



CAPÍTULO 4

EXPLORANDO ÁREAS DE RETÂNGULOS POR MEIO DE INVESTIGAÇÕES GEOMÉTRICAS

Carlos José Ferreira Soares

Escola Estadual Armando de Souza Mendes

Tefé - Amazonas

<https://orcid.org/0000-0002-0265-8944>

Nicolly Gomes Fernandes

Escola Estadual Armando de Souza Mendes

Tefé - Amazonas

Luiz Fernando Silva Oliveira

Escola Estadual Armando de Souza Mendes

Tefé - Amazonas

Joabe Gil Salazar

Escola Estadual Armando de Souza Mendes

Tefé - Amazonas

INTRODUÇÃO

Com base na organização e visando facilitar a aprendizagem, a matemática é subdividida em aritmética, álgebra, trigonometria e geometria. A última abrange as partições de Geometria Plana, Espacial e Analítica. A primeira, foco deste estudo, é a área da matemática que estuda as figuras planas, explorando, por exemplo, cálculo de áreas e perímetros. A segunda, trata do estudo de objetos geométricos no espaço, ou seja, com três dimensões, envolvendo a exploração a planificação e determinação de superfície e volume de sólidos, como por exemplo, os poliedros. A terceira, envolve as representações de elementos geométricos por meio de expressões algébricas, tais como pontos, retas, planos, triângulos, quadriláteros e circunferência. Dessa forma, trabalha com coordenadas cartesianas e polares, estudo de retas e planos, lugares geométricos, seções cônicas, translação e rotação, curvas paramétricas e também vetores.

Segundo Santos e Ferreira (2009) a geometria foi sistematizada na Grécia Antiga e esse termo é composto pelas palavras *geos*, que significa terra e *metron* que é medida, logo, está relacionada com medida da terra, necessidade que marcou a trajetória humana devida as medições de terrenos que desde os tempos remotos fez parte da história da civilização. A geometria está presente no nosso cotidiano e nos deparamos com sua presença nas plantações, nas construções de casas simples a prédios modernos e reconhecemos alguns de seus elementos como seguimentos de retas, triângulos, quadriláteros, ângulos, etc. Além disso, os cálculos de áreas e perímetros efetuados por arquitetos, engenheiro e até pedreiros são fundamentais nas construções civis. Dessa forma, trabalhar esses conceitos em sala de aula é importante para proporcionar a compreensão das propriedades dos elementos geométricos.

Geralmente, é muito comum os alunos apresentarem dificuldades de aprendizagem em vários assuntos da Geometria Plana, como por exemplo, a exploração da comparação de áreas entre retângulos. Aprender sobre as características dos elementos geométricos contribui para o desenvolvimento do raciocínio matemático, pois, estimula habilidades de percepção e visualização espacial, favorecendo o reconhecimento, classificação e abstração de formas a partir das construções observadas no cotidiano (Oliveira, 2016).

Explorar investigações geométricas em sala de aula é uma alternativa metodológica que pode contribuir tanto com o ensino quanto com a aprendizagem. Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) enfatizam que as investigações geométricas são fundamentais porque proporcionam que os alunos percebam características essenciais durante a realização de uma tarefa matemática, favorecendo a formulação, teste e validação de conjecturas em evidências envolvendo conexões matemáticas. Além disso, Rodrigues e Soares (2024) também contribuem com essa temática ao abordarem que as investigações geométricas envolvem realizações de tarefas investigativas e proporciona a descoberta de regularidades matemáticas no contexto da geometria, ou seja, os alunos constroem conhecimentos matemáticos investigando características de elementos geométricos que são fundamentais à compreensão das relações da geometria.

Diante do exposto, o problema de pesquisa que motivou este trabalho foi: como as investigações geométricas auxiliaram os alunos na aprendizagem de comparação de áreas de retângulos? Desta problemática surgiu o objetivo de analisar os resultados produzidos por uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental ao trabalharem com investigações geométricas para comparar áreas de retângulos.

A partir da conexão do problema de pesquisa com o objetivo adaptamos uma tarefa investigativa envolvendo a comparação de áreas de retângulos com o intuito de instigar os alunos a realizarem investigações geométricas em busca de formulação, teste e validação ou refutação de conjecturas.

Acerca dos procedimentos metodológicos, o presente trabalho foi de natureza qualitativa tomando como base os argumentos de Marconi e Lakatos (2019), Matar e Ramos (2021) e Gil (2021). Os dados foram coletados por meio de caderno de anotações e um questionário, conforme os estudos de Pádua (2016) e Soares (2021). Para a análise dos dados utilizou-se a técnica análise descritiva qualitativa de Soares (2022) porque buscou-se descrever os resultados de forma detalhada e imbricar os mesmos por meio de discussão com os autores do referencial teórico deste estudo.

Os resultados demonstraram que a exploração da comparação de áreas de retângulos por meio de investigações geométricas favoreceu a aprendizagem dos alunos, uma vez que eles descobriram que toda vez que a partir da construção de um retângulo, se for construído outro aumentando 10% a medida da base e diminuindo 10% na medida da altura, a área do segundo retângulo será sempre menor 1% em relação a área do primeiro. De forma generalizada foi descoberto que o produto das porcentagens representa quantos porcentos a área do segundo retângulo será menor.

Portanto, explorar tarefas investigativas em sala de aula para trabalhar a comparação de áreas de retângulos mostrou-se uma alternativa metodológica que pode contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos de elementos geométricos.

ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁREAS DE RETÂNGULOS

O conteúdo matemático, áreas de retângulos, é um assunto que faz parte da unidade temática da Geometria Plana, área da matemática que estuda figuras geométricas, também denominadas de planas, ou seja, possuem duas dimensões, não têm volume.

Czigel, Mondini e Pavanelo (2019, p. 364) como base na Base Nacional Comum Curricular – BNCC, explicam que a Geometria está organizada como a terceira unidade temática na etapa do Ensino Fundamental e “[...] tem por finalidade o desenvolvimento do pensamento geométrico e do raciocínio hipotético dedutivo, principalmente por meio do estudo das transformações geométricas, e das formas do mundo físico: posição, deslocamento”.

O ensino e aprendizagem de Geometria é fundamental para o desenvolvimento do conhecimento matemático potente à formação de cidadãos pensantes famintos pela reflexão crítica. Ainda nesta linha, a BNCC destaca que:

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. [...] devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas [...] (Brasil, 2018, p. 271-272).

Diante disto, norteada na BNCC, a exploração de área de retângulos (foco desse trabalho) por meio de tarefas investigavas, ou seja, investigações geométricas, é uma alternativa para o ensino e a aprendizagem dessa figura plana. Mas, antes dessa abordagem, apresentaremos o que é o retângulo, como calculamos sua área e um pouco do contexto do ensino desse objeto de conhecimento.

O retângulo é uma figura geométrica plana denominada de quadrilátero que possui lados opostos paralelos e ângulos internos retos. Logo, possui quatro lados, quatro ângulos internos congruentes com medida de 90° . Também é nomeado de paralelogramo porque é formado por dois pares de retas paralelas. Além disso, é um tipo de polígono porque é uma figura plana fechada formada por segmentos retas que se cruzam apenas nas extremidades. Dolce e Pompeo (2013) contribuem destacando que o retângulo possui duas diagonais congruentes, isto representa que todo paralelogramo que as diagonais têm a mesma medida é um retângulo.

Referente ao cálculo da área do retângulo, trata-se do produto entre as medidas de sua base e de sua altura. Isto significa que dado um retângulo de lados b e h , sua área será o produto bh . A figura 1 ilustra um retângulo e a fórmula para determinar sua área.

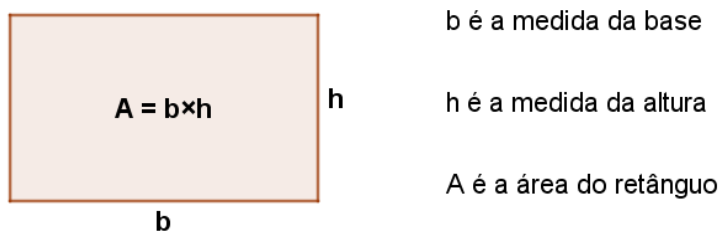


Figura 1 – Área do retângulo

Fonte: Organizado pelos autores, 2024.

A Figura 1 ilustra como a área de um retângulo é calculada. Mas, o ensino da área dessa figura geométrica plana não pode ficar reduzido meramente a aplicação da fórmula. Alguns estudos apontam que a exploração desse objeto de conhecimento em sala de aula, vem sendo explorado de modos diversificados, por exemplo, Santos e Cibotto (2016) destacam que o *software* Geogebra é um recurso tecnológico que vem se mostrando potente na exploração de conceitos de figuras planas. Vital, Martins e Souza (2016) apostam no uso de materiais concretos, já Novais e Silva (2020) recorrem a Modelagem Matemática para tratar esse assunto.

A BNCC apresenta que a exploração de investigações em sala de aula é importante para o desenvolvimento do raciocínio matemática e à capacidade do educando construir conhecimentos matemáticos com autonomia. Diante disso, este trabalho abordou as investigações matemáticas para comparar áreas de retângulo.

INVESTIGAÇÕES GEOMÉTRICAS

A realização de investigações matemáticas em sala de aula vem crescendo nos últimos anos e demonstrando ser uma alternativa potente de ensino e aprendizagem de matemática. É uma tendência de Educação Matemática norteada no caráter investigativo de construção de conhecimentos matemáticos com autonomia por meio da formulação, teste e validação de conjecturas.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2019), a realização de atividades de investigações matemáticas estimula o desenvolvimento do raciocínio matemático, provocando os alunos a agirem como investigadores a procura de regularidades e descobertas, ou seja, relações matemáticas que emergem durante o trabalho investigativo. Soares (2021, p. 38) corrobora afirmando que “[...] é uma tarefa de busca em que o aluno é o detetive, ele é o cientista na construção do conhecimento. Assim, o discente é o próprio matemático formando suas próprias conjecturas e responsável pela escolha dos caminhos” que determinará os resultados da investigação. Aliás, “o trabalho em sala de aula mediado por Investigação Matemática tem potencialidade para desenvolver um ensino com qualidade e promover a aprendizagem dos alunos de forma sistematizada” (Soares, 2021, p. 41).

As investigações geométricas fazem parte do campo das investigações matemáticas e são defendidas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2019, p. 69) porque “contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações”. Para Rodrigues e Soares (2024) explorar atividades de cunho geométrico em sala de aula configura como investigações geométricas quando gera descobertas de regularidades matemáticas que emergem conceitos do contexto da geometria.

O papel do professor como mediador durante a realização de investigações geométricas é muito importante para instigar o aluno a investigar, formular, testar, validar ou refutar conjecturas que proporcionarão a construção de conhecimentos matemáticos. Desse modo, o professor deve mediar o trabalho investigativo objetivando “produzir reflexões críticas sobre as relações matemáticas encontradas mediante os procedimentos de justificação e validação por meio de expressões argumentativas” (Soares; Quartieri, 2024, p. 04).

Nesse sentido, a exploração de investigações geométricas é uma “metodologia alternativa para os processos de ensino e de aprendizagem, pois, proporciona ao professor uma ferramenta que pode auxiliá-lo durante suas atividades em sala de aula” (Rodrigues; Soares, 2024, p. 14). Portanto, norteado nos autores supracitados, este trabalho abordou a exploração de comparação de áreas de retângulos por meio de investigações geométricas.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

No que diz respeito aos procedimentos metodológicos da pesquisa, a investigação foi de abordagem qualitativa, caracterizada como qualitativa e descritiva, sendo norteada por ações que buscaram a compreensão e interpretação dos resultados que foram as resoluções e as falas dos alunos (Gil, 2021). Para a coleta dos dados foram utilizados cadernos de anotações para o registro das resoluções e gravações de áudio dos sujeitos participantes da pesquisa. Sobre esses instrumentos, Soares (2021) destaca que são essenciais para registros de informações, respostas, cálculos, resoluções de problemas e gravação de discussões de trabalhos em grupo.

Os dados elencados durante a realização da investigação foram analisados com base nos fundamentos da análise descritiva qualitativa, que de acordo com Soares (2022), trata-se de uma análise minuciosa dos dados norteada na fundamentação teórica da pesquisa, ou seja, os resultados são descritos de forma detalhada, discutidos e imbricados com a argumentação teórica desenvolvida na revisão de literatura do trabalho.

A investigação fez parte de um dos projetos do âmbito do Programa Ciência na Escola – PCE financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Amazonas – FAPEAM. Foi realizada no segundo semestre do ano de 2024, com o total de 35 estudantes de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Deputado Armando de Souza Mendes do município de Tefé – AM.

Foi realizada com essa turma uma tarefa investigativa envolvendo a exploração da comparação de áreas de retângulos. O Quadro 1 apresenta a tarefa que foi desenvolvida pelos alunos.

Tarefa	Objetivos de aprendizagem
A medida do comprimento de um retângulo foi aumentada 10% e a medida da sua largura foi reduzida em 10%. O que podes dizer sobre a área do novo retângulo quando a comparas com a do retângulo inicial? Justifique a tua resposta.	<ul style="list-style-type: none">- Reconhecer o uso de exemplos como apoio à formulação de conjecturas;- Utilizar a linguagem algébrica para generalizar e justificar.- Promover o raciocínio matemático

Quadro 1 – Tarefa investigativa desenvolvida com os alunos

Fonte: Henriques, Pereira e Quaresma (2022).

Esta tarefa investigativa foi desenvolvida durante 3 horas-aula com uma turma de alunos já mencionada. Para a realização da tarefa a turma foi dividida em 1 grupo com 3 alunos e 8 grupos com 4 e as atividades aconteceram em três fases: i) Na primeira, cada aluno recebeu a tarefa de forma impressa e foram orientados pelos pesquisadores a fazerem uma leitura e foram instigados sobre se compreenderam os termos do enunciado. Quando os alunos não compreendem, cabe o professor assegurar a compreensão fazendo perguntas; ii) Na segunda fase, os alunos realizaram suas investigações, formularam, testaram e validaram ou refutaram suas conjecturas; e iii) Na terceira, ocorreram o compartilhamento dos resultados, cada grupo apresentou suas descobertas para toda a turma. Vale ressaltar, que durante as três fases, os pesquisadores acompanharam as resoluções dos alunos e fizeram questionamentos aos alunos para ajudá-los a chegarem à generalização pretendida.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tarefa investigativa destacada no Quadro 1 foi desenvolvida pelo coordenador e bolsistas do PCE no mês de outubro de 2024. As gravações das falas dos pesquisadores foram identificadas como P1, P2, P3 e P4, já a dos alunos que participaram da pesquisa foram nomeadas com uma letra maiúscula representando o grupo e um número indicando o aluno, por exemplo, A1, A4, B3, C2 e assim por diante. Já as produções do grupo foram identificadas pelas letras maiúsculas de A à I. Neste trabalho, descreve-se os resultados apenas dos grupos D e H.

Inicialmente os alunos leram a tarefa proposta e começaram a conversar, trocar ideias sobre o enunciado. Os pesquisadores acompanharam o trabalho dos alunos, mediando, monitorando e instigando por meio de questionamentos. A esse respeito, Magalhães e Varizo (2016), Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) e Soares (2021) enfatiza que o papel mediador do professor diante de tarefas investigativas é fundamental para instigar os alunos a produzirem conhecimentos e assumirem o protagonismo da sua aprendizagem. Aliás, eles demonstraram interesse pela realização da tarefa e houve bastante interação entre os componentes dos grupos e os pesquisadores. O fato que segue ilustra essa situação.

P2: Entenderam como realizar a tarefa?

D3: A gente estava conversando sobre ela e achamos que entendemos.

P1: Alguém do grupo pode explicar o que entenderam?

D4: Temos que construir um retângulo e calcular a área dele e depois construir outro retângulo com medidas de lados diferentes e também calcular a área.

P1: Como assim? Pode explicar melhor?

D4: Temos que aumentar 10% seu comprimento e diminuir 10% na sua largura.

P3: Mas, vocês já chegaram em alguma conclusão?

D2: Temos que comparar as áreas dos dois retângulos.

P3: Isso mesmo! E a conclusão?

D2: Eu acho que a área do retângulo vai ser a mesma!

P3: Por que achas isso?

D2: Porque vai aumentar e diminuir a mesma porcentagem, então, a área não vai mudar.

P3: Como podes verificar isso?

D2: Construindo retângulos e dando números para o comprimento e a largura.

P3: Então, façam isso e verifiquem o que acontece.

Algum tempo depois os pesquisadores retornam ao grupo D para verificar a conclusão que chegaram sobre a conjectura que levantaram e se conseguiram produzir alguma generalização.

P2: E aí! O que conseguiram descobrir?

D2: Descobrimos que a área dos dois retângulos não vai ser igual.

D4: A área do segundo retângulo vai ser menor.

P1: Descobriram mais alguma coisa?

D3: Acharmos que vai ser sempre menor 1%, mas não temos certeza.

P4: Como assim? Expliquem melhor.

D2: Os testes que fizemos a área deu 1% menor, mas estamos com dúvida se realmente isso vai sempre acontecer.

P2: Não conseguiram fazer nenhuma generalização?

D1: não.

Os alunos desse grupo a partir dos testes que realizaram conseguiram perceber que a conjectura que formularam não era válida, pois, descobriram que a área do novo retângulo construído não era igual. A Figura 2 ilustra a resolução desse grupo.

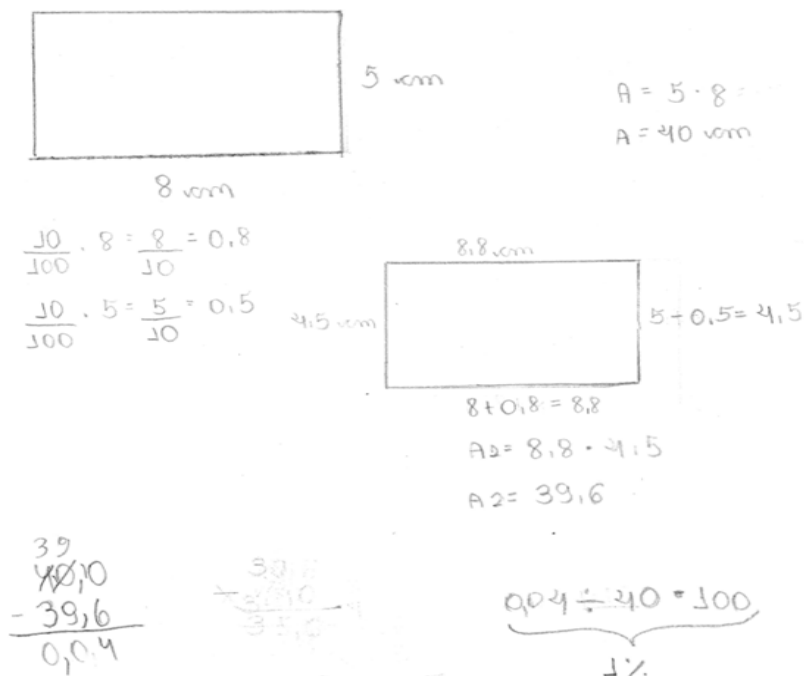


Figura 2 – Resolução do Grupo D

Fonte: Dados da pesquisa.

Segundo Rodrigues e Soares (2024) o trabalho com investigações geométricas em sala de aula oportuniza os alunos a formularem conjecturas e por meio da realização de testes elas são validadas ou refutadas. A resolução do grupo destaca que atribuíram 8 cm para o comprimento e 5 cm de largura com área denominada de A1 com , já o segundo retângulo, o comprimento aumentou 10% e ficou com a medida 8,8 cm e 4,5 cm na largura após diminuírem 10% e sua área (A2) de 39,6. Depois efetuaram a subtração de A1 – A2 e calcularam a porcentagem da diferença em relação a área A1. Com isso, o Grupo D concluiu que a área do novo retângulo é menor 1%. Desse modo, a conjectura formulada pelo Grupo D, após verificação foi considerada inválida e o trabalho investigativo desenvolvido foi importante para a descoberta, pois, perceberam que a área do segundo retângulo não era igual a do primeiro, mas menor conforme ilustra a Figura 2.

Este grupo de alunos fez mais um teste, construindo um retângulo de 6 cm de comprimento e 4 cm de largura e as medidas do novo retângulo foi 6,6 cm por 3,6 cm. Depois da realização dos cálculos, também concluíram que a área do segundo retângulo é menor 1%. Mas, apresentaram dificuldade em analisar se isso

acontece para todos os valores do retângulo quando aumentamos 10% na medida do comprimento e diminuimos 10% na largura. A esse respeito, Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) enfatizam que durante investigações matemáticas é normal surgirem dificuldades de generalizações de situações matemáticas e conforme a realização de novas tarefas de investigação, os alunos vão se familiarizando e apresentando resultados melhores.

Durante o acompanhamento dos pesquisadores ao trabalho realizado pelo Grupo H, os alunos interagiram bastante conforme destaca-se a seguir.

P4: O que vocês conseguiram descobrir?

H3: A área do retângulo que aumentou 10% no comprimento e diminuiu 10% na largura é menor 1%.

H1: Também se a gente aumentar a largura e diminuir o comprimento o resultado será o mesmo.

P2: Por que achas isso?

H1: A área do retângulo é o produto do comprimento pela largura, que na verdade são fatores da multiplicação. E a ordem dos fatores não altera o produto.

P2: Muito bem! Agora consegue verificar se isso dá certo para todos os valores das medidas dos lados do retângulo?

H1: Acho que sim.

P2: Como?

H1: Chamando o comprimento e largura de letras, com x e y .

H2: Isso mesmo! Agora eu lembrei como fazer utilizando as letras.

P2: Então, vamos lá! Tentem fazer.

As falas supracitadas enfatizam que é de extrema importância o acompanhamento do professor durante a realização de tarefas de investigações matemáticas porque a partir de questionamentos, os alunos refletiram sobre situações matemáticas presentes na tarefa. Segundo Soares (2021), fazer perguntas aos estudantes sobre determinada atividade proposta é uma estratégia que pode instigá-los a pensarem em estratégias que auxiliem na busca pela resposta. Mas, deve-se ter cuidado para as perguntas não direcionar as respostas dos alunos.

A Figura 3 ilustra a resolução dos alunos do Grupo H após a intervenção dos pesquisadores.

Handwritten mathematical work showing the derivation of the area change of a rectangle with a 10% increase in length and a 10% decrease in width.

Initial rectangle: length x , width y . Area $A = x \cdot y$.

Increased length: $x + \frac{x}{10} = \frac{11x}{10}$. Decreased width: $y - \frac{y}{10} = \frac{9y}{10}$.

New area: $A_2 = \frac{11x}{10} \cdot \frac{9y}{10} = \frac{99xy}{100}$.

Calculation of the difference in area:

$$A_1 - A_2 = xy - \frac{99xy}{100} = \frac{100xy - 99xy}{100} = \frac{xy}{100} = 0.01xy$$

Figura 3 – Resolução do Grupo H

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme ilustra a Figura 3, os alunos do Grupo H mostraram e generalizaram para todos os casos que quando a medida do comprimento de um retângulo aumenta 10% e a medida da largura diminui 10%, a área do retângulo será sempre 1% menor. Rodrigues e Soares (2024) contribuem enfatizando que durante a realização de investigações geométricas, os alunos apresentem dificuldades, mas a persistência desses trabalhos em sala de aula contribuirá ao desenvolvimento da aprendizagem e a produção de generalizações mediante a formulação, teste e validação de conjecturas. Logo, é importante o professor criar hábito de trabalhar em sala de aula investigações matemáticas para estimular a capacidade dos alunos de generalizar regularidades matemáticas.

Durante a socialização dos resultados, os alunos do Grupo H apresentaram para a turma o que conseguiram descobrir, conforme ilustra a Figura 4.

A medida do retângulo, aumentando 10% na medida da base e diminuindo 10% na medida da altura, a área do retângulo sempre será menor 1% do que a área do retângulo.

Figura 4 – Conclusão do Grupo H após a realização da tarefa

Fonte: Dados da pesquisa.

Portanto, a exploração de investigações geométricas para trabalhar conteúdos de geometria em sala de aula pode contribuir com a aprendizagem dos alunos e instigá-los a produzir conhecimentos matemáticos, investigando, discutindo, interagindo com os colegas e produzindo generalizações para demonstrar suas respostas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, apresentamos parte dos resultados produzidos no Programa Ciência na Escola – PCE durante a realização da pesquisa “explorando áreas de retângulos por meio de investigação geométricas”, desenvolvida com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual Deputado Armando de Souza Mendes do município de Tefé – AM. Neste âmbito escolar com o apoio do PCE foram realizadas ações das disciplinas de Matemática, Língua Portuguesa e Ciências que proporcionaram diálogos, reflexões, interação no processo de aprendizagem dos alunos e verdadeira parceria entre os docentes e pesquisadores.

As investigações geométricas exploradas pelos alunos durante o desenvolvimento da tarefa investigativa proposta auxiliaram na aprendizagem de comparação de áreas de retângulos, pois, os alunos descobriram o que acontece quando as medidas do comprimento e da largura de um retângulo são ampliadas e reduzidas. Os resultados apresentados evidenciam que quando as mudanças dessas medidas correspondem a 10%, significa que a área do novo retângulo sempre será 1% menor.

Diante disto, inferimos que as investigações geométricas podem favorecer a aprendizagem, proporcionando a formulação, teste e validação de conjecturas, desenvolvimento do raciocínio matemático e potencializar o aperfeiçoamento das habilidades matemáticas (Soares, 2021; Rodrigues; Soares, 2024).

Logo, recomendamos que a realização de investigações matemáticas em sala de aula seja mais constante para oportunizar aos alunos possibilidades de compreender melhor as fases do trabalho com tarefas investigativas, e, desse modo, desenvolver sua capacidade de investigar, conjecturar e descobrir e generalizar regularidades matemáticas.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Fundação de Ampara à Pesquisa do Estado do Amazonas – FAPEAM pelo apoio financeiro ao projeto, do qual este trabalho é um dos resultados.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal.pdf. Acesso em: 10 nov. 2024.

CZIGEL, E.; MONDINI, F.; PAVANELO, E. A base nacional comum curricular (BNCC) e a organização da matemática no ensino fundamental. **Revista Pesquisa Qualitativa**. São Paulo (SP), v.7, n.15, p. 356-369, dez. 2019.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar 9: geometria plana**. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

GIL, A. C. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Barueri, SP: Atlas, 2021.

HENRIQUES, A.; PEREIRRA, J. M.; QUARESMA, M. **Raciocínio matemático no 3º ciclo secundário: álgebra e geometria**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2022. Disponível em: http://reason.ie.ulisboa.pt/wp-content/uploads/2023/02/BOOK_BRO_PROFS_3S_atualizado.pdf. Acesso em: 15 ago. 2024.

MAGALHAES, A. P. de A. S.; VARIZO, Z. da C. M. **Atividades investigativas como uma estratégia de ensino e aprendizagem da matemática**. Curitiba: CRV, 2016.

NOVAIS, D. A.; SILVA, F. O estudo dos conceitos de retângulos na visão da modelagem matemática com o software Autocad. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática, [S. l.]**, v. 5, n. 1, p. 268–289, Disponível em: <https://periodicos.ufs.br/ReviSe/article/view/12242>. Acesso em: 15 set. 2024.

OLIVEIRA, V. dos S. Geometria plana dentro do contexto matemático. In: **PARANÁ**. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE, 2013. Curitiba: SEED/PR., 2016. V.1. (Cadernos PDE). Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=20>. Acesso em 16/11/24. ISBN 978-85-8015-076-6.

PONTE, J. P. da.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**, 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

RODRIGUES, M. G.; SOARES, C. J. F. Investigações geométricas: explorando dobragens e cortes de figuras planas em uma turma do 8º ano do ensino fundamental. In: SOARES, C. J. F. et al (org.) **Possibilidades para o ensino e a aprendizagem de matemática**. Ponta Grossa – PR: Atena, 2024.

RODRIGUES, M. G.; SOARES, C. J. F. Investigações geométricas: explorando dobragens e cortes de figuras planas em uma turma do 8º ano do ensino fundamental. In: SOARES, C. J. F. et al. (orgs.). **Possibilidades para o ensino e a aprendizagem de matemática**. Ponta Grossa: Atena, 2024.

SANTOS, F. J. dos; FERREIRA, S. F. **Geometria analítica**. Porto Alegre: Bookman, 2009.

SANTOS, J. F. dos; CIBOTTO, R. A. G. O ensino de área e perímetro de algumas figuras por meio do geogebra. In: XII ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: A Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-11. Disponível em: https://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7387_3207_ID.pdf. Acesso em: 8 set. 2024.

SOARES, C. J. F. **Análise descritiva qualitativa**. Curitiba, PR: CRV, 2022.

SOARES, C. J. F. **Tarefas investigativas no ensino e aprendizagem de aplicações de derivadas**. Curitiba, PR: CRV, 2021.

SOARES, C. J. F.; QUARTIERI, M. T. Cálculo diferencial: explorando taxa de variação por meio de uma tarefa investigativa e metacognição. In: **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 9., Brasília, p. 1–15, 2024. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/432> Acesso em: 29 nov. 2024.

VITAL, C.; MARTINS, E. R.; SOUZA, J. R. de. O uso de materiais concretos no ensino de geometria. In: XII ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: A Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1-12. Disponível em: https://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5465_3722_ID.pdf. Acesso em: 5 out. 2024.