

CAPÍTULO 12

MAPLE NO ENSINO DE MATEMÁTICA: MÉTODOS PARA CRIAÇÃO DE EXERCÍCIOS E RECURSOS VISUAIS

Data de submissão: 06/11/2024

Data de aceite: 02/12/2024

Thiago Daboit Roberto

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
- UERJ
Rio de Janeiro, Brasil
<http://lattes.cnpq.br/2694615438248688>

Maximiano Correia Martins

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
- UERJ
Rio de Janeiro - RJ
<http://lattes.cnpq.br/3232700055302552>

André Pereira de Almeida

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
- UERJ
Rio de Janeiro - RJ
<http://lattes.cnpq.br/6871464920281079>

Thiago Corrêa Almeida

Universidade do Estado do Rio de Janeiro
- UERJ
Rio de Janeiro - RJ
<http://lattes.cnpq.br/3266404381934797>

RESUMO: Este estudo examina o uso do Maple como ferramenta tecnológica para o ensino de matemática, com foco na criação de listas de exercícios com gabaritos automáticos. O modelo proposto utiliza variáveis nomeadas para organizar

os enunciados das questões e simplificar a criação dos gabaritos, permitindo que o Maple gere soluções automáticas e precisas. Esse método é ilustrado por meio de listas de exercícios em álgebra linear e cálculo, nas quais o Maple realiza operações matriciais e calcula derivadas de forma rápida e confiável. Essa abordagem facilita a correção, reduz erros e permite que o professor personalize os exercícios conforme o nível da turma, promovendo uma experiência de aprendizado visual e interativa que favorece o entendimento de conceitos complexos e oferece uma ferramenta pedagógica eficiente e adaptável às necessidades dos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Maple, Educação Matemática, Exercícios Automatizados, Aprendizagem Interativa.

**MAPLE IN MATHEMATICS
EDUCATION: METHODS FOR
CREATING EXERCISES AND VISUAL
RESOURCES**

ABSTRACT: This study examines the use of Maple as a technological tool for mathematics education, focusing on the creation of exercise lists with automatic answer keys. The proposed model utilizes

named variables to organize problem statements and streamline the development of answer keys, allowing Maple to generate accurate, automated solutions. This method is illustrated through exercise lists in linear algebra and calculus, where Maple performs matrix operations and computes derivatives quickly and reliably. This approach facilitates grading, reduces errors, and enables instructors to customize exercises according to the class level, promoting a visual and interactive learning experience that enhances the understanding of complex concepts and provides an efficient, adaptable pedagogical tool to meet students' needs.

KEYWORDS: Maple, Mathematics Education, Automated Exercises, Interactive Learning.

1 | INTRODUÇÃO

O uso de ferramentas tecnológicas no ensino de matemática tem se tornado cada vez mais comum, trazendo inúmeros benefícios para a educação. Em especial, o Maple destaca-se como uma plataforma que facilita a criação de conteúdos interativos, oferecendo aos professores uma maneira inovadora de ensinar temas complexos e proporcionando aos alunos uma experiência de aprendizado mais visual e prática. Suas funcionalidades de manipulação simbólica e geração gráfica contribuem significativamente para disciplinas como cálculo, álgebra e outras áreas que exigem visualizações dinâmicas e precisas (Henriques & Almouloud, 2016; Carvalho Borba et al., 2020).

Um dos principais objetivos do uso do Maple no contexto educacional é viabilizar uma abordagem interativa que integre conceitos por meio de simulações e animações, ilustrando o comportamento de funções matemáticas. Pesquisas mostram que, para muitos estudantes, especialmente aqueles que enfrentam dificuldades com abstrações algébricas, a visualização dos problemas torna o entendimento mais acessível e intuitivo, promovendo uma aprendizagem significativa, como apontado no ensino de derivadas (Isaia & Sangui, 2011). No Brasil, o uso desta ferramenta em conjunto com lousas digitais tem mostrado potencial para apoiar a compreensão de conceitos complexos em cursos de engenharia, permitindo que estudantes explorem visualmente os problemas e reforcem seu entendimento sobre cálculo diferencial e integral (Kaiber & Vechia, 2012).

Além disso, os professores podem adaptar os exercícios ao nível da turma, ajustando a dificuldade e o enfoque conforme as necessidades dos alunos (Dodson & Gonzalez, 2012). É possível também gerar listas de exercícios com gabaritos automáticos, o que facilita a correção e reduz o risco de erros (Corless, 2013). O uso de gráficos dinâmicos e animações, inclusive em arquivos *.html*, possibilita uma exploração visual de conceitos matemáticos que seriam difíceis de compreender apenas com representações analíticas. O uso de representações tridimensionais, como descrito por Henriques e Almouloud (2016), auxilia estudantes a visualizar fenômenos matemáticos, promovendo uma compreensão mais profunda desses conceitos.

Contudo, o uso dessa tecnologia apresenta desafios que merecem consideração. Alguns professores podem encontrar dificuldades em dominar a ferramenta, especialmente

em contextos em que a infraestrutura e o suporte técnico são limitados, conforme discutido por Carvalho Borba et al. (2020) no contexto brasileiro. Diante disso, este capítulo apresenta um modelo de geração de listas com gabaritos automáticos, visando facilitar o uso do Maple e expandir seu potencial pedagógico para os docentes.

2 | MODELO PARA CRIAÇÃO DE LISTAS DE EXERCÍCIOS COM O MAPLE

A criação de listas de exercícios com essa ferramenta oferece várias opções para configurar e personalizar atividades matemáticas. Este método baseia-se na prática de nomear explicitamente todas as funções usadas no enunciado dos problemas, tornando o desenvolvimento do gabarito independente e simplificado. Isso significa que cada função recebe um nome específico, e o código Maple necessário para resolver a questão e gerar gráficos é escrito apenas no gabarito. Dessa forma, o enunciado permanece estático, e o código atua de forma independente. A nomeação explícita das variáveis no exercício traz facilidade e clareza ao processo de criação do gabarito, simplificando e tornando-o menos complexo. Essa estrutura é especialmente adequada para criar listas de exercícios padronizadas, que podem ser rapidamente adaptadas e reutilizadas em diferentes turmas.

A Figura 1 representa um exemplo de função do método 1.

Questão 1 - Considere a função abaixo. Determine a sua derivada $\left(\frac{df}{dx}\right)$ e sua integral $\left(\int_0^x f dx\right)$, em seguida, faça, no mesmo plano cartesiano, o gráfico da função, de sua derivada e de sua integral.

a) $f := x^2 + x + 1$:

Gabarito:
Questão 1
A derivada de $x^2 + x + 1$ é $2x + 1$ e sua integral é $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$

Figura 1 – Exemplo de questão criada pelo método 1.

Na Figura 1, o enunciado textual da questão é fixo e não sofre alterações. A letra a) da questão apresenta uma função f . No Maple, f é definida como uma variável simbólica que receberá a função x^2+x+1 . É importante destacar que f não representa a função $f(x)$, mas apenas um símbolo arbitrário, que poderia ser substituído por qualquer outro. Neste modelo, usa-se f por se assemelhar ao $f(x)$, mas isso não é uma exigência. O gabarito é gerado automaticamente ao alterar a função atribuída a f , permitindo que o professor copie e cole a questão e seu gabarito de forma rápida. Também é possível configurar um gerador de funções aleatórias para criar quantas questões quiser, de maneira diversificada. Além disso, não é necessário se restringir a uma única função atribuída.

Para ilustrar ainda mais essa aplicação, os gráficos da função $f(x)=x^2+x+1$, de sua derivada $f'(x)$ e de sua integral $\int f(x)dx$ foram gerados no Maple. Esses gráficos, apresentados nas Figuras 2 a 5, oferecem uma visualização completa das operações.

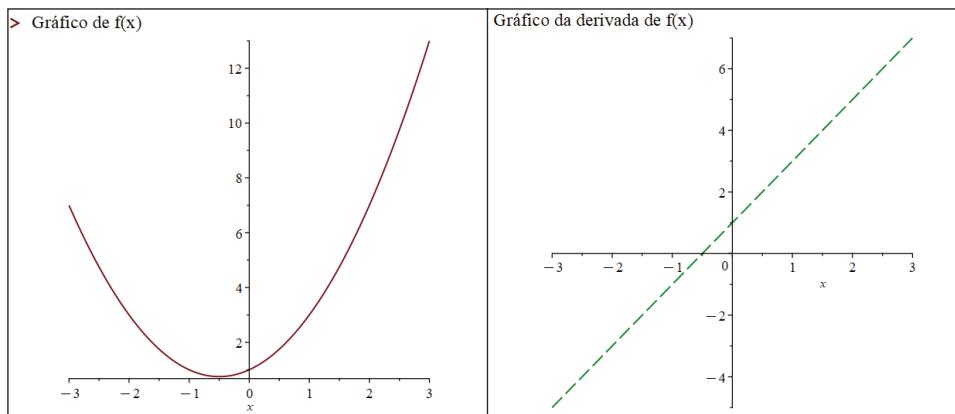


Figura 2 – Gráfico da função e sua derivada.

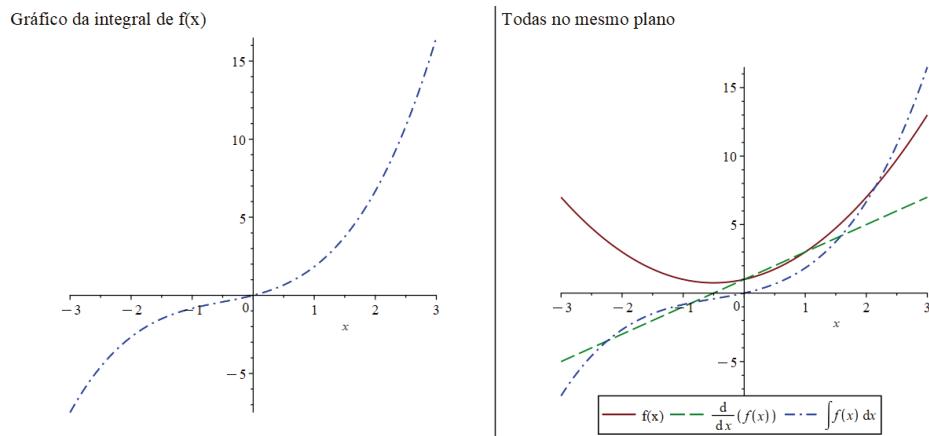


Figura 3 – Gráficos da integral da função e gráficos combinados no mesmo plano cartesiano.

Esses gráficos ajudam a visualizar as relações entre a função, sua derivada e sua integral, destacando como o Maple pode ser utilizado para criar representações visuais de cálculos matemáticos complexos. Essa abordagem facilita o entendimento dos conceitos de cálculo diferencial e integral, promovendo um aprendizado mais intuitivo e interativo.

Para criar esse tipo de modelo, é necessário primeiro configurar um documento no Maple. Em seguida, insere-se a questão no modo texto e a função no modo matemática, alternando entre os dois modos conforme necessário para organizar o conteúdo da melhor forma. A Figura 4 ilustra esse procedimento, mostrando como formatar o enunciado e a função.

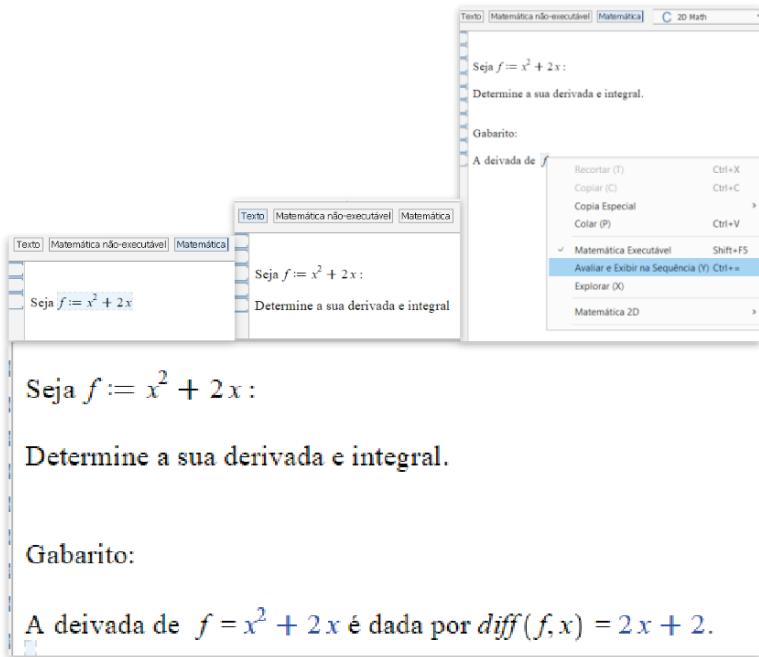


Figura 4. Desenvolvimento da questão simples.

Para criar uma questão bem formatada no Maple, siga os passos a seguir. Primeiro, inicie no modo texto e escreva a introdução da questão. Em seguida, alterne para o modo matemática para inserir a função que será analisada. Depois de definir a função, retorne ao modo texto para finalizar a descrição da questão. Concluído esse processo, clique com o botão direito sobre as expressões matemáticas e selecione “Avaliar e exibir na sequência”. Esse comando fará com que o Maple exiba o resultado diretamente ao lado das expressões inseridas, proporcionando uma formatação clara e organizada. Esse método permite que o professor altere a função inicial conforme desejado, atualizando automaticamente os resultados derivados. O procedimento pode ser facilmente expandido para uma lista de questões, tornando-o ideal para a criação de materiais didáticos.

A Figura 5 mostra um exemplo de lista de álgebra linear criada por esse método. Nesse caso, em vez de f , são utilizadas as letras A, B, C, D,... L, que tradicionalmente representam matrizes. A Figura 6 mostra um exemplo de lista de cálculo 1 criada por esse método. Pode-se alterar as funções de maneira rápida e se criar listas sobre derivadas de funções.

Considere as matrizes listadas abaixo:

$$A := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}; B := \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}; C := \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}; D e := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; F := \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}; G := \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}; H := \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}; i := \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \end{bmatrix};$$

$$J := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 9 \end{bmatrix}; K := \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}; L := \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix};$$

Questão 1 -Efetue as operações pedidas.

- a) $2 \cdot A$ b) $-1 \cdot B$ c) d) $A - B$ e) $C + D e$
 f) $F - 2 \cdot G$ g) $2 \cdot H$ h) $H + i$ i) $J + H + i$ j) $A \cdot B$
 k) $A \cdot C$ l) $B \cdot D e$ m) $(A \cdot C) + D e$ n) $(B \cdot D e) \cdot F$
 o) $(B \cdot C) \cdot F \cdot A$ p) $H \cdot i$ q) $L \cdot K$

Gabarito

Questão 1:

$$\text{a)} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{b)} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{c)} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{d)} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e)} \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \text{f)} \begin{bmatrix} -8 & -7 \end{bmatrix} \quad \text{g)} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 8 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

Figura 5.Exemplo de lista de álgebra linear.

A Figura 5 apresenta um exemplo de lista de exercícios de álgebra linear desenvolvida no Maple, focada em operações com matrizes. Essa lista inclui diversas matrizes definidas e identificadas pelas letras A até L, com variações em suas dimensões e valores. Os exercícios propostos exigem que o aluno execute várias operações matriciais, como adição, subtração, multiplicação de matrizes e combinações mistas, envolvendo múltiplas operações.

Na primeira parte da figura, observa-se a definição de várias matrizes, cada uma representada por uma letra. Essas matrizes apresentam dimensões variadas, o que permite explorar tanto operações compatíveis quanto incompatíveis. Esse exercício incentiva o aluno a verificar a possibilidade de realizar cada operação antes de resolvê-la, consolidando seu entendimento sobre as regras de compatibilidade dimensional nas operações matriciais e sobre as propriedades da álgebra linear.

A lista de questões inclui operações básicas, como adição e subtração (por exemplo, A-B e C+De), multiplicação escalar (como 2·H), multiplicação de matrizes (como AB e (BDe)F), e combinações mais complexas. Essas operações ajudam os alunos a reforçarem conceitos fundamentais de álgebra linear, enquanto praticam a execução e interpretação das operações matriciais.

Abaixo da lista de questões, o gabarito gerado automaticamente apresenta as respostas de maneira organizada e precisa. Cada resposta corresponde à operação realizada, fornecendo matrizes resultantes. Esse gabarito automático elimina erros de

cálculo manual, economiza tempo para o professor e oferece aos alunos uma maneira eficiente de verificar suas respostas e entender o processo de resolução.

Questão 1 - Efetue a derivada das funções abaixo em relação a x.

- | | | | |
|---------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------------|
| a) $f1 := x$ | b) $f2 := x^5$ | c) $f3 := x^{\frac{2}{3}}$ | d) $f4 := 4x^{\frac{5}{7}}$ |
| e) $f5 := x^{-1}$ | f) $f6 := 5x^{-3}$ | g) $f7 := 3x^{-\frac{3}{2}}$ | h) $f8 := 2^x$ |
| i) $f9 := -3^x$ | j) $f10 := 5^{-x}$ | l) $f11 := 3^{2x+3}$ | m) $f12 := 3^{-2x}$ |
| n) $f13 := \sin(x)$ | o) $f14 := 3 \sin(x)$ | p) $f15 := \cos(x)$ | q) $f16 := 2 \cos(x)$ |
| r) $f17 := \ln(x)$ | s) $f18 := 3 \ln(x)$ | t) $f19 := e^x$ | u) $f20 := e^{3x}$ |

Gabarito

Obs: Números com um espaço entre eles implica em números multiplicados, por exemplo: 2 3 é a mesma coisa que 2 vezes 3.

Questão 1

- | | | | | | | |
|-----------------|------------------|-------------------------|------------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|
| a) 1 | b) $5x^4$ | c) $\frac{2}{3x^{1/3}}$ | d) $\frac{20}{7x^2 7}$ | e) $-\frac{1}{x^2}$ | f) $-\frac{15}{x^4}$ | g) $-\frac{9}{2x^5 2}$ |
| h) $2^x \ln(2)$ | i) $-3^x \ln(3)$ | j) $-5^{-x} \ln(5)$ | l) $23^{2x+3} \ln(3)$ | m) $-23^{-2x} \ln(3)$ | | |
| n) $\cos(x)$ | o) $3 \cos(x)$ | p) $-\sin(x)$ | q) $-2 \sin(x)$ | r) $\frac{1}{x}$ | s) $\frac{3}{x}$ | |
| t) e^x | u) $3e^{3x}$ | | | | | |

Figura 6.Exemplo de lista de cálculo.

A Figura 6 apresenta um exemplo de lista de exercícios de cálculo gerada pelo Maple, focada no cálculo de derivadas de funções variadas. Nesse exemplo, cada função é definida de forma simbólica e atribuída a uma variável (como f1,f2,...,f20), e o Maple calcula automaticamente a derivada de cada uma em relação à variável x.

Esse modelo de criação de listas de exercícios permite ao professor configurar rapidamente uma série de questões, explorando diferentes tipos de funções — polinomiais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas — para cobrir um espectro amplo de conteúdo. O gabarito é gerado automaticamente pelo software, o que elimina erros de cálculo e facilita a correção das atividades.

Esse tipo de lista é particularmente útil para revisar conceitos fundamentais e para adaptar o nível de dificuldade dos exercícios. Ademais, é possível substituir as funções iniciais de forma rápida, de modo que o professor pode criar variações da lista para diferentes turmas, ajustando a complexidade conforme necessário.

3 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso do Maple para a criação de listas de exercícios com gabaritos automáticos simplifica e organiza o processo de elaboração de atividades matemáticas. A abordagem apresentada permite que professores alterem rapidamente funções e questões, gerando

materiais personalizados para cada turma e reduzindo o risco de erros. Além disso, a possibilidade de atualização automática dos gabaritos facilita a correção e a reutilização das listas de exercícios.

Esse modelo contribui para uma experiência de ensino mais prática e eficiente, promovendo um aprendizado visual e interativo, adequado às necessidades dos alunos e ao conteúdo de disciplinas complexas como cálculo e álgebra.

REFERÊNCIAS

- HENRIQUES, A.; ALMOLOUD, S. A. **Análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple**. *Ciência & Educação*, v. 22, n. 2, p. 465-478, 2016. <https://doi.org/10.1590/1516-731320160020012>, Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/pdf/ciedu/v22n2/1516-7313-ciedu-22-02-0465.pdf>. Acesso em: 05 nov. 2024.
- CARVALHO BORBA, M.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. Disponível em: https://books.google.com/books?id=ks_pDwAAQBAJ. Acesso em: 05 nov. 2024.
- KAIBER, C. T.; VECHIA, R. **A Lousa Digital e o uso do Maple no cálculo diferencial e integral: potencialidades mediativas**. In: **XXVI Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa**, 2012, Brasil. Anais [...]. São Paulo: Centro Latinoamericano de Matemática, 2012. Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/33251290.pdf>. Acesso em: 05 nov. 2024.
- SILVEIRA, E. **Modelagem matemática em educação no Brasil: entendendo o universo de teses e dissertações**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2007. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/26978871_Modelagem_matematica_em_educacao_no_Brasil_entendendo_o_universo_de_teses_e_dissertacoes. Acesso em: 05 nov. 2024.
- ISAIA, S. M. A.; SANGOI, E. **Aprendizagem significativa da derivada com o uso do software Maple através da metodologia da resolução de problemas**. VIDYA, v. 31, n. 1, p. 75-88, 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/download/288/263>. Acesso em: 05 nov. 2024.
- DODSON, C. T. J.; GONZALEZ, E. A. **Experiments in Mathematics Using Maple**. New York: Springer, 2012. Disponível em: <https://books.google.com/books?id=fenwCAAAQBAJ>. Acesso em: 05 nov. 2024.
- CORLESS, R. M. **Essential Maple: An Introduction for Scientific Programmers**. New York: Springer, 2013. Disponível em: <https://books.google.com/books?id=pOjcBwAAQBAJ>. Acesso em: 05 nov. 2024.