FACTORIZACIÓN DE NÚMEROS POLINOMIALES DE LA FORMA: $4*(2t-1)^2n^2+4*(2t-1)n+2p(2t-1)^2+1$ $t\epsilon N, n\epsilon Z, n\geq 0$ y $p\epsilon\{3,5,11,29\}$

https://doi.org/10.22533/at.ed.579112528024

Data de aceite: 19/05/2025

Ronald Cordero Méndez.

RESUMEN: En el artículo se ofrece un procedimiento basado en el Algoritmo $\boldsymbol{r,n,p\ de\ Cordero}$ y su relación con los números prónicos, oblongos, rectangulares o heteromécicos, los cuales son números que están formados del producto de dos números consecutivos, o sea $n(n+1)=n^2+n$ donde $n\epsilon Z, n\geq 0$. Este procedimiento permite averiguar si el número polinomial:

$$4*(2t-1)^2n^2+4*(2t-1)n+2p(2t-1)^2+1 \text{ con } t\epsilon N,\ n\epsilon Z, n\geq 0,$$

$y\ p\ \epsilon\{3,5,11,29\}$ es primo o compuesto, en caso de que sea compuesto también ayuda a factorizarlo en sus factores primos.

PALABRAS CLAVES: Factorización, Números enteros, Algoritmos, Programas computacionales, Software, Números oblongos.

FACTORIZATION OF POLYNOMIAL NUMBERS OF THE FORM:

$$4*(2t-1)^2n^2+4*(2t-1)n+2p(2t-1)^2+1$$

$$t\epsilon N, n\epsilon Z, n\geq 0 \ y\ p\epsilon\{3,5,11,29\}$$

ABSTRACT: This article offers a procedure based on algorithm $\boldsymbol{Cordero's\ r,n,p}$ and its relationship to pronic, oblong, rectangular, or heterogeneous numbers, which are numbers formed by the product of two consecutive numbers, i.e., $n(n+1)=n^2+n$ where $n\epsilon Z,\ n\geq 0$. This procedure allows us to determine whether the polynomial number $4*(2r-1)^2n^2+4*(2t-1)n+2p(2t-1)^2+1$ whit $t\epsilon Z,\ n\epsilon Z, n\geq 0$ $y\ p\ \epsilon\{3,5,11,29\}$ is prime or composite. If it is composite, it also helps to factor it into its prime factors.

KEYWORDS: Factorization, Integers, Algorithms, Computer programs, Software, Numbers Oblong.

INTRODUCCIÓN

El algoritmo $\boldsymbol{r,n,p\ de\ Cordero}$ permite factorizar completamente números polinomiales de la forma $(2rn+1)^2+2pr^2$. El usuario da valores de entrada r,n, p y el algoritmo construye el número polinomial $(\mathbf{2rn+1})^2+\mathbf{2pr^2}$ luego lo factoriza en sus factores primos.

Algoritmo $r,\ n,\ p$

Sea $n \in Z, r \in Z, r \neq 0,\ p \in \{3,5,11,29\}\ y\ x \in Z,\ x \neq 0$

$$f(x) = \sqrt{-2px^2 + 2(2rn+1)x + r^2}$$

I. Si existe al menos un $x \in Z, x \neq 0$ tal que $f(x) \in N$ entonces $(\mathbf{2rn+1})^2+\mathbf{2pr^2}$ es un número compuesto, caso contrario $(\mathbf{2rn+1})^2+\mathbf{2pr^2}$ es un número primo.

II. Si $(\mathbf{2rn+1})^2+\mathbf{2pr^2}$ es un número compuesto con $(x, f(x)), x \in Z,\ f(x) \in Z\ y$ $\frac{-r \pm f(x)}{2*x} = \frac{t}{b}$ con $t\ y\ b$ primos entre sí entonces $2\,t^2 + pb^2$ o $\frac{2\,t^2+pb^2}{2}$ o es un factor de $(\mathbf{2rn+1})^2+\mathbf{2pr^2}$.

En el desarrollo del artículo se pretende simplificar o dar nuevas alternativas en el uso del algoritmo para comprobar la primalidad y factorización de ciertos números polinomiales.

NACIMIENTO DEL ALGORITMO r, n p DE CORDERO

Sean los números $(\mathbf{2rn+1})^2+\mathbf{2pr^2} = \mathbf{4r^2n^2+4rn+2pr^2+1} = \boldsymbol{NP}$ donde NP significa "Número Polinomial" con $n\epsilon Z,\ r\epsilon Z, r \neq 0\ \ y\ \ p \in \{3,5,11,29\}$

Tenemos que $\mathbf{4r^2n^2+4rn+2pr^2+1} - \boldsymbol{NP} = \mathbf{0}$ por lo que el discriminante de ésta ecuación de segundo grado es:

$$\varDelta = (4r)^2 - 4*4r^2*(2pr^2+1-NP)$$

$$\varDelta = 16r^2 - 16r^2*(2pr^2+1-NP)$$

$$\varDelta = 16r^2*(1-2pr^2-1+NP)$$

$$\varDelta = 16r^2*(NP-2pr^2)$$

Pero $16r^2*(NP-2pr^2) = 16r^2*(4r^2n^2+4rn+2pr^2+1-2pr^2) = 16r^2*$ $(2rn+1)^2$ y esta expresión siempre es un cuadrado perfecto.

Sea $i \neq r\ \ y\ \ M = 2rn+1$

$$¿Es\ \ NP - 2pi^2 = (2rn+1)^2 + 2pr^2 - 2pi^2 = M^2 + 2pr^2 - 2pi^2$$
$$= M^2 - 2p(i^2 - r^2)\ un\ cuadrado\ perfecto?$$

Si es posible encontrar al menos un $i\epsilon Z,\ i \neq 0, i \neq r$ tal que $NP - 2pi^2$ es un cuadrado perfecto, esto significa que el número polinomial se puede factorizar de una forma única (dos factores primos, biprimo) óx de varias formas diferentes (más de dos factores primos) y en el caso de que no exista un $i\epsilon N$ tal que $NP - 2pi^2$ sea un cuadrado perfecto entonces NP es un número primo.

Ahora supongamos que existe un $L\epsilon N,\ L = \sqrt{NP - 2pi^2}$ o sea $NP - 2pi^2$ es un cuadrado perfecto para $i \neq r$.

Tenemos que:

$$L^2 = NP - 2pi^2 \ \ y \ \ M^2 = NP - 2pr^2$$

$$M^2 - L^2 = NP - 2pr^2 - NP + 2pi^2$$

$$M^2 - L^2 = 2pi^2 - 2pr^2$$

$$(M + L)(M - L) = 2p(i^2 - r^2)$$

Como $i \neq r, \ i \neq 0$.

$$M + L = 2px \quad o \quad M - L = 2px, \qquad x \in Z, \qquad x \neq 0$$

Luego:

$L = 2px - M \quad o \quad -L = 2px - M$

Para ambos casos:

$$L^2 = (2px - M)^2$$

$$NP - 2pi^2 = 4p^2x^2 - 4pxM + M^2$$

$$M^2 + 2pr^2 - 2pi^2 = 4p^2x^2 - 4pxM + M^2$$

$$-2pi^2 = 4p^2x^2 - 4pxM - 2pr^2$$

$$i^2 = -2px^2 + 2Mx + r^2$$

$$i = \pm\sqrt{-2px^2 + 2Mx + r^2}$$

Representa un conjunto de puntos en forma elíptica y como es simétrico, basta tomar:

$$f(x) = \sqrt{-2px^2 + 2Mx + r^2}$$

$$f(x) = \sqrt{-2px^2 + 2(2rn + 1)x + r^2} \qquad x \in Z, x \neq 0$$

Seguidamente, si existe al menos un $x \in Z, x \neq 0$ tal que $f(x) \in N$ entonces $(2rn + 1)^2 + 2pr^2$ es un número compuesto, caso contrario $(2rn + 1)^2 + 2pr^2$ es un número primo.

APLICACIONES.

Si $n = 128, \ r = 3 \ \ y \ \ p = 29$

$$NP = 4 * 3^2 * 128^2 + 4 * 3 * 128 + 2 * 29 * 3^2 + 1 = 591883$$

Si aplicamos el algoritmo:

$$f(x) = \sqrt{-2px^2 + 2(2rn+1)x + r^2} \quad x \epsilon Z, x \neq 0$$

$$f(x) = \sqrt{-58x^2 + 1026x + 4}$$

Se obtiene los puntos enteros (13,101), (20,87) y (25,47). Lo que significa que el número polinomial 591883 es compuesto.

TABLA DE EXCEL.

$$4r^2n^2 + 4rn + 2pr^2 + 1 = (2rn+1)^2 + 2pr^2$$

$$\frac{t}{b} = \frac{-r \pm \emptyset}{2 * T_\emptyset}$$

$$\emptyset = \sqrt{-2pT_\emptyset{}^2 + 2(2rn+1)T_\emptyset + r^2}$$

8	-8	92,74157644
9	-9	95,67131231
10	-10	97,92343948
11	-11	99,54396014
12	-12	100,5634128
13	-13	101
14	-14	100,8612909
15	-15	100,144895
16	-16	98,8382517
17	-17	96,91749068
18	-18	94,34511116
19	-19	91,0659102
20	-20	87
21	-21	82,03048214
22	-22	75,98026059
23	-23	68,56383887
24	-24	59,27056605
25	-25	47
26	-26	28,08914381
27	-27	#NUM!

Para los factores se utilizan las fórmulas:

$$\frac{t}{b} = \frac{-r \pm f(x)}{2 * x}$$

Para (13,101)

$$\frac{t}{b} = \frac{-3+101}{2*13} = \frac{49}{13} \qquad factor = 2t^2 + pb^2 = 2*49^2 + 29*13^2 = 9703$$

$$\frac{t}{b} = \frac{-3-101}{2*13} = -4 \qquad factor = 2t^2 + pb^2 = 2*4^2 + 29*1^2 = 61$$

Para (20,87)

$$\frac{t}{b} = \frac{-3+87}{2*20} = \frac{21}{10} \qquad factor = \frac{2t^2 + pb^2}{2} = \frac{2*21^2 + 29*10^2}{2} = 1891$$

$$\frac{t}{b} = \frac{-3-87}{2*20} = \frac{-9}{4} \qquad factor = \frac{2t^2 + pb^2}{2} = \frac{2*9^2 + 29*4^2}{2} = 313$$

Para (25,47)

$$\frac{t}{b} = \frac{-3+47}{2*25} = \frac{22}{25} \qquad factor = 2t^2 + pb^2 = 2*22^2 + 29*25^2 = 19093$$

$$\frac{t}{b} = \frac{-3-47}{2*25} = -1 \qquad factor = 2t^2 + pb^2 = 2*1^2 + 29*1^2 = 31$$

Se toman los factores más pequeños:

$$591883=31*61*313$$

La eficiencia del algoritmo radica en que tiene que realizar muy pocos cálculos para detectar si el número polinomial es primo o compuesto. En el ejemplo anterior solamente necesitó 26 cálculos, o sea 26 pares ordenados de los cuales tres son puntos enteros.

Si $n = 43,\ r = 9\ \ y\ p = 29$

$$NP = 4 * 9^2 * 43^2 + 4 * 9 * 43 + 2 * 29 * 9^2 + 1 = 605323$$

Si aplicamos el algoritmo:

$$f(x) = \sqrt{-2px^2 + 2(2rn + 1)x + r^2} \quad x\epsilon Z, x \neq 0$$

$$f(x) = \sqrt{-58x^2 + 1550x + 81}$$

No se encuentran puntos enteros, por lo que el número 605323 es primo, y solamente se necesitó de 26 pares ordenados de los cuales ninguno es punto entero.

SOFTWARE CONSTRUIDO A PARTIR DEL ALGORITMO r, n p

A partir del algoritmo, el Bioinformático Español, Roberto Reinosa Fernández (**Roberto117343@gmail.com)**

construye un programa computacional que factoriza números polinomiales de la forma $\mathbf{4r^2n^2 + 4rn + 2pr^2 + 1}$

EJEMPLOS

```
Introduce valor r: 7
Introduce valor p: 29
Introduce valor n: 67654

Número Polinomial: 3588421753337

Factor 1: 3607
Factor 2: 2903
Factor 3: 342697

Tiempo transcurrido: 0.01821474 segundos
--------------------------

Introduce valor r: 12
Introduce valor p: 11
Introduce valor n: 676543

Número Polinomial: 10545648976368̶97

Factor 1: 89
Factor 2: 34549447
Factor 3: 7297
Factor 4: 47

Tiempo transcurrido: 0.40333441 segundos
--------------------------

Introduce valor r: 23
Introduce valor p: 11
Introduce valor n: 6765453

Número Polinomial: 387408743999538881

Factor 1: 1562111
Factor 2: 83
Factor 3: 2987992037

Tiempo transcurrido: 7.42109677 segundos
--------------------------
```

Como se puede observar estos números polinomiales tienen pocos factores primos, todos mayores o iguales a , por lo que se vuelve útil para encontrar números primos grandes. Es sumamente fácil de programar y como necesita hacer pocos cálculos el programa es rápido. Su limitación se debe a la parte computacional y no matemática.

EL ALGORITMO r, n p Y LOS NÚMEROS OBLONGOS O PRÓNICOS.

Número Oblongo.

Un número oblongo o prónico es cualquier número que se puede escribir como el producto de dos números consecutivos. Su fórmula es $n(n+1)=n^2+n$ para $n \geq 0$.

Ejemplos:

$$0 = 0 * 1$$
$$2 = 1 * 2$$
$$6 = 2 * 3$$
$$12 = 3 * 4$$
$$20 = 4 * 5$$

Si un número s es oblongo entonces $4s+1$ es un cuadrado perfecto. Por ejemplo 20 es un número oblongo entonces $4*20+1=81$ es un cuadrado perfecto.

Si resolvemos la ecuación $n^2+n=s$ donde es un número oblongo, entonces:

$$n^2+n-s=0$$

Resolviendo la ecuación obtenemos que $n = \frac{-1+\sqrt{4s+1}}{2}$, y como $4s+1$ es un cuadrado perfecto entonces $n = \frac{-1+m}{2}$ donde $4s+1 = m^2$

Otra característica de los números oblongos es que siempre terminan en $0, 2\ o\ 6$

Análisis de la expresión $\frac{-2px^2+2(2rn+1)x+r^2-1}{4}$, $x \geq 1, x\epsilon Z$

Analicemos primero que condiciones debe tener $\frac{-2px^2+2(2rn+1)x+r^2-1}{4}$ para que sea un número entero mayor o igual a 0. Tenemos que $-2px^2 + 2(2rn+1)x + r^2 - 1$ debe ser divisible por 4.

I. Sea $x \neq 0\ y\ \ par,\ x = 2d, d \neq 0\ , d\epsilon\ N$:

Por lo que r puesto que si r es par entonces $r^2 - 1$ es impar y no es divisible por 4.

$$\frac{-8pd^2 + 4(2rn+1)d + r^2 - 1}{\underset{t\epsilon N}{4}} = \frac{-8pd^2 + 4(2(2t-1)n+1)d + (2t-1)^2 - 1}{4},$$

$$= \frac{-8pd^2 + 4(2(2t-1)n+1)d + (2t-1)^2 - 1}{4}$$

$$= -2pd^2 + (2(2t-1)n+1)d + t^2 - t\ \ \epsilon\ Z$$

II. Sea $x \neq 0\ \ e\ \ impar,\ x = 2d - 1,\ d\epsilon\ N$:

$$\frac{-2p(2d-1)^2 + 2(2rn+1)(2d-1) + r^2 - 1}{4} = \frac{-8pd^2 + 4(2rn+1+2p)d - 4rn - 2(p+1) + r^2 - 1}{4}$$

Por lo que r *debe ser impar* puesto que si r es par entonces $r^2 - 1$ es impar y no es divisible por 4.

$$\frac{-8pd^2 + 4(2rn+1+2p)d - 4rn - 2(p+1) + r^2 - 1}{4} = \frac{-8pd^2 + 4(2(2t-1)n+1+2p)d - 4rn - 2(p+1) + (2t-1)^2 - 1}{4}, \qquad t\epsilon N$$

Pero $p = 3, 5, 11, 29$, entonces:

$$= -2pd^2 + (2(2t-1)n + 1 + 2p)d - rn - \frac{p+1}{2} + t^2 - t\ \epsilon\ Z$$

ALGORITMO r, n p MODIFICADO.

Podemos asegurar que si $r = 2t - 1, t\epsilon N$ entonces

$g(x) = \frac{-2px^2+2(2rn+1)x+r^2-1}{4}, x\epsilon N$ es un número entero.

O sea $g(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \frac{(2(2t-1)n+1)}{2}x + t^2 - t,\ siempre\ es\ un\ número\ entero\ con\ \ t\epsilon N,\ x\epsilon N.$.

si $g(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \frac{(2(2t-1)n+1)}{2}x + t^2 - t = s,\ s\ un\ número\ oblongo,\ \ para\ algún\ x\epsilon N,$

entonces $f(x) = \sqrt{4s+1} = \sqrt{4*\left(-\frac{p}{2}x^2 + \frac{(2(2t-1)n+1)}{2}x + t^2 - t\right) + 1} =$

$\sqrt{-2px^2 + 2(2(2t-1)n+1)x + t^2 - t}$

Por lo que: $-2px^2 + 2(2(2t-1)n+1)x + t^2 - t$ puede ser un cuadrado perfecto para algún $x\epsilon N$.

Nótese que $f(x) = \sqrt{-2px^2 + 2(2(2t-1)n+1)x + t^2 - t}$ es una modificación del algoritmo r, n p de Cordero, para $r\ impar, r = 2t-1, t\epsilon N, x\epsilon N$ con dominio $1 \leq x \leq$ con $\frac{M+\sqrt{M^2+2pt(t-1)}}{2p}$ con $M = 2(2t-1)n+1$

Por lo que cumple que si existe algún $x\epsilon\ Dominio, tal\ que\ f(x)\epsilon N$ entonces el número polinomial:

NP=4 $(2t-1)^2n^2 + 4(2t-1)n + 2p(2t-1)^2 + 1,\ t\epsilon Z, n\epsilon Z, n \geq 0\ y\ p\epsilon\{3,5,11,29\}$

es un número compuesto, caso contrario NP es un número primo.

ESTUDIO DE LA FUNCIÓN $g(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \frac{M}{2}x + t^2 - t,\ t\epsilon N,$

$1 \leq x \leq \frac{M+\sqrt{M^2+16pt(t-1)}}{2p}$ $, x\epsilon N$ y $M = 2(2t-1)n+1$

Sea $g(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \frac{M}{2}x + t^2 - t = s,\ s\ un\ número\ oblongo$ para algún x, $x\epsilon\ Dominio$.

$$-\frac{p}{2}x^2 + \frac{M}{2}x + t^2 - t = s = u(u+1), \qquad u \geq 0, u\epsilon Z$$

Otra forma de encontrar a $u = \lfloor\sqrt{g(x)}\rfloor$ $(parte\ entera\ de\ \sqrt{g(x)},\ para\ x\ \epsilon\ Dominio)$,, luego:

$$g(x) = \left\lfloor\sqrt{g(x)}\right\rfloor\left(\left\lfloor\sqrt{g(x)}\right\rfloor + 1\right)$$

$$g(x) = \left\lfloor\sqrt{g(x)}\right\rfloor^2 + \left\lfloor\sqrt{g(x)}\right\rfloor$$

Sea la función $h(x) = \lfloor\sqrt{g(x)}\rfloor^2 + \lfloor\sqrt{g(x)}\rfloor - g(x)$ con dominio $1 \leq x \leq \frac{M+\sqrt{M^2+16pt(t-1)}}{2p}, x\epsilon N$

Y como los números oblongos terminan en 0,2,6 basta con utilizar solamente los valores de $g(x)$ que terminan en 0,2,6 y encontrar las imágenes de estos valores en $h(x)$

RESULTADO FINAL

Sea $t\epsilon\ N,\ n \geq 0, n\epsilon\ Z,\ M = 2(2t-1)n+1\ \ y\ \ p\epsilon\{3,5,11,29\}$.

Calculamos los $g(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \frac{M}{2}x + t^2 - t$ y utilizamos los que terminan en 0, 2 *o* 6

$$1 \leq x \leq \frac{M+\sqrt{M^2+16pt(t-1)}}{2p}$$

i. Si para algún $g(x)$ *que termina en* 0,2 o 6 se tiene que $h(x) = \lfloor\sqrt{g(x)}\rfloor^2 + \lfloor\sqrt{g(x)}\rfloor - g(x) = 0$ entonces el número polinomial

4 $(2t-1)^2n^2 + 4(2t-1)n + 2p(2t-1)^2 + 1$ es compuesto, caso contrario

es un número primo.

i i. Si el número polinomial es compuesto entonces existe al menos un par ordenado $(x,0)$, $g(x)$, *que termina en* 0,2 *o* 6. Calculamos $\sqrt{4*g(x)+1}=a,\ a\epsilon N$

Entonces existen $c\ y\ b$ primos relativos, tal que:

$$\frac{c}{b}=\frac{-(2t-1)\pm a}{2x}$$

Luego $2c^2+pb^2$ o $\frac{2c^2+pb^2}{2}$ es un factor del número polinomial

$4(2t-1)^2n^2+4(2t-1)n+2p(2t-1)^2+1$

Aplicación 1.

Sea $n=124,\ t=5\ \ y\ p=29,\quad M=2(2t-1)n+1=2233$

$$g(x)=-\frac{p}{2}x^2+\frac{M}{2}x+t^2-t$$

$$g(x)=-\frac{29}{2}x^2+\frac{2233}{2}x+20$$

$$1\leq x\leq\frac{M+\sqrt{M^2+16pt(t-1)}}{2p}$$

$$1\leq x\leq\frac{2233+\sqrt{2233^2+16*29*5*4}}{58}\approx 77,\ \ x\epsilon N$$

El número polinomial es:

$$NP=4*(2*5-1)^2*124^2+4*(2*5-1)*124+2*29*(2*5-1)^2+1$$

$$=4990987$$

Usando Excel y utilizando solamente los $g(x)$ que terminan en 0,2 *o* 6 sustituimos en la función:

$$h(x)=\left[\sqrt{g(x)}\right]^2+\left[\sqrt{g(x)}\right]-g(x)$$

obtenemos:

$$h(1)=33^2+33-1122=0$$

$$h(76)=33^2+33-1122=0$$

$$h(77)=4^2+4-20=0$$

luego:

$$a = \sqrt{4 * 1122 + 1} = 67$$

$$a = \sqrt{4 * 20 + 1} = 9$$

Los factores son:

$$\frac{c}{b} = \frac{-(2t - 1) \pm a}{2x}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{-9 + 67}{2} = 29 \quad entonces\ 2 * 29^2 + 29 = 1711$$

$$\frac{c}{b} = \frac{-9 - 67}{2} = -38 \quad entonces\ 2 * 38^2 + 29 = 2917$$

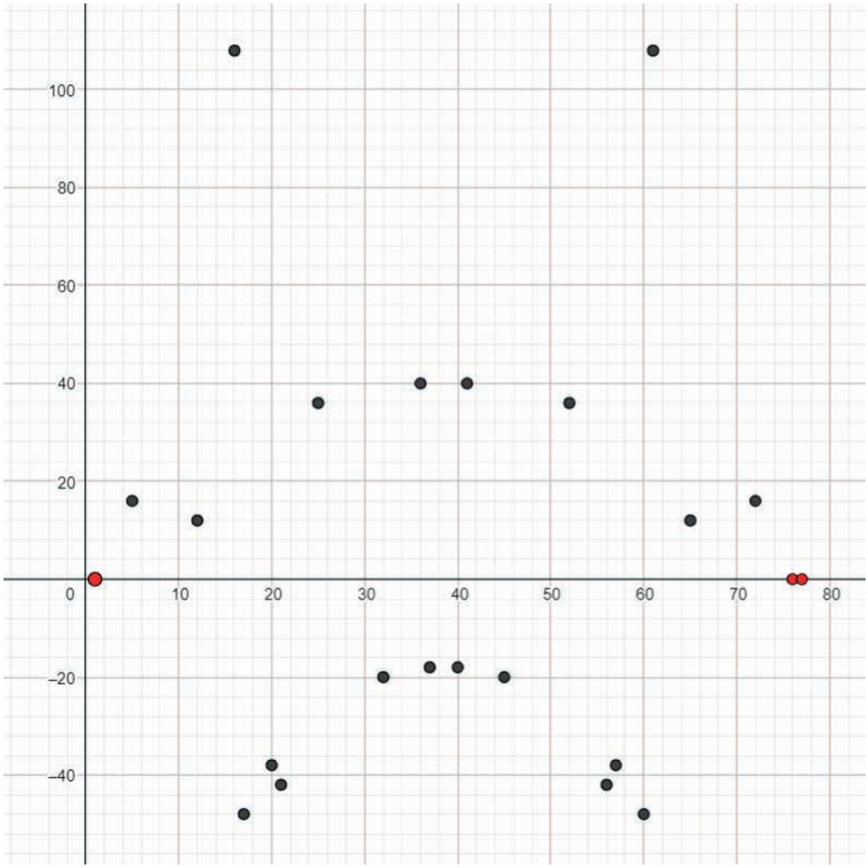
GRAFICO DE LA FUNCIÓN

$$\boldsymbol{h(x) = \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil^2 + \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil - g(x)}$$

$$\boldsymbol{con\ g(x) = -\frac{29}{2}x^2 + \frac{2233}{2}x + 20}$$

(Se utiliza solamente los $g(x)$ que terminan en 0, 2 *o* 6)

$$1 \leq x \leq\ 77, \quad x \epsilon N$$



Son 23 valores de $g(x)$ que terminan en 0, 2 *o* 6. Las únicas imágenes $h(x)$ son $h(1) = 0,\ \ h(76) = 0\ \ y\ \ \ h(77) = 0.$. Tenemos que para averiguar si el número polinomial 4990987 es primo o compuesto, se necesita solamente 23 cálculos en la función $h(x)$

Aplicación 2.

Sea $n = 100,\ t = 3\ \ y\ \ p = 11,\ \ \ M = 2(2t - 1)n + 1 = 1001$

$$g(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \frac{M}{2}x + t^2 - t$$

$$g(x) = -\frac{11}{2}x^2 + \frac{1001}{2}x + 6$$

$$1 \leq x \leq \frac{M + \sqrt{M^2 + 16pt(t-1)}}{2p}$$

$$1 \leq x \leq \frac{1001 + \sqrt{1001^2 + 16 * 11 * 3 * 2}}{22} \approx 91, \quad x \epsilon N$$

El número polinomial es:

$$NP = 4 * (2 * 3 - 1)^2 * 100^2 + 4 * (2 * 3 - 1) * 100 + 2 * 11 * (2 * 3 - 1)^2 + 1$$

$$= 1002551$$

Usando Excel y utilizando solamente los $g(x)$ que terminan en 0, 2 *o* 6 sustituimos en la función:

$$h(g(x)) = \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil^2 + \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil - g(x)$$

obtenemos solamente:

$$h(91) = 2^2 + 2 - 6 = 0$$

Luego:

$$a = \sqrt{4 * 6 + 1} = 5$$

Los factores son:

$$\frac{c}{b} = \frac{-(2t-1) \pm a}{2x}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{-5+5}{2 * 91} = 0 \quad entonces\ 2 * 0^2 + 11 = 11$$

$$\frac{c}{b} = \frac{-5-5}{2 * 91} = -\frac{5}{91} \quad entonces\ 2 * 5^2 + 11 * 91^2 = 91141$$

Se obtiene que la factorización completa del número polinomial es:

$$1002551 = 11 * 91141$$

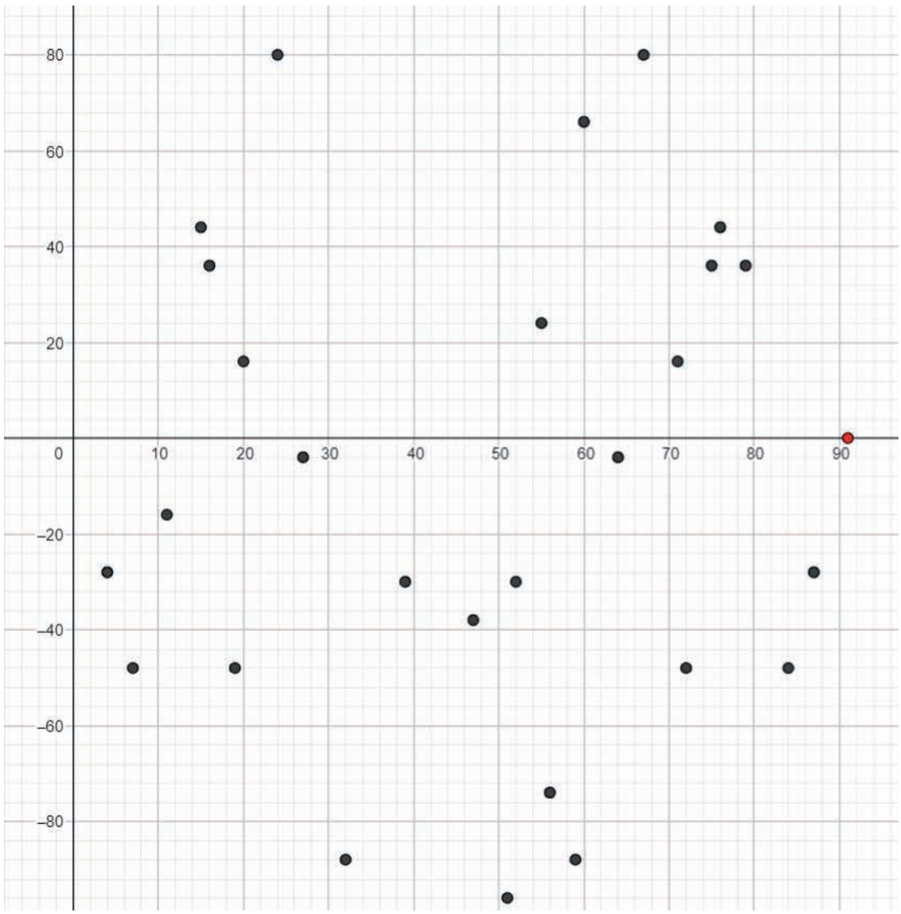
GRAFICO DE LA FUNCIÓN

$$h(x) = \lfloor\sqrt{g(x)}\rfloor^2 + \lfloor\sqrt{g(x)}\rfloor - g(x)$$

$$con\ g(x) = -\frac{11}{2}x^2 + \frac{1001}{2}x + 6$$

(Se utiliza solamente los $g(x)$ que terminan en 0, 2 *o* 6)

$$1 \leq x \leq 91, \quad x \epsilon N$$



Son 28 valores de $g(x)$ que terminan en 0, 2 *o* 6. La única imágenes $h(x)$= 0 es h(91)= 0 Tenemos que para averiguar si el número polinomial 1002551 es primo o compuesto, se necesita solamente 28 cálculos en la función $h(x)$

APLICACIÓN 3.

Sea $n = 102,\ t = 4\ \ y\ \ p = 29, \quad M = 2(2t-1)n + 1 = 1429$

$$g(x) = -\frac{p}{2}x^2 + \frac{M}{2}x + t^2 - t$$

$$g(x) = -\frac{29}{2}x^2 + \frac{1429}{2}x + 12$$

$$1 \leq x \leq \frac{M + \sqrt{M^2 + 16pt(t-1)}}{2p}$$

$$1 \leq x \leq \frac{1429 + \sqrt{1429^2 + 16 * 29 * 4 * 3}}{58} \approx 49, \quad x \epsilon N$$

El número polinomial es:

$$NP = 4 * (2 * 4 - 1)^2 * 102^2 + 4 * (2 * 4 - 1) * 102 + 2 * 29 * (2 * 4 - 1)^2 + 1$$

$$= 2044883$$

Usando Excel y utilizando solamente los $g(x)$ que termina en 0,2 *o* 6 sustituimos en la función:

$$h(g(x)) = \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil^2 + \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil - g(x)$$

y no se obtienen $h(g(x)) = 0$..

Por lo que 2044883 es un número primo.

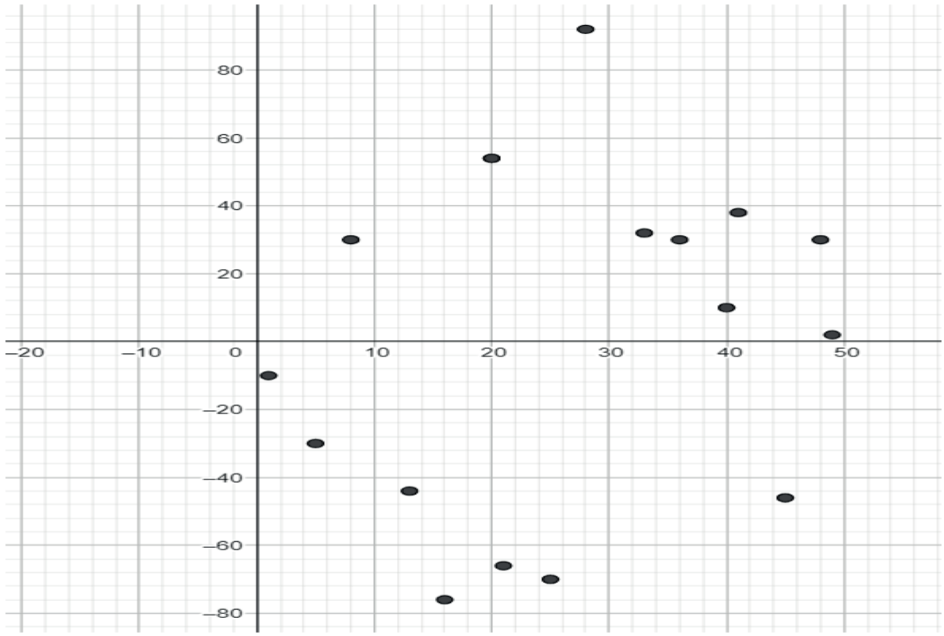
GRAFICO DE LA FUNCIÓN

$$\boldsymbol{h(x) = \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil^2 + \left\lceil \sqrt{g(x)} \right\rceil - g(x)}$$

$$\boldsymbol{con\ g(x) = -\frac{29}{2}x^2 + \frac{1429}{2}x + 12}$$

(Se utiliza solamente los $g(x)$ que terminan en 0, 2 *o* 6)

$$1 \leq x \leq 49, \quad x \epsilon N$$



Son 16 valores de $g(x)$ que terminan en 0, 2 *o* 6. No hay imágenes $h(x)$ = 0.
Por lo que 2044883 es un número primo.

CONCLUSIONES.

1. Se comprueba la existencia de grupos infinitos de polinomios generadores de números primos que poseen las mismas características y que son útiles en la factorización de números enteros.
2. El resultado de la investigación es un algoritmo que simplifica el algoritmo **r**, **n**, **p**
3. La simplicidad del algoritmo permite desarrollar programas computacionales rápidos y eficientes.
4. La Investigación fomenta el interés por el estudio de los polinomios generadores de números primos, y su ya comprobada utilidad en la factorización de los números enteros.
5. Reconocemos que todavía falta mucho por caminar en el duro proceso de encontrar una solución definitiva en la factorización de los números enteros, pero la investigación contribuye a la búsqueda de tan esperada solución.

REFERENCIAS.

Cordero, R. y Gamboa, J. ”El Segundo Teorema General de la Factorización de Cordero…”. . . Págs 6 y 7

Abel, U. y Siebert, H.”Secuencias con un gran número de valores primos”. Soy. Matemáticas. Mensual 100, 167-169, 1993.

Boston, N. y Greenwood, M. L. “Cuadráticas que representan números primos”. América. Matemáticas. Mensual 102,595-599, 1995

Dudley, U. “Historia de la fórmula de los números primos”. América. Matemáticas. Mensual 76, 23-28, 1969.

Garrison, B. “Polinomios con un gran número de valores primos”. América. Matemáticas. Mensual 97, 316-317, 1990.

Hardy, G. H. y Wright, E. M. “Introducción a la Teoría de Números”, 5° ed. Oxford, Inglaterra: Clarendon Press, 1979.

Pregg, E. Jr. “Concursos de programación de Al Zimmermann: polinomios generadores de primos”. 13 de marzo de 2006. https:// www.recmath.org/contest/description.php.