

CONCEITOS BÁSICOS

César Marques Salgado

William Luna Salgado

Roos Sophia de Freitas Dam

Claudio de Carvalho Conti

INTERAÇÃO DOS RAIOS GAMA COM A MATÉRIA

Os raios gama interagem com a matéria por meio de três processos principais: efeito fotoelétrico, espalhamento Compton e produção de pares.¹ A probabilidade relativa de ocorrência de cada um desses eventos depende da energia dos fótons e do número atômico do material alvo.

Efeito Fotoelétrico

O efeito fotoelétrico ocorre quando um fóton interage com um átomo e desaparece completamente, transferindo

toda a sua energia para um elétron fortemente ligado ao átomo (geralmente da camada K). Como resultado, o elétron é ejetado de sua camada com uma energia cinética (E_c), conforme descrito pela Equação 1.

$$E_c = h\nu - E_l \quad \text{Equação 1}$$

Em que:

$h\nu$ – Energia do fóton incidente;

E_l – Energia de ligação do elétron orbital.

Para que o elétron seja ejetado, a energia do fóton incidente deve ser maior que a energia de ligação do elétron orbital, um valor conhecido como limiar de absorção. Após a ejeção do elétron, o orbital eletrônico é reorganizado,² um processo geralmente acompanhado pela emissão de raios X característicos.³

1. Esse modo de interação, conhecido como absorção, resulta na formação de um par elétron-pósitron quando fótons com energia superior a 1.022 MeV interagem com núcleos de número atômico elevado, influenciados pelo forte campo elétrico nuclear. Esse efeito não é considerado nestes estudos, uma vez que as energias envolvidas são inferiores ao limiar necessário para sua ocorrência.

2. A vacância criada durante esse processo é rapidamente preenchida por meio do rearranjo dos elétrons.

3. O termo “característico” refere-se ao fato de que os raios X emitidos serem monoenergéticos, revelando detalhes específicos da estrutura eletrônica do elemento químico.

Esse efeito é predominante em materiais de alto número atômico e em fótons de baixa energia. No entanto, sua probabilidade de ocorrência diminui rapidamente à medida que a energia do fóton aumenta, tornando outros efeitos mais relevantes.

Efeito Compton

O espalhamento Compton ocorre quando um fóton incidente interage com um elétron fracamente ligado. Durante essa interação, parte da energia do fóton é transferida ao elétron, enquanto o restante é convertido em um fóton de menor energia que emerge em uma direção diferente. A energia transferida ao elétron e ao fóton dependem do ângulo de espalhamento. Como resultado, os elétrons ejetados possuem uma faixa de energias possíveis, criando um espectro contínuo ^[1]. A probabilidade dessa interação é proporcional à energia do fóton incidente e inversamente proporcional ao número atômico do material.

O espalhamento pode ser classificado em dois tipos principais:

- I. Espalhamento Coerente (*Rayleigh*): Não há transferência de energia, e o fóton espalhado mantém a energia ($h\nu$) do fóton incidente;
- II. Espalhamento Incoerente (Compton): Uma fração da energia do fóton incidente é transferida para um elétron orbital, resultando em um fóton espalhado de menor energia $h\nu'$.

No espalhamento Compton, o fóton espalhado possui energia $h\nu'$ e direção diferentes do fóton incidente. Sua energia pode ser calculada utilizando equações de conservação de momento e energia, descrita pela Equação 2.

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2} (1 - \cos \theta)}$$

Equação 2

Em que:

$h\nu$ – Energia do fóton incidente (keV);

θ – Ângulo de espalhamento em relação à direção inicial;

m_0 – Massa do elétron em repouso (kg);

c – Velocidade da luz ($m.s^{-1}$);

m_0c^2 – Energia de repouso do elétron (511 keV).

Nesse processo, o elétron inicialmente considerado estacionário é colocado em movimento, adquirindo energia cinética proporcional à fração da energia transferida pelo fóton incidente.

Produção de Pares

Quando fótons de energia superior a 1022 keV interagem com o forte campo elétrico nuclear de átomos com número atômico elevado, a radiação eletromagnética é “absorvida” e um par elétron-pósitron é emitido. Esse fenômeno é descrito pela Equação 3.

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+ + E_c$$

Equação 3

A energia cinética (E_c) do elétron e do pósitron criados é igual à energia do fóton incidente menos 1022 keV, que é a energia necessária para a criação do par de partículas. O espectro de distribuição de energia das partículas formadas é contínuo.

Nos estudos de caso apresentados neste livro, a faixa de energia utilizada está abaixo do limiar para a ocorrência desse fenômeno, e, portanto, o efeito não será abordado com mais detalhes ao longo do texto.

Seção de Choque

Quando a radiação eletromagnética incide sobre material (atenuador), três processos básicos podem ocorrer:

- I. Espalhamento do fóton: Quando o fóton espalhado tem uma energia igual ou inferior à energia do fóton incidente, no entanto o fóton espalhado possui direção diferente do fóton incidente;
- II. Transmissão do fóton: Quando não ocorre nenhum tipo de interação e a energia do fóton transmitido é igual à do fóton incidente;
- III. Absorção total do fóton: Quando há transferência de toda a energia do fóton incidente para o meio alvo.

Esses três processos estão ilustrados na Figura 1.

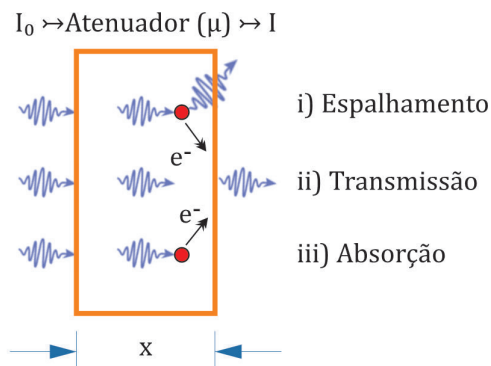


Figura 1 – Esquema ilustrativo dos processos que podem ocorrer quando fótons incidem sobre um atenuador (amostra).

Em que:

I_0 – Feixe incidente;

I – Feixe transmitido;

μ – Coeficiente de atenuação da amostra;

x – Espessura da amostra.

A probabilidade interação por meio do efeito Compton depende da seção de choque e pode ser obtida pela equação de *Klein-Nishina* [2]. O efeito Compton é insignificante quando comparado ao efeito fotoelétrico para energias abaixo de 100 keV, mas aumenta consideravelmente para energias mais altas.

Para energias de fótons incidentes muito maiores que a energia de ligação dos elétrons, o espalhamento Compton prevalece sobre o efeito fotoelétrico. Portanto, para fótons com energias variando de 100 keV a 10 MeV e materiais com número atômico efetivo abaixo de 40, o espalhamento Compton é o principal mecanismo de interação. A probabilidade de ocorrência do espalhamento Compton é diretamente proporcional à energia do fóton e inversamente proporcional ao número atômico. O número de fótons espalhados registrados em um detector pode ser obtido pela Equação 4 [2].

$$S = \Phi_0(E)\varepsilon(E)t \exp\left(-\int_{l_1} \mu(E_\gamma)dl\right) \frac{d\sigma^{KN}}{d\Omega} \frac{\rho N_A Z}{A} \exp\left(-\int_{l_2} \mu(E_{\gamma'})dl\right) dV d\Omega \quad \text{Equação 4}$$

Em que:

t – Tempo de contagem (s);

$\Phi_0(E)$ – Fluxo de fótons na energia (E);

$\frac{d\sigma^{KN}}{d\Omega}$ – Seção de choque diferencial de *Klein-Nishina* em energia (E) para um elétron livre;

$d\Omega$ – Ângulo sólido do detector;

ρ – Densidade física;

Z – Número atômico;

N_A – Número de Avogadro;

A – Número de massa da amostra em análise;

$\frac{\rho N_A Z}{A}$ – Densidade do elétron, que é proporcional à densidade física;

$\mu(E_\gamma), \mu(E_{\gamma'})$ – Coeficientes de atenuação linear para fótons transmitidos e espalhados, respectivamente, dentro da amostra (cm⁻¹);

ε – Eficiência de contagem do fotopico do detector na energia do fóton espalhado;

l_1 – Comprimento do caminho do fóton na amostra desde a fonte até o ponto onde ocorre o centro de espalhamento;

l_2 – Comprimento do caminho do fóton dentro da amostra desde o centro de espalhamento até o detector;

dV – Volume diferencial considerado para a radiação e sua interação com a amostra.

No caso de amostras homogêneas e utilização de fonte de radiação puntiforme, os termos das integrais são constantes. Além disso, a seção de choque diferencial de *Klein-Nishina* será constante para uma geometria fixa, uma certa energia de fóton incidente e intensidade de fluxo de fótons. Portanto, a taxa de contagem depende fortemente da densidade da amostra em análise. A variação da densidade de diferentes fluidos, como água e óleo, no interior de tubos pode ser monitorada utilizando o espalhamento.

A faixa de energia de 20 keV a 662 keV é a mais adequada para diferenciar água de óleo, pois os coeficientes de atenuação linear total desses meios apresentam as maiores diferenças nesta faixa de energia, facilitando os cálculos de frações de volume. Em tubulações da indústria de petróleo, o tubo contendo os fluidos pode ser representado por um sistema composto por quatro camadas de amostras com diferentes espessuras e coeficientes de atenuação linear total. A intensidade de um feixe monoenergético de radiação gama transmitida pode ser calculada considerando um feixe *pencil beam* (feixe extremamente colimado), utilizando a Equação 5.

$$I = I_0 \cdot \exp -(\mu_T \cdot C_T + \mu_F \cdot C_F + \mu_S \cdot C_S) \quad \text{Equação 5}$$

Em que:

I – Feixe transmitido ($\gamma \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$);

I_0 – Feixe incidente ($\gamma \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$);

μ – Coeficiente de atenuação para as diferentes amostras (cm^{-1});

C – Espessura da amostra (cm) pela qual a radiação passa (T – Tubo, F – Fluidos, S – Incrustação).

Os coeficientes de atenuação linear total das amostras (materiais e fluidos), μ , são calculados utilizando a Equação 6. A intensidade do feixe transmitido I quando a tubulação contém apenas o fluido “ m ”, pode ser determinada por meio do código matemático Monte Carlo N-Particle, Versão 6 (MCNP6)⁴. Os valores de coeficientes de atenuação linear total, calculados pelo código MCNP6, são posteriormente comparados com dados da literatura [3] para validar a precisão dos resultados obtidos.

$$\mu = \ln(I_0/I) \cdot x^{-1} \quad \text{Equação 6}$$

Em que:

I – Intensidade transmitida por raios gama para a amostra desejada ($\gamma \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$);

I_0 – Intensidade inicial de raio gama ($\gamma \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$);

μ – Coeficiente de atenuação para as diferentes amostras (cm^{-1});

x – Espessura da amostra (cm).

DETECÇÃO DA RADIAÇÃO IONIZANTE

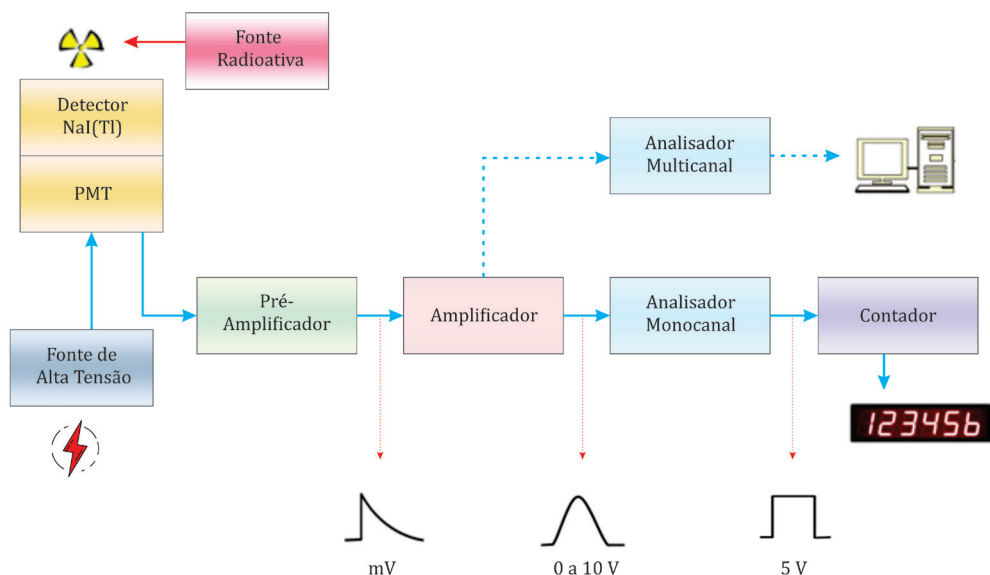
Quando a radiação gama interage com um detector, a energia do fóton pode ser totalmente ou parcialmente absorvida, dependendo do processo de interação (efeitos Fotoelétrico, *Rayleigh*, Compton ou Formação de Pares). Essa energia é utilizada para gerar sinais, como luz e portadores de carga, que são registrados eletronicamente como pulsos de carga. A altura de cada pulso é proporcional à energia transferida pelo fóton, e a contagem dos pulsos reflete o número de interações. O tratamento adequado desses

4. O método é uma ferramenta de simulação amplamente utilizada para o transporte de radiação, especialmente em situações em que medições físicas são impraticáveis ou inconvenientes.

pulsos permite a obtenção do espectro de energia incidente. Os principais módulos eletrônicos responsáveis por registrar o espectro em detectores cintiladores⁵ NaI(Tl) ou em semicondutores formam um sistema de espectrometria composto por:

- I. Pré-amplificador: Sensível à carga, sua função é integrar a carga elétrica gerada pelo detector, convertendo-a em um sinal de tensão proporcional à carga integrada. Além disso, realiza o “casamento de impedâncias” entre o detector e o amplificador, assegurando que o sinal seja adequadamente transferido;
- II. Amplificador: Sua função básica é aumentar a amplitude do sinal proveniente do pré-amplificador, que normalmente é menor que 1,0 V, para faixas de tensão mais convenientes (geralmente de 0 a 10 V). O amplificador também realiza a conformação dos pulsos, otimizando a relação sinal-ruído;
- III. Analisador multicanal (MCA): Este módulo classifica e conta os pulsos de acordo com suas amplitudes, armazenando a contagem de pulsos em canais específicos. Isso é essencial para a espectrometria, quando é necessário categorizar e analisar os sinais gerados;
- IV. Analisador monocal: Este módulo gera um sinal lógico padrão sempre que o sinal gerado pelo amplificador estiver dentro de uma faixa específica de valores. Pode operar no modo diferencial (janela), em que o sinal precisa estar dentro desta faixa de valores, ou no modo integral, onde o sinal é considerado acima de um valor mínimo, sendo usado para a contagem total de interações.

Uma representação esquemática de um sistema de espectrometria é apresentada Figura 2.



1. Figura 2 – Esquema típico de detecção para um detector cintilador NaI(Tl).

5. Geralmente, o módulo do pré-amplificador, quando se utiliza detectores de NaI(Tl), tem como função realizar o casamento de impedância entre a saída do detector (de alta impedância) e o amplificador, fornecendo uma baixa impedância de saída para a entrada do amplificador.

Detectores de NaI(Tl)

A radiação gama interage com o detector (NaI(Tl)), gerando cintilações de alta intensidade com uma duração na ordem de 10^{-9} segundos, apresentando uma luminosidade excepcionalmente elevada em comparação a outros materiais orgânicos. Esse fenômeno é denominado fluorescência. Para converter a luz emitida em sinal elétrico, utiliza-se uma válvula fotomultiplicadora, composta por um fotocatodo⁶ que transforma os fótons de luz visível em elétrons, com energia na faixa de 1 a 2 eV. Esses elétrons são focalizados e acelerados em direção aos dínodos,⁷ colidindo com energia cinética suficiente (~100 eV) para gerar elétrons secundários. Esse processo de multiplicação em cascata resulta em um pulso de corrente quando os elétrons atingem o ânodo da fotomultiplicadora (*Photomultiplier* – PMT). O pulso é coletado com intensidade apropriada para processamento em um sistema de espectrometria gama, permitindo análises precisas da radiação incidente.

A produção dos fótons de luz visível no cristal de NaI(Tl) é proporcional à energia da radiação gama incidente. Essa proporcionalidade é mantida no número de elétrons convertidos, o que permite que o sinal de corrente gerado pela fotomultiplicadora seja razoavelmente linear em uma ampla faixa de energias de raios gama. Dessa forma, a amplitude do sinal elétrico produzido pode ser relacionada diretamente à energia pelo cristal. Entretanto, a eficiência de detecção varia conforme a energia da radiação incidente e o material cintilador utilizado.

Os sistemas de detecção baseados em cintiladores, como o NaI(Tl), oferecem várias vantagens importantes, destacando-se:

- I. Alta eficiência de contagem: O iodo, com número atômico elevado ($Z = 53$) e densidade de $3,667 \text{ g.cm}^{-3}$, confere ao detector de NaI(Tl) uma alta eficiência de absorção de radiação. Isso resulta em uma boa relação entre os eventos de absorção total e Compton;
- II. Flexibilidade construtiva: O NaI(Tl) pode ser construído em cristais grandes e é fácil de usinar, permitindo sua adaptação a diferentes geometrias e aplicações específicas;
- III. Praticidade e baixo custo: Não exige de refrigeração para operação e apresenta custos relativamente baixos, tanto de aquisição quanto de manutenção, o que o torna amplamente acessível para diversas aplicações.

Detectores de Germânio Planar (HPGe)

Os detectores de germânio planar⁸ (HPGe) representam o estado da arte em espectrometria de gama e raios X, especialmente em aplicações como raios X de diagnóstico (RXD). Sua estrutura esquemática é ilustrada na Figura 3 .

6. Uma película de semicondutor de espessura muito reduzida, da ordem de nanômetros.

7. Uma série de eletrodos que liberam um número maior de elétrons do que os que neles incidem. Uma diferença de potencial é aplicada entre dínodos subsequentes.

8. A denominação planar refere-se ao campo elétrico gerado e não à forma física do detector.

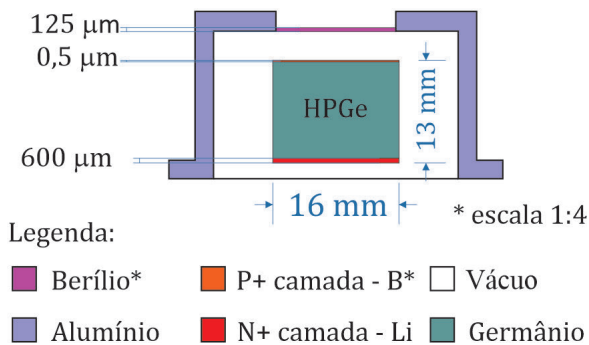


Figura 3 – Estrutura de um detector HPGe Planar.

A superfície superior do cristal de germânio contém uma camada fina e altamente dopada, denominada camada P+, com espessura aproximada de 0,5 mm. Essa camada é rica em buracos e geralmente obtida por implantação de íons de boro. A superfície oposta possui uma camada N+, rica em elétrons e obtida, normalmente, por difusão de lítio. Esta camada é significativamente mais espessa, cerca de 600 mm. Ambas as camadas atuam como contatos ôhmicos, permitindo a aplicação da tensão de polarização ao cristal.

Embora condutoras, essas camadas P+ e N+ não são sensíveis à radiação ionizante, sendo denominadas de “camadas mortas”. Logo abaixo delas encontra-se uma camada de transição, formada pelo próprio germânio intrínseco, onde o campo elétrico não alcança a intensidade necessária para a coleta eficiente de cargas. Nessa camada, a detecção é parcial e inconsistente. Devido ao número atômico elevado do germânio, essa camada tem uma probabilidade significativa de interação com a radiação incidente, contribuindo para o contínuo da região Compton ^[4]. As camadas mortas e de transição desempenham um papel crucial na detecção de radiações de baixa energia, pois atenuam o feixe incidente e diminuem a eficiência do sistema de detecção. Os detectores HPGe com geometria planar possuem:

- I. Excelentes propriedades de transporte de portadores de carga, permitindo a coleta eficiente das cargas geradas pelas interações da radiação;
- II. Alta eficiência para radiações de baixa energia, sendo ideais para raios X na faixa de 20 a 150 keV;
- III. Excelente resolução energética, alcançando valores como 0,9 keV em 122 keV, devido à baixa capacitância proporcionada por essa geometria em relação ao volume do detector.

A utilização de uma janela extremamente fina de berílio, aliada a camadas “mortas” delgadas, possibilita que os detectores de germânio planar (HPGe) sejam especialmente eficazes na medição de radiações de baixa energia, como os raios X utilizados em diagnósticos médicos, na faixa de 20 a 150 keV. Essa configuração aprimora a consistência dos resultados e reduz ligeiramente as incertezas quando comparada à geometria coaxial ^[1].

Apesar da necessidade de operar em temperaturas criogênicas utilizando nitrogênio líquido, os detectores HPGe podem ser armazenados à temperatura ambiente fora dos períodos de operação, sem prejuízo às características ou desempenho. Isso os torna robustos e confiáveis para aplicações em espectrometria de raios X de alta precisão.

Eficiência de detecção

Nem todas as partículas emitidas por uma fonte radioativa emissora de fótons interagem com o volume sensível do detector. Por essa razão, é essencial estabelecer uma relação entre o número de pulsos registrados pelo detector e o número de pulsos efetivamente incidentes sobre ele.

A eficiência de detecção representa a capacidade de um detector em registrar fótons que incidem sobre sua superfície. Essa eficiência é influenciada por diversos fatores:

- I. Energia do fóton: Fótons de maior energia têm maior capacidade de penetração, o que reduz a probabilidade de interação com o volume sensível do detector;
- II. Características do sistema de contagem: Inclui a geometria e a distância entre a fonte e o detector;
- III. Propriedades físicas do cristal cintilador: Dimensões, densidade e opacidade do material cintilador são determinantes.

A eficiência de detecção diminui com o aumento da energia dos fótons devido à maior penetração e ao tamanho limitado do detector. Os principais tipos de eficiência em detectores de raios gama incluem:

- I. Eficiência absoluta: É a razão entre o número de sinais registrados pelo detector e o número de raios gama emitidos pela fonte;
- II. Eficiência intrínseca: É a razão entre o número de sinais registrados pelo detector e o número de raios gama que incidem diretamente no detector.

As eficiências também podem ser classificadas em dois tipos:

- I. Eficiência total: Considera todos os pulsos registrados pelo detector, independentemente de estarem relacionados à absorção total ou parcial da energia do fóton incidente;
- II. Eficiência de fotopico: Considera apenas os pulsos correspondentes à absorção total da energia do fóton incidente.

Quando a fonte radioativa é posicionada próxima ao detector, a eficiência absoluta de fotopico pode ser determinada utilizando a Equação 7.

$$\varepsilon(E) = \frac{C}{t \cdot A \cdot P \cdot k} \quad \text{Equação 7}$$

Em que:

C – Número de contagens registradas no detector na região de absorção total fotopico;

t – Tempo de contagem (s);

A – Atividade da fonte radioativa (Bq);

P – Probabilidade de emissão de raios gama na energia “E”;

k – Fator de correção da meia-vida.

A incerteza padrão da eficiência é calculada utilizando a Equação 8, desconsiderando as incertezas relacionadas ao tempo de contagem, à probabilidade de emissão e ao fator de correção de decaimento, visto que estes valores são muito pequenos para impactar significativamente o cálculo.

$$\sigma\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial C} \cdot \sigma C\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial A} \cdot \sigma A\right)^2} \quad \text{Equação 8}$$

Em que:

σC – Incerteza associada ao número de contagens;

σA – Incerteza associada à atividade da fonte radioativa.

Resolução em Energia

Uma das principais características de um detector de radiação é sua resolução energética,⁹ ou seja, a capacidade de discriminar ou resolver duas ou mais energias próximas no espectro de energia. Quando há necessidade de identificar uma grande quantidade de fotopicos, os detectores de germânio hiper puros (HPGe) são os mais indicados, principalmente em altas energias, sendo discutidos em detalhes em seção posterior deste livro. A determinação da resolução energética é fundamental para simular detectores de forma mais realista. A resolução de um detector é influenciada principalmente pelos seguintes fatores:

- I. Flutuação estatística do número de cargas coletadas;
- II. Ruído eletrônico, tanto da eletrônica associada quanto no próprio detector (corrente de fuga);
- III. Corrente de fuga;
- IV. Coleta incompleta de cargas.

Nos detectores de NaI(Tl), as flutuações no número de cargas coletadas no ânodo da fotomultiplicadora decorrem de variações estatísticas, principalmente do número de elétrons liberados no fotocatodo durante a conversão dos fótons de luz visível em elétrons. Esse fenômeno é o principal responsável pelo alargamento do fotopico, resultando em uma linha espectral mais larga.

9. Possui baixa resolução energética em comparação com detectores de germânio, os quais são utilizados, por exemplo, na identificação de radionuclídeos.

A região de absorção total no espectro de energia apresenta, normalmente, uma distribuição Gaussiana.¹⁰ Para maior precisão, a medição é realizada no pico de absorção total (fotopico), conforme ilustrado na Figura 4. Nesse exemplo, a resolução energética do detector para a energia de 50 keV é de 4,7%.

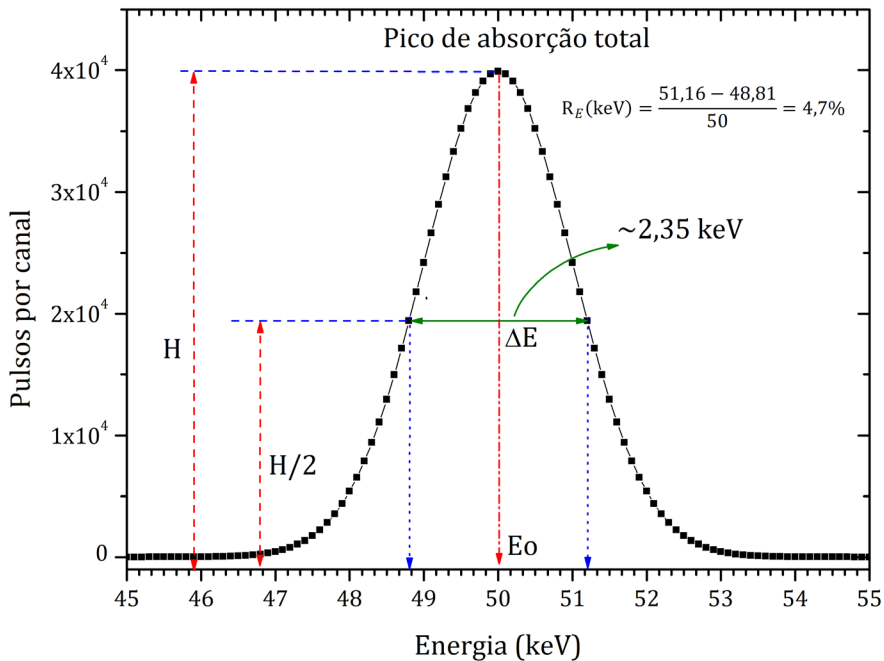


Figura 4 – Resolução em energia e simetria do fotopico.

Na prática, a resolução em energia (R_E) de um pico de absorção total é determinada utilizando-se a largura total à meia altura (FWHM) do pico Gaussiano, acima da linha de base de radiação de fundo^[5]. Essa largura já inclui todos os efeitos que causam o alargamento do pico, sendo dividida pela energia do fóton incidente, conforme a Equação 9.

$$R_E = \frac{\Delta E}{E_0} \Rightarrow R_E = \frac{FWHM}{E_0} \quad \text{Equação 9}$$

Em que:

FWHM – Largura total à meia altura do pico de absorção total (eV);

E_0 – Energia do fóton incidente (eV).

A resolução energética de detectores cintiladores de NaI(Tl) é usualmente reportada para raios gama de 661,66 keV, emitidos pela fonte de ^{137}Cs . Para detectores cilíndricos de 3"x3", a resolução típica situa-se na faixa de 7,5% a 8,5%, valores facilmente alcançados por equipamentos comerciais^[6].

10. Quando se representa o número de pulsos em função da energia de um feixe monoenergético, observa-se um pico gaussiano, centralizado na energia do feixe, denominado pico de absorção total. Isso ocorre porque a geração de cargas no detector segue a lei de Poisson, cuja média depende do número de cargas coletadas e das características do material do detector.

Em aplicações de campo, onde as condições ambientais podem ser adversas, é essencial utilizar detectores robustos e operáveis em temperatura ambiente. Além disso, a alta eficiência de detecção é desejável para permitir o uso de fontes de radiação menos intensas, minimizando os requisitos de blindagem e proteção radiológica. Por esses motivos, o detector cintilador de NaI(Tl) será o foco dos estudos de caso apresentados neste livro.

A resolução energética de um detector influencia diretamente o alargamento da Distribuição de Altura de Pulsos (DAP) (*Pulse height distribution – PHD*), sendo mais evidente na região de absorção total (fotopico), como ilustrado na Figura 5.

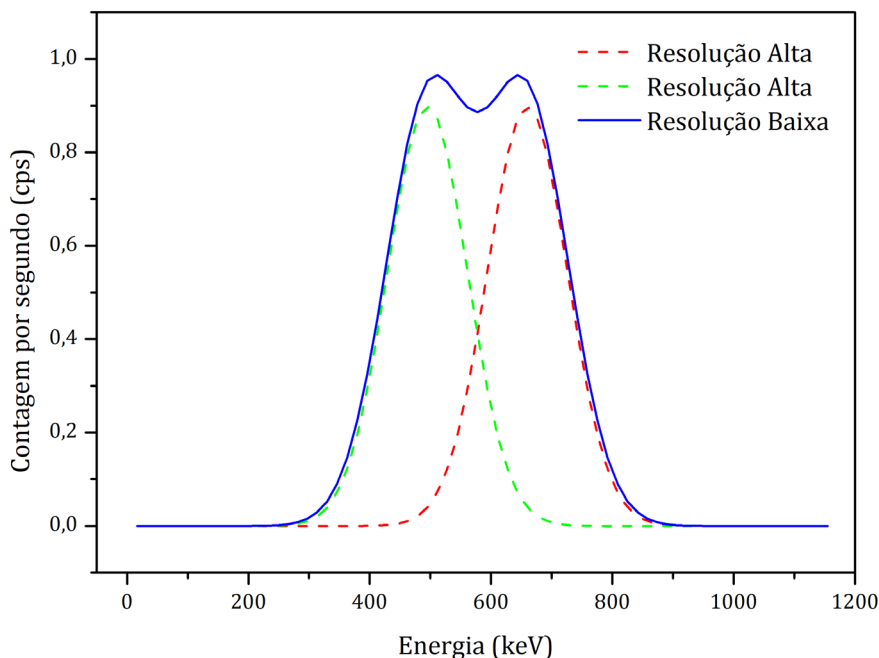


Figura 5 – Resolução típica de um detector de NaI(Tl) (curva azul) caracterizada pela baixa resolução, em comparação com um detector de alta resolução.

Detectores de alta resolução são recomendados para análises espectrométricas detalhadas. Especificamente em detectores de NaI(Tl), a resolução em energia é prejudicada por flutuações no número de cargas coletadas no ânodo da fotomultiplicadora, que, por sua vez, são influenciadas pelas variações no número de elétrons secundários gerados nos dínodos e no número de fotoelétrons liberados no fotocatodo. A Figura 6 ilustra exemplos comparativos de fotopicos com alta e baixa resolução.

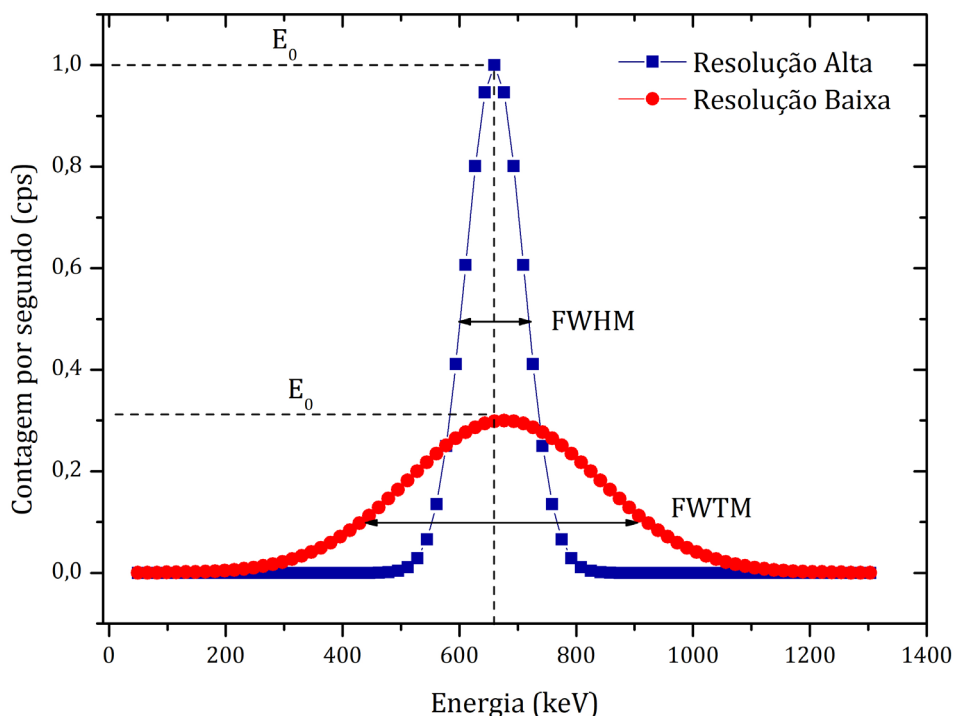


Figura 6 – Comparação de FWHM para detectores com diferentes resoluções.

ESPECTROMETRIA DE FEIXES DE FÓTONS

A Distribuição de Altura de Pulsos (DAP) representa os diferentes processos de interação da radiação com um detector específico. Durante a medição, efeitos indesejáveis podem ocorrer, especialmente quando a energia da radiação não é totalmente absorvida pelo detector, como é o caso dos picos de escape.¹¹ Além disso, a eficiência do detector varia com a energia da radiação incidente, o que requer a realização de correções na DAP para obter um espectro “real” de energia.

Na Figura 7, é apresentada uma DAP obtida por simulação com o código de computador MCNP6, que simula fótons monoenergéticos de 356 keV incidindo perpendicularmente à superfície de um detector de NaI(Tl) 1"×1". Nesse exemplo, a resolução energética não foi considerada. Caso um fóton de raios X característico seja produzido próximo à parede do cristal do detector, existe a probabilidade deste fóton escapar do volume sensível do detector sem ser absorvido. Esse fenômeno é denominado “efeito escape”. O escape ocorre principalmente nas interações que ocorrem nas superfícies do detector, especialmente para energias abaixo de 40 keV [7]. Como resultado, não há absorção total de energia, o que gera o aparecimento de um pico no canal correspondente à diferença entre a energia do fóton incidente e a energia do fóton de raio X característico que foi “perdido”.

11. A probabilidade de interação é maior em detectores com alto número atômico (Z), devido ao aumento da probabilidade de interação da radiação na superfície do detector. Isso ocorre porque há uma menor penetração da radiação no cristal, e essa probabilidade não depende das dimensões do detector [8].

A probabilidade do escape é maior em detectores com alto número atômico (Z), devido ao aumento da probabilidade de interação da radiação na superfície do detector, o que resulta em uma menor penetração no cristal. Esse efeito não depende das dimensões do cristal [8]. Na Figura 7, pode-se observar o pico de absorção total em 356 keV, bem como os picos de escape localizados à direita da DAP, devido aos efeitos de fluorescência nos átomos do cristal do detector. Os raios X da camada K (a e b) para o iodo são aproximadamente 28 keV e 32 keV. É possível observar, também, um pico de menor intensidade com a energia do fóton incidente subtraída pela energia de 28 keV ($356 \text{ keV} - 28 \text{ keV} = 328 \text{ keV}$), e outro pico de ainda menor intensidade correspondente à subtração de 32 keV ($356 \text{ keV} - 32 \text{ keV} = 324 \text{ keV}$).

Na parte esquerda da DAP, as interações resultantes do efeito Compton. A probabilidade de interações pelo efeito Compton é desprezível para energias abaixo de 100 keV, aumentando consideravelmente à medida que a energia do fóton aumenta [9]. Entre o “joelho” Compton e o fotopico ocorrem os denominados “Compton sucessivos”, que são interações Compton subsequentes originadas por um fóton resultante de um efeito Compton.

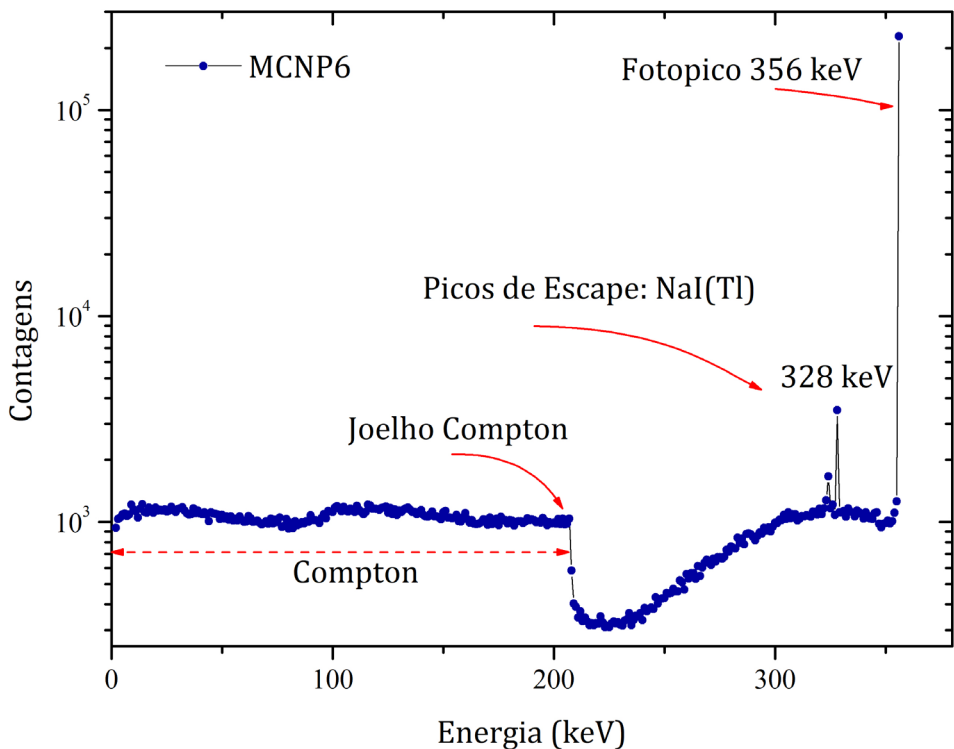


Figura 7 – DAP obtida por simulação com o código MCNP6 para fótons de 356 keV, incidindo perpendicularmente sobre um detector NaI(Tl) 1"×1".

Outro aspecto importante a ser considerado é a variação de eficiência do detector com a energia da radiação incidente. Isso implica a necessidade de realizar correções na DAP medida para obter um espectro mais preciso. Para tal, é necessário utilizar curvas de resposta do detector e controlar a taxa de fluência incidente sobre o detector, utilizando, por exemplo, colimadores *pinhole*.¹²

Devido à dificuldade de obtenção de fontes padrões na geometria e na faixa de energia necessárias, e à subsequente dificuldade em obter as curvas experimentalmente, uma alternativa é a modelagem matemática do detector, das fontes e da geometria das medições, seguida de validação experimental. Esse procedimento foi utilizado nos estudos de caso neste livro e mostrou-se muito eficaz.

Com o modelo desenvolvido, é possível obter as curvas de resposta desejadas por meio das simulações de Monte Carlo. Com esses dados, a DAP pode ser corrigida utilizando a técnica de desmembramento (*stripping*), quando necessário. As principais correções que podem ser introduzidas na DAP incluem:

- I. Variação da eficiência;
- II. Contagens geradas pelo efeito Compton;
- III. Picos de escape.

PROCESSO DE GERAÇÃO DOS RAIOS X

Os raios X são radiação eletromagnética que cobrem uma ampla faixa de energia (desde décimos de keV até alguns GeV) e pode ser gerada, basicamente, de duas formas:

- I. Desaceleração brusca de partículas carregadas (radiação de *bremsstrahlung*);¹³
- II. Reorganização da distribuição dos elétrons nas camadas eletrônicas dos átomos (raios X característicos).

Radiação de freamento (*bremsstrahlung*)

Esse fenômeno envolve a emissão de radiação quando partículas carregadas aceleradas, em geral elétrons, se aproximam de núcleos de elementos com número atômico elevado e interagem com seus campos coulombianos.¹⁴ Nessa interação, os elétrons podem reduzir sua energia cinética, emitindo a diferença de energia sob a forma de ondas eletromagnéticas, denominadas raios X de freamento ou *bremsstrahlung*. A energia destes raios X pode variar desde valores próximos a zero até um valor máximo, que é igual à energia cinética (E_c) da partícula incidente. Portanto, o espectro de energia desses raios X é de natureza contínua.

12. *Colimador Pinhole*: trata-se de um tipo específico de colimador que estabelece a relação entre a emissão e a detecção dos fótons, controlando a fluência dos feixes de radiação que atingem o detector.

13. Do alemão *bremsen* (frear) + *strahlen* (irradiar).

14. Atração da carga do núcleo e repulsão dos elétrons dos átomos do material, resultando em interação com campos elétricos.

Raios X característicos

Esse fenômeno envolve átomos que foram submetidos a um processo de ionização, isto é, interagiram com partículas ou fótons incidentes com energia suficiente para retirar um elétron de uma camada eletrônica mais interna, criando uma vacância e gerando uma condição de instabilidade no átomo. Como o átomo tende a retornar à sua condição estável, um elétron de uma órbita mais externa desloca-se para preencher a vacância, resultando numa diminuição da energia potencial do elétron. O excesso de energia do elétron é liberado por meio da emissão de radiação eletromagnética, cuja energia é igual à diferença das energias de ligação entre as camadas correspondentes. Essa radiação emitida é denominada raio X característico¹⁵ e é conhecida também como fluorescência de raios X. Na Figura 8 é apresentada uma representação gráfica desse efeito. É interessante ressaltar que esses fótons podem ainda deslocar outro elétron do átomo, denominado elétron Auger. O preenchimento da vacância pode ocorrer por meio de uma única transição, resultando em um único fóton emitido, ou de múltiplas transições, com a emissão de vários fótons de raios X característicos de menor energia. Em um espectro, os raios X característicos são mostrados como linhas de energia discretas e, desta forma, o espectro de distribuição em energia dos raios X característicos é de natureza discreta e específica do elemento químico.

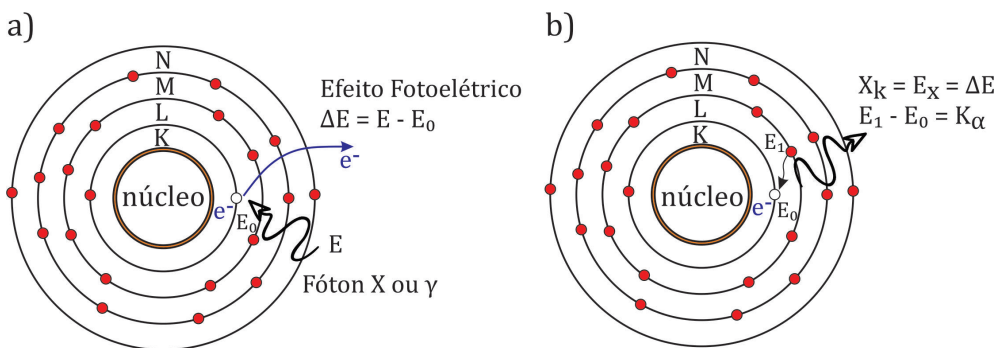


Figura 8 – Representação gráfica dos raios X característicos: a) Um elétron é ejetado; b) Um elétron de uma camada acima preenche a vacância.

Por se tratar de um fenômeno que ocorre pela transição dos elétrons de um átomo, a energia de um fóton de raios X característico é igual à diferença de energia entre os níveis eletrônicos, ou seja, a diferença das energias de ligação dos elétrons envolvidos na transição, que variam de alguns eV a dezenas de keV. Os fatores mais influentes na probabilidade de emissão de raios X característicos são o número atômico do elemento e a camada eletrônica preenchida na transição.

15. O termo “característico” refere-se ao fato de que os raios X emitidos serem monoenergéticos e fornecem detalhes sobre a estrutura eletrônica do elemento químico. Dessa forma, sua energia e intensidade relativa possibilitam a identificação do material por meio de uma amostra, sem que seja necessário destruí-la, já que cada material possui um conjunto exclusivo e específico de níveis de energia e intensidades relativas.

Os raios X característicos são rotulados pelas letras K, L, M ou N que denotam a camada para a qual o elétron se “moveu”, seguidas das letras gregas α , β , γ , que definem a camada onde se ocorreu a transição de um elétron. Consequentemente, um fóton de raios X $K\alpha$ é produzido por uma transição de um elétron da camada L para a camada K, e um fóton de raios X $K\beta$ é produzido por uma transição de um elétron da camada M para uma camada K. Visto que dentro das camadas existem múltiplas órbitas (exceto na camada K) com elétrons de maior e menor energia de ligação, a designação α_1 , α_2 ou β_1 , β_2 etc., é feita para denotar transições de elétrons dessas órbitas para uma mesma camada mais interna. Na Figura 9, é apresentada de forma esquemática a sequência dos níveis energéticos dos elétrons, com algumas transições eletrônicas permitidas.

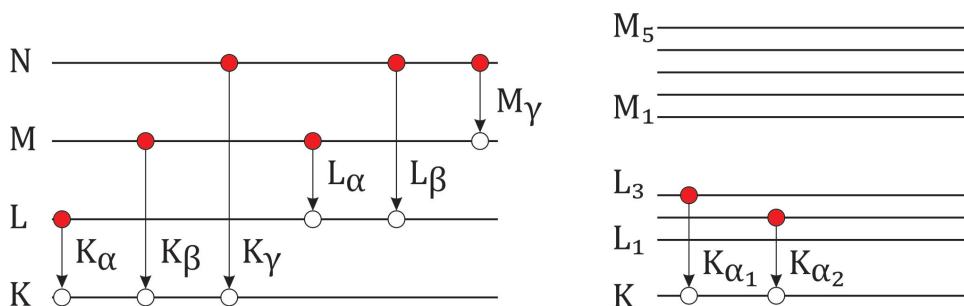


Figura 9 – Diagrama dos níveis de energia com as transições eletrônicas geradoras de raios X característicos.

Máquina de Raios X

Uma máquina de raios X é constituída basicamente por um tubo de raios X e uma fonte de alta tensão. O tubo é composto por um ânodo, um alvo metálico, um cátodo e um filamento de tungstênio em forma de espiral, tudo dentro de um recipiente lacrado sob alto vácuo. Os raios X são produzidos quando um feixe de elétrons é acelerado por um campo elétrico intenso da alta voltagem aplicada entre os terminais do tubo de raios X. Os elétrons são gerados por emissão termo iônica, através do aquecimento do filamento pela corrente elétrica. Esses elétrons são acelerados proporcionalmente à tensão aplicada e colidem com o alvo¹⁶ metálico, convertendo energia cinética em radiação térmica e eletromagnética. De 95% a 99% da energia cinética dos elétrons incidentes é convertida em calor e o restante é convertido em radiação eletromagnética. Desses, 10% é raio X característico e 90% é *bremsstrahlung*. É importante ressaltar que quanto maior a tensão aplicada ao tubo, maior será energia dos raios X gerados, e maior será o aquecimento do material alvo. Um diagrama esquemático de um tubo de raio X com seus principais componentes é mostrado na Figura 10.

16. Geralmente, utiliza-se o tungstênio, pois a eficiência na produção de raios X está relacionada ao elevado número atômico ($Z=74$). Além disso, o tungstênio possui um alto ponto de fusão (3370°C), o que lhe confere resistência ao calor intenso gerado no alvo durante o bombardeio eletrônico.

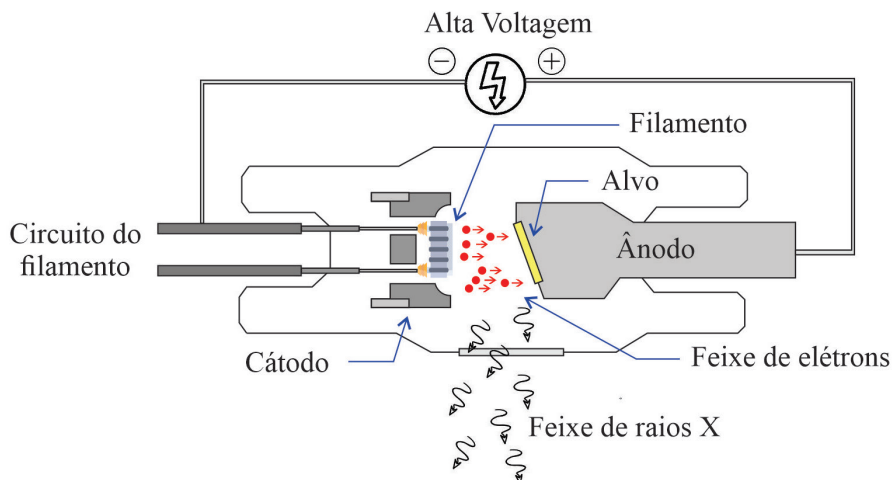


Figura 10 – Diagrama esquemático básico de uma máquina de raios X.

A faixa de energia dos raios X produzidos dessa maneira pode variar de valores próximos a zero até um máximo correspondente à alta tensão aplicada, resultando em um espectro contínuo. A intensidade do fluxo de fótons de raios X gerada é influenciada pelo número atômico do alvo, pela corrente elétrica e pela tensão de pico aplicada ao tubo, sendo descrita pela fórmula de *Beatty* ^[10]. Essa fórmula indica que a intensidade do fluxo de fótons de raios X aumenta proporcionalmente com o aumento do número atômico do alvo, da corrente elétrica e do quadrado da tensão aplicada. Na Figura 11, é apresentado um espectro de um alvo de tungstênio, com angulação do alvo de 20°, filtração inerente de 1,0 mm de berílio e 1,0 mm de tubo de raios X de alumínio. É possível observar a radiação *bremstrahlung* e os raios X característicos. O espectro de energia mostra as linhas K de 57,97 keV ($K\alpha_2$), 59,31 keV ($K\alpha_1$), 67,23 keV ($K\beta_1$) e 69,09 keV ($K\beta_2$) e a linha L de 11,28 keV ^[11].

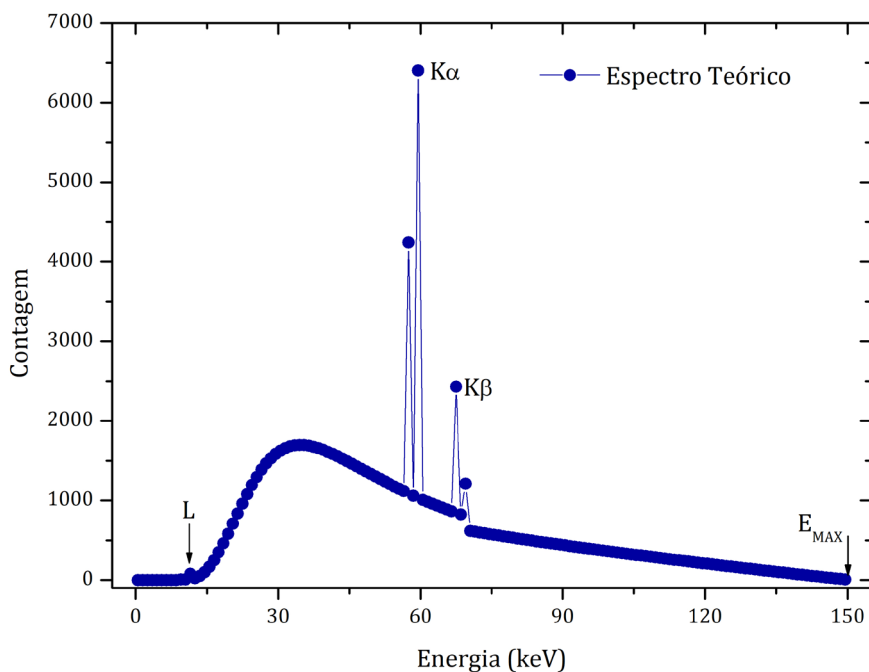


Figura 11 – Espectro teórico de um feixe de raios X.

FUNDAMENTOS DO ESCOAMENTO MULTIFÁSICO

O escoamento multifásico¹⁷ é definido como o movimento simultâneo de dois ou mais fluidos imiscíveis com propriedades distintas em uma tubulação, duto etc. Quando as fases líquida e gasosa escoam juntas, organizam-se em configurações interfaciais características, ou seja, ocorre uma distribuição¹⁸ espacial específica das fases no interior da tubulação. Essa organização é influenciada por três fatores principais:

- I. Condições operacionais: Vazão, pressão, temperatura, velocidade, entre outros;
- II. Geometria da tubulação: Dimensão, inclinação, forma, entre outros;
- III. Propriedades das fases: Densidade, viscosidade entre outras características.

Essas variáveis determinam padrões específicos de configurações interfaciais, conhecidos como regimes de fluxo, que influenciam diretamente o comportamento predominante do escoamento. No caso de fluxos bifásicos (líquido e gás) em tubulações horizontais, os principais regimes de fluxo, descritos por Taitel e Dukler (1976) ^[12] e ilustrados na Figura 12, são:

17. A definição de fase não está relacionada ao estado da matéria (sólido, líquido, gasoso, plasma), mas sim ao número de interfaces presentes no escoamento multifásico. Por exemplo, um escoamento bifásico implica a presença de uma interface, que pode ser do tipo líquido-líquido imiscível ou líquido-gás.

18. O padrão de fluxo depende principalmente das velocidades do gás e do líquido, bem como da relação entre o conteúdo de gás e líquido.

- I. Estratificado (*stratified flow*): Ocorre em baixas velocidades de líquido e gás. Caracteriza-se pela separação gravitacional das fases, com escoamento contínuo e separado de cada uma;
- II. Estratificado ondulado (*stratified wavy flow*): Com o aumento da velocidade do gás, ondas se formam na interface entre o líquido e o gás, gerando o regime ondulado;
- III. Golfadas (*slug flow*): Com o aumento adicional da velocidade do gás, bolhas ocupam toda a seção transversal da tubulação, formando golfadas, alternadas de gás e líquido, sendo que a fase líquida frequentemente transporta pequenas bolhas dispersas;
- IV. Bolhas alongadas (*elongated bubble flow*): Velocidades ainda maiores do gás promovem a coalescência¹⁹ de bolhas, resultando em bolhas alongadas que escoam na parte superior da tubulação;
- V. Bolhas (*bubbly flow*): Para altas velocidades do líquido e baixas proporções de gás, o gás se dispersa em pequenas bolhas dentro do líquido, concentrando-se no topo devido à gravidade;
- VI. Anular (*annular flow*): Em velocidades muito mais altas de gás, o líquido forma um filme na superfície interna da tubulação, enquanto o gás flui pelo centro, arrastando gotículas de líquido.

19. O fenômeno de crescimento de uma gotícula de líquido ocorre pela incorporação de outras gotículas com as quais entra em contato, aumentando sua massa.

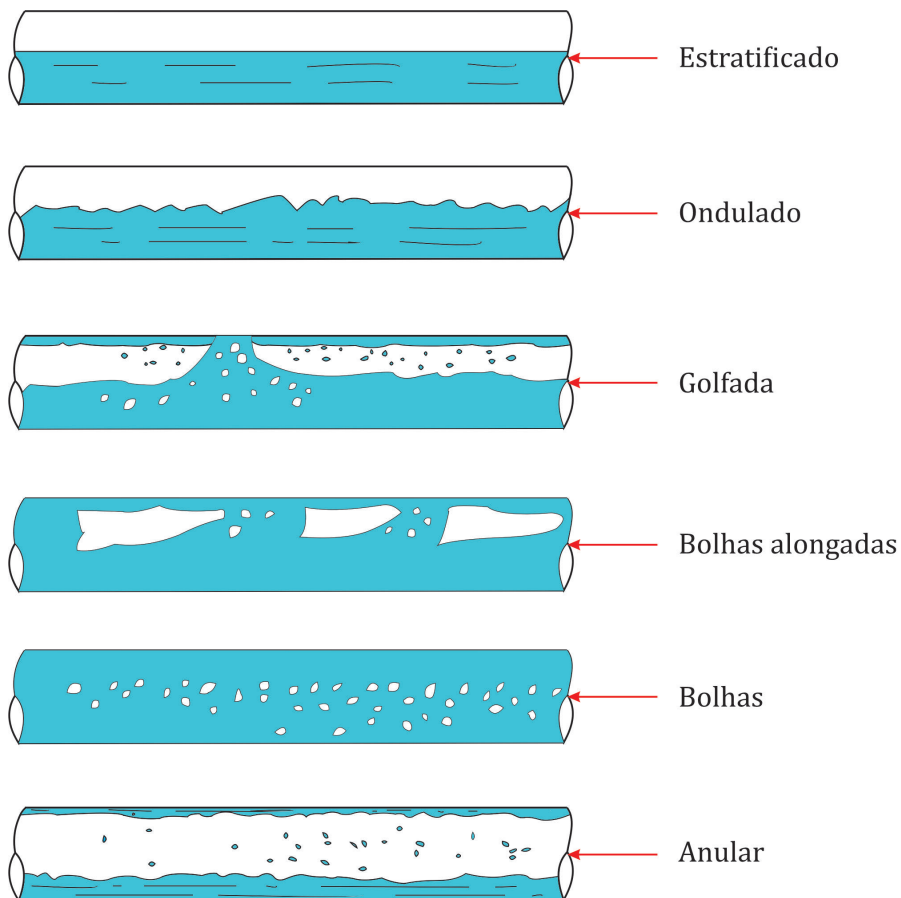


Figura 12 – Regimes de fluxo multifásico em tubulações horizontais.

No caso de escoamento vertical ascendente (*upward*), o regime estratificado desaparece, e surgem novos padrões, incluindo o regime transição ou caótico. Os principais regimes de fluxo vertical ascendente também descritos por Taitel e Dukler (1976) ^[12] e ilustrados Figura 13, são:

- I. Bolhas (*bubbly flow*): O gás se dispersa em pequenas bolhas na fase líquida contínua, tipicamente em baixas velocidades superficiais de gás;
- II. Golfada: (*slug flow*): Com o aumento da velocidade do gás, as bolhas pequenas coalescem, formando grandes (bolhas de Taylor) que ocupam quase toda a seção da tubulação, gerando uma sucessão de golfadas de gás e líquido;
- III. Caótico ou Transição (*churn flow*): Com velocidades maiores de gás e líquido, o padrão torna-se instável e desordenado, caracterizado por movimentos oscilatórios do líquido para cima e para baixo;
- IV. Anular (*annular flow*): O líquido forma um filme na periferia da tubulação, enquanto o gás escoava pelo centro, arrastando gotículas de líquido.

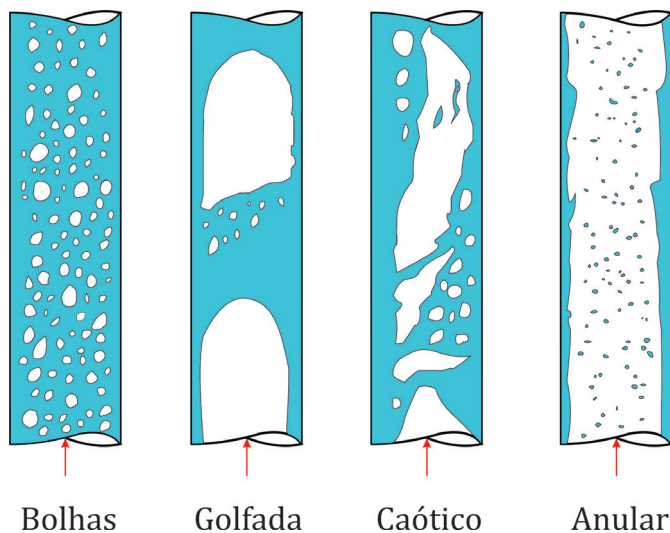


Figura 13 – Regimes de escoamento em tubulações verticais.

Os padrões observados em sistemas multifásicos que envolvem óleo, água e gás são qualitativamente semelhantes aos sistemas líquido-gás. Contudo, as condições específicas para o estabelecimento de cada regime podem variar em função das propriedades dos fluidos envolvidos ^[13].

O escoamento multifásico é comum em diversas aplicações industriais, como na geração de energia elétrica e na indústria petrolífera. Por exemplo, em usinas termelétricas, a mistura de vapor e água ocorre durante a geração de vapor. Na produção de petróleo *offshore*, que geralmente envolve água salgada e gás, o escoamento multifásico está presente em todo o percurso dos fluidos produzidos, desde o reservatório às unidades de separação e refino.

O MÉTODO DE MONTE CARLO

O Método de Monte Carlo²⁰ é amplamente utilizado em simulações computacionais para o transporte da radiação, especialmente em situações em que medições experimentais são inconvenientes, impraticáveis, difíceis ou impossíveis de serem realizadas. Por meio de algoritmos matemáticos, esse método permite a simulação de processos estatísticos na área de transporte de radiação, incluindo trajetórias de partículas e interações com a matéria. Essa abordagem utiliza números pseudoaleatórios gerados a partir das distribuições de probabilidade que regem os processos físicos envolvidos, como interação, espalhamento e captura ^[14].

20. O desenvolvimento do Método de Monte Carlo é geralmente atribuído aos cientistas que trabalharam no desenvolvimento das bombas atômicas na década de 1940, no Los Alamos National Laboratory (LANL). O nome "Monte Carlo" faz referência aos cassinos, pois o método envolve a geração aleatória de valores com base em distribuições estatísticas, de maneira análoga a jogos de azar.

Ao simular muitos eventos (ou histórias), o método permite calcular valores médios de grandezas macroscópicas, como fluência de partículas, dose, corrente e energia depositada em superfícies ou regiões específicas da geometria modelada. A literatura oferece uma vasta quantidade de informações sobre o Método de Monte Carlo, abrangendo tópicos, como geração de números randômicos, modelos e simulações ^[15, 16].

Código MCNP6

O Monte Carlo *N-Particle versão 6* (MCNP6) ^[14] é um código computacional robusto baseado no Método de Monte Carlo. Ele é amplamente utilizado na simulação do transporte de radiação, permitindo modelar interações de nêutrons, fótons e elétrons em diferentes materiais e geometrias. É especialmente útil em aplicações, como proteção radiológica, modelagem de instalações nucleares, detectores e blindagem de radiação. O MCNP6 suporta interações complexas, considerando, por exemplo:

- I. Fótons: Espalhamento Coerente (*Rayleigh*), Incoerente (Compton), fluorescência de raios X após absorção fotoelétrica, produção de pares com emissão de radiação de aniquilação e radiação de frenagem (*bremsstrahlung*);²¹
- II. Elétrons: Simulação de pósitrons, raios X de captura K e *bremsstrahlung*.

Com sua capacidade de modelar geometrias tridimensionais complexas e sua ampla variedade de opções de entrada, o MCNP6 é reconhecido como ferramenta poderosa, bem documentada e validada. Suas atualizações incorporam o transporte de 34 novos tipos de partículas (prótons, íons leves etc.), ampliam a faixa de energia das partículas simuladas e introduzem novos modelos físicos e técnicas de redução de variância. Além disso, o código inclui atualizações na extensa coleção de seção de choque, ampliando sua precisão e abrangência em simulações de interação entre radiação e matéria ^[14]. Os intervalos de energia simulados pelo MCNP6 incluem ^[17]:

- I. Fótons: 1 keV a 100 GeV;
- II. Elétrons: 1 keV a 1 GeV;
- III. Nêutrons: 10^{-11} a 20 MeV para todos os isótopos e até 150 MeV para alguns isótopos.

A simulação de uma história de fóton segue as etapas descritas por Pani et al., (1987) ^[18]:

- I. Determinação da distância (x) entre interações: Seleccionada aleatoriamente conforme a distribuição exponencial de probabilidade (Equação 10);

21. Esse fenômeno envolve a emissão de radiação quando partículas carregadas aceleradas se aproximam de núcleos de elementos com número atômico elevado e interagem com seus campos coulombianos. Durante essa interação, os elétrons podem perder energia cinética, emitindo a diferença de energia na forma de ondas eletromagnéticas, conhecidas como raios X de *bremsstrahlung*.

- II. Definição do tipo de interação: Determinada aleatoriamente, com base nas seções de choque dos processos físicos possíveis. Após a interação, uma nova trajetória é calculada;
- III. História do elétron: Se um elétron é gerado, sua trajetória também é simulada.

$$x = \frac{-1}{\mu(\ln A)} \quad \text{Equação 10}$$

Em que:

μ – Coeficiente de atenuação linear total;

A – Número aleatório.

Cada história termina quando:

- IV. O fóton ultrapassa os limites das regiões da geometria simulada;
- V. A energia do fóton ou do elétron atinge o valor mínimo (energia de corte);
- VI. Toda a energia é completamente absorvida.

O número de histórias especificado no arquivo de entrada determina a precisão e a flutuação estatística dos resultados. A precisão é avaliada pelo erro relativo (R), definido como a razão entre o desvio padrão estimado ($S_{\bar{x}}$) e a média (\bar{x})^[14], ver Equação 11. Em termos simples, R permite estimar intervalos de confiança sem torno do valor médio. Para reduzir R pela metade, é necessário quadruplicar o número de histórias ou utilizar técnicas de redução de variância para otimizar o tempo de simulação.

$$R \approx \frac{\sqrt{N}}{N} \quad \text{Equação 11}$$

Em que:

N – Número de histórias.

O MCNP6 também realiza testes estatísticos para avaliar a confiabilidade dos resultados, tornando a análise mais robusta.

O MCNP6 utiliza um arquivo de entrada estruturado em cartões que definem:

- I. Células: Descrevem as regiões geométricas, permitem especificar materiais;
- II. Superfícies: Delimitam as fronteiras entre células (dimensões e posicionamento);
- III. Dados físicos: Configuram as fontes de radiação, parâmetros de interação e condições de simulação.

Modelo Matemático do Detector NaI(Tl)

O modelo matemático do detector NaI(Tl) foi desenvolvido com base nas características físicas e materiais de um detector real, para utilização no código MCNP6. O cristal de NaI(Tl) foi modelado como um cilindro homogêneo, com dimensões de 31 mm de diâmetro e 19 mm de espessura ^[19, 20, 21, 22, 23, 24, 25].

Além do cristal, com densidade de $3,667 \text{ g.cm}^{-3}$ [19, 21], o modelo inclui uma camada refletora de óxido de magnésio (MgO), utilizada para minimizar a perda de luz. Todo o conjunto é encapsulado por uma capa de alumínio, a qual protege o cristal contra danos e impede a absorção de água, dada sua alta higroscopicidade. A densidade do material refletor foi considerada como $3,58 \text{ g.cm}^{-3}$ [22, 23], enquanto a do alumínio foi definida como $2,6989 \text{ g.cm}^{-3}$ [26]. Esses materiais são fundamentais no modelo, pois atuam como atenuadores especialmente para fótons de baixa energia. Uma representação esquemática do modelo do detector pode ser vista na Figura 14.

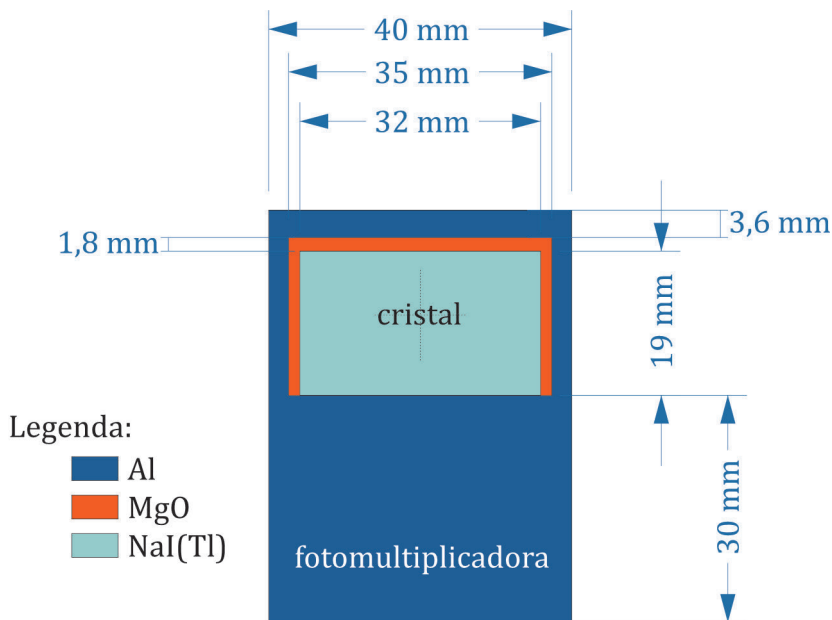


Figura 14 – Diagrama esquemático do modelo matemático do detector NaI(Tl) para o MCNP6.

Além das características já descritas, o modelo matemático do detector NaI(Tl) inclui as seguintes especificidades:

- I. Fotomultiplicadora: Representada como um disco de alumínio de 30 mm de espessura, posicionado atrás do cristal [24, 27];
- II. Transporte de elétrons: Os elétrons gerados no cristal pelo impacto da radiação gama foram desconsiderados na simulação, pois a espessura do cristal garante sua completa absorção;
- III. Interações em baixa energia: Materiais ao redor do cristal foram tratados como atenuadores para fótons de baixa energia [28].

Para tornar o modelo mais realista, foi implementada a resolução energética utilizando o comando *Gaussian Energy Broadening* (GEB) do MCNP6, associado ao cartão de contagem FTn [14]. O alargamento espectral foi representado por uma função gaussiana (Equação 12), cujos parâmetros foram determinados experimentalmente.

$$f(E) = C \cdot \exp - \left(\frac{E - E_0}{FWHM/2\sqrt{\ln 2}} \right)^2 \quad \text{Equação 12}$$

Em que:

- E – Energia “alargada” (MeV);
- E_0 – Energia “não alargada” (MeV);
- C – Constante de normalização (MeV);
- $FWHM/2\sqrt{\ln 2}$ – Largura de Gauss (MeV).

Os parâmetros GEB (a, b, c) foram ajustados pela Equação 13 ^[14], utilizando medições experimentais com fontes calibradas ^[20, 27]. As interações da radiação de fundo e o espalhamento Compton foram subtraídos para os cálculos corretos.

$$FWHM = a + b\sqrt{E + cE^2} \quad \text{Equação 13}$$

Em que:

- E – Energia dos raios gama incidentes (MeV);
- a, b, c – Constantes fornecidas pelo usuário a partir da função de ajuste.

Os valores ajustados para o detector representado na Figura 14 estão apresentados na Tabela 1.

Coeficiente	Valor	Incerteza
a	-0,007 MeV	0,002
b	0,09 MeV ^{1/2}	0,02
c	-0,18 MeV ⁻¹	0,04

Tabela 1 – Valores dos coeficientes de ajuste da Resolução

Quando as características físicas do detector não estão documentadas ou conhecidas, a técnica de gamagrafia²² pode ser utilizada para estimar as dimensões do cristal ^[20, 27]. No entanto, há diferenças entre o volume real e o ativo do cristal, o que exige ajustes iterativos para determinar sua eficiência. Esses ajustes foram realizados utilizando fontes puntiformes de ²⁴¹Am (59,54 keV) e ¹³⁷Cs (661,66 keV), conforme descrito por Conti et al. (1999) ^[4] e Salgado et al. (2012, 2022) ^[20, 27].

Para a validação do modelo, foi utilizada a curva de eficiência absoluta de fotopico, comparando os resultados simulados com dados experimentais. As simulações utilizaram o comando *F8*²³ do MCNP6, configurado com um número de histórias (NPS) de 2×10^8 , resultando em erros relativos inferiores a 5% por canal espectral. A modelagem do detector, conduzida com alta precisão no MCNP6, permitiu calcular a função resposta do sistema com boa concordância com os dados experimentais ^[4, 29, 30]. As fontes radioativas utilizadas, calibradas pelo Laboratório de Metrologia por Radiação Ionizante (LNMRI) do Instituto de Radioproteção e Dosimetria (IRD), Brasil, estão descritas na Tabela 2. Os dados dessas fontes foram obtidos no aplicativo *Isotope Browser*, versão 5.15.74 Android, IAEA, *Nuclear Data Section* ^[31].

22. A gamagrafia é um método de ensaio não destrutivo que consiste na realização de uma radiografia utilizando a radiação gama.

23. Representa uma DAP gerada pelos fótons e elétrons na região sensível do cristal.

Fonte	Energia (keV) **	Meia-vida (ano)	Probabilidade de Emissão (%)	Atividade (Bq) *
²⁴¹ Am	59,54	432,60	35,92	28,15
	80,99		33,31	
¹³³ Ba	302,85	10,55	18,31	17,80
	356,01		62,05	
¹³⁷ Cs	661,66	30,08	84,99	22,98
⁶⁰ Co	1173,23	5,27	99,85	46,078
	1332,49		99,98	

Tabela 2 – Características das fontes utilizadas para avaliação da resposta do detector

*Atividade corrigida para a data dos experimentos.

** Valores arredondados para duas casas decimais.

Validação da modelagem do detector de NaI(Tl)

A modelagem matemática do detector cintilador NaI(Tl) de 1¼" x ¾" foi validada experimentalmente utilizando fontes de calibração listadas na *Tabela 2*. Desenvolvido no código MCNP6, o modelo foi avaliado com base na curva de eficiência absoluta de fotopico, enquanto a resolução de energia permitiu comparações qualitativas entre as distribuições de altura de pulsos (DAPs) simuladas e experimentais, adotando a mesma geometria experimental.

Para garantir uma modelagem precisa, foi necessário determinar as dimensões reais do cristal por meio da técnica de gamagrafia, ferramenta fundamental para estimar o volume sensível do detector. Após um processo iterativo, as dimensões do cristal que melhor concordaram com os resultados experimentais foram de 11,30 mm de espessura e 26,75 mm de diâmetro, incluindo a representação do disco de alumínio no modelo para considerar os efeitos do tubo fotomultiplicador ^[24, 27].

Os valores experimentais e simulados da eficiência são apresentados na Figura 15. A incerteza associada à eficiência foi calculada usando a Equação 8, e os resultados mostraram valores abaixo de 0,11% levando em conta a flutuação das contagens e a atividade da fonte.

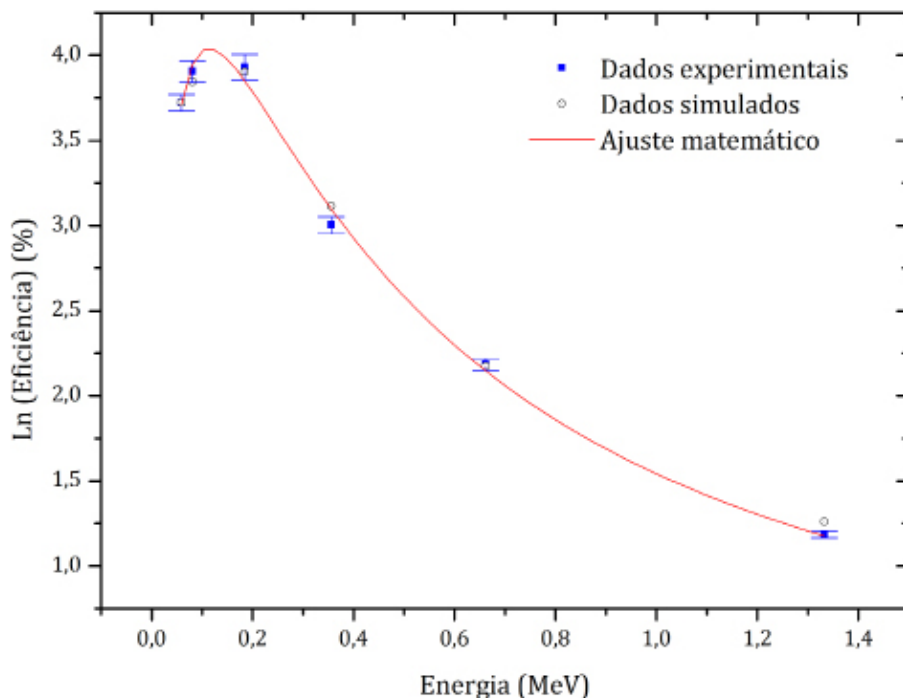


Figura 15 – Curva de eficiência obtida por modelagem matemática, com validação experimental.

Os coeficientes da curva de eficiência foram determinados utilizando o método dos mínimos quadrados com base na Equação 14. Os valores dos coeficientes obtidos estão apresentados na Tabela 3. Os valores experimentais e os obtidos pela modelagem mostraram boa concordância, com um coeficiente de determinação (R^2) de 0,997.

$$\varepsilon = x + y \cdot \ln(E) + z \cdot \ln(E)^2 \quad \text{Equação 14}$$

Em que:

ε – Eficiência (%);

E – Energia (keV);

x, y, z – Coeficientes de ajuste.

Coeficiente	Valor	Incerteza
x	-3,74	0,28
y	-3,76	0,33
z	-0,83	0,08

Tabela 3 – Valores para os coeficientes de ajuste da curva de eficiência

O modelo mostrou um erro relativo máximo de 5,64% para a energia de 80,998 keV do ^{133}Ba , indicando boa concordância entre os resultados experimentais e simulados.

A resolução de energia foi determinada pela largura total à meia altura (FWHM) dos picos de absorção total para as fontes da Tabela 2. Na Figura 16 é apresentada a curva FWHM em função da energia, ajustada pela função *Gaussian Energy Broadening* (GEB) descrito no tópico "Modelo Matemático do Detector NaI(Tl)", página 35.

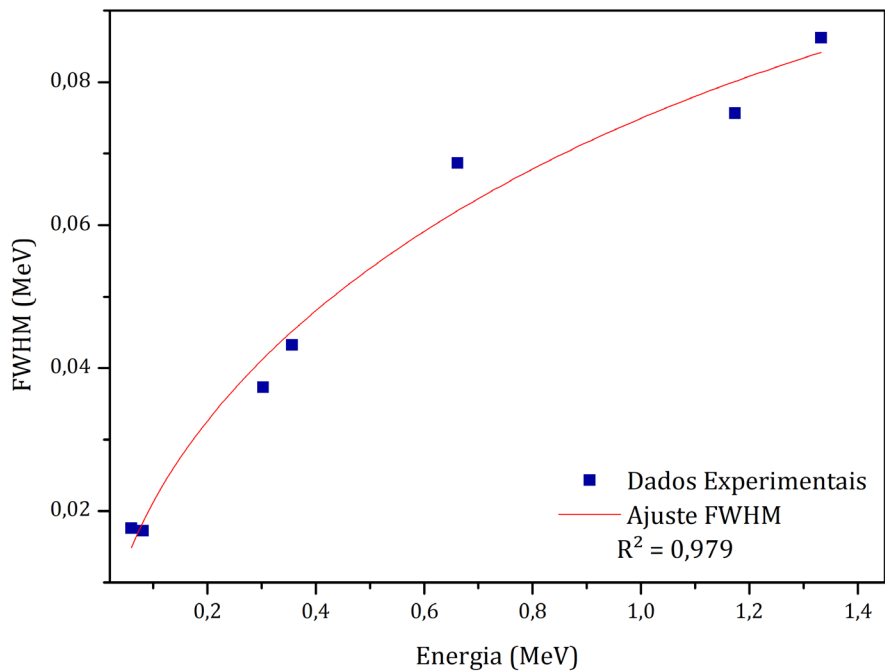


Figura 16 – Curva de resposta FWHM em função da energia.

Com esses resultados, foi possível realizar o ajuste da função GEB, tornando o modelo matemático mais realista. Os valores dos coeficientes “a”, “b” e “c” do ajuste estão listados na Tabela 4.

Coeficiente	Valor	Incerteza
a	-0,007	0,002
b	0,09	0,02
c	-0,18	0,04

Tabela 4 – Coeficientes de ajuste da função GEB

A validação experimental quantitativa e qualitativa foi concluída após o ajuste de eficiência e resolução de energia do sistema de detecção simulado (cristal + fotomultiplicadora), como mostrado na Figura 17, que compara os espectros simulados e experimentais para as fontes de ^{137}Cs e ^{241}Am .

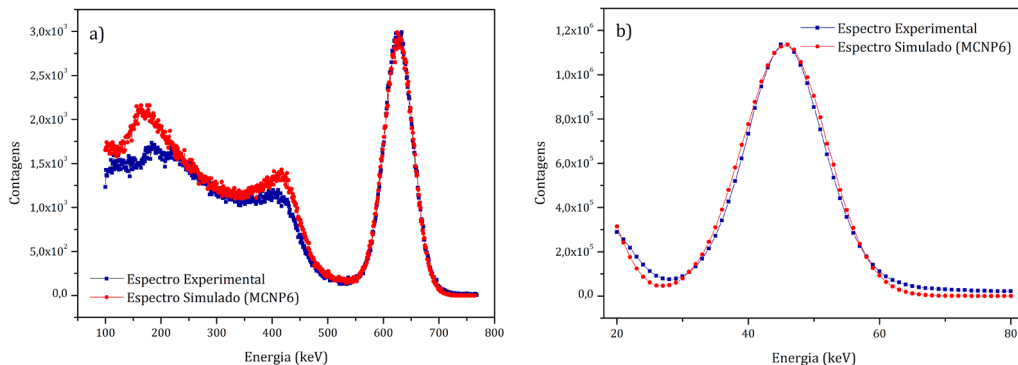


Figura 17 – Comparação da forma dos espectros experimental e simulado no código para fonte de: a) ^{137}Cs ; b) ^{241}Am .

Uma boa concordância foi observada nos picos de absorção total, embora discrepâncias tenham sido identificadas na de baixa energia (região Compton) da DAP do ^{137}Cs . Essas diferenças são atribuídas à precisão limitada na simulação de elétrons de baixa energia e ao espalhamento de fótons no suporte do detector que não foram considerados nas simulações, efeitos geralmente relatados na literatura ^[20].

De forma geral, com base nas medições e simulações realizadas, o modelo do detector NaI(Tl) apresentou alta fidelidade em relação ao caso real, reforçando sua aplicabilidade em aplicações industriais envolvendo espectrometria de raios gama.

REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

As Redes Neurais Artificiais²⁴ (RNAs) são modelos computacionais inspirados na capacidade do cérebro humano de aprender por meio de exemplos. Elas têm a habilidade de identificar comportamentos e reconhecer padrões a partir de um conjunto de informações, denominado conjunto de treinamento, e de generalizar o conhecimento adquirido durante o processo de aprendizado (treinamento). Em outras palavras, uma RNA é capaz de responder a novas situações que não estavam incluídas no processo de treinamento.

O reconhecimento de padrões por uma RNA é realizado por meio de unidades de processamento interconectadas, chamadas neurônios artificiais. Cada ligação entre os neurônios possui peso que é associado aos sinais de entrada. Quando ajustados de forma apropriada, esses pesos permitem que a RNA se adapte corretamente a uma função específica e produza um sinal de saída. Cada neurônio é responsável por mapear os dados de entrada e saída por meio de funções matemáticas, geralmente funções não lineares complexas, e pode generalizar o conhecimento adquirido durante o treinamento para situações não contidas nas amostras originais ^[32].

24. O termo “rede” em rede neural artificial refere-se às interconexões entre os neurônios distribuídos em várias camadas do sistema.

As RNAs são de fácil implementação, tanto por software quanto por hardware, e são poderosas, especialmente em situações que não existem soluções analíticas. Não necessitam de conhecimento prévio sobre a distribuição das variáveis e são eficazes em cenários nos quais as condições do problema mudam ao longo do tempo. O funcionamento de uma RNA pode ser descrito em duas fases distintas:

- I. Fase de treinamento: A RNA recebe informações de um banco de dados como entrada e, por meio do algoritmo de treinamento, realiza o processo de aprendizagem e reconhecimento de padrões para fornecer respostas como saída. Durante essa fase, ocorre um ajuste iterativo de ajuste dos parâmetros da rede neural – pesos das conexões entre os neurônios – que armazenam o conhecimento adquirido;
- II. Fase de operação: Após o treinamento, a RNA aplica o conhecimento adquirido para responder a novas situações que não foram vistas durante a fase de treinamento.

Uma RNA típica é caracterizada por três categorias de variáveis:

- I. O padrão de conexões entre as várias camadas de neurônios;
- II. O procedimento de aprendizado, que envolve a atualização dos pesos das conexões;
- III. A conversão da entrada ponderada de um neurônio em sua ativação de saída, utilizando a função de ativação.

Ao contrário dos métodos de computação tradicionais, que dependem de programação explícita para resolver problemas, as redes neurais funcionam de maneira distinta. Elas não necessitam de um conjunto de regras programadas; em vez disso, adquirem a capacidade de classificar entradas por meio de um procedimento de treinamento, no qual são expostas a um conjunto de entradas e às saídas-alvo correspondentes. A partir da análise dos dados de treinamento, a rede estabelece um mapeamento entre entradas e saídas. Dessa forma, quando apresentada a novos dados de entrada, a rede utiliza o relacionamento aprendido para produzir saídas correspondentes.

O processo de aprendizado das redes neurais baseia-se em dados e experiências. Ao ser exposta a um conjunto diversificado de entradas e suas saídas correspondentes, a RNA ajusta seus parâmetros internos, permitindo-lhe reconhecer padrões, realizar regressões em novos dados.

Diversos modelos de redes neurais foram desenvolvidos, cada uma com arquitetura, método de treinamento, capacidade e campo de aplicação distintos. Três paradigmas principais de aprendizado são comumente utilizados em modelos de redes neurais: aprendizado por reforço, não supervisionado e supervisionado.

- I. Aprendizado por reforço (RL): A tomada de decisão ocorre de forma autônoma, adaptando-se a ambientes dinâmicos e desconhecidos para alcançar resultados ideais. Inspirado no aprendizado humano por tentativa e erro, o RL utiliza um paradigma baseado em recompensas e punições

para orientar o processo de decisão. Ações que aproximam o sistema de seus objetivos são recompensadas, enquanto aquelas que o afastam são penalizadas ou descartadas. Por meio das respostas obtidas a cada interação com o ambiente, os algoritmos de RL ajustam suas estratégias, aprendendo de forma incremental os caminhos mais eficientes para alcançar suas metas. Esse processo dinâmico torna o RL uma ferramenta poderosa para resolver problemas em cenários complexos e imprevisíveis;

- II. **Aprendizado não supervisionado:** Nesse tipo de aprendizado, a rede neural analisa os dados apresentados sem o auxílio de rótulos ou classificações predefinidas, organizando-os de forma autônoma com base em suas características intrínsecas. Esse processo permite que o modelo detecte propriedades coletivas emergentes, como padrões ocultos, relações entre variáveis ou distribuições internas, agrupando os dados em categorias semelhantes ou clusters. Essa abordagem é amplamente utilizada em áreas, como análise de imagens e detecção de anomalias ^[33];
- III. **Aprendizado supervisionado:** Na abordagem supervisionada, a RNA é apresentada a um conjunto de entradas de exemplo e suas respectivas saídas, permitindo que seja treinada para estabelecer uma função que explique a correlação entre as variáveis.

As RNAs podem ser categorizadas em três tipos de topologias: de camada única, múltiplas camadas e recorrente. Uma RNA de camada única não possui camadas ocultas. Já uma RNA de múltiplas camadas compreende uma camada de entrada, uma ou mais camadas ocultas e uma camada de saída. A RNA recorrente (RNNs – *Recurrent Neural Network*) processa dados sequenciais, tornando-as especialmente útil para tarefas em que o contexto ou a dependência temporal é crucial. Diferente das redes com arquitetura *feedforward*, as RNNs possuem conexões recorrentes que permitem que informações de etapas anteriores sejam preservadas e reutilizadas, criando uma memória interna. Isso as torna capazes de analisar sequências de dados, como séries temporais, texto ou sinais de áudio.

Muitos estudos sobre fluxo multifásico utilizam redes neurais multicamadas com propagação do sinal, como as redes *Feedforward Multilayer Perceptron – MLP* além de outras abordagens, como redes de base radial. As RNAs MLP têm sido aplicadas com sucesso em diversas classes de problemas, incluindo reconhecimento e classificação de padrões de imagens, voz e sinais gerais, bem como na identificação de comportamentos e tendências ^[32]. A rede MLP é o tipo mais utilizado para tarefas de classificação de padrões e regressão de dados ^[34 - 65]. No contexto deste livro, também foi utilizada para prever parâmetros de regimes de fluxo em sistemas trifásicos ^[66, 67].

A representação de uma rede neural artificial MLP é apresentada na Figura 18, onde os neurônios de entrada na primeira camada transmitem dados por sinapses para os neurônios na segunda camada e, a partir daí, para a camada de saída por meio de mais sinapses que alteram os dados nos cálculos ^[33].

Neste livro, será mantido o foco em redes neurais supervisionadas, frequentemente utilizadas para classificar padrões e prever valores em diversas áreas da engenharia.

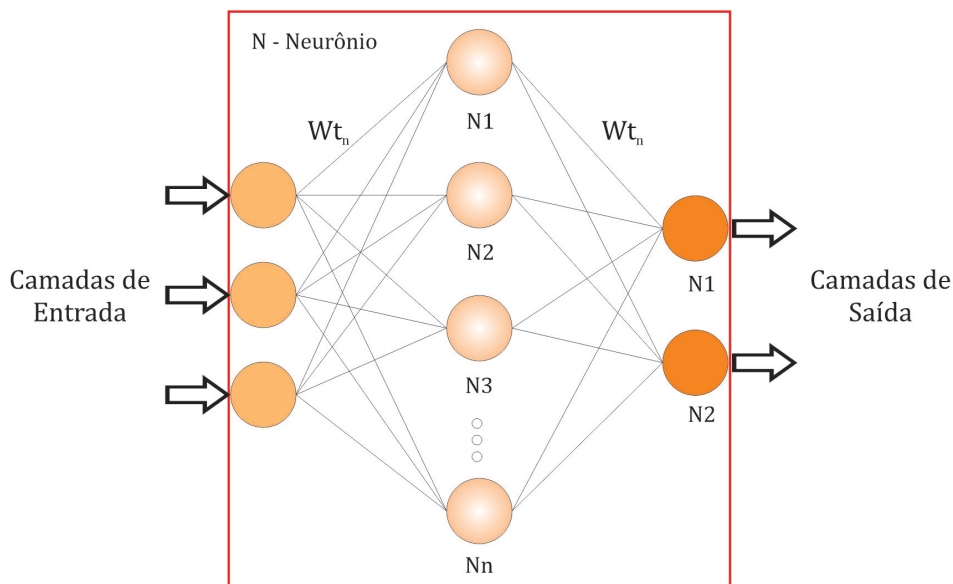


Figura 18 – Estrutura de uma rede neural artificial MLP.

Algoritmo de Retropropagação

Durante o processo de treinamento supervisionado, os dados de treinamento são apresentados à rede neural, permitindo a criação de um mapeamento que possibilita a determinação de uma resposta a esses dados. A partir do erro entre a resposta gerada pela rede e o valor esperado, os pesos das sinapses são ajustados para minimizar esse erro.

A maior parte dos estudos de caso apresentados neste livro utiliza redes neurais com o tipo de aprendizado conhecido como algoritmo de retropropagação dos erros (*Backpropagation*) [68, 69]. Esse algoritmo realiza aproximações locais para o mapeamento entre a entrada e a saída, sendo amplamente utilizado em tarefas, como classificação, regressão (aproximação de funções) e previsão de tendências. Em essência, o algoritmo de retropropagação dos erros é baseado no método do gradiente descendente, que calcula as derivadas parciais da função de erro em relação aos pesos para um determinado vetor de entrada. O objetivo é minimizar a função de erro entre a saída da rede neural e a saída desejada [32]. De forma simplificada, o treinamento da rede neural com o algoritmo de retropropagação dos erros pode ser dividido em duas fases principais [70].

- I. Fase de propagação direta: Os estímulos apresentados à rede fluem da entrada para a saída, camada por camada, até que a resposta da rede seja gerada. Essa resposta é, então, comparada com a saída desejada, e o erro entre as duas é calculado;
- II. Fase de retropropagação do erro: O erro calculado é retropropagado pelas camadas da rede, da saída para a entrada. Durante esse processo, os pesos das conexões das unidades das camadas internas são ajustados de modo a reduzir o erro, para que a saída desejada seja gerada a partir da entrada correspondente.

O processo de treinamento é iterativo, terminando quando um critério de parada é atingido. Cada vez que um padrão é apresentado à rede, os pesos são ajustados na direção que minimiza o menor no momento seguinte, quando o mesmo padrão novamente for apresentado.

O vetor que contém todos os valores dos pesos sinápticos após o treinamento representa o conhecimento adquirido pela rede sobre o ambiente (conhecimento prévio). Esse conhecimento está associado à capacidade da rede de generalizar, ou seja, de calcular com precisão a saída a partir de entradas que não foram apresentadas durante o treinamento. A escolha de um conjunto representativo de pares conhecidos de valores de entrada e saída, que formam os dados de treinamento, é crucial para garantir boa capacidade de generalização da rede após o processo de treinamento.

Validação cruzada

O processo de treinamento de uma RNA é iterativo e termina após o cumprimento de um critério preestabelecido, quando o valor do erro se torna suficientemente pequeno, ou quando a função objetivo atinge um valor estacionário. À medida que o treinamento avança, o erro tende a diminuir, mas há o risco de que a RNA se sobreajuste (*overfitting*) aos dados do conjunto de treinamento, perdendo sua capacidade de generalizar para novos dados. Para evitar esse problema, utiliza-se a técnica de Validação Cruzada (*Cross-Validation*), que começa com a divisão do conjunto de dados em dois subconjuntos: Treinamento e Teste.

Durante o treinamento, a RNA é periodicamente avaliada para ambos os subconjuntos, mas apenas o subconjunto de Treinamento é utilizado para ajustar os pesos sinápticos. O subconjunto de Teste é utilizado para verificar a generalização da RNA, ou seja, para avaliar sua capacidade de fazer previsões precisas em dados não vistos durante o treinamento, evitando o sobreajuste (*overfitting*). Além disso, um terceiro subconjunto de dados, denominado de Validação, é utilizado para avaliar se a RNA está produzindo resultados com erros menores do que o desejado ao final do treinamento. A importância desse subconjunto reside no fato de que ele não foi utilizado previamente pela RNA durante o treinamento, o que mede diretamente sua capacidade de generalização.

A avaliação do desempenho da RNA é realizada por meio de métricas de erro, aplicadas a cada subconjunto de dados (Treinamento, Teste e Validação) até atingir um valor suficientemente pequeno ou quando a função objetivo se torne estacionária. A resposta da RNA para uma grandeza específica, tal como a previsão das frações de volume, para os diferentes subconjuntos de dados é avaliada utilizando as seguintes métricas de erro: erro relativo médio (MRE), erro quadrático médio (MSE), raiz do erro quadrático médio (RMSE), erro absoluto médio (MAE), erro absoluto (EA) e erro relativo (ER).

O MRE (%) é uma medida da incerteza da medição em relação ao valor real (referência) para um dado conjunto de dados. Ele quantifica a magnitude do erro relativo entre os valores preditos pela rede neural e os valores reais, expresso como uma porcentagem do valor real, e é calculado pela Equação 15.

$$MRE(\%) = \frac{1}{n} \sum_1^n \frac{|(y_{real} - y_{RNA})|}{|y_{real}|} \times 100$$

Equação 15

O MSE é um dos índices de erro mais utilizados para medir as diferenças entre os valores preditos pela rede e os valores reais (referência). Ele é amplamente utilizado de forma mais significativa para os erros maiores, já que a quadratura de números maiores resulta em um impacto maior no valor final. Isso faz com que o MSE seja útil quando se deseja evitar grandes discrepâncias entre as predições e os valores reais. O MSE é calculado pela soma dos erros quadráticos (a diferença entre os valores preditos e os reais elevada ao quadrado) dividida pelo número total de observações. A fórmula para calcular o MSE é dada pela Equação 16.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_1^n (y_{real} - y_{RNA})^2$$

Equação 16

O RMSE é uma medida usada para quantificar as diferenças entre os valores preditos pela rede e os valores reais, e pode ser calculado pela Equação 17. O RMSE atribui um peso maior a erros maiores, uma vez que, ao tirar a raiz quadrada do MSE, ele retorna ao mesmo intervalo dos dados originais, facilitando a interpretação. Isso significa que o RMSE penaliza de forma mais significativa grandes discrepâncias, o que torna essa métrica particularmente útil para identificar e reduzir erros substanciais nas predições.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (y_{real} - y_{RNA})^2}$$

Equação 17

A MAE é a soma das diferenças absolutas entre o valor real e a predição, dividida pelo número de observações, conforme a Equação 18. A MAE fornece uma medida direta da magnitude do erro, sem considerar a direção do desvio, e é útil para avaliar o erro médio absoluto de um modelo de predição. Ela é uma métrica simples e intuitiva, pois expressa a média dos erros de previsão em unidades da variável de interesse.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_1^n |y_{real} - y_{RNA}|$$

Equação 18

O EA mede a diferença direta entre o valor predito e o valor real e pode ser calculado pela Equação 19. Ele é útil para entender o desvio em unidades absolutas, sem considerar o tamanho relativo do valor. Ao contrário de outras métricas, como o MRE ou o ER, o EA não normaliza o erro em relação ao valor real, tornando-se uma medida direta da discrepância entre a predição e a realidade.

$$EA = y_{real} - y_{RNA}$$

Equação 19

O ER representa a magnitude da diferença entre o valor real e o valor predito, normalizada em relação ao valor real. Ele expressa o erro como uma porcentagem do valor real e pode ser calculado pela Equação 20. Esse método mede a proximidade dos valores real e predito, permitindo uma comparação do erro em diferentes escalas ou tamanhos de valores, o que facilita a avaliação da predição em contextos variados.

$$ER = \frac{|y_{real} - y_{RNA}|}{y_{real}} \times 100$$

Equação 20

Enquanto o EA fornece a magnitude da diferença entre os valores preditos e reais, o ER normaliza essa diferença em relação ao valor real, permitindo comparações de erro em diferentes escalas ou tamanhos de valores.

O coeficiente de determinação (R^2) é uma medida que indica a proporção da variabilidade na variável dependente que é explicada pelo modelo. Quanto mais próximo de 1 for o valor de R^2 , melhor será o ajuste do modelo aos dados. O R^2 é calculado pela Equação 21. Essa métrica é fundamental para avaliar a qualidade do modelo, pois mostra o quanto das flutuações nos dados podem ser preditas pelo modelo desenvolvido. Quanto maior o R^2 , maior é a explicação do comportamento dos dados pela regressão.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_{RNA} - \bar{y}_{real})^2}{\sum_{i=1}^n (y_{real} - \bar{y}_{real})^2}$$

Equação 21

Em que:

n – Número total de dados;

y_{real} – Valor real (referência);

y_{RNA} – Valor predito pela RNA;

\bar{y}_{real} – Média dos valores reais.

Essas métricas são essenciais para avaliar o desempenho de modelos de regressão, verificando sua precisão e capacidade de generalização. Elas indicam o quão bem a rede neural se ajusta aos dados de treinamento e teste, evitando sobreajuste (*overfitting*) ou subajuste (*underfitting*). Avaliar essas métricas durante e após o treinamento é fundamental para validar a eficácia do modelo e garantir predições precisas para novos dados.

Redes Neurais Profundas

Durante a década de 1940, pesquisadores começaram a desenvolver modelos matemáticos conhecidos como RNAs. Com o tempo, surgiram limitações nas soluções dos problemas, principalmente devido às restrições de hardware da época. Além disso, com a adição de camadas ocultas nas redes neurais multicamadas (MLP), o treinamento com algoritmos clássicos de retropropagação de erro passou a apresentar um problema conhecido como desaparecimento do gradiente, que resultou na saturação do neurônio.

Com os avanços na área de ciência da computação, os modelos baseados em aprendizagem de máquina tornaram-se capazes de processar grandes volumes de dados com precisão e eficiência, aproveitando unidades gráficas de processamento (*Graphic Processor Units* – GPUs). As GPUs foram desenvolvidas e continuam sendo otimizadas para realizar a mesma operação repetidamente de forma rápida, o que as tornam ideais para processos iterativos, como ocorre durante o treinamento de algoritmos de aprendizado de máquina.

Durante o treinamento de uma RNA, muitos cálculos são realizados, especialmente na fase de atualização dos pesos. Além disso, há uma grande quantidade de hiperparâmetros que precisam ser analisados e otimizados para encontrar a melhor rede para um problema específico, como a predição de incrustação. Esse processo de otimização demanda um alto tempo computacional, especialmente quando se utiliza apenas a Unidade Central de Processamento (Central Processing Unit – CPU). Nesse contexto, o uso de GPUs se torna essencial, principalmente para grandes volumes de dados, pois elas permitem reduzir significativamente o tempo de processamento. Outro fator limitante pode ser o tamanho da memória RAM (*Random Access Memory*) do computador ou da memória VRAM (*Video Random Access Memory*) da GPU.

A complexidade do problema a ser resolvido determina a profundidade do modelo, ou seja, a quantidade de camadas ocultas e o número de neurônios na RNA. Redes neurais mais modernas podem ter centenas ou até milhares de camadas intermediárias sucessivas, todas utilizadas no processo de aprendizagem, sendo então chamadas de redes neurais profundas (*Deep Neural Networks* – DNNs) ^[71]. As redes neurais tradicionais e mais simples, por sua vez, são conhecidas como redes rasas (*Shallow Neural Networks* – SNNs), e no contexto deste livro, são referenciadas simplesmente como RNAs.

O maior número de camadas ocultas nas DNNs permite que o processo de aprendizagem opere com base no conceito de aprendizagem hierárquica ou aprendizado profundo ^[72, 73]. Nesse conceito, representações complexas de um problema são expressas por meio de representações mais simples, já que cada camada sucessiva de uma DNN utiliza a saída da camada anterior como entrada. Essa abordagem possibilita que as DNNs lidem com problemas extremamente complexos, uma vez que a aprendizagem ocorre em múltiplos níveis. Recursos de nível mais alto e complexo do problema são aprendidos a partir dos recursos de nível inferior e mais simples, previamente adquiridos.

Com o advento das DNNs, os pesquisadores trabalharam para superar o problema do desaparecimento do gradiente, o qual foi solucionado com a proposição de novas funções de ativação retificadas, como ReLu ^[74]. Além disso, variações da função ReLu, como ELU ^[75] e SELU ^[76], também têm sido usadas com sucesso, oferecendo melhor desempenho, menor tempo de treinamento e maior capacidade de generalização ^[77, 78]. Nos últimos anos, outras melhorias foram implementadas em modelos de DNNs para aprimorar a propagação do gradiente, como esquemas de generalização de pesos, normalização de bateladas e novos algoritmos de treinamento ^[79].

Em projetos de aprendizado profundo, a quantidade de hiperparâmetros, como o número de camadas ocultas, o número de neurônios em cada camada e as funções de ativação, é consideravelmente grande. A busca pelo modelo ideal, portanto, representa uma das tarefas mais desafiadoras e demoradas na área. Nesse sentido, diversas técnicas têm sido desenvolvidas para ajudar os engenheiros de aprendizado de máquina e pesquisadores a selecionar o melhor conjunto de hiperparâmetros para seus projetos. Uma dessas ferramentas é a biblioteca Optuna ^[80], desenvolvida para otimização de hiperparâmetros em Python ^[81].

Optuna utiliza a otimização Bayesiana ^[82] e o *Tree-Structured Parzen Estimator* (TPE) ^[83] para explorar eficientemente e de forma dinâmica os espaços de hiperparâmetros. Além disso, a biblioteca integra-se com diversas bibliotecas populares de aprendizado de máquina, como *TensorFlow* ^[84] e *scikit-learn* ^[85].

REFERÊNCIAS

[1] Knoll, G.F. Radiation Detection and Measurement. 2. ed. John Wiley & Sons, 1989.

[2] Klein, O.; Nishina, Y. On the scattering of radiation by free electrons according to Dirac's new relativistic quantum dynamics. *Z. Phys.*, v. 52, n. 853, 1929. Reproduzido com permissão da Springer-Verlag. Traduzido do alemão por Dr. Lars Bergström. Disponível em: https://doi.org/10.1142/9789814571616_0015

[3] Hubbell, J.H.; Seltzer, S.M., 1997. Tables of X-ray mass attenuation coefficients and mass energy-absorption coefficients from 1 keV to 20 MeV for elements Z=1 to 92 and 48 additional substances of dosimetric interest. *NIST Standard Reference Database 126*, julho 2004. Disponível em: <https://www.nist.gov/pml/x-ray-mass-attenuation-coefficients>

[4] Conti, C.C.; Sachet, I.A.; Bertelli, L.; Lopes, R.T. Ge detectors calibration procedure at IRD/CNEN for in situ measurements, *In: II International symposium on technologically enhanced natural radiation*, 1999, Rio de Janeiro.

[5] Debertin, K.; Helmer, R.G. *Gamma- and X-ray Spectrometry with Semiconductor Detectors*. Amsterdam: North-Holland, 1988.

[6] Heath, R.L. Scintillation Spectrometry: *Gamma-ray Spectrum Catalogue*. Revised edition of report IDO – 16880-1. Original issued: August 1964, Rev. Electronic update: February 1997. New version of 2nd edition compilation of gamma-ray spectra and related nuclear decay data. v. 1 de 2.

[7] Fewell, T.R.; Weaver, K.E. *The Measurement of Diagnostic X-Ray Spectra with a High Purity Germanium Spectrometer*. Bureau of Radiological Health food and Drug Administration, Columbia, Maryland, v. 56. *Medical X-RAY – Photo-Optical Systems Evaluation*, 1974.

[8] Di Castro, E.; Pani, R.; Pellegrini, R.; Bacci, C. The Use of Cadmium Telluride Detectors for the Qualitative Analysis of Diagnostic X-ray Spectra. *Physics in Medicine and Biology*, v. 29, n. 9, p. 1135-1149, 1984.

[9] Seelentag, W.W.; Panzer, W. Stripping of X Ray Bremsstrahlung spectra up to 300 kVp on desk type computer, *Physics in Medicine and Biology*, v. 24, p. 767-780, 1979.

[10] Bertin, E.P. *Introduction to X-Ray Spectrometric Analysis*. New York: Plenum Press, 1978.

- [11] Cranley, K.; Gilmore, J.B.; Fogarty, A.W.G.; Desponds, L. *Catalogue of diagnostic X-ray spectra and other data*. Report n. 78. The Institute of Physics and Engineering in Medicine, 1997.
- [12] Taitel, Y.; Dukler, A.E. A Model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. *AIChE Journal*, v. 22, n. 1, p. 47-54, 1976.
- [13] Paladino, E.E. *Estudo do Escoamento Multifásico em Medidores de Vazão do tipo Pressão Diferencial*, 2005. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brasil.
- [14] Goorley, T.; James, M.; Booth, T.; Brown, F.; Bull, J.; Cox, L.J.; Durkee, J.; Elson, J.; Fensin, M.; Forster, R.A.; Hendricks, J.; Hughes, H.G.; Johns, R.; Kiedrowski, B.; Martz, R.; Mashnik, S.; McKinney, G.; Pelowitz, D.; Prael, R.; Sweezy, J.; Waters, L.; Wilcox, T.; Zukaitis, T. Features of MCNP6. *Annals of Nuclear Energy*, v. 87, p. 772-783, 2016.
- [15] Rubinstein, R.Y. *Simulation and the Monte Carlo Method*. New York: John Wiley & Sons, 1981. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/9780470316511>
- [16] Kalos, M.H.; Whitlock, P.A. *Monte Carlo methods: Basics*. New York: Wiley-Interscience Publication, 1986. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1002/9783527617395>
- [17] LANL. MCNP - *A general Monte Carlo n-particle transport code*. Los Alamos National Laboratory, version 5, I: Overview and theory, U.S.A, 2003.
- [18] Pani, R.; Laitano, R.F.; Pellegrini, R. Diagnostic X-ray Spectra Measurements Using a Silicon Surface Barrier Detector, *Physics in Medicine & Biology*, v. 32, p. 1135-1149, 1987.
- [19] Salgado, C.M.; Brandão, L.E.B.; Schirru, R.; Pereira, C.M.N.A.; Ramos, R.; Silva, A.X. *Modelagem de detector NaI(Tl) usando MCNPX*. XI Encontro de Modelagem Computacional, n 0189, Volta Redonda, RJ, 2008.
- [20] Salgado, C.M.; Brandão, L.E.B.; Schirru, R.; Pereira, C.M.N.A.; Conti, C.C. Validation of a NaI(Tl) detector's model developed with MCNPX code. *Progress in Nuclear Energy*, v. 59, p. 19-25, 2012.
- [21] Berger, M.J.; Seltzer, S.M. Response functions for sodium iodide scintillation detectors. *Nuclear Instruments. Methods*, v. 104, p. 317-332, 1972.
- [22] Saito, K.; Moriuchi, S. Monte Carlo Calculation of accurate response functions for a NaI(Tl) detector for gamma rays. *Nuclear Instruments and Methods*, v. 185, p. 299-308, 1981.
- [23] Orion, I.; Wilopolski, L. Limitations in the PHOTON Monte Carlo gamma transport code. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*. A 480, p. 729-733, 2002.
- [24] Shi, Hu-Xia; Chen, Bo-Xian; Li, Ti-Zhu; Yun, D.I. Precise Monte Carlo simulation of gamma-ray response functions for a NaI(Tl) detector. *Applied Radiation and Isotopes*, v. 57, p. 517-524, 2002.
- [25] Sood, A.; Gardner, R.P. A new Monte Carlo assisted approach to detector response functions. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, v. 213, p. 100-104, 2004.
- [26] McConn Jr., R.J.; Gesh, C.J.; Pagh, R.T.; Rucker, R.A.; Williams III, R.G. *Compendium of Material Composition Data for Radiation Transport Modeling*, Radiation portal monitor project, Pacific Northwest, National Laboratory. PIET-43741-TM-963 PNNL-15870 Rev. 1, 2011.

- [27] Salgado, W.L.; Dam, R.S.F.; Ramos, L.L.; Silva, A.X.; Conti, C.C.; Salgado, C.M. Experimental and simulated methods to characterize the response of a scintillator detector. *Radiation Physics and Chemistry*, v. 192, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.radphyschem.2021.109895>
- [28] Ewa, I.O.B.; Bodizs, D.; Czifrus, S.Z.; Molnar, Z.S. Monte Carlo determination of full energy peak efficiency for a HPGe detector. *Applied Radiation and Isotopes*, v. 55, n. 1, p. 103-108, 2001.
- [29] Nakamura, T. Monte Carlo Calculation of Peak Efficiencies of Ge(Li) and Pure Ge Detectors to Voluminal Sources and Comparison with Environmental Radioactivity Measurement. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, v. 205, n. 1-2, p. 211-218, 1983.
- [30] Sima, O. Monte Carlo Simulation Versus Semiempirical Calculation of Autoabsorption Factors for Semiconductor Detector Calibration in Complex Geometries. *Progress in Nuclear Energy*, v. 24, p. 327-336, 1990.
- [31] IAEA. *Data from the gamma calibrated radioactive sources were obtained on Isotope Browser app, version 5.15.74 Android*, IAEA, Nuclear Data Section, 2017.
- [32] Haykin, S. *Neural Networks – A Comprehensive Foundation*. Macmillan College Publishing Company, 1994.
- [33] Hagan, M.T.; Demuth, H.B.; Beale, M.H.; Jesús, O. *Neural network design*. 2nd Edition, eBook, 2014. Disponível em: <https://hagan.okstate.edu/NNDesign.pdf>
- [34] Dang, Z.; M. Ishii. *Two-phase flow regime prediction using LSTM based deep recurrent neural network*. arXiv preprint arXiv:1904.00291, 2019.
- [35] Yang, Z.; Dang, Z.; Yang, X.; Ishii, M.; Shan, J. Downward two phase flow experiment and general flow regime transition criteria for various pipe sizes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 125: p. 179-189, 2018.
- [36] Zheng, Q.; Xu, Y.; Zhang, P.; Bian, J.; Wanget, F. Identification of gas-liquid two-phase flow regime in pipelines with low liquid holdup based on ResNet1D-34. *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 88, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2022.102249>
- [37] OuYang, L.; Jin, N.; Ren, R. A new deep neural network framework with multivariate time series for two-phase flow pattern identification. *Expert Systems with Applications*, v. 205, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117704>
- [38] Wang, X.; Yangzheng, C.; Wang, B.; Tang, K.; Hu, H. Sectional void fraction measurement of gas-water two-phase flow by using a capacitive array sensor. *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 74, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2020.101788>
- [39] Zhao, C.; Wu, G.; Li, Y. Measurement of water content of oil-water two-phase flows using dual-frequency microwave method in combination with deep neural network. *Measurement*, v. 131: p. 92-99, 2019.
- [40] Khayat, O.; Afarideh, H. Performance evaluation of multilayer perceptron, radial basis function, fuzzy inference system, and an adaptively tuned fuzzy wavelet neural network in parameter prediction of multiphase flow measurement instrumentation. *Expert Systems*, v. 36, n. 3, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/exsy.12386>
- [41] Hanafizadeh, P.; Eshraghi, J.; Taklifi, A.R.; Ghanbarzadeh, S. Experimental identification of flow regimes in gas-liquid two phase flow in a vertical pipe. *Meccanica*, v. 51, n. 8, p. 1771-1782, 2016.

- [43] Al-Naser, M.; Elshafei, M.; Al-Sarkhi, A. Artificial neural network application for multiphase flow patterns detection: A new approach. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 145: p. 548-564, 2016.
- [44] Mayet, A.M.; Ilyinichna, F.E.; Fouladinia, F.; Sh.Daoud, M.; Ilyas, V.P.T.; Shukla, N.K.; Habeeb, M.S.; Alhashim, H.H. An artificial neural network and a combined capacitive sensor for measuring the void fraction independent of temperature and pressure changes for a twophase homogeneous fluid. *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 93, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2023.102406>
- [45] Chen, T.C.; Alizadeh, S.M.; Alanazi, A.K.; Guerrero, J.W.G.; Abo-Dief, H.M.; Eftekhari-Zadeh, E.; Fouladinia, F. Using ANN and combined capacitive sensors to predict the void fraction for a two-phase homogeneous fluid independent of the liquid phase type. *Processes*, v. 11, n. 3, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/pr11030940>
- [46] Ansari, A.; Sina, S.; Boosari, H.; Mohaghegh, S.; Hosseini, S. Successful Implementation of Artificial Intelligence and Machine Learning in Multiphase Flow: Two Case Studies of CFD Problems. *Journal of Petroleum & Environmental Biotechnology*, v. 11, p. 1-8, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.35248/2157-7463.20.11.401>
- [47] Seong, Y.; Park, C.; Choi, J.; Jang, H.S. Surrogate Model with a Deep Neural Network to Evaluate Gas-Liquid Flow in a Horizontal Pipe. *Energies*, v. 13, n. 4, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/en13040968>
- [48] Peyvandi, R.G. Precise volume fraction measurement for three-phase flow meter using ^{137}Cs gamma source and one detector. *Radiochimica Acta*, v. 108, n. 2, p. 159-164, 2020.
- [49] Khayat, O.; Afarideh, H. Performance evaluation of multilayer perceptron, radial basis function, fuzzy inference system, and an adaptively tuned fuzzy wavelet neural network in parameter prediction of multiphase flow measurement instrumentation. *Expert Systems*, v. 36, n. 3., 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/exsy.12386>
- [50] Azizi, S.; Karimi, H.; Darvishi, P. Flow pattern and oil holdup prediction in vertical oil-water two-phase flow using pressure fluctuation signal. *Iranian Journal of Chemistry & Chemical Engineering-International*, v. 36, n. 2:17, 2017.
- [51] Peikani, A.F.; G. Roshani; Feghhi. S. Volume fraction measurement and flow regime recognition in dynamic gas-liquid two phase flow using gamma ray radiation technique. *Instruments and Experimental Techniques*, v. 60, n. 5, p. 752-758, 2017.
- [52] Peyvandi, R.G.; Rad, S.I. Application of artificial neural networks for the prediction of volume fraction using spectra of gamma rays backscattered by three-phase flows. *The European Physical Journal Plus*, v. 132, n. 511, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1140/epjp/i2017-11766-3>
- [53] Han, D.; Kwon, S. Application of machine learning method of data-driven deep learning model to predict well production rate in the shale gas reservoirs. *Energies*, v. 14, n. 12, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/en14123629>
- [54] Bahrami, B.; Mohsenpour, S.; Noghabi, H.R.S.; Hemmati, N.; Tabzar, A. Estimation of flow rates of individual phases in an oil-gas-water multiphase flow system using neural network approach and pressure signal analysis. *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 66, p. 28-36, 2019.
- [55] Jeshvaghani, P.A.; Feghhi, S.A.H.; Khorsandi, M. Temperature independent flow-rate prediction in two-phase flow loop using gamma-ray attenuation and Artificial Neural Networks. *Radiation Measurements*, 128, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.radmeas.2019.106175>

- [56] Rashid, S.; Ghamartale, A.; Abbasi, J.; Darvish, H.; Tatar, A. Prediction of critical multiphase flow through chokes by using a rigorous artificial neural network method. *Flow Measurement and Instrumentation*, v. 69, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2019.101579>
- [57] AL-Qutami, T.A.; Ibrahim, R.; Ismail, I.; Ishak, M.A. Virtual multiphase flow metering using diverse neural network ensemble and adaptive simulated annealing. *Expert Systems with Applications*, v. 93, p. 72-85, 2018.
- [58] Hasanvand, M.; Berneti, S. Predicting oil flow rate due to multiphase flow meter by using an artificial neural network. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, v. 37, n. 8, p. 840-845, 2015.
- [59] Shaban, H.; Tavoularis, S. Measurement of gas and liquid flow rates in two-phase pipe flows by the application of machine learning techniques to differential pressure signals. *International journal of multiphase flow*, v. 67, p. 106-117, 2014.
- [60] Kuang, B.; Nnabuiife, S.G.; Sun, S.; Whidborne, J.F.; Rana, Z.A. Gas-liquid flow regimes identification using non-intrusive Doppler ultrasonic sensor and convolutional recurrent neural networks in an s-shaped riser. *Digital Chemical Engineering*, v. 2, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.dche.2022.100012>
- [61] Dang, Z.; Ishii, M. Two-phase flow regime prediction using LSTM based deep recurrent neural network. *Computer Science, Computer Vision and Pattern Recognition*. arXiv preprint arXiv:1904.00291, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1904.00291>
- [62] Boorboor, S.; Fegghi, S.; Jafari, H. Design and construction of an LSTM-powered high sampling rate dual-beam gamma densitometer for real-time measurement of the two-phase flow void fraction. *Nuclear Engineering and Design*, v. 411, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2023.112444>
- [63] Tanaka, K.; Kawashima, D.; Takakura, Y.; Takei, M. Accurate void fraction estimation by plural long short term memory applying to multiple voltage current system in gas-liquid flows. *IEEE Sensors Journal*, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1109/JSEN.2021.3058156>
- [64] Fichera, A.; Pagano, A. A neural tool for the prediction of the experimental dynamics of two-phase flows. *International Journal of Heat and Technology*, v. 35, n. 2, p. 235-242.
- [65] Temirchev, P.; Simonov, M.; Kostoev, R.; Burnaev, E.; Oseledets, I.; Akhmetov, A.; Margarit, A.; Sitnikov, A.; Koroteev, D. Deep neural networks predicting oil movement in a development unit. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 184, p. 667-672, 2010.
- [66] Salgado, C.M.; Brandão, L.E.B.; Schirru, R.; Pereira, C.M.N.A.; Silva, A.X.; Ramos, R. Prediction of volume fractions in three-phase flows using nuclear technique and artificial neural network. *Applied Radiation and Isotopes*, v. 67, n. 10, p. 1812-1818, 2009.
- [67] Salgado, C.M.; Pereira, C.M.N.A.; Schirru, R.; Brandão, L.E.B. Flow regime identification and volume fraction prediction in multiphase flows by means of gamma-ray attenuation and artificial neural networks. *Progress in Nuclear Energy*, v. 52, n. p. 555-562, 2010.
- [68] Werbos, P. *Beyond regression: New tools for prediction and analysis in the behavioral sciences*. Tese de D.Sc., Harvard University, Cambridge, MA, 1974.
- [69] Rumelhart, D.E.; Hinton, G.E.; Williams, R. J., 1986. Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 323, n. 6088, p. 533-536.

- [70] Widrow, B.; Hoff, M.E. Adaptive Switching Circuits. Western Electronic Show and Convention, Institute of Radio Engineers, 4, p. 96-104, 1960.
- [71] Chollet, F. *Deep Learning with Python*, Second Edition. Manning, 2021. ISBN 9781617296864
- [72] LeCun, Y.; Bengio, Y.; Hinton, G. Deep learning. *Nature*, v. 521, p. 436-444, 2015.
- [73] Goodfellow, I.; Bengio, Y.; Courville, A. *Deep learning*, Cambridge: MIT Press, 2016.
- [74] Glorot, X.; Bengio, Y. Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. *In: Proc. AISTATS*, v. 9. p. 249-256, 2010.
- [75] Clevert, D.A.; Unterthiner, T.; Hochreiter, S. Fast and accurate deep network learning by exponential linear units (ELUs). *In: International Conference on Learning Representations at ICLR 2016*. arXiv: 1511.07289, 2015.
- [76] Klambauer, G.; Unterthiner, T.; Mayr, A.; Hochreiter, S. Self-normalizing neural networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, v. 30, p. 972-981, 2017.
- [77] Desterro, F.S.M.; Santos, M.C.; Gomes, K.J.; Heimlich, A.; Schirru, R.; Pereira, C.M.N.A. Development of a Deep Rectifier Neural Network for dose prediction in nuclear emergencies with radioactive material releases. *Progress in Nuclear Energy*, v. 118, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.pnucene.2019.103110>
- [78] Pinheiro, V.H.; Santos, M.C.; Desterro, F.S.M.; Schirru, R.; Pereira, C.M.N.A. Nuclear Power Plant accident identification system with “don’t know” response capability: novel deep learning-based approaches. *Annals of Nuclear Energy*, v. 137, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2019.107111>
- [79] Glorot, X.; Bordes, A.; Bengio, Y. Deep Sparse Rectifier Neural Networks. *In: Proceedings of the Fourteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, v. 15, p. 315-323, 2011.
- [80] Akiba, T.; Sano, S.; Yanase, T.; Ohta, T.; Koyama, M. Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework. *In: Proceedings of the 25th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining (KDD '19)*, Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 2623-2631, 2019.
- [81] Van Rossum, G.; Drake, F.L. *Python 3 Reference Manual*, Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009.
- [82] Snoek, J.; Larochelle, H.; Adams, R.P., 2012. Practical Bayesian optimization of machine learning algorithms. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 25, p. 2951-2959.
- [83] Bergstra, J.; Bengio, Y. Random Search for Hyper-Parameter Optimization. *Journal of Machine Learning Research*, v. 13, p. 281-305, 2012.
- [84] Abadi, M.; Agarwal, A.; Barham, P.; Brevdo, E.; Chen, Z.; Citro, C.; Corrado, G. S.; Davis, A.; Dean, J.; Devin, M.; Ghemawat, S.; Goodfellow, I.; Harp, A.; Irving, G.; Isard, M.; Jozefowicz, R.; Jia, Y.; Kaiser, L.; Kudlur, M.; Levenberg, J.; Mané, D.; Schuster, M.; Monga, R.; Moore, S.; Murray, D.; Olah, C.; Shlens, J.; Steiner, B.; Sutskever, I.; Talwar, K.; Tucker, P.; Vanhoucke, V.; Vasudevan, V.; Viégas, F.; Vinyals, O.; Warden, P.; Wattenberg, M.; Wicke, M.; Yu, Y.; Zheng, X. TensorFlow: Large-scale machine learning on heterogeneous systems, Software available from tensorflow.org, 2015.
- [85] Pedregosa, F.; Varoquaux, G.; Gramfort, A.; Michel, V.; Thirion, B.; Grisel, O.; Blondel, M.; Prettenhofer, P.; Weiss, R.; Dubourg, V.; Vanderplas, J.; Passos, A.; Cournapeau, D.; Brucher, M.; Perrot, M.; Duchesnay, E. Scikit-learn: Machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, v. 12, p. 2825-2830, 2011.