

# CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICOS Y EL ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO IDÓNEO DE PROFESORES EN LA ENSEÑANZA DE CUADRILÁTEROS

*Fecha de envío: 13 de marzo 2024*

*Data de aceite: 01/04/2024*

### **Jesús Victoria Flores Salazar**

Pontificia Universidad Católica del Perú,  
Departamento de Ciencias  
Instituto de Investigación sobre la  
Enseñanza de las Matemáticas (IREM  
PUCP)  
Lima-Perú  
<https://orcid.org/0000-0002-0036-140X>

### **Morella Cristina Théry Romero**

Instituto de Investigación sobre  
Enseñanza de las Matemáticas (IREM  
PUCP)  
Lima-Perú  
<https://orcid.org/0000-0002-8844-4364>

### **Daysi Julissa García Cuéllar**

Pontificia Universidad Católica del Perú,  
Departamento de Ciencias  
Instituto de Investigación sobre la  
Enseñanza de las Matemáticas (IREM  
PUCP)  
Lima-Perú  
<https://orcid.org/0000-0003-0243-6353>

**RESUMEN:** Este trabajo, que forma parte de un proyecto de investigación en proceso, busca analizar el conocimiento tecnológico y el Espacio de Trabajo Matemático idóneo (ETM) de profesores al enseñar geometría, específicamente cuadriláteros. El estudio

integra el Conocimientos Tecnológico Pedagógico y del Contenido (TPACK) con la teoría ETM para comprender cómo los profesores incorporan la tecnología en la enseñanza de cuadriláteros. Se emplea un método cualitativo en tres fases. En este estudio, participan docentes de matemática de nivel secundaria que interactúan con diversos recursos tecnológicos con el propósito de optimizar su TPACK y planificar la enseñanza de cuadriláteros. En este trabajo, se propone una tarea usando una pizarra de manipulables llamada Polypad sobre el área de un trapecio isósceles en la que, a través del recorte, arrastre y giro se configura un rectángulo y se muestra que el área del trapecio es equivalente al área de la figura reconfigurada. Se concluye que la tarea permite desarrollar conocimientos tecnológicos y aumenta la confianza de los profesores en el uso del Polypad. Por otro lado, el uso de este artefacto implica reconocer la importancia de la exploración y visualización. Además, se muestra cómo profesores de matemática pueden enseñar cuadriláteros utilizando artefactos digitales. Se evidencian algunas relaciones entre el TPACK y el ETM idóneo de profesores.

**PALABRAS-CLAVE:** Geometría, Tecnología, formación, conocimientos.

## TECHNOLOGICAL KNOWLEDGE AND THE SUITABLE MATHEMATICAL WORKSPACE OF TEACHERS IN THE TEACHING OF QUADRILATERALS

**ABSTRACT:** This research, forms part of a project, aims to analyze the technological knowledge and the suitable Mathematical Working Space (MWS) of teachers while teaching quadrilaterals. The study integrates the Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) model with the MWS theory to understand how teachers incorporate technology into the teaching of geometry, specifically in quadrilaterals. The importance of the integration of technology in the teaching of quadrilaterals is highlighted, with tasks that promote the activation of different genesis and planes and the use of digital artifacts. The methodology used involves a three-phase qualitative approach. As part of the research, in-service teachers training participates in a workshop where they interact with various technological tools to improve their TPACK and plan the teaching of quadrilaterals. In this work, a task is proposed using a manipulative board called Polypad to find the area of an isosceles trapezoid in which, through cutting, dragging, and turning, a trapezoid is configured, and it is shown that the area of the trapezoid is equivalent to the area of the reconfigured figure. It is concluded that the task allows the development of technological knowledge and increases the teachers' confidence in the use of the Polypad. On the other hand, the use of this artifact implies recognizing the importance of exploration and visualization. In addition, it is shown how mathematics teachers can teach quadrilaterals using digital artifacts. Relations between TPACK and the suitable MWS of teachers are established.

**KEYWORDS:** Geometry, Technology, professional development, knowledge.

### INTRODUCCIÓN

El presente trabajo, que forma parte de un proyecto de investigación en proceso, tiene como foco de interés analizar los conocimientos tecnológicos de profesores de matemáticas de nivel secundaria (enseñan estudiantes de 12 a 14 años) que enseñan geometría, específicamente cuadriláteros, y su Espacio de Trabajo Matemático idóneo.

Con relación a la enseñanza de la geometría, investigaciones reportan que el aprendizaje de la geometría es un proceso más complejo en relación con otras áreas de la matemática. Según Duval (2005), la actividad cognitiva que se requiere en geometría es más exigente que en otras áreas de la matemática, pues es necesario que se efectúen de manera simultánea transformaciones figurales y discursivas. En ese sentido, la literatura destaca la importancia de la enseñanza de la geometría pues conlleva a procesos de percepción, representación, construcción y denominación de los objetos geométricos (Chamorro, 2006; Torregrosa & Quesada, 2007; Marmolejo & Vega, 2012; Bahamón & Bonelo, 2015). Además, las investigaciones de Houdement & Kuzniak (1999; 2006) se centraron en caracterizar tres paradigmas para la enseñanza y aprendizaje de Geometría que denominaron, geometría I (geometría natural), geometría II (geometría natural axiomática), geometría III (geometría axiomática formal). Gracias a esta caracterización, Kuzniak & Rauscher (2011) señalan que es posible analizar y comprender algunas dificultades presentes en la enseñanza y

aprendizaje de la geometría. Además, también enfatizan la necesidad de articular, en la enseñanza, la geometría con otras áreas de la matemática.

Por otro lado, en esta investigación la tecnología digital tiene un papel preponderante donde cobra importancia los “artefactos digitales” para la enseñanza y aprendizaje de la matemática que, de acuerdo con Salazar, Gaona y Richard (2022) son un conjunto de proposiciones caracterizadas por ser ejecutables por una máquina electrónica que contienen inteligencia histórica y una validez epistemológica relativa. Además, Santos-Trigo et al. (2016) mencionan que el uso de tecnología convierte a estudiantes y profesores en participantes activos ya que se genera su espacio de trabajo matemático, porque brinda una variedad de formas para representar y explorar tareas y, por ende, para solucionar los problemas.

Además, Drijvers et al. (2016) presentan los resultados obtenidos por el gobierno de China en el 2015 usando el modelo TPACK específicamente para matemática, donde identifican los factores e impacto del proyecto sobre el rendimiento de estudiantes. Además, Bueno, Lieban y Ballejo (2021) realizan una investigación con profesores de matemática en un curso de formación continua en el que diseñaron una secuencia de actividades para desarrollar aplicaciones y juegos lógicos con GeoGebra utilizando el modelo TPACK para su análisis. Igualmente, Padilla y Conde-Carmona (2020) utilizan el modelo TPACK para explorar si los profesores de matemática están preparados para incorporar en sus clases tecnologías que contribuyan a favorecer habilidades y respondan a las nuevas características y necesidades de los estudiantes. Los resultados obtenidos refieren que existe una desconexión entre el discurso de los profesores y su práctica pedagógica pues los docentes dan valor y refieren los beneficios de las herramientas tecnológicas y, por el contrario, en la práctica continúan siguiendo métodos tradicionales.

Así mismo, Kuzniak et al. (2020) mencionan que cuando los profesores en formación inicial usan herramientas clásicas o digitales por separado presentan dificultades en su uso.

Por otra parte, existen otros factores como la necesidad de que los docentes incorporen la tecnología en la enseñanza se evidencia en la creación de marcos y descripciones de los perfiles con las capacidades docentes. Así, respecto a las competencias que un docente debe tener la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2023) ha creado un Marco de Competencia digital que puede ser usado para evaluar diferentes planos del desarrollo de los docentes.

## **CONOCIMIENTOS TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO Y DE CONTENIDO**

Con respecto al modelo del Conocimientos Tecnológico, Pedagógico y de Contenido (TPACK), en nuestro caso, contenido matemático, este plantea que los profesores cuentan con conocimientos que determinan cómo será la enseñanza, porque los docentes toman decisiones en base a ellos. Además, de conocimientos pedagógico y del contenido es deseable que los profesores tengan conocimientos tecnológicos para integrar tecnologías digitales en la enseñanza (KOEHLER; MISHRA; CAIN, 2015).

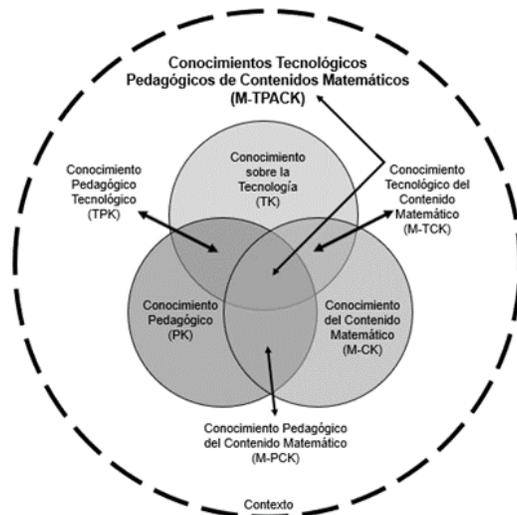


Figura 1: TPACK y los conocimientos que lo componen.

Fuente: Adaptado de Koehler et al. (2015)

Como se evidencia en la figura 1, estos conocimientos pueden estar en las siguientes dimensiones Conocimiento Pedagógico (PK), Conocimiento del Contenido Matemático (en el caso del TPACK para matemática) (M-CK), Conocimientos Tecnológico (TK), Conocimientos Contextuales o contexto (XK) y sus intersecciones (PCK; PTK; TCK; TPACK).

## ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO (ETM)

Respecto a la teoría Espacio de Trabajo Matemático (ETM), Kuzniak, Montoya y Vivier (2016) señalan que el trabajo matemático consiste en resolver problemas matemáticos, identificar problemas y organizar contenidos dentro de un dominio específico. Con relación a la tarea explican que, una tarea es considerada como cualquier tipo de problema matemático, con preguntas establecidas de manera explícita y clara, que requiere un tiempo predecible para su resolución.

También, explican que en el ETM se articulan los planos epistemológico y cognitivo a través de la Génesis Semiótica que es el proceso asociado a signos y representamen (o significantes); la Génesis Instrumental que permite hacer operativos a los artefactos mediante los procesos de construcción que contribuyen a alcanzar el trabajo matemático y; la Génesis Discursiva que utiliza las propiedades del sistema del referencial teórico para ponerlas al servicio del razonamiento matemático.

Además, como se muestra en la figura 2, se identifican tres planos verticales cada uno de los cuales está definido por la interacción de dos génesis: semiótica e instrumental [Sem-Ins]; instrumental y discursiva [Ins-Dis]; y semiótica y discursiva [Sem-Dis].

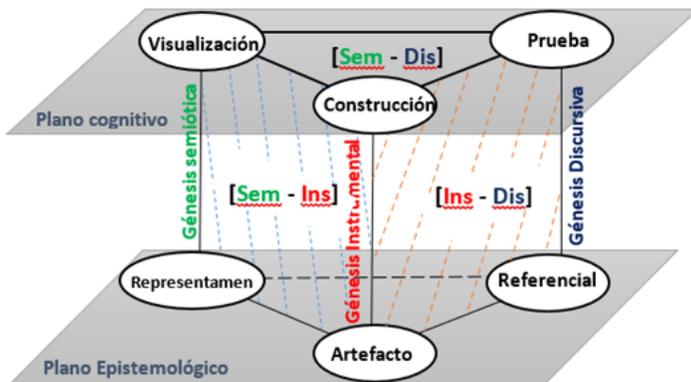


Figura 2. Esquema del ETM

Fuente: Adaptado Kuzniak et al. (2016, p.248)

Asimismo, el plano [Sem-Ins], asociado a la génesis semiótica y a la génesis instrumental está orientado hacia la construcción de los resultados (figuras, gráficos) y hacia la interpretación de la información brindada por los artefactos; el plano [Ins-Dis], asociado a una génesis discursiva de la prueba y a la génesis instrumental, comprende la apropiación y selección de artefactos a través de la deducción e inducción; y, en el plano [Sem-Dis], asociado a las génesis semiótica y discursiva, se distinguen los razonamientos argumentativos.

También, se diferencian tres tipos de ETM: ETM de referencia, que toma en cuenta la matemática desarrollada a nivel institucional; ETM idóneo, que consiste en el tratamiento que da el docente al proceso de enseñanza con el propósito de favorecer el trabajo matemático de los estudiantes; y ETM personal, que es el trabajo matemático que desarrolla un individuo (profesor o estudiante).

En suma, como nos interesa investigar sobre los conocimientos tecnológicos (TK, TCK, TPK y TPACK) y el ETM idóneo del profesor de matemática evidenciamos algunas interrelaciones que podría haber entre los TCK y los TPK con el ETM idóneo. Los TCK podrían tener interacción con el plano [Ins-Dis], porque este conocimiento se refiere a conocer artefactos digitales que sean apropiados para un objeto matemático de acuerdo con sus propiedades. De igual forma, los TPK podrían relacionarse con el plano [Sem-Ins], porque el profesor usa sus conocimientos para seleccionar los artefactos que mejor representen y sirvan para enseñar el objeto matemático según su criterio.

## METODOLOGÍA

Con el propósito de analizar los conocimientos tecnológicos y el Espacio de Trabajo Matemático idóneo de profesores cuando enseñan cuadriláteros, la presente investigación es de corte cualitativo (HERNÁNDEZ-SAMPIERI; FERNÁNDEZ; BAPTISTA, 2014). La investigación se ha organizado metodológicamente en tres fases.

Primera fase: Se realiza el estudio de la literatura existente sobre aspectos relacionados con la teoría Espacio de Trabajo Matemático (ETM) en el dominio de la geometría y sobre el Conocimiento Tecnológico, Pedagógico y de Contenido (TPACK).

Segunda fase: Se construye y aplica la secuencia didáctica, en un curso de capacitación docente. La secuencia consta de cuatro tareas en la que se utilice tecnología digital. Las tareas promueven la participación de los docentes y ello conlleva que realicen diferentes trabajos matemáticos al interactuar con artefactos digitales como Polypad, GeoGebra y geoplanos digitales. Para este trabajo se analiza la segunda tarea de la secuencia en la que se utiliza Polypad. Luego, con base en el ETM y el TPACK, se debe realizar un análisis de la producción esperada.

Tercera fase: Los datos se recolectan y organizan (archivos). Las grabaciones de las sesiones (Zoom) y los archivos de las producciones de los participantes recolectados en la plataforma Google Classroom para analizar la información con base en TPACK y ETM.

## EXPERIMENTO Y ANALISIS

En esta etapa de la investigación, participan en el taller profesores de matemática en ejercicio y la formadora-investigadora. Los docentes participantes enseñan matemática en primero, segundo o tercero de secundaria (para estudiantes de 12 a 14 años de edad). Los instrumentos utilizados (cuestionario, planificación de sesión, fichas de la resolución de las tareas, etc.) permiten recolectar la información para identificar los conocimientos tecnológicos de los profesores y las génesis y planos verticales que privilegian al enseñar cuadriláteros.

Al inicio del curso de capacitación, se pide a cada profesor la planificación de una sesión de clase sobre el contenido de cuadriláteros. Además, se les solicita completar un cuestionario inicial (Google Forms) de dieciséis preguntas que tiene por finalidad identificar los conocimientos tecnológicos, la percepción y actitud de los profesores con respecto a la tecnología digital en la enseñanza de matemática y la interrelación con su práctica docente, esto se puede observar en la tabla 1.

| Componente del conocimiento del profesor | Cantidad de preguntas |
|--|-----------------------|
| Tecnológico                              | 4                     |
| Tecnológicos Pedagógicos                 | 5                     |
| Tecnológicos del Contenido               | 2                     |
| Tecnológicos Pedagógicos del Contenido   | 5                     |

Tabla 1. Cantidad de preguntas por Componente del Conocimiento del profesor

Durante el curso de formación, los profesores interactúan con diversos recursos tecnológicos como geoplano digital, Nearpod, **Polypad**, GeoGebra y Google Classroom, que deben ser utilizadas en las cuatro tareas. En este trabajo nos centramos en la segunda tarea en la que se utiliza Polypad.

Sobre las tareas de la secuencia, estas tienen por finalidad promover la activación de las génesis semiótica, discursiva e instrumental y los planos verticales [Sem-Dis] y [Sem-Ins] y están basadas tanto en el estudio de los cuadriláteros, sus propiedades, clasificación; como en el origen, la utilidad inicial y la actual de los cuadriláteros a través de animaciones y juegos con diferentes artefactos digitales. En el cuadro 1 se muestra cada tarea y su respectiva descripción.

|    | Tarea                                | Descripción  |
|----|--------------------------------------|--|
| T1 | Tensores de Cuerdas                  | Representar la relación entre el área y perímetro de cuadriláteros con ángulos de $90^\circ$ . |
| T2 | <b>Área de un trapecio isósceles</b> | Reconfigurar un trapecio isósceles para encontrar su área.                                     |
| T3 | Propiedades de cuadriláteros         | Representar cuadriláteros gráficamente a partir de sus definiciones y propiedades.             |
| T4 | Construcción con propiedades         | Construir representaciones de cuadriláteros a partir de sus definiciones y propiedades.        |

Cuadro 1. Tareas y su descripción

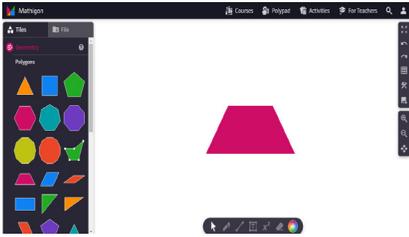
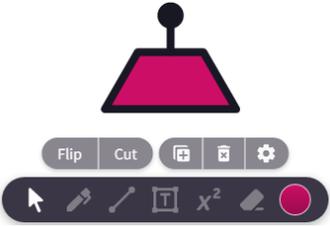
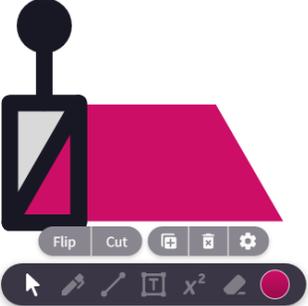
Al término del curso de formación, los docentes tienen que responder un cuestionario final que busca identificar los conocimientos tecnológicos pedagógicas del contenido matemático que los profesores adquirieron, cómo los movilizarán al planificar nuevas sesiones de clases sobre cuadriláteros y cómo piensan que lo harán.

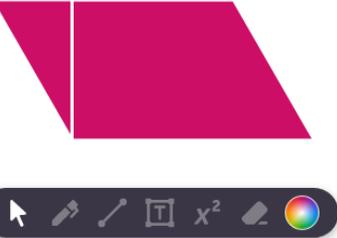
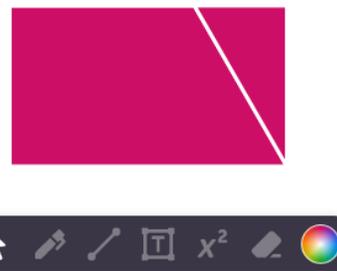
En el presente trabajo, presentamos la segunda tarea de la secuencia didáctica sobre el área de un trapecio isósceles (con lados no paralelos congruentes) en la cual, a través del recorte, arrastre y giro de figuras (reconfiguración) se configura un rectángulo y se muestra que el área del trapecio es equivalente al área de la figura reconfigurada (rectángulo).

En la tarea se pide responder la pregunta: *¿Cómo se puede encontrar el área de un trapecio isósceles sin utilizar la fórmula de dicha área?* Para resolverla debe utilizar la pizarra de manipulables Polypad (<https://polypad.amplify.com/p>).

Se espera que los profesores, reconozcan el trapecio de acuerdo con sus propiedades y utilicen las herramientas del artefacto digital para pegarlo en la pizarra. Luego, mediante la descomposición y composición de figuras, hagan cortes al trapecio isósceles, roten y arrastren el triángulo generado para formar un rectángulo. A partir de ello, usando la fórmula del área de un rectángulo, se espera que concluyan que las áreas de ambos cuadriláteros son equivalentes.

En términos del ETM, se espera activar la génesis semiótica al identificar y representar el trapecio isósceles, haciendo uso de sus propiedades. Luego, al manipular la figura se espera activar la génesis instrumental mediante el uso de las herramientas del artefacto digital. También activar la génesis instrumental al usar la fórmula del área de un rectángulo como un artefacto simbólico. Finalmente, al comprender y explicar que las áreas de ambos cuadriláteros son equivalentes, se espera la activación de la génesis discursiva y en consecuencia la activación de los planos verticales [Ins-Dis] y [Sem-Ins], esto se puede observar en el cuadro 2.

| Tarea   | Descripción  | Génesis y Planos que busca activar   |
|---|--|--|
|    | <p>Identificar y seleccionar el trapecio isósceles entre los polígonos presentes en Polypad.</p>   | <p>Génesis semiótica<br/>Representación de un trapecio isósceles.</p>  |
|    | <p>Cortar, voltear horizontalmente, girar y arrastrar cualquier polígono, cambiar el color de las figuras, modificar el tamaño (longitud de sus lados) de los polígonos.</p> | <p>Génesis instrumental<br/>Uso de un artefacto digital, al seleccionar herramienta adecuadas.</p>   |
|  | <p>Cortar el trapecio isósceles para obtener un triángulo rectángulo y un trapecio rectángulo.</p>   | <p>Génesis instrumental.</p>   |
|  | <p>Seleccionar el triángulo y hacer predicciones sobre la posibilidad de formar un rectángulo reordenando las figuras.</p>   | <p><i>Génesis instrumental y génesis discursiva.</i><br/>Plano [Ins-Dis].<br/><i>Génesis semiótica</i><br/>Representación de los cuadriláteros y visualización de un rectángulo.</p> |

| Tarea   | Descripción   | Génesis y Planos que busca activar   |
|---|---|--|
|  | <p>Voltear horizontalmente el triángulo cortado del trapecio (reflexión).</p>   | <p><i>Génesis instrumental.</i><br/>Usar herramientas del artefacto digital para realizar las acciones que permiten recomponer el trapecio como un rectángulo.</p> |
|  | <p>Rotar el triángulo cortado (rotación). Se podría identificar un paralelogramo si se traslada el triángulo.</p>   | <p><i>Génesis instrumental y génesis semiótica.</i><br/>Plano [Sem-Ins].</p>   |
|  | <p>Arrastrar el triángulo hacia el otro lado del trapecio para formar un rectángulo (traslación). Explicar que las áreas de ambos cuadriláteros son equivalentes.</p> | <p>Génesis instrumental -génesis semiótica.<br/>Plano [Sem-Ins].<br/>Génesis instrumental y génesis discursiva.<br/>Plano [Ins-Dis].</p>                           |

Cuadro 2. Polypad: Área de un trapecio

Durante el desarrollo de esta tarea los profesores utilizaron las herramientas del Polypad, realizaron reconfiguraciones del trapecio y configuraron un rectángulo. Luego, utilizaron la fórmula para hallar área del rectángulo que coincide con el área del trapecio isósceles y consiguieron responder la pregunta planteada en la tarea.

Al término de la tarea, se pregunta a los profesores cómo apoyaría este artefacto digital en la enseñanza de cuadriláteros para que sus estudiantes comprendan cómo determinar el área de otros cuadriláteros como, por ejemplo, el paralelogramo. Es decir, se espera que los profesores reflexionen y describan cómo incluir tecnología para la enseñanza de cuadriláteros en su práctica docente. En el cuadro 3 sintetiza las preguntas del cuestionario final.

| No. | Pregunta   |
|-----|--|
| CF1 | a. ¿Usaré algún artefacto digital para enseñar cuadriláteros? (SÍ o NO)<br>b. En caso de afirmativo, ¿Cómo planeo usarlo? ¿Qué desempeño u objetivo?<br>c. Beneficio o desventaja con respecto a opciones sin tecnología |
| CF2 | Me interesa continuar aprendiendo sobre estos y otros artefactos digitales para enseñar cuadriláteros.   |
| CF3 | Ahora tengo más conocimientos útiles sobre artefactos digitales para enseñar cuadriláteros.  |
| CF4 | Usaré los artefactos digitales vistos en este curso en mis sesiones sobre cuadriláteros.   |
| CF5 | Conocer más sobre tecnología me permite integrar tecnología, estrategias de enseñanza y conocimientos sobre cuadriláteros en la planificación de la enseñanza  |
| CF6 | Mis conocimientos sobre tecnología afectan la forma en la que planifico las sesiones de clases sobre cuadriláteros   |
| CF7 | Mis conocimientos sobre tecnología afectan el aprendizaje sobre cuadriláteros de mis estudiantes   |

Cuadro 3. Preguntas del cuestionario final

Como cierre del curso de capacitación, los profesores modifican la planificación de una sesión para enseñar cuadriláteros que compartieron antes del inicio del curso mediante el uso de tecnología digital.

## CONCLUSIONES

La tarea que se presenta en este trabajo, favorece el desarrollo de sus conocimientos tecnológicos y da seguridad a los profesores para su uso en sus sesiones de clase, es decir, que muestren un significativo TPACK que les permita integrar tecnología en su ETM idóneo representado, en este caso, en las planificaciones de las sesiones de clase sobre cuadriláteros.

El considerar el uso de tecnología con artefactos digitales como Polypad implica que los profesores reconozcan el beneficio de la exploración y la visualización. Además, este tipo de tareas busca configurar cómo un profesor puede enseñar cuadriláteros haciendo uso de artefactos digitales que permiten visualizar y manipular sus representaciones, es decir, que promueven la activación de las génesis semiótica, discursiva e instrumental y los planos verticales [Sem-Dis] y [Sem-Ins].

Se identificaron, además, algunas relaciones entre TPACK y ETM, es decir, entre los diferentes conocimientos y la activación de las diferentes génesis y planos verticales. A partir de esta investigación, se podrían generar nuevas investigaciones como, por ejemplo, la influencia del conocimiento de los profesores de herramientas tecnológicas diferentes y si existe variación por el nivel de enseñanza o tipo de institución a la que pertenece.

Se evidencia que los conocimientos tecnológicos de los profesores están interrelacionados con sus decisiones para la planificación de la enseñanza, en este caso de cuadriláteros, lo cual abre una variedad de oportunidades de investigación y profundización que se pueden desarrollar.

Tanto el TPACK como el ETM brindan aspectos y elementos relevantes para la comprensión de las características que tienen los conocimientos de los profesores para incorporar tecnología digital eficientemente en la enseñanza.

## RECONOCIMIENTO

Este trabajo fue financiado por la Dirección de Fomento a la Investigación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, a través de la subvención **DFI 2022-C-0025 (PI0890)**.

Agradecemos también al Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas IREM-PUCP y a la Red Iberoamericana de Investigación en Trabajo Matemático RIITMA.

## REFERENCIAS

BAHAMÓN, L.; BONELO, Y. **Los procesos de construcción, visualización y razonamiento en el desarrollo del pensamiento geométrico: un experimento de enseñanza.** (Tesis de licenciatura). Universidad del Valle, Colombia, 2015.

BUENO, R.; LIEBAN, D.; BALLEJO, C. **Mathematics Teachers' TPACK Development Based on an Online Course with GeoGebra.** Open Education Studies, p.110-119, 2021. Disponible en: <https://doi.org/10.1515/edu-2020-0143>.

CHAMORRO, M. **Didáctica de la matemática.** México : Pearson. 2006.

DUVAL, R. **Les Conditions Cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la Visualisation, Différenciation des Raisonnements et Coordination de leurs Fonctionnements.** Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.10, p. 5-53. 2005.

DRIJVERS, P. ; BALL, L. ; BARZEL, B. ; HEID, K. ; CAO, Y. ; MASCHIETTO, M. **Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education.** Springer Open. (2016). Disponible en: <https://www.springer.com/gp/book/9783319336657>.

HERNÁNDEZ-SAMPIERI, R.; FERNÁNDEZ, C.; BAPTISTA, P. **Metodología de la Investigación.** Editorial Mc Graw Hill Education. 2014. Disponible en: <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>.

HOUEMENT, C. ; KUZNIK, A. **Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formations des maîtres.** Educational Studies in Mathematics, v. 40, p. 283-312.1999. Disponible en: <https://doi.org/10.1023/A:1003851228212>.

KOEHLER, M., MISHRA, P.; CAIN, W. **¿Qué son los Saberes Tecnológicos y Pedagógicos? Virtualidad, Educación y Ciencia.** n. 10. p. 9-23. 2015. Disponible en: <https://www.punyamishra.com/wp-content/uploads/2016/08/11552-30402-1-SM.pdf>.

- KUZNIAK, A.; MONTOYA, E.; VIVIER, L. **El espacio de trabajo matemático y sus génesis. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.** En Centro De Investigación y Formación en Educación Matemática (Ed.). v. 11, n. 15). p. 235-249. 2016. Disponible en: <https://core.ac.uk/download/pdf/129741803.pdf>
- KUZNIAK, A. ; RAUSCHER, J.C. **How do teachers' approach to geometric work relate to geometry students' learning difficulties ?** Educational Studies in Mathematics. v. 77. n.1. p. 129-147. 2011.
- KUZNIAK, A.; NECHACHE, A.; SALAZAR, J. **Student Teachers' Geometric Work and Flexible Use of Digital Tools.** Mathematics Education in the Digital Age (MEDA), Linz, Austria. 2020.
- MARMOLEJO, G.; VEGA, M. **La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje.** Educación Matemática. v. 24. n. 3. p. 7-32. 2012.
- ORGANIZACIÓN DE LAS NACIONES UNIDAS PARA LA EDUCACIÓN, LA CIENCIA Y LA CULTURA. **Marco de competencias para docentes en materia de TIC de la UNESCO.** (2023) Disponible: <https://www.unesco.org/en/digital-competencies-skills/ict-cft>
- PADILLA, I.; CONDE-CARMONA, R. **Uso y formación en TIC en profesores de matemáticas: un análisis cualitativo.** Revista Virtual Universidad Católica del Norte. v. 60. p. 116-136. 2020. Disponible en: <https://www.doi.org/10.35575/rvucln.n60a7>
- SALAZAR, J.V.F.; GAONA, J.; RICHARD, P. **Mathematical Work in the Digital Age. Variety of Tools and the Role of Geneses.** En Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E. y Richard, P. (Eds.), **Mathematical Work in Educational Context.** p.165-210. 2022. Disponible en: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_8)
- SANTOS-TRIGO, M.; MORENO-ARMELLA L.; CAMACHO-MACHÍN, M. **Problem solving and the use of digital technologies within the Mathematical Working Space framework.** ZDM Mathematics Education. 2016. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-016-0757-0>
- TORREGROSA, G.; QUESADA, H. **Coordinación de procesos cognitivos en Geometría.** Revista Latinoamericana en Matemática Educativa. v. 10. n. 2. p. 275-300. 2007.
- USECHE, M.; ARTIGAS, W.; QUEIPO, B.; PEROZO, E. **Técnicas e instrumentos de recolección de datos cuali-cuantitativos.** Universidad de la Guajira. 2019. Disponible en: <https://repositoryinst.uniguajira.edu.co/handle/uniguajira/467>