

MEJORA DE LA TRANSMISIÓN DE POTENCIA EN UN FÓRMULA SAE: DISEÑO Y ANÁLISIS DE UN SISTEMA DE ALTA PERFORMANCE

Data de submissão: //2024

Data de aceite: 01/10/2024

Siro Tagliaferro

Ingeniero de Producción (2012)
Universidad Metropolitana de Caracas,
MBA (2016)
IESA, Ciencia de Datos (2022) UCV,
profesor de tiempo completo en la
Universidad Metropolitana de Caracas
con más de 5 años de experiencia en
Ingeniería de Producción.
0000-0001-7501-3568

Nelson Menezes

Ingeniero Mecánico (2024) Universidad
Metropolitana de Caracas

Jesús Vásquez

Ingeniero Mecánico (2024) Universidad
Metropolitana de Caracas

RESUMEN: Esta investigación se centra en el diseño de un sistema de transmisión de potencia para un prototipo de Fórmula SAE con el fin de mejorar el rendimiento del vehículo en pruebas de resistencia. El objetivo es reducir los tiempos de frenado y mejorar los resultados del diseño, utilizando software de simulación de vuelo, relación pistón-corona y análisis de ejes.

PALABRAS CLAVE: Piñón, Corona, Formula SAE, transmisión de potencia por

cadena, Diferencial LSD

ABSTRACT: This research focuses on the design of a power transmission system for a Formula SAE prototype to improve the vehicle's performance in endurance tests. The objective is to reduce braking times and improve design results, using flight simulation software, piston-crown ratio and shaft analysis.

KEYWORDS: Sprocket, Crown, Formula SAE, chain power transmission, LSD Differential

1 | INTRODUCCIÓN

El artículo tiene como objetivo mejorar el sistema de transmisión de potencia del prototipo Fórmula SAE de la Universidad Metropolitana, el cual ha logrado avances importantes desde 2015, pero que ha provocado una disminución en el rendimiento y los tiempos de retorno en circuitos de resistencia, debido principalmente a diseños obsoletos.

2 | DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

2.1 Fase I: Recopilación de datos y análisis de la información

Se realizó una revisión bibliográfica para recopilar datos y parámetros sobre el motor, la transmisión y otros aspectos del prototipo, utilizando el manual del fabricante y artículos de investigación

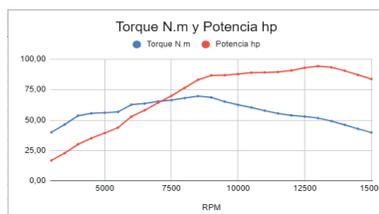


Figura 1. Curvas torque y potencia obtenidos de Ricardo Wave ©

Fuente: “Diseño de un Sistema de Admisión Variable para un Vehículo de Fórmula SAE” (Baumgartner, 2023)

2.2 Fase II: Simulación y desempeño teórico del vehículo

La simulación se centró en analizar el rendimiento de un prototipo utilizando datos de rendimiento del motor del software Ricardo Wave y Excel. Luego, los datos se ajustaron utilizando el software Optimum Lap, lo que dio como resultado cuatro simulaciones para seleccionar la relación pistón-corona óptima.

Piñón	Corona	Relación
14	48	3,4286
14	52	3,7143
17	48	2,8235
13	52	4,0000

Tabla 1. Diferentes configuraciones Piñón-corona

Durante este análisis se calcularon las relaciones de transmisión total de la caja en cada marcha. Para ello se utilizó lo siguiente:

$$RT = Rt_{marcha} * RT_{primario} * RT_{final} \quad (1)$$

Donde:

Rt_{marcha} = Relación de transmisión de cada marcha

$RT_{primario}$ = Relación de transmisión de cada marcha

RT_{final} = Relación de transmisión de cada marcha

Una vez conocidas las relaciones de transmisión total, se procedió a calcular la velocidad teórica del vehículo en cada marcha para cada rpm.

$$V = \frac{rpm * 60 * p_{caucho}}{RT} \quad (2)$$

Donde:

$rpm = rpm$ del motor

$pcaucho =$ Perímetro de la rueda Rin 13 (Km)

Así como se desarrolló la velocidad, también se procedió a calcular el torque del vehículo en las ruedas en cada marcha para cada rpm. Cabe destacar que se supuso un rendimiento 1:1 para toda la transmisión, es decir que el torque de salida del motor será igual al torque de salida del piñón y el de entrada de la corona.

$$Trueda = T * RT_{primario} * RT_{marcha} * RT_{final} \quad (3)$$

Donde:

$Trueda =$ Torque en las ruedas (Nm)

$T =$ Torque del motor para el rpm especificado (Nm)

Por otro lado, fue necesario conocer la velocidad angular en el punto de torque máximo del motor, mediante la siguiente fórmula:

$$W = \frac{2\pi * rpm_{max}}{60} \quad (4)$$

Donde:

$rpm_{max} =$ rpm en el punto donde el torque es máximo

2.3 Fase III: Realización de los cálculos y selección de los componentes

Durante esta etapa se realizaron cálculos utilizando teorías como teoría de fallas y fórmulas de diseño de sistemas de transmisión, enfocándose en la selección precisa de cadena, piñón, corona, ejes y diferenciales con base en los resultados de simulación.

2.3.1 Cadena

La cadena se seleccionó en el catálogo de RK Takasago Chains para determinar el paso y ancho de la cadena, y la distancia entre centros se obtuvo mediante medidas de posición del piñón y la corona.

Posteriormente, se pudo determinar la longitud de la cadena mediante el uso de la siguiente ecuación, de acuerdo con la normativa *ASME/ANSI B29.1 M-1986*:

$$L = 2C + \frac{N}{2} + \frac{n}{2} + \left(\frac{N-n}{2\pi}\right)^2 * \frac{1}{C} \quad (5)$$

Donde:

$L =$ longitud de la cadena en pitches

$C =$ distancia entre centros en pitches

$N =$ Número de dientes de la corona

$n =$ Número de dientes del piñón

Luego, se calculó la velocidad lineal de la cadena, de acuerdo con lo establecido por el autor Budynas, R. en su libro "Diseño en Ingeniería Mecánica", mediante la siguiente ecuación:

$$v = \left(\left(\frac{Dp}{1000} \right) * (Vp * \left(\frac{2\pi}{60} \right) * \frac{1}{2}) \right) \quad (6)$$

Donde:

v = Velocidad lineal de la cadena (m/s)

Dp = Diámetro de paso de la cadena (mm)

Vp = Velocidad del piñón a máximo torque (rpm)

Una vez obtenido la velocidad de la cadena, se procede a calcular el esfuerzo útil de la cadena, fuerza centrífuga de la cadena y el esfuerzo total que soporta la misma, a partir de las siguientes ecuaciones:

$$Fu = \frac{P}{v} \quad (7)$$

Donde:

Fu = Esfuerzo útil de la cadena (N)

P = Potencia transmitida sobre la cadena (W)

$$Fc = M * v^2 \quad (8)$$

Donde:

Fc = Fuerza centrífuga de la cadena (N)

M = Masa unitaria de la cadena (Kg/m)

$$F0 = Fu + Fc \quad (9)$$

Por último, se calcula la potencia de diseño de la cadena, el cual nos indica el valor máximo para el que este sistema está diseñado, de acuerdo con lo establecido por el autor Richard Budynas, en el libro “Diseño en Ingeniería Mecánica”:

$$Pd = hp * k1 * k2 * k3 \quad (10)$$

Donde:

Pd = Potencia de diseño (hp)

hp = Potencia del motor en caballos de fuerza

$k1$ = Factor de corrección de dientes

$k2$ = Factor de hileras múltiples

$k3$ = Factor de servicio

2.3.2 Piñón

El piñón se diseñó considerando el rpm en el punto de mayor torque para garantizar un diseño óptimo y resistente a los esfuerzos, y se determinaron las dimensiones del piñón. Con las siguientes fórmulas y consideraciones, siguiendo la normativa ANSI/ASME B29.1M-1993:

$$Di = Dp - Dr \quad (11)$$

Donde:

Di = Diámetro interno (mm)

Dp = Diámetro de paso de la cadena (mm)

Dr = Diámetro del rodillo de la cadena (mm)

$$D_s = 1.005 * D_r + 0.076 \quad (12)$$

Donde:

D_s = Diámetro círculo (mm)

$$R1 = \frac{D_s}{2} \quad (13)$$

Donde:

$R1$ = Radio curvatura pie del diente (mm)

$$\alpha = 35^\circ + (60^\circ \div N) \quad (14)$$

$$\beta = 18^\circ + (56^\circ \div N) \quad (15)$$

$$Y = 180^\circ \div N \quad (16)$$

Donde:

Y = Ángulo entre dientes y vano

$$R2 = 0.8 * D_r + R1 \quad (17)$$

$$W = 1.4 * D_r * \text{Cos}(Y) \quad (18)$$

Una vez conocidos los valores de construcción geométricos del piñón, se calcularon las fuerzas a la que este estará sometido, la siguiente fórmula la calcula:

$$F_p = \frac{T}{D_p/2} \quad (19)$$

Donde:

F_p = Fuerza en el piñón (N)

T = Torque en el piñón (N*m)

D_p = Diámetro de paso del piñón (mm)

2.3.3 Corona

La corona diseña el mismo proceso como el piñón, involucrando parámetros constructivos y valores geométricos, y calculando fuerzas acuerdo a fórmulas y normativa ANSI/ASME B29.1M-1993.

$$F_G = \frac{T}{D_G/2} \quad (20)$$

Donde:

F_G = Fuerza en la corona (N)

T = Torque en la corona (Nm)

D_G = Diámetro de paso de la corona (mm)

2.3.4 Diseño de ejes

El diseño de los ejes considera factores como material tipo, eje diámetro, triceta dimensiones y ancho entre ejes del prototipo actual de Formula SAE UNIMET. Primero se calcularon los esfuerzos del material,

$$\Gamma_y = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \quad (21)$$

Donde:

Γ_y = Esfuerzo cortante (MPa)

σ = Esfuerzo de fluencia a tensión (Mpa)

Posteriormente, se calculó el radio mínimo que deberían tener los ejes, en base a este esfuerzo:

$$R = \sqrt[3]{\frac{2*(T/2)}{\pi * \Gamma y}} \quad (22)$$

Donde:

R = Radio mínimo de los ejes (mm)

$T/2$ = Torque de diseño en primera marcha dividido entre ambas ruedas (N*mm)

$$D_{min} = 2R \quad (23)$$

Donde:

D_{min} = Diámetro mínimo de los ejes (mm)

El eje acoplado a las tricetas y el diferencial requiere estriadas puntas, utilizando fórmulas para fines constructivos en la normativa ANSI B92.1-1970, R1993.

$$\phi = \arctan\left(\frac{2+E}{t1-t2}\right) \quad (24)$$

$$E = \left(\frac{D_{ri}-D_i}{2}\right) \quad (25)$$

Donde:

ϕ = Ángulo de presión en grados

E = Profundidad del diente (mm)

$t1$ = Espesor mayor del diente (mm)

$t2$ = Espesor menor del diente (mm)

D_{ri} = Diámetro mayor interno (mm)

D_i = Diámetro menor interno (mm)

$$P = \frac{N+1.4}{D_{ri}} \quad (26)$$

Donde:

N = Número de estrías de la triceta (20)

P = Paso

$$P_s = 2P \quad (27)$$

Donde:

P_s = Stub Pitch

$$D = \frac{N}{P} \quad (28)$$

Donde:

D = Diámetro (in)

$$D_b = D * \cos(\phi) \quad (29)$$

$$p = \frac{\pi}{P} \quad (30)$$

Donde:

p = Círculo de paso

$$S_v = \frac{0.5\pi+0.2}{P} \quad (31)$$

Donde:

$$Sv = \text{Ancho de espacio efectivo mínimo}$$

$$Do = \frac{N+1}{P} \quad (32)$$

Donde:

Do = Diámetro externo mayor (in)

$$Dre = \frac{N-1}{P} \quad (33)$$

Donde:

Dre = Diámetro externo menor (in)

$$Dfi = \frac{N+1}{P} + (2 * (0.001D)) \quad (34)$$

Donde:

Dfi = Diámetro de forma interno (in)

$$Dfe = \frac{N-0.6}{P} - (2 * (0.001D)) \quad (35)$$

Donde:

Dfe = Diámetro de forma externo (in)

$$Ss = \frac{16 * T * ka}{\pi * Dre^3 * kf} \quad (36)$$

Donde:

Ss = Esfuerzo Cortante bajo las raíces de los dientes externos (Psi)

ka = Factor de aplicación de la ranura

kf = Factor de fatiga de la ranura

$$t = \frac{\pi}{2P} \quad (37)$$

Donde:

t = Espesor de los dientes (in)

$$Sc = \frac{2 * T * ka * km}{9 * D * N * Le * h * kf} \quad (38)$$

Donde:

Sc = Tensión de compresión en los laterales de las estrías (Psi)

km = Factor de distribución de carga

Le = Longitud efectiva de las estrías

h = Profundidad de engranaje de los dientes 1/P

$$Ss = \frac{4 * T * ka * km}{D * N * Le * t * kf} \quad (39)$$

Donde:

Sc = Esfuerzo cortante en el diámetro de paso de los dientes (Psi)

Por último, una vez calculados los parámetros de diseño de los estriados, se calculó el factor de seguridad de estas.

$$FS = \frac{\sigma_c}{Sc} \quad (40)$$

Donde:

FS = Factor de seguridad

σ_c = Esfuerzo de compresión (12000 Psi)

El estudio calculó las dimensiones de los ejes y sus factores de seguridad utilizando

diversos criterios, examinando sus vigas mediante el software SkyCiv ©.

$$ka = aSutb \quad (41)$$

Donde:

ka = Factor de modificación de condición superficial

a = Factor a

Sut = Resistencia última a la tensión (MPa)

$$Se' = 0.5Sut \quad (42)$$

Donde:

Se' = Límite de resistencia a la fatiga rotatoria (MPa)

$$Se = ka * kb * kc * kd * ke * kf * Se' \quad (43)$$

Donde:

Se = Límite de resistencia a fatiga (MPa)

kb = Factor de modificación de tamaño

kc = Factor de modificación de carga

kd = Factor de modificación de temperatura

ke = Factor de confiabilidad

$$d = \left(\frac{16n}{\pi} \left\{ \frac{1}{Se} [4(kfMa)^2]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{Sut} [3(kfsTm)^2]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (44)$$

Donde:

d = Diámetro según el Criterio de Goodman (mm)

Ma = Momento flector (N*mm)

Tm = Torsión media (N*mm)

n = Factor de seguridad

$$A = \sqrt{4(kfMa)^2} \quad (45)$$

$$B = \sqrt{3(kfsTm)^2} \quad (46)$$

Donde:

A=Variable Factor A

B=Variable Factor B

$$d = \left(\frac{8nA}{\pi Se} \left\{ 1 + \left[1 + \left(\frac{2BSe}{ASut} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (47)$$

Donde:

d = Diámetro según el Criterio de Gerber (mm)

$$d = \left\{ \frac{16n}{\pi} \left[4 \left(\frac{kfMa}{Se} \right)^2 + 3 \left(\frac{kfsTm}{Sy} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (48)$$

Donde:

d = Diámetro según el Criterio de ASME (mm)

Sy =Esfuerzo último fluencia (MPa)

$$\sigma'max = \left[\left(\frac{32kfMa}{\pi d^3} \right)^2 + 3 \left(\frac{16kfsTm}{\pi d^3} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

Donde:

σ·max= Sigma Prima Máximo (MPa)

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma'_{max}} \quad (50)$$

Donde:

n_y = Factor de seguridad de los ejes

El análisis y cálculos de las ranuras se enfocan en el restrinimiento axial de las tricetas en los extremos de los ejes, además basadas en la normativa ANSI B27.7 M-1977, R 1983.

$$\tau_{nom} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (51)$$

Donde:

τ_{nom} = Esfuerzo cortante nominal (N/m²)

$$\tau_{nom} = Kts \frac{16T}{\pi d^3} \quad (52)$$

Donde:

Kts = Factor de corrección

$$FS = \frac{S_y}{\tau_{nom}} \quad (53)$$

Donde:

FS = Factor de seguridad en las ranuras

2.3.5 Selección del diferencial LSD

El cálculo del diferencial es un sistema y criterios clave para vehículos de Formula SAE, como Taylors Racing y Drexler, que produce diferenciales torsen y diferencial LSD.

Criterios de Selección	Taylors Racing (actual)	Drexler
Costo (USD)	2800-2900	1900-2000
Mantenimiento	Mantenimiento complicado, efectuado por la misma empresa en su sede	Fácil mantenimiento, se puede abrir y viene con instrucciones
Fiabilidad	Excelente	Excelente, usado por casi todos los equipos en la actualidad
Peso Aproximado (Kg)	5	2.6
Tiempo de uso	8 años en el equipo	Nuevo

Tabla 2 Comparación de ambos diferenciales

Debido al precio, la facilidad de mantenimiento, el bajo peso y por supuesto la necesidad de implementar un sistema nuevo se optó por seleccionar el Drexler, por lo que se contactó con la empresa fabricante, y esta nos pudo proveer los CAD y diseños del diferencial para su posterior ensamblaje, así como el plano de estos.



Figura 2. Diferencial Drexler LSD

Fuente: CM Engineering. Drexler standard FS Differential.

2.3.6 *Porta-corona*

Para el Porta-corona no se efectuó ningún tipo de cálculo dado que Drexler, la empresa, envía un bloque de aluminio 7075-T6 de 220 x 40 mm con estriado para acoplar el diferencial, ayudando a equipos a fabricar sus coronas de manera directa.



Figura 3. Bloque de aluminio de Drexler

Fuente: Autotech. FSAE Sprocket Adapter Blank

2.3.7 *Bases del diferencial y selección de los rodamientos*

La empresa Drexler responsable de la fabricación, el diseño y la producción de diferenciales, no realizó ningún cálculo en relación con las diferencias, sino que optó por mantener el diseño actual con algunas modificaciones. Sin embargo, se realizaron cálculos para los respectivos componentes y cargas.

$$\Sigma(Mi) = Fr1 * d1 - Fr2 * d2 = 0 \quad (54)$$

Donde:

$Fr1$ = Fuerza en el punto 1 (N)

$Fr2$ = Fuerza en el punto 2 (N)

$d1$ = Distancia hasta el punto 1 (mm)

$d2$ = Distancia hasta el punto 2 (mm)

$$\Sigma(Fi) = Fr1 - Fr2 - Fc = 0 \quad (55)$$

Donde:

Fc = Fuerza de la cadena en la corona (N)

2.3.8 *Partes generales del ensamblaje*

Para el ensamblaje de los ejes con el diferencial es necesario el uso de 2 tripodes y 4 tricetas. Tomando en cuenta que estas piezas son universales y sus diseños ya están hechos, serán adquiridas por medio de los proveedores, en este caso *RCV Parts* ©.



Figura 4. Triceta

Fuente: RCV Parts



Figura 5. Trípole

Fuente: RCV Parts

2.4 Fase IV: Diseño y estudio de los componentes

El objetivo de esta fase es diseñar el sistema de transmisión de potencia final en un programa de elementos finitos, evaluando cálculos y diseños en etapas previas para integrar un sistema óptimo y eficiente.

2.5 Fase V: Estimación de costos

Se realizó una estimación detallada de costos para el sistema de transmisión de potencia final utilizando catálogos de proveedores y Solidworks © para las piezas diseñadas.

3 | RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

ANÁLISIS DEL RENDIMIENTO DEL MOTOR

Con los datos obtenidos de la Fase I, el pico de torque ocurre al 8500 rpm teniendo un valor de 69.66 N.m, mientras que el pico de potencia se encuentra al 13000 rpm con un valor máximo de 94,30 hp.

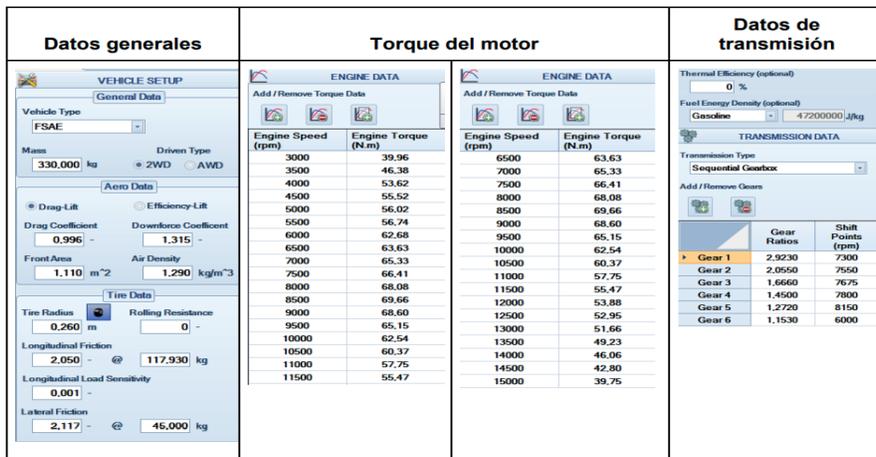


Figura 6. Datos de torque y potencia según rpm

De acuerdo con los resultados obtenidos, se seleccionó la relación (13/52), debido a que mostró una reducción de tiempo significativa frente a la mayoría de las simulaciones, así como también mayor torque y aceleración. Por otro lado, se sabe que el mejor resultado del equipo en esta prueba fue de 50,5 segundos con una relación 14/46 durante el año 2021, por lo que estaríamos frente a una disminución de hasta 5,5 segundos.

El tiempo de vuelta depende del rendimiento del prototipo en pista, aumentando en resultados y puntajes finales si considera penalizaciones a la conducción, combustible consumo y tumbar conos.

Una vez definido la relación a utilizar, se estudió la relación de transmisión total de la caja en cada marcha aplicando la ecuación (1) y los datos de la tabla 5.

Marcha	Relación Caja	Reducción primario	Relación piñón-corona	Relación de transmisión total (RT)
1era	2,923	1,891	4,000	22,109572
2da	2,055	1,891	4,000	15,5440200
3ra	1,666	1,891	4,000	12,6016240
4ta	1,450	1,891	4,000	10,9678000
5ta	1,272	1,891	4,000	9,6214080
6ta	1,153	1,891	4,000	8,7212920

Tabla 4. Relaciones de transmisión total para cada marcha

Conociendo la relación de transmisión total de la caja en cada marcha, se calculó la velocidad teórica del vehículo en cada marcha para cada rpm mediante la ecuación (2). Dando como resultado lo mostrado en la tabla 18. Así como también el torque del vehículo para cada rpm en cada marcha, mostrado en la tabla 4, de los cuales se seleccionaron los torques de diseño más altos.

Marcha	Torque diseño transmisión (N.m)
1	1540,17
2	1082,81
3	877,84
4	764,03
5	670,24
6	607,53

Tabla 5. Torques de diseño de la transmisión para cada marcha

A partir de este punto se obtuvo la velocidad angular (rad/s) a la que gira el motor en el punto de mayor torque, que mostrado anteriormente es 8500 rpm.

W (rad/s)	890,1210
n (rpm a torque máximo)	8500
60	constante

Tabla 6. Velocidad angular del motor a torque máximo

3.1 Realización de los cálculos y selección de los componentes

3.1.1 Cadena

Teniendo en cuenta el pico de potencia mostrado en la figura 6, se procedió a elegir mediante el catálogo de *RK Takasago Chains* de la tabla 24, la cadena 530MAXO, debido a que esta puede soportar hasta 150 hp, cumpliendo con las necesidades de nuestro diseño. Por lo que se procedió a calcular la longitud de la cadena a partir de la ecuación (5), utilizando una distancia entre centros medido directamente desde el CAD actual del vehículo.

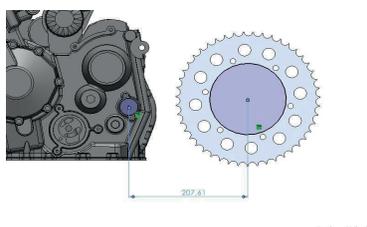


Figura 7. Distancia entre centros Piñon-corona

Longitud Cadena pitch	61,59
Longitud Cadena (mm)	978,04

Tabla 7. Longitud de la cadena

Luego, se calculó la velocidad lineal de la cadena mediante la ecuación (6), dando

como resultado una velocidad lineal de 29,5297 m/s. Se calculó el esfuerzo útil de la cadena, fuerza centrífuga de la cadena y el esfuerzo total que soporta la misma, a partir de las ecuaciones (7), (8) y (9), tomando en cuenta la velocidad lineal de esta. Dando como resultado:

Esfuerzo útil cadena (F_u)	2381,3119	N
Fuerza centrífuga cadena (F_c)	1360,3278	N
Esfuerzo total que soporta la cadena (F_o)	3741,6397	N

Tabla 8. Esfuerzo útil de la cadena, fuerza centrífuga de la cadena y esfuerzo total

Por último, se calcula la potencia de diseño de la cadena, el cual nos indica el valor máximo para el que este sistema está diseñado, mediante la ecuación (10) y tomando en cuenta los factores $k_1 = 0.75$, $k_2 = 1$ y $k_3 = 1.4$, estos de las tablas 29, 30 y 31 respectivamente, dando como resultado una potencia de diseño de 99.02 hp.

3.1.2 Piñón

Para el diseño del piñón, se determinaron los valores de las dimensiones del piñón para su posterior diseño, es decir los parámetros de construcción del engranaje, de acuerdo a lo establecido en las tablas 25, 26, 27 y 28, teniendo en cuenta el paso de la cadena el cual es de 0.625 in y usando las ecuaciones (11), (12), (13), (14), (15), (16), (17), (18). Dando como resultado:

Parámetros de construcción	Piñón
Diámetro Pitch D_p (mm)	66,35
Ángulo contacto con cadena	123,46°
Diámetro rodillo D_r (mm)	10,16
Diámetro interno D_i (mm)	56,19
Diámetro círculo D_s (mm)	10,2868
R1 radio curva pie diente (mm)	5,1434
Diámetro exterior D_e (mm)	73,95
Alfa	39,62°
Beta	13,69°
Espesor diente t (mm)	8,71
Chamfer longitud diente (h) (mm)	7,92
Chamfer ancho diente (g) (mm)	1,9812
Y (Ángulo entre dientes y vano)	13,8462
R2 (mm)	13,2714
W (mm)	13,81

Tabla 9. Dimensiones del piñón

Se calcularon los parámetros geométricos de construcción del pistón, obteniéndose un valor de 2099 N. Se eligió un acero normalizado AISI 4340 por su bajo costo, alta resistencia a la fatiga y al desgaste y mayor durabilidad, siendo la mejor opción frente a otros aceros AISI 4140.

3.1.3 Corona

Para el diseño de la corona, se procedió de la misma manera que con el piñón, es decir los parámetros de construcción de la corona, usando las mismas ecuaciones y tomando en cuenta los mismos parámetros de las tablas anteriores, dando como resultado:

Parámetros de construcción	Corona
Diámetro Pitch Dp (mm)	263
Ángulo contacto con cadena	236,54°
Diámetro rodillo Dr (mm)	10,16
Diámetro interno Di (mm)	252,84
Diámetro círculo Ds (mm)	10,2868
R1 radio curva pie diente (mm)	5,1434
Diámetro exterior De (mm)	272,055
Alfa	36,15°
Beta	16,92°
Chamfer longitud diente (h) (mm)	7,92
Chamfer ancho diente (g) (mm)	1,9812
Y (Ángulo entre dientes y vano)	3,4615
R2 (mm)	13,2714
W (mm)	14,20

Tabla 10. Dimensiones de la Corona

Se calcularon por medio de la ecuación (20) los parámetros geométricos de construcción de la corona, dando como resultado un torque de 1300 N.m. para la transmisión en la 1a y 2a marcha, con una fuerza de 9886 N, debido al alto torque y sus limitaciones. Resultado que tiene sentido tomando en cuenta que estamos frente a una relación 4:1, donde la fuerza se multiplica. Para este elemento se optó por seleccionar una aleación de aluminio 7075-T6, debido a su ligereza, alta resistencia a la fatiga, durabilidad y facilidad de manejo adicionalmente es un material ya trabajado y conocido por el equipo.

3.1.4 Diseño de ejes

Los ejes se basan en el acero AISI 4340 laminado al frío, dado a su resistencia al desgaste, dureza y su acceso en el mercado, y los ejes miden 440 mm.

Posteriormente se calcularon los esfuerzos cortantes a los que será sometido el material, mediante la ecuación (21) y tomando en cuenta la tabla 32, dando como resultado 848,7049 MPa, a lo que se continuó calculando el radio y diámetro mínimo que deberían tener los ejes tomando en cuenta la ecuación (22) y (23), dando como resultado un radio de 9,63 mm y un diámetro de aproximadamente 20 mm. Por otro lado, para el diseño del estriado de los ejes se tomaron diferentes mediciones directamente desde el CAD de las tricetas, ayudándonos del software *Solidworks* ©.



Figura 8. Triceta radio externo

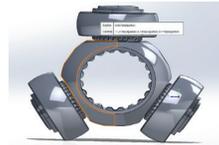


Figura 9. Triceta radio interno

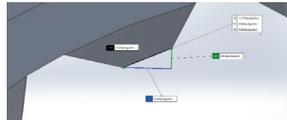


Figura 10. Triceta ancho diente interno

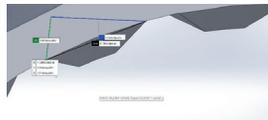


Figura 11. Triceta ancho diente externo

De aquí, tomando los valores anteriormente medidos como D_{ri} , D_i , t_1 y t_2 y aplicando de la ecuación (24) a la (35), se obtuvieron los siguientes valores para la construcción de los dientes:

Ejes Estriados	
Paso P (mm)	24,3875
Número de dientes estriado	20
D_{ri} (in)	0,8775
Ps (stub pitch)	48,7749
D_i (in)	0,8201
D_b (Dia base) in	0,5799
p (círculo de paso)	0,1288
S_v (Ancho de espacio efectivo min) (in)	0,0726
D_o (Dia mayor externo) in	0,8611
D_{re} (Dia menor externo) in	0,7791
D_{fi} (Dia forma interna) in	0,8627
D_{fe} (Dia forma externo) in	0,7939

Tabla 11. Dimensiones del estriado

Por otro lado, era necesario conocer los esfuerzos a los que estarán sometidos estos dientes en sus raíces, para posteriormente obtener el valor del factor de seguridad de estos. Usando la ecuación (36), y aplicando los factores de seguridad $k_a = 2.2$ y $k_f = 1.8$, de

la tabla 36 y 38, se obtuvo como resultado:

Esfuerzos en dientes	
Ss (raíces de los dientes) Psi	89717,1467
Torque (Ruedas) lb.in	6815,8032
Factor Ka	2,2000
Factor Kf	1,8000
Dre ³	0,4729

Tabla 12. Esfuerzo cortante en las raíces de los dientes del estriado

Dando así un factor de seguridad de $1,5 > 1$ por lo cual se asegura que esta pieza no fallará en las raíces de sus dientes debido a la carga aplicada.

Siguiendo el mismo procedimiento anterior se calcularon los esfuerzos ahora en el diámetro de paso de los dientes, aplicando la ecuación (37), (38), (39) y (40), y aplicando los factores de corrección de la tabla 37, se obtuvo:

Esfuerzo cortante en el diámetro de paso de los dientes	
Ss (Psi)	33380,5718
t (espesor de dientes)	0,0644
Factor Km	1,0000
le (longitud efectiva de las estrías) in	0,9449
Factor de seguridad	4,0
Tensiones de compresión en los lados de los dientes de las estrías.	
h (in)	0,0410
Sc (Psi)	2913,0112

Tabla 13. Esfuerzo cortante en el diámetro de paso de los dientes

Dándonos un factor de seguridad de $4 > 1$ en ambos puntos, por lo que se asegura que el sistema tampoco fallará en este caso.

Luego de analizar el estriado, se analizó el eje y se diseñó como una viga mediante el software Sky Civ. Se aplicó una carga de 1470 KN en el centro, dando como resultado el peso promedio del prototipo distribuido entre las ruedas. Luego mediante las ecuaciones (41), (42), (43), (44), (45), (46), (47), (48), (49) y (50), tomando en cuenta los valores de las tablas 39, 40, 41 y 42. Dándonos como resultado:

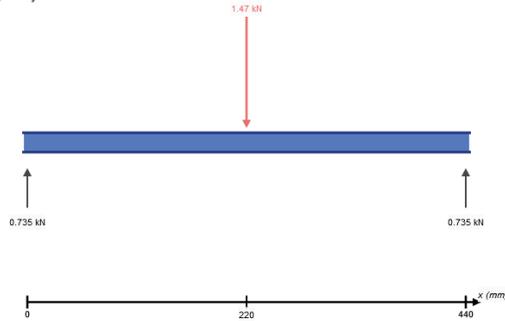


Figura 12. Reacciones en el eje como una viga

Diseño de ejes		
Momento flector	162000	N.mm
Esfuerzos cortantes	735	N
n (Factor de seguridad)	1,5	
Tm (torsión media)	770086,3421	N.mm
Sut (resistencia última a la tensión del material)	1110	MPa
Kf (Factor efectos varios)	1	No cambio de sección
Kfs	1	No cambio de sección
a	4,51	Maquinado o laminado frío
b	-0,265	Maquinado o laminado frío
Ka (Factor Modif. condición superf.)	0,7033	
Kb (Factor modif. tamaño)	0,8999	
Kc (Factor modif. carga)	1	Torsión y esfuerzo combinado
Kd (Factor modif. temperatura)	1	Temperatura ambiente 20-40 grados
Ke (Factor confiabilidad)	0,814	Confiabilidad del 99%
Se' (Limite resistencia fatiga rotatoria)	555	Mpa
Se (Limite resistencia fatiga)	285,9531	Mpa
Diámetro (Criterio de Goodman)	21,4400	mm (Aprox a 22 mm)
A	324000	N.mm
B	1333826,671	N.mm
Diámetro (Criterio Gerber)	20,6086	mm
Sy (Esfuerzo último fluencia)	951	MPa
Diámetro (Criterio de ASME)	23,9712	mm
Sigma' max	656,5245	MPa
ny (Factor de seguridad) Gerber	1,50	
ny (Factor de seguridad) Goodman	1,70	

Tabla 14. Parámetros de diseño de los ejes

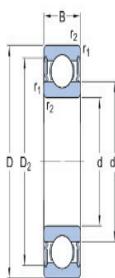
Se utilizó el criterio de Goodman para compartir resultados en materias tensión, a pesar de su eficiencia en la industria y su máximo diámetro de 22mm, lo que debería ser descartado en comparación con el criterio de ASME. Finalmente, del criterio seleccionado se obtiene un factor de seguridad de $1.7 > 1$, lo cual asegura que la pieza no va a fallar por las cargas aplicadas sobre esta.

El análisis y cálculos de las ranuras se enfocó en ejes, en los que los anillos retenedores restringen el movimiento axial de las tricetas para evitar una falla. Siendo

calculado mediante las ecuaciones (51), (52) y (53) y tomando en cuenta los valores de la tabla 43 para diámetros de ejes iguales a 22 mm, y el factor de modificación $Kts = 2.2$. Nos dio como resultado para el esfuerzo nominal cortante: 1128,5799 MPa con un factor de seguridad de $1.4 > 1$.

3.1.5 Bases del diferencial y selección de los rodamientos

Drexler, el fabricante de diferenciales, recomienda utilizar varillas atornilladas, concretamente DIN 6211-2RS1 y DIN 61910-2RS1, que se encuentran en el catálogo de SKF ©.



Dimensiones

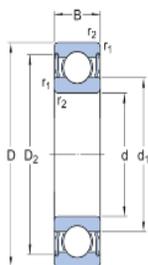
d	55 mm	Diámetro interno
D	100 mm	Diámetro exterior
B	21 mm	Ancho
d ₁	≈ 69.06 mm	Diámetro del resalte
D ₂	≈ 89.4 mm	Diámetro del rebaje
r _{1,2}	min. 1.5 mm	Dimensión del chafán

Figura 13. Dimensiones rodamiento SKF © DIN 6211-2RS1

Datos del cálculo

Clase de rendimiento SKF		SKF Explorer
Capacidad de carga dinámica básica	C	46.2 kN
Capacidad de carga estática básica	C ₀	29 kN
Carga límite de fatiga	P _u	1.25 kN
Velocidad límite		4 300 r/min
Factor de carga mínima	k _r	0.025
Factor de cálculo	f ₀	14.3

Figura 14. Especificaciones del rodamiento SKF © DIN 6211-2RS1



Dimensiones

d	50 mm	Diámetro interno
D	72 mm	Diámetro exterior
B	12 mm	Ancho
d ₁	≈ 57 mm	Diámetro del resalte
D ₂	≈ 66,9 mm	Diámetro del rebaje
r _{1,2}	min. 0.6 mm	Dimensión del chaflán

Figura 15. Dimensiones rodamiento SKF © DIN 61910-2RS1

Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	14.6 kN
Capacidad de carga estática básica	C ₀	10.4 kN
Carga límite de fatiga	P _u	0.5 kN
Velocidad límite		5 600 r/min
Factor de carga mínima	k _r	0.02
Factor de cálculo	f ₀	14.3

Figura 16. Especificaciones del rodamiento SKF © DIN 61910-2RS1

Se efectuaron las respectivas comprobaciones y cargas que soportará el sistema, esto mediante las ecuaciones (54) y (55) y tomando en cuenta la figura 17, lo que resulta como:

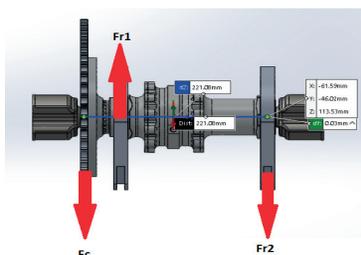


Figura 17. Reacciones en las bases del diferencial

Fr1	7421,433	N
Fr2	2464,497	N
Fc (Corona)	9885,932	N

Tabla 15. Reacciones en las bases del diferencial

Por lo tanto, se comprueba que ambos rodamientos cumplen perfectamente con las necesidades del diseño, basándonos en las cargas radiales que estos deberán soportar.

3.2 Diseño y Simulación de los componentes

El diseño y fuerzas del sistema son ejecutados en Solidworks ©, y el CAD de piezas como tricetas, rodamientos y gomas se proporciona directamente por el proveedor.

3.2.1 Piñón

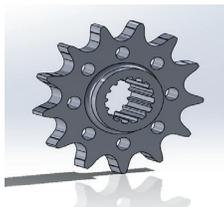


Figura 18. piñón de 13 dientes. Acero AISI 4340

Una vez diseñado el piñón, se procedió a realizar la simulación de esfuerzos tomando en cuenta la fuerza obtenida de la ecuación (19), igual a 2099 N.

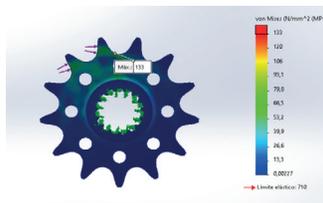


Figura 19 Simulación de esfuerzo del piñón de 13 dientes

Conocido su límite elástico de 710 MPa y su valor de esfuerzo máximo de 133 MPa, se procedió a calcular su factor de seguridad, dando como resultado $5.4 > 1$. Con un peso de 205 gr.

3.2.2 Corona

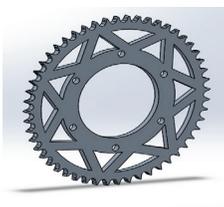


Figura 20. Corona de 52 dientes

Una vez diseñada la corona, se procedió a realizar la simulación de esfuerzos tomando en cuenta la fuerza obtenida de la ecuación (20), igual a 9886 N.



Figura 21. Simulación de esfuerzo de la corona de 52 dientes

Conocido su límite elástico de 505 MPa y su valor de esfuerzo máximo de 214 MPa, se procedió a calcular su factor de seguridad, dando como resultado $2.4 > 1$. Con un peso de 730 gr.

3.2.3 Porta corona



Figura 22. Porta corona

Una vez diseñado el porta corona, se procedió a realizar la simulación de esfuerzos tomando en cuenta el torque máximo del motor que es de 1540,17 N.m.

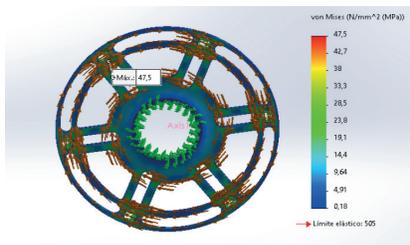


Figura 23. Simulación de esfuerzo de la porta corona

Conocido su límite elástico de 505 MPa y su valor de esfuerzo máximo de 47.5 MPa, se procedió a calcular su factor de seguridad, dando como resultado $10.6 > 1$. La pieza es sobredimensionada, lo que puede bajar el factor de seguridad mediante material o rediseño, pero el material de fabricación y la pieza pesa 290 gramos lo cual tiene sentido el cambio por ser liviana.

3.2.4 Ejes



Figura 24. Eje 440mm solitario

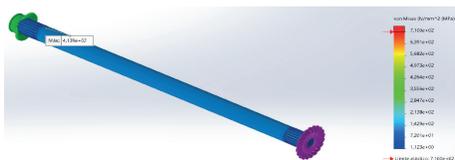


Figura 25. Simulación de esfuerzo del eje 440mm

Conocido su límite elástico de 710 MPa y su valor de esfuerzo máximo de 413.9 MPa, se procedió a calcular su factor de seguridad, dando como resultado $1.7 > 1$. Con un peso de 1301 gr.

3.2.5 Bases del diferencial



Figura 26. Base del diferencial 75 mm



Figura 27. Base del diferencial 100 mm

3.2.6 Sistema Diferencial completo

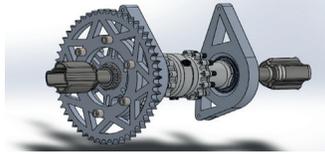


Figura 28. Sistema Diferencial- Corona- Porta corona

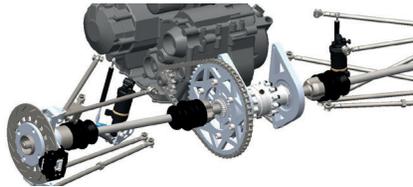


Figura 29. Sistema de Transmisión de Potencia Completo

3.3 Análisis de costos

Finalmente se realizó el análisis de costos para la completa implementación del sistema, los precios fueron obtenidos directamente del catálogo de los proveedores y las piezas fabricadas se obtuvieron a través de la herramienta *costing* de *Solidworks* ©

Análisis de costos			
Pieza y/o parte	Cantidad	Costo Unidad (USD)	Costo total (USD)
Piñon	1	163,61	163,61
Corona	1	124,58	124,58
Porta-corona	1	106	106
Diferencial	1	1904,6	1904,6
Ejes	2	247,2	494,4
DIN 6211-2RS1	1	34	34
DIN 61910-2RS1	1	65,53	65,53
DIN 28X40X7	2	11	22
DIN HK-2820	2	11,6	23,2
DIN 471 - 50	2	5	10
Base Diferencial	2	135,4	270,8
Cadena 530	1	89,01	89,01
Triceta	2	115,5	231
Goma triceta	2	12	24
Housing triceta	2	286	572
Total			4134,73

Tabla 16. Análisis de costos de implementación del sistema

4 | CONCLUSIONES

- Se logró evaluar y comparar mediante Optimum Lap © los mejores tiempos de vuelta para cada relación final: 14/52, 14/48, 13/52 y 17/48.

- Se diseñó un sistema de transmisión de potencia con una relación 13/52, que fuera capaz de mejorar los tiempos de vuelta en el *endurance* hasta en 5.5 segundos, lo cual representa bastante para los estándares de Formula SAE.
- Los cálculos y simulaciones de Solidworks permitieron evaluar y confirmar la capacidad de todas las piezas para soportar los esfuerzos esperados, utilizando como criterio el factor de seguridad.
- Este trabajo de investigación servirá como objeto de análisis y validación del sistema de transmisión de potencia para la prueba de *Design*.
- Recomendaciones y limitaciones
- Se podría realizar un estudio topológico de los componentes del sistema de transmisión de potencia, que, combinado con un proceso de fabricación aditiva, conduciría a reducciones de peso significativas para cada componente.
- Estudiar la posibilidad de elección de otras opciones para el piñón-corona en función de las necesidades futuras del equipo.

REFERENCIAS

Baumgartner, G. (2023). *Diseño de un Sistema de Admisión Variable para un Vehículo de Fórmula SAE*.

Casanova, D. (2000). On minimum time vehicle maneuvering: The theoretical optimal lap.

González Corchón, P. (2016). Diseño, Fabricación y Montaje de la transmisión de un vehículo de competición Formula Student (FSAE) (Doctoral dissertation, Universitat Politècnica de València).

Mott, R. L., Pozo, V. G., Sánchez, S. S., Fernández, Á. H., & Sánchez, J. V. (2006). Diseño de elementos de máquinas.

Nunes, S. (2023). *Propuesta de un Paquete Aerodinámico para un Vehículo de Fórmula SAE*.

Oberg, E., Jones, F. D., Horton, H. L., RYFFEL, H. H., MCCAULEY, C. J., HEALD, R., & HUSSAIN, M. I. (1914). *Machinery's Handbook* (Vol. 6). New York: Industrial Press.

SAE INTERNATIONAL (2023). FORMULA SAE RULES 2024. <https://www.fsaeonline.com/cdsweb/gen/DownloadDocument.aspx?DocumentID=369d01c0-589d-4ebe-b8d4-b07544f4a52b>