CAPÍTULO 10

NÚMEROS COMPLEXOS NAS CIÊNCIAS EXATAS E NA ENGENHARIA ELÉTRICA

Data de submissão: 07/11/2024 *Data de aceite: 02/12/2024*

Thiago Daboit Roberto
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ
Rio de Janeiro, Brasil
http://lattes.cnpq.br/2694615438248688

Isabelle Ferreira Pesset
Universidade Veiga de Almeida - UVA
Rio de Janeiro - RJ
http://lattes.cnpq.br/2406388882407891

Edísio Alves de Aguiar Junior
Universidade Veiga de Almeida - UVA
Rio de Janeiro - RJ
http://lattes.cnpq.br/7977581823883152

Maximiano Correia Martins
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ
Rio de Janeiro - RJ
http://lattes.cnpq.br/3232700055302552

Thiago Corrêa Almeida
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ
Rio de Janeiro - RJ
http://lattes.cnpq.br/3266404381934797

André Pereira de Almeida
Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ
Rio de Janeiro - RJ
http://lattes.cnpq.br/6871464920281079

RESUMO: Este capítulo aborda a importância dos números complexos na Engenharia Elétrica, com foco em suas aplicações em circuitos de corrente alternada e na análise de sinais. Inicialmente, são apresentados os conceitos fundamentais e as representações cartesianas e polares, destacando como essas formas facilitam cálculos de magnitude e fase em fenômenos oscilatórios. Em seguida, exploram-se as aplicações práticas dos números complexos em circuitos RLC, onde a representação de impedância complexa permite uma análise precisa de defasagens e frequências. Ferramentas computacionais, como Geogebra e CircuitLab, são discutidas como recursos didáticos eficazes, pois oferecem simulações e visualizações interativas que ajudam a superar barreiras de aprendizado. Por fim, o capítulo sugere estratégias para aprimorar o ensino de números complexos, incentivando o uso de abordagens visuais e colaborativas que promovam uma compreensão prática e sólida entre futuros engenheiros.

PALAVRAS-CHAVE: Números complexos, Engenharia Elétrica, Circuitos RLC, Impedância, Ferramentas computacionais.

COMPLEX NUMBERS IN EXACT SCIENCES AND ELECTRICAL ENGINEERING

ABSTRACT: This chapter explores the importance of complex numbers in Electrical Engineering, focusing on their applications in alternating current circuits and signal analysis. Initially, fundamental concepts and Cartesian and polar representations are presented, highlighting how these forms facilitate calculations of magnitude and phase in oscillatory phenomena. Practical applications of complex numbers in RLC circuits are then examined, where complex impedance representation allows for precise analysis of phase shifts and frequencies. Computational tools, such as Geogebra and CircuitLab, are discussed as effective educational resources, providing interactive simulations and visualizations that help overcome learning barriers. Finally, the chapter suggests strategies to enhance the teaching of complex numbers, encouraging the use of visual and collaborative approaches that foster practical and robust understanding among future engineers.
KEYWORDS: Complex numbers, Electrical Engineering, RLC circuits, Impedance, Computational tools.

1 I INTRODUÇÃO

Os números complexos são fundamentais na Engenharia Elétrica e em outras áreas das ciências exatas, pois facilitam a análise de sistemas com grandezas que variam em amplitude e fase, como sinais e circuitos de corrente alternada. O conceito de número complexo foi introduzido historicamente para resolver equações polinomiais sem raízes reais e está baseado na unidade imaginária j, onde $j^2=-1$ (FINE; ROSENBERGER, 1997). Esse formalismo se tornou indispensável para representar grandezas que exigem mais de uma dimensão para sua interpretação, como oscilações em circuitos elétricos (SADIKU, 2007).

No contexto da Engenharia Elétrica, os números complexos permitem simplificar operações que envolvem fenômenos de defasagem em circuitos com resistores, capacitores e indutores, facilitando a manipulação algébrica de grandezas oscilatórias, como tensão e corrente alternadas. Em circuitos RLC, por exemplo, a representação de tensões e correntes no plano complexo possibilita o cálculo preciso de impedâncias e a análise das relações de fase entre as variáveis, otimizando a resolução de problemas de maneira prática e eficiente (VIEIRA; PINTER, 2019).

Embora a aplicação dos números complexos seja essencial para a formação em Engenharia, muitos estudantes apresentam dificuldades em compreender e manipular esses conceitos, principalmente devido à falta de familiaridade com o número imaginário e à dificuldade em visualizar operações no plano complexo (NORDLANDER; NORDLANDER, 2012). Estudos indicam que, embora o tema seja introduzido no ensino médio, existem lacunas significativas no aprendizado, e os materiais didáticos muitas vezes oferecem uma abordagem limitada sobre o uso prático dos números complexos em problemas reais (JÚNIOR, 2016; OPPENHEIM; VERGHESE, 2015).

Diante dessas dificuldades, o uso de ferramentas computacionais, como o Geogebra e o CircuitLab, mostra-se promissor, pois proporciona visualizações interativas que facilitam a compreensão das operações no plano complexo e a interpretação de fenômenos de defasagem. Essas plataformas permitem que estudantes de engenharia explorem conceitos teóricos de maneira prática e visual, promovendo uma compreensão mais intuitiva e aplicável do tema.

Este capítulo, portanto, aborda a relevância dos números complexos na Engenharia Elétrica, explorando desde suas bases conceituais até suas aplicações práticas em circuitos elétricos. Além disso, são discutidas estratégias pedagógicas para melhorar o aprendizado, com foco no uso de ferramentas visuais e metodologias didáticas que tornam o ensino dos números complexos mais acessível e eficaz.

2 | CONCEITOS FUNDAMENTAIS E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

Os números complexos surgiram como uma extensão dos números reais, criados para resolver equações polinomiais que não possuem soluções no conjunto dos reais. A unidade imaginária, permite construir números complexos da forma $z=a+bj$, em que a é a parte real e b é a parte imaginária do número complexo z. Esse tipo de representação, chamado de forma algébrica, é amplamente utilizado em cálculos que envolvem sinais e fenômenos oscilatórios na Engenharia Elétrica (FINE; ROSENBERGER, 1997).

A introdução dos números complexos se torna especialmente relevante ao lidar com funções cujas raízes não pertencem ao conjunto dos números reais. A Figura 1, por exemplo, representa graficamente a função $f(x)=x^2+1$, que não cruza o eixo x no plano real, indicando a necessidade de uma extensão para o plano complexo para que suas raízes possam ser determinadas.

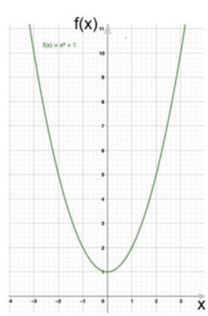

Figura 1: Exemplo de função complexa.

Na Engenharia Elétrica, os números complexos são essenciais para representar grandezas que variam em amplitude e fase, como a tensão e a corrente alternada em circuitos elétricos (SADIKU, 2007). Operações que envolvem esses sinais periódicos, e que exigem a manipulação de defasagens e frequências, são simplificadas com o uso dos números complexos, permitindo uma abordagem visual e algébrica para fenômenos que, de outra forma, exigiriam cálculos trigonométricos complexos (BOYLESTAD, 2013).

2.1 Representação Cartesiana e Polar

No plano complexo, a visualização dos números complexos é feita com o eixo horizontal representando a parte real e o eixo vertical representando a parte imaginária de *z*. A representação gráfica dos números complexos no plano facilita a compreensão e a execução de operações básicas, como a soma e a subtração, que podem ser realizadas somando-se as partes reais e imaginárias separadamente.

Na forma $z= a+bj$, os números complexos são facilmente manipuláveis para operações de soma e subtração. Para somar dois números complexos $z_1= a_1+b_1j$ e $z_2= a_2+b_2j$, basta somar as partes reais e imaginárias, como:

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)j \quad (1)$$

A Figura 2 apresenta a representação cartesiana de um número complexo, destacando a visualização das partes real e imaginária, o que facilita a compreensão dessas operações.

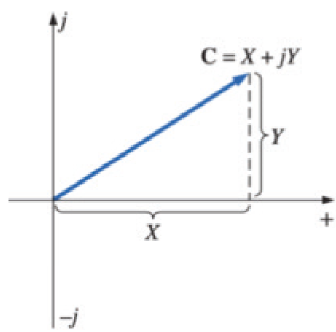

Figura 2: Representação cartesiana de um número complexo.

Em algumas operações, como multiplicação e divisão, a forma polar é mais adequada, pois permite descrever *z* em termos de sua magnitude |*z*| e ângulo *θ*. A forma polar de *z* é dada por:

$$z = |z| (cos\theta + jsen\theta) = |z| e^{j\theta} \quad (2)$$

onde $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ é a magnitude e $\theta = tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$ é o ângulo de fase. Esta representação é conveniente para operações de multiplicação e divisão, pois as magnitudes dos números são multiplicadas (ou divididas) e os ângulos são somados (ou subtraídos), simplificando a análise.

A Figura 3 ilustra a representação polar de um número complexo no plano complexo, destacando a relação entre a magnitude e o ângulo. Essa figura ajuda a explicar visualmente por que a forma polar é vantajosa em operações que envolvem rotação e escala, comuns em problemas de Engenharia Elétrica.

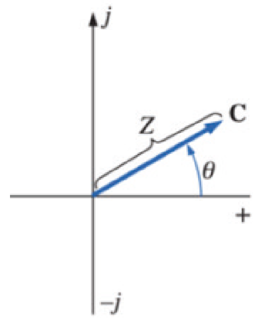

Figura 3: Representação polar de um número complexo no plano complexo.

Além disso, no plano complexo, a multiplicação de um número por *j* corresponde a uma rotação de 90° no sentido anti-horário, característica essencial para o estudo de circuitos com componentes que introduzem defasagens, como capacitores e indutores.

2.2 Importância das Representações na Engenharia Elétrica

A versatilidade entre as representações algébrica e polar é uma característica que torna os números complexos particularmente úteis na Engenharia Elétrica. Em circuitos de corrente alternada (CA), onde tensões e correntes oscilam com o tempo, o uso da forma polar simplifica o cálculo de variáveis importantes, como a impedância e a defasagem.

Por exemplo, em um circuito RLC série, a impedância total Z pode ser expressa como:

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (3)$$

onde R é a resistência, L é a indutância, C é a capacitância e ω é a frequência angular da fonte de tensão. Esse modelo de impedância em forma complexa permite entender rapidamente como cada componente afeta a fase e a magnitude da corrente e da tensão, simplificando análises que seriam mais complicadas com representações puramente trigonométricas (VIEIRA; PINTER, 2019).

Em resumo, o uso dos números complexos não apenas facilita cálculos em problemas de Engenharia Elétrica, mas também permite a visualização intuitiva de fenômenos oscilatórios e de defasagem, contribuindo para o entendimento completo de fenômenos que exigem análises em duas dimensões.

3 I APLICAÇÕES DOS NÚMEROS COMPLEXOS EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Na Engenharia Elétrica, os números complexos são amplamente utilizados para representar e resolver problemas que envolvem grandezas alternadas, como a tensão e a corrente em sistemas de corrente alternada (CA). Os números complexos permitem descrever tanto a magnitude quanto a fase dessas grandezas, simplificando a análise de circuitos elétricos com componentes que introduzem defasagens, como resistores, capacitores e indutores (SADIKU, 2007).

3.1 Análise de Circuitos RLC com Impedância Complexa

Em circuitos de corrente alternada com resistores, indutores e capacitores (conhecidos como circuitos RLC), os componentes introduzem defasagens específicas entre a tensão e a corrente. A resistência (R) causa uma resposta em fase, enquanto o capacitor (C) e o indutor (L) produzem defasagens de -90° e +90°, respectivamente, na corrente em relação à tensão. Os números complexos são fundamentais para representar essas relações de forma simplificada e precisa.

A impedância complexa Z descreve a resistência total que um circuito apresenta a uma corrente alternada, levando em conta as contribuições de cada componente (BOYLESTAD, 2013). Para um circuito RLC série, a impedância foi dada pela Equação (3).

A representação complexa da impedância é vantajosa porque permite combinar as contribuições de cada componente de forma direta.

3.2 Fasores e Representação no Plano Complexo

Para representar grandezas alternadas, como tensão e corrente em circuitos CA, utiliza-se o conceito de fasores, que são vetores rotativos representados no plano complexo. Um fasor é uma representação complexa de uma grandeza senoidal, onde a magnitude do vetor corresponde à amplitude da onda senoidal e o ângulo de fase indica sua posição no ciclo.

Por exemplo, para uma tensão $V(t)=V_0 cos(\omega t+\phi)$ o fasor correspondente é $V=V_0e^{j\phi}$, onde V_0 é a amplitude e ϕ é o ângulo de fase. Isso permite representar a tensão como uma grandeza complexa estática no plano complexo, facilitando a soma e subtração de ondas senoidais defasadas, operações que seriam mais complexas se realizadas apenas com funções trigonométricas.

3.3 Aplicação Prática: Exemplo de Cálculo de Corrente em Circuito RLC

Em um circuito RLC série com uma fonte de tensão alternada, a corrente I que circula pelo circuito pode ser determinada pela Lei de Ohm generalizada para impedâncias:

$I = \frac{V}{Z}$. Supondo que a tensão da fonte é $V = V_0 e^{j\phi}$, e a corrente pode ser obtida pela divisão do fasor de tensão pela impedância complexa:

$$I = \frac{V_0 e^{j\phi}}{Z} = \frac{V_0}{|Z|} e^{j(\theta - \phi)} \quad (4)$$

Esse cálculo fornece a amplitude da corrente e a defasagem relativa entre tensão e corrente, um aspecto essencial em circuitos CA, onde diferentes componentes (R, L, C) introduzem defasagens específicas na corrente em relação à tensão de entrada.

3.4 Transformadas e Frequências em Análise de Sinais

Os números complexos também são fundamentais na análise de sinais em Engenharia Elétrica, especialmente em transformadas como a de Fourier, que decompõe um sinal no domínio do tempo em suas componentes de frequência. A transformada de Fourier é amplamente utilizada para analisar e projetar sistemas de comunicação e controle, onde as frequências e as fases dos sinais determinam o comportamento do sistema.

A Figura 4 ilustra uma Transformada de Fourier de um sinal, mostrando a decomposição do sinal original em suas componentes reais e imaginárias no domínio da frequência. Essa representação é essencial para entender a aplicação dos números complexos na análise de sinais, onde cada componente de frequência pode ser representada como um fasor com sua própria magnitude e fase.

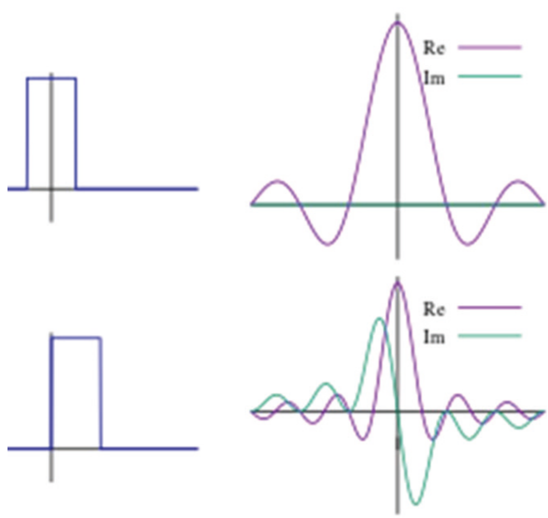

Figura 4: Exemplo de Transformada de Fourier no domínio da frequência.

4 I FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS COMO APOIO DIDÁTICO

Uma das principais dificuldades no aprendizado dos números complexos é a abstração envolvida em conceitos como o número imaginário e a interpretação de operações no plano complexo. Ferramentas computacionais oferecem suporte didático valioso ao permitir a visualização interativa de operações complexas e a simulação de fenômenos, que ajudam os estudantes a entenderem melhor os conceitos.

4.1 Geogebra

O Geogebra é uma ferramenta amplamente utilizada para visualização gráfica e apoio didático em áreas como álgebra, cálculo e geometria. Para o ensino de números complexos, o Geogebra possibilita a criação de representações visuais que mostram as operações no plano complexo, ajudando a tornar mais concretos os conceitos de soma, subtração, multiplicação e rotação.

Uma aplicação comum no Geogebra é a representação de operações básicas com números complexos, como a soma e a multiplicação, permitindo que os alunos visualizem diretamente no plano complexo as mudanças de magnitude e fase. A Figura 5 apresenta uma visualização da soma de dois números complexos no Geogebra, demonstrando a simplicidade dessa operação gráfica, o que ajuda na compreensão dos resultados de uma soma algébrica.

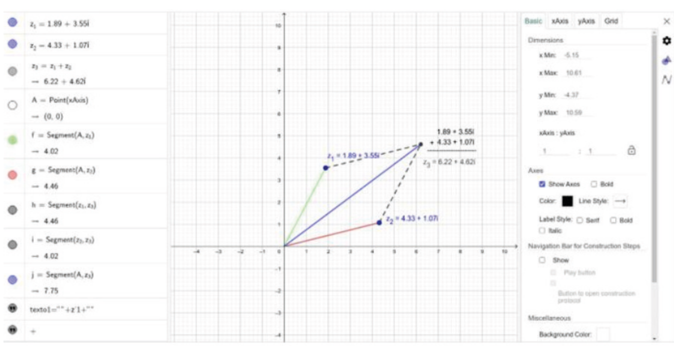

Figura 5: Exemplo de soma de números complexos no Geogebra.

Além disso, o Geogebra permite a visualização de rotações e outras operações que ilustram como a multiplicação por um número complexo afeta o ângulo e a magnitude no plano complexo.

4.2 CircuitLab

Enquanto o Geogebra é ideal para a visualização de operações algébricas no plano complexo, o CircuitLab é uma ferramenta focada em simulação de circuitos elétricos, tanto analógicos quanto digitais. O CircuitLab permite que estudantes montem e analisem circuitos de corrente alternada, fornecendo uma representação visual das respostas de amplitude e fase das tensões e correntes nos diferentes componentes.

Para estudantes de Engenharia Elétrica, o CircuitLab é particularmente útil na análise de circuitos RLC, onde as defasagens causadas pelos elementos resistivos, indutivos e capacitivos afetam as grandezas de tensão e corrente. Por exemplo, a Figura 6 mostra a simulação de um circuito RLC no CircuitLab, onde o comportamento da tensão e da corrente é exibido no domínio do tempo, oferecendo uma visão realista dos efeitos de fase e amplitude em cada componente do circuito.

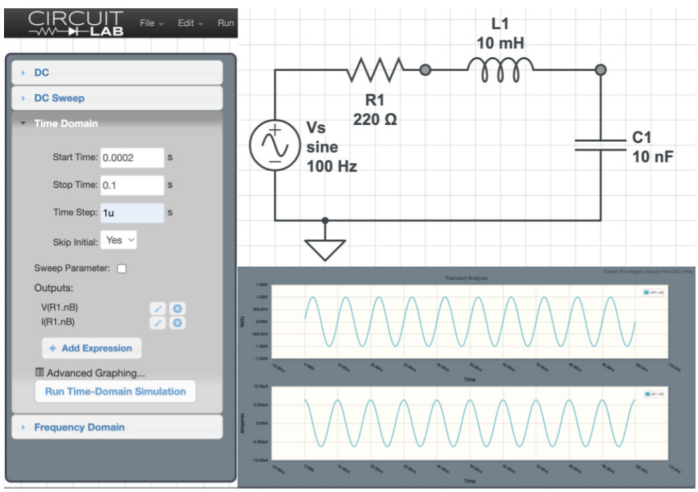

Figura 6: Simulação de um circuito RLC com fonte senoidal no CircuitLab.

Outra funcionalidade relevante do CircuitLab é a possibilidade de visualizar a resposta dos circuitos no domínio da frequência. A Figura 7 ilustra a resposta em frequência de um circuito RLC, com a amplitude e fase das tensões apresentadas para diferentes frequências. Esta representação é fundamental para o entendimento de fenômenos de ressonância e comportamento de frequência em sistemas elétricos, conceitos que exigem uma compreensão detalhada das operações com números complexos.

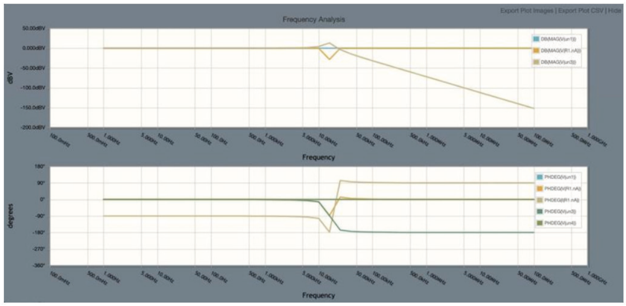

Figura 7: Domínio da frequência: Amplitude e fase da tensão ao longo dos elementos do circuito RLC.

4.3 Benefícios para o Aprendizado

O uso de ferramentas como o Geogebra e o CircuitLab proporciona uma série de benefícios ao aprendizado dos números complexos. Entre os principais estão:

Visualização Interativa: A visualização gráfica e interativa ajuda os alunos a entenderem operações abstratas, como rotações e multiplicações complexas, de uma forma concreta e visual.

Ferramentas como o CircuitLab simulam circuitos reais e permitem que os alunos observem o comportamento dinâmico das grandezas elétricas em função da frequência e do tempo, conectando a teoria dos números complexos com aplicações práticas.

Essas plataformas possibilitam que os estudantes explorem conceitos por conta própria, desenvolvendo a intuição e o entendimento conceitual de maneira autônoma.

A aplicação de ferramentas computacionais contribui significativamente para superar barreiras no aprendizado dos números complexos, proporcionando uma abordagem visual que é muitas vezes mais intuitiva e eficaz do que métodos tradicionais. Além disso, o uso de simulações e representações interativas alinha-se com metodologias modernas de ensino, que priorizam a construção do conhecimento por meio de experimentação e exploração.

5 | DESAFIOS E ESTRATÉGIAS NO ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS

O aprendizado dos números complexos apresenta desafios significativos para muitos estudantes, especialmente em áreas como a Engenharia Elétrica, onde esses conceitos são aplicados de forma prática. As dificuldades enfrentadas por estudantes incluem desde a compreensão básica do conceito de número imaginário até a visualização e manipulação de operações algébricas e trigonométricas no plano complexo. Pesquisas indicam que essas dificuldades são comuns tanto entre alunos quanto entre docentes, e que há uma necessidade de metodologias de ensino mais eficazes (NORDLANDER; NORDLANDER, 2012; CAGLAYAN, 2016).

5.1 Principais Dificuldades de Compreensão

Uma das principais barreiras no aprendizado dos números complexos é a dificuldade de aceitar e interpretar o conceito de unidade imaginária, e de visualizar as operações envolvendo números complexos. Segundo estudos, muitos alunos classificam os números complexos como uma construção abstrata de difícil compreensão e apresentam dificuldades em ver a aplicação prática desses conceitos (CHAVEZ, 2014).

Outro aspecto crítico é a visualização do plano complexo e a conexão entre operações algébricas e suas interpretações geométricas. A compreensão das representações polar e cartesiana, assim como a interpretação de ângulos de fase e magnitude, muitas vezes requer uma capacidade de abstração que muitos alunos ainda não desenvolveram completamente.

5.2 Estratégias Didáticas para Melhorar a Compreensão

Para lidar com essas dificuldades, diversas estratégias didáticas têm sido propostas com o objetivo de tornar o ensino de números complexos mais acessível e prático. Entre as principais estratégias estão:

Como discutido na seção anterior, o uso de ferramentas como Geogebra e CircuitLab proporciona uma abordagem visual que ajuda os alunos a entenderem as operações no plano complexo. Essas plataformas permitem que os estudantes visualizem as transformações geométricas resultantes de operações com números complexos, como rotações e mudanças de magnitude, o que facilita a compreensão intuitiva dos conceitos.

Apresentar o desenvolvimento histórico dos números complexos pode ajudar os estudantes a entenderem a motivação por trás desse conceito. Discutir como os números complexos foram criados para resolver equações sem raízes reais e como se provaram úteis em áreas como a Física e a Engenharia ajuda a situar o aprendizado no contexto das aplicações práticas.

Ao conectar números complexos a representações visuais e compará-los a conceitos familiares (como rotações no plano e vetores), é possível construir uma ponte entre o conhecimento prévio dos estudantes e os novos conceitos. Essas analogias podem simplificar a transição do aprendizado abstrato para a aplicação prática, especialmente em disciplinas que exigem interpretação geométrica dos números complexos (JÚNIOR, 2016).

Trabalhar com problemas aplicados à Engenharia, como cálculos de impedância e análise de defasagens em circuitos de CA, ajuda os estudantes a entenderem o valor prático dos números complexos. A prática com exercícios que envolvem o uso de fasores e transformadas no contexto de sinais e sistemas facilita a transição do conceito abstrato para a aplicação técnica e real.

5.3 Integração de Repositórios de Recursos Visuais

A criação de repositórios colaborativos e plataformas de compartilhamento de projetos, como o perfil público no Geogebra, possibilita que professores e alunos acessem conteúdos desenvolvidos para visualização de números complexos em circuitos e sinais. Tais recursos visuais facilitam o aprendizado ao oferecer uma abordagem interativa e prática. A Figura 8 exemplifica um repositório de conteúdo colaborativos no Geogebra, onde projetos e aplicações desenvolvidos para visualização de números complexos podem ser compartilhados entre docentes e discentes, promovendo o aprendizado ativo e colaborativo.

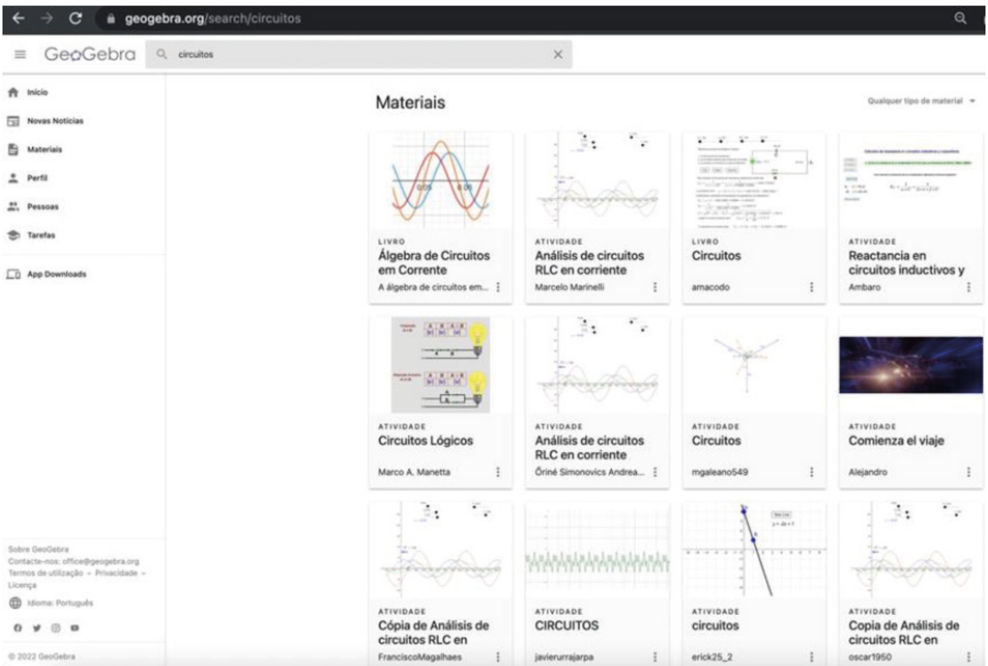

Figura 8: Repositório de conteúdo colaborativos no Geogebra.

Essa estratégia incentiva o aprendizado autônomo e a exploração prática, promovendo uma compreensão mais profunda e integrada dos conceitos. Professores podem, inclusive, sugerir que os alunos desenvolvam seus próprios projetos de visualização, contribuindo para o repositório e fortalecendo a conexão entre teoria e prática.

5.4 Benefícios de uma Abordagem Visual e Interativa

Estudos mostram que os alunos que utilizam ferramentas visuais e interativas, em combinação com as abordagens descritas acima, apresentam uma compreensão mais sólida e intuitiva dos números complexos (NORDLANDER; NORDLANDER, 2012). Esse tipo de abordagem não apenas facilita a interpretação geométrica e prática dos conceitos, mas também melhora a retenção e a habilidade de aplicar os números complexos em problemas de engenharia. Além disso, o uso de plataformas interativas permite que os alunos experimentem e explorem conceitos de forma autônoma, fortalecendo seu entendimento e desenvolvendo uma intuição valiosa para o aprendizado avançado.

6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os números complexos são fundamentais na Engenharia Elétrica, facilitando a análise de grandezas oscilatórias e defasagens, especialmente em circuitos de corrente alternada e na análise de sinais. Com representações que capturam magnitude e fase, eles simplificam cálculos de impedância e operações envolvendo fases.

Este capítulo discutiu tanto suas aplicações práticas quanto os desafios de aprendizado, propondo estratégias como o uso de ferramentas visuais (Geogebra e CircuitLab) e métodos de ensino interativos. Essas abordagens tornam os conceitos abstratos mais acessíveis e aplicáveis.

Ao integrar essas abordagens visuais e interativas, espera-se que futuros engenheiros adquiram uma compreensão sólida e intuitiva dos números complexos, aplicável a uma variedade de problemas em Engenharia Elétrica e outras áreas das ciências exatas. Esse enfoque pedagógico oferece aos alunos as ferramentas para compreenderem melhor os fenômenos de fase e amplitude, promovendo uma formação mais completa e prática.

REFERÊNCIAS

BOYLESTAD, R. L. **Introductory Circuit Analysis**. 13. ed. Boston: Pearson, 2013.

CAGLAYAN, G. **Visualization of complex roots of unity in dynamic geometry environments**. Teaching Mathematics and Its Applications, v. 35, n. 2, p. 78-90, 2016.

CHAVEZ, E. G. **Teaching and learning complex numbers at secondary level: An analysis**. Educational Studies in Mathematics, v. 85, n. 3, p. 415-432, 2014.

FINE, B.; ROSENBERGER, G. **The Fundamental Theorem of Algebra**. New York: Springer, 1997.

JÚNIOR, M. L. A. **Uso de números complexos na engenharia elétrica: dificuldades e estratégias de ensino**. Revista Brasileira de Ensino de Engenharia, v. 34, n. 2, p. 254-265, 2016.

NORDLANDER, M. C.; NORDLANDER, E. **Understanding complex numbers in electrical engineering education: A study on visualization and symbol manipulation**. Journal of Engineering Education, v. 101, n. 3, p. 367-375, 2012.

OPPENHEIM, A. V.; VERGHESE, G. C. **Signals, Systems, and Inference**. Boston: Pearson, 2015.

SADIKU, M. N. O. **Fundamentals of Electric Circuits**. 4. ed. Boston: McGraw-Hill, 2007.

VIEIRA, B. C.; PINTER, S. R. da R. **Comparação entre representações algébrica e trigonométrica de números complexos em circuitos CA**. Anais do Congresso Brasileiro de Engenharia Elétrica, v. 15, p. 78-83, 2019.