

UMA BREVE EVOLUÇÃO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA : HISTÓRIA E DINÂMICA ALGÉBRICA

Data de submissão: 30/12/2024

Data de aceite: 05/02/2025

Ricardo da Silva Souza

RESUMO: Este trabalho tem como objetivo a descrever o surgimento e o processo de evolução do uso dos elementos fundamentais matemática financeira no aspecto histórico, como os conceitos como valor e juros, a fim de esclarecer a reflexão do uso e da importância nos dias de hoje, a partir de uma metodologia literária. Publicações de D'Ambrósio (1972), Ifrah (1997) e Grando e Schneider (2010) descrevem o surgimento dos conceitos que sustentam a matemática financeira até os dias atuais. Esses conceitos estão fortemente atrelados ao surgimento e desenvolvimento do comércio na Idade Antiga e a evolução do conceito de troca, valor-mercadoria e moeda durante as eras históricas e ao decorrer da Idade Média, Moderna e Contemporânea. Dessa relação fundamental da interação dos indivíduos com o tempo surge o conceito de juros no que tange a oportunidade de garantia em relação as trocas. Matematicamente, a evolução acontece justamente no período em que a Matemática dá um salto de produção que ocorre na transição da Idade

Moderna para a Idade Contemporânea. O que foi desenvolvido na história é a base essencial das ferramentas de análise da nossa matemática financeira e comercial.

PALAVRAS-CHAVE: Equações Diferenciais, História da Matemática; Matemática Financeira; Juros Compostos; Moeda.

ABSTRACT: This article aims to describe the emergence and evolution process of the use of financial mathematical fundamental elements in the historical aspect, such as concepts such as value and interest, in order to clarify the reflection of the use and importance these days, the from a literary methodology. D'Ambrósio (1972), Ifrah (1997) and Grando and Schneider (2010) describe the emergence of the concepts that underpin financial mathematics to the present day. These concepts are strongly linked to the emergence and development of trade in the Old Age and the evolution of the concept of exchange, commodity value and currency during the historical eras and throughout the Middle Ages, Modern and Contemporary. From this fundamental relation of the individuals' interaction with the time the concept of interest in relation to the opportunity of guarantee in relation to

the exchanges arises. Mathematically, evolution happens precisely in the period in which Mathematics takes a leap in production that occurs in the transition from the Modern Age to the Contemporary Age. What has been developed in history is the essential basis of the analysis tools of our financial and commercial mathematics.

KEYWORDS: History of Mathematics. Financial math. Interest. Coin.

1 | INTRODUÇÃO

O comércio é uma das interações mais importantes para os desenvolvimento das sociedades no decorrer dos tempos. A comercialização de bens em toda sua história depende de três funções específicas dos indivíduos em uma sociedade: de uma unidade de valor, de um ofertante e um demandante do bem. Essas três funções caracterizam a função do comércio. As relações humanas evidenciam as trocas entre os indivíduos desde as primeiras civilizações da humanidade, ou seja, o ato de comerciar.

Nas primeiras civilizações, a partir da transição do nomadismo para o sedentarismo, da fixação de local para a moradia, houve-se a necessidade de produzir bens a partir de rudimentos empíricos da agricultura e a produção periódica de alimentos levou a condução a acumulação, denominada por excedente da produção ou simplesmente, excedente.

Com a formação das famílias e o intercâmbio entre famílias distantes geograficamente, surgiram as trocas de bens excedentes, mas não levando em consideração um valor de troca, de outra maneira, o ato de comerciar bens surgiu previamente da necessidade dos indivíduos em obter bens que saciavam a utilidade no seu cotidiano.

Mas essa troca por fins de utilidade imediata das famílias tornava sua equivalência justa? Será realizado um arcabouço na literatura, ou seja, uma metodologia documental para tentar responder esta pergunta perante a história da Matemática Comercial e Financeira.

2 | O CONCEITO DE VALOR NA IDADE ANTIGA

De acordo com Ifrah (1997), o primeiro tipo de comércio era chamado de escambo, no que consiste numa troca direta de bens sem um intermediário. Tais bens correspondiam necessariamente em bens de necessidade imediata como matérias-primas para a feitura de alimentos compostos tais como pães ou *in natura*, principalmente para saciar as necessidades básicas das famílias.

Do pensamento e da necessidade de simplificar os termos de trocas entre as comunidades, surge um sistema que seria a primeira normatização da história do comércio, as unidades denominadas “moeda-mercadoria”, para as civilizações primitivas até a formação das primeiras civilizações “nacionais” da Idade Antiga.

A primeira civilização que se tem conhecimento de uma formalização de um sistema de moeda mercadoria é a Suméria por volta de 3000 a.C, em que a troca era realizada por cereais e posteriormente, por metais.

Esta civilização possui a tábua mais antiga de registro financeiro. Moreira, et al. (2010) descreve o alto grau de habilidade computacional a partir do sistema sexagesimal posicional e que o Sumérios possuía intimidade com contratos, faturas e todos os documentos de registro de cálculo.

No Egito antigo, na Idade do Bronze, as mercadorias eram pagas com metais como cobre, bronze e, por vezes, ouro e prata, divididos em pepitas ou palhetas, ou, ainda, na forma de lingotes e anéis, cujo valor era determinado pelo peso.

Na civilização grega, Ibrah (1997) cita a grande obra Iliada de Homero do século VIII a.C, no qual: “Uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois, a armadura em bronze de Glauco em 9 bois e a de Diomedes (que era de ouro) em 100 bois”. Grando e Scheinder (2010) referência o boi como um padrão de equivalência, dada a utilidade.

Em outra civilização importante para construção fundamental do mundo contemporâneo, o Império Romano, no seu início, usava o valor de troca o sal, que era um padrão de equivalência por ser útil para a conservação de alimentos. A palavra “salário”, em português, se remete historicamente da remuneração dos valores de troca e a unidade de medida.

Na América pré-colombiana e algumas ilhas do Pacífico os termos de troca também existiam em termos de bens de consumo primários como o cacau e o milho e também de utensílios artesanais como as ferramentas para caça. Os astecas, difundiram os termos de troca na relação valor-mercadoria a uma unidade multiplicadora conhecida como *xiquipilli*. Era um saco, padronizado, que continha 8000 grãos. Uma primeira idéia de moeda lastreada.

Na China dos séculos XVI a XI a.C, as trocas de mercadorias eram indexadas em uma unidade de valor específica. Segundo Grando e Scheinder (2010) trocavam-se gêneros e mercadorias por padrões como dentes ou chifres de animais, conchas, couros e peles.

A moeda como padrão de troca começou a ser usada quando o metal começou a ser estilizado e cunhado em larga escala, com igual peso e com a marca da autoridade pública. Ainda não se tem ideia o local exato do surgimento da moeda cunhada em um metal. Grando e Scheinder citam a Ásia Menor ou a Fenícia como locais do surgimento desse sistema.

A facilidade da moeda como padrão de troca é evidente. Lopes e Rosseti (2008) no livro economia monetária cita brevemente que a facilidade de transporte, o lastro de valor associado ao valor de trabalho ao se obter metais como ouro e prata e a legitimação do Estado eram fundamentais para um sistema de troca justo e eficiente.

3 | OS JUROS NA IDADE ANTIGA

A ideia funcional de juros e está relacionada aos conceitos de troca e moeda. Luz e Bayer (2013) afirmam que o sistema de juros e impostos estão presentes na civilização desde

a Idade Antiga. Seu primeiro registro apareceu na Babilônia em 2000 a.C. A sistematização de juros está ligado ao conceito de valor-mercadoria e a lógica do transcorrer do tempo.

Quando um babilônio transacionava sementes para sua plantação agrícola do detentor de sementes, este prometia devolver a quantidade de sementes ou derivados da produção agrícola no estágio final e um valor de compensação. Este o valor de compensação era o excedente que estava na promessa da transação. Esta é a primeira aparição de juros.

No avanço do conceito de juros, em 575 a.C, existiam escritórios de fomento de juros. O funcionamento desses escritórios é a primeira modalidade de banco já que haviam os empréstimos dinheiros a juros com intuito de financiar o comércio. É observado que a prática de empréstimo de dinheiro era baseado um local específico para este fim (D'AMBRÓSIO, 1972).

Do célebre trabalho de D'Ambrósio (1972) informa a existência de tábuas nas coleções de Berlim, de Yale e do Louvre sobre problemas relacionados a juros compostos. Em Istambul existem tábuas que que associam de um valor “a” para n de 1 a 10 e para a = 9, 16, 100 e 225. Com essas tábuas podem-se resolver equações exponenciais do tipo $a^n = b$.

Prosseguindo na história, adentro ao livro da Bíblia, existem passagens que citam os juros. Trechos de capítulos como os Salmos, Jeremias e Deuteronômio citam juros e o empréstimo de dinheiro. Em Ezequiel, 18,8 diz: “ Busca altos lucros mediante os empréstimos que realiza e cobra juros. Sendo assim, eis que te indago: Porventura deverá viver um homem com este caráter? ”

A confecção da bíblia está intimamente ligada ao Império Romano, no qual, tal civilização formalizou o conceito moderno de impostos, uma modalidade de juros negativo partindo da ótica do desconto. O imposto no Império visava o desenvolvimento do Estado, financiando construções de estradas, prédios públicos e a expansão e manutenção do setor bélico.

4 | AS TROCAS, O VALOR E O JUROS NA IDADE MÉDIA: O SURGIMENTO DO BANCO COMERCIAL

Na Idade Média, período que correspondente entre os séculos V a XV, ficou conhecido pela dominância da Igreja em vários aspectos da sociedade como a divisão de terras, a produção e comercialização de bens, a produção e legitimação da moeda (criação e padronização de valor) não era diferente. Era gerenciada exclusivamente pela Igreja para as disposições de trocas entre as regiões por ela dominada.

Entretanto, baseado nas escrituras da Bíblia, qualquer tipo de comercio era proibido: não se podia trocar bens a fins de acumular riquezas e emprestar dinheiro a juro era pecado, tal como a acumulação de riquezas. Todos os indivíduos deveriam ceder suas riquezas para a Igreja.

Assim a Igreja entra em cena quando cria o Banco do Espírito Santo que além das cobranças religiosas se especializara também na realização de operação de empréstimos, dominando a atividade e condenando qualquer outro cidadão de exercer a mesma atividade (GRANDO E SCHEINDER, 2010).

No entanto, a Igreja não conteve por muito tempo o ímpeto dos cidadãos em busca de lucro e logo surgira na Itália primeiro banco privado que foi fundado em Veneza, pelo duque Vitali, no ano de 1157 e assim a Igreja havia concorrentes no mercado.

Gonçalves (2007) enfatiza uma possível relação entre o cálculo de juros compostos para o uso de um sistema de Matemática Comercial visto que o surgimento dos bancos alavancou o comércio e as transações. Para isso, a produção de moedas de ouro e prata e a associação do valor de lastro estimulava o aprimoramento dos cálculos realizados para tal fim.

5 | O CONCEITO DE VALOR E JUROS NA IDADE MODERNA: O PADRÃO OURO E OS CHEQUES

Este período se caracteriza por uma época de transição conhecido como mercantilismo, em que as trocas passaram a ter escalas maiores e o conceito de moeda e valor tomou patamares imaginados e a demanda por novos bens se fazia necessário.

As cidades italianas são destaques quando se trata de desenvolvimento comercial durante a transição para a Idade Moderna como Veneza, Pisa, Gênova e Florença que negociavam diretamente com o Oriente. No século XV, países como Holanda, Espanha, Portugal e, posteriormente a Inglaterra, entraram para o comércio internacional via rotas marítimas.

Como cada país havia sua própria moeda e as relações comerciais entre os países era vigente, havia um problema de medida de troca. Surge então, o comércio monetário ou o câmbio.

Segundo Grandó e Scheinder (2010), definiu-se o primeiro critério para determinar equivalência entre as moedas o “padrão ouro”, em que o valor é indexado em relação ao total de ouro que o país detinha. Logo, bastaria transformar as moedas do país local e estrangeiro para uma medida de gramas de ouro e intercambiar. Nesse contexto, surgem os cambistas.

A descoberta da América trouxe um crescimento de bens primários para o continente europeu e assim, os bancos comerciais aumentavam suas transações de tal maneira que a quantidade de moeda era insuficiente para o cumprimento das promessas bancárias.

Surge então um ente financeiro que vive até hoje, a conta corrente. Robert (1989) sucintamente descreve que o indivíduo atrela um valor monetário no banco sob a denominação de conta corrente. Se o indivíduo precisa pagar a outro, este faz um formulário impresso pelo banco chamado cheque.

Grandó e Scheinder (2010) partindo dessa proposta consideram o cheque como a

primeira forma de papel-moeda. Da ligação próxima com o câmbio surge também as letras de câmbio.

Estes dois produtos bancários: padrão-ouro e papel-moeda foram fundamentais para o avanço dos sistemas financeiros atuais. Gonçalves (2007) diz que os instrumentos bancários foram os propulsores práticos para a Matemática Financeira e, sem esta motivação, essa área da Matemática não estaria tão avançada.

Com o crescimento significativo da atividade comercial na Idade Moderna e o interesse pela educação, visto que o Renascimento é uma escola que surgia nesta fase, foram elaborados os primeiros escritos populares sobre a aritmética e muitos desses escritos eram feitos exclusivamente para preparar jovens para carreiras comerciais. (EVES, 2004).

A obra denominada Aritmética de Treviso é considerada a mais antiga aritmética impressa, anônima e extremamente rara nos dias de hoje. Publicada na cidade de Treviso, em 1478.

No século XVII, na publicação da segunda edição do *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* de John Napier (1550-1617), no seu capítulo *Appendix to the Logarithmes* foi apresentada ao mundo a origem algébrica da constante matemática $e = 2,718281$. Este número foi concebido justamente por Napier ter o computado em cálculos de juros compostos (FRANCISCHETTI, PADOVEZE, GIULIANI, 2007).

Portanto, a aritmética foi a precursora nos cálculos dos problemas nas relações comerciais de vários povos, evoluindo mais tarde para o uso da álgebra e teve a sua contribuição importante na forma como hoje são resolvidas as questões da matemática comercial e financeira.

6 | A MATEMÁTICA FINANCEIRA NA IDADE CONTEMPORÂNEA: FORMALIZAÇÃO DO USO DOS JUROS COMPOSTO: A DINÂMICA ALGÉBRICA

A Idade Contemporânea é a era histórica que compreende os eventos posteriores a Revolução Francesa. Nesse período, a matemática vigente andava a passos largos com o desenvolvimento do cálculo e da física, principalmente o conceito da taxa de variação.

No contexto econômico, as cidades do século XVIII E XIX cresciam ao patrocínio das indústrias e estas evoluíam diante a ciência aplicada na invenção de novos bens. Os bancos eram as grandes instituições de fomento, crédito e transações financeiras.

Associado ao fator tempo, a formalização dos juros compostos se concretizou com base nos estudos de Napier e das funções exponenciais por Leibniz em 1694 e desenvolvido pelos matemáticos dos séculos posteriores, principalmente Clairaut e Euler no século XVII, com o objetivo de facilitar a sociedade industrial e bancária (SOARES e SILVA, 2016).

Baseado no livro de Boyce e Diprima (2010), brevemente está a explicação na forma equação diferencial que Clairaut descreveu com a definição utilizada atualmente:

Suponha que uma quantia de dinheiro em um depósito bancário sofra juros a uma taxa r ao mês. O valor $S(t)$ depende do intervalo de tempo que os juros são aplicados a uma taxa contínua ao tempo (t). O crescimento do investimento pode ser descrito a uma taxa de variação do valor do investimento dS/dt . Tal quantidade é igual a taxa segundo a qual os juros acumulam, que é a taxa de juros r , vezes o valor atual do investimento $S(t)$. Então obtemos a equação diferencial de primeira ordem que descreve o processo:

$$\frac{dS}{dt} = rS \quad (1)$$

Esta equação é separável, podemos então escrever dt a direta da equação, da seguinte forma:

$$ds = S r dt \quad (2)$$

Dividindo ambos lados da equação (2) por S , tem-se:

$$\frac{ds}{S} = r dt \quad (3)$$

Aplicando a integral indefinida em ambos os lados da equação tem-se:

$$\int \frac{ds}{S} = \int r dt \quad (4)$$

Resolvendo a equação (4), obtem-se:

$$\ln S = rt + k \quad (5)$$

Multiplicando ambos os lados da equação por e , obtem-se (6):

$$S = e^{rt+k} \quad (6)$$

Da propriedade de produto de potências:

$$S_t = e^{rt} \cdot e^k \quad (7)$$

Como e^k é uma constante, temos em $t=0$, $e^k = S_0$

Seja assim, S_0 valor inicial do investimento e resolvendo a equação de primeira ordem, obtem-se valores de S para qualquer instante de tempo t . Tem-se que :

$$S_t = S_0 e^{rt} \quad (8)$$

Note que em (8) descreve um produto bancário de juros capitalizados que cresce continuamente. O modelo usado nos dias atuais é tem uma forma discreta desse modelo, isto é, que se usa o tempo fixado por períodos como mês, bimestre e ano. .

Parte principal do trabalho, que contém a exposição ordenada e pormenorizada do assunto. É composta de revisão de literatura, dividida em seções e subseções, material e método(s) e/ou metodologia e resultados, agora descritos detalhadamente. Cada seção ou

subseção deverá ter um título apropriado ao conteúdo.

Deve-se utilizar sempre a terceira pessoa do singular na elaboração do texto, mantendo-se a forma impessoal com o uso do pronome SE.

7 | BREVE CONSIDERAÇÃO

Hoje em dia, existem muitos produtos derivados desses conceitos que movimentam as economias mundiais em que faz se necessário o uso da matemática financeira..

Muitos desses produtos foram derivados da necessidade humana tais como as trocas de bens pelo valor-mercadoria, da criação da moeda em espécie, do crescimento do comércio no Renascimento e do financiamento para a inovação das indústrias durante a primeira Revolução Industrial, foram importantes para que os produtos que encontramos atualmente sejam cada vez mais utilizadas, como a moeda virtual, por exemplo.

Dentre esses produtos, o conceito de juros tem destaque, vista utilização do conceito desde 3000 a.C até os dias atuais com o mesmo propósito, de compensar no futuro o agente que emprestou um bem que possui valor.

Assim a matemática foi fundamental para desenvolver os produtos financeiros que temos atualmente e que tanto maximiza o bem-estar das pessoas, empresas e instituições.

REFERÊNCIAS

BÍBLIA. A. T. Gênesis. In: **BÍBLIA. Português**. Bíblia sagrada: contendo o antigo e o novo testamento. Tradução de João Ferreira de Almeida. Rio de Janeiro: Sociedade Bíblica do Brasil, 1966. p.678-686.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

CARVALHO, T. M.; CYLLENO, P. E. **Matemática comercial e financeira: complementos de matemática**. 2. ed. Rio de Janeiro: Fename, 1971.

CHIANG, A. C.; WAINWRIGHT, K. **Matemática para Economistas**. Tradução da Quarta Edição. Elsevier. São Paulo, 2005.

D'AMBROSIO, N; D'AMBROSIO, U. **Matemática Comercial e Financeira e Complementos de Matemática para os cursos do 2º grau**. 20.ª edição. Companhia Editorial Nacional. São Paulo, 1972.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

FRANCISCHETTI, C.E ; PADOVEZE, C.L; GIULIANI, A. C. **Resgate histórico da relação exponencial sobre os juros compostos**. Rev. FAE, Curitiba, v.10, n.1, p.39-48, jan./jun. 2007

GONÇALVES, J. P. **A história da matemática comercial e financeira**. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira4.php>>. Acesso em: 20 jan. 2017.

GRANDO, N.I ; SCHNEIDER, I, J. **Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2010.

IFRAH, G. **História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1.

LOPES, J.C; ROSSETI, J.P. **Economia Monetária** 10. Ed. Ver..ampl. e atual – São Paulo : Atlas, 2008.

LUZ; L.H; BAYER; **A. Matemática na Educação Básica**. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, 2013.

MOREIRA, F.R; COSTA,E.T; SANTOS, R.C; FERREIRA, W.C; CABACINHA, C.D . **Juros: Conceitos e Aplicações**. Enciclopédia Biosfera . Goiania, 2010.

ROBERT, J. A origem do dinheiro. 2. ed. São Paulo. Global, 1989.

SCHNEIDER, I. J. **Matemática financeira: um conhecimento importante e necessário para a vida das pessoas**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2008.

SOARES, W.J.B. **Uma história sobre o Ensino de Juros..** Curitiba. Appris, 2016.