresenta uma pesquisa bibliográfica com o objetivo de fazer um levantamento sobre as pesquisas realizadas com a temática do uso de jogos no ensino de matemática, com enfoque para analisar o que vem sendo produzido a respeito das pesquisas sobre jogos no ensino de matemática no período de 2006 a 2016. As pesquisas levantadas nos possibilitaram observar que o uso de jogos como estratégia de ensino pode potencializar o ensino e aprendizagem da matemática. Constatamos também que nem todos os períodos do ensino são contemplados com pesquisas que promovam a sua utilização.

PALAVRAS-CHAVE: jogos; jogos educativos; ensino de matemática.

ABSTRACT: We find ourselves in a generation that uses much of their time entertained with games, regardless of their nature. Games are no longer seen only as a toy or pastime in the area of education. On the contrary, games over the years have found their place in the academic world and we know the importance, advantages and disadvantages of its use as a pedagogical tool. Therefore, this article presents a bibliographic research with the purpose of making a survey about previous studies on the use of games when it comes to teach mathematics. The focus is to analyze what has been produced concerning the research on games in the teaching of mathematics from 2006 to 2016. Researches have made it possible to observe that the use of games as a teaching strategy can enhance the teaching and learning of mathematics. We also found out that not all periods of education are contemplated with researches that promote its use.

KEYWORDS: games, educational games, mathematics teaching.

1 Esse artigo foi publicado como uma comunicação científica no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) em São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

1 I INTRODUÇÃO

Quando abordamos o tema jogos no âmbito educacional, encontramos algumas ambiguidades sobre sua utilização em sala de aula. De acordo com Teixeira (2008) ao partir da ideia de que a ambiguidade do conceito de jogos ocorre devido à opção do professor de usar ou não o jogo, e a escolha de utilizá-lo como uma estratégia de ensino exige do professor total consciência sobre a função do jogo no processo de aprendizagem. Moura (1991) relata que o professor, ao optar pelo jogo como uma estratégia de ensino, deve ter a intenção de propiciar a aprendizagem, seja com o propósito de ensinar um determinado conteúdo ou de desenvolver uma habilidade.

Mas nem sempre isso acontece e muitas vezes o professor não tem consciência de qual o momento correto para utilizar um jogo para, de fato, proporcionar aos seus alunos uma aprendizagem efetiva. Fiorentini e Miorim (1990) afirmam que normalmente os professores optam por usar jogos por acharem motivador ou simplesmente porque ouviram falar que o ensino de matemática tem que partir do concreto, entre outros motivos triviais.

Conforme Melo (2008), o jogo em sala de aula permite que o aluno aprenda de forma inconsciente porque a diversão ameniza a obrigação constante de dominar o conteúdo estudado. Para Grando (2000), as atividades com jogos propostas aos alunos provocam reações de alegria e prazer por estarem envolvidos na atividade, pois o jogo propicia um ambiente desafiador ao aluno, de forma que os conduz a aprender as regras do jogo e entrar em ação e, consequentemente, faz com que se envolvam na atividade. Desse modo, situações que usam jogos podem promover motivação, diversão e empolgação, entretanto, não se pode deixar a aprendizagem do aluno em segundo plano. Silva (2009) salienta que o jogo é uma ferramenta que consegue contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático. Da mesma forma, Brousseau (1996) adverte que o jogo deve possibilitar que o conhecimento apareça como forma de solução, ou como meio de formulação, ou ainda como elaboração de uma estratégia que o direcione a solução de seu problema.

À vista disso, o presente artigo retrata uma pesquisa de levantamento bibliográfico que buscou realizar um panorama investigativo com relação às pesquisas produzidas sobre a temática “jogos para o ensino e para a aprendizagem de matemática”, em que nosso objetivo é compreender o que vem sendo produzido com a intenção de averiguar quais são as abordagens e de que modo os jogos têm sido utilizados nessas pesquisas e, por fim, a que período escolar e público alvo essas pesquisas estão destinadas.

Iniciamos nossa pesquisa em busca de dissertações e teses no banco de dados nacionais por intermédio de consulta às bibliotecas digitais, como o Banco de periódicos da CAPES e às bibliotecas dos programas de pós-graduação em Ensino de Matemática, Educação Matemática e Educação, que possuíssem no título as palavras chaves “Jogos e ensino de matemática”. Encontramos um número de dissertações e teses significativas, e para este artigo, optamos por nos restringir às pesquisas produzidas no período de 2006 a 2016 e delimitamos nossa busca somente a pesquisas que de fato possuem jogos envolvidos, com caráter de construção de conhecimentos matemáticos ou de habilidades que propiciem a aprendizagem matemática, como apresentamos anteriormente, desconsiderando pesquisas que abordavam os jogos de forma recreativa. Encontramos também pesquisas que se enquadravam em outra temática, como por exemplo, jogos de linguagem e desenvolvimento de plataforma de jogos no âmbito computacional e outros.

Dentre nossas restrições, encontramos doze trabalhos sendo duas teses de Doutorado em Educação Matemática: Barbosa (2008) e Tonéis (2015), e dez dissertações subdividas da seguinte forma: uma em Mestrado Profissional e uma em Mestrado em Educação Escolar, Soares (2008) e Suleiman (2008). Em seguida, temos um Mestrado em Educação Matemática e um Mestrado de Ensino de Matemática: Silva (2009) e Carvalho (2009), e, por fim, seis Mestrados em Educação: Texeira (2008), Dias (2009), Mattos (2009), Spada (2009), Morbach (2012) e Rebeiro (2012).

2 I JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Ao analisarmos as características e os requisitos que justificam a inserção de jogos no ensino, Grando (2000) afirma que uma atividade lúdica como o jogo proporciona ao jogador o desejo e o interesse em tomar a frente e conduzir suas próprias ações, e também envolve competição, colaboração e desafios que motivam o jogador a conhecer seus limites e os possíveis caminhos para superá-los. Desta forma, pode-se notar que o jogo possibilita ao aluno ser atuante no seu processo de ensino. De acordo com Brousseau (1996), as situações de jogo viabilizam o aluno a pensar por si e a necessidade da compreensão das regras, além de conceber condições para o aluno agir e mobilizar os conhecimentos matemáticos que se deseja trabalhar com determinado jogo.

Dessa maneira um jogo é uma excelente estratégia de ensino quando sua função está bem definida e o professor sabe exatamente o momento certo de fazer suas devidas intervenções e sua institucionalização. Brousseau (1996) afirma que quanto mais o professor revela suas intenções ao aluno, menor será a chance de ocorrer a aprendizagem. Ao reforçar essa ideia, Almouloud (2007) relata que, caso o professor não realize a institucionalização, ou efetue-a muito cedo, ou até mesmo, após o momento adequado, a aprendizagem do novo conhecimento matemático pode ser comprometida, pois cabe ao professor tornar o novo saber oficial aos seus alunos.

3 I PESQUISA SOBRE JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Entre as pesquisas selecionadas, podemos observar algumas características em comum, por exemplo, a metodologia. Todas as pesquisas são qualitativas, mas de tipos diferentes como estudo de caso, quase experimental, entre outros. Algumas pesquisas têm o enfoque no ensino e no aprendizado de matemática com o uso de jogos para alunos de ensino básico, ou para ensino superior, e ainda há outras pesquisas que têm como sujeitos os professores. Desse modo, realizaremos uma breve descrição de todas as pesquisas encontradas e apresentaremos em ordem de aproximação com os pontos mais importantes de nossos objetivos de pesquisa.

Assim iniciaremos pelos trabalhos em que os alunos são os sujeitos de pesquisa. As pesquisas de Barbosa (2008), Soares (2008) e Carvalho (2009) possuem uma aproximação significativa, todas foram realizadas com sujeitos do ensino fundamental II.

Na tese de Barbosa (2008) os sujeitos envolvidos foram 22 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental que já haviam tido contato com o objeto matemático do ponto de vista formal da escola e seu objetivo de pesquisa foi desenvolver, analisar e elaborar uma proposta de ensino dos principais conceitos do Teorema Fundamental da Aritmética (TFA), ou seja, múltiplos, divisores, números primos e compostos, além da decomposição em fatores primos a partir de jogos e questões.

Na pesquisa de Soares (2008) o objetivo era investigar as potencialidades de se reintroduzirem os números inteiros negativos, apoiado em uma intervenção de ensino utilizando jogos como um recurso didático para resolver problemas e, verificar também, a compreensão dos alunos com relação às operações de adição e subtração no conjunto dos números inteiros. O autor desenvolveu a pesquisa com 84 alunos do sétimo ano do ensino fundamental.

Carvalho (2009) realizou uma pesquisa com 33 alunos do 8º ano do ensino fundamental que teve como objetivo propor uma sequência didática com problemas de contagem por meio de situações de jogo e observou que surgiram diversas estratégias de contagens diferentes para esses problemas.

Com relação aos resultados, as pesquisas de Barbosa (2008), Soares (2008) e Carvalho (2009) tiveram resultados positivos. Barbosa (2008) constatou que as atividades propostas possibilitaram aos alunos observar os principais conceitos do Teorema Fundamental da Aritmética, porém a pesquisa não enfocou somente o uso de jogos, mas se utilizou também de resolução de situações problemas. Já no trabalho de Soares (2008) foi possível constatar que a utilização dos jogos contribuiu para a aprendizagem dos alunos com relação ao estudo dos números inteiros, principalmente os números negativos e as operações de adição e multiplicação. Carvalho (2009) constatou que os desempenhos dos alunos melhoraram com relação às situações problemas de contagem e, ainda, com relação à interação e à participação dos alunos na aula.

As pesquisas de Silva (2009), Rebeiro (2012) e Dias (2009) são voltadas para o ensino Fundamental I e para alunos da sala de apoio à aprendizagem em que as atividades propostas estão fortemente ligadas à utilização de um determinado jogo.

Silva (2009) utiliza pressupostos da engenharia didática com o objetivo de desenvolver uma sequência didática que possibilite adequação da expressão numérica para 24 alunos da 5ª série por meio de conversões de registros: material, linguagem materna e numérica com a utilização do jogo contig 60.

Rebeiro (2012) teve como objetivo analisar os aspectos cognitivos, sociais e afetivos, apontados por fatores protetivos em alunos que frequentam sala de apoio à aprendizagem a partir do jogo Rummikub. Foram oito alunos que participaram da sala de apoio e a pesquisa foi desenvolvida em dezoito encontros, em que seis foram reservados para a observação sistemática e doze para as sessões lúdicas, que ficaram subdivididas em quatro encontros para apresentação do jogo e oito para a avaliação dos procedimentos dos jogadores. No trabalho de Dias (2009) os sujeitos envolvidos são vinte e quatro crianças de 3ª série ou 4ª série do ensino fundamental, entre essas crianças doze possuíam dificuldades em matemática. O objetivo da pesquisa foi analisar as etapas de obtenção e domínio das regras e estratégias do jogo Mancala.

Podemos observar que os resultados das três dissertações são convergentes, todas as autoras evidenciam que o ambiente de jogo auxilia de forma significativa no ensino de matemática, independente se os alunos possuem ou não dificuldades. Silva (2009) destaca que a utilização de jogos em sala de aula pode ser uma ferramenta que concebe um ambiente desafiador que proporciona a resolução de situações problemas, de forma a conduzir o aluno a discutir, argumentar e tomar decisão durante o decorrer da tarefa e do processo de aprendizagem e, assim, os sujeitos aprimoram seus conhecimentos com relação ao objeto matemático estudado. Rebeiro (2012) evidencia em seus resultados a importância da adaptação do jogo para a sala de apoio à aprendizagem, o que possibilitou aos alunos situações de desequilíbrio, conflito e desafios cognitivos, interação social, de forma que os conduziu a lidar e confrontar seus próprios pensamentos e estratégias utilizadas. Já Dias (2009) observou que não ocorreram erros significativos entre os alunos que possuem dificuldades e os que não possuem, e ambos os grupos tiveram melhora em seus desempenhos.

E, por fim, na tese de Tonéis (2015), o autor tem como objetivo identificar e analisar as ações dos jogadores ao utilizarem o game Wind Phoenix: Tales of Prometheus, que visa a promover e gerar conhecimentos matemáticos via raciocínio lógico e matemático ao solucionarem puzzles. Como se trata de uma pesquisa que contém desenvolvimento de um jogo digital, a metodologia adotada é de Design Based Research que possui características interativas e intervencionistas. Os sujeitos envolvidos na pesquisa foram seis alunos do terceiro semestre do curso de tecnologia em jogos digitais que foram designados para as seguintes tarefas: três jogaram e os outros três cuidaram da filmagem.

Em seus resultados, Tonéis (2015) cita as potencialidades que os jogos digitais promovem para seus protagonistas ao vivenciarem situações de superação de puzzles quando os jogadores mobilizaram experiências lógico-matemáticas. O autor complementa que os jogos digitais são novas tendências para a área de educação, sejam para o aprendizado em salas de aula físicas ou digitais.

Agora apresentaremos a segunda parte das pesquisas com relação àquelas que possuem professores como sujeitos principais das intervenções. Teixeira (2008) e Suleiman (2008) estudaram as crenças de professores de matemática e buscaram analisar quais são as influências delas com relação à utilização de jogos em sala de aula.

A pesquisa de Teixeira (2008) tem como recurso metodológico a história oral e entrevistou uma professora de matemática, de ensino superior, aposentada pela universidade de Goiás. Teixeira (2008) faz uma reflexão sobre a inserção dos jogos na prática do docente, o que pode contribuir para que o professor tome consciência do papel mediador dos jogos na aprendizagem e para que o professor possua segurança e autonomia para utilizar jogos em sala de aula.

No trabalho de Suleiman (2008), realizada por intermédio de entrevistas, o objetivo é analisar as crenças e concepções de vinte professores de Matemática que lecionavam no ensino fundamental II com relação ao uso de jogos em seu fazer pedagógico.

Os autores encontraram conclusões similares: para Teixeira (2008), as crenças constituídas ao longo da vida do professor e a sua formação influenciam o que pensam a respeito de jogos em sala de aula. Para Suleiman (2008), os professores utilizam jogos em sala de aula como um recurso motivacional para seus alunos e não devido ao contexto pedagógico que ele pode proporcionar.

A pesquisa de Mattos (2009) é do tipo estudo de caso e os dados foram coletados por meio de entrevista com cinco professoras e, de forma indireta, os alunos dessas professoras do Ensino fundamental I. O autor tem como objetivo evidenciar a relação do jogo com o ensino de matemática e sua função pedagógica no contexto escolar, ou seja, compreensão de matemática proporcionada em sala de aula. Em suas considerações Mattos (2009) explica que as educadoras optaram em continuar com uma postura tradicional nas aulas de matemática em vez de propor mudanças metodológicas por acreditarem que ensino de matemática é trabalhar com explicação, exemplificações e exercitação de vários modelos reprodutivos e memorizáveis, e ainda, demonstraram ter medo de não saber lidar com as situações que os jogos podem proporcionar, ou seja, elas alegaram que esses momentos podem gerar confusão, bagunça, conflitos e falta de controle da sala.

As pesquisas seguem abordagem com jogo na formação inicial e continuada, e os dados foram coletados por meio de entrevistas semiestruturadas. Spada (2009) elaborou um estudo com o objetivo de analisar como se faz a inserção de jogos de regras nas praticas lúdicas com estudantes professores que cursam a licenciatura em matemática. Foram desenvolvidos seis encontros com esse grupo de estudantes, porém apenas dois se encaixavam no perfil da pesquisa, que era a de ser estudante professor. Aplicaram o jogo estruturado em um grupo de pesquisa com cinco alunos do 7º ano do ensino fundamental. Em contrapartida, Morbach (2012) teve como objetivo investigar as possibilidades e as dificuldades de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental em utilizar jogos para promover aprendizagem buscando compreender as concepções desses professores com relação ao jogo e à matemática escolar. A pesquisa foi elaborada por uma sequência de atividades dinâmicas cíclicas, para a construção e aplicação de jogos, de modo que promovesse a discussão com os estudantes e debates com os professores.

Em ambos os resultados constataram que os professores possuíam dificuldades em trabalhar com jogos em sala de aula. Spada (2009) observa que mesmo com as dificuldades dos sujeitos em transcrever regras formais de matemática como regras de jogo e de realmente compreender momentos necessários para desenvolvimento do jogo, os participantes perceberam a importância da utilização de um jogo como ferramenta pedagógica que permite aos alunos uma assimilação mais natural do conteúdo.

Morbach (2012) afirma que, antes da intervenção, os professores olhavam o jogo como brincadeira e não como ferramenta pedagógica, pois para esses sujeitos o ensino de matemática é formal e precisa de raciocínio e, por isso, apresentaram dificuldades em trabalhar com jogos em sala de aula. Entretanto, conseguiram observar que o jogo pode ser desafiante para os alunos, pode promover a aprendizagem de matemática e favorecer a interação e a troca de conhecimentos entre os estudantes.

4 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este levantamento de pesquisas nos possibilitou verificar que as investigações com jogos possuem três tipos de abordagens: usar o jogo como uma estratégia de ensino por meio de uma sequência didática para ensinar um determinado objeto matemático; utilizá-lo como ferramenta para estudar concepções e crenças de professores com relação à utilização do jogo em sala de aula e, ainda, como oficinas em formações de professores para desenvolver uma reflexão sobre as potencialidades, vantagens e desvantagens do uso de jogos em sala de aula.

Verificamos que foi unânime a utilização dos jogos como ferramenta para potencializar o ensino de matemática e como estratégia de ensino, e não como uma forma de exercícios ou recreação. Além disso, as pesquisas mostram resultados positivos, tanto para alunos, quanto para professores.

Esse panorama nos permitiu observar que as pesquisas com jogos não estão inclusas em todos os períodos escolares e, principalmente, que há carência de pesquisas voltadas para o Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Educação Matemática: Fundamentos da didática da Matemática**. Paraná:

Editora da UF de Paraná, 2007.

BARBOSA, G. S. **O teorema Fundamental da Aritmética: Jogos e Problemas com alunos do sexto ano do ensino fundamental**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e métodos da didática da matemática**. In: BRUN JEAN (Org.) *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Capítulo 1, p. 35-113.

CARVALHO. G. Q. **O uso de jogos na resolução de problemas de contagem: um estudo de caso em uma truma do 8º ano do colégio Militar de Porto Alegre**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

DIAS. L. P. **A construção do conhecimento em crianças com dificuldades em matemática, utilizando o Jogo de Regras Mancala**. Dissertação (Mestrado) – Universidade de Campinas, Campinas, 2009.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. Uma Reflexão sobre o Uso de Materiais Concretos e Jogos no Ensino de Matemática. Boletim SBEM – SP. São Paulo, ano 4, n.7, p. 5 – 10, jul/ago. 1990.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2000.

MATTOS, R. A. L**. Jogo e Matemática: Uma relação possível**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2009.

MELO, A. V. F. **Jogo pedagógico, Brasil e sua dinâmica territorial: educação lúdica em geografia**. Universidade Cruzeiro do Sul. 2008. <http://observatoriogeograficoamericalatina.org.mx/egal12/Ensenanzadelageografia/Investigacionydesarrolloeducativo/77.pdf>. Acesso em 06/01/2016

MORBACH, R. P. C**. Ensinar e jogar: possibilidades e dificuldades dos professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

MOURA, M. O. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **O Jogo e a Construção do Conhecimento na Pré-escola**. Séries Ideias-FDE, São Paulo, v.10, p. 45-53, 1991.

REBEIRO, G. B. F. **Fatores protetivos e o Jogo de Regras Rummikub: Um estudo com alunos do 6º ano do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

SILVA, G. C. M. **O ensino e aprendizagem de expressões numéricas para 5** série do ensino fundamental com a utilização do jogo **contig 60**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SOARES. J. S. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: Uma experiência de sucesso**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SPADA, A. B. D. **A construção de jogos de regras na formação dos professores de matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

SULEIMAN, A. R. **O Jogo e a educação matemática: um estudo sobre as crenças e concepções dos professores de matemática quanto ao espaço do jogo no fazer pedagógico**. Dissertação (Mestrado em Educação Escolar) – Universidade Estadual Paulista, Araraquara, 2008.

TEIXEIRA, S. F. A. **Uma reflexão sobre a ambiguidade do conceito de jogo na educação**

matemática. Dissertação (Mestrado em educação), Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

TONÉIS, C. N. **A Experiência Matemática no Universo dos Jogos Digitais: O processo do jogar e o raciocínio lógico e matemático**. Tese (Doutorado em educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

CAPÍTULO 15

O JOGO E SUAS POTENCIALIDADES LÚDICA E PEDAGÓGICA: ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Américo Junior Nunes da Silva
UFSCar, Brasil, amerjun2005@hotmail.com
Sivonete da Silva Souza
Uneb, Brasil, netsouza20@hotmail.com
Ilvanete dos Santos de Souza
UFBA, Brasil, ilvanetess@hotmail.com

RESUMO: O presente trabalho objetiva analisar nos Livros Didáticos (LD) de Matemática do 2º ano do Ensino Médio, adquiridos pela rede pública estadual da cidade de Barreiras-BA, a presença de jogos e sua possível exploração nas aulas. Para isso recorremos a uma pesquisa qualitativa do tipo documental. O percurso metodológico e de produção de dados seguiu algumas etapas. São elas: i) realizar levantamento das escolas da rede pública estadual com intuito de identificar quais os LD adquiridos; ii) identificar quais livros são utilizados nas escolas estaduais do município; iii) averiguar em *lócus* os livros adotados; iv) adquirir junto às escolas os livros didáticos de Matemática do 2º ano adotado por cada uma delas; v) identificar nas coleções a presença ou ausência quanto as estratégias com uso de jogos; vi) analisar minuciosamente como os jogos inclusos nos livros didáticos são propostos e; vii) produzir os critérios de análise. A análise de dados produzida na pesquisa se deu por meio da análise de conteúdo, na perspectiva apresentada por Bardin (1977). Percebe-se que os LD avaliados contemplam tarefas importantes para o ensino desta ciência, no entanto, no que se refere ao jogo, ainda é pouco explorado. Ressaltamos que os livros didáticos de Matemática atendem exigências estabelecidas pelos critérios do PNLD, mas que ainda precisa ter um olhar criterioso em relação aos jogos enquanto recurso metodológico para ensino e aprendizagem.

PALAVRA-CHAVE: Livro didático. Matemática. Jogo. Ludicidade. Formação de professores.

ABSTRACT :The present work aims to analyze in the Didactic Books (DB) of Mathematics of the 2nd year of High School, acquired by the state public network of the city of Barreiras-BA, the presence of games and their possible exploration in class. For this we resort to a qualitative research of the documentary type. The methodological and data production path followed a few steps. They are: i) to survey the schools of the state public network in order to identify the DB acquired; ii) identify which books are used in the state's municipal schools; iii) to search in locus the books adopted; iv) to acquire with the schools the Mathematics textbooks of the 2nd year adopted by each of them; v) identify in the collections the presence or absence of strategies with game use; vi) analyze in detail how the games included in the textbooks are

proposed and; vii) produce the criteria for analysis. The analysis of data produced in the research took place through the analysis of content, in the perspective presented by Bardin (1977). It can be noticed that the evaluated DBs consider important tasks for the teaching of this science, however, as far as the game is concerned, it is still little explored. We emphasize that Mathematics textbooks meet requirements established by the PNLD criteria, but still need to have a critical view regarding games as a methodological resource for teaching and learning.

KEYWORD: Textbook. Mathematics. Game. Playfulness. Teacher training.

1 I INTRODUÇÃO

O ensino e a aprendizagem da Matemática tornou-se uma área de interesse em pesquisa por parte de um número significativo de professores/pesquisadores. De acordo com Flemming, Luz e Mello (2005, p.14) "a área da Educação tem sido alvo de constantes pesquisas que buscam inovar a sala de aula e desenvolver uma prática docente criativa e adequada às necessidades da sociedade do século XXI".

Conforme sinalizam as autoras, referenciadas anteriormente, o processo de ensino e aprendizagem vem ganhando ênfase, sobretudo, na busca por diferentes abordagens metodológicas que possam se adequar às necessidades postas pela sociedade. Com a Matemática, obviamente, não é diferente, uma vez que a mesma não anda na contramão posta pela sociedade atualmente e é alvo de duras críticas quanto aos resultados apresentados, também, mas não somente, pelas avaliações externas.

Dentre as diversas tendências presentes na educação Matemática destacamos a ludicidade e o livro didático, principalmente pensando-os como instrumentos que possibilitam estratégias de ensino e desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos. O livro didático (LD) de Matemática exerce grande influência no quadro de conhecimento matemático que circula no âmbito escolar, nesse caso é importante que nele sejam incorporadas as sugestões indicadas pelas propostas curriculares e as tendências, dentre as quais se encontra o lúdico.

O que nos levou a optar pela discussão de ludicidade e do livro didático dentro das inúmeras tendências conhecidas? Quanto à ludicidade, foi a experiência vivida na disciplina de Laboratório do Ensino de Matemática e de nossa participação enquanto bolsistas no projeto PIBID[1]. Isso nos despertou o interesse em conhecer um pouco mais sobre a abordagem e articulação entre essas tendências "jogo e o ensino de Matemática". Em relação ao livro didático, sobretudo, deve-se a participação em iniciação científica (IC[2]) com estudo e análise de livros didáticos. Nesse artigo, portanto,

1 Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID). O projeto do PIBID a que se refere este estudo foi desenvolvido ao longo do ano de 2013 a 2016, numa turma do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Barreiras- BA e teve como foco o desenvolvimento do projeto "Laboratório de Ensino de Matemática: Espaço de Formação numa perspectiva lúdica";

2 Programa Institucional de Iniciação Científica (IC). O projeto a que se refere o estudo foi de-

reunimos essas duas áreas de investigação na tentativa de estabelecer possíveis relações e buscar saber como este instrumento, o LD, aborda esta tendência, o lúdico, não perdendo de foco o ensino de Matemática.

Apresentamos, portanto, as seguintes questões que nortearam a pesquisa: Os jogos estão inseridos nos LD de Matemática do Ensino Médio? Como a presença ou a ausência de tais ferramentas nos LD pode refletir na prática pedagógica dos professores que ensinam Matemática no Ensino Médio?

Buscando respostas para as perguntas acima apresentadas, temos como hipótese de pesquisa que os LD de Matemática do Ensino Médio não indicam os jogos como ferramentas didáticas, ou quando o fazem, muitas vezes, podem não serem explorados pelos professores, que muitas vezes desconsideram, portanto, seu potencial enquanto recurso para o ensino e aprendizagem da Matemática. Entendemos que essa realidade perpassa pela própria constituição do material pedagógico e recai na formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática no Ensino Médio.

Levando em consideração a importância que o LD exerce e sua influência no âmbito escolar, e de como os jogos, movido pela sua dimensão lúdica, vem sendo apontados como instrumento mediador da aprendizagem, foi desenvolvida essa pesquisa cujo objetivo foi *Analisar nos LD de Matemática do 2º ano do Ensino Médio que foram adquiridos pelas escolas estaduais da cidade de Barreiras-BA, a presença de jogos e sua possível exploração nas aulas de Matemática.*

Além disso, investigou-se a possibilidade do jogo estar sendo utilizado enquanto instrumento pedagógico na intervenção do ensino e aprendizagem da Matemática. Desta forma foram delimitados os seguintes objetivos específicos:

I. Identificar a presença de jogos matemáticos nos livros;

II. Identificar os jogos como atividade com potencial lúdico no aprendizado dos conteúdos.

Segundo Dante (1996, p. 83), "o livro didático de Matemática, quando bem utilizado, tem um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem, afirmando que só a aula do professor não consegue fornecer todos os elementos necessários para a aprendizagem do aluno". Nesse sentido, o jogo inserido nos LD poderia contribuir para a vivência de situações lúdicas nos espaços escolares, principalmente se considerarmos que o LD é uma fonte de referência importante, como já sinalizamos anteriormente.

senvolvido entre os anos de 2013 a 2014 e teve como foco "Os livros didáticos de Matemática utilizados pelas escolas públicas de Barreiras- BA: uma análise na perspectiva das orientações oficiais e da Educação Matemática".

JOGO, LUDICIDADE E MATEMÁTICA: UM BREVE OLHAR PARA OS LIVROS DIDÁTICOS

O livro didático (LD) é um recurso importante, sobretudo, por auxiliar o professor e o aluno no processo de ensino e aprendizagem e que, por sua distribuição gratuita pelo Ministério da Educação, está presente em todas as escolas do território nacional. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), dentre os diferentes recursos, o LD é um dos materiais de mais forte influência na prática do ensino brasileiro (BRASIL, 1998).

Neste contexto, o livro didático torna-se um objeto sujeito à cultura, tornando se muito difícil sintetizar sua definição. Para Oliveira et al. (1984, p. 11), o livro didático é "um material impresso, estruturado, destinado ou adequado a ser utilizado num processo de aprendizagem e de formação". Nessa direção, Lajola (1996) afirma que o livro didático pode ser decisivo para a qualidade da aprendizagem, mostrando-se eficaz e de grande importância na construção da identidade de uma sociedade, sendo assim, ele é visto como referência indispensável na educação e objetiva adequar às necessidades das escolas públicas, mas não sendo o único instrumento da área educacional.

Vale discutir, mesmo que de forma breve, os motivos que nos levam a apresentar o jogo e a ludicidade como categorias distintas de discussão. Em um primeiro momento é quase que consensual, por parte de muitos estudantes e professores, quando questionados sobre o que é lúdico, responderem que é o jogo ou a brincadeira apenas (SILVA, 2014). Nesse sentido, parece que esses dois conceitos se envolvem de tal forma que um instrumento de representação passa a ser a própria ludicidade.

Entendemos, ainda referenciando Silva (2014), que a tomada de algo como lúdico é subjetiva. Alguns elementos como liberdade, por exemplo, contribuem para que o sujeito perceba algo como lúdico ou não. Nesse sentido, percebendo essa subjetividade, portanto, entendemos que inúmeras ferramentas podem ser percebidas de tal forma. A música, a literatura, a culinária, a dança, as atividades esportivas e a Matemática são algumas das diversas atividades com potencial lúdico, ou seja, que podem ser percebidas como tal.

Nesse sentido, entendendo a ampla discussão que pode ser gerada a partir daí, decidimos estabelecer essa relação para que entendamos o jogo como uma das inúmeras possibilidades de atividade/ferramenta lúdica. Concordamos que no espaço escolar, corriqueiramente, se recorrem ao jogo e a brincadeira quando querem revestir uma aula com caráter lúdico. Nas aulas de Matemática não é diferente. O jogo, algumas vezes, é opção de muitos professores que querem tornar a aprendizagem da Matemática mais prazerosa e é por isso que focamos nesse trabalho com essa discussão em particular.

A disciplina de Matemática é considerada por muitos alunos como difícil, um “bicho papão”. Segundo Silveira (2002), existe um sentido pré-constituído evidenciado na fala dos alunos de que a Matemática é difícil. Nesse caso, muitas vezes, a ludicidade é recorrida como forma de aproximar o estudante do saber matemático.

Esta ciência é de fundamental importância na formação do indivíduo que busca concluir o Ensino Médio, tanto para a sua inserção no mercado de trabalho como, também, para sua realização/formação humana. Diante disso, entendendo o movimento de trabalho com a ludicidade como formação lúdica, evidenciamos que “a formação lúdica se assenta em pressupostos que valorizam a criatividade, o cultivo da sensibilidade, a busca da afetividade [...]” e tem no jogo a sua fonte dinamizadora (SANTOS; CRUZ, 2011, p. 13).

Ainda segundo as mesmas autoras, essa formação, nomeada de lúdica, possibilita ao sujeito conhecer-se como pessoa, saber de suas possibilidades e limitações, desbloquear suas resistências e ter uma visão clara sobre a importância do jogo e do brinquedo por exemplo (SANTOS e CRUZ, 2011, p. 13). Entenderemos melhor sobre o que discutimos até aqui buscando definições para esses termos.

A palavra lúdico, de acordo com Santos e Cruz (2011, p. 09), vem do latim ludus e significa brincar. Estão incluídos nesse brincar, ainda segundo as autoras, os jogos, brinquedos e divertimentos, e ainda a conduta daquele que joga, que brinca e que se diverte. A “função educativa do jogo oportuniza a aprendizagem do indivíduo, seu saber, seu conhecimento e sua compreensão de mundo”.

“Tentar definir um jogo não é uma tarefa fácil. Quando se pronuncia a palavra jogo cada um pode entendê-la de modo diferente”, como destaca Kishimoto (2011, p. 15). No entanto, a palavra jogo apresenta algumas definições. Recorremos a ela então. Por exemplo, no dicionário Aurélio (2004, p. 1158) o jogo é “uma atividade física ou mental fundada em sistema de regras que define a perda ou ganho, passatempo, brincadeira, divertimento”.

Segundo Lorenzato (2010), nos últimos séculos, os jogos e as brincadeiras tem sido foco de estudos e pesquisas, uma vez que, muitos pesquisadores relatam a importância do apoio desses recursos como facilitador para aprendizagem.

Portanto, a ideia de jogo ultrapassou uma barreira de tempo e sua aceitação e utilização na sociedade vem sendo cada vez mais enfatizada como ferramenta metodológica, na construção de conceitos e no ensino e aprendizagem. Segundo Flemming (2005), os jogos são apresentados como estratégia para o desenvolvimento de ambientes de aprendizagem que propiciem a criatividade, não só para crianças, mas também para adolescentes e adultos.

A Matemática está presente na vida e precede a entrada da criança na escola desde a educação infantil e perpetua por toda a sua vida, mostrando-se cada vez mais importante na formação dos indivíduos, pois, muitas ações humanas do dia a dia são situações matematizadas (EVES, 2011), e isto proporciona a adaptação para situações-problema.

O ensino da Matemática, muitas vezes, trazem práticas que estão atreladas ao cotidiano e as necessidades sociais dos indivíduos. Dentro destas práticas está o jogo que vem tornando-se uma tendência que possibilita aos alunos aprenderem de forma prazerosa e, também, com significado. Assim, a importância do jogo no ensino de Matemática vem sendo cada vez mais enfatizada por muitos autores, como os já referenciados até aqui.

Voltando a discutir particularmente o jogo um pouco mais, partindo das construções teóricas feitas por Kishimoto (2002), entendemos que essa ferramenta potencialmente lúdica propicia a experiência do êxito, possibilita a autodescoberta, a assimilação e a integração com o mundo por meio de relações e de vivências.

Constatamos, a partir das discussões teóricas estabelecidas até aqui, que o uso de jogos matemáticos é, tendo em vista os autores ora referenciados, de grande influência para o desenvolvimento da aprendizagem matemática. É uma forma metodológica que possibilita uma aprendizagem de forma prazerosa e potencialmente lúdica. Além disto, por meio dos jogos os alunos se expressam de forma espontânea e nos possibilita perceber quais são as habilidades e dificuldades.

No entanto nos cabe discutir outra questão, ainda sobre ludicidade, mas dessa vez relacionado às percepções do jogo, por parte de muitos professores que atuam no Ensino Médio, que o vê como perda de tempo e inútil, algo que não contribui com o processo de ensino e aprendizagem. Entendemos esse tipo de construção ranço, também, do período histórico em que a Igreja apresentou, como discute Alves (2012), uma imagem negativa em relação ao jogo. Ainda hoje é comum termos denominações religiosas que proíbem os seus fiéis de jogarem, mesmo se o jogo seja na escola e como parte de uma atividade sistemática de aprendizagem.

Para os professores que apresentam essa percepção do jogo e que, durante a sua formação não se possibilitou a (re)significação da mesma, as chances do uso desse tipo de atividade em sala de aula é pequena, afinal, não é coerente usarmos em sala de aula algo que não acreditamos. Recorreremos, quase sempre, as práticas que figuram como exitosas para nós. E se essas práticas forem sugeridas pelo LD? Pensamos que haverá uma negação dessa proposta.

Vejamos o que o PNLD (2014) apresenta como funções importantes que se espera do aluno: i) favorecer a aquisição de saberes socialmente relevante; ii) consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos; iii) propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades do aluno, que contribuam para aumentar sua autonomia; iv) contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

Em algumas dessas funções apresentadas podemos perceber que o caráter e o uso de ferramentas com potencial lúdico podem contribuir muito positivamente. Pensamos não ser por acaso que muitos livros já trazem, muitas vezes em encartes, jogos e outras atividades com potencial lúdico, como sugestão aos professores. O movimento de pensar a construção de um LD vai, muitas vezes, ao encontro das pesquisas realizadas pelas diversas tendências em educação Matemática.

E pensar essa lógica de jogos e brincadeiras, bem como de outras ferramentas com potencial lúdico para o público de jovens e adolescentes é outro ponto que merece uma atenção especial. Muitos professores, e os próprios alunos, alimentam uma ideia de que o jogo e a brincadeira são atividades que devem ser realizadas apenas para o público infantil.

A esse respeito, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio sinalizam que “os jogos e brincadeiras são elementos muito valiosos no processo de apropriação do conhecimento”. Permitindo o desenvolvimento de competências na área da comunicação, das relações interpessoais, da liderança e do trabalho em equipe, utilizando a relação entre cooperação e competição em um contexto formativo. Ainda segundo o documento, o jogo oferece estímulo e ambiente propício que favorece o desenvolvimento espontâneo e criativo dos alunos, permitindo que o professor amplie seu conhecimento de técnicas ativas de ensino, desenvolvendo capacidades pessoais e profissionais para estimular nos alunos a capacidade de comunicação e expressão, “mostrando-lhes uma nova maneira, lúdica, prazerosa e participativa de relacionar-se com o conteúdo escolar, levando a uma maior apropriação dos conhecimentos envolvidos”. (BRASIL, 2006, p. 28)

Assim, os jogos podem ser estratégias de ensino e aprendizagem, que quando bem articulados com a Matemática estudada, podem ser interessantes para os alunos do Ensino Médio, pois ao mesmo tempo em que se brinca, está aprendendo de forma divertida e prazerosa.

Agora, tendo em vista que optamos por analisar nos livros didáticos as atividades que se relacionam aos conteúdos de Geometria, falemos um pouco sobre isso.

A Geometria é de fundamental importância para o conhecimento do aluno pois, segundo Rêgo *et al* (2012), é o ramo da Matemática que estuda as propriedades relacionadas a posições e formas de objetos no plano e no espaço. Pode ser aplicada em diversas situações do cotidiano como na engenharia, na produção de embalagens (para identificar, por exemplo, a mais econômica), nos esportes e até mesmo na natureza. É possível identificar formas geométricas presentes nos mais diversos lugares além de apresentar importantes conteúdos para a compreensão de outras ciências como Física, Química e Biologia, onde o professor pode trabalhar com situações problematizadoras, utilizando como recurso a interdisciplinaridade.

No entanto o ensino de Geometria tem apresentado inúmeros problemas e, de certa forma, encontra-se comprometido em vários aspectos, principalmente devido ao negligenciar o ensino desse conteúdo, por parte de muitos professores que atuam em escolas públicas atualmente. Embora os livros didáticos de Matemática apresentem os conteúdos de Geometria, Pavanello (1989) afirma, partindo de dados de pesquisa realizada, que muitos alunos, mesmo ao chegar no 2º grau (hoje Ensino Médio), apresentam dificuldades quando são trabalhados esses conteúdos.

Neste contexto, fica evidente a importância de se garantir o conhecimento geométrico, uma vez que, sua abordagem nos livros didáticos contribui na formação dos alunos da rede pública. De acordo com Rêgo *et al* (2012, p. 10) os conhecimentos deste campo são reconhecidos com inquestionável importância para formação de nossos alunos, quer consideremos os aspectos didáticos, históricos ou científicos.

ASPECTOS METODOLÓGICOS E PROCEDIMENTOS

Quando se propõe a investigação de um determinado tema deve-se ter em mente que são muitas as possibilidades de pesquisas e fontes. Nesse caso, esse trabalho caracteriza-se enquanto pesquisa qualitativa, do tipo documental, tendo em vista o que apresenta Borba e Araújo (2006, p. 106), ao afirmarem que elementos significativos para a formação do professor de Matemática, podem ser caracterizados como pesquisa deste tipo.

De acordo com Valente (1999), a pesquisa com o livro didático se torna relevante, porque ajuda a compreender alguns elementos importantes sobre o ensino de uma determinada ciência. Nesse contexto, pretendemos realizar uma análise no livro didático de Matemática do 2º ano do Ensino Médio. O enfoque para a análise será o conteúdo de Geometria sob a ênfase do PNLD (2014) e a relação com a temática de jogos, discutido ao longo da discussão teórica do trabalho.

Apresentamos a seguir, no quadro 01, as etapas que conduziram o desenvolvimento deste trabalho:

Etapas	Períodos
❖ Realizamos um levantamento junto com Núcleo Regional de Educação (NRE) 11, a fim de termos informações dos livros adotados em cada escola;	Jul à agos/ 2015
❖ Definição de análise dos livros de Matemática do 2º ano após apresentação do projeto- Sugestão baseada na experiência do professor que ensina Matemática no Ensino Médio.	Dez/ 2015 à fev/2016
❖ Averiguamos em *lócus* os livros adotados;	Jan/2016 à abril/ 2016
❖ Adquirimos junto as escolas os livros didáticos de Matemática do 2º ano adotado por cada uma delas;	abril/2016 à mai/2016
❖ Identificamos nos livros didáticos de Matemática do 2º ano, a presença ou ausência quanto as estratégias com uso de jogos com potencial lúdico;	Jul/2016 à Jun/2016
❖ Definição do conteúdo com base na apreciação dos livros didáticos de Matemática (Conteúdo de Geometria)	Jun/2016 à agos/2016
❖ Produção dos critérios de análise quanto aos indícios apresentados pelos jogos que podem conduzir para uma prática potencialmente lúdica.	Agos/2016 à

Quadro 01: Etapas de produção dos dados

Fonte: elaborada pela autora 2015

1ª etapa: A pesquisa foi desenvolvida a partir do levantamento das escolas da rede pública estadual da cidade de Barreiras- BA, junto ao Núcleo Regional de Educação - NRE 11, com intuito de identificar quais os LD foram adquiridos por essas escolas.

De acordo com a NRE 11, a cidade de Barreiras-BA é composta por 13 escolas e 7 anexos, não sendo contabilizado escolas Círculos de Pais e Mestre (CPM), Família Agrícola e turmas de períodos de avaliação anual.

Na 1ª etapa também foi estudado o corpus documental, dando especial destaque as Orientações Curriculares para o Ensino Médio e o Guia Nacional do Livro Didático, que compõem os livros didáticos aprovados pelo o PNLD 2015. Destacamos que foram aprovados seis (6) coleções de livros didáticos de Matemática do ensino médio.

Assim apresentamos no quadro 02 as coleções de livros adotadas pela rede estadual de ensino, respectivamente aprovadas pelo PNLD 2015.

Coleção v. (1,2,3)	**Autor (es)**	**Editora**	**Edição/ano**
Conexões com a Matemática	Fábio Martins de Leandro	Editora Moderna	2ª ed./2013
Matemática: Contexto &Aplicações	Luiza Roberto Dante	Editora Ática	2ª ed./2013
Matemática Paiva	Manoel Rodrigues Paiva	Editora Moderna	2ª ed./2013
Matemática- Ciência e Aplicações	Gelson Iezzi e outros	Editora Saraiva	7ª ed./2013
Matemática- Ensino Médio	Kátia Cristina Stocco Smole Maria Ignez de Souza Diniz	Editora Saraiva	8ª ed./2013
Novo Olhar Matemática	Joamir Roberto de Souza	Editora FDT	2ª ed./2013

Quadro 02: Coleção de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio aprovados pelo PNLD 2015.

Fonte: Dados do Guia de Livros Didáticos PNLD 2015

Essas coleções que foram aprovadas pelo PNLD 2015 atendem a critérios pré-estabelecidos como, por exemplo: a) compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos e b) relacionam a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

2º etapa: Realizamos um levantamento dos livros utilizados nas escolas estaduais do município e a partir de então proceder a análise para dar continuidade a pesquisa. Vale destacar que foram seguidas todas as questões éticas.

Apresentaremos no quadro 03 as coleções que foram adotadas pelas escolas estaduais da cidade de Barreiras-BA e seus respectivos códigos L1, L2, L3, L4 e L5, elaborado pelos pesquisadores. Dados esses construídos de acordo com o levantamento feito e informações fornecidas pelo Núcleo Regional de Educação 11.

Coleções	**Autor (es)**	**Código**
Conexões com a Matemática	Fábio Martins de Leandro	L1
Matemática: Contexto &Aplicações	Luiza Roberto Dante	L2
Matemática- Ciência e Aplicações	Gelson Iezzi e outros	L3
Matemática- Ensino Médio	Kátia Cristina Stocco Smole Maria Ignez de Souza Diniz	L4
Novo Olhar: Matemática	Joamir Roberto de Souza	L5

Quadro 03: Coleção de Livros Didáticos de Matemática adquirida pela cidade de Barreiras- BA.

Fonte: Organizado pela autora 2015.

Nota: Coleção dos Livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, 2º ano adotados pelas escolas (sede) da rede estadual do município de Barreiras-BA.

3ª etapa; averiguamos em *lócus* os livros adotados.

4ª etapa: adquirimos junto às escolas os livros didáticos de Matemática do 2º ano adotado por cada uma delas, com intuído de sabermos se todos os livros didáticos que estavam sendo utilizados estavam dentro do conjunto das obras aprovados pelo PNLD, que segue rigorosamente alguns critérios para que o livro didático seja aprovado. Como também foi realizado a estatística do mais adotado. Apresentaremos a seguir o gráfico 01 com os dados dos livros didáticos adquiridos por escolas.

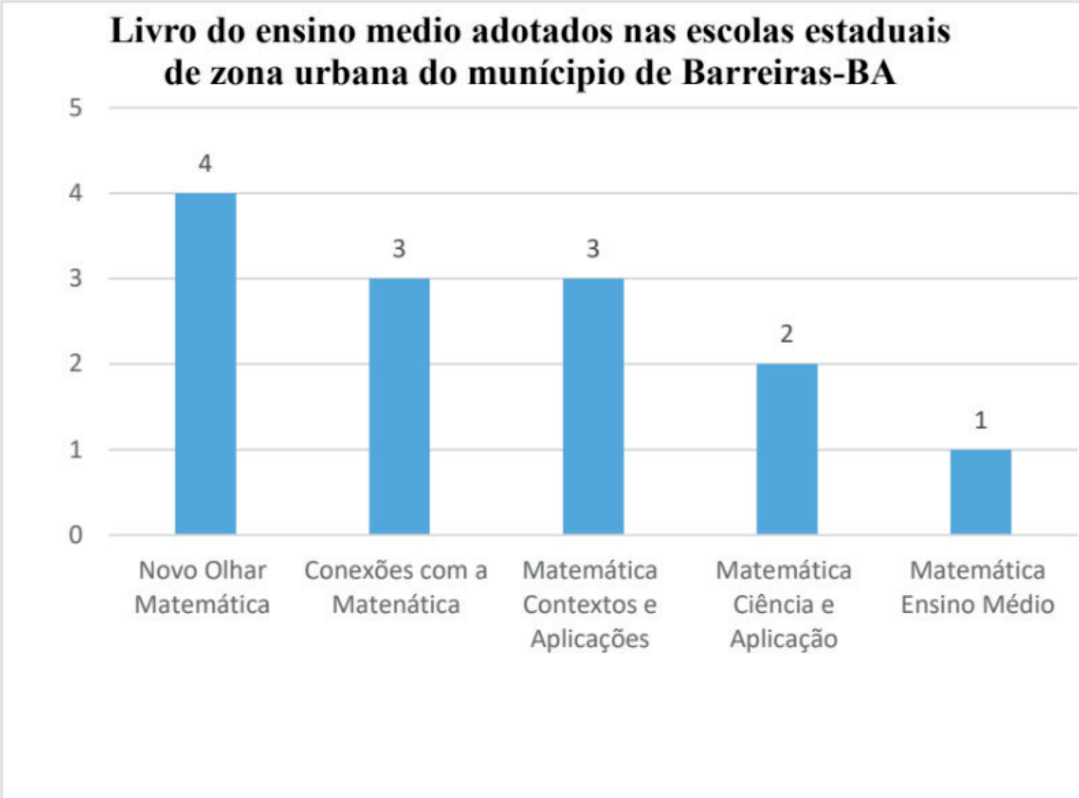


Gráfico 01: Livros didáticos adotados

Fonte: Organizado pelos autores 2015

O livro didático constitui em uma ferramenta de trabalho fundamental, no contexto pedagógico do professor e ao aluno como fonte de referência a saberes e conhecimentos científicos. Desta forma, optamos para análise o livro didático que foi mais adotado pelas escolas da rede pública estadual da cidade de Barreiras- BA, como apresenta o gráfico 01.

5ª etapa: identificamos nas coleções de livros didáticos de Matemática do 2º ano do Ensino Médio, a presença ou ausência de estratégias com uso de jogos.

6ª etapa: após a apreciação dos livros didáticos de Matemática, para definição do conteúdo mais mobilizado nas proposições de jogos no 2º ano do Ensino Médio, identificamos que o conteúdo de Geometria foi o que mais se aproximou da proposta de pesquisa. Este momento foi de analisar minuciosamente como os jogos inclusos nos livros didáticos são propostos e como podem contribuir para a compreensão da Matemática.

7ª etapa: produção dos critérios de análise (quadro 05), quanto aos indícios apresentados pelos jogos, que podem conduzir para uma prática potencialmente lúdica.

QUADRO DE COERÊNCIA		
OBJETIVO GERAL: Analisar nos LD de Matemática do 2º ano do Ensino Médio que foram adquiridos pelas escolas estaduais da cidade de Barreiras-BA, a presença de jogos e sua possível exploração nas aulas de Matemática.		
QUESTÕES NORTEADORAS	**OBJETIVO ESPECÍFICO**	**PROCEDIMENTO/INSTRUMENTO**
Há nos livros didáticos de Matemática do segundo ano do Ensino Médio a presença de jogos?	Identificar a presença de jogos Matemáticas nos livros	Levantamentos dos livros utilizados na rede estaduais através do Núcleo Regional de Educação da bacia do Rio Grande. Analisar a presença de jogos neles
Identificar o conteúdo	Identificar o conteúdo mobilizado nas proposições de jogos potencialmente lúdicos.	Selecionar o conteúdo no livro didático de Matemática.
Com que frequência os jogos aparecem no LD de Matemática e se estão relacionados com os conteúdos para aprendizagem?	Identificar os jogos como atividade com potencial lúdico no aprendizado dos conteúdos.	Selecionar a atividade e apresentar possibilidades de atividades lúdicas relacionados com o jogo identificado.

Quadro 04- Quadro de coerência da pesquisa

Fonte: organizado pelos autores 2015

ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS: PARÂMETROS ADOTADOS

Para levantamento e organização das informações que nortearam este trabalho, foi utilizada a análise documental. De acordo com Ludke e André (1986, p. 38), "[...] a análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem qualitativa, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema".

Podemos ressaltar que a análise de documento é uma fonte importante e rica de informação para realizar uma pesquisa. Bardin (1977) apresenta uma série de vantagens para o uso de documentos na pesquisa ou na avaliação educacional, dentre elas podemos destacar que: os documentos podem ser consultados várias vezes e é de baixo custo.

A análise dos livros foi dividida em três eixos. No primeiro eixo analisaremos os livros didáticos e os elementos que o constitui. Cabe ressaltar que os elementos correspondentes ao livro nortearam-se através do PNLD. O segundo eixo está voltado ao estudo da presença ou ausência de jogos. Para a construção dos parâmetros embasamos nos conhecimentos de Kishimoto (2011), Alves (2012) e Muniz (2014).

Os autores apresentados anteriormente trazem algumas definições referentes aos elementos que são necessários para a constituição de um jogo. Mesmo alguns dos textos sendo apresentado em um contexto da educação infantil, consideramos pertinente o uso deste conceito para realidade da educação do Ensino Médio por ser este um instrumento desencadeador da aprendizagem e, também, por estender esse conceito como sendo do humano e não específico de um público apenas. Claro que as especificidades que são do público de jovens terão suas particularidades respeitadas e ai entra nossa contribuição para o campo de estudo.

O terceiro eixo está pautado no conceito de ludicidade. Para fundamentar estes indícios trazemos as concepções de Kishimoto (2002), Santos e Cruz (2011), Alves (2012), Oliveira (1984), Ronca (1989), Silva (2014), que trazem uma discussão acerca desse conceito.

As técnicas utilizadas para o melhor desenvolvimento da análise de conteúdo baseiam-se na concepção de Bardin (1977, p. 37), que considera que a análise de conteúdo consiste em um conjunto de técnicas de análise das comunicações que visa obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, “indicadores (quantitativos ou não) que permitam a intenção de conhecimento relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens”.

A análise de conteúdo, na perspectiva de Bardin (1977), apresenta três fases. A primeira é a pré- análise, onde se procede a escolha do documento; a segunda é a exploração do material dos dados que envolvem a escolha das unidades, a enumeração e a classificação; e a terceira, por fim, é constituída pelo tratamento, inferência e interpretação dos dados.

Neste contexto é importante salientar o papel do pesquisador, pois há diferentes fases da análise de conteúdo para decodificar, no entanto, cabe o pesquisador fazer um esforço para desvendar o conteúdo a ser estudado.

No quadro 05, abaixo, estão descritos os eixos e categorias nas quais tomamos como base a análise do livro didático.

Eixos	Categorias
Livro	1-Autor
	2-Ano de publicação/edição;
	3-Conteúdo
	4-Capítulo
	5-Apresentação
	6-Páginas
	7-Conceitos trabalhado no capítulo
	8-Apresenta figuras
	9-Atividades práticas
	10-Indicações de sites
	11-Pressupostos metodológicos:
	12-Apresenta jogos

Jogos	1-Apresentação (quantas páginas destinadas; intervalos de páginas- em que espaço)
	2-Qual a concepção de jogo
	3- É um recurso metodológico
	4-Apresenta objetivo
	5-Há contextualização (Está articulado com o conteúdo apresentado)
	6-Compreende e transmite ideia Matemática
	7- Há indicação do uso de recurso, materiais para a construção do (materiais de baixo custo, de fácil ou difícil acesso)
	8-Produção do Jogo (industrializado; aluno; professor)
Ludicidade	1-É possível desenvolver a construção do conhecimento Matemática de forma divertida
	2-Traz indícios de uma aprendizagem potencialmente prazerosa
	3-Há incentivos de atividades potencialmente lúdica

Quadro 05: Roteiro de análise do livro didático de Matemática

Fonte: organizado pela autora 2015

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Breve Apanhado Quanto aos Indícios de Jogos Potencialmente Lúdicos nos Livros Adotados.

Os livros didáticos utilizados na escola são instrumentos aos quais os professores podem utilizar para auxiliar no planejamento e desenvolvimento dos conteúdos. É relevante destacar, a importância do professor se atentar à escolha do livro didático, uma vez que muitos deles utilizam o livro como ferramenta única de trabalho, e é neste contexto que ressaltamos a importância da atenção na escolha deste instrumento, pois, este trará grandes contribuições no ensino e aprendizado dos estudantes.

Com base nos dados da análise, os livros didáticos de Matemática, de uma maneira geral, apresentam sua capa com cores fortes e vibrantes, na abertura das unidades apresenta o tema que está relacionado com seu respectivo capítulo, ou seja, são organizados de forma sequenciada, o que auxiliará no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com Lajolo (1996, p. 5),

> como um livro não se constitui apenas de linguagem verbal, é preciso que todas as linguagens de que ele se vale sejam igualmente eficientes. O que significa que a impressão do livro deve ser nítida, a encadernação resistente, e que suas ilustrações, diagramas e tabelas devem refinar, matizar e requintar o significado dos conteúdos e atitudes que essas linguagens ilustram, diagramam e tabelam.

A forma como o livro está organizado é um dos fatores que pode contribuir para a sistematização de conceitos matemáticos perpassando pelas múltiplas linguagens que constituem esse instrumento nas aulas de Matemática. O quadro 06, abaixo, foi construído para demonstrar os jogos apresentados nos livros didáticos identificados nas escolas.

Livros adotados	Indícios de jogos
L1	0
L2	2
L3	1
L4	0
L5	2

Quadro 06: Análise dos jogos presentes nos livros didáticos de Matemática adotados do 2° ano do Ensino Médio

Fonte: Organizado pelos autores 2015

Com a análise pode-se perceber também, que alguns livros didáticos não utilizam ou não sugerem jogos como instrumento de aprendizagem. E os que trazem alguma proposta de jogos e brincadeiras, apresentam apenas como desafios, atividades complementares, passatempo, ou como sugestões de sites no final do livro, cabendo ao professor o desafio da utilização ou não de uma proposta lúdica com o objetivo de contextualizar o conteúdo apresentado.

A utilização de jogos nas aulas de Matemática poderia ser mais estimulada, já que estudos comprovam sua eficácia na desmistificação de que a Matemática é uma disciplina difícil, o que acaba motivando e tornando o aluno mais satisfeito com o processo de se fazer matemática. E como afirma Muniz (2014, p.13) “a utilização do jogo como mediador do conhecimento matemático, ganha importância nos discursos dos educadores e dentro da prática pedagógica a partir da necessidade da participação efetiva do sujeito na construção de seu conhecimento”.

Neste sentido, entendemos que os jogos, inseridos nos livros didáticos de Matemática, são recursos metodológicos que possibilitam uma aprendizagem com significado, e se acrescida na sala de aula pode ser uma benéfica estratégia para o aluno interagir com o conteúdo e assim, construir conhecimento e se aproximar da matemática.

Destacamos, também, que os jogos nos livros didáticos podem contribuir para uma visão da Matemática como construção humana. Porém, há uma preocupação de como apresentar este material “o jogo” nas aulas, uma vez que, sua apresentação não deve ter uma finalidade de brincadeiras apresentadas em momentos de intervalos ou sem nenhum objetivo. Conforme ressalta Kishimoto (2011), o jogo, na educação Matemática passa a ter caráter de material de ensino quando considerado promotor de aprendizagens.

ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO MAIS ADOTADO

O Quadro 07 apresenta a síntese da análise do livro didático de Matemática mais adotado na rede estadual da cidade de Barreiras-BA. Ressalta-se que será enfatizado o capítulo de geometria, tomando como parâmetro o PNLD 2015.

Eixos	**Categorias**	
Livro	Autor	Joamir Roberto de Souza
	Ano de publicação/edição;	2013/2ª ed.
	Conteúdo	Geometria
	Capítulo	Organizado em 5 unidades distribuídas em 9 capítulos;
	Apresentação	-Volume 2 da coleção; - Contempla a proposta de análise na unidade 4 correspondentes ao capítulo 7;
	Páginas	-Total de 320 páginas das quais 28 contempla o conteúdo de geometria (páginas: 182-211);
	Conceitos trabalhado no capítulo	-Área de figuras planas; -Área de polígonos; -Área de polígonos regulares; -Razão entre áreas de figuras planas; -Área do círculo;
	Apresenta figuras	Apresenta uma gama de figuras;
	Atividades práticas	Apresenta de forma clara;
	Indicações de sites	Apresenta no final do livro várias opções de site;
	Pressupostos metodológicos:	-Resolução de problemas; -Atividades resolvidas; -Listas de exercícios; -Atividades complementares com questões contextualizada do cotidiano; -Desafios; -Questões do ENEM; -Questões de vestibulares; -Leituras complementares.
	Apresenta jogo	-Tangram (p.194) e campo minado (p. 254);

Jogos	1-Apresentação	-Contextualizado com um desafio.
	2-Qual a concepção de jogo	-Construção de conceitos de área de figuras planas;
	3- É um recurso metodológico	- É um material (jogo) com potencial lúdico que pode facilita a compreensão e construção de conceitos matemáticos.
	4-Apresenta objetivo	Apresenta como uma proposta de desafio, objetivando a montagem de suas peças e cálculo de área;
	5-Há contextualização (Está articulado com o conteúdo apresentado)	-A questão apresenta-se contextualizada com o conteúdo apresentado, mas de forma isolada na atividade;
	6-Compreende e transmite ideia Matemática	Transmite o conceito e o cálculo de áreas em forma geométrica o que contribui para o ensino e aprendizagem;
	7- Há indicação do uso de recurso, materiais para a construção (materiais de baixo custo, de fácil ou difícil acesso)	Há detalhe da construção, que é em malha quadriculada;
	8-Produção do Jogo (industrializado; aluno; professor)	Construção de baixo custo e podem ser construídos pelo próprio aluno.
Ludicidade	1-É possível desenvolver a construção do conhecimento matemático de forma divertida	Percebe-se que há indícios de atividades, que levam o aluno a desenvolver suas próprias estratégias e que estão atreladas diretamente com o conhecimento matemático construído de forma divertida e prazerosa;
	2-Traz indícios de uma aprendizagem potencialmente prazerosa	Traz atividades que podem ser exploradas de formas diversificadas, relacionando sua visualização e as relações das figuras;
	3-Há incentivos de atividades potencialmente lúdica	Há atividades em que o aluno tem que exercitar habilidades e estratégias, favorecendo assim, sua autonomia e possibilitando o prazer em solucionar determinadas situações problemas;

Quadro 07: Síntese da análise do livro didático de Matemática mais adotado.

Fonte: Organizado pela autora 2015

Com a análise percebe-se que o livro didático de Matemática mais adotado contempla atividades importantes, seus conteúdos estão sendo apresentados considerando o contexto e a história com os quais estão articulados, no sentido de contribuir para um melhor ensino de Matemática. No que se refere ao jogo, são apresentados de forma ainda muito tímida.

A obra analisada é o volume 2, composta de 320 páginas, as quais estão divididas em 5 unidades e 9 capítulos. Dentre as páginas do livro 28 são dedicadas ao estudo de geometria, que está apresentado no capítulo 7.

O capítulo referido distribui o conteúdo da seguinte forma: “Estudando área de figuras planas”; “Área de polígonos”; “Área de polígonos regulares”; “Razão entre áreas de figuras planas”; “Área do círculo”. Destacamos que a geometria é importante no ensino e aprendizagem de Matemática devido sua aplicabilidade no dia a dia [mas não só por isso]. É necessário que os conteúdos apresentados estejam de acordo com o PNLD. Segundo o Guia do Livro Didático PNLD (2014, p. 84), as obras aprovadas devem compor, no campo da geometria, os seguintes tópicos: "geometria plana (incluindo trigonometria); geometria espacial de posição; poliedros; e as grandezas geométricas".

O capítulo inicia o conteúdo de geometria com um texto curioso do cotidiano, e logo em seguida, um texto histórico com foco na geometria, embasado no conteúdo de área no que diz respeito à origem e sua necessidade das práticas de medições da terra. Este pode ser um meio eficaz de fazer o aluno perceber que a Matemática está associada aos diversos problemas do cotidiano e a outras áreas do conhecimento.

Nota-se que o livro analisado apresenta dentro do capítulo de geometria uma articulação em vários campos, tais como: geometria algébrica, engenharia, na arquitetura, na geografia (mapas), na agricultura com a medição de terra, também no moderno Sistema de Posicionamento Global (GPS), ou ainda nas figuras e jogos, e deste modo, relaciona o conhecimento matemático com o cotidiano. O livro apresenta também uma gama de exercícios, tanto resolvidos como atividades propostas, cabendo ao professor selecionar aquelas que julga mais pertinentes e estratégicos para o processo de ensino e aprendizagem do aluno.

Outro tipo de atividade encontrada no final do livro didático são sugestões de leitura de livros paradidáticos de Matemática, como colocado por Souza (2013) autor deste livro que é "para melhor compreensão dos conteúdos" apresentados na obra. São apresentadas também sugestões de sites que trazem tópicos matemáticos, bem como, um site de laboratório que compõem diversas atividades, dentre essas atividades, temos opções diversas de jogos que estão divididos por níveis de ensino: Ensino Fundamental I 1º ao 5º Ano, Ensino Fundamental II 6º ao 9º Ano e o Ensino Médio.

Os jogos nos sites apresentam objetivos específicos, com finalidade de explorar o desenvolvimento de competências e habilidades, como cálculo mental, raciocínio lógico e intuitivo na construção do conhecimento, além de proporcionar uma metodologia diferenciada, são atividades com potencial lúdico que possibilita o aluno aprender brincando.

Percebemos que há uma carência de jogos no livro analisado, pois apresenta apenas indícios de jogo, (campo minado e o tangram). O tangram refere-se ao conteúdo de geometria, que é apresentado na forma de desafio. Inicialmente apresenta-se uma contextualização acerca da constituição tangram e, posteriormente aborda uma forma diversificada de se desenvolver o conteúdo de área de figuras planas utilizando o tangram.

Assim, os jogos inseridos nos LD quando relacionados com atividades, não terão como finalidade somente o brincar e o divertimento, mas, também a possibilidade de desenvolver estratégias de ação apropriadas às atividades propostas. Portanto, os jogos enquanto propostas metodológicas têm grande potencial lúdico no processo de aquisição e desenvolvimento dessas competências e habilidades.

Neste contexto, Alves (2012, p.21) afirma que, “a educação por meio de atividades lúdicas vem estimulando as relações cognitivas, afetivas, sociais, além de proporcionar também atitudes de crítica e criação nos alunos que se envolvem nesse processo”.

Deste modo, podemos afirmar que o jogo pode contribuir para despertar o interesse do aluno, em aprender o conteúdo proposto, de uma forma espontânea e prazerosa.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

O presente estudo foi desenvolvido com intuito de analisar a presença dos jogos potencialmente lúdicos nos livros didáticos de Matemática dedicado ao 2º ano do Ensino Médio aprovado pelo PNLD 2015. Para tanto buscamos identificar os conteúdos matemáticos que são trabalhados com jogos. A partir de então foi possível perceber a importância e o cuidado da escolha do livro para o ensino e aprendizagem, pois o livro didático é um recuso de tamanha relevância por ser o instrumento norteador dentro do contexto escolar, e de maior acessibilidade, uma vez, que ele é distribuído gratuitamente pelo MEC.

Ao analisar um livro é de suma importância observar a contribuição deste, no que diz respeito a realidade a que o aluno está inserido, se há contextualização dentro do processo ensino e aprendizado, bem como a adequação das tendências “jogos” no sentindo de facilitar o entendimento dos conteúdos, levando o aluno a alcançar o objetivo proposto, neste caso, o aprendizado de forma prazerosa e divertida.

A utilização de jogos no ensino de Matemática como uma metodologia não é uma tarefa fácil, pois exige do profissional um planejamento diferenciado das aulas tradicionais, pois é um recurso de extrema relevância na educação.

Vale ressaltar, que a intenção deste trabalho não é a de defender uma única metodologia como sendo a mais efetiva, mas de estar mostrando o jogo enquanto possibilidade de recurso metodológico, principalmente no ensino médio, uma vez que, o docente ainda tem bastante resistência no uso deste instrumento, e, além da resistência temos uma pequena disfunção desta proposta de trabalhar com os jogos nesta modalidade de ensino, por isso acontece ainda de forma tímida, de acordo com a análise do LD ao buscar conhecer esse instrumento.

Percebe-se que os livros didáticos de Matemática avaliados contemplam tarefas importantes para o ensino desta ciência, no entanto, no que se refere ao jogo no livro didático de Matemática ainda é pouco explorado. Ressaltamos que os livros didáticos de Matemática atende exigências estabelecidas pelos critérios do PNLD, mas que ainda precisa ter um olhar criterioso em relação aos jogos enquanto recurso metodológico para ensino e aprendizagem. De forma, que o livro didático é o recurso mais utilizado pelos professores e alunos nas escolas públicas.

Assim, o papel do professor torna-se importante pois, enquanto mediador do conhecimento, pode oferecer recreações, "jogos" como metodologia no processo ensino e aprendizagem. Sendo relevante que a inserção destes jogos nos conteúdos tenha a devida importância uma vez que o uso deste recurso pode desenvolver saberes e não somente a diversão.

Enfim, a partir da análise observamos que torna-se necessário uma busca minuciosa feita pelo professor na escolha do livro didático de matemática sobre os aspectos matemáticos, pois acreditamos que o ensino da Matemática atrelado a jogos com potencialidade lúdica, pode auxiliar no desenvolvimento cognitivo do aluno despertando as múltiplas inteligências, visando melhor aprendizado e desmistificando a ideia de que a Matemática é complexa. E neste processo de ensino e aprendizagem, o aluno pode manifestar de forma peculiar as ideias Matemáticas.

REFERÊNCIAS

ALVES, Eva Maria Cirqueira. **A Ludicidade e o ensino da Matemática**: uma Prática Possível. 7ª ed. Capinas, SP. Papirus, 2012.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa, Edições 70, 1977.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN+ Ensino Médio**: **orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC/Semtec, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em 06 maio 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacional- Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC), Secretária de Educação Básica. **Guia do livro didático:** PNLD 2015: matemática: ensino médio. Brasília, 2014.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Ed. Ampl. Ver. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

DANTE, L. R. **Livro Didático da Matemática: uso ou abuso?.** Brasília, ano 16,1996.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicação. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2013.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. 5º ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo dicionário Aurélio de língua portuguesa**. 3ª edição. Curitiba: Positivo, 2004.

FLEMMING, Diva Marilia.; LUZ, Elisa Flemming.;MELLO Ana Claúdia Collaço de. **Tendências em educação Matemática**. 2ª ed. Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

KISHIMOTO, T. M. **O Brincar e suas teorias**. São Paulo: Pioneira Thomas Learning. 2002.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação** (Org.). 14ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LAJOLO, Marisa. **Livro didático:** um (quase) manual de usuário. Em Aberto, Brasília, n. 69, v. 16, jan./mar. 1996.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexão com a Matemática**.2ª ed. São Paulo: Moderna, 2013.

LORENZATO, Sérgio (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 3º Ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MUNIZ, Cristiano Alberto. **Brincar e Jogar**: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação Matemática. 2º ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

OLIVEIRA, J. B. et al. **A política do livro didático**. Campinas: Summus Editorial, 1984.

PAVANELLO, R. M. **O abandono da geometria nos currículos escolares**: o caso brasileiro. 1989. Disponível em: <http/www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vts000045423&fd=y>. acesso e:14 de Julho 2015.

RÊGO, R.G.; RÊGO, R.M.; VIEIRA, K.M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, SP: Autores associados, 2012

RIBEIRO, M. L. S. **História da educação brasileira:** a organização escolar. 21ª ed. 1ª reimpressão. Campinas, SP: Autores associada: HISTERDBR, 2011.

RONCA P.A.C. **A aula operatória e a construção do conhecimento.** São Paulo: Edisplan, 1989.

SANTOS, Santa Marli Pires dos.; CRUZ, Dulce Regina Mesquita da. **O lúdico na formação do educador.** 9ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

SILVA, Américo Júnior Nunes da. **A Ludicidade no Laboratório**: considerações sobre a formação do futuro professor de matemática. 1ª **ed. Curitiba, PR: CRV, 2014.**

SILVEIRA, Maria Rosani Abreu. "**Matemática é difícil**": Um sentido pré- constituído evidenciado na fala dos alunos, 2002. Disponível em: < http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveir at19.rtf > acesso:30/09/2016

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo Olhar Matemática**: 2. 2 ed. São Paulo: FTD, 2013.

VALENTE, W. R. **Livro didático e educação matemática**: uma história inseparável. *Zetetiké*, São Paulo: Unicamp, v. 16, n. 30, jul./dez. 2008.

VALENTE, V. R. **Uma História da Matemática Escolar no Brasil (1730-1930)**, São Paulo: Annablume,3 1999, 214p.

CAPÍTULO 16

OS JOGOS DIGITAIS ONLINE NA EDUCAÇÃOMATEMÁTICA: APONTAMENTOS DA NEUROCIÊNCIA COGNITIVA

Sindia Liliane Demartini da Silva
Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS
Erechim – Rio Grande do Sul

Nilce Fátima Scheffer
Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS
Erechim – Rio Grande do Sul

RESUMO: Este artigo pretende apresentar dados de pesquisa realizada em nível de mestrado, cujo objetivo foi investigar contribuições dos jogos digitais nos processos de ensinar e aprender matemática sob a ótica da Neurociência, no que diz respeito às relações cérebro & cognição. Trata-se de um de um estudo qualitativo que teve por amostra alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, na faixa etária de 10 a 11 anos, de ambos os sexos, convidados a participar voluntariamente de oficinas desenvolvidas em turno inverso ao da aula. A organização dos dados utiliza-se de categorias e a análise considera as sessões filmadas, os registros dos alunos e do pesquisador em caderno de campo, bem como, o referencial construído. Os resultados aqui apresentados, foram obtidos no experimento piloto, apontam que os jogos digitais são determinantes em aspectos inerentes à aprendizagem matemática, com destaque, às funções cognitivas de memória e atenção.

PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem Matemática; Jogos Digitais; Neurociência

ABSTRACT: This article intends to present research data carried out at a Masters level, whose objective was to investigate the contributions of digital games in the processes of teaching and learning mathematics from the point of view of Neuroscience, with respect to brain & cognition relations. This is a qualitative study with students from the 6th grade of elementary school, aged 10 to 11 years, of both sexes, invited to participate voluntarily in workshops developed in reverse shift to that of the class. The organization of the data uses categories and the analysis considers the sessions filmed, the student and researcher records in the field notebook, as well as the built reference. The results presented here, were obtained in the pilot experiment, indicate that the digital games are determinant in aspects inherent to the mathematical learning, with emphasis, the cognitive functions of memory and attention.

KEYWORDS: Mathematical Learning; Digital Games; Neuroscience

1 I INTRODUÇÃO

A pesquisa decorre de uma aproximação entre investigações da Neurociência e processos educativos escolares, com o objetivo de verificar a manifestação de habilidades cognitivas dos estudantes na interação com jogos digitais *online*, nas aulas de Matemática. Tem por meta fundamental o trabalho de sala de aula, local que a aprendizagem acontece.

Neste contexto, a Neurociência torna-se uma aliada da ação pedagógica à medida que permite ao educador reconhecer que "há mais de uma forma de aprendizagem e há mais de uma forma de memória" (FIORI, 2008, p.109). Da perspectiva de que diferentes estímulos nos processos de aquisição de novas informações podem ampliar o sucesso da aprendizagem é que enfatizamos o uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) e, em especial na proposta deste estudo, os jogos digitais *online*.

Pais (2005, p.22), destaca que as informações podem ser obtidas a partir de fontes vivenciadas pelo sujeito: por experiências empíricas, pela leitura e escrita, pela oralidade, pela reflexão individual, pelo debate coletivo, dentre outros recursos, como, o uso do computador e da rede mundial de informações.

As informações chegam e estão por toda a parte, mas, a forma como isso se torna aprendizagem é desafiador. Os educadores que buscam aproveitar em sala de aula o que as TDIC podem oferecer em recursos didáticos e o que a Neurociência tem a ensinar sobre fatores que facilitam o aprendizado encontram contribuições válidas, no sentido de, analisar e propor atividades com jogos digitais que promovam a vivência de habilidades necessárias para a discussão de conceitos matemáticos.

Este artigo apresenta em sua estrutura inicial, uma reflexão a respeito de Neurociências e Educação, e sobre Jogos Digitais na perspectiva didática, contempla também uma reflexão a respeito das funções cognitivas de memória e atenção, apresenta o estudo e suas etapas e por fim, considerações importantes relativas à pesquisa.

2 I NEUROCIÊNCIAS E EDUCAÇÃO

A Neurociência, como o próprio nome indica, se relaciona com a ciência dos neurônios, do sistema nervoso. Fiori (2008, p.11-12) explica ainda, alguns termos definidos em grandes etapas das pesquisas sobre o cérebro: o estágio mais elementar do funcionamento do cérebro é o das moléculas que permitem aos neurônios comunicar-se entre si: neurobiologia molecular ou neurociências moleculares. O estágio seguinte é o da célula, o próprio neurônio e também as células gliais: neurobiologia ou neurociências celulares. Em outro estágio a organização dos neurônios em redes complexas formam sistemas integrados como, por exemplo, o sistema visual – neurociências integradas ou neurociências integrativas. E, recentemente, surgiu o termo neurociência cognitiva, responsável pelo estudo de mecanismos dos sistemas neurais mais complexos, associados às funções mentais superiores: linguagem, memória, atenção; mas também, consciência e representações mentais.

Bartoszeck (2006, p.03), nos diz que, a neurociência cognitiva investiga relações entre cérebro & cognição em áreas relevantes para a educação, o que favorece a identificação de estilos de aprendizagem, diagnóstico de transtornos e fornece importantes informações sobre estratégias que são mais eficientes que outras.

A Neurociência hoje vai ao encontro do cotidiano do espaço escolar, o que demanda dos profissionais, constante avaliação e reestruturação da ação pedagógica com o objetivo de alcançar resultados positivos com todos os educandos, no entanto, precisam atender as individualidades, potencialidades ou dificuldades que acompanham o processo de aprendizagem, são desafiados a estimular ao máximo a aquisição, a consolidação e a recuperação de memória do aprendiz.

Nesse sentido, Relvas (2010, p.15) descreve que o cérebro humano é formado por bilhões de neurônios e milhões de conexões neurais que garantem a evolução de nossas inteligências e que ensinar a uma pessoa uma habilidade nova implica maximizar o potencial de funcionamento desse órgão. Assim, aprender exige atividades que estimulem diferentes áreas cerebrais a trabalhar com máxima capacidade de eficiência.

As Neurociências segundo Bartoszeck (2006, p.04), oferecem grande potencial para nortear a pesquisa educacional e a neurociência cognitiva se coloca como a ponte entre a ciência e a prática.

Então, desvendar os mistérios que envolvem os processos pelos quais o cérebro recebe, processa, organiza, armazena ou descarta as informações, nestes últimos anos, tem sido campo de pesquisa dos cientistas, mas, a conexão com os enlaces pedagógicos através dos estudos da neurociência cognitiva pode orientar o trabalho eficiente do educador. Este estudo contempla a revisão e reflexão quanto ao tema, tendo em vista as contribuições que este ramo da ciência tem a apresentar ao ensino e à aprendizagem, principalmente nos dias atuais quando se realiza um trabalho com ambientes virtuais de aprendizagem na sala de aula, com a utilização de jogos digitais.

3 I JOGOS DIGITAIS NA PERSPECTIVA DIDÁTICA

Referindo-se ao papel que as TDIC assumem na sociedade e nos processos educativos dos dias atuais, os jogos digitais apresentam um potencial considerável no exercício de desenvolvimento das funções cognitivas.

Rosa (2004, p.48), destaca três pontos que manifestam a importância das TDIC na Educação, o primeiro deles volta-se para a preocupação com a construção de pontes entre o universo da escola e o cotidiano, promovendo as conjecturas que o aluno faz do conteúdo com a realidade. O segundo ponto considera que podem agilizar o processo de construção de conhecimento e, um último ponto, de fundamental importância é a interação, ou seja, as trocas de informações em um ambiente de aprendizagem propriamente dito.

Desse modo, é possível dizer que as TDIC possibilitam vasta abrangência sobre aspectos do cotidiano do homem contemporâneo, portanto, apresentar uma proposta pedagógica que atenda a exigência da educação em tempos digitais é situar a escola em tempo e espaço real, como se refere, Tarouco *et al* (2004, p. 03):

> A utilização de jogos computadorizados na educação proporciona ao aluno motivação, desenvolvendo também hábitos de persistência no desenvolvimento de desafios e tarefas. Os jogos, sob a ótica de crianças e adolescentes, se constituem a maneira mais divertida de aprender. Além disso, eles proporcionam a melhora da flexibilidade cognitiva, pois funcionam como uma ginástica mental, aumentando a rede de conexões neurais e alterando o fluxo sanguíneo no cérebro quando em estado de concentração (TAROUCO, L. *et al*, 2004, p.03).

Dentre esses jogos computadorizados, destacamos para nosso estudo os jogos digitais *online* por acreditar na influência positiva em habilidades cognitivas referentes à Matemática, pois os desafios exigem capacidades inerentes à disciplina, como: memória, raciocínio lógico, cálculo mental, resolução de problemas, agilidade, atenção, entre outras.

A utilização desses recursos modifica a dinâmica do processo de ensino e as estratégias que o professor pode utilizar para motivar e facilitar a aprendizagem.

Porém, vale ressaltar que, ao utilizar tais recursos o professor deve dominar a tecnologia, fazer uma análise cuidadosa e criteriosa do material a ser utilizado, tendo em vista os objetivos que se quer alcançar, ou seja, princípios teórico-metodológicos claros e bem fundamentados. (TAROUCO, L. *et al*, 2004, p.02).

O jogo *online* estabelece uma relação direta com a aprendizagem na medida em que requer uma resposta pensada, para que haja a continuidade e o sucesso na atividade. Por exemplo, no jogo SJOELBAK (bilhar holandês), além de concentração e habilidade para deslizar os discos para as casas numeradas, o jogador precisa criar estratégias para colocar discos em todas as casas e em número comum para obter mais pontuação. O cálculo da pontuação é feito pelo próprio jogador, uma expressão envolvendo a multiplicação e a adição feita mentalmente.

Uma atividade como esta, incentiva a resolução de expressões numéricas, gera satisfação em relação à aprendizagem e enriquece os entrelaces pedagógicos entre professor, aluno e TDIC.

Desse modo, tanto no papel de educador, quanto de pesquisador, é tarefa nossa somar novos olhares para a educação, uma tecnologia será um recurso didático se as estratégias de uso forem bem planejadas.

4 I AS FUNÇÕES COGNITIVAS: MEMÓRIA E ATENÇÃO

Segundo Fontes e Fischer (2015), o sistema cognitivo compreende relações entre as funções de memória, atenção, linguagem, percepção e funções executivas. Neste trabalho, destacamos as funções cognitivas de memória e atenção relacionadas ao contexto.

Memórias são todos os fatos, eventos, emoções e desempenhos que recordamos, sendo alguns por curtos períodos, outros para toda vida. A formação de novas memórias depende da plasticidade sináptica, ou seja, a capacidade de rearranjo das redes neurais perante cada nova experiência do indivíduo (CARVALHO, S.; HENNEMANN, A. L.,2012).

Assim, cada indivíduo possui memórias particulares, a nossa individualidade é fruto das nossas memórias,

> não podemos fazer aquilo que não sabemos, nem comunicar nada que desconheçamos, isto é, nada que não esteja na nossa memória [...] O acervo de nossas memórias faz com que cada um de nós seja o que é: um indivíduo, um ser para o qual não existe outro idêntico (IZQUIERDO, 2010, p. 11).

Analogamente, temos nosso arquivo pessoal sempre em formação, vamos editando nosso conteúdo com aquilo que lembramos e com as experiências do meio em que vivemos.

Izquierdo (1989, p.94) explica que, para entender a formação de memórias a partir de experiências, é preciso considerar quatro aspectos fundamentais:

1º Recebemos informações constantemente, através de nossos sentidos: mas não memorizamos todas. Há um processo de *seleção* prévio a formação de memórias, que determina quais informações serão armazenadas e quais não.

2º As memórias não são gravadas na sua forma definitiva, existe um processo de *consolidação* depois da aquisição.

3º As memórias são também muito mais sensíveis à *incorporação de informação adicional* nos primeiros minutos ou horas após a aquisição.

4º As memórias consolidam-se na formação de *registros (“files”)* de caráter mais complexo, não como itens isolados.

Estes fatores determinam a formação ou não, de uma memória após uma experiência, bem como, sua resistência à extinção, à interferência e ao esquecimento.

Quando nos referimos à função cognitiva da atenção, buscamos apoio em Herculano-Houzel (2009), que a descreve como o filtro usado pelo cérebro no momento de decidir qual informação será processada de maneira especial.

Assim, o estado de atenção consiste na focalização da consciência, de modo a concentrar os processos mentais em uma única e principal tarefa. Para que isso ocorra, um conjunto de neurônios específicos de certas regiões cerebrais executa essa tarefa principal, deixando as demais em segundo plano. (LENT, 2010, p.631)

Consequentemente, a atenção conduz à priorização diante das informações, que é um dos mecanismos pelos quais, ocorre esta seleção.

> É indiscutível que esse processo de seleção atencional depende não apenas da

> história prévia do sistema selecionador, envolvendo suas memórias e, portanto, o significado pessoal e emocional dos estímulos, mas também de expectativas geradas sobre a pendência de eventos futuros com base (1) nas memórias sobre regularidades passadas e (2) nos seus planos de ação, que dependem também de memórias sobre os resultados de ações anteriores e seu significado afetivo (HELENE; XAVIER, 2003, p.12-13).

Há que ser considerado então, que a atenção e os sistemas de memória, possuem interdependência nos processos cognitivos. Necessitamos da atenção para direcionar o foco ao que deve ser aprendido e utilizamos a memória para realizar tarefas a todo o momento, inclusive as que exijam raciocínio, como operações matemáticas, por exemplo.

Consequentemente, pode-se concluir que juntas, a atenção e a memória, alicerçam a aprendizagem, o que dá sentindo a tudo o que somos e fazemos.

5 I O ESTUDO

Esta pesquisa tem caráter qualitativo, realizada com uma amostra de alunos, que frequentam o 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Sananduva/RS, de ambos os sexos, na faixa etária de 10 e 11 anos.

Os participantes da amostra foram convidados a participar voluntariamente da pesquisa, cuja ação principal foi a realização de oficinas no Laboratório de Informática da própria escola, envolvendo atividades de interatividade com jogos digitais *online* e discussão de conceitos matemáticos.

Para assegurar o registro mais abrangente de dados, optou-se pela filmagem que dará a possibilidade de retornar às atividades realizadas para obter mais detalhes, o que contribuirá posteriormente na organização dos dados em categorias, a fim de codificá-los para a análise e interpretação, o que, de acordo Gil (1999, p.175), apesar de conceitualmente distintos, aparecem profundamente relacionados; a análise do estudo possibilitará a busca de resposta ao problema de pesquisa na validação da investigação.

Os jogos selecionados para o estudo obedecem aos critérios de apresentar conteúdo matemático, de ter uma interface atraente, de ser desafiador e interativo. Apresenta-se como exemplo o jogo SJOELBAK (bilhar holandês) Figura 1.

Este jogo é disputado por dois jogadores, que são inicialmente identificados e tem ações personalizadas durante as jogadas. Cada jogador na sua vez desliza as peças com o mouse em direção às casas numeradas, sendo que a força do lançamento interfere na distância que ela vai percorrer. As peças que não entrarem na primeira tentativa, retornam ao ponto inicial para serem lançadas novamente, num total de três tentativas.

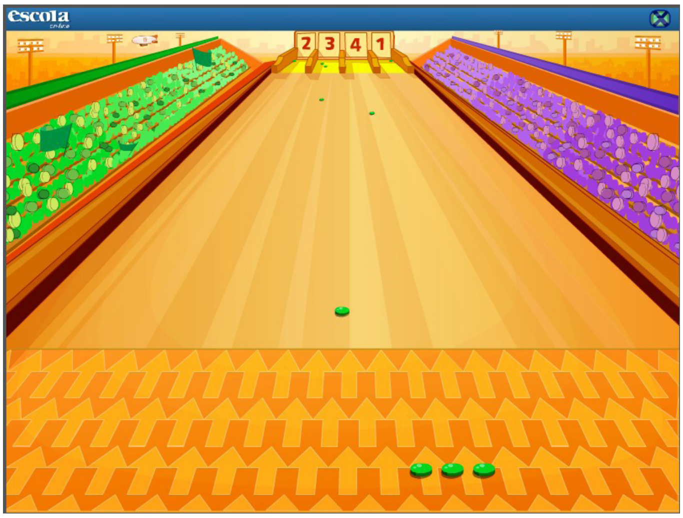


Figura 1 – Interface do jogo SJOELBAK (bilhar holandês)

Fonte: site da Revista Escola, 2015

Após a jogada, faz-se o cálculo dos pontos conforme as regras: cada peça vale o número da casa que entrou; porém, se houver um número comum de peças em todas as casas, estas terão o seu valor duplicado. Também no caso de erro no cálculo, o jogador é solicitado a refazê-lo. Com este jogo, habilidades como atenção, coordenação viso motora, orientação espacial, comunicação e concentração podem ser investigadas na sua execução.

No experimento piloto com o jogo SJOELBAK (bilhar holandês), observou-se que o mesmo foi muito apreciado pelos alunos, foram favoráveis, para esta categoria de análise, a identificação dos jogadores e a torcida personalizada que o jogo apresenta.

Também se destacam algumas habilidades inerentes à aprendizagem matemática, observadas em cada aspecto do jogo:

- Concentração: momento de lançar os discos e também no cálculo da pontuação;
- Estratégia: colocar discos em todas as casas e em número comum de peças para obter maior pontuação;
- Interação: comunicações e orientações entre os jogadores adversários e com a professora;
- Persistência: o jogo apresenta três tentativas para lançar os discos e também solicita que o jogador refaça o cálculo da pontuação, caso não estiver correto;
- Continuidade: o jogo dispõe de dois níveis de dificuldade, permitindo o avanço dos jogadores;
- Cálculo mental: somatório da pontuação.

As funções cognitivas de atenção foram evidentes durante esse experimento nas situações em que o jogador precisava manter foco na atividade para o lançamento estratégico dos discos, evidenciando, segundo Lent (2010, p. 631) os dois aspectos principais da atenção: (1) o estado geral de sensibilização, conhecido como alerta e (2) a focalização dessa sensibilização sobre certos processos mentais e neurobiológicos, a própria atenção.

Já as funções cognitivas de memória se destacam quando o jogador executa as ações do jogo, quando faz o cálculo da pontuação e quando compara situações de jogadas.

Desse modo, pode-se dizer que existe uma inter-relação entre memória e atenção, porque também é possível focalizar a atenção em um processo mental, em um cálculo matemático, por exemplo (LENT, 2010, p. 631).

Os resultados do estudo aqui apresentados permitiram a observação, segundo os dados do teste piloto dos instrumentos de pesquisa e a partir da teoria em estudo, que a atenção serve como chave de acesso à memorização, faz com que possamos passar as informações mais precisas ao sistema nervoso, e neste aspecto, os jogos digitais *online* representam um recurso motivador da aprendizagem.

6 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

As pesquisas em Neurociências, atualmente, vêm contribuindo para o conhecimento detalhado de como se desenvolve o cérebro e o seu funcionamento, que tem sido permeado por diversos campos da ciência, inclusive o da Educação.

A partir dos estudos desta pesquisa, corroboramos com Herculano-Houzel (2009), na afirmação de que as novidades e as variedades são fatores que promovem a aprendizagem, ou seja, que a oportunidade gera interesse e, esse, gera a prática, e assim, sucessivamente.

Tais possibilidades podem contribuir com o trabalho pedagógico, pois surgem por meio de diferentes recursos, os jogos digitais *online*, por exemplo, vêm contribuir no aperfeiçoamento das funções cognitivas de atenção e memória e favorecem a aprendizagem matemática.

Estas funções estão na base da construção da aprendizagem, sendo a primeira responsável pela aquisição de novos conhecimentos e a segunda, pela retenção dos conhecimentos aprendidos.

Os resultados desta pesquisa apontam para aspectos que esperamos possam servir de orientação para práticas inovadoras, que busquem constante aperfeiçoamento profissional do professor e também despertem interesse em outros pesquisadores que possam buscar novas compreensões à melhoria da aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BARTOSZECK, A. B. Neurociência na Educação. **Revista Eletrônica Faculdades Integradas Espírita**, 2006. 1:1-6

CARVALHO, S.; HENNEMANN, A. L. Memória e aprendizagem. 2012. Disponível em < http://neuropsicopedagogianasaladeaula.blogspot.com.br/2012/09/memoria-e- aprendizagem.html >Acesso em 30 maio. 2016.

FIORI, N. **As Neurociências cognitivas**. Tradução de Sonia Fuhrmann. Rio de Janeiro: Vozes, 2008.

FONTES, M. A.;FISCHER, C. P. **Neuropsicologia** e as funções cognitivas.[2015?]. Disponível em <http://www.plenamente.com.br/artigo/66/neuropsicologia-as-funcoes cognitivas.php#.V1DYgDUrLDc> Acesso em 30 maio. 2016.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999. Projetos de pesquisa. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1996.

HELENE, A. F. ; XAVIER, G. F. A construção da atenção a partir da memória. **Revista brasileira de psiquiatria**. P. 12-20. São Paulo, 2003. Disponível em

<http://www.scielo.br/pdf/rbp/v25s2/a04v25s2.pdf> acesso em: 30 maio. 2016.

HERCULANO-HOUZEL, S. **Neurociências: contribuições para a aprendizagem**. Nitta's Digital Vídeo: São Bernardo do Campo, 2009. 1 DVD. (30 min)

_______. **Neurociências do aprendizado**. Nitta's Digital Vídeo: São Bernardo do Campo, 2009. 1 DVD. (30 min)

IZQUIERDO, Iván. Estudos avançados. **Memórias**. São Paulo, 1989. Disponível em

<http://www.scielo.br/pdf/ea/v3n6/v3n6a06.pdf >Acesso em:16 set. 2015

______. **A arte de esquecer**: cérebro e memória. 2. ed. Rio de Janeiro: Vieira & Lent, 2010.

LENT, R. **Cem bilhões de neurônios?:** conceitos fundamentais de neurociência. 2. ed. São Paulo: Editora Atheneu, 2010.

NUNES, A.I.B.L.; SILVEIRA, R.N. **Psicologia da aprendizagem: processos, teorias e contextos**. 3.ed. Brasília: Liber Livro, 2001.

PAIS, L. C. **Educação escolar e as tecnologias da informática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

RELVAS, M. P. **Neurociência e Educação:** potencialidades dos gêneros humanos na sala de aula. 2. ed. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2010.

ROSA, M. **Role Playing Game Eletrônico:** uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar Matemática. 2004. 184f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2004. Disponível em <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/dissertacoes/rosa_m_me_rcla.pdf> Acesso em: 10 set. 2015.

SJOELBAK (bilhar holandês). Disponível em <http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?0705bilhar.swf> Acesso em: 05 fev. 2016.

TAROUCO, L. M. R. et al. **Jogos educacionais**. CINTED/UFRGS, 2014. Disponível em <http://www.cinted.ufrgs.br/ciclo3/af/30-jogoseducacionais.pdf> Acesso em: 10 set. 2015

CAPÍTULO 17

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO A PARTIR DE JOGOS NO 3° ANO DOS ANOS INICIAIS

Luciana Michele Martins Alves
Atualmente (2018/2) é Mestranda em Educação pela UERGS (Universidade Estadual do Rio Grande do Sul) com linha de pesquisa de formação de professores com foco nas juventudes e estudos culturais. Pós Graduada em Especialização em Psicopedagogia Institucional pela Faculdade Barão de Mauá. Graduada em Matemática ¬ Faculdades Integradas de Taquara (2013). Possui formação no Curso Normal pelo¬ Colégio Santa Teresinha com habilitação em Educação Infantil e Anos Iniciais. (2005) Atualmente é servidora pública, atuando como professora da Prefeitura Municipal de Taquara de Taquara/RS, com carga horária semanal total de 40 horas. E-mail: lucianamichelem@yahoo.com.br

RESUMO: Esta oficina tem como objetivo principal relatar as experiências vivenciadas pelas professoras da Rede Pública Municipal de Taquara, que utilizam os jogos para introduzir conteúdos específicos da disciplina de Matemática no Terceiro Ano do Ensino Fundamental de Nove Anos. Visa também mostrar de forma prática os diferentes jogos que podem ser utilizados para se introduzir os vários conteúdos matemáticos dessa etapa, visto que no período em questão as quatro operações matemáticas devem ser consolidadas. Essa oficina objetiva dessa forma demonstrar o jogo como uma metodologia de ensino, e os benefícios que o mesmo proporciona não somente a aprendizagem do aluno, mas igualmente ao ensino ministrado pelos docentes que atuam especificamente na série em questão. As constantes mudanças apresentadas pela sociedade e pelos alunos, fazem com que diferentes metodologias de ensino sejam pesquisadas e utilizadas em nossas salas de aula, sendo assim, o jogo na disciplina de Matemática vem não somente como o lado lúdico da disciplina e de seu ensinamento, mas também como uma forma de se estimular o aluno a querer aprender, a ser desafiado e a desenvolver diversas estratégias, utilizando seus conhecimentos matemáticos aprendidos em sala de aula. De acordo com os resultados apresentados pelos alunos ao utilizarem os jogos na aprendizagem da matemática, as docentes reafirmam a ideia de inúmeros autores que ressaltam a importância da utilização do jogo como forma de introdução e consolidação dos mais variados conteúdos dessa disciplina, que ao longo da história se mostra uma das menos apreciada pela maioria da humanidade.

PALAVRAS-CHAVE: Jogos, Aprendizagem, Construção, Conhecimento, Anos Iniciais

1 I INTRODUÇÃO

Esta oficina trata do trabalho de docentes da Rede Pública Municipal de Taquara, que utilizam jogos matemáticos para inserir os conteúdos de Matemática no Terceiro Ano do Ensino Fundamental de Nove anos. Assim, as mesmas pretendem comprovar através de relatos de experiências e demonstrações práticas, a importância da utilização de jogos para se introduzir os saberes matemáticos específicos para os alunos do Terceiro Ano dos anos Iniciais.

A Matemática e sua aprendizagem estão diretamente ligadas ao entendimento que o aluno deve ter dessa disciplina. Sendo assim, é importante que além de se valorizar as diferentes características de cada aluno, leve-se em consideração a forma de como o professor vai apresentar os conteúdos matemáticos ao mesmo.

Pretende- se com essa oficina mostrar que o jogo matemático é uma tendência metodológica, ou seja, uma estratégia de ensino, que tem objetivo de fazer com que a matemática seja redescoberta pelos alunos, se tornando algo ativo na construção do próprio conhecimento. Lembrando que este não é apenas para divertir o educando, e sim proporcionar a ele condições de se apropriar de conhecimentos matemáticos que o permitam utiliza-los em diferentes situações de suas vidas.

Portanto, a proposta de se utilizar jogos para introduzir diferentes conteúdos matemáticos, nasce essencialmente da necessidade da mudança de postura dos professores em utilizar diferentes metodologias para se ensinar a disciplina de matemática. Já que esta é historicamente vista como vilã em nossas salas de aula, em função das dificuldades apresentadas pelos alunos.

2 I ALGUMAS REFLEXÕES TEÓRICAS A RESPEITO DA IMPORTÂNCIA DO JOGO NO PROCESSO ENSINO/APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

A disciplina de matemática é muito importante para "o desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade e do pensamento independente, bem como a capacidade de resolver problemas" (LARA, 2005, p. 21).

Percebendo esta importância primordial na disciplina de matemática compreendemos, segundo Lara (2005, p. 10), quando ela afirma:

> [...] que muito pouco do que se ensina e se aprende em sala de aula é, de fato, utilizado ou aplicado pelo/a aluno/a no seu dia-a-dia. E, também, que frente ao avanço tecnológico, principalmente voltado à área da informática, as atividades propostas em sala de aula tornam-se, a cada dia que passa, menos atrativas e interessantes.

Cabe aos educadores repensarem suas estratégias pedagógicas para que possam mudar esta visão dos alunos com relação à disciplina de matemática, pois, os professores deverão "[...] mostrar que a matemática é um conhecimento dinâmico que pode ser construída e pensada de diferentes maneiras e, nem sempre, a resolução de exercícios desenvolvem a capacidade de autonomia do/a aluno/a [...]" (LARA, 2005, p. 24). Isto significa que os educadores deverão buscar conhecimentos que possam contribuir em suas aulas tornando-as mais dinâmicas e buscando para seus alunos aprendizagens significativas construindo o conhecimento matemático através de aulas prazerosas.

Segundo Antunes (2005, p. 36) quando retoma a questão da evolução da aprendizagem afirma que:

> [...] Acreditava-se que toda a aprendizagem ocorria pela repetição e que os alunos que não aprendiam eram responsáveis por essa deficiência e, portanto, merecedores do castigo de reprovação. Atualmente esta ideia é tão absurda quanto à ação de sanguessugas - invertebrados aquáticos usados para as sangrias e curas de pacientes - e sabe-se que não existe ensino sem que ocorra a aprendizagem, e esta não acontece senão pela transformação, pela ação facilitadora do professor, do processo de busca do conhecimento, que deve sempre partir do aluno.

No entanto Lara (2005) traz que muitos estudos foram e estão sendo realizados com a intenção de amenizar a visão dos educandos com relação ao ensino matemático. Tais estudos deixam claro que há problemas de metodologia, de formação de professores, de inadequação dos livros didáticos, de falta de recursos e de conteúdos programáticos, pois todos estes fatores acarretam no desinteresse dos alunos pela disciplina de matemática, e muitas vezes os educandos não entendem o conteúdo trabalhado, logo não acontece à construção do conceito matemático, tornando as aulas monótonas, menos atrativas e menos interessantes. E, por outro lado, o que ocorre fora da sala de aula é bem mais interessante e tem uma maior "adrenalina" na visão dos alunos.

De acordo com Smole (2000, p. 13) o educador da disciplina de matemática deverá "[...] refletir sobre a matemática e seu papel no espectro, propondo ações docentes para a sala de aula de matemática, que possam servir de estímulo para o desenvolvimento de todas as demais competências [...]". Pois é de fundamental importância o educador refletir sobre suas práticas pedagógicas em seu dia a dia como afirma Smole (2000, p. 13) para que assim possam se:

> "[...] encaminhar para novas concepções que, aos poucos, vão sendo incorporadas ao discurso pedagógico e, mais que isso, sugerem reformulações nas ações docentes no sentido de buscarmos, em quanto professores, refletir sobre o trabalho em classe e olhar para o aluno por inteiro. [...]".

Contudo Smole (2000) defende a proposta com relação ao trabalho com a matemática, tem procurado defender a ideia de que há um ambiente a ser criado na sala de aula que se caracterize pela proposição, investigação e exploração de diferentes situações-problema por parte dos alunos. Também tem afirmado que a interação entre os alunos, a socialização de procedimentos encontrados para solucionar uma questão e a troca de informações são elementos indispensáveis numa proposta que se constrói sob a ótica das inteligências múltiplas. E para isso a ideia não é desenvolver um currículo de matemática, mas sugerir formas e estratégias de desenvolvimento das habilidades a partir de um diagnóstico envolvendo a relação de matemática com todos os demais componentes do ensino e da vida social.

Nessa perspectiva podemos mudar a visão de nossos alunos em relação à disciplina de matemática. Percebemos que "[...] através dos jogos, é possível desenvolvermos no/a aluno/a, além de habilidades matemáticas, a sua concentração, a sua curiosidade, a consciência de grupo, o coleguismo, o companheirismo, sua autoconfiança e a sua auto-estima [...]" (LARA, 2005, p. 22), assim o jogo entra como uma ferramenta para o professor integrar seus conteúdos com uma aula mais interativa e dinâmica.

De acordo com Antunes (2005) o interesse do aluno passou a ser a força que comanda o processo de aprendizagem, suas experiências e descobertas, o motor de seu progresso e o professor um gerador de situações estimuladoras e eficazes. É nesse contexto que o jogo ganha um espaço como ferramenta ideal da aprendizagem, na medida em que propõe estímulo ao interesse do aluno, que como todo pequeno animal adora jogar e joga sempre principalmente sozinho e desenvolve níveis diferentes de sua experiência pessoal e social. O jogo ajuda-o a construir suas novas descobertas, desenvolve e enriquece sua personalidade e simboliza um instrumento pedagógico que leva ao professor a condição de condutor, estimulador e avaliador da aprendizagem.

Pois segundo Bassanezi (2002), acredita que os professores de Matemática, considerados paramatemáticos, tem a obrigação de mostrar os alunos às duas possibilidades que na verdade se completam: tirar de um jogo resultados significativos ou montar um jogo com regras fornecidas por alguma realidade externa. A modelagem fomenta essas possibilidades num processo de ensino – aprendizagem em que a matemática pode ser encarada como um jogo maior em que os perdedores são aqueles que não consegue se divertir jogando (o que ocorre muitas vezes que por deficiência dos próprios treinadores, que estão mais preocupados com as regras do jogo do que com o prazer de efetivamente jogar).

Os educadores deverão sempre estar "[...] convictos do modo que vemos e concebemos a matemática, do seu ensino e de seu perfil de aluno/a que queremos formar, muito pouco nos ajudará apenas pensar em alguma nova estratégia de ensino, entre elas, o jogo" (LARA, 2005, p. 18). Isto significa que os educadores precisam procurar estratégias para mudar a concepção dos alunos com relação à disciplina de matemática e assim "[...] desenvolver o pensamento e o raciocínio, podendo ser adquirida, também, através de outras disciplinas escolares e até mesmo através de jogos como o xadrez". (LARA, 2005, p. 18).

De acordo com Bassanezi (2002, p. 16):

> Acreditamos que os professores de matemática, considerados paramatemáticos, tem a obrigação de mostrar os alunos as duas possibilidades que na verdade se completam: tirar de um jogo resultados significativos ou montar um jogo com regras fornecidas por alguma realidade externa. A modelagem fomenta essas possibilidades num processo de ensino – aprendizagem em que a matemática pode ser encarada como um jogo maior em que os perdedores são aqueles que não consegue se divertir jogando (o que ocorre muitas vezes que por deficiência dos próprios treinadores, que estão mais preocupados com as regras do jogo do que com o prazer de efetivamente jogar).

De acordo com Lara (2005) os jogos, ultimamente, vêm ganhando espaço dentro de nossas escolas, numa tentativa de trazer o lúdico para dentro da sala de aula. É possível pensar em uma matemática prazerosa, interessante, que motive nosso/as alunos/as, dando–lhes recursos e instrumentos que sejam úteis para o seu dia a dia, buscando mostrar-lhes a importância dos conhecimentos matemáticos para a sua vida social, cultural e política. Sendo que as atividades lúdicas podem ser consideradas como uma estratégia que estimula o raciocínio, levando o/a aluno/a a enfrentar situações conflituantes relacionadas com o seu cotidiano.

Segundo Lara (2005, p. 21):

> [...] muitas vezes ele é concebido apenas como um passatempo ou uma brincadeira e não como uma atividade que pretende auxiliar o/a aluno/a a pensar com clareza, desenvolvendo sua criatividade e seu raciocínio lógico. E, muito menos, como sendo um instrumento para a construção do conhecimento matemático.

Assim, devemos refletir sobre o que queremos alcançar com o jogo, "[...], pois, quando bem elaborados, eles podem ser vistos como uma estratégia de ensino que poderá atingir diferentes objetivos que variam desde o simples treinamento até a construção de um determinado conhecimento [...]" (LARA, 2005, p. 21).

De acordo com Lara (2005) a utilização dos jogos vem corroborar o valor formativo da matemática, não no sentido apenas de auxiliar na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo, mas, também, de auxiliar na aquisição de atitudes. Muitos/as professores/as afirmam que a matemática não desenvolve o lado humano do/a aluno/a e que isso só pode ser atingido através das disciplinas da área de linguagens e códigos e das ciências humanas. Através dos jogos, é possível desenvolvermos no/a aluno/a, além de habilidades matemáticas, a sua concentração, a sua curiosidade, a consciência de grupo, o coleguismo, o companheirismo, a sua auto confiança e sua auto estima.

2.1 Utilização dos jogos na aprendizagem matemática

Em comparação com capacidades linguísticas e musicais, a "inteligência lógico-matemática" não se origina na esfera auditivo-oral, ao contrário, ela pode ser traçada de um confronto com o mundo dos objetos. Pois é confrontando objetos, ordenando-os, reordenando-os e avaliando sua quantidade que a criança pequena adquire seu conhecimento inicial e mais fundamental sobre o domínio lógico-matemático.

(GARDNER, 1994, p. 100).

No entender de Lara (2005, p. 21),

> “O desenvolvimento do raciocínio lógico, da criatividade e do pensamento independente, bem como da capacidade de resolver problemas, só é possível através do ensino da Matemática se nos propusermos a realizar um trabalho que vá ao encontro da realidade do aluno onde seja possível, através de diferentes recursos, propiciarmos um ambiente de construção do conhecimento.”

Moura (2000) salienta que é necessário discutir a necessidade de um jogo de forma pedagógica, a fim de que este venha a ser um instrumento auxiliar de ensino aprendizagem do aluno, tendo claros seus objetivos curriculares.

O jogo é um meio eficaz de comunicação, integração social e prazer no processo de ensino-aprendizagem.

> É muito mais fácil e eficiente aprender por meio de jogos, e isto é válido para todas as idades, desde o maternal até a fase adulta. O jogo em si possui componentes do cotidiano e o envolvimento desperta o interesse do aprendiz, que se torna sujeito ativo do processo (LOPES, 2000, p. 23).

Através do uso de jogos os alunos constroem seus conhecimentos com maior facilidade, e com isso o professor transforma as aulas em atividades prazerosas e interessantes. Os jogos podem ser utilizados para introduzir conteúdos, amadurecer ideias e preparar os alunos para aprofundar itens já trabalhados.

> ‘’Outro motivo para a introdução de jogos nas aulas de matemática é a possibilidade de diminuir bloqueios apresentados por muitos de nossos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la. Dentro da situação de jogo, onde é impossível uma atitude passiva e a motivação é grande, notamos que, ao mesmo tempo em que estes alunos falam Matemática, apresentam também um melhor desempenho e atitudes mais positivas frente a seus processos de aprendizagem’’ (BORIN, 1996)[1].

Lara (2005) afirma que se concebermos o ensino da Matemática como sendo um processo de repetição, treinamento e memorização, desenvolveremos um jogo apenas como sendo outro tipo de exercício. Mas, se concebermos esse ensino como sendo um momento de descoberta, de criação e de experimentação, veremos o jogo não só como um instrumento de recreação, mas, principalmente como um veículo de construção do conhecimento.

Kammi e Declark (1992), afirmam que:

> As crianças são mais ativas mentalmente enquanto jogam o que escolheram e que lhes interessa, do que quando preenchem folhas de exercícios. Muitas crianças gostam de fazê-lo, mas o que elas aprendem com isso é o que vem da professora, e que a Matemática é um conjunto misterioso de regras que vêm de fontes externas ao seu pensamento (p. 172).

1 A origem da citação é de um documento eletrônico, portanto não há paginação.

O que buscamos é exatamente o contrário, mostrar que a Matemática é um conhecimento dinâmico, que pode ser construída e pensada de diferentes maneiras, e nem sempre, a resolução de exercícios desenvolvem a capacidade de autonomia do aluno. Já os jogos, envolvem regras e interação social, e a possibilidade de fazer regras e tomar decisões juntos, o que é essencial para o desenvolvimento da autonomia. (LARA, 2005, p. 24).

Nessa perspectiva, a utilização de jogos no ensino da Matemática, tem a pretensão de resgatar a vontade de aprender e conhecer mais sobre essa disciplina, eliminando sua áurea de "bicho-papão", pois com isso até mesmo o ambiente da sala de aula e a rotina dos alunos são mudados. (LARA, 2005, p. 23). De acordo com Groenwald e Timm (2002)[2],

> A aprendizagem através de jogos, como dominó, palavras cruzadas, memória e outros permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e até divertido. Para isso, eles devem ser utilizados ocasionalmente para sanar as lacunas que se produzem na atividade escolar diária. Neste sentido, verificamos que há três aspectos que por si só justificam a incorporação do jogo nas aulas. São estes: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais.

Podemos usar diversos tipos de jogos no ensino da matemática, em sala de aula. A seleção dos jogos deve ser feita observando-se a faixa etária dos alunos e os conteúdos que se deseja ensinar.

Lara (2005) afirma que os propósitos aos quais o uso do jogo pode dar conta se ampliam, fazendo com que, cada vez mais, professores utilizem-se dele em sala de aula. Ressalta também que, quando elaboramos um jogo com diferentes níveis, é interessante colocarmos situações-problema simples que vão tornando-se cada vez mais complexas com o decorrer do jogo, exigindo um raciocínio a mais daquele que foi aprendido pelo aluno ou que represente um desafio novo para ele.

Gardner (1994), afirma que "uma vez que a criança reconheça a permanência dos objetos ela pode pensar neles e referir-se a eles até mesmo em sua ausência. Ela também torna-se capaz de reconhecer as similaridades entre determinados objetos."

Contudo, percebe-se que é de fundamental importância "[...] favorecer o processo de construção dos conhecimentos e, a partir desse processo, fazer com que o aluno atinja níveis mais avançados de desenvolvimento conceitual e, se bem preparado, com certeza o jogo pode tornar-se um grande meio para que isso ocorra." (LARA, 2005, p. 25).

3 | METODOLOGIA

A partir das experiências vivenciadas na área da educação como docentes com formação na área da matemática pretendemos desenvolver uma oficina direcionada a

2 A origem da citação é de um documento eletrônico, portanto não há paginação.

professores dos Anos Iniciais. Proporcionando assim ampliação do conhecimento das mesmas, com relação à introdução de diferentes conhecimentos matemáticos.

Com tudo a proposta pedagógica a ser desenvolvida nesta oficina baseia-se na pratica da construção de jogos voltados para o terceiro ano dos Anos Iniciais, para que assim possam estabelecer um vínculo matemático significativo na vida.

A presente oficina esta fundamentada no método da construção dos saberes através de jogos, para facilitar a compreensão dos conteúdos programáticos bem como a construção de diversos conceitos na área, assim construídos e aplicados pelas professoras da rede municipal de Taquara deste presente artigo.

4 I DELINEAMENTO DA OFICINA

Esta oficina tem como objetivo proporcionar aos professores dos Anos iniciais momentos de ampliação do conhecimento sobre os conteúdos programáticos para que os mesmos possam possibilitar aos seus educandos aulas prazerosas através de jogos.

No entanto o tema a ser desenvolvido é apresentação de jogos bem como sua construção e a introdução do conteúdo a ser trabalhado. Primeiramente as oficineiras irão se apresentar assim como a sua instituição e formação. Em seguida apresentarão uma pequena fundamentação teórica sobre o assunto para uma discussão com os participantes assim como a opinião sobre o assunto.

A partir da conversa com os participantes da oficina mostraremos, jogaremos e confeccionaremos alguns destes jogos abaixo, para que assim possam sair da oficina com modelos para aplicar com seus alunos, também mostraremos através de vídeos nossos alunos jogando e aprimorando conceitos através da construção do conhecimento.

QVL (quadro valor e lugar: adição, subtração, retorno e reserva)

ÁBACO COM CAIXA DE OVOS (modo de usá-lo)

MULTIPLICAÇÃO (criação do material)

DIVISÃO (criação do material)

CLASSE E ORDENS (criação do material)

TRIÂNGULOS DA ADIÇÃO (criação do material)

Assim para cada jogo apresentado abriremos a discussão sobre o mesmo, para que esta oficina se torne uma troca de conhecimentos e que possamos traçar juntos formas de introdução de conteúdos para construirmos uma aprendizagem significativa dos nossos educandos.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

É de fundamental importância que os educadores conciliem os conteúdos matemáticos propostos para a série, envolvendo e valorizando o contexto cultural e social no qual o aluno está inserido. É preciso tornar a disciplina de Matemática mais próxima da realidade do educando, visando resultados positivos em relação ao ensino e à aprendizagem.

Pois com a realização deste artigo, nos possibilitou uma significativa reflexão acerca dos métodos de ensino e aprendizagem utilizados pelos professores nas aulas de Matemática, bem como a importância do uso adequado de jogos. Além disso, irá favorecer um contato com os conhecimentos informais e formais dos educadores participantes da oficina.

O conhecimento averiguado com a pesquisa possibilitou avaliar que existe um vasto e importante conhecimento sobre a importância da aplicação de jogos, enfim, conclui-se que a investigação possibilitou uma reflexão sobre a construção do conhecimento matemático a partir de jogos no 3° ano dos Anos Iniciais.

REFERÊNCIAS

ANTUNES, Celso. **Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências.** 13. ed. Petrópolis: Vozes, 2005.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME-USP; 1996.

<http://www.teoleokohler.seed.pr.gov.br/redeescola/escolas/7/2740/31/arquivos/File/Projeto%207G.pdf> Acesso em: 06 abr. 2012.

GARDNER, Howard. Estruturas da Mente: A Teoria das Inteligências Múltiplas. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1994.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula. http://www.somatematica.com.br Acesso em 15 Mai. 2012.

KAMII, C.; DECLARCK, G. **Reinventando a Aritmética:** implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1992.

LARA, Isabel Cristina Machado de. **Jogando com a Matemática**. 3. ed. São Paulo: Rêspel, 2005.

LOPES, Maria da Glória. **Jogos na Educação: criar, fazer, jogar.** 3. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. *In*: KISHIMOTO, Tizuko (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2000. p. 72-87.

STOCCO SMOLE, Kátia Cristina**. A matemática na educação infantil.** A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

CAPÍTULO 18

REPRESENTAÇÕES NUMÉRICAS E CONTAGEM POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Michelle Francisco de Azevedo Bonfim de Freitas
Universidade Estadual de Campinas
Campinas – SP

Renata Cristina Geromel Meneghetti
Universidade de São Paulo
São Carlos - SP

RESUMO: Este trabalho é parte de uma pesquisa de mestrado que teve por objetivo investigar sobre o potencial didático-pedagógico da utilização de materiais didáticos manipuláveis (MDM) e resolução de problemas para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Neste artigo tem-se como foco analisar como os alunos trabalham com os conceitos básicos de número em sala de aula. Para tal, abordaremos atividades que foram aplicadas a alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental, com enfoque para o ensino de representações numéricas e contagem, por meio do uso de um MDM denominado Tábua Quadriculada Geoplanar (TQG) e da metodologia de resolução de problemas. A pesquisa segue uma abordagem qualitativa, estudo de caso. Como resultado observamos que a utilização da TQG aliada à metodologia de resolução de problemas proporcionou o desenvolvimento de atividades diferenciadas nas quais os alunos puderam resolvê-las de diversas maneiras, favorecendo a aprendizagem dos conceitos focados. Além disso, foi possível perceber que tanto os alunos quanto sua professora sentiram-se motivados com ao realizar atividades por meio da abordagem utilizada.

PALAVRAS-CHAVE: 1º ano do Ensino Fundamental. Materiais didáticos manipuláveis. Resolução de problemas. Número. Contagem.

ABSTRACT: This work is part of a master's research that aimed to investigate the use of manipulative didactic materials (MDM) and problem solving for students in the first year of elementary school. In this work, we will cover activities that were applied to elementary school students, focusing on the teaching of numerical representations and counting, through the use of an MDM called Geoplanar Squared Board (GSB) and the problem solving methodology. The research follows a qualitative approach, case study. As a result, we observed that the use of GSB in conjunction with the problem solving methodology provided the development of differentiated activities in which students could solve them in different ways, favoring the learning of the focused concepts. In addition, it was possible to perceive that both the students and their teacher felt motivated to carry out activities through the approach used.

KEYWORDS: First year of Elementary School.

Manipulative Didactic Materials. Problem Solving. Number. Counting.

Observação: Uma versão anterior e preliminar deste trabalho foi apresentada no XII Encontro Nacional de Educação Matemática "Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades", realizado de 13 a 16 de julho de 2016.

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo faz parte de uma pesquisa maior de mestrado da primeira autora, com orientação da segunda, que teve como propósito investigar sobre o potencial didático-pedagógico da utilização de materiais didáticos manipuláveis para o ensino e a aprendizagem de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental através de resolução de problemas (RP). Cabe salientar que os anos iniciais do ensino fundamental no Brasil correspondem do 1º ao 5º ano de escolaridade, que é realizado dos seis até os dez anos de idade. O material didático manipulável utilizado foi a Tábua Quadriculada Geoplanar (TQG). Trata-se de um material elaborado sob a coordenação e participação da segunda autora deste artigo, com depósito de patente efetuado em 25 de março de 2013. (Patente registrada pela Universidade de São Paulo em parceria com a Universidade Federal de São Carlos, 2013, Número do registro: BR1020130068101). A TQG é uma tábua fina devidamente graduada, com um dos seus lados formado por sequências de chanfros que formam uma malha, na qual atividades semelhantes às do geoplano podem ser desenvolvidas; porém esse material possui também outra face e possibilita o desenvolvimento de outras atividades não contempladas com o uso do geoplano. O geoplano é um material didático manipulável que possui uma base quadrada ou retangular, com pregos ou outros materiais dispostos regularmente e alguns elásticos. Existem geoplanos isométricos, quadrados, retangulares, circulares, entre outros. O nome geoplano vem da junção de geo = geometria e plano = superfície plana. (MALLMANN; LUDWIG; RICO, 2006).

Foi escolhido o trabalho com os anos iniciais do Ensino Fundamental (EF), mais especificamente o 1º e o 4º ano do EF, motivado por esta ser uma fase essencial para a formação de conceitos matemáticos. Nesta etapa de ensino também se faz muito importante usar materiais didáticos manipuláveis (MDM), para que os alunos possam ter uma vivência com os conceitos de forma mais intuitiva e experimental antes de uma apresentação mais formal propriamente dita. Por MDM compreendemos aqueles que os alunos podem manipular através do tato (da experiência), envolvendo materiais concretos, atividades experimentais, jogos etc. (MENEGHETTI, 2013).

Neste artigo iremos focar o trabalho desenvolvido sobre conceitos básicos de número, junto a uma turma do 1º ano que participou da pesquisa. Ou seja, este artigo foca o ensino de conceitos numéricos para alunos do 1º ano do EF com o uso da TQG. Escolhemos a metodologia de RP para trabalhar com a TQG, uma vez que a mesma possibilita ao aluno construir seu próprio conhecimento.

Nesta metodologia, o processo de ensino e aprendizagem inicia a partir de um problema (ou vários) e a teoria ou conceitos são desenvolvidos a partir disto.

Nossa questão de pesquisa foi: "De que maneira a utilização de materiais didáticos manipuláveis, aliada à abordagem metodológica de Resolução de Problemas, poderia ser desenvolvida de modo a favorecer o ensino e a aprendizagem dessa disciplina nos anos iniciais do Ensino Fundamental? " Para tanto, decidimos preparar atividades que pudessem ser utilizadas com esse material por meio da RP.

No que segue, detalhamos um pouco mais sobre os pressupostos teóricos deste trabalho.

2 I PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Duhalde e Cuberes (1998) afirmam que a matemática nasceu da necessidade de se resolver problemas cotidianos, sendo que esses problemas fazem com que se a aprenda de maneira significativa. Para as autoras, as crianças chegam na escola já conhecendo os números e, muitas vezes, usando-os para resolver problemas cotidianos. Tais conhecimentos foram adquiridos no ambiente familiar, em jogos e em informações adquiridas socioculturalmente.

No entanto, as autoras salientam que a aquisição do conceito de número é um processo demorado. Mesmo as crianças já sabendo a série numérica desde pequenas - conhecimento este adquirido no núcleo familiar - nem sempre elas são capazes de utilizar este conhecimento para contar. Cabe a escola o papel de transformar esses conhecimentos numéricos intuitivos em conceitos operatórios. Uma das formas de se construir o conceito de número é através da recontagem e medição, dado que essas atividades surgem através da imitação de outras pessoas ou do ensino explícito.

Segundo as autoras, o contar e o conceito de número são desenvolvidos de forma gradual e espiralada, sendo que este desenvolvimento vai se tornando mais complexo, o que provoca uma compreensão maior do número. Para elas, o verdadeiro contar ocorre quando as crianças conseguem:

> - estabelecer a correspondência um a um;
> - manter a ordem das palavras numéricas;
> - etiquetar cada objeto uma só vez sem omitir nenhum;
> - considerar que o último número mencionado representa a quantidade total de elementos do conjunto, e que este é independente da ordem em que se enumerem os elementos, podemos dizer que conseguiu *o verdadeiro contar*. (DUHALDE; CUBERES, 1998, p. 51).

Duhalde e Cuberes salientam que conforme os alunos vão tendo situações mais complexas, eles vão encontrando novas respostas e estendendo seu campo numérico, porém isso só acontece se os familiares e os professores acompanharem.

Para as autoras apenas recitar números, discutir os conteúdos ou usar jogos, não garantem por si mesmos a apropriação de saberes matemáticos, sendo que elas acreditam que esses conhecimentos são construídos através da resolução de problemas em um ambiente significativo para os alunos.

Ao tratarmos sobre resolução de problemas, pode-se fazer de imediato a seguinte pergunta: "O que é problema?".

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (do Brasil),

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. (BRASIL, 1997b, p. 33).

Porém, muitas vezes, os problemas apresentados não são verdadeiramente problemas, uma vez que não há um desafio para o aluno e este não tem que fazer uma verificação para a validação do processo de solução. Sternberg (2000) afirma que, se for possível recuperar uma resposta para uma questão facilmente na memória, significa que não há um problema.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997a, 1997b) apontam que o ensino de matemática para os anos iniciais deve ser feito através da Resolução de Problemas, sendo que esses problemas devem ser apresentados aos alunos de forma que eles consigam construir seus próprios conhecimentos. Brasil (1997b) salienta que o mais importante é o processo de resolução e não a resposta correta. Essa concepção de ensino e aprendizagem se dá pela reflexão do que foi feito, construindo assim o conhecimento.

As Orientações Curriculares do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2014) também apontam a necessidade de que o aluno seja capacitado a resolver problemas, desenvolvendo seu raciocínio, validando estratégias e resultados, assim como que os mesmos sejam capazes de utilizar diferentes métodos de resolução. O ensino e a aprendizagem de matemática devem ser focados em experiências concretas de forma a fazer com que o aluno vivencie o que está fazendo. Tal ensino também deve propiciar aos alunos a capacitação para a construção de conhecimentos matemáticos, de forma a desenvolver sua autoestima e sua perseverança para buscar soluções.

Segundo as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo para o Ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2014, p. 10), o uso de materiais manipuláveis "[...] pode ser importante como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares. Mas trata-se de um meio e não de um fim, pois o essencial está na natureza da atividade intelectual dos alunos". Porém, tal como alerta Nacarato (2005), o uso de MDM precisa ser bem direcionado de forma a se obter resultados significativos na aprendizagem dos alunos, cabendo aos professores dar esse direcionamento.

No que se refere à utilização de MDM para o ensino de Matemática eles podem ajudar a uma maior compreensão dos conceitos, já que possibilitam muitas vezes uma visualização e concretização dos mesmos.

Quando uma criança está brincando utilizando algum conceito matemático, ela está lidando com o que futuramente se transformará em uma noção mais elaborada do número ou de algum conceito matemático. Para isso o professor deve atuar de forma a fazer alguns elos entre as ideias das crianças e os conceitos matemáticos que futuramente serão trabalhados, tomando o cuidado de não desprezar suas intuições, criatividade, curiosidades e interesses. (SANTOS, 2014).

Esse último autor também enfatiza a necessidade de se trabalhar com as crianças levando-se em conta o aspecto sociocultural delas, o seu mundo sensível, as diferentes relações que elas conseguem estabelecer nos contextos sociais que são familiares a elas, bem como os apelos que podem atiçar sua curiosidade e seu interesse. Essas coisas podem contribuir para que as crianças aprendam de maneira significativa, de forma adequada e no tempo adequado. Vale salientar que em nossa pesquisa buscamos nos direcionar por esses pressupostos teóricos, entendendo-os como diretrizes para nortear nossas ações pedagógicas. Desta forma, buscou-se trabalhar atividades didático-pedagógicas para o ensino do número respeitando os conhecimentos prévios dos alunos por meio de situações-problema e com o emprego da TQG.

3 I METODOLOGIA

A partir da TQG e considerando os pressupostos teóricos anteriormente apresentados, elaboramos duas fichas de atividades com um conjunto de situações-problema abordando conteúdos de representações numéricas e contagem que foram aplicadas junto a alunos do 1º ano do EF. (Essas e outras situações-problemas para se trabalhar com o uso da TQG nos diversos níveis da Educação Básica estão apresentadas na obra Meneghetti (2015)). Abordaremos essas situações-problemas à medida que a descrição da aplicação for apresentada. No entanto, vale aqui salientar que as fichas de atividades foram elaboradas de forma a abranger os conteúdos necessários aos alunos para seu nível de escolaridade, de acordo com as Orientações Curriculares do Estado de São Paulo de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2008; 2014).

A pesquisa seguiu uma abordagem qualitativa de investigação: estudo de caso. A aplicação consistiu em: realização de um diagnóstico inicial a fim de identificarmos os conhecimentos prévios dos alunos, aplicação de fichas de atividades contendo as situações-problema elaboradas com os conteúdos que constatamos que os alunos tinham dificuldade e por último, a realização de um diagnóstico final para verificarmos se os alunos conseguiram aprender com as atividades realizadas. Em todas essas fases houve a coleta de dados do material produzido pelos alunos e registro do trabalho de campo pelo pesquisador.

4 I APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

As atividades foram aplicadas numa turma do 1º ano do EF de uma escola pública estadual do município de São Carlos. Ao todo participaram da aplicação 27 alunos de 6 a 7 anos. A professora responsável pela turma é formada em Pedagogia e atua nos anos iniciais do EF há quatro anos. Ela nos concedeu 8 horas/aulas para a aplicação destas atividades, porém, a partir do primeiro dia de atividades utilizando a TQG, percebemos que não seria possível utilizar apenas duas horas/aulas para cada atividade, ao que a professora nos permitiu que ficássemos todo o período de aulas a cada dia, sendo que no último dia ficamos apenas nas três primeiras aulas, totalizando dessa forma 18 horas/aulas ao todo. Nesta totalidade de aulas foi possível aplicar atividades que focalizaram os conteúdos de representações numéricas e contagem.

No primeiro dia, correspondente a aplicação do diagnóstico inicial, a professora apresentou a pesquisadora aos alunos e disse que ela faria uma "prova de brincadeira", uma vez que não valia nota. Os alunos ficaram entusiasmados com a ideia. Quando ela falou que seria de matemática, muitos alunos também demonstraram interesse em fazer o que era proposto. Apenas quatro alunos não gostaram da ideia.

O diagnóstico inicial que consistia em cinco problemas em que os alunos tinham que utilizar representações numéricas e/ou contagem. Além da resposta solicitada, os alunos deveriam colocar seu raciocínio. Em quatro dos problemas os alunos necessitavam utilizar a contagem; já no outro problema os alunos precisavam utilizar conhecimento de números pares e ímpares. Neste dia, estavam presentes vinte e seis alunos.

A primeira dificuldade que a pesquisadora teve foi com o fato de que o diagnóstico inicial não estava escrito em CAIXA ALTA, a qual a maioria dos alunos estava familiarizada, por estarem em processo de alfabetização. A professora, após ver a avaliação diagnóstica, disse à pesquisadora que os alunos não conseguiriam compreender o enunciado. Dessa forma, a pesquisadora teve que ler e explicar todas as perguntas para os alunos de maneira que fosse possível realizar as atividades. Por sugestão da professora, a pesquisadora leu uma questão de cada vez, dando tempo aos alunos para que a respondessem. Após todos terem respondido aquela questão, passava-se para a próxima e assim sucessivamente. Outro ponto que a professora levantou foi que as questões estavam escritas em linguagem matemática e que os alunos ainda não dominavam essa linguagem, sendo que dessa forma os alunos não iriam conseguir responder. Assim, algumas questões foram modificadas ao serem lidas para os alunos. Outra dificuldade levantada foi que nenhum aluno possuía autonomia de leitura e escrita, por ainda estarem em processo de alfabetização. Dessa forma, para que eles fizessem as atividades seria necessário perguntar a cada um seu raciocínio e escrevê-lo individualmente, o que seria inviável em uma sala de 27 alunos. Assim, àquelas questões em que havíamos pedido inicialmente que os alunos expusessem seus raciocínios por escrito, liberamos para que os mesmos fizessem somente a resolução matemática, expondo seus raciocínios oralmente. Apresentamos a primeira questão do diagnóstico inicial, a título de exemplificação.

1. Plínio começou a aprender na escola como escrever os números de um a dez e representa-los de diversas maneiras, porém, ao chegar em casa, percebeu que havia esquecido alguns números e algumas representações. Você consegue ajudá-lo a completar a tabela abaixo?

um	1	□
dois	2	●●
		◊◊◊◊◊◊
	8	
dez		

a) Descreva passo a passo como você preencheu a tabela.
b) O que você pode notar ao observar a tabela?
c) Tente acrescentar uma nova coluna à tabela. Descreva os critérios que utilizou para preenchê-la.
d) De que outras formas você poderia confeccionar uma tabela com diferentes representações numéricas? Explique e dê um exemplo.

Para essa questão, completamos um pouco mais a tabela na lousa, deixando apenas um item em cada linha a ser completo. Ao adicionarmos a nova coluna à tabela, demos um exemplo de como os alunos poderiam confeccioná-la. Quanto aos itens a, b, c e d, dispensamos os alunos de respondê-los.

Nenhum dos alunos demonstrou dominar a diferença entre um número par ou ímpar; o que deu para perceber foi que os alunos mecanicamente conheciam os pares ou ímpares por utilizarem em suas brincadeiras. A maioria conseguiu chegar até o número 20. A pesquisadora conseguiu perceber esses fatores por meio das perguntas dos alunos e da observação ao passar pelas carteiras deles.

A professora costuma corrigir toda e qualquer atividade com os alunos após fazê-las, e convidou a pesquisadora a ficar na sala após o intervalo para ver como ela costumava trabalhar com eles. A pesquisadora pediu permissão para gravar a aula e assistiu à correção das duas primeiras atividades. A professora deixou os alunos livres para responderem as atividades na lousa e, quando algum deles colocava algo incorreto, ela questionava com a turma se o que aquele aluno havia feito estava correto. As questões que haviam sido feitas e que, pela dificuldade de escrita, os alunos não haviam respondido, a professora perguntou oralmente, obtendo diferentes respostas.

Foi preciso rever as atividades para verificar o procedimento a ser feito, uma vez que os alunos não dominavam a escrita. Uma solução seria dividi-los em grupos maiores (de 5 a 6 alunos) de forma que, com a ajuda da professora, pudéssemos registrar como os alunos pensaram para resolver as atividades, pois a sala ficaria reduzida em cinco grupos, facilitando o registro. Por outro lado, grupos maiores dificultariam o desenvolvimento do trabalho, uma vez que um estudante ou outro acaba não participando ativamente, o que pode gerar indisciplina. Uma saída adequada foi gravar o que os alunos discutiam entrem si e questioná-los a respeito do que estavam fazendo.

Nenhum aluno conseguiu fazer a questão número 3, referente aos números pares e ímpares. Desta forma, desconsiderando esta questão, dez dos alunos conseguiram acertar todos os exercícios propostos. Outros sete alunos erraram apenas uma questão. O aluno que acertou menos questões conseguiu acertar a metade das questões, isso porque esse aluno fez apenas metade do total. Além desse aluno, dois alunos deixaram algumas questões sem responder e outros dois deixaram uma questão sem responder.

A seguir descreveremos o primeiro dia de aplicação das atividades com a utilização da TQG.

Primeiramente foi explicado aos alunos que eles trabalhariam com um material diferente: a TQG. Eles poderiam pintar, escrever ou utilizar barbantes para a realização das atividades e o trabalho seria feito em grupos de 4 alunos. A professora separou os grupos de forma que tivessem alunos com todos os graus de dificuldade em cada equipe. A pesquisadora solicitou que ela fizesse isso de forma que os alunos que apresentavam maiores dificuldades pudessem ser auxiliados pelos alunos que possuíam certa facilidade. Os alunos foram divididos em cinco grupos com quatro alunos cada um, uma vez que havia vinte alunos presentes na aula.

A professora pediu para ver as atividades antes da aplicação e ao ver que a primeira questão era para representar os números de um a dez, a mesma pediu que a questão fosse modificada, pois daquela forma os alunos não conseguiriam compreender a atividade e se atrapalhariam. Ela sugeriu que fosse pedido aos alunos para representar o número um, em seguida, o número dois e assim sucessivamente. Assim, a pesquisadora reformulou a questão e pediu primeiramente aos alunos que representassem o número um de três formas diferentes. Conforme os alunos iam acabando, ela pedia que eles representassem o próximo número. Apenas um grupo conseguiu representar todos os números solicitados, devido ao tempo que foi utilizado pelos alunos para a atividade.

O desenvolvimento das atividades acabou durando muito mais tempo do que o que esperávamos, sendo que os alunos ficaram durante um período de cinco horas/aula desenvolvendo essas atividades. Os alunos ainda possuíam certa dificuldade para representar os números, não conseguindo muitas vezes representá-los corretamente, tendo que fazer algumas das representações dos números novamente. Um dos problemas mais comuns que aconteciam na representação dos números era que os alunos faziam vários números espelhados.

Segundo Siqueira e Gurgel-Giannetti (2011), espera-se que crianças de cinco a seis anos escrevam espelhado, uma vez que ainda estão desenvolvendo suas áreas visoespaciais, sendo que somente após os sete anos tal escrita pode receber uma conotação patológica. Muitos dos alunos dessa turma ainda estavam em desenvolvimento das áreas visoespaciais, dado que mesmo em grupos de quatro alunos ocorreram várias situações de espelhamento. Entretanto, ao serem questionados sobre um número estar correto ou não, os alunos olhavam para os cartazes que havia na sala contendo números e percebiam que haviam feito o número espelhado.

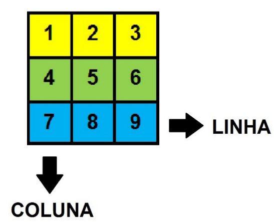
No segundo dia de aplicação das atividades com a TQG, como nas atividades anteriores, em várias ocasiões a professora afirmou que os alunos não estavam entendendo o que a pesquisadora estava falando, esta decidiu pedir que a professora aplicasse a ficha de Atividade 2 da maneira como ela achasse que os alunos entenderiam melhor. Assim, ela leu as Atividades e modificou algumas coisas, acrescentando várias outras ao decorrer da aula.

Os alunos foram divididos em dez grupos com dois a três integrantes cada. A professora nomeou as equipes com letras do alfabeto. Ela iniciou fazendo uma competição com os alunos para ver qual deles conseguiria estimar quantos quadradinhos havia na TQG. Cada grupo deu uma resposta e a professora colocou as diferentes respostas na lousa.

Então a professora pediu que os alunos contassem na TQG o número de quadradinhos existentes. Cada grupo contou os quadradinhos e deu uma resposta. Em seguida, após todos os grupos dizerem suas respostas, a professora permitiu que recontassem e, se quisessem mudar suas respostas, poderiam. Novamente os alunos conferiram suas contagens e cinco grupos mudaram suas respostas. Houve um grupo, formado por duas garotas que ficou por mais de meia hora tentando contar o número de quadradinhos existentes na TQG, mas não conseguiram chegar até o final da contagem. Elas sempre paravam de contar entre o número trinta e/ou quarenta, tornando a contar a partir do um novamente. Elas tentaram usar como guia o quadro numérico que existia na parede com os números de um a cem, mas mesmo assim se atrapalharam na contagem. Por fim, a professora passou para a próxima atividade, pois disse que elas definitivamente não conseguiriam terminar essa contagem. Entretanto, ela ressaltou que uma das garotas já havia melhorado muito na contagem a partir das atividades, pois em outras ocasiões ela sequer conseguia contar até o número dez.

Em relação à atividade seguinte, a professora aplicou em forma de desafio aos alunos. Segue abaixo a atividade a título de exemplificação.

2. SUPONHA QUE CADA QUADRADINHO DA SUA TQG REPRESENTE UM NÚMERO EM ORDEM CRESCENTE. SENDO QUE OS NÚMEROS COMEÇAM DA ESQUERDA PARA A DIREITA E DE CIMA PARA BAIXO (VEJA O EXEMPLO ABAIXO).



a) QUE NÚMEROS ESTÃO REPRESENTADOS NA PRIMEIRA LINHA DA SUA TQG?

b) E NA PRIMEIRA COLUNA?

c) QUE NÚMERO ESTÁ REPRESENTADO NA SEXTA COLUNA DA TERCEIRA LINHA?

d) TENTE REPRESENTAR ESSE VALOR NA SUA TQG.

e) QUAL É O MAIOR NÚMERO REPRESENTADO NA TQG NESSE FORMATO DE CONTAGEM?

A professora explicou que os alunos precisariam encontrar alguns números de acordo com as coordenadas que ela desse. Para isso, ela solicitou que os alunos escrevessem os números de um a cem na TQG. Após isso, ela deu alguns exemplos de como a atividade seria feita e depois disse que o grupo que conseguisse encontrar primeiro o número escolhido marcaria um ponto. Isso fez com que os alunos se motivassem a tentar resolver a atividade rapidamente para tentar marcar pontos. A pesquisadora assumiu o papel de auxiliadora dos alunos que possuíam mais dificuldades para que os mesmos também conseguissem localizar os números solicitados pela professora. A professora colocou bem mais números do que a atividade original sugeria. A cada número que as crianças conseguiam acertar, ela retomava o quadro com os números que ela tinha na parede e fazia a correção com os alunos, de forma que todos pudessem entender o que os grupos mais rápidos haviam feito.

Finalizada essa atividade, mais uma vez a professora propôs que os alunos usassem da estimativa para dizer quantos grupos de dez quadradinhos davam para serem formados na TQG. Após cada grupo dar o seu palpite, ela sugeriu que os alunos utilizassem o barbante e fizessem grupos de dez quadradinhos de forma a verificarem se haviam acertado a quantidade de grupos de dez quadradinhos existentes na tábua. Nessa atividade os alunos não apresentaram dificuldades.

A professora gostou muito de ministrar a aula utilizando a TQG e pediu à pesquisadora que desenvolvesse uma aula a mais com os alunos. Assim, na próxima aula, os alunos não fariam o diagnóstico final, mas sim novas atividades com a TQG. A professora se responsabilizou por elaborar essas atividades e também trazer o barbante que os alunos utilizariam. Ela preferiu que os alunos utilizassem barbantes de uma cor só e já cortados em tamanhos próximos aos da TQG, uma vez que muitas vezes a cor acabava incentivando os alunos a fazerem outras coisas que não estavam relacionadas ao tema da aula, como brincadeiras e conversas paralelas.

Entretanto, no dia anterior ao combinado para que a professora ministrasse a aula, a mesma pediu se seria possível que fosse aplicado o diagnóstico final mesmo aos alunos, pois a maioria já estava querendo parar de ir às aulas e ela ainda precisava fechar algumas notas com esses alunos, o que seria prejudicado caso o trabalho se estendesse por mais uma semana. Dessa forma, aplicamos o diagnóstico final.

Vinte e cinco alunos participaram da aplicação do diagnóstico final. Tal diagnóstico foi aplicado individualmente. O diagnóstico final consistia de dois problemas nos quais os alunos tinham que escrever os números de um a cem e encontrar alguns desses números através de algumas dicas, bem como fazer uma representação diferente para esses números. Depois de encontrar dois desses números, os alunos deveriam escolher seus próprios números para completar a atividade e fazer as representações. Entretanto, a professora disse que a questão estava muito aberta e que os alunos não fariam essas que eles deveriam criar. Ela disse para deixar apenas uma para eles criarem e estipular números nas outras de forma que eles respondessem.

Foi lido o primeiro problema aos alunos e dado um tempo para eles responderem. Quase todos conseguiram fazer a atividade, apenas uma garota apresentou dificuldades para fazer o solicitado. Depois que os demais alunos acabaram, ainda esperamos por essa aluna mais uns dez minutos e a professora disse que era melhor passar para o próximo problema, pois a garota provavelmente não conseguiria terminá-lo.

Foi lido o segundo problema aos alunos e dado o exemplo utilizando o quadro numérico afixado na parede. Em seguida foi lido o segundo item do problema aos alunos e dado um tempo para que respondessem. O mesmo foi feito para os demais itens. Quando se chegou no último item foi solicitado aos alunos que o criassem, para em seguida entregarem o diagnóstico para a pesquisadora, os alunos fizeram e entregaram rapidamente. Entretanto, pela rapidez com que alguns entregaram, percebeu-se que eles não haviam entendido muito bem o solicitado, fato este constatado após a correção dos diagnósticos.

Todos os alunos tiveram dificuldade em fazer o proposto no diagnóstico final. De acordo com a professora, seriam necessárias mais aulas para que os estudantes realmente conseguissem fazer aquelas atividades. A maioria dos alunos conseguiu preencher o quadro com os números, apenas uma aluna não conseguiu preenchê-lo corretamente; porém ela melhorou bastante, pois a professora disse que antes das atividades com a TQG era difícil ela conseguir contar até o dez sem se atrapalhar.

5 I CONCLUSÕES

Durante as atividades junto ao 1º ano C da escola B, todos os alunos participaram de pelo menos duas aulas. No total foram vinte e sete alunos, sendo oito meninos e dezenove meninas na faixa etária de seis a sete anos. Dezessete alunos (62,96% dos alunos) compareceram em todas as aulas ministradas, sendo que do restante, oito alunos compareceram em três das aulas e dois em duas das aulas.

No decorrer das aulas, constatou-se que a maioria dos alunos ainda não tinham autonomia de leitura e escrita, o que dificultou o registro do trabalho através da resolução de problemas mais abertos, uma vez que sua resolução depende inteiramente do raciocínio lógico da criança, por não estar especificado o que se pede no enunciado, havendo assim múltiplas respostas, de acordo com o pensamento e conhecimento de cada criança. Dessa forma, a professora da turma aconselhou que os problemas fossem colocados de uma forma mais específica e clara, de forma que os alunos conseguissem resolvê-los, uma vez que não seria possível que eles escrevessem seus raciocínios e não tínhamos condições de fazer o registro oral do raciocínio de todos eles.

Durante a execução das atividades percebeu-se que os alunos ainda tinham bastante dificuldade na contagem, precisando muitas vezes recorrer ao quadro numérico existente na parede da sala para que conseguissem contar, principalmente quando se tratava de números maiores. Havia alunos que mesmo olhando no quadro ainda não conseguiam fazer essa contagem efetivamente.

De acordo com a professora, para que os alunos aprendessem com essa metodologia, seriam necessárias pelo menos oito aulas, ou seja, o dobro das aulas em que trabalhamos. Entretanto, porque estávamos no final do ano letivo, momento que eram feitas as avaliações finais com os alunos, não foi possível que prosseguíssemos o trabalho por mais algumas aulas com os alunos. A professora até chegou a fazer um esforço para que isso acontecesse e quis que fosse feita mais uma aula, porém percebeu que isso acabaria atrapalhando seu calendário e desistiu. Apesar disso, no decorrer das aulas fomos percebendo os avanços de vários alunos que a princípio tinham muitas dificuldades em relação à contagem, mas que com as atividades realizadas conseguiram desenvolver melhor essa habilidade.

Com isso, nota-se a necessidade de, em futuras intervenções junto aos alunos, trabalhar-se com mais tempo as atividades, de forma que todos tenham a possibilidade de aprender os conteúdos de maneira significativa. Além disso, em níveis posteriores, a abordagem de RP pode também ser retomada de forma que haja uma evolução de acordo com as possibilidades daquele nível e contexto. Em resumo, acreditamos ter alcançado bons resultados com a aplicação das atividades, uma vez que boa parte dos alunos conseguiu aprender a partir das atividades elaboradas, da metodologia utilizada e do material manipulável utilizado, a TQG.

Portanto, por meio desta investigação foi possível perceber que a utilização da TQG aliada à metodologia de RP proporcionou o desenvolvimento de atividades diferenciadas nas quais os alunos puderam explorar e utilizar vários outros recursos e resolver as atividades de diferentes maneiras. Consideramos que o material e a abordagem de ensino utilizados favoreceram a aprendizagem dos alunos, sendo que eles gostaram de fazer as atividades e avaliaram como positivas as aulas das quais participaram, vários deles querendo que tivesse havido mais aulas com o material utilizado. Além disso, foi também possível observar que esta aplicação favoreceu a aprendizagem dos alunos em relação aos conceitos focados; isso ressalta a importância do emprego de MDM aliada à metodologia de RP neste nível de ensino. Vale ainda destacar a relevância do trabalho colaborativo entre pesquisadores e professor, fator que foi essencial na realização da pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio concedido para o desenvolvimento do trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997a.

______. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997b.

DUHALDE, M. E.; CUBERES, M. T. G. **Encontros iniciais com a matemática:** contribuições à educação infantil. Tradução Maria Cristina Fontana. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

MALLMANN, M. E.; LUDWIG, P. I.; RICO, R. M. T. **Geoplano e análise combinatória:** construindo o conhecimento matemático no trabalho cooperativo. Trabalho apresentado no IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática, Caxias do Sul, 2006.

MENEGHETTI, R. C. G. Uma investigação sobre o uso de materiais didáticos manipuláveis para o ensino e aprendizagem da matemática na educação básica. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7, 16 a 20 de setembro de 2013, Montevideo, Uruguai. **Actas...** Montevideo: FISEM, 2013. p. 6.579-6.586.

MENEGHETTI , R. G. M. (Organizadora); MENEGHETTI, R. C. G.; KUCINSKAS, R.; DOS SANTOS JUNIOR, T.; AZEVEDO, M. F.; FONROZO, S. E. (Autores). **Materiais didáticos manipuláveis e abordagens alternativas de ensino de matemática**: com atividades para o uso da TQG: tábua quadriculada geoplanar. 93p. Registro da obra proc. n. 15.1.355.55.7 o qual contém os documentos para o registro da obra, agência USP de Inovação, 2015.

NACARATO, A. M. Eu trabalho Primeiro no Concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2004-2005.

SANTOS, Vinício de Macedo. **Ensino de matemática na escola de nove anos:** dúvidas, dívidas e desafios/Vinício de Macedo Santos; colaboração Eliane Maria Vani Ortega, José Joelson Pimentel de Almeida, Sueli Fanizzi. – São Paulo: Cengage Learning, 2014. – (Coleção ideias em ação/ coordenadora Anna Maria Pessoa de Carvalho)

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo:** Matemática (Ensino Fundamental – ciclo II e Ensino Médio): 1o grau. São Paulo, 2008.

______. Secretaria da Educação. **Orientações curriculares do Estado de São Paulo** - Anos Iniciais do Ensino Fundamental - Matemática: Versão preliminar. São Paulo, 2014. v. 1.

SIQUEIRA, C. M.; GURGEL-GIANNETTI, J. Mau desempenho escolar: uma visão atual. **Rev. Assoc. Med. Bras.** [online]. 2011, vol.57, n.1, pp. 78-87. ISSN 0104-4230. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-42302011000100021>. Acesso em: 25 abr. 2014.

STERNBERG, R.J. Solução de problemas e criatividade. In: ______. **Psicologia Cognitiva**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. p. 305-338.

UNIVERSIDADE DE SAO PAULO - USP (BR/SP) em parceria com UFSCar: Universidade Federal de São Carlos; Autores: MENEGHETTI, R. C. G.; KUCINSKAS, R.; SANTOS JUNIOR, T. TÁBUA QUADRICULADA GEOPLANAR. 2013, Brasil. **Patente**: Privilégio de Inovação. Número do registro: BR1020130068101, data de depósito: 25/03/2013, título: “TÁBUA QUADRICULADA GEOPLANAR”, Instituição de registro: INPI - Instituto Nacional da Propriedade Industrial.

CAPÍTULO 19

SOFTWARE EDUCATIVO COMO AUXÍLIO NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS COM ALUNOS SURDOS

Cléa Furtado da Silveira
Mestranda no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática
Universidade Federal de Pelotas
Pelotas, Rio Grande do Sul
cleafurtado@gmail.com

Denise Nascimento Silveira
Docente no Programa de Pós Graduação em Educação Matemática
Universidade Federal de Pelotas
Pelotas, Rio Grande do Sul

RESUMO: O trabalho trata de um recorte da pesquisa de dissertação, que está se desenvolvendo no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do IFM da UFPEL. Essa pesquisa nasceu da reflexão da prática em sala de aula com alunos surdos, constatando as dificuldades de ensino com esses grupos. Para modificar esta situação busquei um projeto de ensino que estivesse de acordo com as novas tendências em educação matemática; percebi que as tecnologias tem se destacado pela sua aplicabilidade em todas as áreas. Decidi investigar a forma de ensinar matemática, usando software educativo que auxilie o aluno surdo na construção dos conceitos de matemática. Para isso pesquisei autores sobre o tema, entre eles Ronice Quadros que recomenda LIBRAS e recursos visuais como ferramenta pedagógica para alunos surdos e, assim compreender como se processa a aprendizagem com o recurso visual. Tendo como embasamento: o histórico de educação de surdos; a aprendizagem significativa, investigativa e as tecnologias. A pesquisa começa com o Estado do Conhecimento que é um levantamento de publicações que foram feitas sobre o tema nos últimos tempos. Através desta coleta de informações está sendo possível constatar que o bilinguismo é a metodologia indicada, também, recursos visuais e respeito a cultura surda são fundamentais. O crescente emprego de tecnologias como softwares educativos é averiguado; sendo o GeoGebra o mais utilizado. Teóricos apontam para o crescente acesso a informações e tecnologias no ensino e a necessidade de estudos nessa área. O trabalho está em andamento.

PALAVRAS-CHAVE: alunos surdos, visual, matemática, software

ABSTRACT: The paper deals of a cut of dissertation research, which is being developed in the Graduate Program in Mathematical Education of the IFM of the UFPEL. This research was born from the reflection of classroom practice with deaf students, noting the difficulties of teaching with these groups. To modify this situation I looked for a teaching project that was in accordance with the new

trends in mathematics education; I noticed that technologies have stood out for their applicability in all areas. I decided to investigate how to teach mathematics, using educational software that helps the deaf student construct mathematical concepts. Therefore, I researched authors about this theme, for exemplo, Ronice Quadros who recommends LIBRAS and visual resources as a pedagogical tool for deaf students and thus understand how to process learning with the visual resource. This is based in the history of deaf education; meaningful, investigative learning and technologies. The research begins with the Knowledge State which is a research of all the publications that have been made about this theme in the recent times. Through this information collection it is possible to verify that bilingualism is the indicated methodology, also, visual resources and respect the deaf culture are fundamental. The increasing use of technologies such as educational software is verified; where the GeoGebra is the most used. Theorists point to the increasing access to the information and technologies in teaching and the need for studies in this area. This work is in construction.
KEYWORDS: deaf students, visual, mathematics, software

1 I INTRODUÇÃO

Este trabalho trata da pesquisa de dissertação, que está se desenvolvendo no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do IFM da UFPEL. Ela nasceu da reflexão sobre a prática do ensino de matemática no Ensino Fundamental, junto a alunos surdos, em uma escola especial.

Como por mais de vinte anos trabalho com a disciplina de matemática, tenho observado que existe, ainda hoje, em alguns alunos, desinteresse por esse conhecimento. Essa condição pode ser um fator que dificulta o processo de ensino-aprendizagem dessa temática. Ao realizar uma análise de como a matemática vem sendo ensinada, ao longo dos anos que estou exercendo o magistério, percebo que, na maioria das vezes, são dados os conceitos e, a seguir, os professores fazem resolução de exercícios e atividades em várias situações semelhantes, até os estudantes estarem “bem treinados”.

Assim, em muitos casos, tem sido feito o ensino de matemática em nossas escolas, o que pode ser um indicador de que os professores ainda acreditam que aprender é repetir, embora a psicologia cognitiva (PIAGET, 1973), nos mostre que o aluno aprende interagindo, observando, classificando, relacionando e tirando conclusões.

Outro aspecto a considerar, refere-se aos conteúdos previstos nos documentos oficiais do Ministério de Educação - MEC, tais como Diretrizes Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular, para a educação básica. Pelo que observo na minha prática, os exemplos apresentados, carecem de uma adequação para o aluno surdo que é meu foco de pesquisa.

Não satisfeita com essas condições, intensifiquei meus estudos buscando em teorias e pesquisas já realizadas, ajuda para tentar modificar a forma como o ensino para surdos ocorre. Para que ela possa acontecer de forma mais prazerosa, ou pelo menos não seja sofrida para esses estudantes e professores, conforme os depoimentos apresentados durante o Primeiro Encontro de Educação de Surdos da Escola Especial Professor Alfredo Dub (escola que atende alunos surdos na cidade de Pelotas-RS).

Entre as diversas tendências de ensino estudadas, o trabalho de Kenski (2012) indica que o uso das tecnologias tem se destacado, devido a sua crescente aplicação em todas as áreas. A autora escreve que as crianças desde pequenas já começam a ter contato com esses recursos, e a escola ao não incorporar essas ferramentas nos seus métodos de ensino, corre o risco de se tornar inadequada e, assim não conseguir cumprir o seu papel no processo de ensino e aprendizagem.

Com essas perspectivas, decidi elaborar um projeto de investigação sobre a forma de ensinar matemática para surdos, usando software educativo como auxiliar da aprendizagem, abordando o conteúdo de uma forma mais atrativa, despertando a curiosidade e a possibilidade de construção do conhecimento.

1.1 Objetivo Geral

Desenvolver e aplicar um método de ensino, utilizando software educativo que auxilie o aluno surdo na construção de conceitos matemáticos.

1.2 Objetivos Específicos

Estudar autores que tenham realizado estudos a respeito dos temas envolvidos neste trabalho.

Selecionar os estudos e relacioná-los com a minha prática na educação de surdos, a fim de fundamentar minha docência.

Buscar um software educativo para auxiliar esse processo de aprendizagem na matemática.

Aplicar esse software em um grupo de alunos surdos.

Fazer uma análise dos resultados, comparando-a com o referencial estudado.

Elaborar uma proposta metodológica fundamentada nos estudos e resultados obtidos.

1.3 Problema de pesquisa

A minha experiência de vários anos ministrando aulas no Ensino Fundamental para alunos surdos e abordando os conteúdos de matemática, me permitiu perceber as dificuldades para ensinar essa disciplina, com esses estudantes. Vivenciando essa situação, emergiu, o desejo de melhorar as metodologias de ensino, de forma a facilitar a compreensão dos estudantes. Para tal, pesquisei autores sobre a temática; entre eles, Ronice Quadros que recomenda LIBRAS (Língua Brasileira de Sinais) e recursos visuais como ferramenta pedagógica para alunos surdos, Cristina Lacerda que salienta a importância da educação bilíngue de surdos, Maria Cecilia de Moura busca uma compreensão para a identidade surda, dentre outros.

1.4 Questão da pesquisa

Compreender como se processa a aprendizagem do aluno surdo com o auxílio do software educativo.

1.4.1 Questões complementares

Quais os softwares educativos livres que podem ser utilizados para o ensino da matemática?

Como é a aceitação por parte dos estudantes do software escolhido?

Como os estudantes interagiram no desenvolvimento da proposta usando software?

Como os alunos demonstram que aconteceu aprendizagem?

Vale a pena repetir o uso desse software para outros momentos de aprendizagem?

2 I METODOLOGIA

Para iniciar esta etapa do texto, busco no dicionário Houaiss (2001, p.1911) a etimologia da palavra: parte de uma ciência que estuda os métodos aos quais ela própria recorre. Assim sendo, passo a descrever a forma como pretendo desenvolver esse trabalho.

Buscando referencias em Lüdke e André (2015) esse projeto de pesquisa tem uma abordagem qualitativa. Conforme Bogdan e Biklen (1982) uma pesquisa com o cunho qualitativo apresenta cinco características. A primeira delas é que o ambiente natural é a fonte direta das informações (a sala de aula de alunos surdos) e o pesquisador é o principal instrumento da pesquisa.

A segunda característica é que os dados coletados são basicamente descritivos. Todos os dados são relevantes. Assim temos a terceira característica, ou seja, a preocupação com o processo é maior que com o produto; atentar para o que ocorre em todo o espaço da sala de aula enquanto o processo está se desenvolvendo. E estes registros do diário de bordo (caderno de anotações) e estes registros serão uma fonte fundamental para a pesquisa.

A quarta característica refere-se ao significado que os sujeitos dão aos fatos. Nesse caso, me compete capturar a perspectiva dos alunos surdos diante de um software que os auxilie a compreender os conceitos matemáticos. É importante que eu — na qualidade de pesquisadora — revele todos os pontos de vista dos alunos em relação ao uso do software.

A última característica refere-se a análise dos dados, não havendo a preocupação em buscar evidencias que comprovem as hipóteses iniciais.

Como vou desenvolver esse projeto de pesquisa, na escola aonde trabalho que é uma escola especial de alunos surdos, caracterizo esse trabalho como estudo de caso. Segundo Lüdke e André (2015, p.20) “O estudo de caso é o estudo de um caso, seja ele simples e especifico, [...] o caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo.

3 I APORTE TEÓRICO

Este trabalho tem como aporte teóricos: O Construtivismo de Piaget (1973), Lopes e Fürkotter, Silva, Cortez e Oliveira(2013) e as tecnologias, Lacerda (1988) e a história da educação de surdos, dentre outros.

3.1 Aprendizagem

Segundo Piaget (1973, p.199) a inteligência consiste numa adaptação do meio exterior a aprendizagem ocorre através de dois processos: assimilação e acomodação

A assimilação acontece quando o sujeito internaliza um novo conhecimento, ou seja, quando modifica o meio para que uma necessidade possa ser satisfeita. Também, ao relacionarmos uma ficha vermelha como se ela fosse um número negativo (-1), estamos dando um novo significado, portanto assimilando um conceito matemático.

A acomodação, por sua vez, ocorre quando o sujeito se modifica para poder entender o meio que não foi possível modificar. Na Matemática, para conseguir resolver problemas de dívidas, de temperatura negativa, etc. necessitamos dos números inteiros, pois, com números naturais, não poderemos resolver, estamos adaptando-nos a novas regras, no caso, as regras das Operações com Números Inteiros. (PIAGET, 1973).

Quando uma pessoa modifica o meio e, também, é modificado por ele acontece a adaptação, ou seja, acontece a chamada aprendizagem. (op. cit.).

3.2 Tecnologias

Lopes e Fürkotter defendem a necessidade de uma formação de professores que os leve a incorporar as TIDIC (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) em sua prática de ensino, com o objetivo de proporcionar aos alunos condições de se desenvolver plenamente.

Segundo Silva, Cortez e Oliveira(2013) devido ao grande avanço tecnológico o uso de software educativo no ensino como um instrumento auxiliar da aprendizagem é indispensável, pois embora os computadores ainda não estejam amplamente disponíveis para a maioria das escolas, eles já começam a integrar muitas experiências educacionais, prevendo-se sua utilização em maior escala em curto prazo (BRASIL, 1997, p.47).

Logo: “Ele é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo”.

(BRASIL, 1997, p.47).

3.3 Breve histórico da Educação de Surdos

De acordo com Lacerda (1988) a educação de surdos tem sido alvo de importantes discussões na tarefa de propiciar a esses alunos condições para que tenham desempenho compatível com o dos ouvintes. Para ensinar um aluno surdo, é indispensável que a sua língua natural seja utilizada. No Brasil, é o caso de LIBRAS.

Se o professor não tiver o domínio da língua, será necessário um intérprete de LIBRAS para que possa acontecer a comunicação, pois sem esta é impossível construir conhecimento. A cultura surda tem, também, de ser respeitada, pois uma vez que é diferente da cultura ouvinte. Como os surdos ainda não possuem uma língua escrita oficial, usamos o português escrito para registrar as informações.

4 I ESTADO DO CONHECIMENTO

Ao iniciar esse capítulo do projeto de dissertação, que denomino de estado do conhecimento, considero que:

[...] estado de conhecimento é identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção cientifica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica. Uma característica a destacar é a sua contribuição para a presença do novo na monografia (MOROSINI, FERNANDES, 2014, p.155).

Logo, a utilização do Estado do Conhecimento neste trabalho de pesquisa tem o propósito de: conhecer as publicações com a temática; classificar as publicações com a proximidade do tema da pesquisa; reconhecer os principais autores sobre o tema; compreender as ideias principais destes autores; estruturar a pesquisa.

Nessa perspectiva, para construir esse capítulo recorri aos trabalhos registrados no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, poderia ter pesquisado na Biblioteca Brasileira de Teses e Dissertações. Os artigos foram pesquisados em Eventos como: Enem 2016: XII Encontro Nacional De Educação Matemática (São Paulo); VI Seminário Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática – SIPEM 2015; 37a Reunião Da Associação Nacional De Pós-Graduação E Pesquisa Em Educação ANPED – 2015; XX Encontro Brasileiro De Estudantes De Pós-Graduação Em Educação Matemática - EBRAPEM 2016.

A busca foi sobre softwares educativos no ensino de matemática com alunos surdos, que será utilizado como uma das metodologia de ensino e analisado sua aplicabilidade com estes grupos de alunos.

Usei as palavras - chave: surdos, matemática, softwares

Com estas palavras chaves encontrei, entre artigos, dissertações e teses 33 publicações os quais estou fazendo o estudo e classificando as ideias principais.

4.4 Surdos/matemática

Os trabalhos mostraram que foram realizados, estudos sobre a inclusão e breves explanações sobre o contexto histórico e cultural da surdez. Também, metodologias usadas com alunos surdos e as dificuldades no ensino e aprendizagem.

Os estudos sobre surdez, estão começando, pois historicamente segundo Cristina Lacerda as formas de abordagem de ensino com que esses grupos, mudaram de oralista para gestualista até se chegar a língua de sinais, o que está regulamentado nas leis brasileira.

Políticas públicas em relação aos surdos estão surgindo, mas timidamente em relação a sua urgência. Para atender as leis em 2002 procurou-se inserir a LIBRAS no contexto educacional, mas ainda falta praticas para incluir realmente esses alunos.

Segundo a resolução CNE/CEB nº 2, é dever da escola garantir ao aluno uma educação de qualidade. No caso da surdez a aprendizagem acontece pelo visual, conforme afirma Gesser (2009). No ensino de matemática intermediado pelo interprete de Libras.

Algumas questões que estão de acordo com Perlin foram destacadas como: ausência de interação entre surdos e ouvintes no ambiente escolar; a definição do papel dos Intérpretes de Libras nas escolas ainda em construção; ausência de atividades que explorem o aspecto visual no ensino de Matemática; uma formação inicial e continuada que não contempla a inclusão de alunos surdos; dificuldades dos alunos surdos em interpretarem enunciados matemáticos e, em contrapartida, desconhecimento dos professores e de outros profissionais a respeito das dificuldades enfrentadas pelo aluno surdo com uma língua que ele não domina; incoerências matemáticas cometidas no ato da interpretação em Libras.

É ressaltado a necessidade em formação docente em Matemática para o trabalho com alunos surdos.

A compreensão de conceitos da Matemática tendo como premissa, contemplar requisitos importantes para educação de surdos como: o visual e o espacial com o uso de sua língua materna, a Libras. Reconhecer essa peculiaridade no sujeito surdo é reconhecê-lo como atuante na transformação do seu próprio conhecimento. Também busca investigar percepções de professores e futuros professores acerca dos materiais desenvolvidos e refletir sobre como articular a Libras com enunciados de Matemática para melhor compreensão dos alunos. (QUADROS).

Autores como Cristina Lacerda, Ronice Quadros, Gladis Perlin, Carlos Skliar aparecem com frequência nos referenciais teóricos relacionados a educação de surdos.

A área tecnológica surge como aliada da inclusão, os softwares como o GeoGebra na matemática e o SignWriting na escrita em língua de sinais.

Tem sido proposto e desenvolvido, softwares matemáticos, aplicativos para celulares, jogos, lousa digital, câmeras fotográficas e filmadoras, elaboração de vídeos usando LIBRAS.

4.5 Software/ matemática

Através da investigação foi possível estabelecer uma ordenação das concepção de autores mais citados.

Borba defende que o acesso a informática deve ser visto como um direito e que todos estudantes devem no mínimo receber uma educação em que esteja presente a alfabetização tecnológica. Observa-se que em uma aula tradicional o aluno é um ser passivo e quando se usa tecnologias ele se torna agente de sua aprendizagem.

Segundo Valente o computador mudará os princípios que regem a educação. Os softwares educativos possibilitam simulação semelhante do que com o uso de matérias concretos o que possibilita situações virtuais semelhantes com a realidade.

De acordo com Kenski (2012) a informática, pode ser solução para grande parte dos problemas relacionados a educação. Com a facilidade da internet é possível obter softwares educativos, alguns gratuitos, e, quando bem utilizados como ferramenta auxiliar de ensino e aprendizagem, possibilitam um ambiente escolar, mais participativo e colaborativo.

O software GeoGebra é o que mais aparece em publicações de trabalhos. O GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica que pode ser utilizado no ensino-aprendizagem dessa ciência, nos permite transitar em uma mesma tela por diferentes registros como: gráficos, funções sua escrita, frações, representações, localização na reta e outras tecnologias como calculadoras.

O referencial teórico que mais aparecem nas publicações estão embasado com as tendências em ensino de matemática: utilização de tecnologias no ambiente escolar e o ambiente de aprendizagem Investigativo.

Entre os autores que se destacam como referência nas publicações estão: Vani Moreira Kenski, Pierre Levy, Ubirtatan D´Ambrosio, Jean Piaget, Marcelo Borba, Dario Fiorentini, Vygotsky e outros.

Com o crescente acesso a informações que chegam as pessoas por meio de tecnologias, faz surgir a necessidade de estudos nessa área. Borba e Penteado(2015).

Através da investigação foi possível estabelecer uma ordenação das concepção de autores mais citados.

Borba defende que o acesso a informática deve ser visto como um direito e que todos estudantes devem no mínimo receber uma educação em que esteja presente a alfabetização tecnológica. Observa-se que em uma aula tradicional o aluno é um ser passivo e quando se usa tecnologias ele se torna agente de sua aprendizagem.

Segundo Valente o computador mudará os princípios que regem a educação. Os softwares educativos possibilitam simulação semelhante do que com o uso de matérias concretos o que possibilita situações virtuais semelhantes com a realidade.

De acordo com Kenski (2012) a informática, pode ser solução para grande parte

dos problemas relacionados a educação. Com a facilidade da internet é possível obter softwares educativos, alguns gratuitos, e, quando bem utilizados como ferramenta auxiliar de ensino e aprendizagem, possibilitam um ambiente escolar, mais participativo e colaborativo.

O software GeoGebra é o que mais aparece em publicações de trabalhos.

O GeoGebra é um software livre de matemática dinâmica que pode ser utilizado no ensino-aprendizagem dessa ciência, nos permite transitar em uma mesma tela por diferentes registros como: gráficos, funções sua escrita, frações, representações, localização na reta e outras tecnologias como calculadoras.

O referencial teórico que mais aparecem nas publicações estão embasado com as tendências em ensino de matemática: utilização de tecnologias no ambiente escolar e o ambiente de aprendizagem Investigativo.

Entre os autores que se destacam como referência nas publicações estão: Vani Moreira Kenski, Pierre Levy, Ubirtatan D´Ambrosio, Jean Piaget, Marcelo Borba, Dario Fiorentini, Vygotsky e outros.

Com o crescente acesso a informações que chegam as pessoas por meio de tecnologias, faz surgir a necessidade de estudos nessa área. Borba e Penteado(2015) alertam para a transformação do conhecimento, nesse momento que a mídia e a informática se faz cada vez mais presente.

O trabalho continua em andamento.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Laine Reis. **Inclusão social do surdo**: reflexões sobre as contribuições da Lei 10.436 á educação, aos profissionais e a sociedade atual. Disponível em: <http://www.egov.ufsc.br/portal/conteudo/inclus%C3%A3o-social-do-surdo-reflex%C3%B5es-sobre-contribui%C3%A7%C3%B5es-da-lei-10436-%C3%A1-educa%C3%A7%C3%A3o-aos-profissi> Acessado em: 25 ago. 2017.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. Investigação qualitativa em educação. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1982.

BORBA, M. C. Educação Matemática à distância: balanço e perspectivas. In: XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.

BRASIL. Lei no 10.436. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras – e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, 24 abr. 2002.

BRASIL. Decreto no 5.626. Regulamenta a Lei no 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e o art. 18 da Lei no 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Diário Oficial da União, Brasília, 22 dez. 2005.

COSTA, Cynthia. Inclusão de surdos na escola. 2013. Disponível em: <http://educacaodeinclusao.blogspot.com.br/2013/11/inclusao-de-surdos-na-escola.htm>. Acessado em: 26 de agosto de 2017.

CHIOCA, MARTINS. Comunidade de Aprendizagem Investigativa: um novo paradigma para a Educação. Disponível em: <http://www.posuniasselvi.com.br/artigos/rev04-13.pdf> Acessado em: 26 ago. 2017.

KENSKI, Vani M.; Tecnologias do Ensino Presencial e a Distância, 9ª ed. Campinas, Papirus, 2012.

FREIRE, Paulo. Extensão ou Comunicação? 10 ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1977.

GESSER, Audrei. LIBRAS? que língua é essa? Crenças e preconceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda. São Paulo: Parábola, 2009.

HOUAISS, Antônio. Dicionário Hauaiss da Língua Portuguesa. Rio de Janeiro: objetiva, 2001.

LACERDA, Cristina B. Feitosa de. A prática pedagógica mediada (também) pela língua de sinais: trabalhando com sujeitos surdos. Cadernos Cedes, ano XX, nº 50, Abril/00, p. 70-83 Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v20n50/a06v2050.pdf> Acessado em: 25 ago. 2017.

LACERDA, Cristina B.Feitosa de. **Um pouco da história das diferentes abordagens na educação dos surdos.** Cad.CEDES vol.19 n.46 Campinas Sept. 1998.Disponivel em: < http://dx.doi.org/10.1590/S0101-32621998000300007> Acessado em: 25 ago. 2017.

LÜDKE e ANDRE. Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.2 ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2015.

MOREIRA, Marco Antônio. Aprendizagem significativa. Brasília: UnB, 1999.

MOURA, Maria Cecilia. O Surdo: caminhos para uma nova identidade. Rio de Janeiro, Revinter, 2000.

PIAGET, Jean. Biologia e conhecimento. Tradução: Francisco M. Guimarães. Petrópolis: Vozes, 1973.

QUADROS, Ronice Muller. Estudos Surdos I. Petrópolis: FA Editoração, 2006. Disponível em: <http://www.editora-arara-azul.com.br/ParteA.pdf> Acessado em: 26 ago. 2017.

QUADROS, Ronice Muller. Educação de surdos: efeitos de modalidade e práticas pedagógicas. **In: Mendes, E. G.; Almeida, M. A.; Williams, L. C. de A. (Org.). Temas em educação especial IV. São Carlos: EdUFSCar, p. 55-61** ,2004. Disponível em: <http://www.porsinal.pt/index.php?ps=artigos&idt=artc&cat=7&idart=50> Acessado em: 25 ago. 2017.

QUADROS, Ronice Muller; PERLIN, Gladis. Estudos surdos II. Petrópolis: FA Editoração, 2007. Disponível em: <http://editora-arara-azul.com.br/estudos2.pdf> Acessado em: 26 ago. 2017.

RANZIM, ZWAN, A Educação de Surdos e o Contexto Tecnológico: uma experiência com a lousa digital, Artigo apresentado no ENEM- 2016.

SILVA, CORTEZ e OLIVEIRA. Software Educativo como auxílio na aprendizagem da matemática: uma experiência utilizando as quatro operações com alunos do 4º Ano do Ensino Fundamental, 2013, disponível em: http://publicacoes.fatea.br/index.php/eccom/article/viewFile/594/424

SKLIAR, C. A Surdez: Um olhar sobre a diferença. Porto Alegre: Editora Mediação, 6ª Edição. 2012.

VALENTE, J. A. A comunicação e a educação baseada no uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação. Revista UNIFESO – Humanas e Sociais, v. 1, n. 1, p. 141-166, 2014.

WOLFFENBÜTTEL, Reni. Investigando os Números Racionais com o Software GeoGebra, Dissertação apresentada ao PPGEMAT do Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS.

CAPÍTULO 20

MATERIAIS DIDÁTICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Ana Paula Poffo Koepsel
Escola de Educação Básica Cecília Ax
Presidente Getúlio – Santa Catarina

RESUMO: O presente artigo tem como objetivo apresentar a primeira etapa de uma pesquisa de mestrado, de caráter qualitativo, que iniciou em 2016, vinculada ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática – PPGECIM, da Universidade Regional de Blumenau – FURB, desenvolvida com o objetivo principal de analisar as contribuições dos materiais didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual. Inicialmente são apresentadas algumas definições de deficiência visual, na sequência é abordada a importância da utilização dos materiais didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual, e por fim são apresentados alguns materiais didáticos e suas contribuições para o ensino de Matemática. Através desta pesquisa bibliográfica inicial, podemos constatar que o uso de materiais didáticos nas aulas de Matemática pode contribuir para o ensino e aprendizagem dos estudantes com deficiência visual, que a utilização de materiais didáticos por estudantes videntes e deficientes visuais promovem a inclusão destes estudantes na sala de aula.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática; Deficiência visual; Materiais didáticos.

ABSTRACT: The present article aims to present the first stage of a master's research, of qualitative character, which began in 2016, linked to the Program of Post-graduation in Teaching of Natural Sciences and Mathematics (PPGECIM) of the Regional University of Blumenau (FURB), developed with the main objective of analyzing the contributions of didactic materials in the teaching of Mathematics for students with visual impairment. Initially some definitions of visual impairment are presented, in the sequence it is approached the importance of the use of the didactic materials in the teaching of Mathematics for students with visual deficiency, and finally some teaching materials and their contributions to the teaching of Mathematics. Through this initial bibliographical research, we can verify that the use of teaching materials in mathematics classes can contribute to the teaching and learning of students with visual impairment, that the use of teaching materials by sighted and visually impaired students promotes the inclusion of these students in the classroom.

KEYWORDS: Mathematics Teaching; Visual impairment; teaching materials.

1 I INTRODUÇÃO

Segundo a política nacional de educação especial na perspectiva da educação inclusiva (2008b) as pessoas com deficiência começaram a ser atendidas, no Brasil, no período Imperial com a criação no Rio de Janeiro do Imperial Instituto dos Meninos Cegos, atual Instituto Benjamin Constant – IBC, em 1854 e do Instituto dos Surdos Mudos, hoje denominado Instituto Nacional da Educação dos Surdos – INES, em 1857. Para atender as pessoas com deficiência mental foi criado no início do século XX o Instituto Pestalozzi e, na metade daquele século, é fundada a primeira Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais – APAE. Neste mesmo período, a Sociedade Pestalozzi também começou a dar atendimento especializado a pessoas com superdotação.

Em 1961, a Lei 4.024/61 indica que educação é direito dos "excepcionais" e que ela deve acontecer preferencialmente dentro do sistema geral de ensino, mas ela é modificada em 1971 pela Lei 5.692/71 que define

> "tratamento especial" para os estudantes com "deficiências físicas, mentais, os que se encontram em atraso considerável quanto à idade regular de matrícula e os superdotados", não promove a organização de um sistema de ensino capaz de atender aos estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação e acaba reforçando o encaminhamento dos estudantes para as classes e escolas especiais. (BRASIL, 2008b, s/p)

Em 1988 a Constituição Federal traz em seus objetivos que deve ser extinta toda forma de discriminação, que a educação é um direito de todos e que o Estado deve proporcionar atendimento educacional especializado, preferencialmente na rede regular de ensino. Em 1996, a Lei 9.394 estabeleceu "atendimento educacional especializado gratuito aos educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades ou superdotação, transversal a todos os níveis, etapas e modalidades, preferencialmente na rede regular de ensino" (BRASIL, 1996).

Após estar estabelecido na Lei n° 9.394/96 que os estudantes com necessidades especiais deviam ter atendimento educacional especializado na rede regular de ensino, em muitas escolas de Educação Básica se tornou um desafio ensinar estes estudantes, pois os professores não se sentiam preparados para lidar com estes estudantes, que precisavam de uma estratégia pedagógica diferenciada.

As licenciaturas no Brasil nunca tiveram obrigatoriedade de disciplina voltada para o ensino de estudantes com deficiência, até 2005. A partir deste ano, estes cursos são obrigados a inserir a disciplina de Libras em sua grade curricular, conforme o Decreto n° 5.626/05. Mas este só garante a formação de professores para o ensino de estudantes com deficiência auditiva. Para o ensino dos estudantes com outras deficiências o professor deve buscar metodologias e materiais que o auxiliem em sua prática pedagógica para trabalhar de forma que possa realmente haver inclusão em suas aulas e que o estudante deficiente aprenda, assim como os outros.

Neste sentido este artigo apresenta a parte inicial de uma pesquisa que tem como objetivo analisar as contribuições dos materiais didáticos no ensino de Matemática para estudantes com deficiência visual. Nele trazemos algumas definições de deficiência visual, apontamos a importância do uso de materiais didáticos no ensino de Matemática para deficientes visuais e apresentamos alguns materiais didáticos que podem ser encontrados no mercado e/ou confeccionados pelo professor, e suas contribuições para as aulas de Matemática, e por último são apontadas algumas considerações acerca do tema.

Escolhemos trabalhar com deficientes visuais porque, em conversas informais com professores que já tiveram estudantes com esta deficiência eles relataram as dificuldades que tinham e a falta de materiais para ensinar matemática a estes estudantes.

Acreditamos na utilização de materiais didáticos manipuláveis, como uma maneira de auxiliar na aprendizagem do estudante com deficiência visual, uma vez que os mesmos possibilitam a utilização dos sentidos remanescentes para captar as informações, tornando assim o ensino adequado às necessidades dos mesmos. Os autores Sá, Campos e Silva (2007, p.21) corroboram com a nossa afirmação destacando que os sentidos remanescentes "são importantes canais ou porta de entrada de dados e informações que serão levados ao cérebro."

Uma vez que a legislação reassegura o atendimento de estudantes com necessidades especiais na rede regular de ensino, é fundamental que os professores busquem informações para melhor atender tais estudantes. Desta forma, a utilização de materiais didáticos apropriados para cada necessidade é de suma importância, pois estes auxiliam no ensino e na aprendizagem destes estudantes.

2 | A DEFICIÊNCIA VISUAL

Conforme o IBC (2016), os indivíduos com deficiência visual são aqueles que apresentam "perda ou redução de capacidade visual em ambos os olhos em caráter definitivo, que não possa ser melhorada ou corrigida com uso de lentes, tratamento clínico ou cirúrgico". Segundo este instituto, a deficiência visual é classificada em dois níveis, conforme seu grau de intensidade: a cegueira e a baixa visão.

Os autores Martín e Bueno (2003), definem cegueira como a falta total de visão, e baixa visão com capacidade de perceber massas, cores e formas de pequenas distâncias. Os autores destacam que os indivíduos com baixa visão possuem dificuldades de perceber aspectos visuais como,

> (a) traços desproporcionais no espaço; (b) representações tridimensionais; (c) formas compostas; (d) profundidade; (e) movimento; (f) objetos ou materiais situados sobre fundos similares; (g) objetos com pouca luz e (h) detalhes distintivos nas formas e dentro das figuras. (MARTÍN; BUENO, 2003, p. 44)

De acordo com o Programa de Capacitação de Recursos Humanos do Ensino Fundamental: deficiência visual, a baixa visão é definida como, a variação da capacidade funcional da visão, que pode ocorrer devido a vários fatores como: “baixa acuidade visual significativa, redução importante do campo visual, alterações corticais e/ou de sensibilidade aos contrastes que interferem ou limitam o desempenho visual do indivíduo” (BRASIL, 2001, p. 33), e cegueira é “a perda total da visão até a ausência de projeção de luz” (p. 33).

De acordo com a portaria nº 3.128/08 do Ministério da Saúde temos,

> [...] baixa visão ou visão subnormal, quando o valor da acuidade visual corrigida no melhor olho é menor do que 0,3 e maior ou igual a 0,05 ou seu campo visual é menor do que 20º no melhor olho com a melhor correção óptica [...] e considera-se cegueira quando esses valores encontram-se abaixo de 0,05 ou o campo visual menor do que 10º. (BRASIL, 2008a, s/p)

Por meio destas definições podemos constatar que a deficiência visual não interfere na capacidade do indivíduo em adquirir conhecimento, a única diferença entre ele e os videntes é a maneira como o conhecimento é adquirido. No caso dos deficientes visuais, os sentidos renascentes compensam a falta de visão e são os principais meios que estes indivíduos utilizam para adquirir conhecimento, devendo então ser estimulados.

3 I O USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA DEFICIENTES VISUAIS

Vivemos em um mundo visual, onde a visão é o sentido mais utilizado para nos comunicarmos e interagirmos com as pessoas. O mesmo acontece na escola onde “os conteúdos escolares privilegiam a visualização em todas as áreas de conhecimento, de um universo permeado de símbolos gráficos, imagens, letras e números” (SÁ, CAMPOS e SILVA, 2007, p. 13). Um dos componentes curriculares que mais necessita da visualização para compreensão do seu conteúdo é a Matemática, devido a sua necessidade de representação, o que acaba dificultando o ensino da mesma aos estudantes com deficiência visual.

Segundo Sá, Campos e Silva (2007), os professores que têm estudantes com deficiência visual devem buscar estratégias e atividades pedagógicas que atendam às necessidades de todos e de cada estudante em específico, possibilitando a interação entre eles. Os materiais didáticos podem auxiliar no ensino e aprendizagem da Matemática para estudantes com deficiência visual, uma vez que estes estimulam os sentidos remanescentes e também a relação destes estudantes com os colegas.

Entendemos como material “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 18), podendo ser jogos, calculadora, caderno, computador, etc. Lorenzato (2006) reforça a importância e a praticidade dos materiais didáticos salientando que, dependendo do objetivo da aula eles podem executar a função de motivar os estudantes, apresentar um assunto, auxiliar no entendimento e/ou facilitar a redescoberta.

Os estudantes com deficiência visual necessitam de materiais didáticos que sejam manipuláveis, que possuam texturas, tamanhos e formas diferentes, pois é através destes que o estudante elaborará a construção do conceito matemático. Segundo Kaleff e Rosa (2016, p. 31), para o deficiente visual a "manipulação de um recurso concreto é imprescindível para que, por meio do tato, perceba a forma, o tamanho, as texturas etc., que vão determinar as características do elemento matemático modelado no recurso manipulativo". Ela ainda aponta que, este estudante pode compreender um conceito matemático através da percepção tátil, pois ao manipular um material didático concreto para construção de um conceito matemático ele obtém uma imagem visual resultante desta percepção.

Kaleff destaca que o professor precisa compreender que cada material didático

> […] **têm uma função didática fundamental frente às habilidades que estão envolvidas no processo mental** do aluno e de como **essas habilidades estão interligadas com o surgimento de obstáculos cognitivos na construção dos conceitos e relações matemáticas**. (2016, p. 60, grifo do autor)

Ou seja, é de grande relevância que o professor saiba utilizar corretamente o material didático, a fim de levar os estudantes a superarem os obstáculos cognitivos que surgirem no decorrer do processo de ensino e aprendizagem.

Sá, Campos e Silva (2007) complementam, salientando que, para os materiais didáticos alcançarem os objetivos desejados no ensino de estudantes com deficiência visual, estes devem ser introduzidos em situações cotidianas que estimulem a investigação e que propiciem o desenvolvimento pleno dos sentidos remanescentes. A diversidade, a adaptação e a qualidade dos materiais proporcionam a aquisição do conhecimento, o diálogo e a aprendizagem.

Os mesmos autores apontam alguns critérios necessários para elaboração e/ou escolha de materiais didáticos para estudantes com deficiência visual:

> O relevo deve ser facilmente percebido pelo tato e, sempre que possível, constituir-se de diferentes texturas para melhor destacar as partes componentes do todo. Contrastes do tipo liso/áspero, fino/espesso, permitem distinções adequadas. O material não deve provocar rejeição ao manuseio e ser resistente para que não se estrague com facilidade e resista à exploração tátil e ao manuseio constante. Deve ser simples e de manuseio fácil, proporcionando uma prática utilização e não deve oferecer perigo para os alunos. (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 27)

Deste modo, os materiais devem ser confeccionados ou adaptados conforme as necessidades apresentadas pelos estudantes, no caso da deficiência visual, eles precisam possuir tanto estímulos visuais como táteis, atendendo os estudantes com deficiência visual e os videntes, e contribuído para comunicação e interação entre eles. A seguir apresentaremos alguns materiais didáticos para deficientes visuais que podem ser utilizados para o ensino de Matemática.

4 I MATERIAIS DIDÁTICOS PARA ENSINO DE MATEMÁTICA

Existem vários materiais didáticos que contribuem para o ensino de Matemática e, neste momento apresentaremos os materiais mais conhecidos e utilizados, que encontramos através de uma busca inicial no desenvolvimento da nossa pesquisa. O objetivo desta busca foi verificar quais materiais há no mercado (ou são comumente utilizados por professores) que satisfazem a característica principal de satisfazer as necessidades dos deficientes visuais e dos videntes.

Jogos de encaixe: com este material os estudantes podem analisar as diferentes formas, tamanhos, explorar conceitos de maior e menor, de figuras geométricas, entre outros (GRANDI, 2012). Na figura 1 podemos observar alguns jogos de encaixe, estes podem ser utilizados por estudantes com e sem visão.

Figura 1: Jogos de encaixe

Fonte – GRANDI, 2012, p. 10.

Ábaco: existem cinco diferentes tipos de ábacos: o chinês, o japonês ou soroban, o sorobã (utilizado pelos deficientes visuais), o romano e o árabe. Estes podem ser utilizados tanto por estudantes com deficiência visual, como também pelos videntes, sendo que o mais utilizando entre os deficientes é o sorobã (figura 2), que, de acordo com Kaleff, Cordeiro e Oliveira (2016) parece muito com o soroban, mas suas contas, ao contrário do original, possuem um pouco de resistência para deslizar. Também possui borrachas nas bordas para que as hastes fiquem apertadas contra a base. Desta forma os deficientes visuais podem tateá-las sem receio de que as contas realizarão movimentos involuntários. O ábaco permite o estudante vivenciar situações que contribuem para a representação dos números, além de aprender a realizar as quatro operações com números inteiros, e iniciar na adição e subtração de frações (KALEFF; CORDEIRO; OLIVEIRA, 2016).

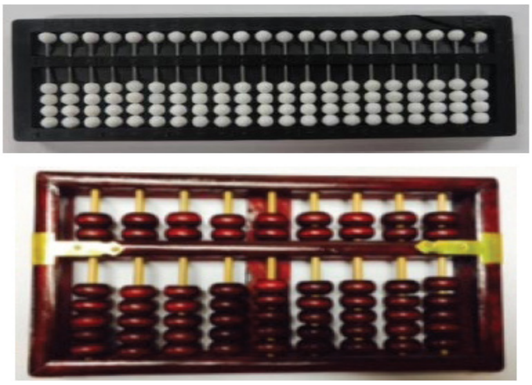


Figura 2: Sorobã

Fonte – KALEFF; CORDEIRO; OLIVEIRA, 2016, p. 198.

Caixa de números: este material pode ser confeccionado com caixas de plástico ou de papelão, conforme figura 3. Na sua parte externa deve conter o numeral em tinta, relevo e em Braille, no interior de cada caixa deve conter à quantidade de objetos correspondente ao número da mesma (SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007). Este material possibilita associar quantidades aos números, e pode ser utilizado por deficientes visuais e videntes.

Figura 3: Caixa de números feita com potes plásticos

Fonte – SÁ; CAMPOS; SILVA, 2007, p. 29.

Geoplano: o mais comum é o confeccionado em madeira, onde são fixados pregos formando um quadriculado, como mostra a figura 4. Com este material, podem ser trabalhados conceitos geométricos como: área, perímetro, diagonal e simetria (KALEFF, 2016). Este material é indicado para estudantes com deficiência visual e videntes.

Figura 4: Geoplano

Fonte – KALEFF, 2016, p. 67.

Dominó com texturas e numerais: este material estimula a percepção tátil do estudantes, é utilizado para explorar conceitos de relação e de quantidade (GRANDI, 2012). O dominó, conforme o apresentado na figura 5, pode ser construído com EVA e/ou madeira MDF e pode ser utilizados por todos estudantes. Para jogá-lo deve-se unir o algarismo apresentado em alto relevo a quantidade que representa o mesmo número.

Figura 5: Dominó com textura e numerais

Fonte – GRANDI, 2012, p. 10.

Discos de frações: pode ser de madeira MDF ou EVA, conforme figura 6, dividido em partes iguais. Este material é utilizado para representação geométrica de uma fração, auxilia na compreensão do conceito, de equivalência, e cálculos das quatro operações matemáticas com frações (DISCO, 2016). Pode ser utilizado tanto por estudantes com deficiência visual, como também pelos videntes.

Figura 6: Discos de frações

Fonte – Disponível em: http://www.utfpr.edu.br/cornelioprocopio/cursos/licenciaturas/Ofertados-neste-Campus/matematica/laboratorios/material-didatico/discos-de-fracoes Acesso em: 26 set. 2016.

Material Dourado: apresentado na figura 7, é também conhecido como Material de Cuisenaire, ou base dez. Possibilita a construção concreta de relações numéricas, desenvolve o raciocínio lógico, proporciona o aprendizado do sistema de numeração decimal, das frações, de medidas e das operações fundamentais (GRANDI, 2012).

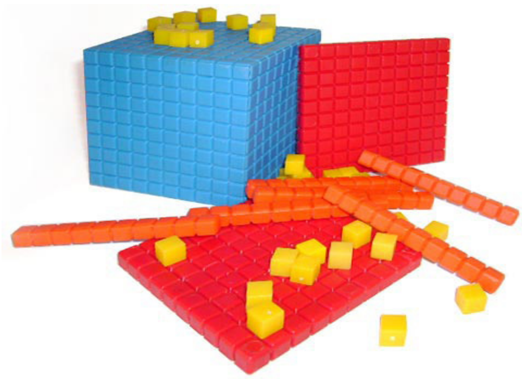


Figura 7: Material dourado colorido

Fonte – Disponível em: http://www.museudainfancia.unesc.net/memoria/expo_escolares/matematica.htm Acesso em: 26 set. 2016.

Régua e transferidor adaptados: estes materiais podem ser adaptados com marcação em Braille feitos com tinta em alto relevo, conforme figura 8. Auxiliam na identificação dos sistemas de medidas, facilitando a compreensão do estudante. Outros instrumentos de medida também podem ser adaptados, como a fita métrica e o esquadro (GRANDI, 2012).

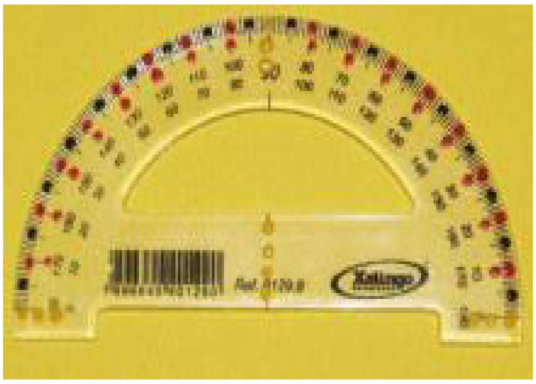


Figura 8: Transferidor adaptado

Fonte – GRANDI, 2012, p. 11.

Muitos dos materiais aqui apresentados podem ser adaptados e/ou confeccionados para estudantes com deficiência visual, mas sempre deve ser levando em consideração os critérios mencionados anteriormente para confecção dos mesmos.\

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa inicial procurou apontar as contribuições do uso de materiais didáticos para o ensino de Matemática a deficientes visuais, porque eles possibilitam a compreensão dos conceitos matemáticos por estes estudantes e também por propiciarem a inclusão destes na sala de aula.

Durante a pesquisa de materiais didáticos foi possível observar que existem vários materiais adaptados que podem ser utilizados nas aulas de Matemática. O que não encontramos foram materiais desenvolvidos exclusivamente para uso de deficientes visuais, que não sejam adaptados de materiais feitos para videntes. Diante disto, continuaremos buscando em artigos e livros materiais didáticos que possam ser utilizados no ensino de Matemática à deficientes visuais, que possam ser confeccionados sem muito trabalho e de baixo custo, sendo possível até utilizar objetos reciclados.

Por fim, esta é a primeira etapa da nossa pesquisa, ainda há um grande caminho a percorrer, entrando em contato com professores que tiveram e/ou têm estudantes deficientes visuais para identificar, através de entrevista, quais as dificuldades apresentadas por eles no ensino de Matemática a estes estudantes. Após identificarmos as dificuldades, iremos elaborar e/ou reproduzir materiais didáticos que auxiliem nas dificuldades apresentadas. Com os materiais desenvolvidos realizaremos um curso para explorá-los junto aos professores que participaram da entrevista e para interessados no tema (pois nesta primeira etapa da pesquisa notamos muitas vezes o que falta é o conhecimento do professor com relação aos materiais existentes para serem utilizados em sala de aula). E por último aplicaremos um questionário aos participantes do curso para verificar a viabilidade de utilização dos materiais didáticos apresentados e se estes, na opinião dos participantes, auxiliariam no ensino de Matemática a estudantes com deficiência visual.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Casa Civil. **Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961**. Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, 1961. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L4024.htm>. Acesso em: 09 out. 2016.

______. Ministério da Educação e do Desporto. **Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, DF: MEC/SEF, 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 26 set. 2016.

______. Ministério da Saúde. **Portaria nº 3.128, de 24 de dezembro de 2008**. Define Que As Redes Estaduais de Atenção à Pessoa Com Deficiência Visual Sejam Compostas Por Ações na Atenção Básica e Serviços de Reabilitação Visual. Brasília, 2008a. Disponível em: <http://bvsms.saude.gov.br/bvs/saudelegis/gm/2008/prt3128_24_12_2008.html>. Acesso em: 10 set. 2016.

______. Ministério da Educação. **Política Nacional de Educação Especial na Perspectiva da Educação Inclusiva.** Brasília, 2008b. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/politicaeducespecial.pdf> Acesso em: 10. Set. 2016.

BRUNO, M. M. G.; MOTA, M. G. B. da. **Programa de Capacitação de Recursos Humanos do Ensino Fundamental:** deficiência visual vol. 1. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Especial, 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/def_visual_1.pdf>. Acesso em: 12 set. 2016.

DISCO de frações. Disponível em: <http://www.utfpr.edu.br/cornelioprocopio/cursos/licenciaturas/Ofertados-neste-Campus/matematica/laboratorios/material-didatico/discos-de-fracoes>. Acesso em: 26 set. 2016.

GRANDI, C. S. O uso de recursos didáticos como ferramenta no ensino da Matemática para deficientes visuais: a sua importância. **Revista da Graduação**, Porto Alegre, v. 5, n. 2, p.1-17, 2012. Disponível em: <http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/graduacao/index>. Acesso em: 25 set. 2016.

IBC. **As diversas definições**. Disponível em: <http://www.ibc.gov.br/?catid=83&blogid=1&itemid=396>. Acesso em: 10 set. 2016.

KALEFF, A. M. M. R. Aprendizagem significativa criativa em ambiente de laboratório de ensino. In: KALEFF, A. M. M. R. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente:** Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, 2016, p. 52-62. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B0M9GEU6FsoVRGRoQTZmWTRhTGM/view?usp=sharing_eid&ts=5787e9f0>. Acesso em: 12 set. 2016.

KALEFF, A. M. M. R. Um laboratório para o público em geral: o museu interativo. In: KALEFF, A. M. M. R. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente:** Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, 2016, p. 63-73. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B0M9GEU6FsoVRGRoQTZmWTRhTGM/view?usp=sharing_eid&ts=5787e9f0>. Acesso em: 12 set. 2016.

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C. A importância da habilidade da visualização para a aprendizagem matemática e para a inclusão do aluno com deficiência visual. In: KALEFF, A. M.

M. R. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente:** Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, 2016, p. 28-36. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B0M9GEU6FsoVRGRoQTZmWTRhTGM/view?usp=sharing_eid&ts=5787e9f0>. Acesso em: 12 set. 2016.

KALEFF, A. M. M. R.; CORDEIRO, A. E. S.; OLIVEIRA, M. F. Aprendendo com ábacos diversos. In: KALEFF, A. M. M. R. (Org.). **Vendo com as mãos, olhos e mente:** Recursos didáticos para laboratório e museu de educação matemática inclusiva do aluno com deficiência visual. Niterói: CEAD / UFF, 2016, p. 181-207. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B0M9GEU6FsoVRGRoQTZmWTRhTGM/view?usp=sharing_eid&ts=5787e9f0>. Acesso em: 12 set. 2016.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MARTÍN, M. B.; BUENO, S. T. (Org.). **Deficiência Visual:** Aspectos Psicoevolutivos e Educativos. São Paulo: Santos, 2003.

SÁ, E. D.; CAMPOS, I. M.; SILVA, M. B. C. **Atendimento educacional especializado:** deficiência visual. SEESP / SEED / MEC Brasília, 2007. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/aee_dv.pdf>. Acesso em: 10 set. 2016.

CAPÍTULO 21

A GEOMETRIA COM ORIGAMI – DOS AXIOMAS AOS POLIEDROS PLATÔNICOS

Anita Lima Pimenta
Universidade do Estado de Minas Gerais
Ibirité – MG

Eliane Scheid Gazire
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Belo Horizonte – MG

RESUMO: A presente proposta propõe apresentar as potencialidades da utilização do Origami Modular na construção dos Poliedros Platônicos, visando fornecer subsídios ao professor interessado em apresentar o assunto nas aulas de Geometria Espacial. As atividades a serem desenvolvidas apresentam um caráter axiomático que permite estabelecer relações da Geometria euclidiana com as construções feitas a partir do Origami. Nesse sentido, é ofertada ao aluno a oportunidade de interação entre a manipulação e a investigação o que proporciona uma aprendizagem significativa no que tange a construção de conceitos geométricos elementares. Tendo estabelecida uma relação entre a Matemática e os axiomas do Origami verifica-se o apontamento dessa técnica como um recurso metodológico para as aulas de Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Origami Modular. Geometria Espacial. Axiomas.

ABSTRACT: The present proposal proposes to present the potentialities of the use of Origami Modular in the construction of the Platonic Polyhedrons, aiming to provide subsidies to the teacher interested in presenting the subject in the Space Geometry classes. The activities to be developed have an axiomatic character that allows to establish relations of the Euclidean Geometry with the constructions made from Origami. In this sense, the student is offered the opportunity for interaction between manipulation and research, which provides significant learning in the construction of elementary geometric concepts. Having established a relation between Mathematics and the axioms of Origami, it is pointed out that this technique is a methodological resource for Mathematics classes.

KEYWORDS: Modular Origami. Spatial Geometry. Axioms.

1 I INTRODUÇÃO

Esta proposta objetiva apresentar uma alternativa para a abordagem dos Poliedros Platônicos nas aulas de Geometria Espacial a partir da técnica do Origami. Como explica Prieto (2002), a palavra Origami tem origem japonesa e significa dobrar papel. Essa arte foi estabelecida por todo o mundo e no Brasil, é conhecida com dobradura, na língua espanhola como *papiroflexia*, no inglês como *paperfolding*.

Acredita-se que essa arte seja tão antiga quanto à origem do próprio papel. Muitos pesquisadores creem que o Origami não é exclusividade japonesa, como Kanegae e Imamura (1989) relatam. Segundo eles, apesar de o Japão ser considerado o berço do Origami, ele pode ter surgido na China, uma vez que neste país a história do papel é muito mais antiga. Para os autores:

> Em praticamente todos os países onde existe o papel, há uma maneira própria de dobrar este material. Alguns pesquisadores do origami acreditam que ele tenha surgido por volta do século VI d.C, quando um monge budista trouxe da China, via Coréia, o método de fabricação do papel, que até então era desconhecido pelos japoneses. Por causa do seu valor, as pessoas utilizavam-no em origamis especiais ou em cerimônias específicas. (KANEGAE; IMAMURA, 1989, p.8).

Assim, não se sabe ao certo como se começou a dobrar papel, mas segundo Kanegae e Imamura (1989), julga-se que haja alguma ligação com os costumes religiosos, já que em templos xintoítas eram encontradas ornamentações divinizadas feitas de papel.

Rego, Rego e Galdêncio Jr. (2003, p. 25) contam que "A religião dos mouros proibia a criação de qualquer representação simbólica de homens ou animais através do Origami". Isso fez com que a arte fosse cada vez mais associada às construções geométricas. As regularidades encontradas nas dobraduras de papel aguçaram a curiosidade de estudiosos que foram buscando estabelecer conexões dessas dobragens com a Matemática e, mais especificamente, com a Geometria.

Devido a essas conexões estabelecidas, no final do século XX, os matemáticos começaram a se interessar por esta arte. Muitos perceberam que as diversas criações feitas por Origami iam muito além da inspiração, da criatividade e da arte, estando, na verdade, associadas a conceitos e limitações geométricas. Prieto (2002) ressalva que:

> Por un lado, tenemos la escuela japonesa, donde la papiroflexia ha sido cultivada por artistas no científicos. La filosofía consiste aquí en expresar, sugerir, captar la esencia de lo que se quiere representar con un mínimo de pliegues, aunque la figura resultante no sea anatómicamente perfecta; por otro lado, la escuela occidental, donde la papiroflexia ha sido desarrollada por matemáticos, ingenieros, físicos, arquitectos... Se persigue la exactitud anatómica, es decir, representar los insectos con todas las patas, pestañas, cuernos, alas... Para ello se han desarrollado multitud de métodos matemáticos. (PRIETO, 2002, p. 177).

Hoje não há muita distinção entre a escola oriental e a ocidental. Vários estudiosos dedicaram suas pesquisas ao Origami e alguns se preocupam mais com o processo matemático do que artístico. Dentre esses, se destacam Robert Lang e Tomoko Fuse. O primeiro se empenhou em organizar a estrutura axiomática do Origami; a segunda teve seu trabalho consagrado pelo Origami Modular.

O Origami pode ser simples ou modular, sendo o primeiro, também chamado de Origami unitário, feito a partir de dobras em uma única folha de papel, e o segundo consiste no encaixe de diversas peças geometricamente iguais para se alcançar, quase sempre, uma figura poliédrica; todos obtidos, preferencialmente, a partir de uma folha quadrada e sem o uso de tesouras ou colas. Sobre a técnica do Origami modular, discorre Mitchel (2008) que neste:

> [...] se reúne um número de módulos simples dobrados para criar um modelo poliédrico. Esse tipo de dobragem de papel teve origem, nos Estados Unidos, nos tempos das misturas de culturas do início dos anos 60. Desde então, ganhou aderentes no Reino Unido e por todo o mundo, tornando-se popular até no Japão, o lar tradicional da dobragem de papel com uma só folha, onde é conhecido por origami unitário. (MITCHEL, 2008, p. 6).

Atualmente, está cada vez mais comum o uso de folhas retangulares para a construção de modelos poliédricos. O retângulo, cuja razão do lado maior para o menor é , é muito utilizado neste tipo de construção como divulga Costa (2007), uma vez que permite ampliações dos modelos com facilidade. Um exemplo popular desse formato retangular é a folha A4, que, além de ideal, se torna acessível por ser facilmente encontrada no mercado e possuir baixo custo.

As construções propostas neste trabalho se aproximam daquelas apresentadas por Kawamura (2001), mas, aqui são obtidas a partir de uma folha no formato retangular.

2 I JUSTIFICATIVA

Recorrendo à história da Geometria encontra-se Platão, um filósofo que possuía entusiasmo pela Matemática e que dedicou parte de seus estudos aos Poliedros Regulares que mais tarde ficaram conhecidos como Poliedros Platônicos.

Os Poliedros Regulares são poliedros convexos e como demonstrado por Euclides, no livro XIII da obra “Os Elementos” existem apenas cinco. Mas por que só cinco? Como existem infinitos polígonos regulares, é evidente imaginar que também existam infinitos poliedros regulares. Nesse sentido, Machado (2000) indaga:

> Será que também é simples construir um pentaedro regular? E um hexaedro regular? Quantos tipos de poliedros regulares será possível construir? Intuitivamente, pode parecer que, como no caso dos polígonos, podemos construir poliedros regulares com quantas faces desejarmos. Na verdade, não existem muitos poliedros regulares e não é possível construir senão uns poucos tipos destes poliedros – apenas o suficiente para uma correspondência com os dedos de uma mão. (MACHADO, 2000, p. 18).

O autor deixa claro, portanto, que mesmo que se disponibilizasse mais recursos, ainda assim não seria possível construir mais do que cinco desses poliedros. Assim, é importante saber porque existem apenas cinco desses poliedros. Para tanto, Lima *et al* (2004, p.241) explicam:

“Definição: um poliedro convexo é regular quando todas as faces são polígonos regulares iguais e em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas.”

Essa definição sinaliza a existência restrita dos Sólidos Regulares. Porém, como acrescenta Kaleff (2003), é importante considerar que o aluno deve ser incentivado a investigar e fazer essa descoberta, pois, dessa forma, o desenvolvimento das noções matemáticas se torna mais significativo. A respeito da construção de modelos poliédricos, a autora conta que:

> [...] uma das características mais interessantes das atividades que envolvem construções de modelos de poliedros é o questionamento que surge ao longo dos processos de construção e que proporciona ao aluno a oportunidade para conjecturar sobre diversas situações geométricas. O constante questionamento sobre o que o aluno constrói e sobre o que ele observa lhe proporciona a oportunidade de descobrir as propriedades geométricas que desejamos enfatizar, tomar consciência delas, ajudando-o a construir o correspondente significado geométrico. (KALEFF, 2003, p. 21).

Pensando em uma abordagem em sala de aula a respeito desses sólidos procurou-se então, buscar recursos metodológicos que levassem esses alunos a tal investigação nas aulas de Matemática. Para tanto, encontrou-se no Origami subsídios que sustentassem o processo de ensino e aprendizagem.

3 I OBJETIVOS

- Inserir a prática do Origami na sala de aula como um recurso pedagógico, na expectativa de que, com ele, a aprendizagem da Geometria se torne mais significativa, proporcionando maior compreensão no estudo dos Poliedros Platônicos;
- Construir, através de dobraduras, conceitos elementares da Geometria Plana;
- Confeccionar os Poliedros Platônicos através de Origami modular, a fim de permitir que os alunos desenvolvam sua percepção espacial e sejam autores de seu conhecimento.

4 I METODOLOGIA

As propostas estão organizadas em atividades distintas, para um grupo de até 30 participantes que trabalharão em equipe, se aprimorando dos axiomas e posteriormente produzindo os sólidos.

A primeira atividade consiste em realizar experimentos, utilizando pedaços de papeis, executando dobras que os leve os participantes a identificar os axiomas apresentados. Desse modo, terão a oportunidade de iniciar, de forma prática, o desenvolvimento do corpo axiomático da Geometria do Origami, como indicado na figura 1.

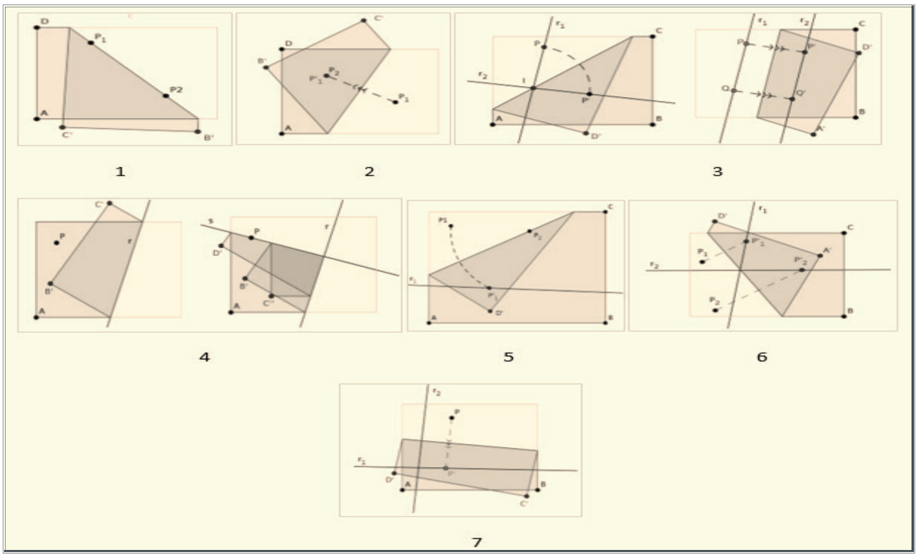


Figura 1**:** Axiomas do Origami

Fonte: CAVACAMI; FURUYA, 2010, p. 3-6.

Posteriormente, se inicia a confecção dos módulos que gera os Poliedros Platônicos. Para tanto, foi estabelecida uma ordem de execução. Primeiro se constroem os módulos do hexaedro, depois os módulos do dodecaedro e por fim os módulos do tetraedro, octaedro e icosaedro, como mostram as figuras 2, 3 e 4.

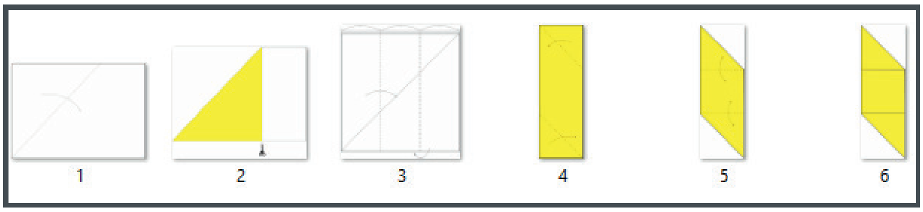


Figura 2**:** Módulo do Hexaedro

Fonte: PIMENTA, 2017, p. 49.

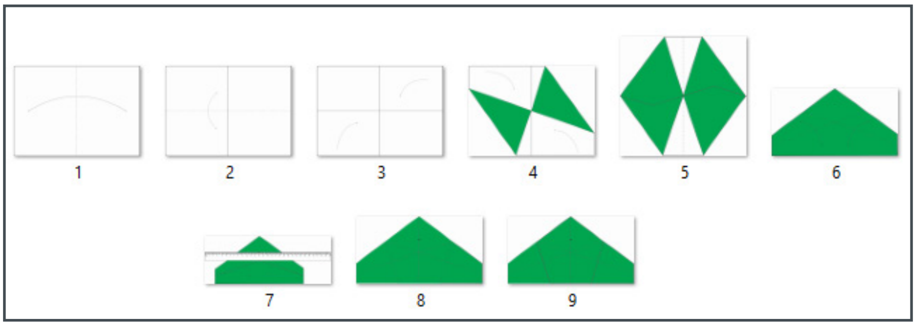


Figura 3**:** Módulo do Dodecaedro

Fonte: PIMENTA, 2017, p. 50.

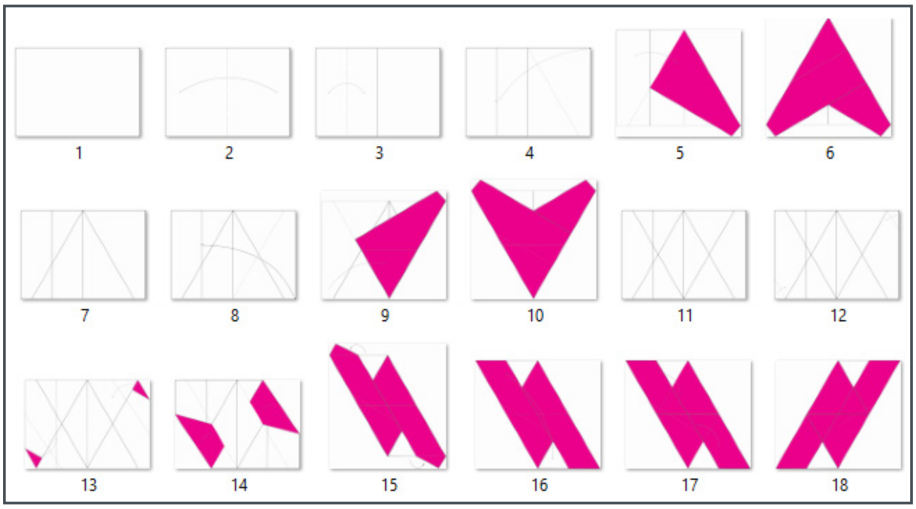


Figura 4**:** Módulo do Tetraedro, Octaedro e Icosaedro

Fonte: PIMENTA, 2017, p. 50.

REFERÊNCIAS

CAVACAMI, E.; FURUYA, Y. K. S. **Explorando Geometria com Origami** – Apostila OBMEP, 2010.

COSTA, E. M. **Matemática e Origami:** Trabalhando Frações. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda., 2007.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e Entendendo Poliedros:** do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças geométricos e outros matérias concretos. 2. ed. Niterói: UFF, 2003.

KANEGAE, M., IMAMURA, P. **Origami Arte e Técnica da Dobradura de Papel.** São Paulo: Aliança Cultural Brasil Japão, 1989. n. p.

KAWAMURA, M. **Polyhedron Origami**: for beginners. Tokyo: Nihon Vogue CO., LTD, 2001.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004. V. 2.

MACHADO, N. J. **Os Poliedros de Platão e os dedos da mão** – Vivendo a Matemática. 8. ed. São Paulo: Scipione, 2000.

MITCHEL, D. **Origami Matemáticos**. Lisboa: Replicação, 2008.

PIMENTA, A. L. Construindo Poliedros Platônicos com Origami: uma perspectiva axiomática. 2017. 183 f. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

PRIETO, J. I. R. Matemáticas y Papiroflexia. **Revista Sigma**, n.21, p. 175-192, 2002. Disponível em: http://www.cimat.mx/Eventos/secundaria10/03_Mats-y-Papiroflexia.pdf. Acesso em: 12 dez. 2015.

REGO, R. G.; REGO, R. M.; GALDÊNCIO JÚNIOR, S. **A Geometria do Origami**: Atividades de ensino através de dobraduras. João Pessoa: Universitária/UFPB, 2003.

CAPÍTULO 22

O ESTUDO DE GRANDEZAS E UNIDADES DE MEDIDAS NO LIVRO DIDÁTICO ARITHMETICA ELEMENTAR ILLUSTRADA (1879-1960)

Relicler Pardim Gouveia
Universidade Federal de Goiás – UFG/CAJ
Jataí - Goiás

RESUMO: Este texto tem por objetivo fazer uma incursão na história da matemática escolar do Brasil, por meio de uma leitura histórica crítica do estudo do sistema métrico decimal (SMD), atráves do *Livro Arithmética Elementar Illustrada* de autoria de *Antonio Bandeira Trajano*, autor de diversos manuais escolares desde o final do século XIX e que circularam amplamente por diferentes partes do país. O referencial teórico-metodológico foi construído com base em Chervel (1990), o qual descreve sobre a história das disciplinas escolares; Chartier (1991) com as noções de apropriação e representação. Como referencial teórico-metodológico centramos em March Bloch através do método crítico. O desenrolar do estudo ainda contou com referência de autores da história da educação e história da educação matemática no Brasil. Busca-se com este trabalho, a partir da análise histórica, que o autor apresente em seus escritos uma forma distinta para se constituir o ensino do SMD, possibilitando uma reflexão através de seu ensino uma vez que este se caracteriza pelo método intuitivo.

PALAVRAS-CHAVE: História Cultural; Grandezas e Unidades de Medidas; Sistema Métrico Decimal; Método Crítico;

ABSTRACT: This text aims to make an incursion into the history of Brazilian school mathematics by means of a critical historical reading of the study of the metric system of decimals, through the *Illustrated Elementary Arithmetic Book* written by *Antonio Bandeira Trajano*, author of several manuals since the end of the 19th century that have circulated widely throughout different parts of the country. The theoretical-methodological framework was based on Chervel (1990), which describes the history of the school subjects; Chartier (1991) with the notions of appropriation and representation. As a theoretical-methodological reference we focused on March Bloch through the critical method. The development of the study still counts with references of authors of the history of education and history of mathematical education in Brazil. With this work, based on the historical analysis, the author presents in his writings a distinct form to constitute the teaching of the Decimal Metric System, allowing a reflection through his teaching since it is characterized by the intuitive method.

KEYWORDS: Cultural History; Quantities and Units of Measurements; Decimal Metric System; Critical Method;

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo é um recorte da dissertação de mestrado em Educação Matemática, defendida junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. O objetivo principal da pesquisa consiste em discutir as reflexões matemáticas e didáticas da cultura matemática escolar proposta para o estudo do Sistema Métrico Decimal, tomando como referência o livro didático *Arithmetica Elementar Illustrada*, de Antonio Bandeira Trajano, conhecido autor de livros didáticos que começaram a ser publicados ainda no final do século XIX.

Para a constituição da pesquisa, no que tange o levantamento de dados, estamos utilizando a 110ª edição da referida obra didática, publicada em 1936, pela editora Francisco Alves, do Rio de Janeiro. Com base na análise detalhada dessa obra didática iniciamos a construção das primeiras unidades de significado, com as quais buscamos compor a história na sua parte principal, no que diz respeito aos apontamentos teóricos apresentados pelo autor, no caso dos exercícios e conteúdos fixados, na apropriação concernente ao estudo do Sistema Métrico Decimal (SMD).

Um dos pontos chaves que chamaram a atenção para a constituição da pesquisa aqui relatada, diz respeito à escolha do livro didático, pois sabemos que existe uma grande quantidade de textos didáticos publicados, com as suas diversas e especificas qualidades. A princípio, cogitamos a ideia de enveredarmos pela análise de livros didáticos mais contemporâneos, entretanto com base nas discussões propostas no Grupo de Estudo e Pesquisa em História da Educação Matemática Escolar – GEPHEME, no qual estamos inseridos, optamos por investigar este livro texto que atravessou várias décadas de (re)formulação do ensino, constituindo-se um verdadeiro "sucesso" no campo editorial de livros didáticos, o qual, segundo Valente (2007), caracteriza-se como sendo um verdadeiro best-seller.

Além do mais, temos que através deste, podemos identificar elementos da cultura escolar que predominaram no ensino da Aritmética, quer seja quanto à priorização dos conteúdos nos programas de ensino das escolas primárias e secundárias brasileiras ou no do Colégio Pedro II, bem como nos métodos sinalizados pelos autores e ainda quanto à parte das atividades propostas para traduzir a prática prevista em termos do estudo do SMD. Desta forma, fomos levados a pesquisar em livros didáticos que já foram usados e que de certo modo mobilizaram a construção desta nova postura do livro didático de hoje.

Segue que os conteúdos propostos no ensino são impostos à escola a qual se encontra inserida numa complexa rede de outras instituições sociais que avalizam, de modo geral, a composição da cultura típica do ensino escolar. Ou seja, a escola ensina as ciências, as quais têm suas comprovações em outras localidades. Com isso, temos que a cultura é uma ocorrência que está instituída há muito tempo e está sendo válida. A cultura é feita por objetos (i)materiais, a qual compõe-se de criações antigas desenvolvidas pra resolver certos problemas sociais, a cultura geral.

Os objetos culturais são criados por sociedades passadas, se transformam com o transcorrer do tempo, são adaptados, evoluem ou desaparecem com a finalidade exclusiva de resolver um problema. Exemplo disso tem-se a canoa, a qual para o povo amazonense é um objeto cultural que serve para o transporte pelos rios durante as grandes cheias. Também temos o perfume que é um objeto cultural, o qual tem a característica da sedução para o caso específico da mulher. No caso da cultura escolar, o quadro negro, a régua, o ábaco, até mesmo o próprio caderno. Estes objetos além de culturais são materiais.

A cultura escolar é formada pelos objetos e valores criados dentro da escola e preservados ao longo do tempo. Desta forma Julia (2001) descreve que a cultura escolar

> é descrita como um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos. (JULIA, 2001, p. 09)

Para tanto Chervel (1990) acrescenta que

> Desde que se compreenda em toda sua amplitude a noção de disciplina, desde que se reconheça que uma disciplina escolar comporta não somente as práticas docentes de aulas, mas também as grandes finalidades que presidiram sua constituição e o fenômeno de aculturação de massa, que ela determina, então a história das disciplinas escolares pode desempenhar um papel importante não somente na história da educação mas na história cultural. (CHERVEL, 1990, p. 184)

Segue daí um forte pressuposto com o qual muitas vezes nos deparamos ao longo das escrituras da História, que consiste em assumir a cultura, e os processos culturais atribuídos na identidade do seguimento, ao qual permeia os fenômenos de constituição da identidade da disciplina escolar.

Isto significa que, as formas como os sujeitos elucidam e dão significado a uma dada situação, ou seja, formas de apropriação que representam um fato de um determinado local e época traduzem o que Roger Chartier concebe dentro da história cultural como uma história das representações (ZUIN, 2007).

Sendo assim, segue que a história cultural adota o que Chartier (1991) postula por "apropriação", por ter que essa retórica "visa uma história social dos usos e das interpretações, referidas as suas determinações fundamentais e inscritas nas práticas específicas que a produzem" (p. 180).

Bloch (2001) caracteriza em seus escritos que a história é um ciclo no qual se submete uma passagem do presente para o passado e do passado para o presente, ou seja, esta construção de movimento faz com que a essência do pesquisador na história se faça presente e deste modo, possa ali constatar as informações que naquele momento estavam circulando, fazendo com que assim reflita sobre vários pontos que deixaram marcas, ou apenas determinações para uma progressão futura.

Valente (2008) descreve que ao se investigar uma obra vários elementos vão sendo mostrados e este aprofundar dentro do objeto estudado muitas vezes faz com que mostremos novos elementos ali escondidos. Em sintonia com a mesma linha proposta pelo referido autor, temos ainda Choppin (2004) que destaca quatro funções essenciais exercidas pelo livro didático: i) função curricular ou programática; ii) função instrumental; iii) função ideológica e cultural; iv) função documental. Destacamos aqui a função documental apresentada por Choppin (2004), por relatar que o livro didático pode proporcionar, através de sua escritura, o costume da época, bem como pode retratar um determinado padrão vigente na ocasião de sua elaboração.

Deste modo os elementos relatados a partir do final do século XIX, se farão presentes na obra de Antonio Bandeira Trajano, a qual permitirá com que se perceba como era caracterizado o ensino de matemática no uso das grandezas e unidades de medidas.

2 I ANTONIO BANDEIRA TRAJANO E SUAS PUBLICAÇÕES

Tomando como referência anotações biográficas elaboradas pelo historiador Alderi Matos, temos a informação de que Antonio Bandeira Trajano nasceu no dia 30 de agosto de 1843, na cidade de Vila Pouca de Aguiar, em Portugal. Foi nessa cidade que ele teria feito seus estudos secundários, antes de emigrar para o Brasil. Ainda muito jovem, foi levado a residir na cidade de São Paulo, onde foi trabalhar no comércio. Ainda de acordo com a mencionada fonte, foi nesse período em que trabalhava no comércio paulistano, que o jovem Antonio B. Trajano conheceu Miguel Torres. Juntamente com esse amigo ele ingressou no Seminário Presbiteriano na cidade do Rio de Janeiro, no qual além de estudante, ensinava na escola anexa a Igreja, ministrando as disciplinas de Aritmética e Geografia. Neste mesmo momento ele teve seu primeiro contato com a docência (MATOS, 2004).

Segundo Matos (2004), durante o tempo em que Trajano chegou ao Brasil, iniciava-se a expansão das religiões protestantes, com ligações na área da educação e pretensão de abertura de novas instituições confessionais, defensoras de concepções mais pragmáticas em relação às práticas escolares tradicionais naquele contexto.

É perspicaz delinear o ambiente no qual o autor estava inserido, visto que a produção da prática docente se constitui de uma cultura escolar. Os vínculos entre a educação matemática e as referências institucionais da disciplina, na qual estava baseada em uma visão pragmática, além da influência dos arranjos positivistas da matemática como ciência de referência.

A vertente epistemológica e didática transparece no conjunto de exercícios articulados pelo autor para conduzir o ensino da aritmética. Uma vez que isto acontece, percebe-se que a cultura escolar está impregnada da vertente de inculcar na consciência do aluno uma prática e um conhecimento revestido de uma visão ideológica. (JULIA,

2001) Por esse motivo, André Chervel nos garante que a disciplina escolar associada às práticas, deriva da semelhança entre o trabalho docente e as condições ditadas pela sociedade. Sendo assim, ao analisar as práticas organizadas na obra *Arithmetica Elementar Illustrada*, não podemos desconsiderar a condição pragmática recebida pelo autor em sua formação religiosa.

O momento inicial da prática pedagógica de Antonio B. Trajano ocorreu na ocasião em que ele realizava o curso de teologia, e ministrava aulas de matemática em uma escola primária anexa ao seminário. Desde este início nos trabalhos pedagógicos Trajano sentia a falta de textos adequados para ministrar suas aulas, e este motivo o levou a pensar e produzir seus próprios textos, os quais são resultados de sua apropriação rigorosa em função do quadro de referências no qual a disciplina que ministrava estava inserida. (CHERVEL, 1990).

Entre as produções elaboradas por Trajano, estão:

> Aritmética Primária; Aritmética Elementar Ilustrada; Aritmética Progressiva; Chave da Aritmética Progressiva; Álgebra Elementar e Chave da Álgebra, de acordo com o catálogo da Livraria Francisco Alves. Embora haja referências a títulos próximos desses, tais como Nova Chave da Aritmética Progressiva ou Nova Chave da Álgebra Elementar, resultantes de outras esferas de apropriação de suas obras, no que diz respeito aos direitos autorais terem sido objeto de transação comercial por partes das editoras. (PAIS E MARANHÃO, 2014, p. 41-42)

Após se tornar pastor, Trajano chegou a presidir o mais alto órgão deliberativo da instituição a qual estava vinculado. Outro aspecto expressivo foi o fato da Primeira Aritmética Ilustrada ter sido produzida a partir dos resultados oriundos de mais de uma década de experiência no magistério, quando o mesmo tinha então 35 anos de idade. (PAIS E MARANHÃO, 2014)

Deste modo, no ano de 1879, publicou o livro *Arithmetica Elementar Illustrada: ensino theorico e pratico*, para uso dos alunos adiantados das escolas primárias, obra que foi premiada pelo júri da Exposição Pedagógica do Rio de Janeiro de 1883 e adotada pela instrução Pública em vários Estados do Brasil (TRAJANO, 1936).

De acordo com Bittencourt (1993), Trajano elaborou livros de Matemática para escolas primárias e secundárias, sendo a obra *Arithmetica Elementar Illustrada* premiada na exposição de 1883 do Rio de Janeiro, tornando-se assim um autor reconhecido nacionalmente.

Costa (2010) descreve que o livro *Arithmetica Elementar Ilustrada* teve sua primeira edição publicada em 1879 e sua última edição, a 138ª, em 1960. Em uma consulta feita, a última publicação realizada por Pais e Maranhão (2014), consta a publicação da 140º edição no ano de 1964, da qual foram realizadas verificações em sites de lojas de livros usados, que retratam a existência desta edição.

Através deste número de edições produzidas desde o final do séc. XIX e meados do Séc. XX se sustenta a hipótese de que este trabalho está entre os didáticos brasileiros com maior número de edições. Proposição levantada por Pfromm Neto et al

(1974, p. 17), ao afirmarem: “seguramente nenhum livro didático de matemática teve, no Brasil, vida mais longa que a Aritmética Elementar Illustrada de Antonio Trajano.”

As condições acima explicitadas deixam clara quem foi Trajano e como se deu sua atuação ao longo de seu tempo de vida. Dá-nos um entendimento de como se deu a construção de sua renomada obra e como se vinculou sua atuação pragmática junto ao ensino no século XIX. Sem sombra de dúvidas a obra aqui analisada surge como alternativa inovadora para aquele momento, moldada pelo viés ideológico do pragmatismo na qual o autor estava inserido. E faz lembrar que a pesquisa de edições de livros didáticos envolve a questão da autoria que, muitas vezes, pode não ser assumida explicitamente pela instituição. (CHOPPIN, 2004)

3 I EXERCÍCIOS NA ARITHMETICA ELEMENTAR ILLUSTRADA

O pesquisador deve levantar questões selecionadas, pensadas e formuladas em relação ao seu objeto de investigação, não deve se ater a problemas irrelevantes ou mal formulados em relação à questão pesquisada. Uma base disso temos no momento de interrogar o autor de um livro didático (este não como cidadão de uma sociedade, mas o que ele apresenta em termos de métodos, exercícios, práticas e saberes), quer seja nos problemas de Grandezas e Unidades de Medidas ou em analogia as teorias envolvidas em sua escritura.

Desta forma incorremos ao que Bloch (2001) determina um método crítico, do qual tenta elaborar um ensaio que parte do pressuposto de que nenhum fato pode se restituir sem estar inserido no tempo. Por sua vez, a argumentação indica que o mesmo fato pode pertencer a mais de uma geração, na qual domina semelhanças de costumes e práticas, mas esta similitude não pode ser desregrada.

> [...] à medida que a história foi levada a fazer dos testemunhos involuntários um uso cada vez mais frequente, ela deixou de se limitar a ponderar as afirmações (explícitas) dos documentos. Foi lhe necessário também extorquir as informações que eles não tencionavam fornecer. (BLOCH, 2001, p. 95)

Corroborando com esta ideia, Chartier (2015) destaca que um desafio fundamental é o de

> compreender como as apropriações concretas e as invenções dos leitores (ou dos espectadores) dependem, em seu conjunto, dos efeitos de sentido para os quais apontam as próprias obras, dos usos e significados impostos pelas formas de sua publicação e circulação e das concorrências e expectativas que regem a relação que cada comunidade mantém com a cultura escrita. (CHARTIER, 2015, p. 43)

Segue daí, que o livro *Arithmetica Elementar Ilustrada* nos dá condições suficientes para o analisarmos e compreendermos como se estruturou o ensino proposto por Antonio Bandeira Trajano, uma vez que ao olharmos para a sua produção material quanto ao estudo do SMD, percebemos que o autor propõe neste capítulo[1] um total de 104 exercícios, dos quais neste recorte apresentaremos apenas alguns buscando discutir e apresentar ao leitor uma análise histórica comparada, a partir das categorias que estipulamos para o estudo e análise dos exercícios.

Deste modo, para analisarmos e compreendermos como se estruturou o ensino proposto no livro *Arithmetica Elementar Illustrada*, criamos três categorias para os discutirmos, dos quais classificamos como sendo: *Exercícios Protótipos; Exercícios Algorítmicos e Exercícios de Reconhecimento*. Os *exercícios Protótipos* são os que seguem um padrão pré-estabelecido pelo autor, ou seja, estes são precedidos de um exemplo ou modelo, do qual se desenvolverá o exercício proposto. Já os *exercícios algorítmicos* entendemos ser os quais se dão a partir de uma resolução passo a passo. Sempre se buscará resolver a partir dos passos estabelecidos para sua resolução. Por sua vez, entendemos que os *exercícios de reconhecimento*, são aqueles nos quais o aprendiz/aluno irá resolver a partir do reconhecimento/apreensão de um fato especifico/próprio de uma definição, ou enunciado de um teorema. Salientamos que estas categorias não são mutuamente excludentes, pode ser que aconteça ao longo das análises, que um exercício pertença a uma ou mais categorias ao mesmo tempo, o que propõem olharmos para este de forma a observarmos as semelhanças e diferenças, discutidas por Bloch (2001), ao nos principiar o método crítico. Também nos acomete a olharmos para o que Chervel (1990) classifica como sendo escala de excelência, na qual se mostra pertinente o questionamento: será que este(s) exercício(s) é constitutivo do que chamamos por escala de excelência?

Tomando-se por base o descrito no item 5 do artigo 46 do plano de ensino da decisão do império nº 77 de 6 de novembro de 1883

> O sistema métrico decimal continuará a ser ensinado pelo método intuitivo. Os alunos aprenderão a conhecer de modo concreto os múltiplos e submúltiplos de cada unidade. Servir-se-ão deles materialmente na aula, e procurarão determinar as relações entre os múltiplos e submúltiplos por meio do cálculo mental.

Desta forma buscamos nos nortear para este recorte em exercícios que fossem pontuais a esta condição apresentada pela lei. Por conseguinte, Antonio B. Trajano apresenta 20 exercícios os quais podemos observar na figura 01.

---

1 (o qual compreende o estudo do: systema métrico; medidas métricas; divisões das medidas; abreviaturas métricas; operações métricas; reducções métricas; medição das superfícies; medição cubica; números complexos; unidades complexas; reducções complexas; somar, diminuir, multiplicar e dividir complexos;)

Exercicio de applicação. Lêr as seguintes quantidades metricas:

1.	$50^{m},15$	6.	25cm.	11.	$0^{m},75$	16.	35Hl.
2.	$9^{g},05$	7.	7dl.	12.	$0^{g},015$	17.	15Kg.
3.	$15^{l},08$	8.	9dg.	13.	$0^{m},008$	18	8Km.250
4.	$8^{g},015$	9.	15mg.	14.	$0^{l},5$	19.	12Kg.750
5.	$6^{m},125$	10.	20mm.	15.	$0^{g},105$	20.	7Km.80

Figura 01**:** Primeiro Exercícios de Trajano

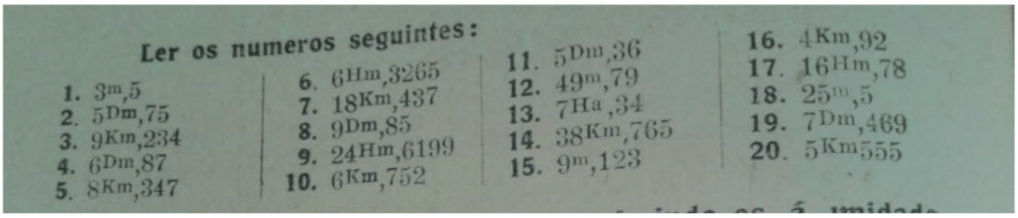
Fonte**:** Arithmetica Elementar Illustrada, 1936, p. 80

Desta maneira, o conjunto inicial de exercícios era composto por vinte questões, as quais possuíam o mesmo enunciado: *"lê as seguintes quantidades métricas"*, o que difere de uma questão para a outra podemos constatar apenas no valor e unidade métrica utilizada.

A partir do exposto, classificamos os mesmos como exercícios de reconhecimento, uma vez que os alunos/aprendizes irão resolver a partir do reconhecimento das unidades múltiplas e submúltiplos das unidades métricas propostas em cada questão, para que a partir de então possam efetuar a leitura. De certo modo também constatamos que os exercícios pertencem ao grupo de exercícios protótipos, pois durante o processo em que ele explana sobre o conteúdo (parte teórica), Antonio Trajano discute qual o processo para se realizar a leitura das Grandezas e Unidades de Medidas.

Ao percebermos que o conjunto de exercícios está pertencendo aos dois grupos ao mesmo tempo caracterizamos que existem semelhanças e diferenças, as quais segundo Bloch (2001) caracterizam-se por materializar o Método Crítico em nossos estudos com algum embasamento lógico, implicando assim, com algumas relações de história comparativa, no qual comparar não é uma tarefa fácil, porque se localiza num terceiro nível de interpretação. No entanto, a comparação crítica simplifica no compromisso de destacar, sem tanta paixão, semelhanças e diferenças, "mas os resultados desta comparação nada têm de automático" (BLOCH, 2001, p. 109). Em certos casos, a afirmação de um testemunho submetido ao crivo de uma abordagem crítica, quando comparada com outros elementos levantados para o historiador poderá levar a contradição incontornáveis.

Deste modo, ao assumirmos que Antonio Bandeira Trajano, é um dos contemporâneos de José Teodoro de Souza Lobo, constatamos que Trajano comete plágio, ao construir e propor exercício do mesmo modelo e com a mesma estrutura que José Theodoro de Souza Lobo apresenta em seu livro *Segunda Arithmetica para meninos*, o qual teve sua primeira edição publicada em 1870. Os exercícios propostos por Lobo (1920) podem ser observado na figura 02:



Ler os numeros seguintes:

1. $3^{m},5$
2. $5^{Dm},75$
3. $9^{Km},234$
4. $6^{Dm},87$
5. $8^{Km},347$
6. $6^{Hm},3265$
7. $18^{Km},437$
8. $9^{Dm},85$
9. $24^{Hm},6199$
10. $6^{Km},752$
11. $5^{Dm},36$
12. $49^{m},79$
13. $7^{Ha},34$
14. $38^{Km},765$
15. $9^{m},123$
16. $4^{Km},92$
17. $16^{Hm},78$
18. $25^{m},5$
19. $7^{Dm},469$
20. $5^{Km}555$

Figura 02: Primeiro Exercícios de José Theodoro de Souza Lobo

Fonte: Segunda Arithmetica para Meninos

Posto isto, temos que tanto Antonio Bandeira Trajano quanto José Theodoro de Souza Lobo apresentam a mesma pontualidade na constituição de seu primeiro bloco de exercícios, o qual podemos pontuar como tendo estrutura de reconhecimento. Também podemos constatar que mesmo antes da publicação do império de 1883, José Theodoro já inicia um processo de utilização do que poderíamos constatar como sendo o método intuitivo, uma vez que ele leva o aluno a fazer a leitura de duas unidades de medidas, a partir da constituição das características da mesma.

Nesse aspecto, podemos conceituar que as práticas de Antonio B. Trajano estão inseridas na vertente tradicional, ao propor técnicas didáticas de exemplos de resolução a serem seguidos pelo aluno. Porém também percebemos exercícios com graus distintos de dificuldade, caracterizando deste modo a existência de uma escala de excelência, a qual segundo Pais (2010, p. 133) leva-nos a crer que “a excelência existente na lista de exercícios passa a ser, indevidamente, um recurso para julgar as competências das pessoas, inculcar práticas de seleção supostamente objetivadas com base na ciência de referência.”

Para finalizar, entendemos que este é um recorte inicial de uma pesquisa que está em andamento, mas, num primeiro olhar, foi possível constatar como se deu o processo de ensino proposto nos exercícios do livro *Arithmetica Elementar Illustrada*, uma vez que através da sua leitura propicia exercício reflexivo dos sentidos, pelo cultivo das faculdades de observação, o que acaba por incidir em aprendizagem, que pode transcender e possibilitar uma reflexão referente aos diversos métodos pelos quais a Matemática escolar pode ser ensinada.

Por fim, acreditamos que ao apresentar esta leitura a cerca da *Arithmetica Elementar Illustrada* podemos perceber como se deu, o processo de ensino de aritmética pensado por Trajano para a sua época e assim, entender como se fazia o uso do SMD na articulação de suas ações dentro da cultura matemática escolar em tal período.

REFERÊNCIAS

BITTENCOURT, C. M. F.. **Livro Didático e Conhecimento Histórico:** uma história do saber escolar. 374f. Tese (Doutorado) – Departamento de História, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

BLOCH, M. **Apologia da História**: ou o oficio de Historiador. Rio de Janeiro: Zahar, 2001. 159 p. Tradução: André Telles.

BRASIL. **Decreto n. 77, de 6 de novembro de 1883**. Aprova o Regimento interno para as escolas públicas primárias do 1º grau do município da Corte. Lex: Revista HISTEDBR On-line, Campinas, número especial, p. 297-308, mai2012 - ISSN: 1676-2584. Disponivel: <https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/histedbr/article/viewFile/3359/2982>. Acesso em: 13 jul. 2015.

CHARTIER, R. **A História ou a Leitura do Tempo**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. 77 p. Tradução de: Cristina Antunes.

CHARTIER, R.. O Mundo Como Representação. **Revista das Revistas: Estudos Avançados**, São Paulo, v. 5, n. 11, p.173-191, jan. 1991. Tradução de Andréa Daher e Zenir Campos Reis.. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40141991000100010>. Acesso em: 01 fev. 2015.

CHERVEL, A. **História das disciplinas Escolares:** reflexões sobre um campo de pesquisa. Teoria & Educação, Porto Alegre: Panonima, n. 2, 1990.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p.549-566, set./dez. 2004. Quadrimestral. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a12v30n3.pdf>. Acesso em: 04 mar. 2015.

COSTA, D. A.. **A Aritmética Escolar no Ensino Brasileiro**: 1890 – 1946. 2010. p. 244. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC/SP, São Paulo, 2010.

GOUVEIA, R. P. **Mètre, Litre, Gramme... Grandezas e Unidades de Medidas na Cultura Matemática Escolar**. 2017. 228f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Retirado em 05 de novembro, 2017, de: https://posgraduacao.ufms.br/portal/trabalho-arquivos/download/4066

JULIA, D.. A Cultura Escolar como Objeto Histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**, Maringá-pr, v. 1, n. 1, p.09-43, jan. 2001. Quadrimestral. Tradução de: Gizele de Souza. Disponível em: <http://www.repositorio.unifesp.br/bitstream/handle/11600/39195/Dominique%20Julia.pdf?sequence=1>. Acesso em: 05 mar. 2015.

LOBO, J. T. de S.. **Segunda Arithmetica.** 20ª ed. 1920. Porto Alegre: Livraria Selbach

MATOS, A. S. de. **Os pioneiros presbiterianos do Brasil**. São Paulo. Cultura Cristã, 2004. p. 315 – 318

PAIS, L. C.. Traços Históricos do Ensino Da Aritmética nas Últimas Décadas do Século XIX: Livros Didáticos Escritos Por José Theodoro De Souza Lobo. **Revista Brasileira de História da Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 20, p.127-146, out. 2010. Disponível em: <http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM - vol.10, no20, outubro (2011)/1- Luis Carlos - Final.pdf>. Acesso em: 26 out. 2015.

PAIS, L. C.; MARANHÃO, T. A.. História do ensino da aritmética no final do século XIX: uma análise da obra de Antonio Bandeira Trajano. **Amazonia:** Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, Belém-PA, v. 10, n. 20, p.39-50, jan/jun. 2014. Semestral. Disponível em: <http://www.periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/2297/2539>. Acesso em: 14 out. 2015.

PFROMM NETTO, S.; DIB, C. Z.; ROSAMILHA, N.. **O livro na educação**. Rio de Janeiro: Primor/INL, 1974.

TRAJANO, A. B. **Arithmetica Elementar Illustrada**: Para uso dos alumnos adiantados das escolas primarias. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves. 1936.

VALENTE, W. R. **O ensino intuitivo da Aritmética e as Cartas de Parker**. Anais do V Congresso Brasileiro de História da Educação. São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe; Aracaju: Universidade Tiradentes, 2008.

VALENTE, W. R.. Livro Didático e Educação Matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, Campinas, v. 30, n. 16, p.139-162, jul./dez. 2008. Semestral. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike/article/viewFile/2518/2277>. Acesso em: 24 mar. 2015.

VALENTE, W. R.. **Uma História da Matemática Escolar no Brasil, 1730-1930**. 2. ed. São Paulo: Annablume, 2007. 211 p.

ZUIN, E. de S. L.. **Por uma Nova Arithmetica**: o sistema métrico decimal como um saber escolar em Portugal e no Brasil oitocentista. 2007. 320 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4943>. Acesso em: 24 mar. 2015.

CAPÍTULO 23

O USO DO APLICATIVO QR CODE NO ENSINO DA MATEMÁTICA: REFLEXÕES SOBRE O PAPEL DO PROFESSOR

Ana Cristina Medina Pinto
Universidade Federal de Pelotas, Pelotas – RS

Carla Denize Ott Felcher
Universidade Federal de Pelotas, Pelotas – RS

André Luis Andrejew Ferreira
Universidade Federal de Pelotas , Pelotas – RS

RESUMO: Este artigo tem como objetivo discutir o papel do professor frente ao uso das tecnologias digitais, especificamente, o aplicativo *QR Code*. O *QR Code* é um código de barras bidimensional que pode ser lido (“escaneado”) pela maior parte dos celulares que têm câmeras fotográficas. Foi realizado um estudo de caso com um grupo de alunos do terceiro ano do curso Normal em uma escola de Canguçu/RS, com o objetivo de mostrar uma possibilidade de uso do aplicativo como recurso pedagógico para potencializar o raciocínio lógico. A abordagem teórica discute que a inserção de tecnologias digitais não é garantia de aprendizagem, conforme apontam os resultados obtidos, é de fundamental importância o papel do professor, como um mediador, frente às possibilidades de uso do aplicativo.
PALAVRAS-CHAVE: Formação de Professores, Raciocínio Lógico, Matemática, *QR Code*.

ABSTRACT: This article aims to discuss the role of the teacher in the use of digital technologies, specifically the QR Code application. The QR Code is a two-dimensional bar code that can be read (“scanned”) by most cell phones that have cameras. A case study was carried out with a group of third year students of the Normal course at a school in Canguçu / RS, in order to show a possibility of using the application as a pedagogical resource to enhance logical reasoning. The theoretical approach argues that the insertion of digital technologies is not a guarantee of learning, as the obtained results point out, it is of fundamental importance the role of the teacher, as a mediator, in front of the possibilities of using the application.
KEYWORDS: Teaching Formation, Logical Reasoning, Math, QR Code.

1 I PRIMEIRAS PALAVRAS

Numa época de constantes transformações em vários campos de trabalho e estudo, um dos objetivos em sala de aula é contribuir para a formação de cidadãos pensantes, críticos, reflexivos e motivados a discutir problemas e aprofundar os conhecimentos. Deste modo, faz-se necessário refletir como, ao propor o uso de novas metodologias e tecnologias, pode-se favorecer o processo de ensino e aprendizagem.

Muitas formas de ensinar hoje não se justificam mais, perde-se tempo, aprende-se pouco, causando uma desmotivação continua, conforme afirma Moran (2011). Sobre a disciplina de matemática, (Machado, 2013, p. 17) afirma que “Ensinar Matemática, tem sido frequentemente, uma tarefa difícil”, entre os motivos relacionados há uma série de fatores, tais como desmotivação por parte do aluno, o elevado número de discentes em sala de aula, a falta de uma política clara para a educação básica, entre outros. Afinal, “há muito se sabe que é preciso mudar o ensino da matemática que é impossível conviver com resultados tão desastrosos” (Golbert, 2002, p. 7).

Neste sentido desenvolveu-se uma investigação no Curso Normal (Magistério) de uma escola privada, localizado na cidade de Canguçu no Rio Grande do Sul, onde o foco foram desafios lógicos, propostos por *Malba Tahan* (2014) utilizando o celular e o aplicativo *QR code*. O celular porque parte dos alunos o possuem e também porque é indiscutível a relação que os mesmos têm com esta tecnologia.

O *QR Code* é um código de identificação presente em diversos lugares, desde embalagens de produtos até enigmáticas etiquetas espalhadas pelas cidades. A leitura deste código é feita com um aplicativo que pode ser facilmente instalado nos aparelhos que possuem câmera fotográfica,

Assim, por meio desta proposta, pretendeu-se mostrar que a utilização destes elementos em conjunto podem servir como recurso pedagógico para potencializar o ensino e aprendizagem da matemática, nesse caso mais especificamente o desenvolvimento do raciocínio lógico.

A presente proposta de pesquisa foi desenvolvida no Programa de Pós-graduação de Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), Mestrado profissional da Universidade Federal de Pelotas (UFPel) durante uma disciplina regular no ano de 2015.

2 I CONCEPÇÕES TEÓRICAS

A fundamentação teórica para a realização da pesquisa se sustenta na utilização das tecnologias e formação de professores que serão descritos a seguir.

2.1 Tecnologias Digitais e Mobilidade

Para Castells (2012) a partir da década de 1990 ocorre em todo o mundo uma revolução das telecomunicações, devido à explosão da tecnologia sem fio. Entre os dispositivos sem fio podemos citar os celulares, que cada vez mais executam funções existentes nos computadores, possuindo sistemas operacionais completos, além de palmtops, *pen drives*, câmeras fotográficas, TVs portáteis entre outros dispositivos.

Considerando esta revolução, é de fundamental importância experimentar o emprego de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (*TDICs*) como uma possibilidade em sala de aula. Para Lévy (1999) a *internet* não solucionará os problemas em um passe de mágica, porém, dois fatos precisam ser destacados, o primeiro é que temos jovens ávidos para experimentar formas de comunicação, segundo há um novo espaço de comunicação, cabendo a nós explorar as potencialidades mais positivas deste espaço.

> Não se trata aqui de usar as tecnologias a qualquer custo, mas sim de acompanhar consciente e deliberadamente uma mudança de civilização que questiona profundamente as formas institucionais, as mentalidades e a cultura dos sistemas educacionais tradicionais e, sobretudo os papéis de professor e aluno (LEMOS e LÉVY, 2010, p. 174)

Sobre experiências de aprendizagens inovadoras com tecnologias móveis, Petrova e Li (2009) citam que as mesmas precisam estar situadas dentro de uma teoria educacional apropriada, a fim de satisfazer as necessidades dos participantes.

2.2 O Papel do Professor

Para Kenski (2015) as velozes transformações tecnológicas impõem novas formas e ritmos de ensinar e aprender. Para a autora, nas épocas anteriores a educação era oferecida em lugares como a escola e a mente do professor, havia um ambiente educacional situado no tempo e no espaço. Hoje, na era digital, é o saber que viaja velozmente nas estradas virtuais da informação. Diante desta realidade, qual é o papel do professor?

É evidente que apenas a inserção de tecnologias digitais pelo professor não é garantia de aprendizagem e neste sentido, traz-se a contribuição de D'Ambrósio (2010) "o fundamental não é mudar o arranjo dos móveis na sala, mas mudar a atitude do professor". Não se está aqui pregando a extinção do quadro e do giz, menos ainda do lápis e papel, mas sim utilizar as *TDICs*, visando buscar resultados mais significativos no ensino e aprendizagem.

Neste sentido, Monero e Pozo (2010, p. 97-98) trazem que: "Não se trata de fazer uma reciclagem introduzindo o computador nas salas de aula [...]. Trata-se de uma mudança epistemológica". Ou seja, não adianta inserir a tecnologia se a concepção de educação continua sendo a mesma, se o professor continua privilegiando apenas a memorização e a aplicação de fórmulas.

Para Kenski (2015), isso vai além e diz que as tecnologias, sejam elas novas ou velhas, condicionam os princípios, a organização e as práticas educativas e impõem mudanças na maneira de organizar os conteúdos que serão ensinados, na forma que serão trabalhados, e, também os modos individuais e coletivos de trabalho. O que se percebe é a necessidade do professor repensar sua prática docente, revisando seus objetivos, seu planejamento em consonância com a inserção das novas tecnologias.

> Desafiar um aluno significa propor situações que ele considere complexa, mas não impossíveis. Trata-se de gerar nele uma tensão, que o anime a ousar, que o convide a pensar, a explorar, a usar conhecimentos adquiridos e a testar sua capacidade

> para a tarefa que tem em mãos. Trata-se, ainda, de motivá-lo a interagir com os seus colegas, a fazer perguntas que lhes permita avançar... (Sadovsky, 2010, p. 14).

É de fundamental importância refletir sobre a metodologia que melhor corresponde ao objetivo proposto. Em relação á metodologia empregada pelo professor de matemática, pode-se afirmar que muitas vezes resume-se na resolução de listas de exercícios desenvolvidos preferencialmente pelas tecnologias quadro e giz, lápis e papel.

O autor Golbert (2002) traz a importância da criação de práticas que desencadeiem o conflito cognitivo, provocando desequilíbrios, numa perspectiva de trabalho distinta dos currículos tradicionais que apresentam os conhecimentos como estáticos cabendo ao aluno apenas memorizá-los através da prática da repetição. Neste sentido, segundo Micotti (1999) as variações do modo de ensinar determinam diferenças nos resultados obtidos. Pois, até bem pouco tempo, ensinar era sinônimo de transmitir informações, mas hoje se busca uma aprendizagem que ultrapasse a sala de aula, que o aluno consiga aplicar seus conhecimentos em outras atividades, em benefício próprio e da sociedade na qual está inserido.

Entretanto, Lévy (1999) argumenta que utilizar os recursos da informática em ambientes educacionais implica a composição de uma atmosfera interativa, de trocas de ideias, de informações e de conhecimentos, entre professores e alunos. Neste momento, o educador deve estar atento não somente a sua prática, e sim às construções de seus alunos, pois novas aprendizagens serão desenvolvidas. O que motivou o estudo e a proposta de utilização do código *QR Code* em um contexto educativo.

2.2.1 Sobre O Qr_code

O QR Code, abreviação de Quick Responsive Code (código de resposta rápida), é um código de barras bidimensional que pode ser lido ("escaneado") pela maior parte dos celulares que têm câmeras fotográficas e um aplicativo para reconhecimento do código (BLOG, 2015). Um exemplo desse código é apresentado na figura 1. Assim, quando a câmera do seu dispositivo captura esta imagem um programa específico, por exemplo, QR code READER, é utilizado para decodificar e compreender as informações contidas no código. Esse código é então convertido, em um texto, que pode ser um link para um site, um número de telefone, um e-mail ou uma mensagem de texto.

A imagem representada na figura 1 é montada em um padrão de duas dimensões, que poderá ser mais complexo, neste caso é preciso que o aplicativo compreenda todas as informações presentes no código. O uso deste aplicativo é amplo e permite estimular a curiosidade dos alunos para uma experiência positiva em sala de aula.

Figura 1: Exemplo de um *QR code.*

Fonte: Autores

2.2.2 Sobre a Origem do Qr_code

O aplicativo surgiu em 1994 no Japão e foi desenvolvido por uma empresa subsidiária da *Toyota*, para rastrear seus veículos durante a produção. O código como conhecemos hoje correspondente ao padrão internacional ISO/IEC 18004 e foi lançado em janeiro de 1999, mas sua aprovação só aconteceu em junho de 2000. O uso de códigos QR é livre de qualquer licença. Os direitos de patente ainda pertencem á empresa. (BLOG, 2015).

3 I PERCURSO METODOLÓGICO

A metodologia empregada nesta investigação, que teve como objetivo utilizar dispositivos móveis (celular) e o aplicativo QR Code como recurso pedagógico para potencializar o ensino e aprendizagem da matemática, mais especificamente trabalhando o raciocínio lógico, é o estudo de caso.

3.1 Contexto de investigação

Essa investigação foi realizada em uma escola privada de educação básica na cidade de Canguçu com a turma da 3ª série Curso Normal-Formação de Professores, com 25 alunos no turno da manhã em oito encontros, no período de maio à junho de 2015.

3.2 O passo a passo da prática proposta para a sala de aula

Durante este trabalho as ações foram sendo elencadas em um passo a passo para facilitar o andamento da atividade ao longo da sua aplicação. A tabela 1 mostra o passo a passo.

MOMENTOS	ORGANIZAÇÃO	DESCRIÇÃO
Apresentação da atividade com o uso do celular em sala de aula	Será solicitado aos alunos, organizados em grupo que façam o *download* do aplicativo *QR CODE READER* no celular para o próximo encontro.	A organização dos alunos em grupo surge da necessidade de pelo menos um dos integrantes possuir um aparelho celular com acesso a Internet.
Entrega de um código QR code com informações sobre a história de Malba Tahan	Serão entregues 8 códigos com informações de *Malba Tahan* (biografia, metodologia, desafios)	Cada grupo deverá decifrar os códigos recebidos, através do aplicativo, e socializar com a turma
Tempo disponível para o aluno explorar o aplicativo	Será disponibilizado um tempo para o aluno explorar o aplicativo e aprender a gerar o código *QR Code*.	Será apresentado aos grupos um gerador do código e eles poderão explorar livremente a geração de códigos
Aula Expositiva sobre a aplicabilidade do código	Será realizada uma exposição dialogada sobre a aplicabilidade do *QR Code*,	Será apresentado um breve histórico do início do seu uso, qual o significado do código e exemplos do uso
Apresentação de oito desafios lógicos	Será proposto para cada um dos grupos, que a partir de um desafio proposto por *Malba Tahan* , seja elaborado um código QR Code;	O professor foi solicitado a auxiliar os alunos na codificação do desafio.
Resolução dos desafios	Acompanhamento e orientação do professor para a resolução dos desafios	O professor foi solicitado para auxiliar os alunos na resolução dos desafios
Socialização dos trabalhos entre os grupos	Cada grupo irá entregar um código impresso do desafio, após a leitura o mesmo será resolvido no quadro	Os grupos fizeram a leitura utilizando o aplicativo instalado no dispositivo móvel e tentaram resolvê-los..
Avaliação da prática	Aplicação de um questionário	Foi aplicado um questionário junto ao grupo de alunos com perguntas abertas e fechadas

Tabela 1: Passo a passo das ações desenvolvidas

Fonte: Autores

4 I RESULTADOS E DISCUSSÕES

A experiência pedagógica de utilização do dispositivo móvel, mais especificamente do aplicativo *QR Code* como um recurso a mais no ensino e aprendizagem da matemática foi recebida com surpresa e curiosidade pelos alunos. Durante a aula em que foi realizado o *download* do aplicativo no celular ficou visível à motivação dos alunos sobre o seu uso, inclusive buscando utilizá-lo na leitura de código de barras.

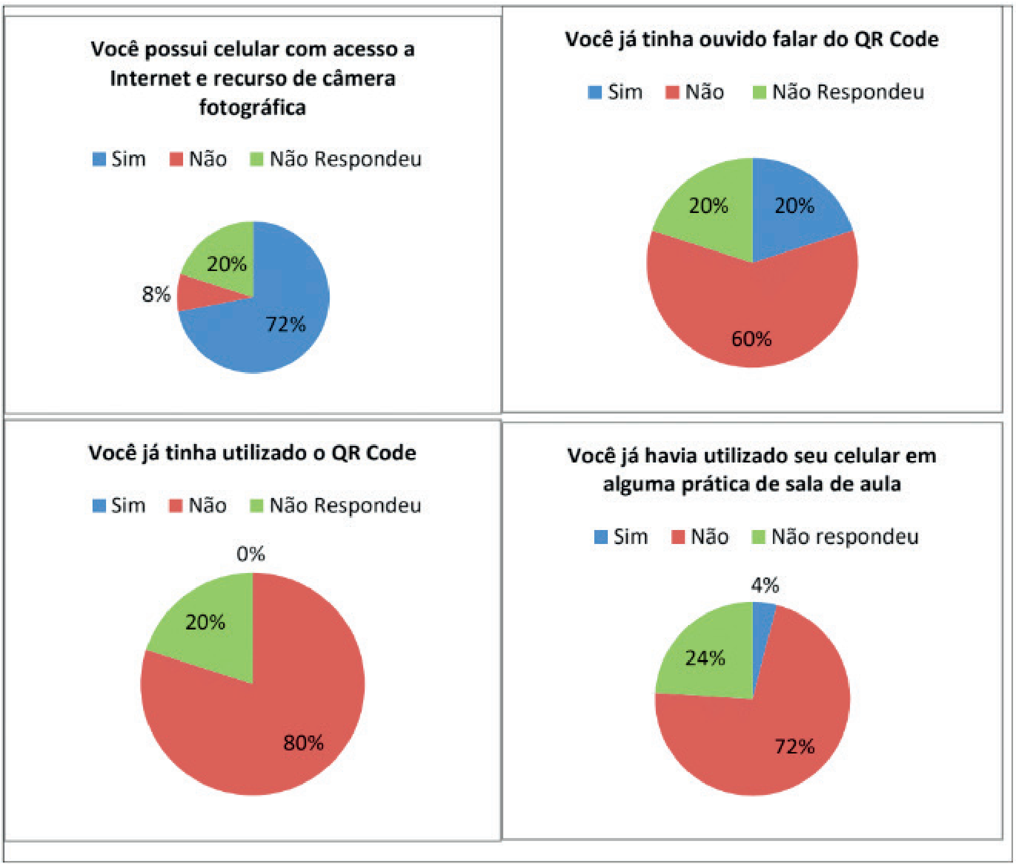
O uso do aplicativo começou a ser direcionado para a resolução dos desafios lógicos, propostos por *Malba Tahan* (2014) e embora todo o envolvimento e curiosidade demonstrada diversas dificuldades surgiram no decorrer da atividade.

A primeira dificuldade surgiu quando os alunos, ao tentar gerar o código com imagem, encontraram as orientações na língua inglesa. Outra dificuldade visível por parte dos professores em formação foi na própria resolução dos desafios propostos, visto que, os alunos na maioria das vezes buscam a simples aplicação de uma operação matemática.

Sobre a dificuldade de resolução dos desafios propostos, Soares (1998) diz que os alunos são exímios manipuladores de símbolos, assim como decoradores de propriedades, porém, não compreendem o que fazem e assim não conseguem aplicar os conhecimentos para resolver situações desafiadoras, situações que fogem ao modelo padrão.

Então, para auxiliá-los na resolução dos desafios foi imprescindível a mediação do professor para orientá-los na busca da solução. Portanto, o papel do professor, como mediador, foi de extrema importância ao auxiliar os alunos para que alcançassem um dos objetivos, que era a resolução do desafio. Rego (2014) ressalta a teoria de Vygosky, que considera que o professor tem papel fundamental na relação com o outro, devendo oferecer ao aluno o que ele não sabe. Para *Vygotsky* (apud Rego, 2014, p. 106) “o bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento”.

Ainda, como proposta de fechamento e análise da experiência pedagógica, foi aplicado um questionários com oito questões, sendo quatro questões fechadas e quatro abertas. As questões fechadas foram: 1) Você possui celular com acesso a internet e recurso de câmera fotográfica? 2) Você já tinha ouvido falar do *QR Code*? 3) Você já tinha utilizado o *QR Code*? 4) Você já havia utilizado seu celular em alguma prática de sala de aula? Os resultados destas quatro questões são apresentados nos gráficos da figura 2.



. Figura 2: Resultados das quatro questões fechadas do questionário.

Fonte: Autores

De acordo com a figura 1, 72% dos alunos possuíam celular com acesso a Internet e recurso de câmera fotográfica. Para Mureta (2013) a tecnologia móvel é a próxima grande onda devido ao seu crescimento rápido, revolucionando a comunicação, resultando assim em uma era em que todos estão conectados.

Embora, a nova era acenada por Mureta (2013) seja realidade em diversos contextos, o uso em sala de aula é ainda muito inicial, pois, apenas, 4% dos alunos haviam utilizado o celular em práticas de sala de aula. Este fato ressaltado por Iahnke (2014) e, segundo a mesma autora a mobilidade sustentada pelas tecnologias gera uma nova forma de ensinar e de aprender na atualidade.

Sobre o aplicativo *QR Code*, 60% dos alunos não tinham ouvido falar, portanto, o seu uso não havia sido feito por nenhum dos alunos deste grupo de pesquisados. Apesar do seu uso em vários setores, tais como, a indústria, os meios de comunicação e *marketing*.

Em relação às questões abertas, a primeira delas é: Você já utilizou o *QR Code* em alguma prática, quando e como? Apesar de alguns alunos terem mencionado conhecimento sobre o *QR Code* nenhum deles havia realizado alguma prática. Isso aparece na transcrição da fala do aluno 9 "*Já conhecia, pois já vi em algumas lojas, mas nunca utilizei".*

A segunda questão solicita pontos positivos sobre o trabalho desenvolvido com o *QR Code* e a este respeito, os itens mais apontados foram: mais conhecimento sobre o uso da tecnologia e uma forma diferente de transmitir informações. Ainda, nesta questão é importante trazer a fala dos alunos 1 e 2, respectivamente: "*Poder utilizar no nosso dia a dia*" (aluno 1), "*Poder de interação entre o mundo e a tecnologia*" (aluno 2).

A terceira questão: Cite pontos negativos sobre o trabalho desenvolvido com o *QR Code*. Dois pontos negativos foram relatados pelos alunos, entre eles: A falta de acesso à internet na escola e em casa. O outro ponto negativo refere-se ao aplicativo que lê código com uma imagem porque seu tempo de uso é restrito.

A quarta questão pergunta a respeito do uso das tecnologias digitais e móveis em sala de aula, onde são destacados três pontos por parte dos alunos: "*traz para a sala de aula a realidade do dia a dia*"; "*aula diferenciada/descontraída que motiva mais os alunos e maior aprendizagem".* Em relação fala dos alunos sobre maior aprendizagem, deve-se questionar de que aprendizagem o aluno está falando, da aprendizagem com a tecnologia? Ou referente aos desafios propostos?

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A prática com o dispositivo móvel foi possível porque grande parte dos alunos, 72% possuíam celular com acesso à internet, e para os alunos que não tinham acesso a internet no seu dispositivo a escola disponibilizava um laboratório para a realização de trabalhos escolares. O que certamente dificultaria o trabalho em contextos sem acesso à internet.

Sobre a experiência percebeu-se como positiva, visto que, todos os alunos empenharam-se na realização da atividade proposta, expressando que a mesma foi significativa. No entanto, embora os alunos, em sua maioria apresentassem facilidade ao lidar com a tecnologia, esta mesma facilidade não foi observada na resolução dos desafios propostos. O que indica desdobramentos na forma de apresentar e orientar na solução dos desafios.

É possível afirmar que investigações como a descrita, mostram uma possibilidade de modificar e romper com um ensino matemático baseado na resolução de listas de exercícios, que por vezes, falseiam a realidade.

O trabalho proposto mostrou que práticas como esta quando lançadas no ambiente escolar podem provocar novos olhares sobre o conteúdo matemático, bem como suscitar nos alunos o interesse pelo estudo, pela pesquisa e pela necessidade de mediação durante o desenvolvimento da prática. Sendo o papel do professor decisivo para que os objetivos propostos fossem alcançados.

A existência de conceitos matemáticos embasando o algoritmo de criação ou de correção da imagem gerada na decodificação do *QR Code,* permite a continuidade da pesquisa sob um novo viés que seria mostrar a aplicabilidade de tais conceitos em trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS

CASTELLS, M. **A sociedade em rede**. São Paulo: Paz e Terra, 2012.

BLOG PROFISSIONAIS TI. **CONHEÇA UM POUCO MAIS SOBRE O QR CODE E SUA APLICABILIDADE**; Disponível em:<http://www.profissionaisti.com.br/2012/09/conheca-um-pouco-mais-sobre-qr-code-e-sua-aplicabilidade> Acesso em: 08 de maio de 2015.

D'AMBRÓSIO. U. **Educação Matemática: da Teoria à prática**. 19 ed. Campinas, SP: Papirus, 2010.

GOLBERT, C.S. **Novos rumos na aprendizagem da matemática: Conflito, reflexão e situações-problemas.** Porto Alegre: Mediação, 2002.

IAHNKE, S. L. P. **COLMEIAS: Uma estratégia didático-pedagógica para potencializar a aprendizagem significativa através da colaboração nas redes sociais em contextos móveis.** Tese (Doutorado em Ciências) – Fundação da Universidade do Rio Grande, Rio Grande, 2015.

KENSKI, V. M. **Educação e Internet no Brasil.** Edição Cadernos Edenauer. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/281121751_Educacao_e_Internet_no_Brasil>. Acesso em 10 de abril de 2015.

LEMOS, A.; LÉVY, P. **O futuro da internet**. São Paulo: Paulus, 2010.

LÉVY, P. **Cibercultura.** Tradução: Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34, 1999.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade: das concepções às ações docentes.** 8. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

MICOTTI, M. C. O. **O ensino e as propostas pedagógicas. Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.** BICUDO, Maria Aparecida V. (org.). São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 153 -167.

MONEREO, C; POZO, J. I. **O aluno em ambientes virtuais: condições, perfil e competências.** In: COLL C. & MONEREO C. Psicologia da Educação virtual. São Paulo: Artemed, 2010.

MORAN, C. J. M. **Educação a Distância: pontos e contrapontos.** São Paulo: Papirus Editorial, 2011.

MURETA, C. **Império dos APPS: ganhe dinheiro, aproveite a vida e deixe a tecnologia trabalhar por você.** São Paulo: Companhia Editora Nacional, 2013.

PETROVA, K.; LI, C. **Focus and setting in Mobile Learning Research: A Review of the Literature.** IBIMA, v. 10, 2009.

REGO, T. C. **Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da Educação.** Petropólis-Rio de Janeiro: Vozes, 2014.

SADOVSKY, P. (1953), tradução: DANESI, A. P. **O ensino de matemática hoje. Enfoques, sentidos e desafios,** editora Ática, São Paulo – SP, 2010, 1° edição.

SOARES, L. J. **Sobre o ensino da Matemática.** Pelotas: Educat, 1998.

TAHAN, M. **O homem que calculava** / Malba Tahan. - 86ª ed. – Rio de Janeiro: Record, 2014.

CAPÍTULO 24

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA CRÍTICA: UM ESTUDO DAS PRÁTICAS DISCENTES EM UM CURSO DE TECNOLOGIA

Andréa Pavan Perin

Maria Lúcia Lorenzetti Widewotzki

RESUMO: O ensino de Estatística deve ter como foco o estudo de três competências: literacia, raciocínio e pensamento. Essas competências têm como objetivo trabalhar aspectos que levem o aluno interpretar e compreender de forma crítica as informações estatísticas presentes nos meios de comunicação, sejam elas de caracteres sociais, tecnológicos, biológicos, políticos e econômicos. Associam-se, portanto, com uma educação voltada para a formação de uma cidadania crítica de forma que o aluno perceba que os seus diferentes usos podem trazer interpretações e resultados variados, tais objetivos estão em consonância com os propósitos da Educação Crítica. Para isso, o seu ensino deverá oportunizar aos alunos um espaço no qual eles trabalhem com os mais variados problemas do mundo real de maneira a perceber e questionar a sua forte presença em nossa sociedade. A Modelagem Matemática traz tem mostrado convergências ao proposto pela Educação Estatística e Educação Crítica. O presente projeto de pesquisa é fruto dessa reflexão e tem a seguinte questão norteadora: Quais as contribuições que emergem de um Ambiente de Modelagem Matemática no Ensino de Estatística, tanto na questão ao desenvolvimento das competências da Estatística, quanto à formação de um sujeito crítico? Para isso, será desenvolvida uma pesquisa de cunho qualitativo cujo foco será, a luz dos referenciais teóricos adotados, compreender, a partir coletado como: gravações, entrevistas e produções escritas dos alunos analisar e refletir sobre quão abrangente o referido ambiente é ao desenvolvimento das competências da Estatística, bem como a atuação reflexiva e crítica dos alunos envolvidos nesse projeto.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Estatística; Educação Crítica; Modelagem Matemática

1 I INTRODUÇÃO

A presença da Estatística no mundo atual tornou-se uma realidade na vida dos cidadãos, pois constantemente nos deparamos com índices, tabelas, gráficos e previsões. Tal fato tem levado a necessidade de ensinar Estatística a um número de pessoas cada vez maior.

Dada a sua importância, ela está presente nos currículos desde o Ensino Fundamental até o Superior.Na medida em que os saberes estatísticos cada vez mais cedo passam a integrar os currículos escolares, sobretudo na análise de questões econômicas e sociais, ganha força a necessidade de que o professor compreenda e utilize adequadamente conhecimentos estatísticos contextualizados, como a interpretação e análise de gráficos, tabelas e índices econômicos, dentre outros.

Embora seja reconhecida a sua importância a vida dos cidadãos Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) alertam que, em qualquer um dos níveis de ensino, tem-se enfatizado aspectos operacionais e computacionais em detrimento de conceitos, essas prática é limitadora e não levará os alunos ao desenvolvimento do pensamento estatístico que envolve desde uma estratégia de resolução de problemas até uma análise sobre os resultados obtidos. Além disso, muitas vezes, o ensino de Estatística tem ficado em segundo plano e sendo responsável por muitas das dificuldades encontradas pelos alunos em suas atividades escolares.

Lopes (2008), ao referir-se à Educação Estatística salienta que não faz sentido trabalharmos atividades envolvendo conceitos estatísticos e *probabilísticos* que não estejam vinculados a uma problemática. Propor coleta de dados desvinculada de uma situação-problema não levará à possibilidade de uma análise real. Construir gráficos e tabelas, desvinculados de um contexto ou relacionados a situações muito distantes do aluno, podem estimular a elaboração de um pensamento, mas não garante o desenvolvimento de sua *criticidade.*

Campos, *Wodewotzki e Jacobini* (2011) partilham da mesma ideia e defendem que a Educação Estatística deve valorizar as práticas aplicadas às problemáticas do cotidiano do aluno que, com a ajuda do professor, tome consciência de aspectos sociais muitas vezes despercebidos, mas que nele se encontram fortemente presentes. Deve também valorizar atitudes voltadas para a práxis social, envolvendo os alunos com a comunidade e transformando reflexão em ação. Para os referidos autores, esse aspecto crítico da educação é indissociável da Educação Estatística e, mais que isso, nela encontra fundamento e espaço para o seu desenvolvimento.

Percebemos, então, que o Ensino de Estatística deve colocar os alunos em confronto com os mais variados problemas do mundo real e oportunizar que estes experimente suas estratégias de resolução.

A Educação Estatística tem, portanto, seu olhar voltado predominantemente para um ambiente no qual destacam a investigação e a reflexão como elementos essenciais no processo de construção do conhecimento. Dela, espera-se não apenas competências para a pesquisa científica, mas também para o desenvolvimento de uma postura investigativa, reflexiva e crítica. Tendo como base esses pressupostos da Educação Estatística, Campos et al (2011), destacam as fortes relações entre a Educação Estatística e a Educação Crítica conforme proposto por Paulo Freire, Ole Skovsmose, Ubiratan D' Ambrósio, etc.

Com relação aos aspectos teóricos como relevantes para atingir aos objetivos propostos pela Educação Estatística Garfield e Gal (1999) Batanero (2001) discutem como indispensável o desenvolvimento de três competências que se relacionam entre si, são elas: a literacia,o raciocínio e o pensamento estatístico, as quais fundamentam-se na interpretação e na compreensão crítica de informações oriundas de dados reais e se associam, portanto, com uma educação voltada para a formação de um cidadão que atue criticamente em sociedade. Quanto ao ambiente propício ao desenvolvimento dessas competências, os referidos autores argumentam que deve-se trabalhar em sala de aula com exemplos que tenham significação prática para os alunos, onde estes experimentem situações em que tenham que levantar problemas, formular hipóteses, coletar dados, escolher métodos estatísticos apropriados, refletir, discutir e analisar criticamente os resultados encontrados considerando as limitações no que se refere a incerteza e variabilidade, ou seja, estratégias de aprendizagem baseadas na elaboração de projetos projetos. No contexto brasileiro, autores brasileiros como Campos et al (2011), Mendonça, Lopes e Soares (2013) e Souza e Amaral (2014) defendem o trabalho com projetos através de atividades de Modelagem Matemática.

Diante desse contexto, o problema de pesquisa proposto parte do seguinte questionamento: Quais as contribuições que emergem de um Ambiente de Modelagem Matemática no Ensino de Estatística, tanto na questão ao desenvolvimento das competências da Estatística, quanto à formação de um sujeito crítico? Cujo objetivo é analisar e refletir sobre quão abrangente o referido ambiente pode ser ao desenvolvimento das competências da Estatística, bem como a atuação reflexiva, ponderada e crítica dos alunos envolvidos nesse projeto.

2 I EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

A partir da década de 1970, surgiu um movimento em nível mundial, que reconheceu a importância do desenvolvimento do raciocínio probabilístico, a necessidade de romper com a cultura determinística nas aulas de Matemática, a dimensão política e ética do uso da Estatística na Educação Básica. Em decorrência, muitos países inseriram o ensino desta ciência nesse nível escolar, com reflexões sobre os aspectos didáticos (BATANERO, 2001).

Esse movimento mundial também teve seus reflexos no Brasil. No final da década de 90, os conceitos básicos de Estatística, antes quase ignorados na Educação Básica passaram a ser discutidos pela comunidade educacional e acadêmica, tendo sido incorporados oficialmente à estrutura curricular da disciplina de Matemática do Ensino Fundamental e Médio (LOPES, 2004).

Tal conjuntura contribuiu na consolidação da área de pesquisa denominada Educação Estatística, que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve diferentes aspectos, desde os cognitivos e afetivos do processo de ensino-aprendizagem, passando pela epistemologia dos conceitos estatísticos, até a didática da Estatística, visando o desenvolvimento do letramento estatístico.

A evolução da pesquisa sobre o ensino e aprendizagem de estatística e a experiência tanto da docência quanto da pesquisa têm esse grupo de profissionais acreditando que pode-se centrar as atenções no ensino e aprendizagem de estatística no desenvolvimento de três competências: *literária, raciocínio* de *pensamento estatístico*, que estará abrangendo todos os demais aspectos importantes da Educação Estatística, como as discussões sobre o uso de tecnologia no ensino, o debate sobre a relevância do cálculo matemático, a importância do desenvolvimento de conceitos, as problemáticas de avaliação, as problemáticas entre a Estatística e a vida real, a formação de um cidadão crítico,etc (CAMPOS, WODEWOTZKI e JACOBINI, 2011).

Ainda, segundo os autores, entende-se por a literácia estatística o estudo de argumentos que usam a estatística como referência, ou seja, à habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia estatística, além de habilidades importantes que podem ser usadas no entendimento de informações estatísticas. Para isso, inclui a capacidade de organizar dados, construir e apresentar tabelas, trabalhar com diferentes representações de dados e também considera o entendimento de conceitos, vocabulários, símbolos e as probabilidades como medidas da incerteza.

Atribuem-se também a essa competência a capacidade de interpretar argumentos estatísticos em textos jornalísticos, notícias e informações de diferentes naturezas e é necessária a todas as pessoas que atuam na sociedade contemporânea. Portanto, é mais ampla que a condição de possuir competências de cálculo (LOPEZ, 2004)

Garfield (2002) define o raciocínio estatístico a forma como uma pessoa atribui significado as informações estatísticas, o que envolve fazer interpretações baseadas em conjunto de dados, representações ou sumários estatísticos na forma de gráfico e de tabelas. Também considera ideias sobre variabilidade, distribuição, chance, incerteza, aleatoriedade, probabilidade, amostragem e testes de hipóteses, o que leva a interpretações e inferências acerca dos resultados. Pode ainda, envolver a conexão de um conceito com outro, por exemplo, centro e variabilidade, além de combinar ideias sobre dados e chance. Inclui também a capacidade de entender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, e interpretar por completo, os resultados de um problema baseado em dados reais. O autor ressalta ainda, que todos os cidadão devem possuir essa capacidade, para isso, deve-se ter esmero na educação de todo estudante.

Já o pensamento estatístico é caracterizado pela habilidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, explicitando-se o que os dados dizem sobre o problema, associando os modelos matemáticos à natureza contextual em que se envolvem. Tal habilidade torna-se evidente quando se questiona sobre a melhor forma de obter dados, refletindo sobre as variáveis envolvidas, demonstrando até certo ceticismo sobre a obtenção de tais dados, explorando-os dados, além do que os textos prescrevem, fazendo interpretações também em termos não estatísticos e questionando espontaneamente os dados e os resultados (CAMPOS e WODEWOTZKI, 2007).

3 I MODELAGEM MATEMÁTICA

Para desenvolver as três competências estatísticas com alunos, *literacia, raciocínio e pensamento,* entendemos que é necessário um ambiente de aprendizagem no qual o aluno participe ativamente do processo de ensino e aprendizagem em situações reais, que trabalhem com projetos numa dinâmica investigativa de forma que possam investigar, questionar, conjecturar e procurar relações quando têm que resolver problemas do mundo real.

Tal prática pode ser possível em um ambiente de Modelagem Matemática, haja vista que esse tem como característica essencial a investigação de situações reais nas quais os alunos são atores no processo de construção do próprio conhecimento (MENDONÇA E LOPES, 2011).

A Modelagem Matemática no ensino tem sido discutida por pesquisadores tais como D'Ambrósio (1993), Bassanezi (2002) e Bean (2001) entre outros, e é consenso a sua eficiência na função de significar os conhecimentos matemáticos escolares, associando esses, a problemas reais e com isso, levando os alunos a conhecerem qualificadamente parte da realidade. Um modo de a matemática escolar estar engajada na formação do cidadão é relacionar seus conteúdos com os problemas reais.

Para Barbosa (2001) a Modelagem Matemática trata-se de uma atividade que convida os alunos a discutirem Matemática no contexto de situações do dia-a-dia e/ou realidade. Não se trata, portanto, de contextualizar a Matemática, mas sim de discuti-la à luz de um contexto que não é o da área específica.

Considerando o enfoque Educação, a Modelagem é uma metodologia alternativa ao ensino de matemática, ou seja, uma estratégia de ensino, para intervir no ensino tradicional. Vem sendo estudada há anos por pesquisadores e desde então tem sido muito utilizada em processos de ensino-aprendizagem. Sua proposta é transportar a realidade para o meio escolar, a etapa mais importante neste processo é a construção do Modelo. Sucintamente: Tema → Problematização → Modelo → Solução.

Nessa abordagem, o início do processo se dá em um tema que será problematizado, baseado nos interesses dos alunos, nas situações do cotidiano, justamente por levar em consideração suas opiniões, proporciona a estes um sentimento de valorização de seu modo de ver e junto a isso, o crescimento como cidadãos conscientes e críticos.

Barbosa (2001) chama a atenção para a distância que existe entre a maneira que o ensino tradicional enfoca os problemas de outras áreas e a Modelagem e que são atividades de natureza diferente e que a transição em relação à Modelagem não é algo tão simples e exige o abandono de posturas e conhecimentos oferecidos pela socialização docente e discente e a adoção de outros, como por exemplo a valorização do trabalho em grupo, dar autonomia ao alunos para levantar questões, repensar a organização do conteúdo coloca-se como desafios para os professores ainda nos dias de hoje.

Em função disso, para o referido autor, é possível conceber a integração curricular de Modelagem de formas diversas, materializando-se através de configurações curriculares diferentes conforme as condições de cada sala de aula, de cada escola e da experiência e confiança de cada professor. Recusando, então, a ideia de associar a Modelagem exclusivamente à modalidade projetos e dando espaço as atividades de Modelagem que assumam formas mais simplificadas.

Nessa perspectiva, cada configuração curricular de Modelagem é vista em termos de casos, os quais admitem três:*Caso 1:* o professor apresenta a descrição de uma situação problema, com as informações necessárias à resolução do problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução;*Caso 2:*o professor traz para a sala de aula um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta de informações necessárias à sua realidade; *Caso 3:* a partir de temas não matemáticos os alunos formulam e resolvem problemas.

A Modelagem Matemática tem-se apresentado como uma maneira de aguçar no aluno o apreço pela disciplina, uma vez que estes terão a oportunidade discutir temas variados e fazer uso de ferramentas diferentes, tais como computadores, softwares, gráficos, planilhas eletrônicas e Internet no processo de resolução do problema em questão, os quais permitirão aos educandos além refletir sobre questões relevantes a sociedade fazer uso dessas tecnologias para organizar, representar dados coletados, investigar, problematizar, comparar e interpretar dados.

Campos e Wodewotzki (2007), citam relações da Modelagem Matemática no contexto da Estatística como: aproximar a estatística a outras áreas do conhecimento, salientar a importância dessa disciplina para a formação do aluno; usar a aplicabilidade, melhorar a apreensão, desenvolver a habilidade de resolver problemas e estimular a criatividade. Destacam ainda, que a modelagem se mostra concordante no que tange ao desenvolvimento das habilidades de raciocínio e pensamento estatístico, uma vez que essa metodologia exige o trabalho com situações reais que estimulam a investigação, formulação de problemas, exploração descobertas, interpretações e reflexão.

Os referido autores destacam também que em tais projetos *o pensamento,o raciocínio e a literária estatística* está sendo estimulada, pois o desenvolvimento da modelagem estimula o trabalho com situações cotidianas, as quais tendem a melhorar a base de argumentação dos estudantes, além disso, visa a aumentar o valor e a importância que estes darão a disciplina.

4 I EDUCAÇÃO CRÍTICA

O trabalho com projetos de Modelagem Matemática aplicados ao ensino de Estatística, pode ser realizado através de propostas pedagógicas que exercem estratégias de reflexão, valorização da consciência crítica, estímulo à cidadania, entre outras, que encontram ressonância entre os princípios básicos da Educação Crítica como proposto por Paulo Freire (1979), Henry Giroux (1997) e Ole Skovsmose (2008).

A Educação Crítica discute a transformação da educação neutra, aquela que não leva em consideração as questões sociais em educação transformadora, libertária, propondo uma ação problematizadora, trazendo ao centro das discussões elementos até então esquecidos pelo currículo da educação bancária, tais como: a participação das comunidades interna e externa à escola, a valorização da cultura popular, a democratização do conhecimento, a autonomia da escola em se constituir como espaço de formação de sujeitos autônomos e críticos e o diálogo na relação entre professores e alunos.

Na mesma direção, Skovsmose (2006) argumenta que é importante entender que a escola tem que preparar os alunos para a sua futura participação na sociedade, que tenha condições de problematizar aspectos da sociedade onde vive. Para isso, os estudantes devem estar envolvidos no controle do processo educacional.

Para ele, na Educação Crítica, os estudantes e os professores desenvolvem uma competência crítica, sem imposições numa relação dialógica em que se identificam assuntos relevantes para o processo educacional.

Aponta, também, a existência de uma relação entre Educação Matemática e democracia, afirmando que o conteúdo matemático poderia servir como instrumento de democratização, uma vez que se tem a preocupação de que os instrumentos pedagógicos de ensino e aprendizagem estejam de acordo com uma proposta emancipadora, certamente terão um vínculo com um modelo matemático real, o qual deverá estar ligado com as atividades sociais importantes na sociedade e o material desenvolve um entendimento do conteúdo matemático do modelo, mas esse conhecimento, mais técnico, não é a meta. Certamente, o foco deverá estar no desenvolvimento de uma postura democrática dentro do sistema escolar. Os rituais da educação matemática “não podem conter aspectos fundamentalmente não-democráticos.

Neste sentido, Campos e Wodewotzk (2007), apontam para a possibilidade de tornar a Educação Estatística em Educação Crítica, basta incluir além do conhecimento estatístico, o tecnológico, o reflexivo e o desenvolvimento de uma consciência crítica sobre o papel da Estatística no contexto social e político ao qual o estudante está inserido.

5 I DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Diante do referencial teórico adotado, o cidadão formado na concepção da Teoria Crítica é aquele que consegue enxergar perspectivas melhores, o que existe na perspectiva do novo, do que é possível de ser executado, refletido.

Então, o que buscamos nesse eixo de análise foi identificar o que se mostrou como novo aos alunos, o que permitiu outros olhares, novas reflexões, novas formas de enxergar o mundo, outras possibilidades de atuação nele, principalmente ao que se refere às oportunidades de emancipação, a partir de uma análise do existente, dos obstáculos que devem ser superados, compreendendo assim, as possibilidades transformadoras da experiência.

Desse eixo de análise emergiram duas categorias de análise, sendo a primeira denominada de percepções e reflexões dos alunos à cerca da sua atuação no mundo e a segunda, percepções e reflexões à cerca da Estatística. Na primeira categoria, discutimos questões relacionadas à tomada de consciência sobre aspectos importantes da realidade, bem como da sua atuação nesse mundo. Já na segunda categoria, discutimos a tomada de consciência sobre aspectos da Estatística muitas vezes esquecidos, como a fluência dessa ciência nas diferentes situações no cotidiano e como ela tem influenciado nosso ambiente cultural, tecnológico e político.

5.1.Tomada de consciência sobre aspectos importantes da realidade, bem como da sua atuação nesse mundo

Com vimos, as atividades desenvolvidas em sala de aula pensadas a partir da proposta de uma Educação Estatística Crítica podem abrir espaço para reflexões diversas de forma que todo aprendizado possa estar intimamente associado à tomada de consciência da situação real vivida pelo educando, pois o elemento mais importante da Educação Crítica é a tomada de consciência da atuação do indivíduo na realidade em que vive e mais que isso, buscando, inclusive, possibilidades transformadoras de forma a melhorar sua ação. Sendo assim, esta categoria foi construída a partir dos seguintes questionamentos: Isso aconteceu? O que evidencia? Que realidade é essa?

A fala dos alunos evidenciou preocupações em relação à própria atuação como voluntários em pesquisas ou em qualquer outro conjunto de ações de interesse social e/ou comunitário em que a atividade desempenhada deve se reverter sempre em favor do outro.

> ***A:*** *(...) sem contar a dificuldade que foi conseguir os dados (...) precisamos insistir muito!*
>
> ***A:*** *Foi triste perceber que as pessoas faziam na brincadeira!*
>
> ***B:*** *mas o legal é que mudei minha visão de responder pesquisas depois desse trabalho, antes eu não eu dava bola, também não respondia direito.*
>
> ***C:*** *(...) Mas também comentamos sobre a importância de fazer com seriedade porque a gente também mentia (...) sempre que a gente recebia questionário seja aqui na faculdade ou em qualquer outro lugar a gente respondia tudo de qualquer jeito, agora a gente pensa um pouco melhor antes de fazer essas coisas.*
>
> ***D:****Eu também, e hoje vejo que compromete, mudei minha visão.*
>
> ***E:****Nosso grupo também passou por tudo isso e nós comentamos no dia em que a estávamos reunidos para fechar o trabalho que desenvolver essa pesquisa mexeu com a gente (...) Pensamos naquele dia em que o pessoal do hospital estava aqui para doação de medula ele teve que quase implorar aqui na sala para a gente descer lá (...) e que agora que estivemos do outro lado, nós ficamos bem mais sensíveis e abertos para essas coisas.*

F: *Pelo que estou vendo isso aconteceu com todo mundo, mas o que nós comentamos é que realmente não devemos mentir, mas também para responder tudo certinho temos que ver os fundamentos das coisas.*

F: *Sim, concordo plenamente com você (...) mas que mexeu com a gente mexeu (...) pensei bastante sobre o pouco caso que eu já fiz nas coisas.*

B: *Eu também pensei, quantas coisas a gente ignora que é simples de fazer e ajudaria a outra pessoa (...) Acho que depois disso tudo, vou pensar melhor antes de ignorar certas coisas.*

Esses relatos indicam a importância da criação de um ambiente dentro do espaço educacional aberto a questões de natureza diversas, que nesse caso, possibilitou discussões acerca da atuação ética do indivíduo. Ética aqui é compreendida como a busca da vida boa, para si e para o outro, próximo e distante no espaço e no tempo, tendo, portanto, relações com o outro, seus desejos, escolhas e necessidades.

Freire (1979) argumenta que a educação acima de tudo deve proporcionar tomada de consciência de sua ação e mais, de mudanças de atitude, de criação de disposições democráticas do qual se substituir hábitos de passividade por hábitos de participação e ingerência. Aqui, os alunos, ao agirem, passaram a ter efetivamente consciência do significado e da finalidade de suas ações e questionaram se seus caráteres ou índoles são virtuosos e bons realmente, questionando seus valores e interrogando sobre o sentido desses e de suas ações. Questionaram e compreenderam que o caráter político de suas ações concerne a toda comunidade e a cada um de seus membros.

Mas vale ressaltar que**,** tais reflexões foram possibilitadas pela natureza da atividade desenvolvida por eles, a qual partiu de uma inserção na realidade em que vivem, assim concordamos com Valle (2001)**,** que a educação dos valores para bem se realizar deve apoiar forçosamente em uma realidade social e que a formação ética não resulta de ensinamentos elaborados e teóricos, mas da prática. Este argumento também está com consonância com o defendido por Freire (1979) que a inserção crítica na realidade não se dá a partir de uma educação pautada na repetição mecânica dos conteúdos, leis e fórmulas, mas a partir de um processo de busca e de criação.

O referido autor salienta que esse mecanismo é o único modo pelo qual o homem realizará sua vocação natural de integrar-se ao mundo, discutindo temas pertinentes de sua época e essa discussão estabelecida em sala de aula está associada ao momento mais amplo que a sociedade atravessa que é a crise de valores, estes se mostraram integrados nessa discussão, pois questionaram comportamentos que até então pareciam ser suficientes para sustentar a vida em comum.

Tal fato contribuiu para que uma das principais tarefas da educação fosse desenvolvida, que é a formação ética de seus alunos, que numa democracia, segundo Valle (2001) supõe a construção, por parte de cada um, das condições a partir das quais ele poderá participar plenamente da vida comum, deliberando e refletindo sobre o que é o bem estar de todos. Essas atitudes permitirão ao indivíduo o exercício da cidadania.

O termo cidadania não se restringe apenas ao exercício dos direitos registrados na Declaração Universal dos Direitos Humanos (DUDH) ou em documentos similares, mas deve, principalmente, abranger aspectos políticos e filosóficos de uma sociedade, desvinculando-se dos conceitos de concessão e manipulação e sugerindo a construção de competências e habilidades de efetiva participação em práticas culturais presentes no contexto social. As referidas autoras defendem que o comportamento ético contribui para a identificação, constituição e consolidação da cidadania.

Contudo, podemos inferir que os alunos estiveram-se preocupados com a sua formação ético moral de forma a consolidar os melhores valores sociais compatíveis com o exercício da cidadania e a escola, ao promover reflexões que levem a ampliação de habilidades sociais estará garantindo a sua função de ser responsável, em grande parte, pelo desenvolvimento de ações que visem à formação de indivíduos participativos, reflexivos e críticos da realidade e, consequentemente, fundamentados para transformá-las.

Apontamos a transformação, pois ela se apresenta como uma atitude indispensável diante da perspectiva crítica, pois o referencial teórico adotado no capítulo três desta tese aponta para a necessidade mudança a partir da tomada de consciência de um aspecto a realidade e conforme os relatos dos alunos eles foram capazes de perceber essa dimensão da atuação cidadã, que além de perceberem determinados aspectos da realidade, apontaram forma de transformação dessa mesma realidade.

5.2. Percepções e reflexões acerca da Estatística

Para a construção dessa categoria de análise baseamo-nos em Skovsmose (2014), em que o autor argumenta que trabalhar na perspectiva da Educação Matemática Crítica não se trata de reinventar a prática docente, mas de ressaltar aspectos da Matemática em nosso cotidiano que muitas vezes tem ficado esquecido. Nessa mesma obra, o autor enfatiza que essas reflexões podem *sobre* a Matemática, *com* a Matemática e *por meio* da Matemática. Sendo assim, buscamos, nos diálogos dos alunos, essas diferentes reflexões, mas agora sobre a Estatística.

Trata-se da reflexão sobre a Matemática em ação[1], em especial, ao que tange a confiabilidade e responsabilidade nas decisões que tomamos com base na Matemática. Sendo assim, nessa subcategoria apresentamos e discutimos alguns apontamentos/ dos alunos *sobre* a Estatística após realizarem o projeto.

> ***C:*** *(...) vi que a Estatística não é simplesmente ver os números ou porcentagem, e sim que um trabalho difícil com muitos obstáculos e surpresas no caminho o que dificulta todo o processo até poder afirmar alguma coisa.*
>
> ***F:*** *Hoje em dia olho tudo com mais cautela, verificando as fontes das informações e analisando todo o cenário para tirar minha conclusão sobre aqueles dados. Por*

1 Este termo Skovsmose (2014) utiliza para designar as diversas situações que envolvem a matemática. Segundo tal concepção, os conceitos matemáticos fazem parte de muitas práticas, como, por exemplo, as envolvidas no cotidiano das pessoas, no desenvolvimento de tecnologia, nas transações financeiras e nos processos de automatização. Essas práticas são exemplos do que Skovsmose (2014) chama de matemática em ação.

exemplo, antes se eu visse, segundo as pesquisas, o produto tal ou o candidato tal é o mais aceito ou o melhor que seja eu já ia lá e acreditava, hoje eu já penso em monte de coisas antes.

B: *Não sei como me expressar corretamente, mas digamos que antes de fazer todo esse trabalho e as discussões que tivemos em sala eu via o mundo como ele aparenta ser, mas agora sinto que tenho a capacidade de olhar a coisas mais a fundo, analisar melhor a situação e tomar melhor a minha decisão. Já penso: Quem fez? Como fez? Respeitou todos os cuidados?*

A: É verdade! Eu também penso: e essa amostra aí hein? Como chegou a essa conclusão? Isso não quer dizer que eu não acredito em mais nada, mas questiono!

D:*Fazendo um gancho na sua fala, hoje eu penso no seguinte: antes para mim um número dado era exatamente aquele, hoje eu penso existe um intervalo de valores possíveis (...)*

Essas falas revelam que os alunos foram confrontados com questões como: Podemos confiar nos dados obtidos por amostras para tirar conclusões sobre toda a população? O que significa tomar decisões baseadas em gráficos e números?

Também entenderam que, num mundo em que cada vez mais temos que nos comportar como compiladores de informações e verificadores de fatos não podemos apenas confiar no dizem os especialistas, os jornais, etc, ao tentarem traduzir o mundo de maneira precisa. Estar bem informado para tomar decisões, agora, significa analisar o que os outros dizem, avaliar e questionar o que é mostrado em pesquisas, gráficos e números.

Da mesma forma, como aponta Skovsmose (2014), depois da realização desse trabalho, os alunos entenderam que uma amostra nem sempre revela a verdade sobre a população de que é tirada, o que proporcionou uma discussão e reflexão sobre a confiabilidade das amostras, das técnicas estatísticas e das informações obtidas com números. Demostraram compreender que este dilema não se restringia à realização de seus trabalhos, mas que está presente em quase todo tipo de tomada de decisão amparada em Estatística, possibilitando um olhar mais atento para a responsabilidade existente na ação de tomar decisões baseadas em dados.

O referido autor argumenta ainda que tratar as questões de confiabilidade e responsabilidade são, em geral, significativas para a reflexão da Matemática em ação e que elas ajudam a introduzir a perspectiva ética na ação da Matemática.

Acrescentamos que ao levantarem esses questionamentos os alunos também estão desafiando a ideologia da certeza. Borba & Skovsmose (2006) utilizam esse conceito para se referirem a posicionamentos que conferem à Matemática um “poder de argumentação” frente aos debates existentes em nossa sociedade, sendo muito comum em programas de televisão, pelos jornais e pelas escolas e universidades. Nesse sentido, os referido autores comentam que a Matemática tende a funcionar como um instrumento estável e inquestionável em um mundo muito instável e resumiram algumas ideias que vêm reafirmar a ideologia da certeza Matemática em nossa sociedade, são elas:

- A Matemática é perfeita, pura e geral, no sentido de que a verdade de uma declaração Matemática não se fia em nenhuma investigação empírica. A verdade Matemática não pode ser influenciada por nenhum interesse social, político ou ideológico;

- A Matemática é relevante e confiável, porque pode ser aplicada a todos os tipos de problemas reais. A aplicação da Matemática não tem limite, já que é sempre possível matematizar um problema.

Uma das questões, apontadas na obra, que respalda a ideologia da certeza é o trabalho com problemas que admitem apenas uma solução, o foco das correções estarem nos resultados e não no que tinham em mente quando fizeram os cálculos, e pensarmos que a aplicação do conhecimento matemático em um problema ou na construção de um modelo é neutra e não ajuda a formatar o problema, nem a solução. Enfatizam que a ideologia da certeza pode ser desafiada quando os alunos constroem seus próprios problemas com base em situações de modelagem, como por exemplo, a atividade descrita nesta pesquisa.

Skovsmose (2014) aponta que apesar de não se faltarem motivos para refletirmos *sobre* a Matemática, refletir *com* a Matemática ainda é uma atividade crucial, embora tenhamos a consciência de que ao avaliarmos uma determinada situação de qualquer natureza fazendo uso dos modelos matemáticos deixamos de fora muitas variáveis que estão envolvidas na situação em estudo.

Para falar desse tipo especial de reflexão, o autor cita um projeto desenvolvido sobre Planejamento Urbano o qual apontou que apenas 53% da água fornecida pelo sistema de abastecimento de uma cidade foram registrados pelos contadores nas casas dos consumidores e que esse dado possibilitou a abertura para o levantamento de outras questões. Assim, concluiu que a Matemática é uma ferramenta importante na formulação, no aprofundamento e no detalhamento de uma gama de reflexões de ordem econômica, política e social.

Ao apresentarem os resultados das pesquisas que desenvolveram, os alunos realizaram algumas reflexões importantes com a Estatística, apontando suas preocupações em relação ao meio ambiente, em especial, com o destino do lixo eletrônico.

> ***C:*** *Quando vimos que a maioria tem celular de dois chips, mas utilizam apenas 1 chip veio uma pergunta: Como está sendo feito o descarte desse chip? Hoje em dia é muito fácil trocar, então você acaba acumulando vários e daí, para onde está indo isso?*
>
> ***E****: 15% dos entrevistados comprando de terceiros*[2] *é alguma coisa para se pensar...*
>
> ***B****: Quando vi esse dado fui pesquisar sobre o assunto e vi que está crescendo muito o comércio de telefones usados.*
>
> ***F****: Tem uma loja assim aqui em Itapetininga e quando cheguei aqui descobri que o celular era do João*[3] *(...) veja se você tem capinha lá guardada.*

---

2 O grupo fez referência a terceiros a compra de aparelhos de colegas ou lojas de concertos que também vendem aparelhos, os quais são seminovos.

3 Nome Fictício – O aluno dirigiu-se a um colega de sala.

> ***C**: eu nunca tinha prestado atenção nesse tipo de comércio (...) vou ver isso certinho para dar aos meus filhos. São gêmeos, professora! E querem um celular!*
>
> ***E:** Eu acho excelente essas iniciativas, evita o acúmulo, o descarte como ela disse desse lixo que uma forma, de uma forma .... inadequada é a palavra.*
>
> ***H:** acho também que a gente pensa um pouco melhor na hora de comprar e descartar. Opa! Será que não existe uma solução melhor?*

Esse diálogo revela a preocupação dos estudantes com lixo tecnológico ou eletrônico, o qual possui uma grande quantidade de substâncias prejudiciais ao ambiente e ao homem e que esse diálogo foi despertado após o apontamento do percentual de alunos que vêm comprando seus aparelhos em estabelecimentos que não trabalha com aparelhos novos ou até mesmo de colegas.

O dado Estatístico despertou ainda outra questão, conforme ilustramos abaixo:

> ***C:** (...) Até porque o pessoal troca muito de celular, vocês mostraram que é um percentual grande, não me lembro certinho o valor, de pessoas que trocam o celular com um prazo de um ano ou até seis meses. Se a gente parar para pensar é muito lixo.*
>
> ***D:** Sim, principalmente se esse valor estiver próximo da população como um todo.*
>
> ***F:** É muita coisa nova todo dia! As vezes uma coisinha de nada de um para o outro, mas a pessoa já quer aquele modelo novo! É uma "doideira"!*
>
> ***C:** tem a questão do fabricante também. Tem algumas marcas que oferecem atualizações frequentes, então beleza! Já outras não, o que força você a trocar.*

Que consiste em um problema pontual na sociedade atual, que é o lixo eletrônico, pois o mundo globalizado permite maior comércio de aparelhos e, por consequência, colabora de forma direta com a problemática ambiental. Apontam que, como alguns produtos não possuem longa durabilidade e a indústria se renova constantemente, gera um excesso de resíduos do gênero que podem seguir para aterros sanitários que não estão preparados para recebê-los, daí a necessidade e a importância de outras iniciativas.

Refletiram sobre a velocidade com que as tecnologias são substituídas e quando se substitui uma tecnologia, para onde vão os equipamentos "obsoletos". Também demonstraram ter consciência que não são os equipamentos de alta tecnologia como computadores, câmeras e celulares que poluem o ambiente, mas pensar no descarte de um pequeno chip passou a ter relevância.

Talvez no dia a dia desses jovens eles não se preocupem com essas questões, as quais podem tem ganhado destaque quando apareceram acompanhadas dos números, conforme (SKOVSMOSE, 2014).

A reflexão por intermédio de investigações Matemáticas pode trazer a tona reflexões de natureza diversas, aqui vamos destacar aquelas que se referem ao conteúdo estatístico, pois Skovsmose (2014) destaca a importância de se refletir sobre o papel da variável de uma equação, as relações que se estabelecem entre a variável independente e a depende no caso de uma função. Entendemos que**,** no trabalho desenvolvido com os alunos é importante observar a reflexão voltada para as ferramentas da estatística descritiva que eles utilizaram, o que no nosso entendimento fica evidenciado quando olhamos para o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento estatístico, pois esse desenvolvimento está associado a capacidade do alunos estabelecer relações entre as ferramentas, para o papel que cada elemento amostral desempenha na determinação de uma estatística ao analisar um conjunto de dados. Sendo assim, para analisarmos as reflexões por intermédio de investigações Matemáticas, olhamos para as falas dos alunos que caracterizavam alguma reflexão dessa natureza.

> ***A:*** *Sabe, professora, fazendo esse trabalho eu pude perceber como que um numerozinho faz a diferença na média e no restante também! Com a ajuda do Box-Plot a gente via que poderia ser retirado e a diferença que fazia quando eu retirava.*
>
> ***E:*** *O que nós comentamos em sala nesse dia foi o seguinte: antes a gente via a renda per capta de um país, por exemplo e se fosse alto, ou bom, por exemplo a gente já pensava que lá era tudo lindo maravilhoso, mas hoje a gente vê que pode ter um mooooonte de gente lá ganhando uma miséria.*
>
> ***G:****Antes parecia tudo fixo, está dado. Hoje, a gente pensa em todo o processo para chegar no resultado. Quero mais informações para tirar alguma conclusão.*
>
> ***D:*** *(...) porque espera sempre uma variaçãozinha, mas de repente parece um numerão ou um numerozinho, como disse o colega, e a gente pira.*

Nesse diálogo, os alunos demonstraram ter entendimento do cálculo da média aritmética, assim como conseguem levar e consideração um *outlier* no cálculo dessa estatística e faz relações entre esse elemento e uma medida de dispersão. Como vimos, esse entendimento caracteriza o desenvolvimento do raciocínio sobre medidas de centro e de dispersão e que nós entendemos como possível que os alunos tenham certa liberdade para explorar os dados. Deles não era esperado um resultado a ser dado como certo ou errado, mas um número que pudesse dizer algo sobre suas respectivas amostras, o que incentivou de várias maneiras a reflexão.

Também é possível identificar a percepção, o entendimento da existência da variabilidade presente em um conjunto de dados, sejam elas de causas especiais como aquelas características que são incomuns, as apresentadas pela amostra e as de causas comuns, que representam variações naturais, esperadas em um processo.

Além dessa reflexão, outras foram possíveis e como exemplo, trazemos um diálogo referente às propriedades Matemáticas, em especial, a equação usada para determinar o número de elementos de uma amostra.

> ***A:*** *Uma coisa que chamou a minha atenção foi quando o Pedro*[4]*, uma dúvida que eu tinha mesmo, antiga! Eu achava que sempre que eu quanto menor fosse o erro admitido em uma pesquisa, maior deveria ser a amostra. Fizemos um algoritmo para calcular o 'n'*[5] *e fomos trocando o valor das outras, das outras...*
>
> ***E:*** *das outras variáveis! Fizemos até o gráfico, lembra?*
>
> ***A:*** *Isso mesmo! Vimos que depois de um ponto o valor de 'n' não muda muito, no*

4 Referindo-se a um colega do grupo, cujo nome é fictício.
5 Referindo-se ao número de elementos de uma amostra.

começo até tem diferença, mas depois....

H: *Mas depois nós fomos ver melhor, conversamos sobre o assunto, lembra, professora? E aí vimos que entra a questão da técnica.*

Aqui podemos perceber que os alunos a partir da equação retirada de Costa, (2014) para a determinação do número de elementos da amostra refletiram sobre sua estrutura, sobre o valor ‘n’ que ela retorna a partir das variáveis envolvidas e sendo assim, puderam perceber que os ganhos em precisão conseguidos com aumentos fixos dos tamanhos das amostras não são constantes e que é errôneo pensar que o tamanho da amostra deve ser proporcional ao tamanho da população para ser representativa. Também entenderam a necessidade de um plano de coleta em um trabalho de pesquisa.

Entendemos que essas reflexões foram possíveis pela natureza da atividade desenvolvida em sala de aula, pois conforme aponta Skovsmose (2014) a investigação incentiva o diálogo e a reflexão precisa de diálogo. Acreditamos que existiram durante o processo reflexões de ordem individual, as quais não foram possíveis de serem captadas.

6 I CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O DESENVOLVIMENTO DE ATITUDES CRÍTICAS

O que buscamos nesse item é fazer alguns apontamentos sobre a importância do ambiente de Modelagem Matemática para despertar nos alunos atitudes críticas, tanto aquela relacionada ao conhecimento estatístico, quanto aquela que tenha relações a qualquer outro elemento pertencente a sociedade em que vivemos.

Conforme apontamos no capítulo 3 desse trabalho**,** a Educação Crítica prevê não apenas a compreensão da realidade, mas a visão que essa realidade não é estática, encontrando-se, portanto, em permanente mudança. Além disso, espera-se o entendimento de que todo indivíduo pode ser sujeito desse processo.

De acordo com o discutido nos itens anteriores, podemos afirmar que o ambiente proporcionado em sala de aula contribui para que os alunos envolvidos no projeto além de refletirem sobre a sua atuação na sociedade, também demonstraram atitudes de mudança de forma **a** contribuir para a formação de uma sociedade onde os valores éticos estejam presentes em suas ações ou relações com o outro, como exemplo citamos as reflexões sobre suas atuações/participações como voluntários nas diversas áreas. Reconheceram a importância de exercer uma atitude ética, responsável e solidária em um compromisso de cidadania com as comunidades nas quais estão envolvidos. Compreenderam a responsabilidade social de cada indivíduo como integrante do contexto no qual está inserido. Essa promoção da cidadania foi propiciada pela educação científica e tecnológica através do diálogo, pois conforme aponta Campos (2016), os temas de interesse dos alunos trazem oportunidades para discutir, questionar, compreender o mundo que os cerca, respeitar os diferentes pontos de vista, resolver problemas, criar soluções e melhorar sua qualidade de vida, o que contribui para a formação de indivíduos capazes de optar, decidir e transformar.

Frente a essa avaliação que os alunos realizaram sobre suas participações na sociedade, após resolverem problemas estatísticos, concordamos com Valero (2009) ao argumentar que, quando os problemas matemáticos adquirem significado para o aluno e relacionam-se com processos importantes da sociedade, estes possibilitam o desenvolvimento de um comportamento social e político, trazendo, inclusive, possibilidades para a vida das pessoas ao atentarem-se para elementos que são de ordem pessoal. É através da possibilidade de desenvolver comportamentos mais comprometidos com a sociedade que a referida autora trabalha a ideia de empoderamento através da Educação Matemática.

Mas, as possibilidades de transformação não foram apenas nesse nível. Os alunos compreenderam, ainda, a dimensão de uma pesquisa e com isso pontuaram que a realização desse trabalho os permitiu um olhar mais atento a toda informação que circula nos meios de comunicação, ao reconhecerem a importância de questionarem sobre os interessados no referido estudo, bem como fora realizado.

Além disso, compreenderam que um modelo matemático, ou um resultado de pesquisa é sempre feita por homens, portanto, não são neutros de intervenção, desfazendo a ideia de que a Matemática ou a Estatística está distante do fazer humano, o que Borba e Skovsmose (2006) denominaram de ideologia da certeza.

Trouxe, além do citado, reflexões sobre o meio ambiente tocando, principalmente em dois aspectos, sendo um deles o consumo exagerado de produtos que muitas vezes está associado ao número expressivo de propagandas que aparecerem nos meios e comunicação e o outro relacionado ao destino do lixo eletrônico.

Percebemos que os elementos da Educação Crítica se fizeram presentes durante a realização do trabalho executado pelos alunos.

O diálogo ocorreu numa relação horizontal entre colegas-alunos-professora, no qual cada indivíduo foi respeitado como alguém que tem toda uma experiência de vida, e por isso é portador de um saber que pode ser compartilhado, conforme defende Freire (1979). Também se configurou como importante ferramenta para o entendimento de conceitos básicos da Estatística, envolveu interesses cotidianos e pessoais, gerando maior motivação com as tarefas e a percepção de que os conteúdos estudados são meios necessários ao exercício do pensar e do agir responsavelmente.

Acreditamos que o diálogo foi possibilitado pela natureza da atividade desenvolvida que, conforme discutimos, de alguma forma giravam em torno da problematização homem-mundo e encontrava-se inteiramente associada a situação real vivida pelo educando.

Então ao deslocarmos a prática docente da atitude de passar o conteúdo e ensinar um conjunto de regras previamente formuladas para a atitude inquieta da pergunta e do conflito, possibilitou a atitude da reflexão o que auxiliou o aluno a descobrir, criar e produzir conhecimento, contribuindo, portanto, para a formação de pessoas mais conscientes da sua atuação no mundo.

Sendo assim, entendemos que esses elementos permitiram que os alunos atingissem uma esfera mais ampla que á a conscientização, pois eles não apenas apreenderam fatos da realidade, mas apontaram possibilidades de mudança.

Entendemos que, criar o ambiente de Modelagem Matemática, foi essencial para a manifestação desses elementos, pois ao ser composta de uma problemática, uma situação final desejada e um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a final, requer esse debruçar-se sobre um fenômeno com a finalidade de compreendê-lo. Tal fato promove a discussão de questões de ordem política, social, econômica e ambiental, das quais sujeito crítico não pode estar alheio.

REFERÊNCIAS

BARBOSA. J.C. *Modelagem na educação Matemática: contribuições para o debate teórico.* In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu, *Anais...* ANPED, 2001 - CD –ROM

BASSANEZI, C.B. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BATANERO,C. **Didáctica de laEstadística.** Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática da Universidad de Granada, 2001.

BEAN, D. O que é Modelagem Matemática? **Educação Matemática em Revista,** São Paulo, v.8, n. 9-10, p.49-57, abr. 2001.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF,1997.

CAMPOS, C.R.; JACOBINI, O.R.; WODEWOTZKI, M.L.L.; FERREIRA, D.H.L. Educação Estatística no contexto da Educação Crítica. **Revista Bolema.** v.24, n.39, p.473-494, ago. 2011.

CAMPOS, C.R.; WODEWOTZKI, M.L.L. A Educação Estatística, a Modelagem Matemática e a Educação Crítica: Um projeto. **Teoria e Prática da Educação.** v.10, n.3, p. 321-331, 2007.

CAMPOS, C.R.; WODEWOTZKI, M.L.L.; JACOBINI, O.R. **Educação Estatística:** teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. 1ª ed. Belo Horizonte: Autentica, 2011.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática: um programa. **Educação Matemática em Revista,** São Paulo, v.1, n.1,p.5-18, 1993.

FREIRE, P. *Educação e mudança*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1979.

GARFIELD,J. The challenge of developin statistical reasoning. **Journal of Statistics Educations,** v.10, n.3, 2002.

GARFIELD,J.; GAL, I. Teaching and assessing statistical reasoning. In: STIFF,L. CURCIO,F. **Developing mathematical reasoning in grades K-12.** USA: National Council oh teachers of

Mathematics,1999, p.207-219.

GIROUX, H. A. *Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica*.Trad. Daniel Bueno. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

LOPEZ, C.E. *Literacia estatística e o INFAF 2002*. In: FONSECA,M.C.(Org). **Letramento no Brasil**: habilidades matemáticas. São Paulo: Global, 2004. p. 187-197.

LOPES, C.E. O ensino de estatística e da probabilidade na educação básica e a formação de professores. **Caderno Cedes,** Campinas, v.28, n.74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

MENDONÇA, L.O.; LOPES, C.E. *Modelagem Matemática: um ambiente de aprendizagem para a implantação da Educação Estatística no Ensino Médio.* **Revista Bolema,** Rio Claro, v. 24, n.40, p. 701-724, dez, 2011.

MENDONÇA, L.O.; LOPES, C.E.; SAORES, E. Educação Estatística em um ambiente de Modelagem Matemática nas aulas do ensino médio**. Revista Horizontes**, v. 31, n.1, jan./jun.2013, p. 9-19,

SOUZA, J.F.; AMARAL, L.H. A utilização da Modelagem Matemática para elaboração de dados estatísticos em uma pesquisa salarial: uma experiência com estudantes do ensino superior. In: LOPES, C.E. **Os movimentos da educação estatística na escola básica e no ensino superior.** Campinas: Mercado das Letras, 2014, p. 323-344.

VAN DE WALLE, J.A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica.** Campinas: Papirus, 2014.

_______. **Educação Matemática Crítica.** 3. ed. Campinas: Papirus, 2006.

CAPÍTULO 25

MANUAIS ESCOLARES NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: O CASO DO TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Iza Helena Travassos Ferraz de Araújo
Universidade Federal do Pará
Faculdade de Educação
Belém – Pará

José Maria Soares Rodrigues
Universidade Federal do Pará
Faculdade de Educação
Belém – Pará

RESUMO:Este trabalho tem como objeto de estudo os manuais escolares elaborados para a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais e objetiva compreender as orientações curriculares acerca do bloco Tratamento da Informação que se fazem presentes num manual escolar de formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Optou-se por desenvolver um estudo qualitativo, do tipo bibliográfico, numa perspectiva crítica da educação e do currículo. Para fins de análise, foi selecionado um manual escolar que contempla o bloco de conteúdos Tratamento da Informação, elaborado para a formação continuada de professores que ensinam matemática, o Fascículo 6 – Tratamento da Informação – do Pró-Letramento-Matemática. Foi possível evidenciar que os manuais escolares voltados para a formação de professores assumem o papel de currículo apresentado em um contexto de reformulção curricular e apresentam lacunas no que se refere às orientações curriculares acerca deste bloco de conteúdos.

PALAVRAS-CHAVE: Currículo; Manuais escolares; Formação de professores; Tratamento da informação.

ABSTRACT:This paper aims to study the textbooks developed for the continuing education of teachers who teach mathematics in the initial years and aims to understand the curricular guidelines about the block Information Processing that are present in a school manual of continuing education of teachers who teach mathematics in the early years. It was decided to develop a qualitative, bibliographical study, in a critical perspective of education and curriculum. For the purposes of analysis, a school manual was selected that includes the content block “Information Processing”, elaborated for the continued formation of teachers who teach mathematics, Fascicle 6 - Treatment of Information - of Pro-Literacy-Mathematics. It was possible to show that school textbooks aimed at teacher training assume the role of curriculum presented in a context of curricular reformulation and present deficiencies regarding the curricular guidelines about this block of contents.

KEYWORDS: Curriculum; School manuals; Teacher training; Treatment of information.

1 I INTRODUÇÃO

Este trabalho sobre *manuais escolares* na formação de professores que ensinam matemática procura trazer à reflexão a questão de possibilidades e limites acerca do uso de manuais no que diz respeito a conhecimentos considerados necessários aos professores para lidar com o processo de ensino e aprendizagem de matemática.

A opção pelo termo “manuais escolares”, que não é muito utilizado no Brasil, se deve à experiência de um dos autores do presente trabalho, que realizou estudos doutorais na modalidade *sanduíche* na Universidade do Minho, em Portugal, país onde este termo é muito utilizado, inclusive quando se remete às orientações curriculares voltadas aos professores que ensinam na educação básica.

Decidimos selecionar um bloco de conteúdos específicos para análise porque os manuais escolares se constituem nos elementos estruturantes dos conteúdos estudados/ensinados em sala de aula, o que permite análise numa perspectiva epistemológica ou propriamente didática dos manuais, que deve estar associada a uma crítica ideológica e cultural (CHOPPIN, 2004; MORGADO, 2004).

Essa parte específica que decidimos selecionar diz respeito ao bloco de conteúdos matemáticos denominado Tratamento da Informação. A análise que realizamos neste trabalho se dá à luz de proposições teóricas em relação ao tema “*Manuais Escolares*” (APPLE, 2002; CHOPPIN, 2004; MORGADO, 2004)

Para nortear a realização deste trabalho, elegemos as seguintes questões: qual a relação entre manuais escolares e o currículo da educação básica? Em que medida os manuais escolares, elaborados para formação continuada de professores, contemplam os estudos relativos à análise de dados e probabilidade? Que tipo de orientações curriculares relativas a estes conteúdos estão sendo repassadas aos professores em formação por meio dos manuais escolares?

Com o objetivo de compreender as orientações curriculares acerca do bloco Tratamento da Informação que se fazem presentes num manual escolar de formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, optamos desenvolver um estudo qualitativo, do tipo bibliográfico, numa perspectiva crítica da educação e do currículo, pautados em Pacheco (2001) e Apple (1999).

Para fins de análise, selecionamos um manual escolar que contempla o bloco de conteúdos Tratamento da Informação, elaborado para a formação continuada de professores que ensinam matemática, são eles o Fascículo 6 – Tratamento da Informação – do Pró-Letramento-Matemática, elaborado por professores universitários, pesquisadores da área da Educação Matemática.

Trata-se de um texto que derivou de estudos colaborativos entre dois professores de uma instituição pública de ensino superior e que atuam na formação de professores que ensinam matemática.

2 I ASPECTOS RELATIVOS A MANUAIS ESCOLARES

Neste trabalho, entendemos *manuais escolares* como materiais curriculares imprescindíveis no processo de ensino e aprendizagem, incluindo tudo o que os alunos devem ler em sala de aula e tudo aquilo que os docentes se deparam no que se refere ao currículo da escola, materializando-se por meio de livros e propostas disponibilizadas por educadores de áreas específicas de conhecimento (MORGADO, 2004).

Segundo Roballo (2012, p. 37), os manuais escolares ganharam destaque na formação de professores no Brasil nas décadas de 1920 e 1930, num contexto de reorganização da instrução e de reformas e reformulações do currículo, especialmente no currículo de formação de professores, com fortes implicações nas mudanças no campo editorial, já que “os livros se tornaram importantes instrumentos para a modelagem da prática pedagógica e do discurso dos professores”, passando a “auxiliar nos processos de formação, revelando o anseio por renovação educacional aliado aos ideais de aprimoramento”.

Os manuais escolares encontram-se em uma rede, especialmente em um cenário curricular composto por Estado, editoras e professores, e têm ocupado uma posição mediana que está entre o currículo prescrito e o currículo realizado. Se o currículo resulta de operações de seleção de cultura, os manuais escolares organizam e apresentam a cultura selecionada; se, dentre os conhecimentos disponíveis, o currículo realiza escolhas, os manuais escolares transmitem e legitimam o conhecimento considerado útil para que os alunos aprendam na escola; se o currículo está envolvido em questões educativas de gênero, raça, religião e conflitos de classe, os manuais escolares difundem determinadas concepções ideológicas e dominantes (MORGADO, 2004; APPLE, 1999; CASTRO, 1999). Deste modo, os manuais escolares se tornam responsáveis pela difusão de uma determinada cultura científica que não é neutra, mas oriunda de conflitos de interesses políticos, econômicos e culturais.

O Estado, como macro-educador, estabelece as prescrições curriculares que se caracterizam pelo conjunto de normas estipuladas às disciplinas e/ou área de conhecimento, aos conteúdos programáticos, às orientações e materiais curriculares e à avaliação (PACHECO, 2001). O currículo prescrito pela administração central é interpretado pelas editoras, que desempenham o papel de mediadores do significado deste currículo. São as editoras, por meio dos autores convidados/selecionados, que elaboram os manuais escolares e livros de texto que se constituem, junto com outros mediadores curriculares, o currículo apresentado. Dessa forma, as editoras se posicionam no primeiro nível de decisão curricular e, por terem como produto os manuais escolares, são co-responsáveis pelas práticas pedagógicas presentes nas escolas, inclusive na regulação e controle das práticas educativas nas salas de aula (MORGADO, 2004).

Neste cenário, os autores se tornam os principais intérpretes dos programas oficiais para cada ano ou ciclo de escolaridade e os manuais escolares se convertem em produto idealizado pelas editoras, para serem vendidos para o maior número possível de professores, apresentando “uma construção específica do conhecimento, com determinada lógica de sequencialização” (*ibidem*, p. 42).

Na tentativa de conquistar o maior número de professores, as editoras investem em manuais escolares cada vez mais facilitadores do trabalho docente, inclusive com manuais específicos voltados para os professores, com “dicas” de metodologias e atividades, até com os “exercícios” respondidos. Dessa forma, é imperativo afirmar que os manuais escolares, principalmente, os direcionados à formação inicial ou continuada de professores, desempennham importante papel na regulação e controle de práticas e do currículo.

Estariam os manuais escolares produzidos pelo Estado pautados nos mesmos princípios e orientações dos manuais que são produzidos pela iniciativa privada?

Por tal importância, torna-se necessário uma análise dos conteúdos veiculados nos manuais escolares adotados nas formações em dois níveis, o explícito e o implícito. O nível explícito corresponde àquilo que se pretende transmitir de forma intencional e consciente, enquanto que o nível implícito corresponde às mensagens latentes transmitidas de forma não intencional (MORGADO, 2004). Para avaliação dos manuais escolares, Morgado (2004) nos apresenta a proposta de um guião para sua análise, que está fundamentado em seis objetivos a saber: averiguar a maior ou menor fidelidade do manual escolar aos programas das disciplinas; analisar as formas de seleção do conhecimento; identificar o modelo de ensino-aprendizagem subjacente ao material escolar; avaliar a forma de organização do conhecimento; avaliar o tipo de informação veiculada; detectar o modelo profissional implícito.

Diante da amplitude do termo e do contexto das formações incentivadas/financiadas pelo Estado, delimitamos como objeto de estudo os manuais escolares elaborados para a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais.

3 I SOBRE O BLOCO DE CONTEÚDOS TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Nos últimos anos têm aumentado significativamente o número de ações de formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais, por meio de programas financiados pelo governo federal ou pelos governos estaduais. Tais formações visam, dentre outros objetivos, ampliar, aprofundar e reestrurar conhecimentos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca do bloco de conteúdos matemáticos denominado Tratamento da Informação.

Esse bloco de conteúdos foi proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, desde 1997, e abrange estudos relativos a noções de Combinatória, de Probabilidade e de Estatística (BRASIL, 1997).

Em países europeus, na América do Norte e na Austrália, a integração de combinatória, probabilidade e estatística recebe o nome de estocástica (BOROVCNIK, 2008; LOPES, 1998; TRURAN, 2001).

O que leva autores de propostas curriculares a destacar esses conteúdos matemáticos na atualidade é a demanda social. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância em função de seu uso na sociedade.

Dentre os objetivos para o estudo desses conteúdos tem-se que os alunos compreendam as suas realidades por meio de um tratamento matemático que lhes possibilite ler, interpretar, construir gráficos e tabelas para que possam entender as informações ali contidas; que entendam diversos tipos de agrupamentos para que possam lidar com a quantificação de possibilidades para uma tomada de decisão; que conheçam noções de probabilidade e estatística para lidar com situações do cotidiano tais como: risco; jogos de azar; clima; questões ambientais; questões econômicas; resultados de exames médicos, dentre outras situações que envolvem acaso e incerteza. Espera-se também que os alunos desenvolvam um tipo de raciocínio não determinístico que é considerado necessário para se compreender e transitar na sociedade contemporânea.

Diante desses objetivos que se pretende alcançar junto aos alunos com estudos relativos a noções de combinatória, probabilidade e estatística, a questão é saber que conhecimentos os professores que ensinam matemática nos anos iniciais devem ter para poder ensinar esses conteúdos matemáticos.

Nesse sentido, uma das formas necessárias para que os professores possam compreender melhor as variváveis que intervêm no processo de ensino e aprendizagem desses conteúdos matemáticos é a adoção/produção de *manuais escolares* que abordem tais conteúdos.

A literatura que trata de saberes docentes dispõe que os professores devem ter conhecimentos diversos para que possam lidar melhor com o processo de ensino e aprendizagem. No caso específico do processo de ensino e aprendizagem de matemática, existem quatro aspectos que devem ser considerados na formação do professor que ensina matemática.

O primeiro é o aspecto relativo a fundamentos sociológicos e filosóficos, em que o professor é orientado a compreender as justificativas para a inclusão dos conteúdos que irá ensinar, bem como as metas, os objetivos e os valores educacionais (SHULMAN, 1987). A literatura mostra uma variedade de justificativas para a inclusão de estudos relativos à combinatória, probabilidade e estatística e de objetivos que se pretende alcançar com esses estudos.

A principal justificativa para a inclusão do estudo desses conteúdos nas propostas para o ensino de matemática é a questão da demanda social. Nesse sentido, tem-se que a possibilidade de uma leitura crítica de mundo com base no tratamento matemático de informações é uma necessidade social, uma vez que a exposição das pessoas a um volume crescente de informações impõe uma necessidade de compreensão que se pode dar, dentre outros conhecimentos, por meio de leitura e interpretação de gráficos e tabelas. No entendimento de Lopes (1998, 2003), as contribuições do estudo de noções desses tópicos são muito mais amplas, podendo concorrer para a formação do aluno no sentido de desenvolver sua capacidade crítica e a autonomia para que exerça plenamente sua cidadania.

O segundo é o aspecto relativo à cultura matemática escolar, em que o professor deve ter uma compreensão da matemática que não se limite a um saber fazer, mas se traduza num conhecimento que envolva a capacidade de conversar sobre a matemática. O professor precisa compreender o conteúdo da disciplina que vai ensinar em seus aspectos conceituais e procedimentais. De acordo com Shulman (1986), o conhecimento do conteúdo está relacionado à compreensão das estruturas da disciplina a ser ensinada e dos princípios de sua organização conceitual. Os professores precisam conhecer bem os conceitos, técnicas e processos matemáticos que intervêm no nível de escolaridade no qual irão atuar.

O terceiro aspecto é relativo ao processo ensino-aprendizagem, uma vez que o fato de o professor compreender combinatória, probabilidade e estatística do ponto de vista matemático não lhe dá, consequentemente, a competência para ensinar esse conteúdo na educação básica. É preciso que ele tenha, também, conhecimentos relativos ao processo ensino-aprendizagem desses conteúdos.

O conhecimento de variáveis que interferem no processo ensino-aprendizagem de noções de probabilidade, dentre as quais se destacam concepções equivocadas, precisa integrar os saberes de professores de matemática. De acordo com a literatura, na falta de princípios psicológicos válidos, os professores ou seguem prescrições tradicionais do folclore pedagógico, ou descobrem formas eficientes de trabalhar por meio de tentativas.

O quarto e último aspecto é relativo à didática da matemática. O professor precisa conhecer, compreender e dominar métodos para o ensino de combinatória, de probabilidade e de estatística. De acordo com Shulman (1986, 187), o conhecimento didático do conteúdo da disciplina a ser ensinada deve integrar os saberes docentes.

No Brasil, a resolução de problemas é apontada como um dos caminhos para fazer matemática na sala de aula (BRASIL, 1997). Trata-se de uma tendência em educação matemática que traduz uma nova forma de se olhar para o conhecimento matemático escolar. Estudiosos que propõem um ensino de matemática por meio de resolução de problemas entendem que todo o conhecimento matemático foi construído a partir de uma situação-problema, seja esta do contexto intrínseco da matemática ou não. A partir de uma situação-problema, buscam-se resoluções com vistas a soluções para a mesma.

Associada à resolução de problemas temos a questão da modelagem matemática que é apontada como um dos meios pelos quais a matemática escolar pode ser apresentada de maneira significativa. D'Ambrósio, no prefácio da obra de Bassanezi (2002), afirma que modelagem matemática é matemática por excelência, uma vez que as origens das ideias centrais da matemática são resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade.

Em que medida esses aspectos considerados importantes no que diz respeito aos saberes docentes se fazem presentes em manuais usados nas formações continuadas de professores que ensinam matemática?

4 I MANUAIS ESCOLARES DE PROGRAMA DE FORMAÇÃO CONTINUADA: O CASO DO TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

O Pró-Letramento foi um dos programas de formação continuada de professores de escolas públicas que visava a melhoria da qualidade da aprendizagem da leitura e escrita e da matemática nas séries/anos iniciais do ensino fundamental. Este programa foi criado pelo Ministério da Educação, em 2005, em parceria com dezoito universidades que integravam uma Rede Nacional de Formação Continuada, que tinham a função de produzir os materiais didáticos, formar e orientar os tutores e dirigir os seminários.

De acordo com informações contidas no *site* do MEC, os objetivos do Pró-Letramento-Matemática eram: oferecer suporte à ação pedagógica dos professores das séries/anos iniciais; propor situações que incentivassem a reflexão e a construção do conhecimento; desenvolver conhecimentos que possibilitassem a compreensão da matemática e da linguagem e seus processos de ensino e aprendizagem; contribuir para que houvesse nas escolas a cultura da formação continuada; desencadear ações de formação continuada em rede.

O Pró-Letramento funcionou na modalidade semipresencial. Utilizou material impresso e em vídeo e contou com atividades presenciais e a distância, que foram acompanhadas por professores orientadores, também chamados tutores. Foram cursos de duração de 120 horas com encontros presenciais e atividades individuais com duração de 8 meses. No que diz respeito ao material didático impresso de matemática, este era composto por oito fascículos com temáticas distintas, que caracterizamos como manuais escolares, de acordo com a perspectiva que adotamos neste artigo.

Primeiramente, os fascículos são materiais curriculares, nos quais os docentes se deparam com as novas propostas curriculares para os séries/anos iniciais do ensino fundamental. Foram elaborados por professores/pesquisadores da área da Educação Matemática de instituições de ensino superior do Brasil, que se posicionaram no primeiro nível de decisão curricular, ao apresentar o novo currículo aos professores em formação. Neste contexto, o Estado assume o papel das editoras e, embora não visem o lucro ou o mercado editorial, apresentam uma concepção acerca do conhecimento matemático e objetivam influenciar as práticas pedagógicas dos professores que ensinam matemática, como veremos a seguir.

Os seis primeiros fascículos abordam especificamente os conteúdos a serem ensinados nas séries/anos iniciais do ensino fundamental, com ênfase na proposição de “série de atividades”, “exploração e criação de situações”, “mais conceitos e mais técnicas matemáticas”, “exercícios”, “estabelecer conexões” e “oferecer condições”. Identifica-se então uma preocupação com a abordagem dos conteúdos que fazem parte do currículo da escola.

O Fascículo 6 desse Manual Escolar versa sobre o bloco de conteúdos denominado Tratamento da Informação. Essa parte do manual escolar foi por nós escolhida para que pudéssemos tecer comentários entre o que nele está proposto e os apontamentos advindos de resultados de estudos e pesquisas sobre a inserção de estudos relativos a noções de combinatória, de probabilidade e de estatística.

Talvez pelo fato de esses conteúdos matemáticos serem relativamente “novos” à época, nas propostas curriculares para o ensino de matemática nos anos iniciais, muito ainda precisaria ser feito no sentido de que as propostas governamentais incorporassem informações mais aprofundadas sobre esses conteúdos e que estivessem pautadas em resultados de estudos e pesquisas nessa área de conhecimento.

Nesse fascículo 6 do Pró-Letramento-Matemática existe a predominância de conhecimentos estatísticos em relação a conhecimentos probabilísticos. Isso parecia ser uma tendência não apenas no Brasil, mas em outros países que traziam em suas propostas esse bloco de conteúdos com a denominação de “Análise de dados e Probabilidade”.

No que diz respeito às justificativas para a inclusão de estudos relativos a noções de combinatória, de probabilidade e de estatística, parece-nos que a importância fica evidenciada no tratamento estatístico de dados, o que é extremamente relevante em nossa sociedade, mas, as justificativas para a inclusão dos demais conteúdos ficam num segundo plano.

Vivemos num mundo em que a maior parte dos fenômenos está no âmbito do acaso e da incerteza e isso não fica evidenciado nesse material do Pró-Letramento. Não se discute, por exemplo, que a probabilidade é um modelo matemático do acaso e que existem diferentes concepções de acaso. No que diz respeito a incerteza, os exemplos parecem frágeis e pobres.

Da mesma forma, não é mostrado nesse Fascículo 6 a importância da quantificação de possibilidades por parte das pessoas de um modo geral e dos alunos, de modo particular. Vivemos num mundo cheio de possilidades, que não se resumem à combinação de roupas ou de calçados, e tal situação deveria, do ponto de vista pedagógico, mostrar que nós – seres humanos – criamos um leque de possibilidades, o chamado espaço amostral, para que possamos escolher a mais conveniente e pertinente nas tomadas de decisões.

Se esses conteúdos matemáticos foram incluídos nas propostas curriculares na tentativa de possibilitar que os alunos possam realizar uma leitura crítica de mundo com base no tratamento matemático de informações, parece-nos que os estudos relativos a noções de combinatória e probabilidade precisariam ganhar um maior destaque e as suas justificativas deveriam ser melhor elaboradas na tentativa de orientar o professor que ensina matemática, que esses conteúdos são importantes na sociedade contemporânea.

No que tange ao conhecimento específico do conteúdo, a chamada cultura matemática escolar, o material do Pró-Letramento não consegue, no caso da combinatória e da probabilidade, promover uma compreensão desses conteúdos que não se limite a um saber fazer, mas se traduza num conhecimento que envolva a capacidade de conversar sobre os mesmos. O modelo clássico de cálculo de probabilidade é o único apresentado sem haver nenhum comentário sobre o modelo frequentista ou sobre o modelo subjetivo.

No que diz respeito a variáveis que intervêm no processo de ensino e aprendizagem de noções de combinatória, de probabilidade e de estatística, essa variáveis não são mostradas no material impresso do Pró-Letramento. Conforme anunciamos na seção anterior, existem concepções equivocadas no que diz respeito a esses conteúdos matemáticos que precisam ser do conhecimento dos professores que irão ensinar esses conteúdos. A ideia de acaso na criança, por exemplo, não foi em nenhum momento comentada nesse material, bem como aspectos relativos à construção do raciocínio combinatório pelas crianças.

O que ficou evidenciado foi o aspecto relativo a procedimentos para o ensino desses conteúdos e, mais uma vez, o conhecimento pedagógico do conteúdo é ressaltado em relação aos demais conhecimentos necessários aos professores. Mas, conforme já escrito, talvez isso ocorra porque se tratava de conteúdos relativamente novos nas propostas curriculares para o ensino de matemática nos anos iniciais.

5 I CONSIDERAÇÕES

Com esta pesquisa foi possível refletir sobre o papel dos manuais escolares numa perspectiva mais ampliada. Foi possível caracterizar os fascículos do Pró-Letramento como manuais escolares, elaborados/financiados pelo Estado, pois objetivavam apresentar as novas propostas curriculares que incluiam um novo bloco de conteúdos nos anos iniciais do ensino fundamental, o Tratamento da Informação. Ou seja, foi possível evidenciar que os manuais escolares voltados para a formação de professores assumem o papel de currículo apresentado em um contexto de reformulação curricular.

A seleção de um único fascículo permitiu evidenciar aspectos relativos tanto ao conhecimento matemático quanto às propostas pedagógicas voltados para a formação de professores. Resta-nos investigar em que medida essas lacunas que detectamos no material do Pró-Letramento-Matemática, em relação ao bloco de conteúdos Tratamento da Informação, têm sido tratadas ou resolvidas nas propostas para a formação continuada de professores que vieram após o ano de 2007, data de publicação material que foi motivo de nossa análise.

REFERÊNCIAS

APPLE, Michael. **Ideologia e currículo**. Porto: Porto Editora, 1999.

APPLE, Michael. **Manuais escolares e trabalho docente**. Lisboa: Didáctica Editora, 2002.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002. 392 p.

BORBA, Marcelo de C.; SMOLE, Kátia S.; AMARAL, Rubia B. Conteúdos e didática de matemática. In: Universidade Estadual Paulista "Júlio Mesquita Filho", **Caderno de formação:** formação de professores – bloco 02 – didática dos conteúdos, vol. 7. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

BOROVCNIK, M. **Topic Study Group 13**: Research and development in the teaching and learning of probability – aims and focus (2008). Disponível em: <http://tsg.icme11.org/tsg/show/14>. Acesso em: 20 jun. 2008.

BRASIL. Minestério da Educação. **Pró-Letramento** – Apresentação. Disponível em http://portal.mec.gov.br/pro-letramento. Acesso: 22 de Fev 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CASTRO, Rui V. de. Já agora não se pode exterminá-los? Sobre a representação dos professores em manuais escolares de português. **Actas do I Encontro Internacional sobre manuais escolares**. Braga: Centro de Estudos em Educação e Psicologia. Instituto de Educação e Psicologia. Universidade do Minho, 1999.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. In: **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set/dez, 2004.

LOPES, Celi A. Espasandin. **A Probabilidade e Estatística no Ensino Fundamental: uma análise curricular**. 1998. 125f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

LOPES, Celi A. Espasandin. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

MORGADO, José C. **Manuais escolares: contributo para uma análise**. Porto: Porto Editora, 2004.

PACHECO, José. A. **Currículo**: teoria e práxis. Porto: Porto Editora, 2001.

ROBALLO, Roberlayne de O. B. **Manuais de história da educação da coleção atualidades pedagógicas (1933-1977)**: verba volant, scripta manent. 374f. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012

SHULMAN, Lee. **Knowledge and teaching**: foundation of the new reform. Harvad Educational Review, n. 57 (1), p. 1-22, 1987

SHULMAN, Lee. **Those who understand**: knowledge growth in teaching. Educational Research, n. 15 (2), p. 4-14, 1986.

TRURAN, J. M. **The teaching and learning of probability with special reference to south Australian schools from 1959-1994. 2001**. Thesis (Doctor of Philosofy) – Faculty of Arts and Faculty of Mathematical Sciences, University of Adelaide, Austrália.

CAPÍTULO 26

A INTERPRETAÇÃO NARRATIVA NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Maurílio Antonio Valentim

RESUMO: Este artigo é parte de um estudo maior que objetiva discutir a aprendizagem matemática, enfocando a existência de processos de linguagem próprios do pensamento narrativo como elementos essenciais na resolução de atividade de introdução à álgebra por um grupo de alunos do 9º Ensino Fundamental de uma escola municipal de Juiz de Fora, MG. Sob a abordagem histórico-cultural, apoia-se nos estudos de Lev Vigotski sobre a relação indissociável entre pensamento e linguagem e nas ideias de Jerome Bruner sobre pensamento narrativo e pensamento paradigmático e, mais detalhadamente, sobre os modos universais de interpretação da realidade próprios do pensamento narrativo. As análises de um diálogo entre os participantes mostrou que a estruturação do pensamento narrativo apoia-se nos elementos de interpretação narrativa da realidade, no caso, o conteúdo discutido, e dá suporte à resolução da atividade. O pensamento narrativo do aluno permite conhecer e avaliar o processo de aprendizagem e criar caminhos para a intervenção de quem ensina matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem Matemática; Pensamento Narrativo; Interpretação narrativa, Ensino Fundamental.

1 I INTRODUÇÃO

A abordagem histórico-cultural que orienta este estudo considera a díade pensamento e linguagem como elemento indissociável. Nessa perspectiva, a palavra é entendida como instrumento do pensamento. Vygotsky (1979) aborda a problemática por meio de dois planos: o da fala interior e o da fala exterior, sempre na perspectiva do funcionamento dialético, no plano interno, a palavra funciona como planificadora e orientadora da ação e no plano externo, funciona como elemento de comunicação. O entendimento da inter-relação entre o pensamento e a palavra é essencial, pois "o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sociocultural" (VIGOTSKI, 2010, p. 46).

Com base em suas investigações, Vigotski confirmou que o significado estabelece a relação entre pensamento e palavra, ou seja, o pensamento verbal. O significado de uma palavra representa um amálgama tão estreito do pensamento e da linguagem, que fica difícil dizer se trata de um fenômeno da fala ou de um fenômeno do pensamento. Uma palavra sem significado é um som vazio: o significado, portanto, é um critério da "palavra", seu componente indispensável. Pareceria, então, que o significado poderia ser visto como um fenômeno da fala. Mas, do ponto de vista da psicologia, o significado de cada palavra é uma generalização ou um conceito. (VIGOTSKI, 2010, p.159)

Jerome Bruner que compartilha as ideias de Vigotski sobre a relação indissociável entre pensamento e linguagem, define que há dois tipos de pensamento (BRUNER, 1997a): o narrativo, que aborda as situações do cotidiano humano e o lógico científico também chamado de paradigmático, que aborda um sistema formal. Sua definição é que:

> Existem dois modos de funcionamento cognitivo, cada um fornecendo diferentes modos de ordenamento de experiência, de construção de realidade. Os dois (embora complementares) são irredutíveis um ao outro. Esforços para reduzir um modo ao outro ou para ignorar um às custas do outro inevitavelmente deixam de captar a rica diversidade do pensamento. (BRUNER, 1997a, p. 12)

Os seres humanos organizam e interpretam a própria vida por meio de narrativas; além disso, Bruner (1997a) considera que as narrativas que, por sua vez, trazem consigo a carga semântica dos valores da sociedade em que vivemos.

Para Bruner (1997a), tal como para Vigotski, a linguagem é um meio de exteriorizar nosso pensamento sobre as coisas, e o pensamento é o modo de organizar a percepção e a ação. De certa forma, em seu conjunto, mas cada um a sua maneira, linguagem e pensamento refletem e configuram-se como instrumentos da cultura e da ação.

De acordo com Bruner (1991), é por meio das narrativas que construímos uma versão da realidade e essa versão será aceita mais pela convenção e sua importância do que pela sua verificação empírica ou pela lógica, ou seja, seu significado satisfaz "ao modo como a narrativa opera como instrumento do pensamento ao construir a realidade." (1991, p.6).

De acordo com Mungioli (2002), Bruner argumenta que as narrativas sempre foram estudadas tentando conhecer o que o texto queria dizer, mas que pouco foi pesquisado sobre o processo de pensamento que concebem essas narrativas e quais os significados produzidos por elas, ou seja, conhecer como pensa o autor.

2 I PENSAMENTO NARRATIVO E PENSAMENTO PARADIGMÁTICO

"Inumeráveis são as narrativas do mundo" afirma Barthes (1996, p.1) ao iniciar sua Introdução à *Análise Estrutural de Narrativas*. Para ele, a narrativa

> [...] está presente no mito, na lenda, na fábula, no conto, na novela, na epopéia, na história [...], na pintura, no vitral, no cinema, nas bandas desenhadas, na notícia, na conversação. [...] A narrativa está presente em todos os tempos, em todos os lugares, em todas as sociedades; a narrativa começa com a própria história da humanidade; não há, nunca houve em parte alguma povo algum sem narrativa. (BARTHES, 1996, p.1).

Em “Realidade mental, mundos possíveis”, Bruner (1997A) considera inextricável a relação entre pensamento e linguagem, já que um confere forma ao outro. Sua proposta considera dois modos de pensamento, o narrativo e o paradigmático. Para ele, o pensamento narrativo baseia-se na realidade psíquica, operando com as experiências humanas e linguagem própria, desta forma o pensar se faz história. Por outro lado, o pensamento paradigmático tem caráter científico, e a linguagem característica é a linguagem matemática. Os dois modos de pensamento são independentes, porém complementares. Os dois constroem o real.

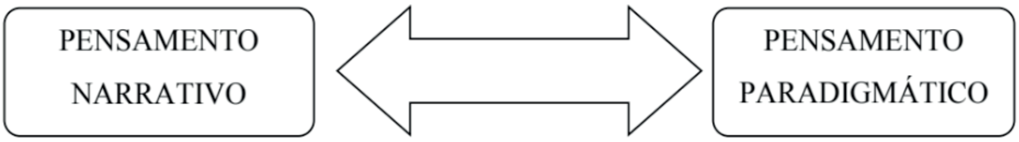


Figura 1: Representação dos modos de pensamentos

Fonte: Valentim (2015)

Bruner (1997) afirma que não devemos tentar sobrepô-los ou impor um em detrimento do outro, porque isso provocaria perda das riquezas do pensamento. Afirma que muitas descobertas teóricas científicas tiveram como fundamento um pensamento narrativo, ou seja, o pensamento narrativo contribuiu para consolidar o pensamento paradigmático. Bruner (2001) cita como exemplo Niels Bohr e seu “*Princípio da complementaridade*[1]” elaborado em 1928.

Considerando que a compreensão dos fatos naturais, ou melhor, dos fenômenos naturais que ocorrem no cotidiano seguem modelos lógico-científicos em termos de leis gerais, possibilitando elaborar teorias, representamos esse processo por meio do seguinte diagrama.

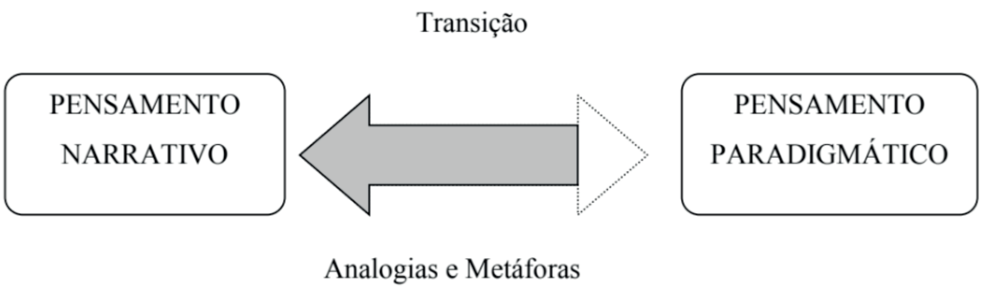


Figura 2: Representação da transição do pensamento paradigmático para o narrativo

Fonte: Valentim (2015)

Se for possível fazer uso de uma narrativa para a compreensão e ou elaboração de um pensamento paradigmático, porque não damos atenção às narrativas que estão a nossa volta? O que impede esse aproveitamento?

É fato que as narrativas manifestam-se precocemente em crianças, na maioria das culturas (FONSECA, 1994, NELSON, 1986) e essa riqueza está pronta para

1 O princípio da complementaridade foi enunciado por Niels Bohr em 1928 e assegura que a natureza da matéria e energia é dual e os aspectos ondulatórios e corpusculares não são contraditórios, mas complementares.

ser usada, se não tentamos subjugá-la em prol de um suposto pensamento lógico-científico, como alerta Bruner (1997b). As crianças procuram as histórias (narrativas) para dar sentido ao seu mundo. Ainda salienta o fato de que muitos adultos fazem uso de narrativas como forma de repassar conhecimentos, e que, para as crianças, essa é uma forma proveitosa e agradável de aprender.

Quem de nós, professores, muitas vezes, já não nos valemos de metáforas e analogias como metodologia de ensino, para tentar explicar novamente aos alunos que tiveram dificuldade com uma primeira explicação? Para Bruner (2001), normalmente, nós transformamos nossos esforços de compreensão em narrativas. Isto consistiria em transformar os eventos que estamos explorando em uma forma narrativa, que é melhor para destacar o que é canônico e esperado em nossa forma de olhar para eles, para que possamos discernir mais facilmente o que é duvidoso e deslocado e o que, portanto precisa ser explicado.

3 I A INTERPRETAÇÃO NARRATIVA NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

A discussão sobre pensamento narrativo presente nos processos de aprendizagem matemática, presente neste estudo, insere-se em uma abordagem mais ampla sobre os processos de linguagem na aprendizagem de matemática (OLIVEIRA, 2012) e que deu origem ao estudo de Valentim (2015).

Retornando a afirmação de Barthes (1996) de que a narrativa está presente em todas as formas de manifestações humanas, acreditamos que, também nos processos de aprendizagem matemática, ela se manifesta como modo de pensamento possível e anterior às possibilidades do raciocínio lógico-científico, ou seja, como um suporte ao processo cognitivo na construção do pensamento lógico científico necessário ao entendimento e à resolução das atividades matemáticas.

Destaca-se que consideramos a existência de contexto das resoluções em forma de narrativa, oral ou escrita, composto por elementos de um enredo, de personagens e pelo contexto, que constituem as possibilidades de expressão do pensamento narrativo; entendendo enredo como a composição de ações consecutivas, esperadas ou não, dentro de uma proposta de continuidade; personagens, como os alunos envolvidos, e professor e contexto como o cenário em que ocorrem as ações.

A interpretação narrativa da realidade encontra-se presente nos diálogos que estudantes em processo de resolução de atividade matemática, como podemos evidenciar na sequência. Para auxiliar nessa tarefa, tomamos os 9 elementos constitutivos da interpretação narrativa da realidade: estrutura de tempo consignada, particularidade genérica, motivos das ações, composição hermenêutica, canonicidade implícita, ambiguidade de referência, centralidade do problema, negocialidade inerente, extensibilidade histórica (BRUNER, 2001).

Esses elementos que compõem a interpretação narrativa da realidade apresentados por Bruner (2001) permitiram analisar o pensamento narrativo que compõe um diálogo entre 3 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Juiz de Fora, no momento da resolução de atividade proposta como tópico de Introdução à Álgebra.

O diálogo (transcrito) entre os referidos alunos resultou de gravações de áudio e vídeo da expressão verbal oral dos alunos durante a realização da atividade realizada e foi retirado do estudo de Valentim (2015). Os participantes foram identificados somente pelas iniciais do primeiro nome.

Ao grupo de participantes foi apresentada a seguinte atividade: "No caixa eletrônico, Vera sacou R$ 850,00 em notas de R$ 10,00 e de R$ 50,00. Quantas notas de cada valor ela sacou, se o saque continha 21 notas?" (DANTE, 2009, p. 129). A metodologia utilizada pelos alunos para a resolução foi de tentativas, que necessitou de conhecimentos sobre as operações matemática básicas.

(1) F: *O que que a gente vai fazer aqui?*

(2) F: *Põe que o número 50. Poe 15 vezes 50, mais 6 vezes 10.*

(3) R: *Vai dar 750.*

(4) F: *750 não vai dar!*

(5) R: *Tinha de ter mais 100. [*Referindo-se aos valores das notas}.

(6) F: *Não, é! Tinha de ter 750, mais 60 reais. Fica faltando 40 reais. Tamos chegando perto.*

(7) F: *Talvez 16 vezes 50. Aí vai dar 800. Vai passar! Não, vai dar certo! Como a gente fez? [*A aluna F olha na folha da aluna R que faz a conta ouvindo as instruções dela].

(8) F: *Isso! 16 vezes 50.*

(9) R: *10 vezes!*

(10) F: *Peraí! 16 vezes 50, 800 mais 5. Aí, vai dar certinho. [*Elas escrevem na folha falando em voz alta].

(11) F: *16 vezes 50, né? Porque 15 dá 750. 16 vezes 15, 800 e vai ser 5 notas de 10. Sou uma menina inteligente!*

(12) R: *Dá 860?*

(13) F: *Lógico que não R.*

(14) R: *16 vezes 50.*

(15) F: *16 mais 5. 16...*

(16) J: *Hã!* [Olham na folha da aluna R, riem].

(17) F: *Não vai dar não! A gente pegou o 15 e somou com 6, como não deu a gente aumentou aqui. A gente vai diminuir aqui.* [Escrevendo na folha de R e sendo observada por J]. *Então vai ser 5 vezes 10 e não 6 vezes 10.*

(18) R: *Hã, tá.*

(19) J: *A gente coloca vezes 10.*

(20) F: *Isso. Hã!*

(21) J: *Hã!*

(22) F: *É 16 vezes 10.*

(23) J: *Isso aqui é 16?*

(24) F: *É, é!*

(25) F: *É multiplicando 16 vezes 50...*

(26) J: *Dá pra me esperar?*

(27) F: *Tá.*

(28) R: *10 vezes 5.*

(29) F: *50.*

(30) J: *Pronto Professor.*

(31) F: *Professor.*

O diálogo dos alunos na resolução da atividade proposta permitiu trazer os elementos narrativos de interpretação da realidade para dentro do contexto de resolução da atividade. As análises tomadas segundo esses parâmetros de Bruner (2001) objetivam discutir a contribuição do pensamento narrativo no desenvolvimento dos processos de aprendizagem matemática.

Uma estrutura de tempo consignada

A estrutura de tempo não obedece a uma ordem cronológica, mas a eventos que determinam uma ideia de início, meio e fim. A estrutura de tempo esteve consignada aos tempos necessários à resolução em termos de um processo - com início, meio e fim, como se fossem passos que dão suporte ao pensamento, identificados, como demonstrou o diálogo entre os alunos do 9º ano.

Particularidade genérica

O pensamento narrativo expresso no diálogo, apesar de tratar de um caso específico, de uma possibilidade particular, que envolve os alunos como personagens em ação em determinado contexto de tempo e espaço, expressa-se por meio de características específicas do gênero narrativo. A sequência do raciocínio dos alunos criou uma história, uma narrativa única.

As ações têm motivos

A narrativa busca por estados intencionais que podem estar "por trás" das ações: a narrativa busca motivos, não causas. (BRUNER, 2001, p. 132). Quais motivos levaram à construção da narrativa que constituiu o diálogo em análise? Em todo diálogo é perceptível que o motor é a tentativa de resolução, de saber quantas notas de cada valor seriam necessárias, isso marcado pela vontade de participar, de construir junto com os colegas, de colaborar no raciocínio do outro como mostram a expressão "a gente" utilizada em 6 momentos do diálogo.

Composição hermenêutica

Hermenêutica é a arte ou técnica de interpretar e explicar um texto ou discurso. Não há uma única interpretação narrativa da realidade. Nesse modo de pensamento não existe um procedimento racional que possa determinar se uma interpretação é a única possível. Segundo Silva (2007), cada um de nós atribui um significado às nossas vivências, isso porque é única a conexão de uma pessoa com o meio social; ou seja, a compreensão ocorre com base nas próprias interpretações individuais que também permitem compreender os outros. É por meio de ações e da expressividade que a compreensão pode acontecer, mas a principal maneira de se compreender as manifestações vitais é por meio da linguagem.

Canonicidade implícita

Nesse modo de interpretação da realidade, Bruner (2001) considera a necessidade da narrativa em romper com a realidade, de transgredir as expectativas em alguma medida, de trazer o inusitado, o surpreendente. No caso da narrativa como modo de pensamento que se encaminha para o raciocínio lógico-científico, essa possibilidade fica limitada na medida em que a resolução matemática impõe a convenção e não admite a surpresa ou o inusitado. Ou seja, o saber matemático dá pouco espaço. Assim, o processo de resolução dá o modelo, a sequência e a possibilidade de resolução, como evidenciaram as falas dos participantes que tinham uma única orientação, chegar ao resultado matematicamente aceito.

Ambiguidade de referência

Nesse aspecto, Bruner (2001) aponta que a narrativa está sempre aberta a questionamentos. Os questionamentos estão presentes em quase todo o diálogo, destacamos o fragmento que compreende as linhas (4) a (17), considerando a busca constante da resolução matematicamente válida para a atividade.

Centralidade do problema

A narrativa apoia-se em normas e em acontecimentos que se sucedem e que são determinados pelo narrador que coloca a problemática como ponto central. Para Bruner (2001), uma boa história é aquela que nasce de uma boa problemática.

Negociabilidade inerente

Nos processos de aprendizagem há sempre um diálogo, uma negociação com os próprios conhecimentos retrospectivos e, como no caso transcrito, com os próprios colegas participantes. É preciso considerar as interpretações dos demais, no entanto, por ser um tópico do conteúdo matemático, o processo de negociação requer o acerto de arestas, de divergências. Mesmo considerando as múltiplas narrativas do processo de resolução, há que se chegar a um consenso que permita chegar à resolução matematicamente aceita. Todo o diálogo traz esta marca no fragmento entre as linhas (1) e (7):

Extensibilidade histórica

Nas narrativas, os argumentos, os personagens e o contexto podem se expandir e se relacionar com outras histórias, constituindo uma rede de relacionamentos. A ideia de rede se dá pelo fato de que estamos ligados, querendo ou não, uns aos outros. O pensamento narrativo que sustenta o raciocínio do aluno apoia-se em ações e procedimentos que certamente foram usados em outras resoluções de atividades diferentes. Ou seja, já estiveram presentes em outros momentos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As análises de um diálogo entre os participantes mostrou que a estruturação do pensamento narrativo apoia-se nos elementos de interpretação narrativa da realidade, no caso, o conteúdo discutido, e dá suporte à resolução da atividade matemática. Ou seja, a construção do pensamento lógico-científico que estruturou a apropriação do conteúdo matemático evidenciou a existência de processos de interpretação narrativa da realidade matemática contida na atividade.

As análises puderam evidenciar que o pensamento narrativo dá suporte para os modos de resolução e, portanto, para a aprendizagem matemática. Essa constatação vai ao encontro da teoria histórico-cultural que aponta a indissociabilidade de pensamento e linguagem, que considera que o desenvolvimento do pensamento é determinado pelos instrumentos linguísticos e pela experiência sociocultural. Além disso, a narrativa presente na resolução de atividade matemática permite exteriorizar o pensamento, ou seja, a fala do aluno dá forma ao pensamento ao exteriorizá-lo, além disso, ressalta-se que, além de outros elementos, o confronto de ideias, a centralidade do problema e a motivação para a resolução foram essenciais para a compreensão matemática. Acrescenta-se ainda que a narrativa como exteriorização do pensamento do aluno permite conhecer e avaliar o processo de aprendizagem, com isso cria caminhos para a intervenção de quem ensina.

REFERÊNCIAS

BARTHES, R. **Introduction à l'Analyse Structurale dês Récits**.Paris: Editions Du Seuil (pp. 1-27). 1996. Disponível em <http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/comm_0588-8018_1966_num_8_1_1113>. Acesso em: 21 mar. 2014.

BRUNER, J . The narrative construction of reality**. Critical Inquiry,** v. 8, p.1-21, 1991.

______. **Realidade mental, mundos possíveis**. Trad. Marcos A.G. Domingues. Porto Alegre: Artmed Editora, 1997a.

______. **Atos de significação**. Porto Alegre: Artmed Editora, 1997b

______. **A cultura da educação.** Trad.Marcos A.G. Domingues. Porto Alegre: Artmed, 2001.

DANTE, L. R. **Tudo é matemática.** 3 ed. São Paulo: Ática, 2009.

FONSECA, F.I. Deixis, dependência contextual e transposição fictiva: Contributos para uma teoria enunciativa da ficção. In FONSECA, F.I. **Gramática e pragmática: estudos de linguística geral e de linguística aplicada ao ensino do Português.** Porto: Porto Editora, 1994, p. 87-103.

NELSON, K. **Language in cognitive development**. Nova Iorque: Cambridge University Press, 1986.

MUNGIOLI, M. C. P. Apontamentos para o estudo da narrativa. **Comunicação & Educação**. v.23, p.49-56, 2002.

OLIVEIRA, M.H.P. **Processos de linguagem na aprendizagem matemática**. Projeto de Pesquisa Docente. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN SP, 2012.

VALENTIM, M. A**. Pensamento narrativo na aprendizagem matemática**: estudo com alunos de ensino fundamental na resolução de atividade de álgebra. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

VYGOTSKY . L. S. **Pensamento e linguagem** – Lisboa, Portugal: Edições Antídoto, 1979.

SOBRE A ORGANIZADORA

Annaly Schewtschik - Mestre em Educação, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e em Pedagogia, Professora do Ensino Fundamental e do Ensino Superior em Curso de Pedagogia e Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 24 anos. Atualmente trabalha com Consultoria e Assessoria em Educação, Avaliação e Formação de Professores por sua empresa Ensinas e é Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.