

DEMONSTRANDO PROPRIEDADES DA GEOMETRIA PLANA NO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DE UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS E EXPERIMENTAIS

Data de aceite: 02/09/2024

Carlos Eduardo Ladeira Vidigal

Mestre em Matemática pelo Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG). Professor da rede provada e pública. Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil,
<https://orcid.org/0000-0003-1268-5249>
<http://lattes.cnpq.br/4486238385677263>

Fernanda Aparecida Ferreira

Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Professora efetiva do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), Belo Horizonte, Mians Gerais, Brasil
<https://orcid.org/0000-0002-2697-4327>
<http://lattes.cnpq.br/3569982363355548>

experimentação e investigação matemática para pensar o ensino de conteúdos da Geometria, suscitando nos alunos a elaboração de argumentos lógicos que os aproximem da demonstração matemática. A aplicação de uma das atividades da sequência revelou que propostas didáticas diferenciadas podem contribuir para que os alunos se sintam competentes para “fazer” matemática, demonstrando propriedades geométricas sem a preocupação exclusiva com rigor, mas sim, no entender os porquês das verdades matemáticas

PALAVRAS-CHAVE: Demonstração; Geometria; Ensino; Matemática; Sequência Didática

RESUMO: Nesse artigo, apresentamos um recorte de uma dissertação de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT), no Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que teve por objetivo elaborar uma sequência didática de atividades destinadas a educação básica, versando sobre teorema clássicos da Geometria Euclidiana. A proposta de atividades utiliza da

PROVING PROPERTIES OF PLANE GEOMETRY IN ELEMENTARY SCHOOL THROUGH A PROPOSAL FOR INVESTIGATIVE AND EXPERIMENTAL ACTIVITIES

ABSTRACT: In this article, we present a section of a master's dissertation developed within the scope of the Professional Master's Program in Mathematics in Network (PROFMAT), at the Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), which aimed to develop a didactic sequence of activities for basic education, focusing on classic theorems of Euclidean Geometry. The proposed activities use experimentation and mathematical investigation to think about the teaching of geometric content, stimulating students to develop logical arguments that bring them closer to mathematical demonstration. The application of one of the activities in the sequence revealed that differentiated didactic proposals can contribute to students feeling competent to "do" mathematics, proving geometric properties without exclusive concern for rigor, but rather for understanding the whys of mathematical truths

KEYWORDS: Demonstration; Geometry; Teaching; Mathematics; Didactic Sequence

DEMOSTRAR PROPIEDADES DE LA GEOMETRÍA PLANA EN LA ESCUELA PRIMARIA A TRAVÉS DE UNA PROPUESTA DE ACTIVIDADES INVESTIGATIVAS Y EXPERIMENTALES

RESUMEN: En este artículo presentamos un extracto de una tesis de maestría desarrollada en el ámbito de la Maestría Profesional en Matemáticas en Red (PROFMAT), en el Centro Federal de Educación Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que tuvo como objetivo desarrollar una metodología didáctica. Secuencia de actividades dirigidas a la educación básica, que tratan de los teoremas clásicos de la Geometría Euclidiana. Las actividades propuestas utilizan la experimentación y la investigación matemática para pensar la enseñanza de contenidos de Geometría, incentivando a los estudiantes a desarrollar argumentos lógicos que los acerquen a la demostración matemática. La aplicación de una de las actividades de la secuencia reveló que diferentes propuestas didácticas pueden ayudar a los estudiantes a sentirse competentes para "hacer" matemáticas, demostrando propiedades geométricas sin la preocupación exclusiva del rigor, sino comprendiendo las razones de las verdades matemáticas

PALABRAS-CLAVE: Demostración; Geometría; Enseñando; Matemáticas; Después de la enseñanza

INTRODUÇÃO

No contexto da nossa prática profissional, percebemos que não é incomum que alguns professores de matemática terminem o ano letivo de forma que parte da proposta curricular tenha sido abandonada, seja por motivo da própria estruturação da grade, da formação do professor, do andamento do curso, entre outros motivos. Em geral, a parte referente à Geometria é a mais afetada

É notório que o ensino de Geometria na escola básica tem papel fundamental no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, mas, muitas vezes, é deixado de lado em favor do ensino da Álgebra. Segundo GAZIRE (2000), o movimento da Matemática Moderna tem sua parcela de contribuição no caos que se instaurou no ensino da Geometria, uma vez que a proposta de algebrizar a Geometria não se manteve, criando uma lacuna, principalmente, nas práticas pedagógicas

Além disso, na maioria das vezes em que é ofertada, a geometria escolar, baseada na Geometria Euclidiana, é apresentada de maneira sucinta e superficial, com foco em processos lógico-dedutivos formais que, em geral, levam a resolução de problemas algébricos. Por outro lado, muitas pesquisas retratam a importância de promover a descoberta “matemática” em sala de aula por outros meios criativos, nas quais os alunos possam inferir, conjecturar, validar, refutar, abstrair e generalizar proposições

Permitir que os alunos vivenciem um momento criativo é fundamental no ensino e aprendizagem, uma vez que aproxima o estudante da verdadeira criação da matemática enquanto ciência. Dessa forma, contribuimos para despertar nos alunos o seu lado questionador, crítico e investigativo

Nesse contexto de importância do ensino de Geometria na educação básica julgamos que ferramentas tecnológicas possam ser grandes aliadas ao processo de ensino e aprendizagem que tenham por finalidade facilitar experimentações no ambiente de sala de aula. Destacamos, também, o potencial para se trabalhar com práticas pedagógicas diferenciadas e criativas, o que permite ao aluno interagir com os conceitos matemáticos, propiciando a descoberta, inferindo resultados, levantando e testando hipóteses, permitindo verificar a veracidade (ou não) de determinada proposição. A ideia do uso dessas ferramentas é oferecer para o aluno um ambiente no qual ele possa vivenciar o “fazer” Matemática

É nesse sentido que, retratamos nesse artigo, uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede (PROFMAT), na instituição associada Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), que teve por objetivo principal trabalhar alguns conteúdos específicos de Geometria Euclidiana, por meio de uma sequência didática de atividades que tiveram como prerrogativa a experimentação e exploração de propriedades geométricas, de tal forma que as atividades pudessem aproximar os alunos da demonstração matemática

A concepção e construção das atividades, sua aplicação e alguns resultados são apresentados nas seções seguintes. Inicialmente, descreveremos sobre o papel da demonstração na matemática e como ela pode ser contextualizada no ensino em nível básico de escolarização

DEMONSTRAÇÕES NO CONTEXTO DA ESCOLA BÁSICA: ALGUMAS PERSPECTIVAS

As demonstrações matemáticas como meio de validar o conhecimento podem e devem ser incorporadas ao ensino de acordo com cada nível de escolaridade. Balacheff (1987) faz uma distinção entre “demonstração” e “prova” em termos de validação. Para o autor, podemos dizer que a Matemática desenvolve o primeiro, enquanto os professores de matemática lidam apenas com o segundo (BALACHEFF, 1987)

No ensino básico uma prova não deve ter o papel apenas de dar uma explicação explicitamente rigorosa para um fato matemático utilizando uma estrutura organizada com base em inferência de argumentos dedutivos. A prova em salas de aulas da educação básica deve ser baseada em argumentos que têm como principal função convencer os alunos da validade de determinada proposição

Além disso, o declínio da Geometria Euclidiana escolar muito se deve às dificuldades conceituais, e até mesmo cognitivas, causadas pelas argumentações lógicas que constituem a essência da Geometria Euclidiana. A maioria das dificuldades que se observam nos alunos em sala de aula está relacionada com a maneira de organizarem o seu raciocínio e construir argumentações lógicas (LINDQUIST; SHULTE, 1994)

A abordagem axiomática da Geometria Euclidiana é uma forma de decifrar as relações entre diferentes fatos e exibir a sua lógica estrutural, porém, numa abordagem construtiva do pensamento geométrico, guiado pela intuição, uma verdadeira fonte da dinâmica matemática pode trazer elementos que tornam o conhecimento geométrico comparável à música e à arte (COURANT; ROBBINS, 2000)

Para isso, julgamos que, em níveis básicos de ensino é preciso aceitar que uma prova pode só explicar e convencer, independentemente dos argumentos utilizados. Em ambientes formais de ensino, as provas matemáticas que ali ocorrem devem ser exploradas como um meio para se chegar às demonstrações formais da matemática (ou quase). Dessa forma, muito da Geometria Euclidiana, área da matemática na qual as demonstrações são comuns, teria mais sentido para os alunos e contribuiria para o desenvolvimento de um raciocínio que transitaria para a evolução de uma prova para uma demonstração formal.

Podemos constatar as observações feitas acima com os resultados encontrados em uma pesquisa realizada por Ferreira (2016) em seu doutoramento. A autora fez um mapeamento sobre a produção internacional em Educação Matemática com o objetivo de compreender o que estava sendo discutido sobre a temática “Provas e Demonstrações Matemáticas”. Dentre as várias compreensões trazidas em seu trabalho, chamamos atenção especial para aqueles que tratam das provas e demonstrações no âmbito da educação básica

Ferreira (2016) constatou, em seu levantamento, que as pesquisas voltadas para esse nível de escolaridade sugerem que é preciso explorar “novas possibilidades para tornar o ensino da prova matemática significativa e necessária para os alunos” (FERREIRA, 2016, p. 309). É necessário levar em conta, em situações de aprendizagem, que não existem provas melhores do que outras, apenas públicos diferentes, capazes de compreender, em determinados contextos (comunidades), os argumentos apresentados por um expositor (CHATEUBRIAND, 2005)

Ainda, de acordo com Ferreira (2016), seu trabalho indica que há uma necessidade de discutir o ensino das provas matemáticas desde a educação básica, levando em conta as diferentes funções que uma demonstração exerce. “A visão tradicional de que a única função da prova é a verificação de afirmações Matemáticas parece ignorar o real papel da experimentação na Matemática” (FERREIRA, 2016, p. 309). A referência primária a respeito da função “verificação” da prova em contexto escolar, em muitas pesquisas analisadas se apoiam nas ideias de Villiers (2001).

De acordo com Villiers (2001), a demonstração tem as seguintes funcionalidades, as quais podem ser resumidas em:

- (i) verificação (diz respeito à verdade de uma afirmação); (ii) explicação (fornece explicações do porquê certa afirmação ser verdadeira); (iii) sistematização (organiza os resultados/argumentos em um sistema dedutivo de axiomas, conceitos primários e teoremas); (iv) descoberta (evidencia a descoberta ou invenção de novos resultados); (v) comunicação (transmite o conhecimento produzido); (vi) desafio intelectual (reflete a gratificação pessoal, resultante da construção de uma demonstração) (FERREIRA, 2016, p.310)

Para Ferreira (2016), as pesquisas que trazem alternativas para o ensino das provas na educação básica afirmam que um trabalho significativo deve levar em consideração as funções descritas acima, não apenas como características da prova matemática, mas também como funções das provas que emergem em situação de ensino, “promovendo, sempre que possível, uma relação entre essas formas de justificação, e a evolução das ações de verificação empírica para a exigência de uma prova rigorosa” (FERREIRA, 2016, p. 310)

Nesse sentido, o uso de tecnologias pode ser um forte aliado para o desenvolvimento de práticas pedagógicas que levem em consideração novas formas de justificação de proposições, estreitando argumentos elaborados em contextos de ensino com a demonstração matemática

As experimentações em aplicativos de Geometria Dinâmica assumem uma posição comprobatória para aqueles que lidam com elas, levando à transformação de uma conjectura em prova e permitindo essa comprovação sem a necessidade de produzir justificativas com deduções, como nas chamadas demonstrações. Porém, um trabalho em sala de aula não deve ignorar a demonstração formal de uma constatação feita por meio do recurso tecnológico. Nesse momento, é importante que o aluno compreenda a necessidade de formalizar os seus resultados, por meio de uma demonstração mais rigorosa

Diante o exposto, não há que questionar o papel das demonstrações para a matemática e para o seu ensino. Contudo, a prática do “fazer” matemática (enquanto ciência) não pode ser assumida como um único caminho para o “fazer” matemática em contexto escolar

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA O ENSINO DE TEOREMAS CLÁSSICOS DA GEOMETRIA NO EDUCAÇÃO BÁSICA

As atividades de ensino elaboradas na pesquisa de mestrado aqui retratada, teve por objetivo levar o aluno a trilhar um processo de experimentação que culminasse na elaboração de argumentos lógico – matemáticos, estreitando a relação dos argumentos discentes produzidos em contexto escolar com a demonstração matemática

Infelizmente, nossa prática mostra que nem sempre é fácil para os alunos perceberem padrões matemáticos simples em situações geométricas, tais como uma constatação matemática pronta e acabada, com algumas “mostrações” confusas e sem muita possibilidade de experimentação, principalmente a visual. Por isso, nas atividades elaboradas, procuramos levar o estudante a fazer experimentações em que pudesse observar relações/propriedades visualmente, permitindo a elaboração de raciocínios dificilmente suscitados com uma proposta mais tradicional de ensino

Todas as atividades¹ da sequência produzida podem ser visualizadas e reaproveitadas para aplicação por outros professores que atuam na educação básica. Destacamos que os conteúdos abordados nas atividades são assuntos normalmente trabalhados no 8º e 9º anos do ensino fundamental e contemplados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento oficial que norteia os currículos e programas das escolas de educação básica do país

Apenas para caracterizar seus conteúdos e os objetivos delineados em cada atividade, já que nesse artigo, em função da delimitação de número de páginas seria difícil apresenta-las na íntegra, seguem algumas informações que julgamos pertinentes para aqueles que se interessarem em utilizá-las

O que pensamos sobre as atividades

As atividades que compõem a sequência desenvolvida foram criadas com a finalidade de propor situações motivadoras em relação à aprendizagem de novos conteúdos por meio de explorações matemáticas. Por isso, antes da realização dessas atividades é importante verificar alguns conhecimentos prévios dos alunos em relação aos novos conteúdos que serão trabalhados para que os estudantes tenham condições de atuar como sujeitos ativos no processo de ensino e aprendizagem

1. Atividades disponíveis na dissertação em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5771&id2=171053264. Acesso em: 29 nov.2023.

Como dinâmica para o desenvolvimento das atividades em sala de aula, sugerimos que os alunos sejam agrupados em duplas, caso seja possível e viável de acordo com as particularidades de cada turma. A proposta de fazer em dupla permite que durante a realização de cada atividade os alunos possam argumentar, conjecturar, elaborar estratégias e discutir sobre os caminhos e resultados encontrados para resolução das atividades e, ainda, sanar as dificuldades que por ventura possam ocorrer na interpretação dos enunciados, entre outras. Tal tipo de agrupamento é defendido por Coll (1997) quando afirma que se deve dar ênfase às relações que se estabelecem entre aluno-aluno. O mesmo autor defende a utilização de alunos em pares se referindo a pesquisas que mostraram que as relações entre alunos incidem de formas decisivas sobre aspectos como a socialização, a aquisição de competências, o aumento do nível de desempenho e o rendimento escolar

É importante orientar que os alunos devem ler as instruções e segui-las antes de pedir ajuda a alguém. Permitir que os alunos façam perguntas ao professor ou a qualquer outra pessoa sobre as instruções, antes de tentar compreendê-las, pode comprometer o trabalho de experimentação. Por isso, é necessário que, antes de tirar dúvidas sobre os passos das atividades, tente-se garantir que os alunos fizeram a leitura em uma tentativa de compreender o que se solicita

Como as atividades tem por finalidade explorar situações matemáticas para estabelecimento de relações/propriedades, utilizamos bastante do recurso visual. Dessa forma, para viabilizar a visualização e a experimentação, optamos em elaborar duas das atividades com o auxílio do aplicativo GeoGebra. Contudo, o Censo Escolar² (2017) mostra que apenas 46,8% das escolas de ensino fundamental dispõem de laboratório de informática. Por esse motivo, apresentamos também uma alternativa às atividades sem a necessidade de recursos computacionais

Ao final de cada atividade, é importante que os questionamentos dos alunos, as dificuldades e entraves percebidos e quaisquer episódios relevantes decorridos durante o desenvolvimento das atividades sejam trabalhados pelo professor durante um momento de socialização no encerramento de cada atividade. Essa é uma postura importante quando pensamos em desenvolver atividades que contemplem práticas matemática experimentais e/ou investigativa

2. Ver em <http://portal.mec.gov.br/docman/janeiro-2018-pdf/81861-divulgacao-censo-2017-vi-pdf/file>. Acesso em: 29 nov.2023.

As atividades da sequência

a) Atividade 1: Um corte nas paralelas

Nessa atividade exploramos as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Os padrões que são determinados quando as linhas paralelas são cortadas por uma transversal são simples de serem reconhecidos e uma exploração visual nos leva a entender por que os ângulos formados nessa construção são congruentes ou complementares. Assim, ensinar aos alunos sobre transversais oferece uma grande oportunidade de reforçar com eles a prática de sempre procurar padrões em matemática

A atividade foi planejada utilizando-se de um roteiro didático com instruções para realização das tarefas propostas. Sua elaboração contou com o auxílio do software GeoGebra e as perguntas contidas no roteiro, levaram os alunos a utilizar argumentos, mesmo que informais, para estabelecer relações/padrões sobre os ângulos criados quando as linhas paralelas são cortadas por uma transversal.

Essa atividade contempla a habilidade EF07MA23 da BNCC: Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica

Após a aplicação desta atividade, espera-se que os alunos sejam capazes de:

- Identificar ângulos congruentes quando uma linha cruza linhas paralelas
- Definir linhas transversais, paralelas e ângulos congruentes
- Demonstrar um entendimento das regras geométricas que se aplicam às transversais
- b) Atividade 2: Um feixe de proporcionalidade

A BNCC (2018) de Matemática do Ensino Fundamental propõe na habilidade EF09MA14 a “resolução e elaboração de problemas de aplicação das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes” (BNCC, p 319). Nesse contexto, encontra-se o Teorema de Tales, atribuído a Tales de Mileto (624 a.C. a 546 a.C.), cerca de 300 anos antes de Euclides, que propõe tais relações de proporcionalidade e ainda tem grande importância no estudo da teoria de semelhança de triângulos, conteúdo proposto na habilidade EF09MA12

Ferreira (2017) afirma que em alguns livros didáticos a demonstração do Teorema é feita de maneira incompleta o que prejudica, de certa forma, a construção do conhecimento, principalmente se considerarmos demonstrações em livros didáticos destinados para a educação em nível de escolarização básica. O autor também destaca que algumas demonstrações são realizadas utilizando propriedades de semelhança de triângulos, porém, em muitos casos, esse assunto é apresentado posteriormente ao Teorema de Tales

Nesse sentido, elaboramos uma proposta de atividade, com o auxílio do GeoGebra, que leva o aluno a explorar situações em que feixes de retas paralelas são intersectadas por retas transversais verificando a validade/veracidade do teorema. O objetivo dessa exploração é favorecer a compreensão do Teorema de Tales e não apenas sua mera memorização

c) Atividade 3: Enquadrando Pitágoras

O Teorema de Pitágoras é um dos mais famosos teoremas da matemática estudado no ensino básico. São várias demonstrações desse Teorema embora não se saiba qual foi a prova dada por Pitágoras e se foi ele mesmo que demonstrou o teorema que leva seu nome (KAHN, 2017, p.52)

Essa atividade teve por finalidade levar o aluno a desenvolver a habilidade EF09MA13 da BNCC, que propõe demonstrar o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos a partir de investigações matemáticas por meio de problemas. Os alunos precisam mobilizar conhecimentos adquiridos anteriormente, além de estratégias de resolução de problemas matemáticos, para verificar/validar o Teorema proposto com a atividade. Com tantos conceitos matemáticos envolvidos, o foco é levar os alunos a compreender a ideia, por meio de manipulações concretas, de que a soma dos quadrados das medidas dos catetos de um triângulo retângulo é igual ao quadrado da medida da hipotenusa

O objetivo desta terceira atividade é propor uma prática diferenciada das comumente utilizadas em sala de aula para apresentar o Teorema de Pitágoras. Optamos por incluir materiais manipuláveis e concretos para explicar/validar visualmente esse Teorema, visto que nem sempre estão disponíveis recursos computacionais para a utilização por parte dos alunos

Além disso, essa opção compartilha da importância de se trabalhar com materiais manipuláveis - concretos e com o recurso da visualização, principalmente na educação de nível fundamental, já que tais práticas contribuem para aproximar os alunos do fazer matemática e da elaboração de argumentos plausíveis

Validando a importância do papel das atividades experimentais com a aplicação de “Enquadrando Pitágoras: compreensões da prática

Devido ao pouco tempo para finalização da dissertação que contém as atividades expressas no artigo, mais cientes de que a aplicação de que, pelo menos uma delas, era necessário para validar os objetivos traçados, aplicamos uma das atividades da sequência didática, a “Enquadrando Pitágoras”, em duas turmas do 8º ano do Ensino Fundamental (ambas com 25 alunos matriculados) de uma escola particular da região metropolitana de Belo Horizonte, no mês de julho do ano de 2020, durante o regime de Ensino Remoto Emergencial (ERE), instituído pela pandemia do coronavírus

Dos 50 alunos matriculados nessas turmas, 31 realizaram a atividade e a desenvolveram até o final. Os demais não acessaram a atividade por motivos que não foram relatados. Vale ressaltar que tal atividade não tinha caráter avaliativo

A atividade foi disponibilizada pela plataforma *Moodle*, um ambiente virtual de aprendizagem já conhecido dos alunos e com o qual eles já estavam bastante familiarizados, visto que o professor pesquisador já utilizava deste ambiente antes mesmo do ERE

Para que as respostas dos alunos durante a realização da atividade pudessem ser coletadas de forma mais dinâmica, utilizamos como ferramenta de coleta de dados um questionário elaborado no *Microsoft Forms*³, no qual colocamos todo o roteiro da atividade. Esse questionário pôde ser acessado pelo computador ou por um *smartphone* utilizando o link disponibilizado ou *qr code*

A atividade foi aplicada remotamente, porém, durante uma aula síncrona⁴ de 50 minutos, dois dias antes da data prevista para a aplicação da atividade, o professor aplicador usou 15 minutos para orientar os alunos sobre as características da atividade que seria disponibilizada bem como o tempo que ela permaneceria disponível para realização. Nesse encontro virtual, os alunos foram avisados que deveriam tentar dar respostas “completas” para os questionamentos, relatando o máximo de detalhes possíveis. Além disso, foram avisados que a atividade ficaria disponível durante dois dias para que pudessem realizá-la e que eles deveriam preparar o material usual de aula (caderno para anotações, livro, etc.) antes de iniciar a atividade. Foram orientados a escolher um lugar e horário em que não seriam interrompidos, de preferência, pois mesmo o questionário estando disponível por dois dias, o aluno só poderia fazê-lo uma única vez, embora não existisse limite de tempo para realização da atividade e quantidade de acessos. Assim, o aluno poderia começar em um dia e finalizar no outro

Algumas interpretações com a aplicação da atividade

Após a aplicação da atividade foi possível verificar as respostas dos alunos no relatório fornecido pela plataforma do *Microsoft Forms*. Analisamos os dados qualitativos e quantitativos resultantes da participação dos alunos no desenvolvimento da atividade

Estamos chamando de dados quantitativos, dados objetivos que incluem, por exemplo, informações relacionadas ao tempo gasto para realização das atividades, percentual de acertos e erros das respostas das atividades e quantidade de alunos que deram respostas para cada uma das questões da atividade

3. <https://forms.office.com/Pages/ResponsePage.aspx?id=DQSIkWdsW0yxEjajBLZtrQAAAAAAAAAAAAAMAAM7a8JZU-QkxBVlpRTIBYSIZXT05DMEVEUko2QVkyUi4u>.

4. Também chamadas de aulas online, as aulas síncronas são oferecidas em tempo real através de uma plataforma virtual de videoconferência, como por exemplo o *Google Meet* ou o *Zoom*. A realização de tarefas por si só incluindo assistir a uma vídeo-aula já gravada são chamadas de aulas assíncronas e necessitam de plataformas específicas como por exemplo o *Moodle* ou *Google Classroom*.

É importante destacar que por detrás de cada número, existe uma qualidade a ser explorada ao olhar de um pesquisador. Assim, os dados qualitativos incluem nossas interpretações elaboradas a partir dos dados objetivos, em uma tentativa de articulações com nosso referencial teórico, com os objetivos da atividade, além de relatos dos alunos sobre o desenvolvimento da atividade

Nesse artigo, daremos destaque aos resultados provenientes dos dados gerais e nossas percepções com relação a prática experienciada. Aos que se interessarem pela análise das respostas dos alunos em cada uma das atividades, aconselhamos a leitura da dissertação, da qual esse artigo é um recorte

Para garantir a confidencialidade dos dados e seus sujeitos usamos uma numeração para indicar os alunos e suas respostas ao longo das análises. Essa numeração foi atribuída de acordo com uma planilha elaborada pelo próprio recurso do *Forms* na medida em que os alunos iam terminando a atividade. Dessa forma, o primeiro aluno que finalizou a atividade denotamos por Aluno 1 e o último aluno a terminar a atividade denotamos por Aluno 31

Análises gerais

A título de exemplo, para garantir uma compreensão acerca de algumas das análises elaboradas, na Figura 1 apresentamos a imagem do *applet* elaborado no GeoGebra que direcionou toda a experimentação/investigação necessária para o desenvolvimento da atividade “Enquadrando Pitágoras”

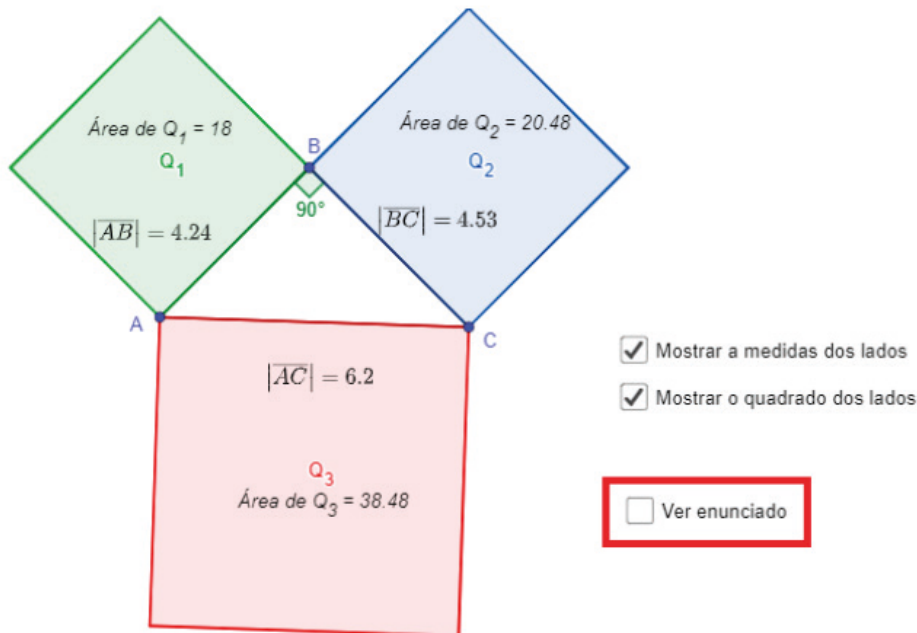


Figura 1 – Applet inicial da atividade Enquadrando Pitágoras

Fonte: Adaptado Vidigal (2020)

Mesmo que não seja a intenção desse artigo apresentar todos as questões da referida atividade, algumas das análises remetem a elementos discriminados nas atividades, assim, a imagem auxilia no entendimento de algumas das falas

Para permitir uma interação (mesmo que virtual) dos alunos, já que a realização da atividade aconteceu individualmente, os alunos tiveram um fórum exclusivo para comunicarem-se com o professor caso encontrassem alguma dificuldade ao longo do desenvolvimento da atividade

Infelizmente, pouca interação ocorreu com a aplicação feita remotamente. Essa afirmação está baseada no fato de que apenas um dos alunos fez uso do fórum disponibilizado pelo professor para as dúvidas. Abaixo, segue a mensagem do Aluno 17:

Mensagem do Aluno 17: *Não consegui fazer a avaliação pois quando alterava a medida de \overline{AB} e \overline{BC} falsequando foi pedido a soma das áreas dos quadros verde e azul não dava igual a medida da área do quadrado vermelho assim como no primeiro exemplo*

Diante desse questionamento, percebemos que o Aluno 17 estava tentando alterar os controles que alteravam as medidas \overline{AB} e \overline{BC} falsepara que a soma das medidas das áreas dos quadrados verde e azul ficasse igual à medida da área do quadrado vermelho. Em menos de uma hora o professor respondeu ao Aluno 17 no fórum:

Mensagem do professor: *Olá! O fato de a soma das áreas ser igual nem sempre vai acontecer. Leia com atenção as perguntas. Detalhe: não se esqueça que nesse momento da atividade que você descreve, é pedido que você crie novos triângulos retângulos. Isto é, modifique o triângulo, mas construa novos triângulos retângulos. Ah! E fique atento às perguntas!!! Leia e releia quantas vezes for necessário*

Além dessa interação, nenhum outro aluno relatou algum problema ou dúvida pelo fórum. Vale ressaltar que essas mensagens deixadas no fórum ficaram visíveis para que outros alunos pudessem consultar as dúvidas dos outros

Dos 31 alunos que responderam até o final, a média de tempo gasto para realização da atividade foi de 109 minutos com mediana 59 minutos. O aluno que gastou menos tempo precisou de 13 minutos para finalizar a atividade. Pelas respostas apresentadas podemos inferir que ele realizou tudo o que foi pedido, porém, talvez por se tratar de um aluno repetente e já conhecer o Teorema de Pitágoras, tenha realizado a atividade já sabendo de qual assunto se tratava

Dois alunos (Aluno 30 e Aluno 31) gastaram 150 minutos para realizar a atividade, tendo iniciado e terminado no mesmo horário. Destacamos que as respostas fornecidas por esses dois alunos são idênticas. O tempo gasto por esses dois alunos só é superado pelo aluno que gastou 1407 minutos, ou seja, quase um dia

Das conclusões possíveis, podemos dizer que esses dois alunos fizeram a atividade juntos, mostrando que interagiram durante a atividade para elaboração dos argumentos, já que gastaram um tempo razoável para o desenvolvimento. Dizer que um copiou as conclusões do outro também é uma possibilidade, mas nosso conhecimento desses alunos, e pelos dados registrados de data e tempo de realização da atividade, nos faz inferir que eles desenvolveram a tarefa discutindo cada um dos passos

Após a aplicação

Na aula online seguinte à realização da atividade foi reservado um momento para discussão. Todos os alunos foram convidados a relatar suas percepções sobre a atividade, mas apenas dois alunos participaram, voluntariamente

Segue a fala desses dois alunos:

Aluno 15: *Foi muito divertido usar o GeoGebra. Meu pai é engenheiro e sempre ouço ele falar do Teorema de Pitágoras*

Aluno 25: *Não gostei muito de ficar fazendo a atividade no computador. Prefiro lista de exercícios pra fazer no caderno!*

O Aluno 3 foi chamado, nominalmente, para que pudesse explicar a observação deixada na atividade. Nesse momento, o Aluno explicou que apesar de ter chegado à conclusão ele não conseguiu entender muito bem como o Teorema de Pitágoras podia ser verdadeiro e aplicável

Dos 6 alunos que afirmaram não ter chegado à conclusão, dois alunos (Aluno 4 e Aluno 23) não participaram dessa aula online. Os outros 4 alunos foram chamados a participar e interagir, mas não quiseram responder

Destacamos aqui, que alguns alunos que não realizaram a atividade pediram para que fosse dada uma nova oportunidade. Como grande parte dos alunos já tinham participado e os resultados já haviam sido coletados, foi disponibilizado um *link* para o *applet*, juntamente com o roteiro para a atividade para que eles pudessem realizá-la sem que houvesse a coleta de dados. Esse *link* também ficou disponível para todos aqueles que já haviam realizado a tarefa, porém quisessem acessar novamente

Em seguida, nessa mesma aula online, o Teorema de Pitágoras foi apresentado formalmente com alguns exemplos de aplicação

Queremos registrar que, mesmo diante das dificuldades em realizar remotamente uma atividade com características exploratórias, achamos a experiência válida e, conseguimos, em parte, atingir os objetivos com a aplicação

Colocar em evidência o aluno como construtor do seu conhecimento, permitindo que ele “crie” matemática, o ajuda a estabelecer uma relação melhor com as demonstrações matemáticas e elas passam a fazer mais sentido. Além disso, os alunos experimentam uma sensação de protagonismo quando elaboram argumentos que justificam relações e propriedades matemáticas, sentido mais seguros para inferir e conjecturar novas proposições

Importante destacar que o uso do GeoGebra e outros recursos computacionais foram fundamentais para todo o desenvolvimento e se mostraram importantes para o processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, não podemos negar que o uso desses recursos precisa fazer parte da atividade profissional dos professores, que podem encontrar nesses, outros meios para ajudá-los em seu dia-a-dia escolar

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse artigo, apresentamos uma proposta de sequência didática que foi elaborada a fim de trabalhar teoremas da Geometria Euclidiana em nível fundamental de escolaridade, de modo que as atividades dessa sequência, por meio de situações de experimentações, levassem os alunos a elaboração de argumentos matemáticos que os aproximassem da redação e da elaboração de uma demonstração matemática

Podemos dizer que a proposta da sequência se mostra importante, por contribuir com possíveis práticas no ensino de Geometria que despertem nos alunos a curiosidade, a criatividade e a vontade em saber a natureza dos conhecimentos que lhes são ensinados, já que as atividades propostas vão além de meras rotinas de memorização e repetição de processos

Além disso, a pesquisa que culminou na sequência elaborada, se mostra como material de apoio em potencial para outros professores de matemática em atuação na educação básica que querem propor atividades diferenciadas, mas tem pouco tempo para estudar e desenvolver tais atividades

A aplicação de uma das atividades nos revelou a importância de se trabalhar com propostas de investigação e experimentação nas salas de aula, já que essas despertam nos alunos um posicionamento mais crítico e reflexivo em relação ao que eles aprendem em matemática, e, também, os colocam como protagonistas do processo de ensino e aprendizagem

REFERÊNCIAS

BALACHEFF, Nicolas. **Processus de preuve et situations de validation**: Educational Studies in Mathematics. Springer: 1987

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018

CHATEAUBRIAND, Oswaldo. **Logical forms. Part II**: logic, language, and knowledge. Campinas: Unicamp, 2005

COURANT, Richard, ROBBINS, Herbert. **O que é Matemática?** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000

COLL, César. **O Construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 1997

FERREIRA, Fernanda Aparecida. **Provas e Demonstrações**: Compreensões de dez anos da produção em Educação Matemática (2003-2013). 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo

FERREIRA, Leonardo dos S. **Como o teorema de Tales é apresentado em livros didáticos do nono ano**. Ilhéus: UESC, 2017. 48 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017

GAZIRE, Eliane Scheid. **O não resgate das geometrias**. 2000. 217p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2000. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/205399>

KAHN, Charles. H. **Pitágoras e os pitagóricos: uma breve história**. Tradução Luís Carlos Borges. São Paulo: Loyola, 2007

LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994

VIDIGAL, Carlos Eduardo Ladeira. **Demonstrando Propriedades Da Geometria Plana No Ensino Fundamental: Uma Proposta De Atividades**. Belo Horizonte: CEFETMT, 2020. 124 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020. Disponível em: https://sca.profmatsbm.org.br/profmatsbm_tcc.php?id1=5771&id2=171053264

VILLIERS, Michael. Papel e função da demonstração no trabalho com o Sketchpad. **Educação e Matemática**, n 63, p. 31-36, 2001. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1013/1056>. Acesso em: 29 nov.2023;