

CAPÍTULO 2

ESTRUTURA ESTELAR EM FOCO: ENSINO ATRAVÉS DE JOGO DE CAÇA-PALAVRAS



<https://doi.org/10.22533/at.ed.033112529042>

Data de aceite: 30/06/2025

Edson Lima Bonfim

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Marabá, PA, Brasil

Daniel Brito de Freitas

Departamento de Física Universidade Federal do Ceará Caixa Postal 6030 Campus do Pici, Fortaleza Ceará, Brasil

Caio Samuel dos Santos

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Marabá, PA, Brasil

Dayse Ellen Chaves Rodrigues

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Marabá, PA, Brasil

Dannilo Vieira Alves

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Marabá, PA, Brasil

Maria das Graças Dias da Silva

Departamento de Física, Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, Mossoró, RN, Brasil

José Victor Leite Xavier

Escola Sesi Marabá, Marabá, PA, Brasil

Maria Liduína das Chagas

Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Marabá, PA, Brasil

Thiago Rafael da Silva Moura

Faculdade de Física, Universidade Federal do Pará, Salinópolis, PA, Brasil

RESUMO: O presente estudo apresenta as quatro equações diferenciais ordinárias que regem a estrutura das estrelas é apresentado, tais como: continuidade de massa, equilíbrio hidrostático, transporte de energia nos regimes radiativo e convectivo, e conservação de energia e suas propriedades básicas, constituídas por massa, luminosidade, temperatura efetiva, raio e composição química são estabelecidas, que podem ser usadas como condições físicas para validar este modelo teórico. Para entender seu significado, geramos um mapa mental e, nas estratégias metodológicas, aplicamos um jogo de caça de palavras para verificar a compreensão dos alunos. Percebemos como a massa inicial ao longo desta revisão, tem um papel importante na evolução da estrela e nas fontes e transportes de energia. Os

resultados enfatizam a conexão entre propriedades intrínsecas e processos termodinâmicos, e trazem uma nova perspectiva para a compreensão da estabilidade e evolução em diferentes classes de estrelas.

PALAVRAS-CHAVE: Evolução, estrutura Estelar, mapa mental, caça-palavras.

STELLAR STRUCTURE IN FOCUS: TEACHING THROUGH A WORD-SEARCH

ABSTRACT: This study presents the four ordinary differential equations that govern stellar structure namely, mass continuity, hydrostatic equilibrium, radiative and convective energy transport, and energy conservation and establishes their basic physical properties (mass, luminosity, effective temperature, radius, and chemical composition) as conditions for validating this theoretical model. To elucidate their significance, we created a mind map and, in our methodological strategies, employed a word-search game to assess student understanding. Throughout this review, we observed how the star's initial mass plays a crucial role in its evolution as well as in its energy sources and transport mechanisms. The results highlight the connection between intrinsic stellar properties and thermodynamic processes, offering a new perspective on the stability and evolution of different classes of stars.

Keywords: Evolution stellar, stellar structure, mind map, word-mearch puzzle.

INTRODUÇÃO

Estudos recentes documentam a evolução dos métodos de observação e análise em astronomia. Aigrain et al. (2016) demonstraram que a introdução de técnicas de processamento digital de sinais viabilizou avanços substanciais na caracterização das variabilidades estelares, corroborando o papel central da inovação metodológica para o progresso do conhecimento astronômico.

Estrelas são corpos celestes massivos compostos predominantemente por plasma gasoso que, sob a ação radial do campo gravitacional, se comprimem até assumirem geometria esférica. No núcleo estelar, reações de fusão nuclear convertem matéria em energia, liberada na forma de radiação eletromagnética e responsável pela luminosidade intrínseca do astro. Durante grande parte de seu ciclo de vida, as escalas temporais envolvidas nos processos evolutivos são tão extensas que quaisquer variações estruturais a curto prazo se tornam desprezíveis, garantindo o equilíbrio hidrostático e térmico (Lanza, 2014).

De modo geral, o presente artigo tem por objetivo revisar as equações que regem a estrutura e a evolução estelar. Para tanto, serão apresentadas as condições físicas que mantêm uma estrela em equilíbrio, tais como equilíbrio hidrostático e conservação de energia e suas formulações matemáticas por meio de equações diferenciais ordinárias, conforme metodologia consolidada por Mattur (2019).

A astronomia, enquanto ciência milenar, tem se beneficiado continuamente dos avanços tecnológicos e metodológicos que impulsionam sua capacidade de observação e análise. Nas últimas décadas, o desenvolvimento de técnicas de processamento digital

de sinais (fotométricos e espectroscópicos) tem desempenhado um papel fundamental na caracterização de fenômenos astrofísicos, incluindo a variabilidade estelar (Aigrain et al., 2016). Esse progresso reflete a íntima relação entre inovação tecnológica e expansão do conhecimento astronômico, especialmente na compreensão da física estelar.

Estrelas são objetos astrofísicos fundamentais, cuja observação e estudo não apenas iluminam os processos internos que regem seu comportamento, mas também oferecem pistas sobre a evolução do cosmos. Elas são estruturas compostas predominantemente por plasma, mantidas sob equilíbrio gravitacional, cuja forma esferoidal resulta diretamente da simetria imposta pela gravidade (Maciel, 2016). No interior das estrelas, as altíssimas pressões e temperaturas viabilizam reações nucleares que convertem massa em energia, sendo essa energia liberada na forma de radiação eletromagnética, principal responsável pela luminosidade observada desses corpos celestes.

Do ponto de vista físico, uma estrela pode ser compreendida como um sistema autossustentado, cujo equilíbrio dinâmico é mantido pela competição entre duas forças fundamentais: a pressão, que atua no sentido de expandir a estrela, e a gravidade, que atua no sentido oposto, comprimindo-a. Esse equilíbrio, conhecido como equilíbrio hidrostático, assegura que a estrela mantenha sua estrutura estável durante a maior parte de sua vida. Simultaneamente, o equilíbrio térmico garante que a quantidade de energia gerada no núcleo por meio de fusões nucleares, seja compensada pela energia irradiada na superfície (Maciel, 2016; Lanza, 2014).

O entendimento da estrutura estelar é, portanto, um dos pilares da astrofísica moderna. A partir desse conhecimento, é possível não apenas explicar as propriedades observáveis das estrelas como massa, raio, luminosidade, temperatura efetiva e composição química, mas também prever sua evolução e os destinos finais que podem assumir, como anãs brancas, estrelas de nêutrons ou buracos negros.

No entanto, os conceitos relacionados à estrutura estelar são, frequentemente, de difícil assimilação no ambiente educacional, principalmente devido ao caráter abstrato de alguns modelos matemáticos envolvidos. Nesse contexto, metodologias ativas e recursos lúdicos surgem como alternativas didáticas promissoras, capazes de facilitar a compreensão desses conteúdos. O uso de jogos educacionais, como o caça-palavras, permite ao estudante explorar conceitos complexos de forma interativa, estimulando tanto o raciocínio lógico quanto a fixação dos principais termos e ideias relacionadas ao tema.

Dante desse cenário, o presente artigo tem como objetivo apresentar uma abordagem didática inovadora para o ensino de física estelar, utilizando um jogo de caça-palavras como ferramenta de apoio pedagógico. Como pano de fundo, serão discutidos os conceitos fundamentais que regem a estrutura das estrelas, abordando os princípios físicos subjacentes, suas propriedades observáveis e a importância desse conhecimento para a compreensão do universo.

A estrutura do artigo está organizada da seguinte forma: na próxima seção, serão abordados os fundamentos da física estelar, contextualizando os conceitos de equilíbrio hidrostático, equilíbrio térmico e os processos de geração e transporte de energia no interior estelar. Em seguida, será apresentada a proposta pedagógica baseada no jogo de caça-palavras, detalhando seus objetivos, metodologia de aplicação e análise dos resultados obtidos em ambiente de ensino. Por fim, discutem-se as conclusões e perspectivas para o aprimoramento dessa estratégia educacional no ensino de astronomia.

EQUAÇÕES DA ESTRUTURA ESTELAR

Equação da Conservação da Massa

O estudo da estrutura estelar parte de quatro equações fundamentais, sendo a equação da conservação da massa também conhecida como equação da continuidade a primeira delas. Esta equação descreve como a massa se distribui no interior da estrela em função da distância radial a partir do centro. Nesta seção, abordamos a primeira equação da estrutura estelar, conhecida como equação da continuidade, cujo objetivo é relacionar a variação de massa com a densidade e o raio. Considerando uma casca esférica com volume dV que pode ser compreendido como $A dr$ a uma distância r do centro da estrela (Filho e Saraiva (2014), Kippenhahn, Weigert e Weiss (2012)). Como a massa pode ser entendida como o produto entre a densidade volumétrica ρ e o volume V , basta relacionar uma quantidade de massa infinitesimal dM_r com um volume da casca esférica dV da seguinte forma:

$$dM_r = \rho A dr$$

Como a área de uma esfera equivale à $A = 4\pi r^2$ basta substituir na equação acima, obtém-se:

$$dM_r = \rho 4\pi r^2 dr$$

Diferenciando ambos os lados por dr a equação pode ser reescrita como:

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho (1)$$

A equação da continuidade exerce papel fundamental na formulação do equilíbrio hidrostático, uma vez que evidencia a interdependência entre massa, densidade e volume grandes não independentes no interior estelar e quantifica a variação da massa em função do raio, fornecendo a base quantitativa para a análise do balanço entre forças gravitacionais e de pressão (Maciel, 2022).

Em situações de perda de massa estelar quando o equilíbrio hidrostático é interrompido a equação da continuidade conserva sua validade, permitindo quantificar a distribuição de massa mesmo na ausência do balanço entre pressão e gravidade. Nesse regime, torna-se evidente que os gradientes de pressão interna podem superar as forças gravitacionais, conduzindo a fluxos de material para o exterior da estrela (Kippenhahn, Weigert & Weiss, 2012).

Como a velocidade v pode ser entendida como a primeira derivada da distância em função do tempo dx / dt , é válido afirmar que a espessura da casca esférica pode ser entendida como o produto da velocidade com o tempo dt . Desta forma a taxa de perda de massa será expressa matematicamente como:

$$\frac{dM_r}{vdt} = 4\pi r^2 \rho$$

Reescrevendo a equação isolando a massa e o tempo.

$$\frac{dM_r}{dt} = 4\pi r^2 \rho v \quad (2)$$

A massa desempenha papel determinante na evolução estelar, pois estrelas mais massivas devem consumir combustível nuclear em ritmo elevado para gerar pressão capaz de contrabalançar a intensa gravidade. Consequentemente, essas estrelas apresentam tempos de fusão mais curtos em comparação às de massa inferior, ainda que exibam luminosidades intrínsecas mais elevadas (Bandecchi 2012).

Esta equação estabelece que a variação da massa acumulada até uma distância r é proporcional à densidade local multiplicada pela área da superfície esférica nesse raio. Portanto, ela quantifica como a massa total aumenta à medida que se avança do centro para a periferia da estrela.

Conforme discutido por Maciel (2016), essa relação é um dos pilares da modelagem estelar, pois permite vincular diretamente a densidade, uma propriedade local, à distribuição global da massa. É, portanto, uma condição indispensável para a formulação do equilíbrio hidrostático e dos modelos de evolução estelar.

Conservação da massa em regimes dinâmicos

É relevante destacar que a equação da continuidade mantém sua validade mesmo em condições onde o equilíbrio hidrostático é rompido, como em fases de intensa perda de massa ou episódios de ejeção de material. Nessas situações, embora o balanço entre pressão e gravidade não esteja mais garantido, a conservação da massa continua sendo uma restrição fundamental (Kippenhahn, Weigert e Weiss, 2012).

Se introduzirmos um fluxo de massa associado a uma velocidade radial w , podemos relacionar a variação da massa ao longo do tempo.

Equação de Equilíbrio Hidrostático

A equação que descreve o equilíbrio hidrostático é uma fórmula matemática que estabelece a relação entre a pressão interna e a força gravitacional em uma estrela. Ambas são essenciais para garantir a estabilidade estrutural da estrela. Na sua representação diferencial, esse equilíbrio pode ser aproximadamente formulado como:

$$\frac{dP_r}{dr} = \frac{-GM_r\rho(r)}{r^2} \quad (3)$$

onde $P(r)$ é a pressão no raio r e M_r é a massa contida em uma esfera de raio r , $\rho(r)$ é a densidade local, e G é a constante gravitacional. Este formalismo é atualmente implementado em modelos estelares de ponta e foi recentemente revisado e amplamente explorado na literatura de astrofísica sobre evolução estelar (Paxton et al.).

Quando a equação 3 e as outras equações de estrutura são integradas, a pressão p , a densidade e as distribuições de massa em relação à coordenada radial são determinadas e representam um ponto de partida para modelar a estabilidade de uma estrela durante o curso de sua evolução (Fernandes, 2001).

Sob a condição de equilíbrio hidrostático e térmico, o transporte de energia interna é pensado para responder de tal forma que o gradiente de pressão necessário para sustentar a parte superior seja preservado. Enquanto neste cenário idealizado, onde os efeitos de rotação diferencial, pulsões, marés e campos magnéticos são negligenciados, a simetria esférica da estrela não mudará ao longo de escalas de tempo semelhantes à vida típica dos sistemas estelares, ou seja, milhões a bilhões de anos, dependendo da massa e composição química do corpo.

Desvios transitórios dessa condição, por exemplo em fases de instabilidade de pulsão ou durante forte perda de massa, exigem a inclusão de termos adicionais à equação de equilíbrio, mas, em regime estacionário, a expressão acima basta para descrever a configuração estrutural de uma ampla gama de classes estelares (Fernandes, 2001).

Em princípio para que haja equilíbrio no interior de uma estrela, tanto a força gravitacional quanto a pressão devem ser iguais para uma mesma distância r de modo que a força resultante seja nula ($F_p = F_G$). Partindo desta premissa, e considerando um cilindro com área A e altura infinitesimal dr situado a uma distância r do centro, a força exercida pelo núcleo F_p será compreendida como a diferença entre a pressão exercida no topo do cilindro e a pressão exercida na base a força dF_p Silvia (2018). Sabendo que a força gravitacional pode ser calculada através da lei da gravitação universal e a diferença de pressão respectivamente, obtém-se:

$$F_G = \frac{-GM_r dm}{r^2}$$

$$dF_p = AdP$$

Onde a equação da força gravitacional possui um sinal negativo pelo fato da força gravitacional ser uma força atrativa, de maneira tal que está aponta para o centro da estrela, enquanto M_r representa a massa da esfera de raio r e dm a massa do cilindro. Assim, substituindo ambas as equações dentro da resultante, obtém-se:

$$AdP = \frac{-GM_r dm}{r^2}$$

Como a massa pode ser reescrita como função da densidade e volume ($dm = pdv$), de mesma forma que o volume possa ser compreendido como o produto entre a área a altura ($dv = Adr$), substituindo dm e dv na equação acima temos que esta pode ser reescrita como:

$$AdP = \frac{-GM_r \rho Adr}{r^2}$$

Dividindo ambos os lados da equação pela área e altura do cilindro, tem-se:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{-GM_r}{r^2} \rho \quad (4)$$

ou

$$\frac{dP}{dr} = -g\rho \quad (5)$$

Onde g representa o campo gravitacional, semelhante a variação de pressão (dP/dy ou dP/dz dependendo de como será considerada a altura em que o objeto se encontra) em um corpo submerso em um fluido de densidade ρ conforme Kundu & Cohen, 2004.

Todavia, mesmo considerando a estrela como um fluido, tanto a força gravitacional quanto a pressão interna podem ocorrer em qualquer ponto de uma esfera na qual encontra-se em um espaço tridimensional. Desta maneira a equação Maciel (1999) determina que para qualquer ponto da esfera a uma distância r a gravidade será compensada por um *gradiente de pressão*. Contudo esta equação é válida apenas quando a estrela apresentar superfície esférica, caso esta condição não seja atendida, a equação é definida da seguinte forma:

$$\vec{\nabla}P + \rho\vec{\nabla}\phi = 0(6)$$

Onde ϕ representa o potencial gravitacional.

Entretanto, como as estrelas passam por processos evolutivos mesmo que a longo prazo, em um certo momento as estrelas não se encontram neste estado de equilíbrio. Desta forma, estrelas que perdem mais energia do que a gerada ao longo do tempo tendem a diminuir sua pressão ao ponto de ser comprimida por conta da força gravitacional. Enquanto para o caso de estrelas geram mais energia do que a liberada, ocorre o contrário, de modo que as estrelas aumentem seu tamanho.

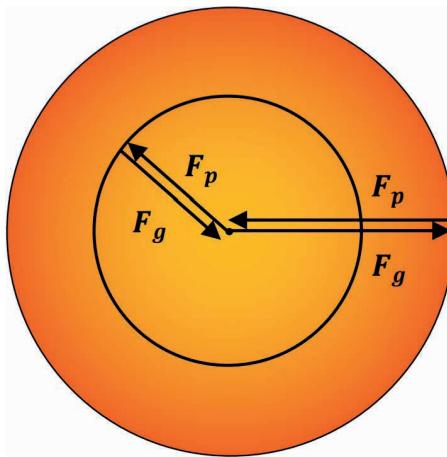


Figura 1: representação do equilíbrio das forças.

Fonte: Próprio autor.

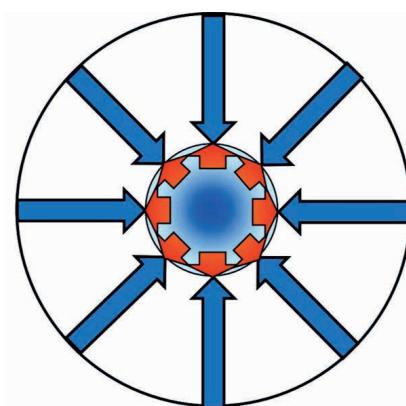


Figura 2: representação de estrelas nas quais a gravidade exercida pelo núcleo superou a Pressão

Fonte: Próprio autor.

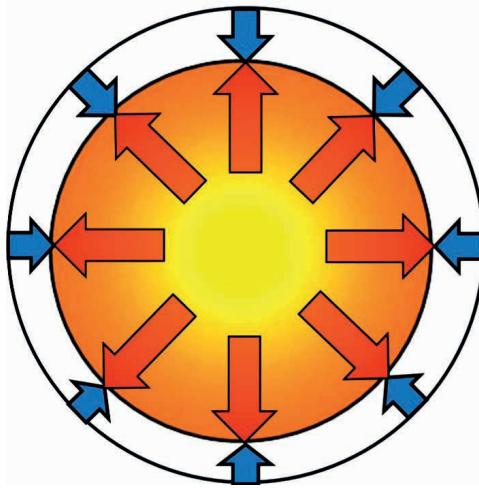
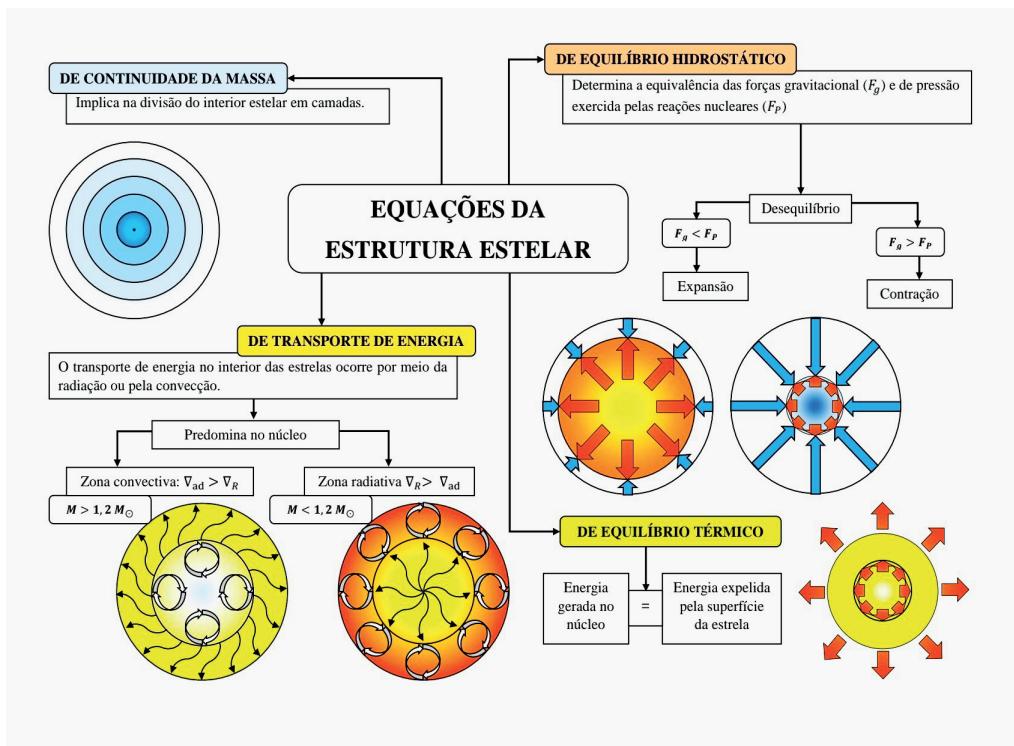


Figura 3: representa estrelas em que a pressão exercida pelo núcleo foi superada pela força gravitacional

Fonte: Próprio autor.

A primeira figura é a representação do equilíbrio das forças. A segunda figura é uma representação de estrelas nas quais a gravidade exerceu superou a Pressão, expandindo os limites estelares. A terceira figura representa estrelas em que a pressão exercida pelo núcleo supera a força gravitacional. A coloração das setas é apenas para diferenciar as forças, enquanto na coloração das estrelas buscou-se aproximar de modelos reais como gigantes vermelhas e anãs brancas ou azuis.

Para melhor compreender todas essas equações e conceitos novos, construímos um mapa mental, figura 4, ela foi distribuída após a aula sobre as equações, logicamente usamos uma linguagem com termos mais conhecidos pelos alunos.



Equações de Estado

Como a pressão é um fator mais relevantes na equação de equilíbrio hidrostático, ela também pode ser expressa matematicamente. Embora esta equação seja complexa, existe uma maneira mais simplificada de determinar a pressão em função da densidade do material. Primeiramente, o interior estelar apresenta pressão e temperatura muito elevadas de modo que a matéria composição das camadas mais internas se encontram em um outro estado da matéria, denominado de plasma , que por sua vez se comporta como um gás perfeito Silva(2018). Dessa forma fazemos algumas aproximações de modo que podemos tratar essa matéria como gás ideal, cuja equação é descrita abaixo:

$$PV = N\kappa T$$

Onde P, V, N, κ e T representam respectivamente, pressão, volume, o número de partículas, constante de Boltzmann e temperatura. Isolando a pressão e substituindo a razão entre o número de partículas e o volume pela densidade numérica de partículas n . Todavia como este valor n também equivale a razão entre densidade p e massa média das partículas (m), dessa forma podemos afirmar que esta razão é igual razão entre o número de partículas e o volume, ou seja:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{\langle m \rangle}$$

Reescrevendo a equação ideal dos gases com base nesse conhecimento, obtém-se:

$$P = \frac{\rho kT}{\langle m \rangle}$$

Por fim, uma vez que o *peso molecular médio* é definido como a razão entre a *massa média das partículas* e a *massa do átomo de hidrogênio_H*, basta substituir esta massa média pelo produto entre μ e m_H da seguinte forma:

$$P = \frac{\rho kT}{\mu m_H} \quad (6)$$

Assim, esta equação denominada *equação de estado* relaciona a pressão, temperatura e densidade de modo que demonstra quantitativamente que estrelas com maior pressão tendem a ser mais luminosas, e/ou inverso. Entretanto esta equação é válida apenas para matéria não degenerada, no caso de estrelas com densidade muito elevadas o gás torna-se degenerado nos interiores das estrelas, fazendo com que a pressão seja independente da temperatura, consequência muito importante no final da vida de algumas estrelas que permanecem com pressão constante enquanto a temperatura do seu gás aumenta. Estrelas muito densas como estas, os elétrons se encontram o mais próximo possível e como estão no mesmo estado quântico não pode dividir o mesmo espaço, pelo princípio da exclusão de Pauli, assim os elétrons automaticamente exercem uma pressão denominada *pressão dos elétrons degenerados*. Esta por sua vez contrabalança a força gravitacional, impedindo que a estrelas continuem a ser comprimida. A equação de estado neste caso será definida como:

$$P = K\rho^{\text{constante}} \quad (7)$$

Para estrelas com densidades menor ou igual a 10^6 g/cm^3 com energia dos elétrons não-relativística a constante vale $5/3$. Enquanto para estrelas com densidades maior ou igual a 10^6 g/cm^3 com energia dos elétrons relativística a constante vale $4/3$ Maciel(2022).

TRANSPORTE DE ENERGIA

Embora as estrelas sejam compostas por uma mistura de gases ionizados, predominantemente hidrogênio e hélio, a energia gerada por meio de reações nucleares ocorre exclusivamente no núcleo estelar, onde as temperaturas e pressões são suficientemente altas para viabilizar a fusão nuclear. Para que essa energia alcance a superfície e, posteriormente, seja irradiada para o espaço, ela precisa ser transportada através das diferentes camadas internas da estrela.

Esse transporte de energia ocorre por meio de três processos físicos fundamentais, cujas contribuições dependem das condições locais de temperatura, densidade e opacidade no interior estelar (Maciel, 2016; Kippenhahn, Weigert e Weiss, 2012):

1) Condução

A condução térmica é um processo no qual a energia é transferida através de colisões diretas entre partículas elétrons, íons e núcleos. Embora esse mecanismo seja relevante em materiais sólidos, no contexto das estrelas ele tem um papel limitado, predominando principalmente em estágios avançados da evolução estelar, como no interior de anãs brancas, onde a densidade é extremamente elevada e os elétrons estão em estado degenerado. Nessas condições, os elétrons livres conduzem energia de forma eficiente.

2) Convecção

A convecção consiste no transporte de energia por meio do movimento coletivo de massas de gás. Ocorre quando há um gradiente de temperatura suficientemente acentuado que torna uma região instável termicamente. Assim, o material mais quente, menos denso, tende a subir, enquanto o material mais frio, mais denso, desce. Esse mecanismo é altamente eficiente e é característico de regiões estelares onde a opacidade é elevada, dificultando o transporte radiativo. No Sol, por exemplo, a convecção domina nas camadas mais externas, conhecidas como zona convectiva.

3) Radiação

O transporte radiativo é o mecanismo predominante na maior parte do interior estelar das estrelas de sequência principal, como o Sol. Nesse processo, a energia é transferida por meio da emissão, absorção e reemissão de fôtons, que interagem constantemente com partículas do plasma, como elétrons livres, íons e átomos. Devido à grande opacidade, os fôtons seguem trajetórias aleatórias, em um processo conhecido como caminhada aleatória dos fôtons, tornando o transporte radiativo relativamente lento, embora eficaz em regiões com baixa opacidade.

Apesar das estrelas apresentarem um material específico em sua composição a energia é gerada apenas no núcleo. Desta forma, para que as estrelas possam liberar a energia produzida a mesma faz uso de três mecanismos de transferência de calor, sendo tais:

Equação de Transporte Radioativo

A radiação e a condução ocorrem de maneira similar, na medida em que ambas requerem contato direto - de fôtons entre si e das próprias partículas. Mas em uma estrela, como na maioria dos casos, a radiação é mais eficaz devido ao fato de que os fôtons percorrem uma distância de aproximadamente $10^{-2}m$ antes de serem absorvidos, enquanto as partículas se moverão a $10^{-10}m$. devido à condução, e a temperatura e, portanto, a densidade no interior da estrela são muito altas, levando a muitas colisões, e até mesmo a radiação é difícil de transportar diretamente. Neste caso, alguma transferência de calor por condução será negligenciada.

Na maior parte das estrelas o transporte de energia fica dividido entre radiação e convecção que dependendo da massa um desses mecanismos de transferência de energia ocorrerá primeiro. Para estrelas com temperaturas elevadas no núcleo, a radiação se encontra com elevadas frequências (3×10^{16} Hz - 3×10^{19} Hz), ou seja, fótons de raio-X que possuem grande quantidade de energia, esses fótons quando são gerados, são absorvidos por um intervalo de tempo muito curto de aproximadamente 10^{-8} s e então são reemittidos. Assim, o deslocamento efetuado do ponto em que foi emitido até o que foi absorvido será determinado pelo *deslocamento médio livre* (l.c.m.) λ .

Como as partículas dos gases perfeitos estão em constante colisões, elas descrevem um movimento aleatório como um “zig-zag”, e ao longo do movimento os fótons chegam a colidir cerca de 2×10^{22} vezes. Devido a tantas colisões os fótons perdem muita energia ao ponto de chegarem a superfície das estrelas com frequências na faixa do visível, o tempo total gasto para esse processo é na ordem de 10^7 anos Maciel (1999)

Considerando que o transporte radioativo seja responsável pelo transporte dos fótons do núcleo até a superfície estelar, o mesmo ocorrerá em uma seção e estará sujeito ao tempo, que nesse caso há de ser definido matematicamente como o fluxo de radiação em função do gradiente de temperatura e o coeficiente de condutividade, λ_{rad} ou seja:

$$F_{rad} = -\lambda_{rad} \frac{dT}{dr}$$

Nesta equação o sinal demonstra que o fluxo de energia está saindo de locais com maior e para locais de menor temperatura. Assim, a condutividade de radiação pode ser definida como:

$$\lambda_{rad} = \frac{4acT^3}{3K\rho}$$

Onde a representa a *constante da densidade de radiação*, c a *velocidade da luz* e K a *opacidade*. Ao isolar o gradiente de temperatura e substituindo esses valores na equação, obtém-se:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-3K\rho}{4acT^3} F_{rad}$$

Sabendo que o fluxo pode ser definido como $F_{rad} = L/4\pi r^2$, a equação pode ser reescrita como:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-3K\rho L}{16\pi r^2 acT^3} \quad (8)$$

Desse modo esta equação tem como objetivo demonstrar que para que o transporte de energia seja feito por radiação deve-se existir um gradiente temperatura. Este aumentará

juntamente com a opacidade a um certo limite que ao ser ultrapassado o transporte radioativo será substituído pela convecção. Vale ressaltar que para Física qualquer material que apresente uma certa *opacidade* demonstra uma resistência quanto a passagem de energia, como diversos materiais na Terra que impedem a passagem de luz. Igualmente, as estrelas que apresentam um meio opaco em seu núcleo são incapazes de transportar energia pela radiação devido os fótons ópticos não possuírem energia suficiente para atravessarem o meio. A opacidade nas estrelas está associada a forma como os fótons interagem como a matérias, essas interações podem ocorrer de várias formas

Equação de Transporte Convectivo

Como referido anteriormente transporte convectivo pode substituir o radioativo em um certo momento em que o gradiente de pressão ultrapassa seu limite. Neste processo as partículas com maiores temperaturas (mais próximas do núcleo) aumentam seu volume devido ao grau seu de agitação, acarretando a diminuição da densidade. Desta forma as partículas com menores temperaturas e com maiores densidades tendem a se deslocar para baixo ao mesmo tempo que as menos densas se deslocam para cima. Considerando que uma bolha se encontre a uma distância r do centro da estrela em equilíbrio térmico com a vizinhança sujeita a pressão P e temperatura T , caso a bolha seja mais densa que a vizinhança a mesma retorna para baixo, porém se mesma permanecer com a densidade menor, tal continuará a subir. Contudo, para que esse fenômeno seja quantizado em termos de gradiente de temperatura como o transporte radioativo, serão levantadas duas hipóteses, sendo elas:

1º *A bolha deve subir adiabaticamente de tal modo que refrie ser trocar calor com a vizinhança.*

2º *Em todo o tempo tanto a bolha quanto a vizinhança terão a mesma pressão.*

Por conseguinte, as condições necessárias para que ocorra o transporte de energia por meio da convecção, e apesar desta equação ser obtida por uma série de relações entre outras fórmulas, em síntese é definida apenas por:

$$\frac{T \frac{dP}{dr}}{P} < \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dT}{dr} \quad (9)$$

Onde γ representa a razão entre os calores específicos da pressão e o volume ($\gamma = C_p / C_v$) constante. Por fim esta equação demonstra os valores na qual a condução pode ocorrer, seja quando o gradiente da temperatura for muito grande (como ressaltado anteriormente) ou quando γ tender a 1 Maciel (1999). Na maioria dos casos estrelas com massas inferiores a $0,5M_\odot$ (M_\odot =massa solar) a energia transportada será somente por meio da convecção, enquanto estrelas com massas entre $0,5M_\odot$ e $1,5M_\odot$ o transporte será feito tanto pela radiação do centro até um certo ponto “x” e quanto pela convecção deste ponto “x” até o a camada externa, e por fim estrelas com massas superiores a $1,5M_\odot$ ocorre o contrário Jatenco-Pereira (2010).

EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Um dos fatores cruciais na vida de uma estrela é a relação entre a produção e a perda de energia, visto que a estrela deve liberar toda a energia produzida para que não perca sua condição de equilíbrio. Se por acaso uma estrela gerar mais energia do que a quantidade liberada, à medida que uma nova for gerada está energia vai se acumulando de modo que a estrela irá se expandir cada vez mais. Todavia se energia perdida for maior que a gerada, a estrela irá perder suas camadas de tal maneira que a estrela perderá seu volume cada vez mais. Estas são características da evolução estelar, embora isso não aconteça na maior parte do tempo por conta do equilíbrio entre a produção e a perda de energia, com exceção no final de sua vida. Assim, ao considerar uma casca esférica com massa dM_r , cuja luminosidade gerada pela mesma seja dada como dL , a equação de produção de energia será obtida pela seguinte relação:

$$dL = \varepsilon dM_r$$

Onde o símbolo ε representa a emissividade (energia produzida por unidade de massa e por unidade de tempo). Substituindo dM_r pelo seu valor obtido na equação de continuidade, obtém-se:

$$\frac{dL}{dr} = \varepsilon 4\pi r^2 \rho (10)$$

Assim esta equação demonstra que para todo e qualquer valor de energia gerada tende a ser liberada para que assim a estrutura da estrela permaneça estável. Além de ser o principal fator para a existência do equilíbrio hidrostático. Entretanto, quando as estrelas passam por processos evolutivos rápidos esta equação torna-se inválida, neste caso a equação acima será reescrita como:

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \left[\varepsilon - \frac{3}{2} \rho^{\frac{2}{3}} \frac{d}{dt} \left(\frac{P}{\rho^{\frac{5}{3}}} \right) \right] (11)$$

Quando há ocorrência de processos evolutivos rápidos, a equação (11) substitui a equação (10), apesar de ambas serem semelhante quando a derivada temporal for considerada nula nos processos evolutivos lentos Fernandes (2021). Todavia, a equação (9) tende a ser mais utilizada tanto pelas estrelas se encontrarem estáveis na maior parte de sua vida com por sua simplicidade.

E quando se trata do processo de produção de energia no núcleo, a única maneira conhecida para as estrelas produzirem a energia necessária por longos períodos é a fusão nuclear. Uma reação em cadeia começa no núcleo e continua até que a estrela fique sem combustível (em algum momento de sua vida posterior). Essa mesma reação funciona também na fusão de quatro núcleos de hidrogênio para produzir um núcleo de hélio, e como o hidrogênio é encontrado em aproximadamente 90% dos átomos de uma estrela, esse reservatório de combustível garante que a estrela terá uma vida muito longa.

Conforme a temperatura do interior de cada estrela, serão apresentadas diferentes cadeias de reações nucleares Maciel (1999) Neste caso, para estrelas com temperaturas na ordem 8×10^6 K de predomina a cadeia próton-próton, esta pode acontecer de três formas distintas denominadas pp-1, pp-2 e pp-3. Para estrelas com temperaturas maiores ou iguais a 18×10^6 K predomina o ciclo CNO. Estrelas com temperaturas maiores a 10^8 K predomina o processo Triplo- α . Por fim, para estrelas acima de 8 massas solares, quando a temperatura central atinge $5 - 10 \times 10^8$ K predomina a queima do carbono Fernandes (2021).

Considerando a complexidade conceitual do tema, optamos por uma abordagem didática inicial fundamentada em aprendizagem lúdica e interativa. Para facilitar o engajamento introtório com o conteúdo, empregamos um jogo de caça-palavras como ferramenta educacional, com o objetivo de promover a familiarização com termos-chave e estimular o interesse cognitivo de forma não intimidadora.

Mecanismos de Produção de Energia no Núcleo Estelar

O processo que permite às estrelas brilharem durante bilhões de anos é a **fusão nuclear**, na qual núcleos de hidrogênio colidem e se fundem, formando hélio e liberando enormes quantidades de energia na forma de fôtons e partículas. Essa energia é responsável por manter o equilíbrio contra a gravidade.

O tipo de reação de fusão predominante depende fortemente da **temperatura no núcleo da estrela**:

a. Cadeia Próton-Próton (p-p)

A **cadeia p-p** é o principal processo de geração de energia em estrelas de baixa massa, como o Sol, onde as temperaturas do núcleo estão em torno de 8×10^6 K a 15×10^6 K.

Nesse processo, quatro núcleos de hidrogênio (${}^1\text{H}$) se fundem para formar um núcleo de hélio (${}^4\text{He}$), liberando dois pósitrons, dois neutrinos e fôtons na forma de energia.

Existem três ramos principais desse processo:

a.1) p-p I: predominante em temperaturas até 10^7 K, responsável pela maior parte da energia solar, figura 4a.

a.2) p-p II: mais relevante entre 13 e 15×10^6 K, com a participação de núcleos de berílio e lítio intermediários.

a.3) p-p III: ocorre em temperaturas mais elevadas, com participação de núcleos de boro.

b) Ciclo CNO (Carbono-Nitrogênio-Oxigênio)

O **Ciclo CNO** torna-se dominante em estrelas de maior massa, cujo núcleo atinge temperaturas superiores a 18×10^6 K. Nesse ciclo, núcleos de carbono, nitrogênio e oxigênio atuam como **catalisadores**, facilitando a fusão de quatro prótons para formar um núcleo de hélio.

Embora o produto final seja o mesmo da cadeia p-p, a eficiência do ciclo CNO cresce rapidamente com a temperatura — o que faz dele o processo dominante em estrelas mais quentes e massivas.

Na Figura 4b, observa-se como o ciclo se fecha, com núcleos de carbono (^{12}C), nitrogênio (^{14}N) e oxigênio (^{16}O) participando das reações, mas retornando ao estado inicial após a formação do hélio.

Eficiência dos Processos em Função da Temperatura

A dependência dos processos de fusão com a temperatura é extremamente sensível. A produção de energia na cadeia p-p cresce aproximadamente com a quarta potência da temperatura (T^4), enquanto no ciclo CNO esse crescimento é ainda mais acentuado, variando aproximadamente como T^{17} (Kippenhahn et al., 2012; Maciel, 2016).

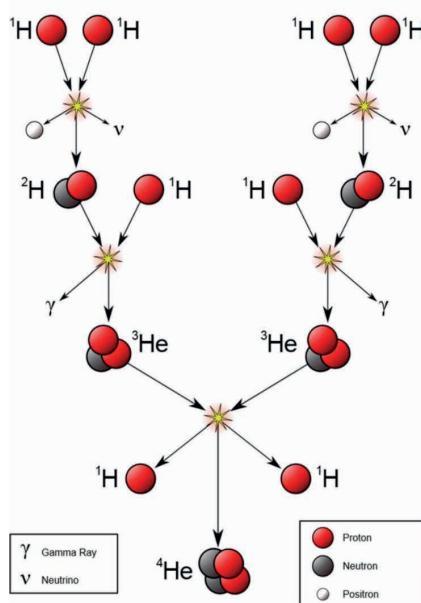


Figura 4a: Esquema da Cadeia p-p, mostrando como quatro prótons se fundem, via etapas intermediárias, formando um núcleo de hélio.

Fonte: https://supernova.eso.org/exhibition/images/0418_pp-1080/

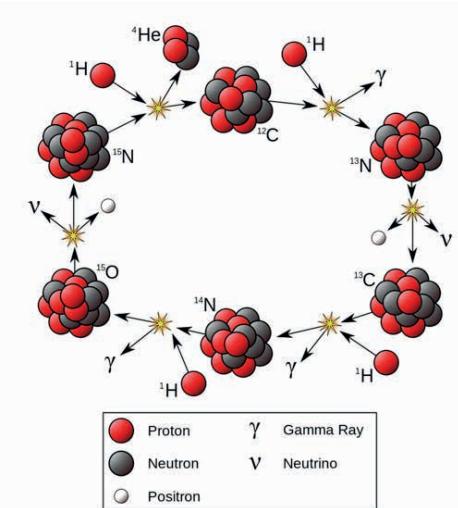


Figura 4b: Esquema do Ciclo CNO, destacando os passos intermediários que envolvem carbono, nitrogênio e oxigênio na formação de hélio.

Fonte: https://supernova.eso.org/exhibition/images/0418_cno-1080/

A **Figura 5** ilustra claramente essa dependência, mostrando como a cadeia p-p é dominante em temperaturas mais baixas, enquanto o ciclo CNO se torna extremamente mais eficiente em temperaturas mais elevadas, típicas de estrelas de maior massa.

Essa diferenciação dos mecanismos nucleares é essencial não apenas para entender o funcionamento interno das estrelas, mas também sua classificação, tempo de vida e evolução. Portanto, compreender os processos nucleares, bem como a equação de conservação de energia, é fundamental para qualquer estudo sobre a vida e morte das estrelas.

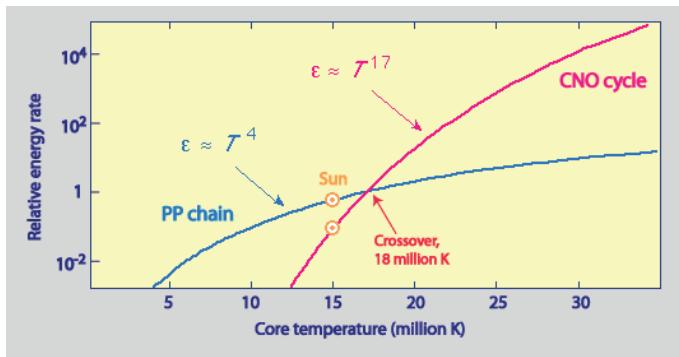


Figura 5: Gráfico da Dependência da Produção de Energia em Função da Temperatura no núcleo estelar, comparando a cadeia p-p e o ciclo CNO.

Fonte: <https://www.ucolick.org/~woosley/ay220-15/lectures/lecture7.15.pdf>

METODOLOGIA

A proposta metodológica deste trabalho fundamenta-se na utilização de práticas pedagógicas que favoreçam a aprendizagem significativa, aliada a estratégias de mediação socioconstrutivista e ao caráter motivacional da aprendizagem lúdica. O ensino de temas complexos da astrofísica, como a estrutura estelar, exige abordagens que dialoguem com a realidade cognitiva dos alunos e tornem acessível um conteúdo que, de outra forma, poderia ser percebido como excessivamente abstrato e sem aplicabilidade no mundo real.

O desenvolvimento do jogo de caça-palavras foi pensado como uma estratégia didática inicial, cujo objetivo central é promover a familiarização com os principais conceitos relacionados à estrutura estelar tais como equilíbrio hidrostático, transporte de energia, fusão nuclear, ciclo CNO, cadeia próton-próton, pressão, densidade e gravidade. Essa abordagem se ancora nos princípios da **aprendizagem significativa (Ausubel et al, 1978)**, que sugere que novos conhecimentos são assimilados de maneira mais eficaz quando conectados a estruturas cognitivas prévias. Também dialoga com o conceito de zona de **desenvolvimento proximal (ZDP) de Vygotsky (1987)**, ao propor uma atividade em que os alunos são guiados, mediados e incentivados a interagir socialmente na construção do próprio conhecimento. Por sua vez, o aspecto lúdico está fundamentado nos pressupostos de **Piaget (1976)**, que reconhece o papel do jogo como motor no desenvolvimento de habilidades cognitivas, exploratórias e simbólicas. Segue o caça-palavras utilizado:

Escola: _____
Disciplina: _____ Data: _____
Professor: _____
Aluno: _____

Estrutura Estelar

No astronomia, um dos principais corpos celestes a serem estudados são as estrelas. Esferas gigantescas gassosas (na maior parte dos casos ionizada) de força gravitacional intensa, e, na maioria das vezes, orbitadas por outros corpos, como planetas e cometas. Em seu interior, as estrelas produzem energia por meio de reações nucleares, posteriormente irradiadas para a superfície. O controle da emissão de energia para além dos limites estelares caracteriza o Equilíbrio Térmico. Essa equação em particular é comumente associada às outras que juntas descrevem o interior estelar, de modo a serem expressas mediante quatro equações diferenciais sob a forma de gradientes. Para cada estrela, as variáveis são determinadas por sua massa, pressão, temperatura e luminosidade. Fundamentalmente, essas equações são complementadas por outras propriedades determinísticas dependentes basicamente da densidade, temperatura e composição química. Todavia, tal descrição é válida apenas para modelos de estrutura quase imutável. Nesse sentido, como na maior parte dos casos as estrelas apresentam uma taxa pequena de alteração em sua estrutura (mesmo em escala de tempo estelares), a descrição da estrutura estrela pode proceder por meios dessas equações. Portanto, a estrutura estelar juntamente com tais equações denominadas Continuidade da Massa, Equilíbrio Hidrostático, Equilíbrio Térmico, e Transporte de Energia. Estas equações são de grande importância para compreensão estelar, de modo a produzir uma ampla gama de aplicações de teorias físicas e respostas para formação de estrelas em geral.

The diagram illustrates the internal structure of a star, showing concentric layers from the outside in:

- Nebulosa exterior (Outer nebula)
- Envelope (Envelope)
- Contração gravitacional (Gravitational contraction)
- Estrela nua (Naked star)
- Core (Core)

Below the diagram, a 10x10 grid of letters contains words related to stellar structure:

E	R	O	L	A	H	I	I	I	F	O	A	H	E	T	T	O	O	C	I	
T	D	L	E	Q	U	A	Ç	Õ	E	S	N	R	N	D	N	A	E	U	Y	G
V	I	R	M	R	N	E	H	R	E	T	O	E	B	T	H	E	S	S	E	F
A	E	A	N	E	O	A	T	R	S	A	D	A	I	D	A	R	R	I	E	E
R	O	L	A	Y	N	U	C	L	E	A	R	E	S	A	T	D	I	G	E	L
I	N	S	R	M	A	L	E	D	H	T	T	W	Y	F	S	A	O	T	I	F
Á	U	H	U	S	E	M	H	I	T	P	O	E	N	P	A	O	D	O	N	A
V	C	D	T	L	S	E	A	O	H	T	O	T	L	I	S	M	A	A	E	O
E	G	R	A	V	I	T	A	C	I	N	A	L	E	O	F	B	O	S	R	W
I	I	R	I	R	Y	E	A	A	I	M	O	N	R	T	S	A	T	A	T	E
S	T	Y	E	T	O	N	X	H	E	N	A	O	I	A	T	H	R	E	M	
T	S	S	P	R	S	P	R	T	O	E	R	D	S	G	E	H	L	E	N	L
H	C	S	M	O	A	R	E	Ç	Õ	E	S	K	G	M	A	M	F	L	E	I
C	A	Y	E	E	P	U	S	E	N	H	O	F	W	I	L	F	A	R	T	
A	K	E	T	W	M	H	U	E	I	O	O	D	C	T	T	U	A	S	S	C
Y	S	T	L	U	M	I	N	O	S	I	D	A	D	E	E	L	D	E	T	R

As palavras deste caça-palavras estão escondidas na horizontal, vertical e diagonal, com palavras ao contrário.

Aplicação do Questionário Avaliativo

Como parte do processo metodológico, aplicamos um questionário qualitativo, elaborado com o objetivo de avaliar não apenas o grau de compreensão dos alunos sobre os conceitos trabalhados, mas também suas percepções sobre a eficácia do uso de atividades lúdicas no ensino de física e

O uso desse questionário apresenta vantagens metodológicas relevantes, pois permite:

- **Avaliar a percepção dos alunos sobre a aprendizagem:** compreender quais conceitos foram efetivamente apropriados durante a atividade.
- **Mensurar o impacto afetivo e motivacional da atividade lúdica:** identificar se o uso do jogo gerou interesse, curiosidade e engajamento, elementos fundamentais para a construção do conhecimento.
- **Direcionar futuras intervenções pedagógicas:** ajustar estratégias de ensino, identificando tanto os pontos de maior interesse dos alunos (como buracos negros, estrelas, sistema solar, nebulosas) quanto eventuais lacunas conceituais.
- **Fomentar a reflexão metacognitiva:** estimular os alunos a pensarem sobre como aprendem, o que aprenderam e quais estratégias consideram mais efetivas para seu próprio processo de aprendizagem.

Essa abordagem metodológica não apenas fornece dados para análise da efetividade da prática, como também empodera os alunos no processo de ensino-aprendizagem, ao permitir que reflitam criticamente sobre sua própria formação.

Questões usadas no Formulário para Avaliação da Atividade

- **Questão 1:** Achou o caça-palavras?
- **Questão 2:** Conceitos aprendidos (respostas resumidas)
- **Questão 3:** Tem Interesse em astronomia?
- **Questão 4:** Qual a forma preferida de aprendizagem?
- **Questão 5:** O tempo foi o suficiente (50min)?
- **Questão 6:** A compreensão do tema é importante para a ciência e sociedade?
- **Questão 7:** O que mais chamou a atenção dos alunos na atividade?
- **Questão 8:** A aplicação de caça-palavras é útil para o aprendizado de outros assuntos?
- **Questão 9:** Sugestões dos alunos para a atividade.
- **Questão 10:** Nível de dificuldade do caça-palavras

Vantagens metodológicas do uso desse questionário

O uso de um instrumento como este permite adotar uma abordagem formativa e diagnóstica, oferecendo ao professor uma visão ampla sobre os efeitos cognitivos e afetivos da prática pedagógica. Além disso, permite que o processo de ensino-aprendizagem seja mais centrado no aluno, respeitando seus interesses, ritmos e percepções.

Do ponto de vista teórico, o questionário promove uma prática alinhada aos princípios de aprendizagem ativa e reflexiva, permitindo ao estudante atuar como sujeito de seu próprio processo formativo, o que está em consonância com os pressupostos defendidos por Ausubel et al. (1978), Vygotsky (1987) e Piaget (1976). Assim, consolida-se não apenas como um recurso avaliativo, mas também como uma ferramenta de autoconhecimento cognitivo e de aprimoramento das práticas docentes.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A aplicação de atividades lúdicas demonstra alta receptividade, 86% dos alunos consideram o caça-palavras útil para a aprendizagem, sendo que 21% destacaram esse tipo de abordagem, como sendo “divertido e diferente” (Figura 1). Essa preferência está alinhada a estudos que demonstram como esse tipo de metodologia interativa reduz a resistência dos alunos a temas mais complexos. Apenas 4 alunos (6%) rejeitaram a atividade, justificando a falta de interesse pela astronomia.



Figura 1: Opinião sobre a utilidade de atividades lúdicas.

Fonte: o próprio autor, 2024.

Na questão que trata sobre conceitos aprendidos, 76% dos alunos citaram termos técnicos corretamente, como:

- “Equilíbrio térmico” (46 menções).
- “Estrutura estelar” (21 menções).
- “Fusão Nuclear”, “Nebulosa” (11 menções).

Entretanto, 8% não souberam identificar conceitos como “transporte radiativo” podem exigir reforço prévio. A Figura 2 ilustra a distribuição das respostas.

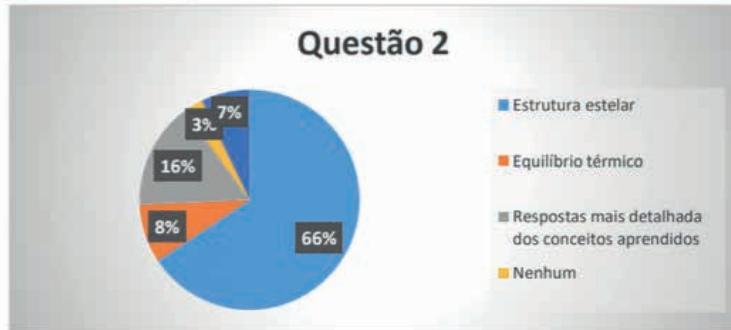


Figura 2: Conceitos aprendidos pelos alunos.

Fonte: o próprio autor, 2024.

Apesar da atividade ter tido resultados positivos dos da maioria, o interesse prévio em astronomia se mostrou distinto, pois 31% manifestaram “muito interesse” (principalmente por buracos negros e nebulosas), mas outros 31% declararam “nenhum interesse”, associando-o à dificuldade inicial do tema.



Figura 3: Interesse em conceitos específicos, como: Estrelas, Buracos negros, sistema solar, nebulosas.

Fonte: o próprio autor, 2024.

Quanto às metodologias preferidas, 34% escolheram “teoria + prática”, enquanto 43% optaram por “jogos educativos ou combinações com práticas” (Figura 3). Essa preferência por abordagens multimodais reforça a necessidade de equilibrar lúdico e rigor científico. Além disso, a maioria (91%) considerou os 50 minutos adequados, mas 9% sugeriram mais tempo para ler o texto contextual. Sobre a dificuldade do jogo aplicado, 70% dos alunos classificaram o jogo como “médio”, 24% como “fácil” (palavras óbvias como “estrela”) e 6% como “difícil” (termos como “hidrostático”).

O formato do caça-palavras exigiu atenção aos termos, facilitando sua memorização, resultado que consiste com a literatura sobre aprendizagem ativa. A combinação de texto e jogo permitiu contextualizar conceitos novos e por vezes difíceis para a série, como

destacado por 22% dos alunos. A dificuldade com palavras pouco familiares indica a necessidade de um glossário ilustrado ou aula introdutória sobre termos e conceitos, para que assim antes da aplicação de atividades como essa, os tenham mais entendimento dos conceitos abordados.

Muitos dos alunos sugeriram versões com níveis variados de dificuldade, o que confirma a importância de personalização de métodos educacionais. Os resultados sustentam que jogos didáticos são eficazes para introduzir temas de astronomia, mas que devem ser complementados com explicações teóricas breves, adaptados ao conhecimento prévio da turma e integrados a outras mídias, como simulações de evolução estelar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como apresentamos nesse trabalho quaisquer relações tratadas nas estrelas apontam a veracidade de que as elas são definidas de maneira geral por quatro propriedades básicas, sendo sua massa, sua luminosidade, seu raio e a sua composição química. Sendo possível a determinação das equações de continuidade, equilíbrio hidrostático, transporte de energia e de conservação de energia, estas equações são responsáveis por fatores determinantes do estado de equilíbrio da estrutura estelar durante maior parte de sua vida, tornando-se inválidas apenas em mudanças evolutivas, dependentes de um mesmo fator em comum, o raio.

Mostramos a definição matemática do conflito entre gravidade e pressão figuras 2 e 3, que depende da quantidade de energia que foi gerada no núcleo da estrela que deve ser igual a energia irradiada na superfície mantendo assim à proporção que mantém sua forma intacta e sua a estabilidade.

Sendo assim, a composição destes corpos celestes gigantescos estabelece uma maior relação com a composição química, já que tal é responsável pela geração de energia e conforme suas reações.

REFERÊNCIAS

- Aigrain, S., Parviainen, H. & Pope, B. J. S. (2016). K2SC: Flexible systematics correction and detrending of K2 light curves using Gaussian process regression. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 459(3), 2408–2419
- Lanza, A. F. (2014). Photospheric activity and radial velocity variations in solar-like stars. *Astronomy & Astrophysics*, 570, A64.
- Mattur, S. (2019). A comprehensive framework for stellar structure and evolution equations. *Journal of Astrophysical Research*, 45(2), 123–137.
- Kippenhahn, R., Weigert, A. & Weiss, A. (2012). *Stellar Structure and Evolution* (2nd ed.). Springer.

FILHO, S.O. Kepler e SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira, **Astronomia e Astrofísica**, Departamento de Astronomia - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Fevereiro de 2014,. Capítulo 22-23, páginas 241-412.

Maciel, W. J. (2022). "Mass Distribution and Stellar Equilibrium: A Modern Perspective." *Revista Brasileira de Astronomia*, 38(1), 45–58.

MACIEL, Walter J.: **Introdução à Estrutura e Evolução Estelar**. Vol. 24, Ed. EdUS 1999, Capítulo 2, CONDIÇÕES FÍSICAS NO INTERIOR ESTELAR, pg. 39-62.

M. Bandecchi , P.S. Bretones , J.E. Horvath, O equilíbrio e a estrutura estelar em uma abordagem simples: a Seqüência Principal, vol. 41, nº 4, 2019

Paxton, B., Smolec, R., Schwab, J., et al. (2019). "Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Refined Hydrostatic Equilibrium and Stellar Evolution Models." *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 243(1), 10.

Silvia, S. *Interiores Estelares: Modelando Estrelas*. Porto Alegre: Editora Astro, 2018.

Kundu, P. K.; Cohen, I. M. *Fluid Mechanics*. 4. ed. Amsterdam: Elsevier, 2004.

GREGORIO-HETEM, Jane; JATENCO-PEREIRA, Vera. **Fundamentos de astronomia: o sol**. São Paulo: IAG/USP - Departamento de Astronomia, 2010. Disponível em: <<http://www.astro.iag.usp.br/~jane/aga215/apostila/cap07.pdf>>. Acesso em: 02 junho. 2025.

FERNANDES, Filipe Manuel Freire; "**MODELOS FÍSICO-MATEMÁTICOS DE ESTRUTURAS ESTELARES**". Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Dezembro 2001. Capítulo 2, Equações de Estrutura, pg. 17-41.

MACIEL, Walter J.: **Introdução à Estrutura e Evolução Estelar**. Vol. 24, Ed. EdUS 1999, Capítulo 2, CONDIÇÕES FÍSICAS NO INTERIOR ESTELAR, pg. 39-62.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. *Educational psychology: a cognitive view*. 2. ed. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1978.

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação**. Rio de Janeiro: LTC, 1976.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1987.