

The background features a complex technical illustration of various gears and mechanical components in shades of grey and blue. A prominent diagonal split separates the top-left area, which is white with faint gear patterns, from the bottom-right area, which is a solid, vibrant blue. The overall aesthetic is clean and modern, typical of a technical or academic publication cover.

**Henrique Ajuz Holzmann
João Dallamuta
(Organizadores)**

Impactos das Tecnologias na Engenharia Mecânica 2

Atena
Editora
Ano 2019

Henrique Ajuz Holzmann
João Dallamuta
(Organizadores)

**Impactos das Tecnologias na
Engenharia Mecânica**
2

Atena Editora
2019

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves

Revisão: Os autores

Conselho Editorial

Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

I34 Impactos das tecnologias na engenharia mecânica 2 [recurso eletrônico] / Organizadores Henrique Ajuz Holzmann, João Dallamuta. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Impactos das Tecnologias na Engenharia Mecânica; v. 2)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

ISBN 978-85-7247-247-0

DOI 10.22533/at.ed.470190504

1. Automação industrial. 2. Engenharia mecânica – Pesquisa – Brasil. 3. Produtividade industrial. 4. Tecnologia. I. Holzmann, Henrique Ajuz. II. Dallamuta, João. III. Série.

CDD 670.427

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

www.atenaeditora.com.br

APRESENTAÇÃO

A Engenharia Mecânica pode ser definida como o ramo da engenharia que aplica os princípios de física e ciência dos materiais para a concepção, análise, fabricação e manutenção de sistemas mecânicos

Nos dias atuais a busca pela redução de custos, aliado a qualidade final dos produtos é um marco na sobrevivência das empresas. Nesta obra é conciliada duas atividades essenciais a um engenheiro mecânico: Projetos e Simulação.

É possível observar que na última década, a área de projetos e simulação vem ganhando amplo destaque, pois através de simulações pode-se otimizar os projetos realizados, reduzindo o tempo de execução, a utilização de materiais e os custos finais.

Dessa forma, são apresentados trabalhos teóricos e resultados práticos de diferentes formas de aplicação e abordagens nos projetos dentro da grande área das engenharias.

Trabalhos envolvendo simulações numéricas, tiveram um grande avanço devido a inserção de novos softwares dedicados a áreas específicas, auxiliando o projetista em suas funções. Sabe-los utilizar de uma maneira eficaz e eficiente é um dos desafios dos novos engenheiros.

Neste livro são apresentados vários trabalhos, alguns com resultados práticos, sobre simulações em vários campos da engenharia industrial, elementos de maquinas e projetos de bancadas práticas.

Um compendio de temas e abordagens que constituem a base de conhecimento de profissionais que se dedicam a projetar e fabricar sistemas mecânicos e industriais.

Boa leitura

Henrique Ajuz Holzmann
João Dallamuta

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	1
RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO UNIDIMENSIONAL COM SOLUÇÃO SUAVE UTILIZANDO MALHA ADAPTATIVA	
<i>Gabriel Marcos Magalhães</i> <i>Hélio Ribeiro Neto</i> <i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4701905041	
CAPÍTULO 2	14
USO DE MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS NA RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA DIFUSÃO	
<i>Gabriel Marcos Magalhães</i> <i>Alessandro Alves Santana</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4701905042	
CAPÍTULO 3	29
MÉTODOS NUMÉRICOS: DIFERENÇAS FINITAS E GUIA DE ONDAS DIGITAIS 1D E 2D - COMPARATIVO DE FREQUÊNCIAS	
<i>Brenno Lobo Netto Peixoto</i> <i>Marlipe Garcia Fagundes Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4701905043	
CAPÍTULO 4	43
INFLUÊNCIA DA DISCRETIZAÇÕES ESPACIAL E TEMPORAL EM PROBLEMA PURAMENTE ADVECTIVO	
<i>Thiago Fernando Santiago de Freitas</i> <i>Andreia Aoyagui Nascimento</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4701905044	
CAPÍTULO 5	53
FRONTEIRA IMERSA PARA CORPOS ESBELTOS	
<i>João Rodrigo Andrade</i> <i>Aristeu Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4701905045	
CAPÍTULO 6	61
MATHEMATICAL AND NUMERICAL MODELLING OF GAS-SOLID TURBULENT FLOWS IN COMPLEX GEOMETRIES	
<i>Stella Rodrigues Ferreira Lima Ribeiro</i> <i>Letícia Raquel de Oliveira</i> <i>João Marcelo Vedovoto</i> <i>Aristeu da Silveira Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.4701905046	
CAPÍTULO 7	69
ESTUDO NUMÉRICO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA TRANSIENTE EM PLACAS	
<i>William Denner Pires Fonseca</i>	

*Taísa Santos Machado
Eduardo Mendonça Pinheiro
José Felipe Lopes de Carvalho
Sidney da Conceição Alves
Thiago Santana de Oliveira*

DOI 10.22533/at.ed.4701905047

CAPÍTULO 8 83

IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL E PROJETO DE UM PID PARA UM
SERVOMECANISMO

*Wesley Pereira Marcos
Rodrigo Hiroshi Murofushi
Bruno Luiz Pereira*

DOI 10.22533/at.ed.4701905048

CAPÍTULO 9 98

MODELAGEM ESTOCÁSTICA DE ESTRUTURAS COMPÓSITAS CONTENDO
SHUNT RESISTIVO PARA O CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES

*Lorrane Pereira Ribeiro
Antônio Marcos Gonçalves de Lima
Victor Augusto da Costa Silva*

DOI 10.22533/at.ed.4701905049

CAPÍTULO 10 114

PROJETO E ANÁLISE DE VIBRAÇÕES POR ELEMENTOS FINITOS DE UM CHASSI
TIPO SPACE FRAME MINI-BAJA

*Marcos Claudio Gondim
Ellberlandyo Lima Grangeiro
Antonio Eurick Soares Campelo
Lucas Rodrigues Oliveira
Bruno de Oliveira Carvalho*

DOI 10.22533/at.ed.47019050410

CAPÍTULO 11 126

SIMULAÇÕES DOS ESFORÇOS VIBRACIONAIS DO CABO CAA 795 MCM (TERN)
ATRAVÉS DE MÉTODOS ANALÍTICOS E NUMÉRICOS DE VIBRAÇÃO

*Jhonattan Dias
Rodrigo Canestraro Quadros
Marcos Jose Mannala
Marcio Tonetti*

DOI 10.22533/at.ed.47019050411

CAPÍTULO 12 133

PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UM SISTEMA DE FREIO APLICADO A UM VEÍCULO
OFF-ROAD DO TIPO BAJA-SAE

*Felipe Alencar Motta
Lucas Rocha Dias da Silva*

DOI 10.22533/at.ed.47019050412

CAPÍTULO 13	146
OTIMIZAÇÃO DA ESCOLHA DA RELAÇÃO DE TRANSMISSÃO DE VEÍCULOS AUTOMOTORES ATRAVÉS DE MODELAGEM MATEMÁTICA: O PROJETO BAJA SAE	
<i>Pedro Melo Biz</i> <i>Leonardo Gomes</i> <i>Antônio Brasil</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050413	
CAPÍTULO 14	157
ANÁLISE CINEMÁTICA DE SUSPENSÃO TRAILING ARM COM CAMBER LINKS PARA VEÍCULO OFF-ROAD	
<i>Francisco José Rodrigues de Sousa Júnior</i> <i>João Lucas Jacob Araújo</i> <i>Gustavo Luis dos Santos Silva</i> <i>Antônio Ítalo Rodrigues Pedrosa</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050414	
CAPÍTULO 15	169
APLICAÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE 2ª ORDEM EM SUSPENSÃO VEICULAR	
<i>Alaí de Souza Machado</i> <i>Pedro Henrique Rodrigues Taveira</i> <i>Filipe Gomes Soares</i> <i>Domingos dos Santos Ponciano</i> <i>Marcus Victor de Brito Rodrigues</i> <i>João Lucas Jacob Araújo</i> <i>Gean Carlos Moura Mota</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050415	
CAPÍTULO 16	178
ANÁLISE AERODINÂMICA: SIMULAÇÃO FLUIDO DINÂMICA DO PROTÓTIPO EC-05 DE EFICIÊNCIA ENERGÉTICA DA EQUIPE COYOTE	
<i>Paulo Henrique Pereira Araujo</i> <i>Josué Alves Rodrigues Junior</i> <i>Thaiane Mayara Marques Licar</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050416	
CAPÍTULO 17	190
APLICAÇÃO DE SISTEMAS NEURO-FUZZY NA PREDIÇÃO DO COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO DO AEROFÓLIO NACA 1412	
<i>Vitor Taha Sant'Ana</i> <i>Bruno Luiz Pereira</i> <i>Tobias Moraes</i> <i>Roberto Mendes Finzi Neto</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050417	

CAPÍTULO 18	195
AVALIAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DE TÉCNICAS DE CONTROLE ATIVO DE RUÍDO EM VENEZIANAS ACÚSTICAS COM CONFIGURAÇÕES DISTINTAS VIA ELEMENTOS FINITOS	
<i>Geisa Arruda Zuffi</i>	
<i>Fabiana Alves Pereira</i>	
<i>Marcus Antonio Viana Duarte</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050418	
CAPÍTULO 19	203
ABSORVEDORES ACÚSTICOS DE RUÍDO: MODELAGEM NUMÉRICA	
<i>Fabiana Alves Pereira</i>	
<i>Geisa Arruda Zuffi</i>	
<i>Israel Jorge Cárdenas Nuñez</i>	
<i>Marcus Antonio Viana Duarte</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050419	
CAPÍTULO 20	211
INVESTIGAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA ESCOLHA DAS DIMENSÕES DO RECEPTOR NO MÉTODO DO TRAÇADO DE RAIOS ACÚSTICOS	
<i>Henrique Gebran Silva</i>	
<i>Marlipe Garcia Fagundes Neto</i>	
<i>Pollyana Alves Resende</i>	
DOI 10.22533/at.ed.47019050420	
SOBRE OS ORGANIZADORES	228

MODELAGEM ESTOCÁSTICA DE ESTRUTURAS COMPÓSITAS CONTENDO *SHUNT* RESISTIVO PARA O CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES

Lorrane Pereira Ribeiro

Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – Minas Gerais

Antônio Marcos Gonçalves de Lima

Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – Minas Gerais

Victor Augusto da Costa Silva

Universidade Federal de Uberlândia
Uberlândia – Minas Gerais

RESUMO: Este trabalho é dedicado à modelagem estocástica por elementos finitos de uma estrutura compósita contendo elemento piezoelétrico acoplado a um circuito elétrico *shunt* resistivo com vistas a obtenção do controle passivo de vibrações. Faz-se utilização do Método dos Elementos Finitos Estocásticos para modelagem das variáveis aleatórias como campos estocásticos homogêneos Gaussianos e, a discretização destes campos, realizada de acordo com o método de expansão em série de Karhunen-Loève. Intervindo-se diretamente no processo de integração, é então possível encontrar as matrizes exatas de massa e rigidez da estrutura compósita.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Estocástica, Materiais Compósitos, Controle Passivo de Vibrações, Circuitos *Shunt* Resistivos, Propagação de Incertezas.

ABSTRACT: This work is dedicated to the finite element stochastic modeling of a composite structure containing piezoelectric element coupled to a resistive shunt electric circuit in order to obtain the passive vibration control. The Stochastic Finite Element Method is used to model the random variables as homogeneous Gaussian stochastic fields, and the discretization of these fields is performed according to the Karhunen-Loève series expansion method. By intervening directly in the integration process, it is possible to find the exact matrices of mass and stiffness of the composite structure.

KEYWORDS: Stochastic Modeling, Composite Materials, Passive Vibration Control, Shunted Resistive Circuits, Uncertainty Propagation.

1 | INTRODUÇÃO

Pela experiência em engenharia, observa-se que a introdução de incertezas no modelo determinístico tradicional de um sistema se torna cada vez mais necessária uma vez que estas incertezas influenciam diretamente o desempenho, durabilidade, segurança e confiabilidade da estrutura (KOROISHI et al, 2012).

Uma ferramenta poderosa em mecânica computacional estocástica é o Método dos Elementos Finitos Estocásticos (SFEM), que é

uma extensão da abordagem clássica de elementos finitos para o contexto estocástico, através da resolução de problemas estocásticos (estática e dinâmica) que envolvem parâmetros aleatórios. Portanto, o SFEM permite uma combinação da análise clássica por elementos finitos com análise estatística (DE LIMA, RADE e BOUHADDI, 2010).

Neste trabalho, atenção é dada à utilização de materiais compósitos, os quais são bastante utilizados na engenharia em detrimento aos convencionais como aço e alumínio, principalmente pela superioridade das propriedades mecânicas que podem ser alcançadas quando se realiza a concepção de uma estrutura compósita. (FARIA, 2006). Faz-se também a utilização de piezelétricos, os quais podem ser utilizados tanto como sensores e atuadores no controle de vibrações de estruturas. O elemento piezelétrico é utilizado neste trabalho no controle passivo de vibração incorporando para isto um circuito elétrico externo, circuito *shunt* resistivo, em seus eletrodos (VIANA, 2005).

A modelagem do problema eletromecânico foi realizada pela combinação de duas teorias: Teoria da Deformação Cisalhante de Primeira Ordem (FSDT) para aproximação dos campos de deslocamentos mecânicos e Teoria das Camadas Equivalentes Discretas para modelagem dos potenciais elétricos. Desta forma, considera-se o campo de deslocamentos mecânicos concebido de forma condensada em uma única camada equivalente e o potencial elétrico distribuído por camadas (REDDY, 1997).

O modelo eletromecânico determinístico foi concebido de forma parametrizada. As principais variáveis de projeto foram fatoradas de matrizes de massa e rigidez. Tanto estas variáveis aleatórias como a resistência circuito resistivo foram modeladas como campos estocásticos homogêneos Gaussianos. Para discretização destes campos estocásticos, faz-se a utilização do método de Expansão em Série de Karhunen-Loève (KL), o qual consiste no acoplamento entre o desenvolvimento em série do campo aleatório com uma análise espectral para seleção dos termos mais importantes da série. Deste modo, intervém-se diretamente no processo de integração e obtém-se as matrizes exatas de massa e rigidez do sistema (GHANEM E SPANOS, 1991). Portanto, é possível avaliar a variabilidade das respostas em virtude da propagação de incertezas no modelo, utilizando-se da Simulação de Monte Carlo (MCS), combinada com a amostragem por HiperCubo Latino (LHC) como estocástico solver.

2 | FORMULAÇÃO DETERMINÍSTICA DO PROBLEMA MECÂNICO

De acordo com a FSDT, os deslocamentos em um ponto arbitrário do elemento são expressos como apresentado na Equação (1).

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \mathbf{A}_u(z)\mathbf{u}(x, y, t) = (\mathbf{A}_0 + z\mathbf{A}_1)(x, y, t) \quad (1)$$

onde $\mathbf{U}(x, y, z, t)$ denota o vetor dos campos de deslocamentos mecânicos, $\mathbf{A}_u(z)$ é a matriz contendo o termo fatorado, z , que diz respeito a espessura e , o termo $\mathbf{u}(x, y, t)$, que é o vetor que contém dos cinco graus de liberdade mecânicos.

Adota-se um elemento finito de placa plana retangular com oito nós da família Serendipity (REDDY, 1997), o qual não possui nó central. Na teoria FSDT são considerados cinco graus de liberdade em seu campo de deslocamentos, assim, um total de quarenta graus de liberdade por elemento finito.

O vetor campo de deslocamentos totais de um elemento finito, $\mathbf{u}(x, y, t)$, pode ser escrito levando em consideração a contribuição de cada nó, $\mathbf{u}_e(t)$, de forma que, $\mathbf{u}(\xi, \eta, t) = \mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}_e(t)$. Esta correspondência é realizada por meio das Funções de Forma, $\mathbf{N}(\xi, \eta)$, que representam as particularidades do elemento e estão já representadas em termos das coordenadas locais e definidas no trabalho de Faria (2006). É Necessário trabalhar com um sistema local de coordenadas, (ξ, η) , uma vez que, o cálculo via integração das matrizes elementares deve ser realizado no sistema local. Para transformação linear de coordenadas, utiliza-se o Jacobiano, \mathbf{J} , (FARIA, 2006).

Assumindo-se pequenos deslocamentos e considerando-se o campo de deslocamentos mecânicos previamente definido, uma relação condensada entre deformações e deslocamentos pode ser obtida em termos dos efeitos de flexão-membrana, \mathbf{e}_b , e deformação cisalhante, \mathbf{e}_s , que são relacionados pelas matrizes de operadores diferenciais, \mathbf{D}_b e \mathbf{D}_s , respectivamente, (MENDONÇA, 2005; FARIA, 2006):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b(\xi, \eta, z, t) = (\mathbf{D}_0 + z\mathbf{D}_1)\mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}_e(t) = (\mathbf{B}_{b0} + z\mathbf{B}_{b1})\mathbf{u}_e \quad (2.a)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_s(\xi, \eta, z, t) = \mathbf{D}_s(z)\mathbf{N}(\xi, \eta)\mathbf{u}_e(t) = \mathbf{B}_{s0}\mathbf{u}_e \quad (2.b) \quad (2.b)$$

A partir da energia cinética, a matriz de massa é obtida a nível elementar, com o parâmetro espessura das camadas, t_k , fatorado (FARIA, 2006):

$$\mathbf{M}_{uu}^e = \sum_{k=1}^n \int_{V_e} \rho_k \mathbf{N}^T \mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{N} dV_e = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^3 t_k^i \rho_k \mathbf{M}_{ui}^{(k)} \quad (3)$$

onde, $(\bullet)^T$ é utilizado para indicar a transposição da matriz, ρ_k é a densidade do material da k -ésima camada, V_e é o volume do elemento finito e, o termo relacionado a espessura do material, $t_k^i = (z_{k+1}^i - z_k^i) = [k^i - (k-1)^i]h_k^i$, sendo h_k a espessura das camadas, com $i = 1, \dots, 3$.

Utiliza-se neste trabalho de materiais ortotrópicos, cujas propriedades são fortemente dependentes das direções das fibras. As matrizes de propriedades mecânicas e elétricas podem ser transformadas por uma rotação de um ângulo em torno do eixo z , utilizando-se, \mathbf{T} , para propriedades mecânicas, ou \mathbf{Q} , para propriedades elétricas. Como exemplo de rotação, a matriz de propriedades mecânicas que leva em

consideração as direções das fibras do compósito é dada por, $\mathbf{C}_t = \mathbf{TCT}^T$, e a rotação da matriz de permissividade elétrica, χ , é dada por $\chi_t = \mathbf{Q}\chi\mathbf{Q}^T$ (FARIA, 2006; DE LIMA, 2007; ZAMBOLINI-VICENTE, 2014; RIBEIRO e DE LIMA, 2014).

Por meio da energia potencial de deformação mecânica, as matrizes de rigidezes podem ser obtidas, em termos dos efeitos de flexão-membrana e cisalhamento, além também, de serem parametrizadas em termos das espessuras das camadas e dos ângulos de direção das fibras do material.

$$\mathbf{K}_{ub}^e = \int_{V_e} \mathbf{B}_{bu}^T \mathbf{C}_{bt} \mathbf{B}_{bu} J dV_e = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n t_k^i (c_k^4 \mathbf{K}_{ubi}^{(k)} + c_k^2 \mathbf{K}_{ubi}^{(k)} + s_k c_k^3 \mathbf{K}_{ubi}^{(k)} + \mathbf{K}_{ubi}^{(k)} + s_k c_k^5 \mathbf{K}_{ubi}^{(k)} + s_k^2 c_k^6 \mathbf{K}_{ubi}^{(k)}) \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_{us}^e = \int_{V_e} \mathbf{B}_{s0}^T \mathbf{C}_{st} \mathbf{B}_{s0} J dV_e = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n t_k^i (c_k^2 \mathbf{K}_{usi}^{(k)} + s_k c_k^2 \mathbf{K}_{usi}^{(k)} + s_k^2 \mathbf{K}_{usi}^{(k)}) \quad (5)$$

onde, $\mathbf{B}_{bu} = \varepsilon_b^T \varepsilon_b$, $\mathbf{B}_{s0} = \varepsilon_s^T \varepsilon_s$, \mathbf{C}_{bt} é a matriz de propriedades mecânicas para o efeito de flexão-membrana (já considerando-se a influência dos ângulos de direção das fibras do compósito laminado), \mathbf{C}_{st} , é a matriz de propriedades, mecânicas para o efeito de cisalhamento, $s_k = \sin(\theta_k)$, $c_k = \cos(\theta_k)$ e θ_k é o ângulo de direção das fibras da k -ésima camada do compósito laminado.

Como é sabido, a matriz de rigidez mecânica elementar é dada por $\mathbf{K}_{uu}^e = \mathbf{K}_{ub}^e + \mathbf{K}_{us}^e$. Para se obter as matrizes globais e massa e rigidez, procedimentos clássicos de montagem por elementos finitos foram utilizados considerando-se a conectividade dos nós. Assim, a seguinte equação do movimento na forma matricial pode ser obtida.

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (6)$$

onde \mathbf{M}_{uu} e \mathbf{K}_{uu} são as matrizes globais de massa e rigidez mecânica, respectivamente, $\mathbf{u}(t)$ é o vetor contendo os graus de liberdade globais e $\mathbf{f}(t)$ é o vetor dos carregamentos generalizados.

1. MODELAGEM DETERMINÍSTICA DO PROBLEMA ELETROME CÂNICO

Para modelagem de estruturas compósitas laminadas contendo elementos piezelétricos, a Teoria FSDT é utilizada para aproximar o campo de deslocamentos mecânicos e os potenciais elétricos são distribuídos discretamente ao longo das camadas piezelétricas (SARAVANOS e HEYLIGER, 1995; CHEE 2000).

$$\Phi_{(k)}(\xi, \eta, z, t) = \mathbf{L}_k(z) \mathbf{N}(\xi, \eta) \Phi_{ek}(t) = \mathbf{N}_\phi(\xi, \eta, z) \Phi_{ek}(t) \quad (7)$$

onde $\Phi_{(k)}$ é o potencial elétrico da k -ésima camada, sendo que, Φ_{ek} são os potenciais elétricos nodais, \mathbf{L}_k são as funções *layerwise* transversais (CHEE, 2000).

O campo elétrico é dado pelo negativo do gradiente do potencial elétrico e pode também ser escrito em termos das Funções de Forma e dos potenciais elétricos nodais (FARIA, 2006).

$$\mathbf{E}_{(k)}(\xi, \eta, z, t) = -\nabla \mathbf{N}_\phi(\xi, \eta, z) \Phi_{ek}(t) = -\mathbf{B}_\phi(\xi, \eta, z) \Phi_{ek}(t) \quad (8)$$

A matriz piezolétrica-elástica-dielétrica que demonstra o acoplamento eletromecânico e as relações entre a tensão mecânica, σ , deformação mecânica, ε , deslocamentos elétricos, \mathbf{D} , e campo elétrico, \mathbf{E} , é apresentada na Eq. (9) (CHEE, 2000):

$$\begin{Bmatrix} \sigma \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_t & -\mathbf{e}_t^T \\ \mathbf{e}_t & \chi_t \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

onde \mathbf{e}_t são as constantes dielétricas, χ_t é a matriz de permissividade elétrica, ambas já considerando a influência as direções das fibras do material.

Para o sistema acoplado eletromecânico, as matrizes de rigidezes elementares são agora obtidas por meio da energia de deformação, envolvendo a contribuição elétrica da seguinte forma (FARIA, 2006):

$$\mathbf{U}_e = \int_{V_e} (\varepsilon^T \sigma - \mathbf{E}^T \mathbf{D}) dV_e \quad (10)$$

Pela combinação da Eq. (9) e Eq. (10) as matrizes de rigidezes eletromecânicas, $\mathbf{K}_{u\phi}^e / \mathbf{K}_{\phi u}^e$, e elétrica, $\mathbf{K}_{\phi\phi}^e$, podem ser obtidas, respectivamente, com as seguintes integrações (FARIA, 2006):

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z_k+1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} (\mathbf{B}_{bu}^T \mathbf{e}_{bt} \mathbf{B}_{\phi 0} + \mathbf{B}_{s0}^T \mathbf{e}_{st} \mathbf{B}_{\phi i}) J d\eta d\xi dz \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}^e = \sum_{k=1}^n \int_{z=z_k}^{z_k+1} \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \int_{\eta=-1}^{\eta=1} (-\mathbf{B}_{\phi 0}^T \chi_{bt} \mathbf{B}_{\phi 0} - \mathbf{B}_{\chi st} \mathbf{B}_{\phi i}) J d\eta d\xi dz \quad (12)$$

onde, $\mathbf{K}_{u\phi}^e = \mathbf{K}_{\phi u}^{eT}$, $\mathbf{B}_{\phi i}$ e $\mathbf{B}_{\phi 0}$ dizem respeito a condição de circuito fechado e circuito aberto, respectivamente.

Como visto nas Equações (4) e (5), a matriz mecânica elementar foi parametrizada em termos das espessuras das camadas e dos ângulos de direção das fibras do material. As matrizes elementares de rigidezes eletromecânica e elétrica podem ser também parametrizadas como mostrado na sequência.

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e = \frac{1}{t_k} \begin{pmatrix} t_k \mathbf{K}_{u\phi}^{00} + t_k c_k^2 \mathbf{K}_{u\phi}^{01} + t_k s_k c_k \mathbf{K}_{u\phi}^{02} + t_k s_k^2 \mathbf{K}_{u\phi}^{03} + t_k^2 \mathbf{K}_{u\phi}^{10} + \\ + t_k^2 c_k^2 \mathbf{K}_{u\phi}^{11} + t_k^2 s_k c_k \mathbf{K}_{u\phi}^{12} + t_k^2 s_k^2 \mathbf{K}_{u\phi}^{13} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}^e = \frac{1}{t_k^2} \left(t_k \mathbf{K}_{\phi\phi}^{00} + t_k c_k^2 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{01} + t_k s_k c_k \mathbf{K}_{\phi\phi}^{02} + t_k s_k^2 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{03} + t_k^2 c_k^2 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{11} + \right. \\ \left. + t_k^2 s_k c_k \mathbf{K}_{\phi\phi}^{12} + t_k^2 s_k^2 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{13} + t_k^3 c_k^2 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{21} + t_k^3 s_k c_k \mathbf{K}_{\phi\phi}^{22} + t_k^3 s_k^2 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{23} \right) \quad (14)$$

De posse das matrizes elementares de massa e rigidezes mecânicas, eletromecânicas e elétricas, pode-se obter a equação do movimento do sistema eletromecânico na forma matricial a nível global via emprego de procedimentos clássicos de montagem de elementos finitos conhecendo-se a conectividade dos nós, como dado na Eq. (15):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}(t) \\ \ddot{\Phi}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{\phi u} & \mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \Phi(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{Bmatrix} \quad (15)$$

onde $\mathbf{K}_{u\phi}$ e $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ são as matrizes globais de rigidezes eletromecânica e elétrica, respectivamente, $\mathbf{K}_{u\phi} = \mathbf{K}_{\phi u}^T$, $\Phi(t)$ são os potenciais elétricos globais, $\mathbf{q}(t)$ é o vetor das cargas elétricas a nível global.

3.1 Inclusão do circuito elétrico *shunt* no modelo

A análise que se segue, se dá no domínio de Fourier. Boylestad (2016) apresenta alguns conceitos básicos de circuitos elétricos e, dentre eles, a definição de corrente elétrica como sendo a variação instantânea de cargas no tempo. Além disso, segundo a Lei de Ohm, a corrente elétrica é proporcional ao potencial elétrico, sendo essa proporção, o inverso da impedância elétrica do circuito. Tais equivalências são apresentadas na Eq. (16).

$$\frac{d\mathbf{q}(t)}{dt} = \mathbf{I}(t) = \mathbf{Z}^{-1}\Phi(t) \rightarrow (\text{Fourier}) \rightarrow \mathbf{Q}(\omega) = (1/j\omega)\mathbf{Z}^{-1}(\omega)\mathbf{L}\Phi(\omega) \quad (16)$$

onde a matriz \mathbf{L} permite selecionar dentre os potenciais elétricos independentes, aqueles que correspondem aos eletrodos dos circuitos *shunt* conectados e \mathbf{Z} é a matriz de impedâncias elétricas.

A partir da segunda equação do movimento no domínio de Fourier combinada com a Eq. (16) para cargas elétricas, obtém-se:

$$\mathbf{K}_{\phi u}\mathbf{U}(\omega) + \left(\mathbf{K}_{\phi\phi} - \frac{\mathbf{Z}^{-1}(\omega)}{j\omega}\mathbf{L} \right) \Phi(\omega) = 0 \quad (17)$$

Pode-se então encontrar a função de resposta em frequência (FRF) do sistema eletromecânico, Eq. (18), combinando-se a primeira equação do movimento no domínio de Fourier e a Eq. (17), exclusivamente em termos dos graus de liberdade mecânicos.

$$\mathbf{H}(\omega) = \left[-\omega^2\mathbf{M}_{uu} + \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{u\phi} \left(\mathbf{K}_{\phi\phi} - \frac{1}{j\omega}\mathbf{Z}^{-1}(\omega) \right)^{-1} \mathbf{K}_{\phi u} \right]^{-1} \quad (18)$$

A FRF do sistema eletromecânico dada na Eq. (18) pode ser utilizada para diferentes tipos de circuitos *shunt* mediante a introdução das expressões correspondentes de suas impedâncias elétricas, indicadas por \mathbf{Z} .

3 I MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS ESTOCÁSTICOS

De acordo com Ghanem e Spanos (1991) um campo aleatório $H(\mathbf{x}, \theta)$ é uma coleção de variáveis aleatórias indexadas por um conjunto de parâmetros contínuos $\mathbf{x} \in \Omega$, onde $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ representa o conjunto aberto que descreve a geometria do sistema físico. O procedimento de discretização utilizado se baseia na aproximação de $H(\mathbf{x}, \theta)$ por $\hat{H}(\mathbf{x}, \theta)$. Dentre as famílias de métodos utilizados para discretizar espacialmente um campo estocástico, detalha-se o desenvolvimento proposto por Karhunen-Loève (KL) como apresentado por Ghanem e Spanos (1991). A discretização por KL de um campo aleatório gaussiano homogêneo é apresentada na Eq. (19):

$$H(\mathbf{x}, \theta) = \mu(\mathbf{x}) + \sum_{r=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_r} \zeta_r(\theta) f_r(\mathbf{x}) \quad (19)$$

onde $\{\zeta_r, r \in N^*\}$ são as variáveis ortogonais de média zero e $\{\lambda_r, f_r(\mathbf{x})\}$ são as soluções do problema de autovalores dado pela chamada de Integral de Fredholm, dada na Eq. (20).

$$\int_{\Omega_x} \int_{\Omega_y} e^{-(x_1-x_2/l_x)-(y_1-y_2/l_y)} f_r(x_2, y_2) dx_2 dy_2 = \lambda_r f_r(x_1, y_1) \quad (20)$$

A resolução da Integral de Fredholm pode ser encontrada de forma detalhada no trabalho de Ghanem e Spanos (1991). A escolha da função de covariância do tipo exponencial possui como consequência imediata a propriedade da separabilidade e, desta forma, o problema bidimensional utilizado nesta modelagem pode ser desacoplado em dois problemas de autovalores unidimensionais, $f_r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = f_i(\mathbf{x}) f_j(\mathbf{y})$ e $\lambda_r = \lambda_i \lambda_j$ (GHANEM e SPANOS, 1991; DE LIMA, 2007; SUDRET, 2007).

Pode-se então expressar estes termos da seguinte maneira. Para o caso onde i e j são ímpares ($i \geq 1$ e $j \geq 1$):

$$\lambda_i = \frac{2c_1}{\omega_i^2 + c_1^2}; \quad f_i(\mathbf{x}) = \alpha_i \cos(\omega_i \mathbf{x}); \quad \lambda_j = \frac{2c_2}{\omega_j^2 + c_2^2}; \quad f_j(\mathbf{y}) = \alpha_j \cos(\omega_j \mathbf{y}) \quad (21)$$

onde $c_1 = 1/l_x$, $c_2 = 1/l_y$, $\alpha_i = 1/\sqrt{a + \sin(2\omega_i a)/2\omega_i}$ e $\alpha_j = 1/\sqrt{b + \sin(2\omega_j b)/2\omega_j}$.

Já termos ω_i e ω_j representam as soluções das seguintes equações transcendentais nos respectivos domínios, $[(i - 1/2)\pi/a, i\pi/a]$ e $[(j - 1/2)\pi/b, j\pi/b]$:

$$c_1 - \omega_i \operatorname{tg}(\omega_i a) = 0; \quad c_2 - \omega_j \operatorname{tg}(\omega_j b) = 0 \quad (22)$$

Para o caso onde i e j são pares ($i \geq 2$ e $j \geq 2$):

$$\lambda_i = \frac{2c_1}{\omega_i^2 + c_1^2}; \quad f_i(\mathbf{x}) = \alpha_i \sin(\omega_i \mathbf{x}); \quad \lambda_j = \frac{2c_2}{\omega_j^2 + c_2^2}; \quad f_j(\mathbf{y}) = \alpha_j \sin(\omega_j \mathbf{y}) \quad (23)$$

onde $\alpha_i = 1/\sqrt{a - \sin(2\omega_i a)/2\omega_i}$, $\alpha_j = 1/\sqrt{a - \sin(2\omega_j b)/2\omega_j}$.

Utilizando-se da expansão de KL, é possível modelar as matrizes estocásticas elementares de massa e rigidezes da estrutura eletromecânica, como apresentado a seguir.

$$\mathbf{M}_{uu}^e(\theta) = \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} H(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) (\mathbf{N}^T \mathbf{N}) d\Omega_e = \mathbf{M}^e + \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} \sqrt{\lambda_r} \zeta_r(\theta) f_r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\mathbf{N}^T \mathbf{N}) d\Omega_e \quad (24)$$

$$\mathbf{K}_{uu}^e(\theta) = \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} H(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) (\mathbf{B}_u^T \mathbf{C}_t \mathbf{B}_u) d\Omega_e = \mathbf{K}_{uu}^e + \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} \sqrt{\lambda_r} \zeta_r(\theta) f_r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\mathbf{B}_u^T \mathbf{C}_t \mathbf{B}_u) d\Omega_e \quad (25)$$

$$\mathbf{K}_{u\phi}^e(\theta) = \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} H(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) (\mathbf{B}_u^T \mathbf{e}_t \mathbf{B}_\phi) d\Omega_e = \mathbf{K}_{u\phi}^e + \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} \sqrt{\lambda_r} \zeta_r(\theta) f_r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\mathbf{B}_u^T \mathbf{e}_t \mathbf{B}_\phi) d\Omega_e \quad (26)$$

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}^e(\theta) = \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} H(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) (\mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e}_t \mathbf{B}_\phi) d\Omega_e = \mathbf{K}_{\phi\phi}^e + \sum_{k=1}^n \int_{\Omega_e} \sqrt{\lambda_r} \zeta_r(\theta) f_r(\mathbf{x}, \mathbf{y}) (\mathbf{B}_\phi^T \mathbf{e}_t \mathbf{B}_\phi) d\Omega_e \quad (27)$$

onde k é o número de camadas da estrutura.

Pode-se observar nas equações estocásticas que tanto a matriz de massa quanto as de rigidezes possuem um porção determinística, que é calculada como apresentado na seção anterior, como uma porção estocástica (DE LIMA, RADE e BOUHADDI, 2010; KOROISHI et al, 2012).

De posse das matrizes elementares estocásticas de massa e rigidezes, pode-se obter as matrizes estocásticas globais em suas formas matriciais a nível global via emprego de procedimentos clássicos de montagem por elementos finitos conhecendo-se a conectividade dos nós. A resposta em frequência do sistema estocástico eletromecânico acoplado de circuito elétrico *shunt* pode então ser escrita como apresentado na Eq. (28).

$$\mathbf{H}(\omega, \theta) = \left[-\omega^2 \mathbf{M}(\theta) + \mathbf{K}_{uu}(\theta) - \mathbf{K}_{u\phi}(\theta) \left(\mathbf{K}_{\phi\phi}(\theta) - \frac{1}{j\omega} \mathbf{Z}^{-1}(\omega, \theta) \right)^{-1} \mathbf{K}_{\phi u}(\theta) \right]^{-1} \quad (28)$$

4 | SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações numéricas para uma viga de material compósito engastada-livre contendo um elemento piezelétrico

acoplado de um circuito elétrico *shunt*. A Figura 1 ilustra as características geométricas do sistema a ser investigado e a malha de elementos finitos. As dimensões são dadas em metros. Desta forma, a viga possui comprimento total de 0,306m, sendo que todas as camadas possuem a mesma espessura, 0,002m, inclusive o PZT, e a mesma largura, 0,025m. Foi investigada a seguinte configuração para as orientações das fibras do compósito [0°/90°/90°/0°].

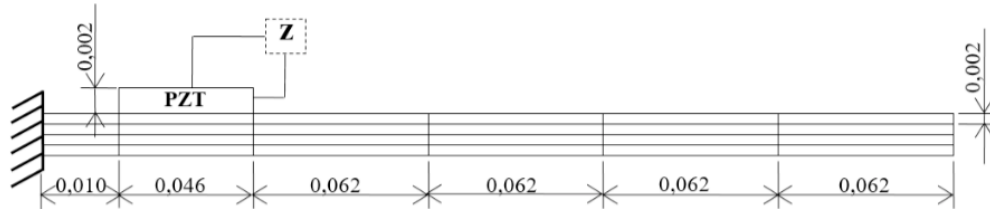


Figura 1. Viga compósita com piezelétrico acoplado de circuito elétrico *shunt*.

A densidade do material compósito é dada por $\rho = 1566 \text{ kg/m}^3$ e a do piezelétrico, $\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$. A Tabela 1 apresenta as propriedades mecânicas tanto do compósito quanto do piezelétrico, onde G e E, são, respectivamente, o Módulo de cisalhamento e o Módulo de Young, os quais, foram multiplicados por um fator complexo $\beta=5 \times 10^{-8}$, de forma a considerar o efeito do amortecimento inerente a estrutura.

Material	E_1 (Pa)	E_2 (Pa)	E_3 (Pa)	G_{12} (Pa)	G_{13} (Pa)	G_{23} (Pa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
Compósito	1.72×10^{11}	6.89×10^9	E_2	3.45×10^9	G_{12}	1.38×10^9	0.25	0.25	0.30
PZT G1195	6.90×10^{10}	E1	E_1	2.59×10^{10}	G_{12}	G12	0.33	0.33	0.33

Tabela 1. Propriedades mecânicas.

A Tabela 2 apresenta as propriedades elétricas e eletromecânicas do PZT.

Material	e_{15} (C/m ²)	e_{24} (C/m ²)	e_{31} (C/m ²)	e_{32} (C/m ²)	e_{33} (C/m ²)	χ_{11} (F/m)	χ_{22} (F/m)	χ_{33} (F/m)
PZT	0.00	0.00	-18.30	-9.01	-9.01	1.59×10^8	χ_{11}	χ_{11}
G1195								

Tabela 2. Propriedades elétricas e eletromecânicas do PZT.

Para fins de atenuação dos níveis de vibração e ruído do primeiro modo do sistema dinâmico, utilizou-se do circuito elétrico *shunt* resistivo com o intuito de realizar este controle de forma passiva. O valor de resistência do circuito foi calculado como sendo ótimo de acordo com Hagood e Von Flotow (1991), obtendo-se um valor de resistência igual a $R = 96907,000\Omega$.

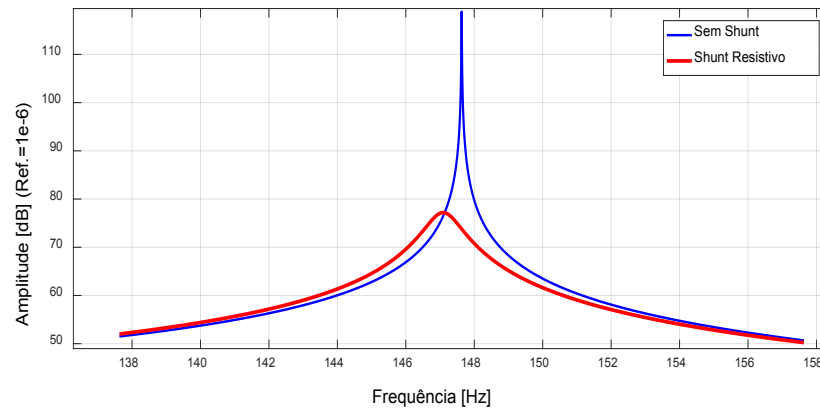


Figura 2. Amplitudes do primeiro modo de vibração da viga sem circuito *shunt* e com *shunt* resistivo.

Observa-se pela Figura 2 que com a utilização do circuito houve uma redução de aproximadamente 40dB da amplitude do primeiro modo de vibração. Houve também um ligeiro deslocamento em frequência no modo de interesse, assemelhando-se aos resultados obtidos ao se atribuir características viscoelásticas ao sistema. O comportamento de viscoelásticos pode ser melhor compreendido no trabalho de De Lima (2007).

Nas próximas seções é dada ênfase as simulações do problema estocástico eletromecânico, de forma a computar as incertezas presentes tanto nos parâmetros estruturais, os quais foram fatorados das matrizes de massa e rigidezes do sistema, como no parâmetro resistência do circuito elétrico *shunt* resistivo.

O domínio estocástico foi definido levando-se em consideração vários estudos presentes na literatura como o trabalho de Ghanem and Spanos (1991), Sudret (2007), De Lima, Rade e Bouhaddi (2010), Koroishi et al. (2012) onde este domínio e o comprimento de correlação foram selecionados de acordo com o tamanho do elemento finito. Além disso, observa-se na literatura que, quatro termos na expansão em série de KL são suficientes para modelar o comportamento estocástico. De forma a garantir a convergência, dez termos foram utilizados nas simulações. Fixando-se o número de termos da série em dez, foi observado que todas as simulações realizadas convergiam com menos de 500 indivíduos na amostra, sendo esta então a quantidade utilizada.

5.1 Viga compósita com PZT sem *shunt* acoplado

Nesta seção são apresentados os primeiros resultados das simulações estocásticas realizadas com a viga da Fig. 1 sem a presença de circuito *shunt*. Assim, o único amortecimento é o inerente a estrutura. No primeiro conjunto de simulações apenas as espessuras das camadas foram tomadas como aleatórias. Os ângulos foram simulados como sendo determinísticos considerando seus valores médios dados por $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$. Os envelopes de FRFs para este primeiro caso puderam então ser

obtidos.

A Figura 3 apresenta quatro cenários de simulações: Fig. 3(a), onde o valor das espessuras de cada camada, dado por 0,002m, foi variado, simultaneamente, em torno desse valor médio em cinco por cento, dez por cento na Fig. 3(b), quinze por cento na Fig. 3(c) e vinte por cento na Fig. 3(d).

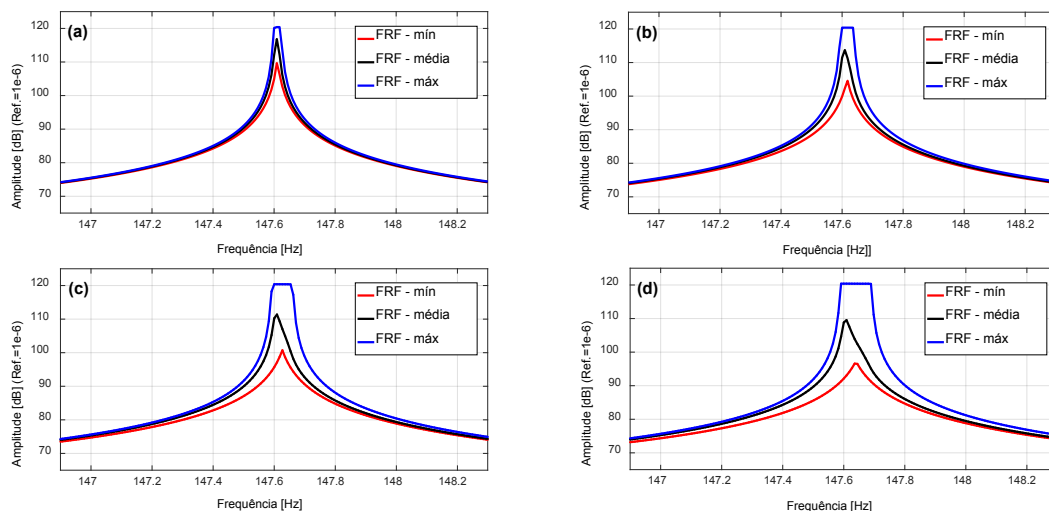


Figura 3. Variáveis estocásticas: espessuras das camadas. Envelopes de FRFs estocásticas com níveis de incerteza de: (a) 5%; (b) 10%; (c) 15%; (d) 20%.

No segundo conjunto de simulações, tanto as espessuras das camadas como os ângulos das fibras das camadas de compósito foram tomados como randômicos e variados simultaneamente. A Figura 4 apresenta quatro cenários de simulações: Fig. 4(a), onde o valor das espessuras de cada camada, dado por 0,002m e os ângulos dados por $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$, foram variados, simultaneamente, em torno desses valores médios em cinco por cento, dez por cento na Fig. 4(b), quinze por cento na Fig. 4(c) e vinte por cento na Fig. 4(d).

Para ambos conjuntos de simulações, Fig. 3 e Fig. 4, ao se aumentar o nível de dispersão dos parâmetros, a variabilidade das FRFs também aumentou, tornando-se assim, maior o intervalo de confiança. Observa-se também que as FRFs médias estocásticas estão dentro dos envelopes formados pelas FRFs mínimas e máximas estocásticas, o que indica uma boa predição do modelo frente ao quadro de incertezas. Além disso, comparando as amplitudes das FRFs dadas na Fig. 3 com as da Fig. 4, nota-se que ao se considerar os ângulos das fibras do compósito como sendo também variáveis incertas, pouca mudança foi observada nas respostas dinâmicas do sistema estocástico e, assim, pode-se inferir que as espessuras das camadas possuem, neste caso, maior influência no aumento da variabilidade das FRFs e consequente aumento do intervalo de confiança.

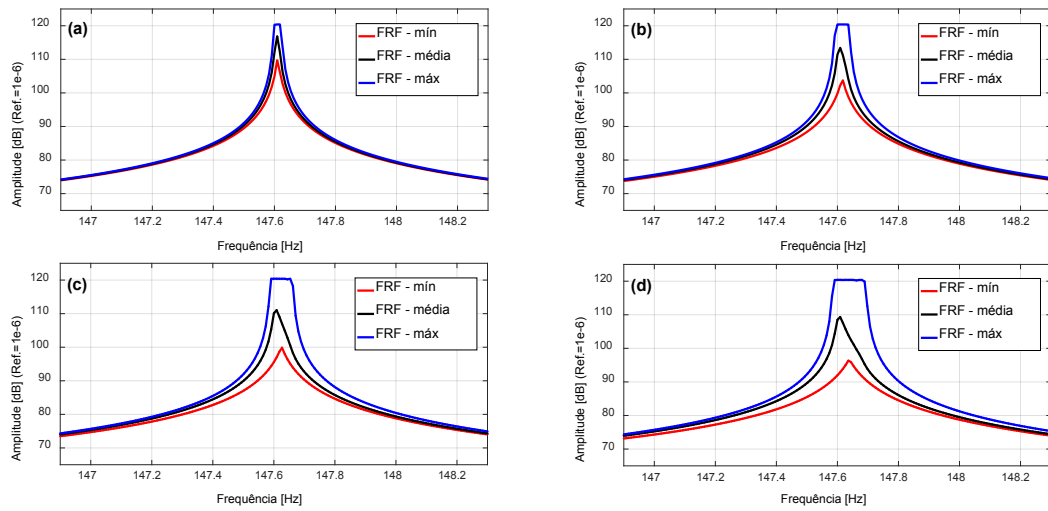


Figura 4. Variáveis estocásticas: espessuras das camadas e ângulos de direções das fibras. Envelopes de FRFs estocásticas com níveis de incerteza de: (a) 5%; (b) 10%; (c) 15%; (d) 20%.

5.2 Viga compósita com PZT acoplado de circuito *shunt* resistivo

Nesta seção, as simulações realizadas consideram a viga compósita com piezelétrico acoplado de circuito elétrico *shunt* resistivo. No primeiro conjunto de simulações, Fig. 5, somente a resistência do circuito resistivo é assumida como incerta, sendo seu valor nominal de $R = 96907,000\Omega$.

A Figura 5 apresenta quatro cenários de simulações: Fig. 5(a), onde o valor da resistência do circuito resistivo foi variado em torno do seu valor médio em cinco por cento, dez por cento na Fig. 5(b), quinze por cento na Fig. 5(c) e vinte por cento na Fig. 5(d).

Já no segundo conjunto de simulações, além do valor da resistência do circuito *shunt* resistivo, os parâmetros estruturais, espessuras das camadas do compósito e PZT e ângulos das fibras das camadas do compósito, foram considerados como sendo incertos. Desta forma, a Figura 6 apresenta quatro cenários de simulações: Fig. 6(a), onde os valores nominais das espessuras, dos ângulos e da resistência foram perturbados, de forma simultânea, em cinco por cento, dez por cento na Fig. 6(b), quinze por cento na Fig. 6(c) e vinte por cento na Fig. 6(d).

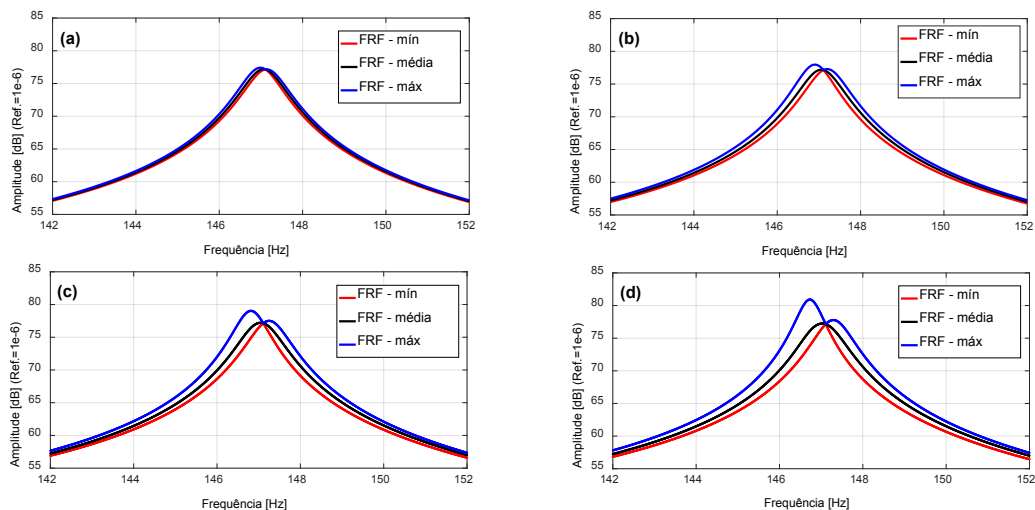


Figura 5. Variáveis estocásticas: resistência do *shunt* resistivo. Envelopes de FRFs estocásticas com níveis de incerteza de: (a) 5%; (b) 10%; (c) 15%; (d) 20%.

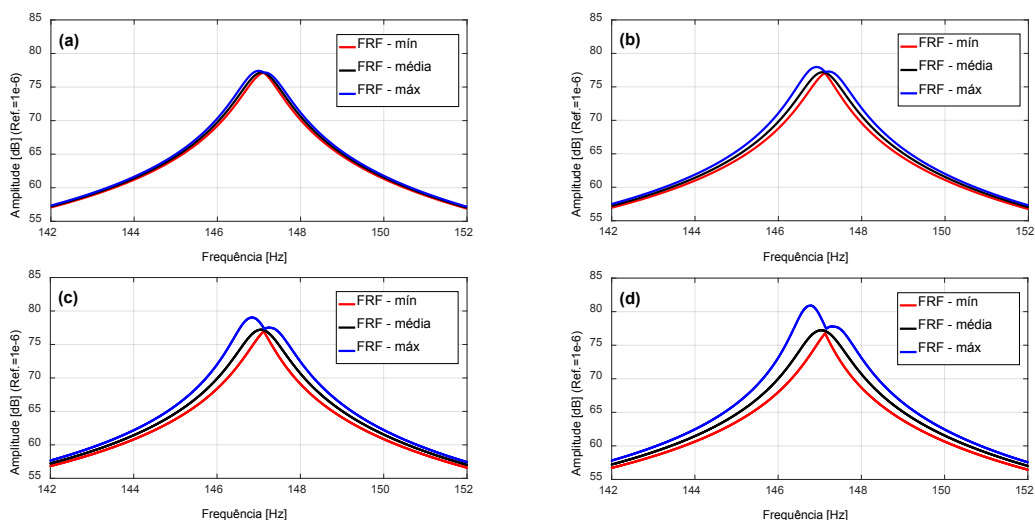


Figura 6. Variáveis estocásticas: resistência do *shunt* resistivo, espessuras das camadas e ângulos de direções das fibras. Envelopes de FRFs estocásticas com níveis de incerteza de: (a) 5%; (b) 10%; (c) 15%; (d) 20%.

Para ambos conjuntos de simulações, pode-se notar que: o aumento da dispersão dos parâmetros incertos leva a um aumento da dispersão das FRFs estocásticas e que, as FRFs médias estocásticas se encontram dentro dos envelopes formados pelas FRFs mínimas e máximas estocásticas, indicando boa predição do modelo.

É importante salientar que ao se comparar as FRFs do sistema eletromecânico acoplado com *shunt* resistivo, dadas na Fig. 5 com as da Fig. 6, nota-se que, ao se considerar além da resistência do circuito as espessuras das camadas e as direções das fibras como sendo também variáveis aleatórias, poucas mudanças foram observadas nas respostas do sistema. Pode-se portanto inferir que as incertezas advindas da resistência, neste caso, possuem maior influência na variabilidade e consequente aumento do intervalo de confiança das FRFs da estrutura em relação as

incertezas associadas aos parâmetros estruturais. A baixa relevância dos parâmetros da estrutura na variabilidade das respostas do sistema pode ser explicada pelas pequenas dimensões da viga simulada se comparadas com a ordem de grandeza do parâmetro resistivo. Outro aspecto que merece destaque é a robustez inerente ao *shunt* resistivo uma vez que, mesmo para os piores casos, dados pelos cenários das Figs. 5(d) e 6(d), este circuito continua a realizar a atenuação dos níveis de vibração quase da mesma maneira que para o caso determinístico onde se considera o valor ótimo de resistência calculado.

5 | CONCLUSÕES

De acordo com as respostas dinâmicas obtidas, observa-se que os procedimentos de modelagem desenvolvidos demonstraram-se eficientes para a caracterização do comportamento dinâmico de sistemas estruturais de materiais compósitos incorporando elementos piezelétricos acoplados a circuitos elétricos *shunt*.

Foi possível verificar a grande capacidade de atenuação dos níveis de amplitude de vibração do circuito *shunt* resistivo, sendo que, a utilização do circuito elétrico *shunt* resistivo acoplado à estrutura desloca um pouco a frequência de ressonância, semelhante aos resultados obtidos ao se atribuir características viscoelásticas ao sistema.

Em todas as simulações realizadas, observou-se que com o aumento do nível de dispersão dos parâmetros considerados como sendo incertos, aumentou-se também a variabilidade das FRFs, tornando maior o envelope das funções de resposta em frequência estocásticas, expandindo-se o intervalo de confiança. Além disso, a FRF média estocástica encontra-se, em todos os casos, dentro do envelope formado pelas FRFs mínimas e máximas estocásticas.

No que diz respeito à viga compósita com piezelétrico de posse apenas do amortecimento inerente a estrutura, dentre as variáveis avaliadas como sendo incertas, neste caso, apenas as estruturais, pôde-se inferir que as espessuras das camadas do compósito e do PZT possuem maior influência no aumento da variabilidade das FRFs e consequente aumento do intervalo de confiança do que os ângulos de direções das fibras do compósito. Isso pode ser explicado pelo fato de se tratar de uma viga de pequena largura e, as direções das fibras não impõem mudanças significativas na rigidez do sistema.

No sistema eletromecânico acoplado de *shunt* resistivo, foi possível observar que, dentre as variáveis consideradas como aleatórias, inferiu-se que as incertezas advindas da variabilidade da resistência do circuito, possuem maior influência na variabilidade e consequente aumento do intervalo de confiança das FRFs da estrutura em comparação com as incertezas associadas a espessura das camadas e aos ângulos de direções das fibras. A pouca relevância dos parâmetros da estrutura na

variabilidade das respostas do sistema amortecido passivamente via *shunt* resistivo, pode ser explicada pelas pequenas dimensões da viga comparadas à ordem de grandeza da resistência do circuito. Salienta-se a robustez adicionada pelo circuito resistivo ao ser acoplado a estrutura mais PZT, uma vez que, mesmo para os piores cenários, sob a máxima dispersão no valor da resistência, este circuito continua a realizar a atenuação dos níveis de vibração quantitativamente similar ao problema ótimo determinístico.

REFERÊNCIAS

- BOYLESTAD, R. L. **Introdução à Análise de Circuitos Elétricos**. Pearson, 13.ed., 979f, 2016.
- CHEE, C. Y. K. **Static Shape Control of Laminated Composite Plate Smart Structure using Piezoelectric Actuators**. Tese de Pós-Doutorado, University of Sydney: Department of Aeronautical Engineering, Sydney, Austrália, 2000.
- DE LIMA, A.M.G. **Modélisation et Optimisation Robuste de l'amortissement Viscoélastique de Systèmes Mécaniques**. Tese de Doutorado, Université de Franche-Comté, 2007.
- DE LIMA, A.M.G., RADE, D.A. e BOUHADDI, N. **Stochastic Modeling of Surface Viscoelastic Treatments Combined with Model Condensation Procedures**. Shock and Vibration, v. 17, p. 429-444, 2010.
- FARIA, A. W. **Modelagem por Elementos Finitos de Placas Compostas Dotadas de Sensores e Atuadores Piezoelétricos: Implementação Computacional e Avaliação Numérica**, 152f. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, 2006.
- GHANEM, R.G. e SPANOS, P.D. **Stochastic Finite Elements – A Spectral Approach**. Springer Verlag, 1991.
- HAGOOD, N. W. e VON FLOTOW, A. **Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks**. Journal of Sound and Vibration, v. 146, n. 2, p. 243-268, 1991.
- KOROISHI et al. **Stochastic Modeling of Flexible Rotors**. J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng. v. 34 no.spe2 Rio de Janeiro, 2012.
- MENDONÇA, P. T. R. **Materiais Compostos & Estruturas - Sanduíche: Projeto e Análise**. Manole, 1. ed., 2005.
- REDDY, J. N. **Mechanics of Laminated Composite Plates: Theory and Analysis**. 2. ed. Florida: CRC Press, 1997.
- RIBEIRO, L. P. e DE LIMA, A. M. G. **Projeto Ótimo de Circuitos *Shunt* para o Controle de Vibrações de Estruturas Compostas**. Proceedings of the XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Fortaleza, Brazil, 2014.
- SARAVANOS, D. A. e HEYLIGER P. R. **Coupled Layerwise Analysis of Composite Beams with Embedded Piezoelectric Sensors and Actuators**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 6, n. 3, p. 350-363, 1995.

SUDRET, B. **Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models - Contributions to structural reliability and stochastic spectral methods**. Clermont-Ferrand (France): Habilitation à diriger des recherches. Université Blaise Pascal; 2007.

VIANA, F.A.C. **Amortecimento de vibrações usando pastilhas piezoelétricas e circuitos *shunt* ressonantes**. 105f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2005.

ZAMBOLINI-VICENTE, B. G. G. L. **Projeto robusto de circuitos *shunt* para o controle passivo de vibrações de estruturas compostas**. 97f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2014.

SOBRE OS ORGANIZADORES

Henrique Ajuz Holzmann - Professor assistente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Graduação em Tecnologia em Fabricação Mecânica e Engenharia Mecânica pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Doutorando em Engenharia e Ciência dos Materiais pela Universidade Estadual de Ponta Grossa. Trabalha com os temas: Revestimentos resistentes a corrosão, Soldagem e Caracterização de revestimentos soldados.

João Dallamuta - Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Engenheiro de Telecomunicações pela UFPR. Especialista em Inteligência de Mercado pela FAE Business School. Mestre em Engenharia pela UEL. Trabalha com os temas: Inteligência de Mercado, Sistemas Eletrônicos e Gestão Institucional.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-247-0

