

# ESTADO DO PARANÁ: COMO ALUNOS DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EXPRESSAM ALGUNS CONCEITOS INICIAIS DE FRAÇÕES?

*Data de submissão: 17/02/2025*

*Data de aceite: 05/03/2025*

**Rafael Marques Pinheiro**

SEED – PR

**Resumo:** Este estudo de natureza qualitativa e investigativa em Educação Matemática nos remete a refletir: como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental expressam alguns conceitos iniciais de frações próprias e impróprias por meio da aplicação de uma sequência didática ligada a uma sequência de atividades, após uma intervenção docente associada aos planejamentos disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná? Nesse sentido optamos com entender a sequência didática sob a óptica de Zabala (1998) em que os objetivos são conhecidos tanto pelo professor quanto pelos alunos. Entendemos a avaliação diagnóstica que foi aplicada como sendo um parâmetro de investigação e análise dos possíveis erros por parte dos educandos (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009). Para amparar nossa pesquisa, buscamos alguns autores (SCHEFFER; POWELL, 2019; LOPES, 2008) que estudam o conjunto dos números racionais e para esse fim, articulamos com alguns documentos oficiais que norteiam

o ensino de matemática no Brasil e em particular, no estado do Paraná. Para além disso, frisamos e indicamos a importância da abordagem Histórico-Epistemológica (PINHEIRO; LUCCAS; LUCAS, 2019) como fundamentação metodológica de pesquisa e ensino para a elaboração de possíveis sequências didáticas futuras, propiciando aos estudantes a percepção de que a matemática é fruto da criação humana. Os dados empíricos foram coletados em uma escola de campo localizada no norte pioneiro, sendo que os mesmos foram analisados por meio da Análise Textual Discursiva (MORAES, 2006). Sinteticamente podemos descrever as aplicações dessa pesquisa como sendo férteis para o ensino da matemática, uma vez que as categorias de análise puderam ser inferidas na subcategoria adequada como quase 67% de acertos dos alunos. Essa constatação pode sinalizar que os planejamentos disponibilizados pelo estado do Paraná são ferramentas positivas para o ensino de matemática, pois revelam olhares positivos inter-relacionadas a ação de planejar e replanejar a ação docente em sala de aula no que se refere a matemática e seu ensino.

## INTRODUÇÃO

As discussões a respeito do modo como alguns conceitos de frações são apresentadas nos currículos escolares atravessa décadas (HILTON, 1980). ***Após quase 50 anos desta publicação, o ensino desse conteúdo continua sendo ortodoxo nas escolas ditas contemporâneas?*** Conceitos impróprios e fora do contexto real, exemplos inadequados e sem conexões com a realidade dos estudantes abrem as portas para uma discussão e ao mesmo tempo reflexão sobre a articulação desse conteúdo no processo de ensino e aprendizagem no Ensino de Matemática. ***Como enfatizar o ensino de frações com a vivência dos alunos e até mesmo com suas etapas de aprendizagem no contexto da própria Matemática?***

Hilton (1980) já apresentava algumas situações que agregam em suas palavras, “defeitos” no currículo que envolve esse conteúdo como: - aplicações enganosas, confusão com as funções dos decimais, ausência de cuidado com definições e explicações, desonestidade de apresentação e paixão pela ortodoxia. ***O que nós, professores de Matemática, sabemos a respeito do conhecimento pedagógico desses conteúdos e suas relações com as ramificações dos mesmos?*** Frações próprias, impróprias, aparentes, números mistos dentre outros, nos abrem um leque de possibilidades e desafios na ação de ensinar os números racionais, que acompanham os educandos em todas as etapas do Ensino Fundamental e também no Ensino Médio, afirmação que é evidenciada nos currículos brasileiros (PARANÁ, 2018; BRASIL, 2018).

Lopes (2008) já orientava que de início se instigue os alunos na compreensão das aplicações das frações em situações do cotidiano, ou seja, fora do contexto matemático e contrária a uma forma obsoleta como apresentada ainda, em muitos livros didáticos e paradidáticos. Nesse sentido, Scheffer e Powell (2019) apresentam um estudo acerca de uma análise feita em 14 coleções de livros didáticos publicados em 9 editoras brasileiras. Nas palavras dos autores, os livros em sua maioria dão ênfase na relação parte-todo, “[...], todavia deixa lacunas quanto aos significados de fração, haja vista que nem todos os significados são explorados”. (SCHEFFER; POWELL, 2019, p. 488).

Ainda em Lopes (2008) encontramos um reforço para esta constatação no passo que se registra “[...] as frações são apresentadas inicialmente como relação parte-todo, representam partes, números menores que a unidade, que foi dividida em partes iguais”. (p. 9). O mesmo autor ainda enfatiza que grande parte dos professores e autores de livros didáticos não conhecem a história do conceito das frações e até mesmo suas componentes epistemológicas e cognitivas, e isso pode se tornar um empecilho na aprendizagem dos alunos. ***Como articular a abordagem histórica com o ensino de conceitos matemáticos, em especial desse conteúdo, de modo que o entendimento seja visto como uma dinâmica desenvolvida por seres humanos no decorrer de um determinado período de tempo?***

Diante do exposto esta pesquisa de natureza qualitativa em Educação Matemática parte da seguinte interrogação: ***como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental expressam alguns conceitos iniciais de frações próprias e impróprias a partir da aplicação de uma sequência de atividades após uma intervenção didática pautada nos planejamentos disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná?*** Para tanto apresentamos uma pesquisa bibliográfica a respeito de como o ensino e consequentemente a aprendizagem das frações são vistas pela literatura acadêmica em Educação Matemática. Em seguida apresentamos os resultados de uma pesquisa qualitativa e investigativa realizada com 12 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental a partir da aplicação de uma sequência de atividades associada a uma sequência didática envolvendo algumas ideias iniciais de frações próprias e impróprias.

Atentos a essa perspectiva, este estudo teve como fundamento a explanação de aulas teóricas envolvendo as experiências dos estudantes que foram expostos por meio de três grupos composto por quatro estudantes cada um. As aulas expositivas foram pautadas nos planejamentos disponibilizados pela SEED – PR (Secretaria de Estado da Educação do Paraná) no que tange aos conhecimentos matemáticos a serem abordados no ano letivo de 2023.

A fim de alcançar o objetivo geral desta pesquisa que consiste em ***analisar como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental expressam alguns conceitos iniciais de frações próprias e impróprias a partir da aplicação de uma sequência de atividades após uma intervenção didática pautada nos planejamentos disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná.*** este artigo foi estruturado nos seguintes tópicos:

- Ensino e Aprendizagem de Frações na Educação Básica: este tópico apresenta as relações entre ensino e aprendizagem diante do conteúdo de frações e suas aplicações na Educação Básica. Também citamos o que alguns documentos oficiais que norteiam o Ensino de Matemática no País trazem sobre o tema (PARANÁ, 2018; BRASIL, 2018). Na sequência buscamos na literatura condizente os olhares que alguns pesquisadores em Educação Matemática defendem sobre a temática dos conteúdos matemáticos estudados (LOPES, 2008; SCHEFFER; POWELL, 2019).
- Abordagem metodológica da pesquisa: nesta seção apresentamos a fundamentação teórica tanto da pesquisa qualitativa quanto dos pressupostos que amparam as análises dos dados empíricos da mesma (GODOY, 1995; BORBA; ANDRÉ, 2013; BORBA; ARAÚJO, 2013; MORAES, 2006; LUCCAS, 2011). Também registramos os caminhos e instrumentos da pesquisa realizada, abrindo as portas para a apresentação da análise dos dados coletados.
- Contexto da pesquisa e sequência didática: nesta etapa discorreremos sobre o local onde a pesquisa foi realizada, bem como o perfil dos alunos investigados. Também apresentamos a sequência de atividades que foi adaptada sob a ótica

da sequência didática de Zabala (1998) conduzida e mediada pelo professor-pesquisador. Nesse sentido, fazemos a exposição dos passos trilhados pelo autor deste artigo desde a primeira aula utilizada para a coleta de dados até o término da aplicação.

- **Análise dos dados:** sob esta seção registra-se o olhar do pesquisador a partir de análises nos dados coletados. Essas análises foram subsidiadas pelas análises empíricas e com detalhamento proporcionados pela Análise Textual Discursiva (MORAES, 2006; LUCCAS, 2011). Os dados foram coletados por meio da aplicação sequência de atividades descritivas proporcionadas pela avaliação diagnóstica, registro em diário de campo das sequências didáticas, práticas em expressões orais por meio de conversas e diálogos entre professor/pesquisador e estudantes e por fim, observações por meio de anotações de cunho crítico e reflexivo em bloco de notas com a utilização do celular.
- **Considerações finais:** consideramos que nesta etapa serão apresentadas as possíveis conclusões desta pesquisa, destacando os pontos positivos da mesma e acreditando na sua contribuição para o Ensino de Matemática, em particular para o ensino e aprendizagem das ideias iniciais de frações próprias e impróprias a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental. Nesta seção também evidenciamos a abordagem histórico-epistemológica (PINHEIRO; LUCCAS; LUCAS, 2019) evidenciando as reflexões associadas aos pensamentos e sinapses proporcionados na abordagem Histórico-Epistemológica da e das Matemáticas, não esquecendo das Ciências, proporcionando possibilidades para a elaboração de outras sequências didáticas com enfoque histórico sobre os números racionais.

Com base nesses paradigmas convidamos o leitor a se aventurar do desenvolvimento e nos resultados desta pesquisa, que propiciam momentos de muitas reflexões acerca dos diferentes registros explorados por 12 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, ao estudar algumas ideias iniciais de frações próprias e impróprias. Tais registros parecem ir ao encontro do que evidenciam algumas pesquisas em Educação Matemática a respeito das diferentes maneiras de expressar os números racionais em diferentes contextos.

## **ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Segundo a Base Nacional Comum Curricular de Matemática (BNCC, 2018), as condições de gênese do conteúdo de frações se iniciam no 3º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental apresentando o significado de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte. Apresenta-se a seguinte habilidade de aprendizagem: (EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes (BRASIL, 2018, p. 287).

Também encontramos o conteúdo de frações no 4º ano desse ciclo, quando se apresenta as ideias iniciais dos Números Racionais: frações unitárias mais usuais ( $1/2$ ,

1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100). Nesse sentido, cita-se a seguinte habilidade de aprendizagem: (EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso (BRASIL, 2018, p. 291).

Encontramos no mesmo documento alguns norteamentos para o ensino de frações no 5º ano, abordando a representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica, comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência e cálculo de porcentagens e representação fracionária. A respeito desses excertos se apresenta suas habilidades de aprendizagem:

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. (EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica (EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, 2018, p. 295).

Por fim no 6º ano do Ensino Fundamental (alvo de nossa investigação) se encontra uma continuidade desse conteúdo ao passo que encontramos frações: significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações, operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais associadas as seguintes habilidades de aprendizagem:

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (EF06MA08) Reconhecer que os números racionais positivos podem ser expressos nas formas fracionária e decimal, estabelecer relações entre essas representações, passando de uma representação para outra, e relacioná-los a pontos na reta numérica. (EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (EF06MA10) Resolver e elaborar problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais positivos na representação fracionária (BRASIL, 2018, p. 301).

O estudo dos Números Racionais se inicia nos anos iniciais do Ensino Fundamental e segue com os estudantes até o Ensino Médio, quando se torna pré-requisito para a aprendizagem e aprofundamento de conteúdos relacionados a Álgebra e a Aritmética. Nesse sentido, se faz necessário uma base sólida já nos primeiros níveis de escolarização no que tange ao ensino de números fracionários “[...] entendendo que compreender a ontologia e o desenvolvimento das diferentes formas de representação para frações é de

interesse da Educação, principalmente nos campos que envolvem a Psicologia, incluindo a Psicologia do Desenvolvimento”. (SCHEFFER; POWELL, 2019, p. 477).

É notável que, ainda nos dias atuais, a ideia de fração é introduzida a partir da relação “parte-todo”, em que a unidade é dividida em partes iguais. É o que evidencia os planejamentos disponibilizados pela SEED – PR em que se aborda este conceito a partir de representações pictográficas com ênfase na percepção visual. Na visão de Kieren (1976) algumas interpretações para as frações devem ser contempladas, a saber: quociente, razão, operador e medida.

Além da percepção visual por meio de registros pictográficos, autores como Ziegler e Forques (2017) defendem a reta numérica para representação de números fracionários e essa ideia, “[...] além de ajudar a compreender a fração como um número, a utilização da reta numérica pode auxiliar na compreensão de conteúdos como equivalência e comparação de frações”. (SCHEFFER; POWELL, 2019, p. 480).

Entendemos a importância de apresentar as diferentes representações para o conceito e aplicação dos números racionais seja no formato decimal, fracionário e também com a utilização da reta numérica a partir da localização de diferentes pontos ligados a essa, para induzir os estudantes a terem uma aprendizagem heurística e global frente esse conteúdo. Entendemos os conhecimentos matemáticos em sua concepção original como sendo uma ação criada, desenvolvida e formalizada por seres humanos na coletividade ou interesses próprios e individuais daqueles que o produziram no decorrer de um determinado período de tempo. Essa constatação e visão do professor pode favorecer a aprendizagem matemática dos alunos (PINHEIRO; LUCAS; LUCAS, 2019).

O ensino de números racionais tem a dinâmica de expressar diferentes representações e registros para uma mesma situação ligada ao conceito que é exposto pelo professor. Esses diferentes registros de representação fazem valer conexões com a realidade matemática inserida com “pés e nuances” na contextualização real e matemática e também nos propósitos inerentes a utilização das Tendências Metodológicas de Ensino da Educação Matemática (PARANÁ, 2008). Essas tendências podem implicar na contextualização e descontextualização do ensino de matemática, podendo ainda, propiciar um momento de práticas exploratórias em que as chamadas metodologias ativam se aperfeiçoam.

## **ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA**

Esta pesquisa se ampara na abordagem qualitativa na Educação Matemática em que há uma preocupação maior com os processos e as interações sociais entre o pesquisador e os sujeitos da pesquisa realizada, sendo que a análise é feita sob uma perspectiva integrada (GODOY, 1995).

Ainda segundo Godoy (1995) pesquisas qualitativas envolvem uma relação direta

com o pesquisador e o contexto social, sendo que muitas vezes os instrumentos para coleta de dados pode ser um gravador ou mesmo um bloco de notas. Nesse sentido propõe-se “captar” o fenômeno por meio do envolvimento de outras pessoas considerando todos os olhares relevantes.

Se referindo especificamente a pesquisas no campo educacional André (2013) nos revela que não é a atribuição de um nome que se estabelece um rigor metodológico e sim todo o processo dinâmico que permeia a pesquisa realizada. Entendemos que as pesquisas em Educação envolvem a interação entre os sujeitos sendo que o conhecimento é historicamente e socialmente construído atuando na realidade transformando-as e ao mesmo tempo sendo transformado por ela em que:

[...] a explicitação dos passos seguidos na realização da pesquisa, ou seja, a descrição clara e pormenorizada do caminho percorrido para alcançar os objetivos pretendidos, com a justificativa de cada opção feita. Isso sim é importante, porque revela a preocupação com o rigor científico do trabalho, ou seja: se foram ou não tomadas as devidas cautelas na escolha dos sujeitos, nos procedimentos de coleta e análise de dados, na elaboração e validação dos instrumentos, no tratamento de dados. Revela ainda a ética do pesquisador, que ao expor seus pontos de vista dá oportunidade ao leitor de julgar suas atitudes e valores (ANDRÉ, 2013, p. 96).

Esta pesquisa busca na literatura especializada fundamentos teóricos que sustentem metodologicamente a mesma, trazemos as características de pesquisas bibliográficas que segundo Gil (2010), trata-se de buscar os olhares a partir de um material já publicado. A vantagem desse tipo de pesquisa é oferecer ao pesquisador uma gama de fenômenos muito mais ampla do que se fosse ser pesquisado diretamente (GIL, 2010). As pesquisas bibliográficas podem assumir uma perspectiva mais abrangente em uma abordagem histórico-epistemológica pode enaltecer os percursos histórico no campo que norteia o conhecimento socialmente acumulado pela sociedade.

A abordagem histórico-epistemológica (PINHEIRO; LUCCAS; LUCAS, 2019) da Ciência e Matemática, pode nos propiciar ambientes de reflexões plausíveis e a partir de questionamentos que favorecem a leitura do remetente e ao mesmo tempo do emissor. Em suma buscar aperfeiçoar questionamentos de uma realidade histórica e inserida no contexto maior demonizado conhecimento. Esse regaste histórico para além da Epistemologia, pode ser encanado como fontes de pensamentos e reflexões sobre algum tema ou temática situada na ação de conhecer um conhecimento que até então era desconhecido.

Sobre a pesquisa documental, realizada em documentos oficiais que norteiam o Ensino de Matemática no Brasil, Gil (2010) defende que essa representa uma forma que pode se revestir de um caráter inovador, podendo trazer ricas contribuições no estudo de alguns temas, “além disso, os documentos normalmente são considerados importantes fontes de dados para outros tipos de estudos qualitativos, merecendo, portanto, atenção especial (GODOY, 1995, p. 21).

Há pouco mais de 30 anos Bicudo (1993) já salientava que as pesquisas em torno da Educação Matemática englobam as relações sociais e filosóficas diante do conhecimento matemático e suas aplicações no cotidiano escolar. Segundo a mesma autora, as pesquisas estão entrelaçadas na concepção de Ciência assumida pelo pesquisador, seja numa visão empírica, positivista ou fenomenológica. Na atualidade sabemos que se encontra na literatura outras vertentes associadas ao rigor metodológico de acordo com o objetivo de pesquisa ligado a agente que pesquisa, levando em consideração seus suportes epistemológicos e históricos.

Com as sementes na década de 80, a partir da década de 90 a Educação Matemática no Brasil começa a se fortificar nos debates acadêmicos a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais e nessa época Bicudo (1993) registra que a Educação Matemática envolve "... preocupações com o compreender a Matemática, com o fazer matemática, com as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática (BICUDO, 1993, p. 19-20)". A autora ainda salientou que esta definição deve estar articulada a ação político-pedagógica e conhecimentos de outras áreas do saber como Psicologia, História, Filosofia, e certamente, Matemática.

Bicudo (2012) corrobora ao salientar que é papel do pesquisador se dedicar a um processo de análise dos procedimentos que são adotados na pesquisa qualitativa e mais que isso entender que "... o processo de produção do conhecimento que está em marcha mediante suas atividades e, ainda, refletir sobre tais procedimentos em termos epistemológicos e ontológicos" (BICUDO, 2012, p. 17).

Os pressupostos da Análise Textual Discursiva (MORAES, 2006) estão inseridos numa perspectiva de leitura, releitura e análise dos discursos coletados pelo pesquisador e para tanto criam-se categorias temáticas elencando os paradigmas de persuasão em que os dados se inserem em lacunas específicas e diretamente interligadas aos materiais analisados.

**Segundo Moraes (2006):**

A impregnação se concretiza a partir leituras e releituras, transcrições, unitarização e categorização e especialmente a partir da escrita. "O processo é de intensa impregnação. Se assim não fosse não seria possível tamanha produção". Esta manifestação indica que, uma escrita mais fluida e de qualidade, é produto de envolvimento e de impregnação intensos com os materiais da análise (MORAES, 2006, p. 121).

**Sobre as categorias de análise, Moraes (2006) enfatiza:**

Cada categoria representa um conceito dentro de uma rede de conceitos que pretende expressar novas compreensões. As categorias representam os nós de uma rede. O pesquisador ao tecer sua rede precisa preocupar-se especialmente com os nós, ou seja, os núcleos ou centros das categorias (MORAES, 2006, p. 125).



Acreditando no potencial do método de análise de dados de Moraes (2006), entendemos que esse explora de forma mais ampla e ao mesmo tempo detalhada dos dados qualitativos ligados a informações obtidas em documentos, entrevistas e mesmo observações participantes. Nesse sentido estudos realizados com esse método, ou seja, com a Análise Textual Discursiva nos garantem uma análise ramificada e detalhada dos dados empíricos, assim optaremos por organizar os dados de modo inicial em categorias temáticas, em que se descarrega os dados empíricos em unidades de significado, levando em conta suas hierarquias que ao entrelaçar-se com os dados nos remete à uma análise criteriosamente minuciosa e translúcida com a separação de dados em um contexto bilateral entre o pesquisador e o leitor.

## CONTEXTO DA PESQUISA E SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Para Zabala (1998) uma sequência didática é uma proposta de intervenção didática em que pode ser realizada uma sequência de atividades com objetivos conhecidos por professores e também pelos alunos. O mesmo autor apresenta uma série de unidades didáticas a serem exploradas pelo docente de acordo com seus objetivos didático-pedagógicos.

Nesse sentido propusemos a aplicação de sequências didáticas relacionadas aos conteúdos de números racionais, mais especificamente de frações e suas implicações que são desenvolvidas por professores paranaenses por meio dos planejamentos da Secretaria de Estado da Educação no Paraná (SEED – PR). Quando necessário as aulas foram adaptadas pelo docente favorecendo o aprofundamento dos conteúdos abordados. Também foram propostos questionamentos e indagações propiciadas por explanações históricas e epistemológicas, valorizando os conhecimentos da Educação do Campo em que os envolvidos no processo educacional fazem uso dos diferentes conjuntos de informações com a presença de provocações e criticidades, para além de informações histórico-epistemológicas. ***Quais a ordem de desenvolvimento dos conjuntos numéricos criados pelo homem? Em quais circunstâncias, razões e motivos foram elaborados?***

Sobre a abordagem dos conteúdos Zabala (1998) elenca quatro tipos: conceituais, factuais, procedimentais e atitudinais, sendo que esses podem ser abordados em uma perspectiva integrada e de acordo com a abordagem metodológica de ensino utilizada pelo professor e tendo como fins os processos avaliativos bem conduzidos e intencionalmente elaborados. Em sintonia com o autor entendemos que os alunos devem conectar conceitos novos com aqueles previamente conhecidos, portanto, os questionamentos feitos pelo professor foram fundamentais em todas as etapas da aplicação dessa sequência, oportunizando um ambiente coletivo de aprendizagem.

Este estudo de natureza qualitativa em Educação Matemática ocorreu em uma escola de Campo localizada no Norte do Paraná no ano letivo de 2023. Para tanto foram utilizados os planejamentos disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná (SEED-PR) durante o 2º trimestre no que refere aos conteúdos ligados aos números racionais, em particular frações. Ao total foram realizadas 10h/aulas para o desenvolvimento dos planejamentos e mais 2h/aulas para a realização da avaliação realizada em grupos.

De um modo geral as aulas foram abordadas de maneira expositiva e dialogada, promovendo questionamentos aos estudantes, sendo que registros foram realizados por meio de um diário de campo e coleta dos registros dos educandos. Ao término das explanações teóricas e práticas e indo para além das atividades e exercícios que foram realizados durante as aulas como forma de fixação dos conteúdos, o professor-pesquisador aplicou uma sequência de atividades como recurso avaliativo que foram realizadas por 12 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, sendo que estes foram divididos em grupos 3 grupos de 4 alunos cada um. A referida sequência de atividades foi aplicada e analisada à luz da Análise Textual Discursiva (MORAES, 2006)

A sequência de atividades interligadas à sequência didática foi amparada nos planejamentos disponibilizados pela SEED – PR e replanejas pelo docente de forma ativa e com abordagem metodológica subjacente a relação ensino e aprendizagem no contexto matemático de gênese vertical e também horizontal, sem desconsiderar a contextualização do ensino mediante as tendências metodológicas de ensino que ainda se encontram em Paraná (2008), documento esse que foi fundamental para a construção da prática pedagógica, pois se por lado a BNCC (2008) propõe a regularidade/linearidade do ensino de matemática, Paraná (2008) ainda propõe uma veiculação em que Matemática e Educação Matemática se intercalam.

A sequência de atividades foi mediada pela resolução de problemas em que as unidades de Zabala (1998) foram satisfatoriamente inclusivas no parâmetro torçal, ao propor reflexões sobre a prática pedagógica do pesquisador e inferir na reflexão dos estudantes. Ao se espelharem na ação cognoscente de questionar, questionar-se e questionarem o próprio ensino de frações por meio das sementes plantadas nos anos iniciais e induzidas e aperfeiçoadas no 6º ano.

Os nortes da avaliação diagnóstica se integram em manuseios de observação constante em que este estudo qualitativo e de cunho interpretativo, em que movemos estruturas racionais da cognição humana entre a Matemática e seu ensino. Um dos elementos mais importante para a aprendizagem é o fato de que o ensino foi à luz de uma metodologia ativa amparada pela Educação Matemática como campo de pesquisa em que ao mesmo tempo que se utiliza a contextualização, também se valoriza a descontextualização não perdendo a especificidade e rigor da Matemática. Esta linguagem própria que por si já rigorosa quando alimentadas por tecnologias que existiam e ainda existem na tendência tradicional, a exemplo, de lousa e giz ou caderno e lápis, afinal Educação é transformação e também conservação.

A estrutura da avaliação diagnostica (Quadro 1), pode ser observada a seguir, que será conduzida a partir dos objetivos específicos de cada questão, inserindo-se em um objetivo ainda maior que é alcançar indícios de aprendizagem a respeito do conteúdo de frações próprias e impróprias nos alunos de um 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola de campo do estado do Paraná.

### FRAÇÕES E ALGUNS CONCEITOS – 6º ANO

- 1) Apresente algumas situações do dia a dia em utilizamos o conceito de frações.
- 2) Escreva como se lê cada fração que segue:
  - a)  $\frac{1}{2}$
  - b)  $\frac{5}{8}$
  - c)  $\frac{3}{10}$
  - d)  $\frac{4}{15}$
- 3) Expresse de alguma maneira seu entendimento acerca das seguintes frações:
  - a)  $\frac{3}{5}$
  - b)  $\frac{5}{3}$
- 4) Apresente uma maneira diferente para expressar:
  - a)  $\frac{7}{2}$
  - c)  $\frac{4}{7}$
- 5) a) Como dividir igualmente três lotes de terra com medidas iguais entre quatro irmãos herdeiros? Quanto cada irmão irá receber?  
b) Se cada lote tem 1328 m<sup>2</sup>, quanto receberá em m<sup>2</sup> cada irmão herdeiro?
- 6) Sabendo que em 2021  $\frac{2}{3}$  dos pacientes internados em UTI morreram no Brasil por conta da pandemia do covid-19 e 468 leitos em Curitiba, estavam ocupados. Qual é a estimativa de mortes nesse período na capital paranaense?
- 7) Qual fração é menor  $\frac{7}{8}$  ou  $\frac{5}{8}$ ?  
Por quê?
- 8) Qual fração é maior? Expresse sua ideia de alguma maneira e depois organize as frações em ordem crescente.
  - a)  $\frac{1}{2}$
  - b)  $\frac{3}{4}$
  - c)  $\frac{5}{3}$
- 9) Analise as frações  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{3}{6}$  quais as suas conclusões diante dessas?
- 10) Explique com suas palavras: o que você entende por frações?

Quadro 1: sequência de atividades aplicada ao término na sequência didática

Fonte: Rafael Marques Pinheiro, adaptado de SEED – PR (2023)

A coleta de dados envolveu aproximadamente o segundo semestre de 2023 na disciplina de Matemática, em anotações no diário de campo que foram proporcionadas pelo professor/pesquisador, e por fim como avaliação diagnóstica (BURIASCO, 1999) com práticas investigativas no ensino e aprendizagem (BURISASCO; FERREIRA; CIANI, 2009).

A aplicação foi realizada no último dia de aula da aplicação, sendo que como já sinalizado, os alunos tiveram autonomia de se organizarem em três grupos de até quatro alunos, em que o diálogo em pares também foi permitido. Os alunos poderiam organizar os seus registros escritos de maneira arbitrária e condizente com as realidades e indícios de aprendizagem de cada grupo. Sinteticamente podemos analisar a estrutura das aulas da seguinte forma:

Ensino	Reflexão crítica (histórico-epistemológica)	Aprendizagem
<ul style="list-style-type: none"> <li>Aulas presencias de 50 min cada uma durante o segundo semestre de 2023;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Questionamentos individuais e coletivos;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análise realizada oralmente.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilização e adaptação dos slides disponibilizados pela SEED – PR (2023).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Indagação coletiva respeitando a maturação dentro da Epistemologia Genética de Jean Piaget;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Registros no caderno dos pontos mais importantes das aulas enfatizados pelo professor.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Questionamentos inclusivos e críticos do ponto de vista matemático e fora dele.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Condução por pares nas anotações individuais por meio da linguagem natural;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Autoavaliação e avaliação para com os colegas de classe;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Realização de exercícios no contexto puramente matemático e posteriormente em contextos do cotidiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Gestos e jogos de linguagem alimentados pela noção de liderança;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender-se matematicamente por meio de registros em linguagem matemática e posterior realização de atividades exploratórias.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Realização de atividades de cunho exploratório;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exposições orais e individuais dos membros dos grupos de alunos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Manifestação individual e coletiva dos problemas e exercícios elencados;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Solicitação de tarefas de casa com o reforço positivo/negativo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Atribuição de “estrelas” no caderno de formas individuais;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reforços positivos/negativos de acordo com a realização das tarefas solicitadas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Realização da avaliação diagnóstica sobre os conceitos iniciais de frações próprias e impróprias.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Problematisação do ensino em forma de alguns conceitos iniciais de frações.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Análise do que os e como os alunos se expressaram frente as propostas de ensino.</li> </ul>

Quadro 2: estrutura das aulas lecionadas

Fonte: inspirada em Zabala (1998)

Com essa tabela, acreditamos informar o leitor por meio de uma lupa visualizadora de planejamentos que podem ser refeitos e intencionalmente reelaborados, e ainda avaliação realizado por meio de uma “teia” de organização dos conteúdos que em tópicos estão sendo avaliados. As avaliações acarretam a necessidade de endossar de forma justa e igualitária a todos os alunos e até mesmo não-alunos inseridos no contexto educacional. Com base nessas ideias entendemos mais ainda: ***avaliação como um campo minado em constante investigação na formação de conceitos matemáticos que podem gerar dados também diagnósticos nos envolvidos no processo educacional que se manifestam por meio de indícios de aprendizagem em pares com um objetivo em comum – ensinar e aprender – à luz dos parâmetros norteadores e herméticos em avaliações educacionais no ensino de Ciências e Educação Matemática.***

## PESQUISA E ENSINO: ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados será por meio da Análise Textual Discursiva (MORAES, 2006) por ser meramente minuciosa, proporcionando o detalhamento dos dados empíricos inerentes à pesquisa realizada. Por meio de leituras e releituras iniciais e a fim de orientar os dados ligados as discussões mentais dos alunos categorias são organizadas a fim de se compreender e alcançar os objetivos da pesquisa.

Categoria 1 ***“Utilização de Números Racionais em diferentes contextos”***, em que as análises serão consideradas adequadas, parcialmente adequadas e inadequadas (LUCCAS, 2011). Considera-se os registros dos estudantes que utilizaram frações próprias e impróprias, números racionais na forma decimal e até mesmo na reta numérica por meio de indícios da localização de pontos na mesma, e para tanto, poderiam inclusive, utilizar a linguagem natural e transcrição para a linguagem matemática e pictóricas das questões atribuídas na avaliação diagnóstica.

Tomando posse dos dados optamos por enfatizar ainda mais os registros, considerando **1) a) “adequado”**, todos os registros simbólicos dos alunos codificados (A1, A2, A3...) a fim de manterem suas identidades sigilosas. Esses que, por fim solucionaram os exercícios ou atividades e encontraram uma resposta condizente e responsável diante do que foi proposto na sequência de atividades sendo válidas também as questões que se submeteram a respostas aproximadas.

Categoria **1) b) “parcialmente adequado”**, consideramos as respostas que emitem sinais de aparente por meio do contexto matemático, atravessando até mesmo o contexto não matemático. São respostas flexíveis e que merecem pontos de atenção do professor/pesquisador em, que as análises dos erros devem se sobressair. Nessa unidade de contexto, pode-se não se chegar a uma resposta aceitável, mas o processo no percurso é mais válido que o produto final.

Por fim, a categoria **1) c) “inadequado”**, consideramos as respostas altamente errôneas e com respostas finais inadequadas ao contexto da sequência didática mediada e com a aplicação da sequência de atividades. São respostas “obscuras” que não emitem solução real e propriamente dita, no contexto em que as mesmas foram inseridas.

Sinteticamente as categorias foram embarcadas levando em consideração o objetivo de propósito da pesquisa: ***como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental expressam alguns conceitos iniciais de frações próprias e impróprias a partir da aplicação de uma sequência de atividades após uma intervenção didática pautada nos planejamentos disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná?***

Este objetivo será discutido durante o desenvolvimento e considerações finais deste estudo, em que análises reflexivas, principalmente nas considerações finais, serão subsidiadas pelas possibilidades de elaboração de outras sequências didáticas proporcionadas pela abordagem metodológica de pesquisa e ensino histórico-

epistemológica (PINHEIRO; LUCCAS, LUCAS, 2019), destacando também os olhares do autor, acerca da capacidade heurística e reflexiva do ensino e aprendizagem de números racionais, em particular frações, ou seja, nas variadas representações: frações, números decimais e utilização da reta numérica, dentre outros.

A síntese descritiva dos dados envolve um norteamto em que os dados emergiram de práticas efetivas em sala de aula, mas ***qual é o papel da abordagem metodológica de ensino e seus pressupostos na Análise Textual Discursiva em que os nortes sejam o ensino e a aprendizagem?*** Ao que nos parece a Análise Textual Discursiva também pode contribuir com práticas avaliativas em sala de aula em que educandos e professores se entrelaçam na ação de avaliar a autoavaliar-se.

As pesquisas utilizando as ideias da abordagem histórico-epistemológica podem enriquecer ainda mais os trabalhos em sala de aula e pesquisas em Educação Matemática e enaltecer estudos permitindo reconhecer e encontrar os reflexos de contextos históricos dos números racionais com ênfase na Educação Básica. Trata-se por tanto de uma possibilidade de rastrear contextos históricos da temática do conhecimento, produzir uma sequência didática intencionalmente elaborada e aplicar na Educação Básica. Entendo o porquê as criações humanas foram elaboradas no desenvolvimento da humanidade, entende-se melhor os conhecimentos atuais em Ciências e Matemática (PINHEIRO; LUCCAS; LUCAS, 2019)

Levando em conta contextos históricos (BOYER, 2012; IFRAH, 2010) surgem-nos reflexões epistemológicas a respeito da a escrita dos algarismos indo-arábicos. Por meio de uma reconstrução histórico-epistemológica, percebe-se que pode estar havendo percepções de mudanças nos traçados desses algarismos podendo ser percebidos no século XXI da nossa era. Hipoteticamente sinalizamos que podem estar havendo evoluções nesses traçados na dinâmica que permeia tais registros. Basta observarmos os traçados dos dez algarismos quando escritos na forma que conhecemos hoje e comparados aos emitidos pela mídia de internet, por exemplo. Esses traçados que são reconhecidos pelas mídias de comunicação diferem dos quando utilizados às mãos humanas. Nos atentemos em especial aos algarismos 4 e 7 (escritos à mão), e suas possíveis evoluções diante dos traçados 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. ***Estariam esses traçados sendo conduzidos pela evolução?***

Em cada excerto inserido nas categorias já citadas foram selecionados três tópicos, sendo que esses foram exemplificadas por meio de uma análise criteriosa nos estudos de nossa pesquisa. Sendo assim, os três grupos que tinham quatro estudantes cada, foram selecionados um registro por grupo, entendendo que as resoluções das atividades foram realizadas em pares e de forma coletiva.

Articulando individualidade a coletividade socialmente e epistemologicamente construída, denominamos de codificação G1 (grupo 1), G2 (grupo 2) e G (grupo 3). Os estudantes expuseram seus olhares frente as diferentes representações e linguagens para os números racionais, o qual é condizente com a literatura científica amparada neste artigo de cunho qualitativo em Educação Matemática e com dados reflexivos e cunho interpretativo em que as proposições foram levantadas por meio dos alunos e analisadas pelo professor/pesquisador nesta pesquisa que se entrelaçam de maneira efetiva, significativa e logica em quaisquer que forem os contextos do ensino e aprendizagem, e as linguagens da Matemática.

Este estudo teve como gênese uma situação objetivada pelo problema de pesquisa: ***como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental expressam alguns conceitos iniciais de frações próprias e impróprias a partir da aplicação de uma sequência de atividades após uma intervenção didática pautada nos planejamentos disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Paraná?*** Para tanto, recorremos em situações que inibiram a matemática na Educação Matemática, citando autores que estudaram os números racionais e suas diferentes representações atribuindo linguagens específicas para cada caso em estudo.

Para abordagem metodológica da pesquisa com pressupostos qualitativos em Educação Matemática e com semblante em pesquisas bibliográfica, consultando documentos e autores que as defende nas situações mediadas pela sequência didática (planejamento do 6º ano/SEED/PR – 2023). Nesse sentido, Zabala (1998) nos auxiliou na mediação dessa sequência, abrindo horizontes para a avaliação diagnóstica aplicada ao término da postura didático-pedagógica em meados com o planejamento/replanejamento que fortifica e deve fortificar ainda mais a autonomia do professor em sala de aula e para além disso não poderíamos deixar de mencionar a abordagem metodológica de pesquisa Histórico-Epistemológica em abordagens históricos-epistemológicas como sugestões para mediação do processo de ensino e aprendizagem dos números racionais em sequências didáticas futuras.

Abordando situações em didática, a sequência didática foi amparada pelos norteamentos que SEED – PR (2023) disponibiliza aos professores paranaenses como suporte de ensino, em que o mesmo pode realizar adaptações, entendendo que slide é apoio e não receita para alimentar as aprendizagens dos alunos. Esses materiais é uma forte conquista para os professores paranaenses na unificação do ensino, pois a partir da aquisição desse material, o docente tem mais tempo para se dedicar à prática reflexiva de sua ação. O planejamento embora seja flexível, é a capacidade heurística e global para professores exercer com maestria a ação docente de sua própria reflexão pertencente “ao seu eu”.

Se tratando ainda mais profundamente na fundamentação teórica, buscamos citar autores que estudam de fato em suas pesquisas o ensino e a aprendizagem em matemática, em especial o conteúdo de frações em suas ramificações. Entendemos que esses conhecimentos são primordiais para o desenvolvimento integral dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e para além disso, alunos do segundo ciclo do Ensino Fundamental e não esquecendo a particularidade do Ensino Médio, nas disciplinas envolvendo Matemática, seja na Educação Básica e em alguns casos Ensino Superior.

A seguir serão apresentados os objetivos de cada questão da avaliação diagnóstica (Quadro 2), que foi utilizada a fim de nortear e alcançar a aprendizagem inerentes a essas situações didáticas. Hipoteticamente as situações de ensino e condução da aprendizagem que serão evidenciadas por meio das subseqüentes análises dos dados:

QUESTÕES	OBEJTIVO
1	• Relacionar o conceito genérico de frações em situações do cotidiano possivelmente vivenciado pelos estudantes.
2	• Escrever a leitura de frações próprias, impróprias e frações decimais.
3	• Expressar seus entendimentos de frações por meio de algum modelo matemático.
4	• Expressar matematicamente ou não por meio de um registro interligado ao conteúdo de frações.
5	• Utilizar conhecimentos fracionários em situações contextualizadas da Educação do Campo.
6	• Problematicar conhecimentos fracionários em situações contextualizadas envolvendo a Pandemia do Covid-19.
7	• Estabelecer a relação de $>$ e $<$ em frações com denominadores comuns.
8	• Expor ideias fracionárias em outros modelos matemáticos e organizá-los em ordem crescente.
9	• Aplicar o algoritmo e entender a ideia de frações equivalentes.
10	• Articular de alguma linguagem os seus entendimentos pela palavra “frações” e relacionar com o pensamento e reflexão.

Quadro 2: objetivos de cada questão da avaliação diagnóstica

Fonte: Rafael Marques Pinheiro

Para as dez questões, com seus objetivos anteriormente estabelecidos, optamos por descrever essas, nos intensificando a mencionar nossos anseios e o que esperamos com tais questões, reforçando fortemente as categorias apropriadas e indo para além dos objetivos específicos ligados à cada questão. Entendemos “modelo” citado no objetivo da questão 3, nos pressupostos da Modelagem Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

As questões de número 1, 3 e 4 tinha como anseios, que os alunos expressassem de alguma maneira e por meio dos diferentes registros de representação as elucidações para os elementos dos conjuntos dos números racionais: frações, decimais e utilização da reta numérica, dentre outras...



A questão número 2, esperamos a percepção de relacionar o entendimento dos alunos em relação a leitura e a escrita de frações próprias, impróprias e especiais, fazendo um amparo interdisciplinar com a Língua Portuguesa. Esperamos com essa questão que o alunado escreva corretamente as conduções por meio da norma culta da Língua Portuguesa do Brasil, por tanto uma ação interdisciplinar.

A questão a) do número 5, necessita de utilizações dos algoritmos de manipulação de frações e seus elementos por meio das operações matemáticas fundamentais, a saber, multiplicação e divisão. O contexto da questão estava relacionado a lotes em compra e venda, realidade do campo. Sendo a questão b) já estava a resposta implícita na própria leitura da questão, ou seja, tinha cunho complementarmente interpretativo, ou seja, “se cada lote tem 1328 m<sup>2</sup>, quanto receberá em m<sup>2</sup> cada irmão?”

Fatores similares abordam a questão 5, exercem a mesma condição na questão de número 6, mas nesse momento utilizando o contexto da Pandemia do Covid-19. Nessa questão fica evidente no enunciado que os grupos poderiam encontrar valores exatos ou mesmo aproximados em relação a esses dados matemáticos por meio da problemática na resolução de problemas.

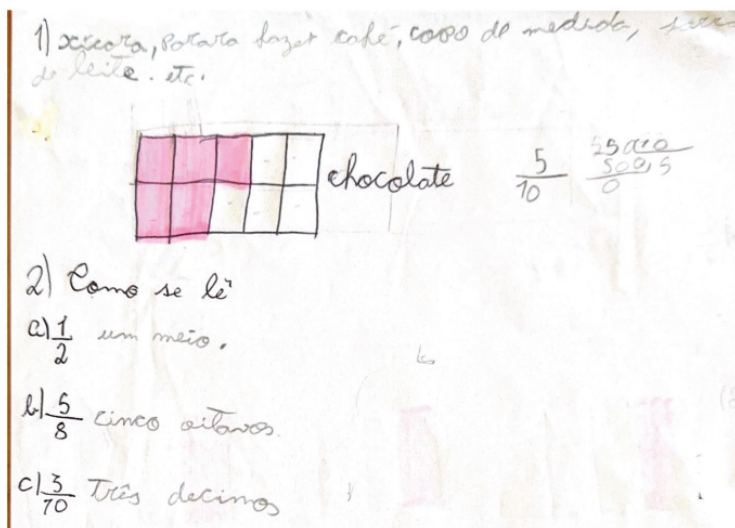
Neste momento daremos ênfase na análise descritiva dos dados, em que o professor fará por meio da Análise Textual Discursiva. A partir da leitura detalhada dos dados empíricos da pesquisa, sentimos a necessidade de criar uma unidade de registro e três unidades de contexto, conforme (Quadro 2), esse quadro serve de suporte para a organização dos dados nas categorias de contexto, entendendo também os percentuais de possíveis erros e acertos. Organizamos o quadro que segue, para proporcionar ao leitor dinâmicas que poder serem melhor entendidas a partir de uma visualização dos dados de forma inicial, o que Bardin (2009) definiu como leitura flutuante.

<b>Utilização de números racionais em diferentes contextos</b>	<b>Adequado</b>	A1, A2, A3, A4, A9, A10, A11, A12 Aproximadamente 66,66%
	<b>Parcialmente Adequado</b>	A5, A6, A7, A8 Aproximadamente 33,33%
	<b>Inadequado</b>	Não houve questões

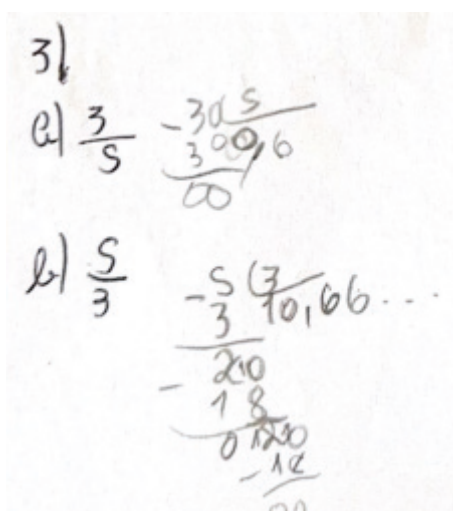
Quadro 2: Unidade de registro e unidades de contexto

Fonte: adaptado de Luccas (2011)

Seguem os anexos de A1 (aluno 1) do G1 (grupo 1):



Observamos que a questão 1 traz como resposta diferentes registros envolvendo inclusive culinária, sendo inserida na análise de registro **utiliza números racionais em seus diferentes contextos**, que podem ser inseridas todas as questões envolvidas nas diferentes representações para o conjunto dos números racionais. E para a expressão dos dados A1 faz um registro pictórico envolvendo a fração  $\frac{5}{10}$ , ou seja, a metade de um todo. A1 ainda registra a divisão ao lado, encontrando a representação decimal dessa fração. A partir da questão 2, observamos a escrita corretamente das frações de maneira correta, inclusive agregando de forma culta a Língua Portuguesa, consideradas então a unidade de contexto **adequada**.



A questão 3 pode ser agregada na mesma unidade de registro negritada anteriormente, pois A1 utiliza o algoritmo formal da divisão, “transformando”  $\frac{3}{5}$  em 0,6 (seis décimos). A próxima questão dessa seção percebemos um erro na divisão, mas A1 parece entender que se trata de uma dízima periódica, cria-se então a unidade de contexto **parcialmente adequada** para o aluno A1 que faz confusões ao dividir o numerador pelo denominador na letra b.

Handwritten mathematical work showing two division problems:

a)  $7 \div 2 = 3,5$

b)  $4 \div 7 = 350,57 \dots$

A questão 4 envolvia a criatividade de cada grupo ao tentar expor outras maneiras de representar as frações acima, no caso da 1ª fração, percebemos que A1 expressa de maneira assertiva a estabelecendo a representação decimal para  $\frac{7}{2}$  sendo 3,5 e para a outra fração segue também o mesmo algoritmo padronizado encontrando a ideia de aproximadamente 0,57... (com as reticências), o que contribui com indícios que o aluno pode saber operar com um número irracional, com infinitas casas decimais. Elencamos esta questão na mesma na mesma unidade de contexto, enfatizando ainda que se trata de uma questão considerada **adequada**.

S)

$\frac{1}{4}$        $\frac{1}{4}$        $\frac{1}{4}$

8- cada irmão ~ ai receber  $\frac{1}{4}$  de cada lote. ou seja  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  o total  $\frac{1}{4}$  de cada lote. ou

A) -  $\overline{28075}$   
 $\begin{array}{r} 28075 \\ 4 \overline{) 112300} \\ \underline{112} \\ 300 \\ \underline{280} \\ 20 \end{array}$

B) -  $\overline{332}$   
 $\begin{array}{r} 332 \\ 3 \overline{) 996} \\ \underline{99} \\ 6 \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$

B) cada irmão receberá 996m<sup>2</sup>.

b)  $\overline{156}$   
 $\begin{array}{r} 468 \\ 3 \overline{) 1398} \\ \underline{138} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$

A questão 5a) e b) traz uma perspectiva de divisão de lotes, contemplando a ideia da Educação do Campo, área específica do colégio onde os alunos estudam. Ao observarmos a resolução da atividade, podemos perceber que A1 realiza três lotes com dimensões aparentemente iguais, e divide cada um em quatro partes, que é equivalente a  $\frac{1}{4}$  de cada lote. Mais que isso utiliza a linguagem natural para expressar e fortificar a ideia desejada finalizando com operações matemáticas fundamentais para solucionar ambas as questões “a e b” a serem consideradas **adequada**.

b)

$$\begin{array}{r} 468 \overline{) 1398} \\ \underline{138} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array}$$

A questão 6 envolvia o contexto da pandemia do covid-19 e se trata de uma adaptação encontrada nos planejamentos da SEED – PR (2023). Observamos mais uma vez, a consideração de questão **adequada**, pois A1 divide os 468 que representam os leitos disponíveis pelo denominador 3 sendo que representam os pacientes internados, depois utiliza a multiplicação pelo 2 que é o numerador da fração em evidência, ou seja,  $\frac{2}{3}$  e estima que 312 serão a estimativa de mortes paranaenses.

7)  $\frac{5}{8}$  é menor, porque o numerador é menor  
 que o  $\frac{7}{8}$ .

8)

a)  $\frac{1}{2} = \frac{10 \cdot 2}{10 \cdot 0,5}$

$1,6 > 0,75 > 0,5$

b)  $\frac{3}{4} = \frac{30 \cdot 4}{30 \cdot 0,75}$

c)  $\frac{5}{3} = \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 1,6...}$

A1: se simplificarmos chegamos ao mesmo resultado.  
 todos.

A questão 7 envolvia a capacidade de reflexão dos alunos, em que se indagava qual a fração que representava um valor menor, ambas, com denominadores iguais. A1 enfatiza em linguagem natural a resposta final esperada, e, portanto, consideramos a resposta **adequada**.

A questão 8 com três exercícios solicitava para os alunos escreverem de outras formas a prestação fracionária de frações próprias e impróprias. Percebemos mais uma vez a questão considerada **adequada**, pois além de utilizar o algoritmo da divisão e com ideias de aproximação, A1 delimita corretamente utilizando símbolos matemáticos que  $1,6 > 0,75 > 0,5$ .

A1: se simplificarmos chegamos ao mesmo resultado.  
 todos.

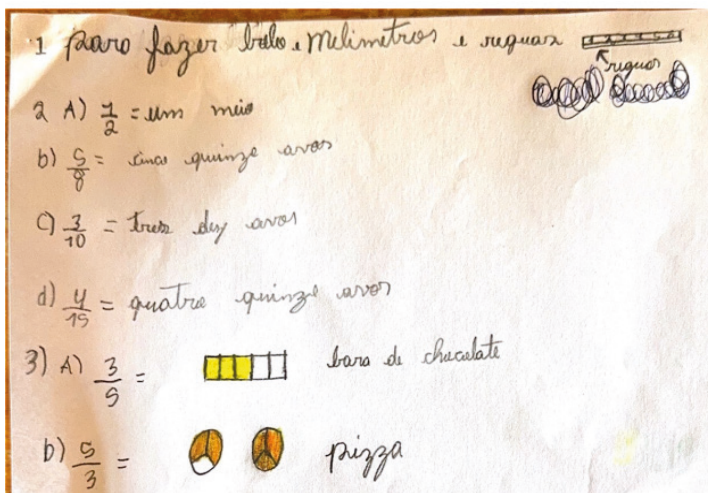
9) Eu entendo que fração é muito importante  
 pelo cozinheiro e os estudos.

A questão 9, denominada “letra a” no registro de A1, nos remete a crença de entendimento por parte do estudante que a partir do seu esboço em linguagem natural, que se tratam de frações equivalentes, pois na escrita de A1 “se simplificarmos chegamos ao mesmo resultado”, portanto questão mais uma vez considerada **adequada**. Registramos que as diferentes linguagens associadas pelos alunos pesquisados se referem à prática vivenciada e posicionada pelo docente que utilizou como complemento de metodologia ativa, a abordagem metodológica de ensino histórico-epistemológica, propiciando aos estudantes a ambiguidade de reflexões a partir de questionamentos ontológicos e axiologicamente produzidos.

A décima e última questão denominada com “9” também considerada **adequada**, pois remetia a um entendimento próprio e pessoal em que A1 associa a importância dos conteúdos pesquisados provavelmente em receitas culinárias, ou seja, “cozinha”, e obviamente para a progressão em seus estudos matemáticos. A ideia de contextualização empreendia neste artigo, envolve ocasionalmente de situações reais e ligadas a realidade dos estudantes, sem se limitar a exemplos errôneos e fora no contexto real, sem desconsiderar o contexto puramente matemático.

Entendendo que a avaliação se tratava de uma avaliação diagnóstica em pares, poderia ser utilizada a “consultas” aos colegas desde que pertencesse ao mesmo grupo. Utilizando a simplificação de dados, deciframos que A2, A3 e A4 considera-se também **adequados**, pois seguem a mesma linha de raciocínio de A1, usando para tanto, registros pictóricos, representações decimais de números racionais e sua contextualização em situações da realidade em que os alunos estão inseridos. Compreende-se e complementa-se os adequados como sendo todas aquelas resoluções, que os alunos e professores interpretam a realidade matemática por meio de signos e outros modelos matemáticos, se obtendo uma resolução final correta para a essa questão.

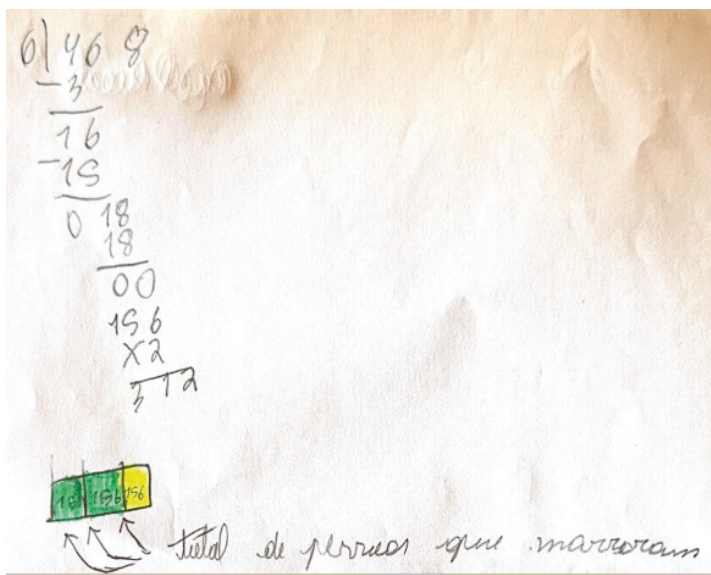
Observemos os registros do aluno codificado como A5:



A5 inicia as resoluções de suas questões com as relações também, de frações exemplificadas no cotidiano, citando também milímetros e régua (que estão relacionadas). Na questão número 2, podemos observar erros ao nomear as frações, incluindo as especiais, fato que justifica A5 ser intercalado na unidade de contexto **parcialmente adequada**. Na questão número 3, A5 evidencia por registros pictóricos e elege na linguagem natural como “barra de chocolate” e “pizza” situações aparentes a sua cognição de forma correta para tais registros, observamos que  $\frac{5}{3}$  está entrelaçado a “comer” uma pizza inteira e mais dois pedaços de uma outra”.



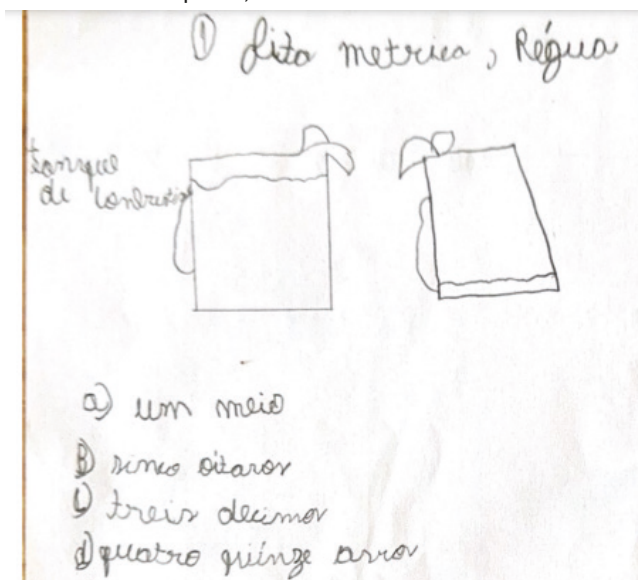
Na questão 5a), oferece indícios de aprendizagem fora do contexto matemático e para além deles, ao registrar uma parte pictórica pintada de verde, que diz considerar “esse não vale!”. Ressalta ainda em linguagem materna seu raciocínio, que foi conduzido por operações matemáticas fundamentais de multiplicação e divisão que são operações inversas. Por fim, como observaremos abaixo na questão 5) b) A5 realiza mais uma operação de “divisão” esquecendo de estabelecer seus elementos, talvez para realizar uma “prova real da operação”



Observa-se ainda que na questão 6, que envolvia a pandemia do covid-19, os alunos encontram por meio da divisão o valor de 312 e por meio de um registro em forma de esboço, não deixando claro (por meio das flechas) quais seriam os reais valores dos pacientes que morreram, ou ainda, quantos leitos estavam disponíveis.

Envolvendo a questão 7, A5 não deixa nada que evidencie seu entendimento de qual fração de denominador comum é maior ou menor, pois utiliza o conectivo ou, trazendo outro registro em forma de “desenho” para reforçar suas ideias. Na questão número 8, nada se pode considerar, para além daqueles em se analisa os erros dos estudantes a fim de aprimorar-se à prática educativa em avaliação educacional, raciocínios matemáticos podem ser observados na questão 9, em que A5 não traz uma ordem organizada e evidentes que frações se trata de “um todo dividido em partes iguais”. Por fim, na questão de número 10, deixa claro em linguagem materna “eu entendo que tem que fazer conta”, sinalizando ideias do contexto puramente matemático. Tais ocorrências deixam claro que a categoria da unidade de registro é **parcialmente adequada**. Situações são semelhantes a A6, A7 e A8, em que ocorre a simplificação de dados, em que uns dizem não serem benéficas para pesquisas qualitativas, mas em nosso caso será válida uma vez que os estamos nos pressupostos da avaliação diagnóstica por pares, como anotamos nos registros abaixo de A5.

A7 (como foi codificado) o aluno que se insere em outro grupo, por meio da aprendizagem em pares, iniciamos salientando as questões 1, 2 e 3. Na primeira, A7 relaciona as ideias fracionárias em fita métrica e régua (utensílios de medida), e além disso ainda “desenha” duas bombas de posto de gasolina a qual descreve com linguagem natural “tanque de combustível”. As questões denominadas como 2, podemos observar a escrita corretamente feita a respeito das frações próprias e impróprias. Já nas questões 3 e 4, enfatizamos que o grupo relacionou a ideia de frações (números racionais) com a utilização da reta numérica, fato, que como já salientado é amparado pelos autores renomados do assunto e também pelos currículos brasileiros, a qual nos planejamentos da SEED – PR (2023), já estava sendo contemplado, observemos os excertos abaixo:



Na questão de número 5) a), o grupo faz a opção de destacar os “quadrados em verde” e considera-os os brancos como partes de um todo e o raciocínio matemático está correto ao enfatizar que cada irmão receberá  $\frac{1}{4}$  de cada lote ou cada irmão receberá  $\frac{3}{4}$  considerando cada lote em específico e enfatizam em linguagem materna que “cada irmão vai pegar três partes de um inteiro e sobra mais  $\frac{1}{4}$  para cada. A resolução da questão 5) b) não foi encontrada nos registros dos estudantes, o que não pode ser considerado como errado e nem como omissão da resposta.

A questão de número 6, engloba raciocínios semelhante ao grupo anteriormente analisado em que o grupo representado por A7, determina que a divisão euclidiana, tem-se como divisor o denominador 3 da fração utilizada no contexto da pandemia do covid-19. O grupo esboça três quadrados sendo que cada um representa 156, considerando duas dessas partes ao serem somadas se tem um total de 312 mortes. A questão 7, fica evidente que pela escrita em Língua Portuguesa que o grupo compreendeu que em frações de denominadores iguais, considera-se apenas o numerador na análise subjuntiva, “pois o numerador é menor” ressalta o grupo.



$\oplus$   $\frac{1}{9}$  porque o numerador é menor o zero

Sobre a questão 8, mais uma vez contava com a criatividade em ação dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em quer para além da criatividade, utilizarem raciocínios matemáticos para salientar e registrar números racionais em formato de fração em ordem crescente. A7 representado seus grupos, mais uma vez utiliza a reta numérica como suporte didático para a aprendizagem dos números racionais fracionário e transformações decimais de aproximação de pontos que, embora não tenham sido mencionados, faz valia à nossa pesquisa.

A questão 9, apresenta um resumo sintético do que se propõe o grupo na ideia de frações, “são equivalentes”. Essa resposta sintética, também é ocasionada na última questão (número 10) em que os grupos teriam que descrever em linguagem materna a indagação matemática proposta na indagação: “são respostas de algo”, reflete o grupo. Consideramos e reforçamos dessa forma, a ocorrência da unidade de contexto **parcialmente adequada**, já que não estamos avaliando questões específicas e sim as avaliações de forma integrada.

Iniciemos nossa análise com o A8, que repensando no seu grupo, nos estabelece uma relação de conjuntura em que os elementos analíticos se sobressaem. Na questão 1, o mesmo estabelece relações também com culinária, estabelecendo utensílios de medida. Para além da linguagem natural, A8 esboça uma espécie de elemento pictórico para representar  $\frac{3}{4}$  e também sua equivalência em decimal, utilizando o algoritmo formal da divisão.

Na questão de número 2, estabelece corretamente como se leem as frações, tendo apenas esquecido de uma letra na leitura  $\frac{4}{15}$  (quatro quinze avos). Analisando essa questão percebemos que na letra a) A8 poderia ter registrado apenas “meio”. Mas não justifica a questão a ser considerada como errada, entendendo os nuances justapostos e meramente subjacente na questão, portanto ambas consideradas **adequadas**.

Nas questões 3 e 4, percebemos a utilização dos algoritmos de divisão para salientar os diferentes registros de representação utilizados nas linguagens escritas interligadas às questões. Entendemos tais registros como sendo de origem pierciana em que se sobressai também a escrita decimal e até mesmo dízimas periódicas, e possível entendendimento de números irracionais. ***Há uma definição do que são os elementos do conjunto dos números irracionais? Ao que nos parece só se apresentam as proposições de negação sobre esse tema, ou seja, “sabemos apenas o que os números irracionais não são”, ou seja, são aqueles números que não podem ser colocados no formato  $\frac{p}{q}$ .***

Na questão 5 a), A8 utiliza o registro de três retângulos para representar os três lotes do terreno a ser disputado por cada irmão, evidencia de cor azul os lotes que cada irmão pretende receber, ou seja,  $\frac{1}{4}$  e ainda soma essas frações como a adição de três fatores iguais, resultando em  $\frac{3}{4}$ , o que favorece a questão 3, 4 e 5 como sendo **adequadas**. Sobre a questão b) do número 5, faz os cálculos corretamente e se obtém por meio de algoritmos e manuseios matemático em operações matemáticas fundamentais que a estimativas de morte serão de 312 infectados, portanto, questão considerada **adequada**.

Interessante o modo como A8 descreve seu pensamento e reflexão na questão 7, em que se colocava duas frações com denominadores iguais, e questionava-se sobre qual seria a maior fração. Em linguagem natural escreve “se eu pegar  $\frac{7}{8}$  sobra 1 e  $\frac{5}{8}$  sobra 3”. Ao que entendemos A8, parece estar se referindo ao dividir a quantidade desejada pelo valor do denominador e multiplicar pelo numerador “pegando” as partes necessárias das partes de um todo e por tanta questão considerada **adequada**.

Na questão 8, A8 salienta por meio de registros os acertos nas diferentes representações para os signos ligados aos registros de representação para números racionais, utilizando o cálculo para encontrar decimais a partir das divisões exatas ou com resto, podendo inclusive não encontrar mais que os décimos de milésimos, portanto questão considerada na unidade de contexto, uma vez que para além disso ordena corretamente os números decimais por meio do símbolo  $>$  (maior) adequada.

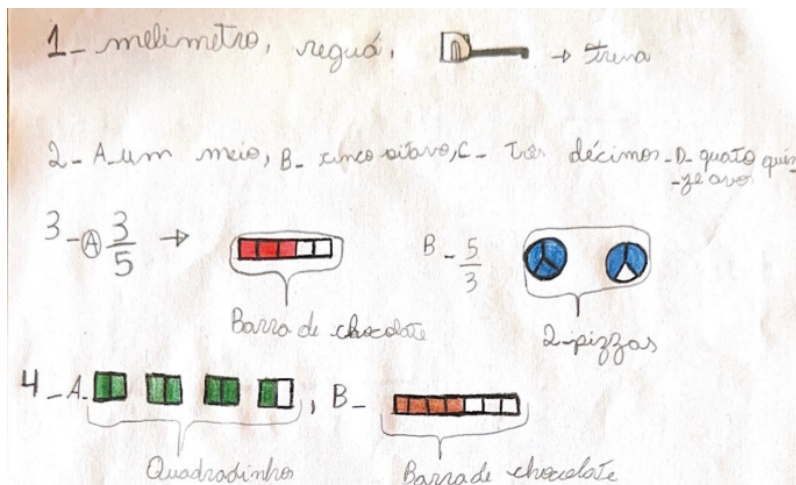
Handwritten student work for question 8. It shows three long division problems for converting fractions to decimals:

- $A - \frac{1}{2} =$  with a long division of 10 by 2 resulting in 5.
- $B - \frac{3}{4} =$  with a long division of 30 by 4 resulting in 7.5.
- $C - \frac{5}{3} =$  with a long division of 50 by 3 resulting in 16.66...

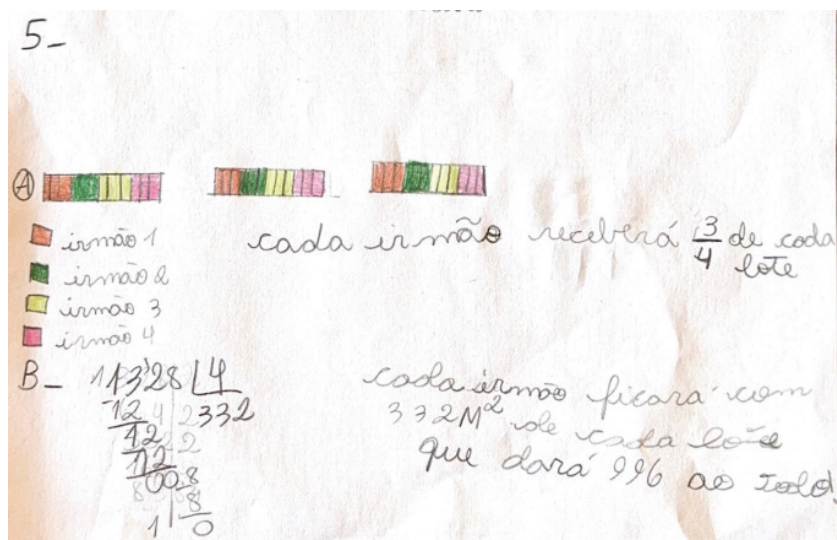
Below the divisions, the student compares the decimal results:  $R = 1,6 > 0,75 > 0,5$ .

Em relação a questão 9, fica claro no registro em linguagem coloquial que A8 compreende ou parece compreender os conceitos relacionados a frações equivalentes. Por fim e em complemento a esta questão, a número 10, é associada a uma pizza fatiada, o que pode estar relacionada ao pensamento associativo em que A8 está com fome ou vontade de comer uma pizza.

Iniciemos a análise de A9, que se entende também para A10, A11 e A12 que fazem parte dos mesmos grupos. De início na questão 1, o grupo faz a opção de registrar em desenhos pictóricos e também língua materna, citando milímetro, régua e trena. Na questão número 2, com exceção do “cinco oitavo”, as demais questões estão corretas, legíveis e de acordo com norma culta. A número 3 evidencia de forma correta as representações semióticas de um “desenho” que expressa uma barra de chocolate e pizza, também podemos analisar a escrita. Os mesmos olhares estão entrelaçados na questão de número 4. Questões, portanto, consideradas **adequadas**.

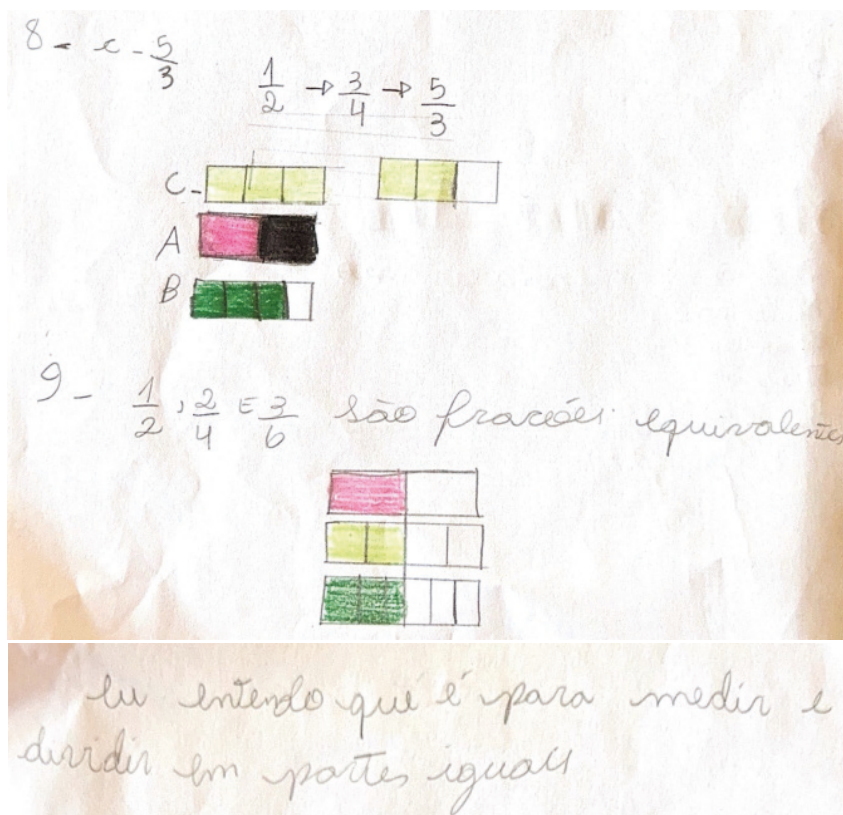


A questão número 5) a), engloba as representações pictóricas destacada por 4 cores diferentes, o que remete a uma legenda ligada ao tratamento da informação, em que A9 destaca os irmãos com ênfase na linguagem humana e brasileira que cada irmão, portanto, receberá  $\frac{3}{4}$  de cada lote. Na questão 5) b) A9 utiliza a divisão e multiplicação, atendendo um dos algoritmos de manipular frações e destaca em língua portuguesa que “cada irmão ficará com 332 m<sup>2</sup> de cada lote que dará 996 ao todo” Questões consideradas **adequadas**.



Na questão 6, A9 utiliza os algoritmos da multiplicação e divisão que são operações inversas, e mais uma vez destaca em cores vermelho e verde, que por meio de uma “chave” estabelece que 2.56 (cor vermelha) é o que estabelece a quantidade de mortos pelo vírus covid-19. Para a questão 7, estabelece o registro pictórico a fim de analisar visualmente que e concluir que  $\frac{5}{8}$  é menor que  $\frac{7}{8}$ .

Na questão número 8, A9 estabelece registro pictóricos e associa não com o decimal, mas com o valor fracionário propriamente dito e na questão 9, para além disso determina que são frações equivalente comparadas a partir de um outro registro utilizando barras de cores rosa, verde claro e verde escuro. Por fim, na questão 10, determina seu entendimento para a questão em aberto: “eu entendo que é para medir e dividir em partes iguais”. Esse excerto pode dar indícios nas relações partes de um todo em que as frações próprias e impróprias se disseminam.



Feitas essas análises por meio da Análise Textual Discursiva (MORAES, 2006; MORAES; GALIAZZI, 2012; LUCCAS, 2011) detalhamos os trajetos encaminhados pelos grupos 1, 2 e 3 em que expressaram de maneira efetiva apresentar indícios de aprendizagem, que pode ser determinado pela natureza dinâmica e rigorosa que ensaia o conhecimento matemático e dentre as variações que encaminham o ensino de frações na Educação Básica. Trata-se, portanto, de um ensino mediado por dúvidas e incertezas, que juntas pode caminhar para o entendimento de conceitos em frações possuem diferentes registro de representação semiótica, que podem serem interpretados em situações formais e informais nos diferentes contextos que assentam o campo do ensino e da aprendizagem matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo de cunho qualitativo e interpretativo em Educação Matemática tinha por objetivo analisar como alunos do 6º ano do Ensino Fundamental expressam alguns conceitos de frações próprias e impróprias por meio de uma sequência de atividades associadas a uma sequência didática pautada nos planejamentos disponibilizados pela Secretaria de Estado da Educação do Estado do Paraná no ano de 2023, e para tanto utilizou uma coleta de dados realizada em uma escola de campo do estado do Paraná.

Nesse sentido, a sequência de atividades foi mediada sob a ótica de Zabala (1998) promovendo objetivos conhecidos pelo professor e pelos alunos. Teoricamente buscou-se na literatura específica estudiosos que defendem as diferentes representações para o conjunto dos números racionais, em particular as frações. Hipoteticamente, podemos afirmar por meio dos dados empíricos, e descrição dos mesmos que estudantes do 6º ano utilizaram os conceitos matemáticos estudados de acordo com os contextos os quais os exercícios e as atividades foram inseridos.

A sequência didática e consequentemente a sequência de atividades, foi realizada em grupos, valorizando a interação social e a aprendizagem em pares. Nessa perspectiva, a sequência de atividades foi entendida como uma avaliação diagnóstica em que a investigação e análise de erros foi entendida como um processo intrínseco ao ensino de matemática, favorecendo um aprofundamento da aprendizagem dos educandos e da pesquisa realizada (BURIASCO; FERREIRA; CIANI, 2009).

Acrescemos ainda neste artigo nuances a respeito da abordagem Histórico-Epistemológica (PINHEIRO; LUCCAS; LUCAS, 2019) que pode ser utilizada em pesquisas a fim de se elaborar sequências didáticas com aportes históricos e epistemológicos. Com base nessa explanação e sugestão, professores dos diferentes níveis de ensino podem utilizar essa abordagem metodológica de ensino para a explanação dos números racionais sob um olhar histórico e ao mesmo tempo filosófico, podendo analisar e expor “uma” matemática criada e desenvolvida por seres humanos em um determinado período de tempo. Essas ideias podem implicar positivamente na aprendizagem dos alunos.

Para análise dos dados utilizamos a Análise Textual Discursiva (MORAES, 2006) em que categorias temáticas podem serem criadas a fim de organização dos dados empíricos da pesquisa realizada. Nesse sentido, elencamos a categoria “Utilização de números racionais em diferentes contextos” com as subcategorias adequada, parcialmente adequada e inadequada, estabelecendo alguns excertos dos grupos de estudantes.

Como salienta-se a literatura condizente os alunos parecem terem se apropriado de conceitos de frações próprias e impróprias, apresentando diferentes registros para os números racionais, em particular frações, o que acarretou o conceito e algoritmo de operações com números decimais, registros pictóricos, reta numérica dentre outros. Valorizamos o a contextualização do ensino de matemática sem desvalorizar a descontextualização, o que faz a Matemática prosseguir. Para além disso, entendemos que a matemática e seu ensino não podem perder o seu rigor e especificidade.



Este estudo com implicações na sequência didática associada a uma avaliação diagnóstica teve como pano de fundo os planejamentos disponibilizados pela SEED – PR do ano letivo de 2023 e para tanto foram feitas adaptações julgadas pertinentes pelo professor. Considera-se esses planejamentos de grande valia, tendo em vista que vão ao encontro do que salienta estudiosos da matemática, seu ensino e sua aprendizagem no que se refere aos conteúdos de frações próprias e impróprias.

A partir da análise dos dados constatamos que não houve questões consideradas inadequadas, o que pode sinalizar um olhar positivo diante de nossa pesquisa e principalmente a aplicação da sequência didática por meio da avaliação diagnóstica associada a sequência de atividades. Esse raciocínio pode sugerir que os planejamentos da SEED – PR são viáveis para o ensino e aprendizagem da matemática na Educação Básica. Considera-se ainda que atividades realizadas intencionalmente bem elaboradas podem ser férteis para a aprendizagem, entendendo que contextualização e descontextualização dos conceitos e teorias matemáticas devem ter um paralelo ligados a não linearidade do ensino de matemática na educação do campo, em particular do estado do Paraná.

## REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: matemática**, 2018.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani Bicudo. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **R.B.E.C.T.** 2012.
- BURIASCO, Regina Luzia Corio de. **Avaliação em matemática: um estudo das respostas de alunos e professores**. Tese de doutorado. UNESP. Rio Claro, 1999.
- BURIASCO, Regina Luzia Corio de; FERREIRA, Pamela Emanuelli Alves; CIANI, Andréia Buttner. Avaliação como prática de investigação (alguns apontamentos). **Bolema**. Rio Claro, 2009.
- LOPES, Antonio José. O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações. **Bolema**. Rio Claro, 2008.
- MORAES, Roque; GALIAZZI. Análise Textual Discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Ciência e Educação**, 2006.
- PARANÁ. Diretrizes Curriculares da Educação Básica Matemática. **SEED**, Curitiba, 2008.
- Marques Pinheiro, R., Luccas S. y Bueno Lucas, L. (2019). Sistemas de numeração á luz de uma abordagem histórico-epistemológica. **Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias**, 14(2), 253-267. DOI: <http://doi.org/10.14483/23464712.13030>
- SCHEFFER, Nilce Fátima; POWELL, Arthur Belford. Frações nos livros brasileiros do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). **Revemop**. Ouro Preto, 2019.