

BODE PLOTTER – DESENVOLVIMENTO DE EQUIPAMENTO ELETRÔNICO AUXILIADO POR COMPUTADOR PARA ANÁLISE DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE SISTEMAS DINÂMICOS

Data de aceite: 01/03/2024

Erick H. L. dos Santos

Instituto Federal do Maranhão, MA

Rafael J. M. Santos

Instituto Federal do Maranhão, MA

Eric A. V. Prohmann

Instituto Federal do Maranhão, MA

Eliúde T. Moraes

Instituto Federal do Maranhão, MA

Almir S. e S. Neto[†]

Instituto Federal do Maranhão, MA

Este projeto foi financiado por meio de bolsa pelo Instituto Federal do Maranhão (IFMA), edital PIBIT Ensino Superior 2020-2021

ABSTRACT: Frequency response methods are of fundamental importance for dynamical systems analysis. Bode diagrams, in particular, consist of a graphical method of representing the frequency response of systems which can be used for the design and analysis of electrical filters, control systems, communication systems,

etc. In this context, this article presents the development of an equipment (Bode Plotter) based on the Arduino platform and aided by a computer, which has a graphical user interface (in Python) to view the Bode magnitude diagram of real dynamical systems. The structure and development of the Bode Plotter, as well as experimental results performed in two test systems are presented to validate the project proposal.

KEYWORDS: Frequency response; Bode magnitude diagram; Arduino; Python; Bode Plotter.

RESUMO: Os métodos de resposta em frequência são de fundamental importância para a análise de sistemas dinâmicos. Os diagramas de Bode, em particular, consistem num método gráfico de representação da resposta em frequência de sistemas os quais podem ser utilizados para projetos e análise de filtros elétricos, sistemas de controle, sistemas de comunicação, etc. Neste contexto, este artigo apresenta o desenvolvimento de um equipamento (Bode Plotter) baseado na plataforma Arduino e auxiliado por computador, o qual possui uma interface gráfica de usuário (em Python) para exibir o traçado do diagrama de Bode de magnitude de sistemas dinâmicos

reais. A estrutura e desenvolvimento do Bode Plotter, bem como resultados experimentais realizados em dois sistemas-teste são apresentados para validar a proposta do projeto.

PALAVRAS-CHAVE: Resposta em frequência; diagrama de Bode de magnitude; Arduino; Python; Bode Plotter.

INTRODUÇÃO

Os métodos de resposta em frequência remontam à década de 1930. Nesse período já existiam duas abordagens bem definidas para analisar o comportamento de sistemas com realimentação. A primeira é a abordagem da resposta temporal, a qual envolve equações diferenciais ordinárias e as suas equações algébricas características associadas. A segunda é a abordagem da resposta em frequência, que envolve diagramas de Nyquist e Bode, funções de transferência, etc., a qual foi bastante utilizada para estudo de amplificadores com realimentação (MacFarlane, 1979). Assim, os métodos de resposta em frequência se constituem um importante ramo da teoria de controle. Segundo Marshall (1978), “Esta abordagem para a investigação do desempenho do sistema fornece uma alternativa para os métodos de resposta transitória e métodos de lugar das raízes e é preferida por muitos engenheiros de controle, especialmente aqueles com formação em engenharia elétrica”. De forma mais específica, métodos de resposta em frequência consideram o comportamento do sistema devido a uma excitação senoidal de entrada. A informação obtida, por conseguinte, pode ser usada para determinar a estabilidade em malha fechada a partir da resposta de frequência em malha aberta.

MacFarlane (1979), em seu artigo intitulado “*The Development of Frequency-Response Methods in Automatic Control*”, afirma que um evento bastante relevante no desenvolvimento de métodos de resposta em frequência foi o aparecimento do artigo clássico de Nyquist (1932) sobre estabilidade de amplificadores realimentados, que surgiu diretamente do trabalho sobre os problemas de telefonia de longa distância (MacFarlane, 1979). Desse modo, desde a década de 1930 as respostas em frequência têm sido instrumentos consagrados para analisar e projetar sistemas técnicos de desempenho dinâmico, dispositivos elétricos, mecânicos, reguladores de processos industriais, servomecanismos, etc. Entre as principais ferramentas empregadas pelos métodos de resposta em frequência estão os chamados *diagramas de Bode*, os quais consistem de um método gráfico que objetiva determinar curvas módulo (magnitude) *versus* frequência e fase *versus* frequência considerando a função de transferência em regime permanente do sistema dinâmico. Os chamados diagramas de Bode surgiram como *ferramenta gráfica fundamental para os métodos de resposta em frequência* (Castrucci et al., 2018).

Hendrik W. Bode (1905 – 1982), o qual propôs o referido método gráfico, teve relevantes contribuições para a área de controle. A proposta dos diagramas de Bode é apresentada nos capítulos 14 e 15 da obra “*Network Analysis and Feedback Amplifier Design*”, publicada em 1945 (Bode, 1945). Basicamente, os diagramas de Bode consistem

na representação gráfica da resposta em frequência de um sistema, que por definição, é a *transformada de Fourier* da resposta ao impulso do sistema. Tal resposta, aqui denotada por $H(j\omega)$ é uma função complexa da frequência. A resposta em frequência de um sistema estável, linear e invariante no tempo, por conseguinte, consiste no conjunto das respostas do sistema, em regime permanente (após decorridos os transitórios), quando sinais senoidais de diversas frequências são aplicados na sua entrada (Castrucci et al., 2018). Em outras palavras, esses gráficos indicam o ganho e a defasagem que um sistema estável, linear e invariante no tempo oferece a um sinal de entrada senoidal considerando diversas frequências.

Assim, trata-se de uma ferramenta fundamental para análise e projeto de sistemas dinâmicos tais como filtros eletrônicos, amplificadores de áudio, sistemas de controle, circuitos para comunicação, entre outras aplicações que vão desde a análise de desempenho na frequência de circuitos integrados até análise de sistemas mecânicos. Em face de tal importância, o presente artigo apresenta o desenvolvimento prático de um equipamento que permita traçar os diagramas de Bode de magnitude de sistemas dinâmicos reais – um Bode Plotter utilizando a plataforma Arduino e auxiliado por computador com interface gráfica de usuário (GUI) desenvolvida em *Python*.

FUNDAMENTOS DA TEORIA DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Do ponto de vista matemático, a teoria de resposta em frequência está baseada em ferramentas fundamentais as quais permitem a modelagem e análise matemática de sistemas dinâmicos no domínio da frequência. Uma destas ferramentas é a *Transformada de Laplace* - uma transformada integral desenvolvida pelo matemático francês Pierre-Simon Laplace (1749-1827). De modo geral, as *transformadas integrais* estão entre as ferramentas muito úteis para a resolução de equações diferenciais. Uma transformada integral é uma relação da forma

$$F(s) = \int_{\alpha}^{\beta} K(s, t)f(t)dt, \quad (1)$$

onde a função $K(s, t)$ é uma função dada, chamada de núcleo da transformação, e os limites de integração α e β também são dados. É possível que $\alpha = -\infty$ ou $\beta = +\infty$, ou ambos. A relação (1) transforma a função f em uma outra função F , que é chamada a transformada de f (Boyce et al., 2020). Especificamente, no caso da Transformada de Laplace, o núcleo da transformação é a função $K(s, t) = e^{-st}$ (Dyke, 1999). A Transformada de Laplace é um método operacional que pode ser usado para solução de equações diferenciais lineares. Desse modo, diversas funções tais como funções senoidais, funções senoidais amortecidas e exponenciais podem ser convertidas para uma função algébrica

com uma variável complexa 's'. Portanto, se a função algébrica de variável complexa 's' for resolvida, por meio da Transformada de Laplace inversa é possível obter a solução da equação diferencial linear.

Assim, a transformada usa uma função tempo $f(t)$ e gera uma função de variável frequência $F(s)$ (Ogata, 2003). A Transformada de Laplace é definida pela expressão:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt, \quad (2)$$

onde: $f(t)$ é uma função de variável t ; s : uma variável complexa; e^{-st} : núcleo da transformada; $\mathcal{L}\{\cdot\}$: Símbolo operacional indicando que a função contida no argumento deve ser transformada por meio da integral de Laplace; $F(s)$: Transformada de Laplace de $f(t)$.

Funções de transferência

Funções de transferência são geralmente usadas para relacionar as entradas e saídas de um sistema ou componente que podem ser representados por equações diferenciais lineares invariantes no tempo. Em relação à modelagem matemática, são fundamentais para o entendimento de todos os processos que ocorrem no sistema, como um circuito, por exemplo. Além disso, os modelos matemáticos podem assumir diversas formas, dependendo do sistema e das circunstâncias. Tendo obtido o modelo de um sistema, é possível a análise e a síntese de modo analítico ou computacional. Admitindo-se que o sistema é linear e invariante no tempo e sendo $y(t)$ e $x(t)$ saída e a entrada do sistema respectivamente, a função de transferência é definida por:

$$\text{Função de transferência} = G(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{saída}]}{\mathcal{L}[\text{entrada}]} \quad (3)$$

Considerando todas as condições iniciais nulas. Assim:

$$G(s) = \frac{\mathcal{L}[\text{saída}]}{\mathcal{L}[\text{entrada}]} = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (4)$$

Sendo 's' uma variável complexa, ela pode ser escrita como $s = \sigma + j\omega$. Isto reflete a consideração tanto do transitório quanto do regime permanente do sistema analisado. Contudo, ao falar de resposta em frequência de sistema, considera-se que os sinais se encontram em regime permanente, como será abordado a seguir.

Resposta em Frequência e Diagramas de Bode

A resposta em frequência de um sistema estável, linear e invariante no tempo consiste no conjunto de respostas do sistema, em *regime permanente*, isto é, após decorridos os transitórios, quando *sinusóides de diversas frequências* são aplicados na sua entrada

(Castrucci et al., 2018). As representações gráficas das resposta em frequência, por sua vez, possuem grande poder de informação sobre a dinâmica dos sistemas em geral, permitindo identificar experimentalmente modelos matemáticos que podem ser utilizados para fins de análise ou mesmo projetos de controle. Essa característica fundamental da resposta em frequência está baseada no fato de sinais periódicos arbitrários poderem ser representados como um soma infinita de senóides e adicionalmente, sinais aperiódicos podem ser representados no domínio da frequência a partir da transformada de Fourier.

Assim, considere um sistema estável, linear e invariante no tempo cuja função de transferência é designada por $G(s)$. Considere ainda que $G(s)$ está submetido a um sinal de entrada senoidal $u(t)$, de uma dada frequência ω e amplitude A , isto é:

$$u(t) = A \sin \omega t \quad (5)$$

cuja Transformada de Laplace é

$$U(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (6)$$

A Transformada de Laplace da saída é dada por

$$Y(s) = G(s)U(s) = G(s) \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (7)$$

É possível demonstrar que a saída $y(t)$ quando t tende a infinito, denotada por $y_{\infty}(t)$ é dada por

$$y_{\infty}(t) = -\frac{AG(-j\omega)}{2j} e^{-j\omega t} + \frac{AG(j\omega)}{2j} e^{j\omega t} \quad (8)$$

onde $G(j\omega)$ é obtido fazendo-se $s = j\omega$ na função $G(s)$. Uma forma alternativa de representar $G(j\omega)$ é por meio de seu módulo ($|G(j\omega)|$) e fase (ou argumento) ($\phi(\omega)$) uma vez que se trata de um número complexo:

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\phi(\omega)} \quad (9)$$

$$G(-j\omega) = |G(j\omega)| e^{-j\phi(\omega)} \quad (10)$$

Assim, têm-se:

$$y_{\infty}(t) = A|G(j\omega)| \sin \omega t + \phi(\omega) \quad (11)$$

Daí, são obtidas algumas conclusões:

- A saída em regime permanente de um sistema estável, linear e invariante no tempo com a entrada senoidal é também uma senóide com a mesma frequência da senóide de entrada;
- A amplitude da senóide de saída vale: $|Y(j\omega)| = |G(j\omega)||U(j\omega)| = A|G(j\omega)|$;
- A defasagem entre entrada e saída é dada por: $\phi(\omega) = \angle G(j\omega)$;

- Para obter a completa descrição dos efeitos da entrada senoidal do sistema $G(s)$ basta substituir s por $j\omega$ em $G(s)$ e calcular o módulo e a fase do número complexo resultante.

Segundo Castrucci et al. (2018), os **diagramas de Bode**, por sua vez, consistem em dois gráficos que, conjuntamente, representam a resposta em frequência:

- módulo de $G(j\omega)$ versus frequência ω , ambos em escala logarítmica;
- fase de $G(j\omega)$ versus frequência ω , esta última em escala logarítmica;

O módulo de $G(j\omega)$ também é normalmente representado por $20 \log |G(j\omega)|$, isto é, empregando a unidade decibel (dB).

FUNDAMENTOS DA PLATAFORMA VIRTUAL/ELETRÔNICA DO BODE PLOTTER

De modo a implementar a plataforma virtual/eletrônica do Bode Plotter com características de lidar com sinais de tensão e permitir a comunicação de dados com um computador, optou-se por uma abordagem baseada em microcontrolador. Neste caso, a escolha foi pela plataforma Arduino, a qual utiliza o microcontrolador ATmega328p. Nas seções a seguir serão apresentados todos os elementos que compõem a plataforma Bode Plotter, tais como a placa Arduino, o módulo DDS AD9850 (para gerar sinais senoidais) e demais circuitos de condicionamento de sinais necessários para a aplicação proposta.

A Plataforma Arduino

Segundo o próprio *site* oficial, “www.arduino.cc”, o projeto Arduino é definido como “uma plataforma eletrônica de código aberto baseada em *hardware* e *software* fáceis de usar. As placas Arduino são capazes de ler entradas - luz em um sensor, um dedo em um botão ou uma mensagem do Twitter - e transformá-la em uma saída - ativando um motor, ligando um LED, publicando algo online [...] Ao longo dos anos, o Arduino tem sido o cérebro de milhares de projetos, de objetos do cotidiano a instrumentos científicos complexos. Uma comunidade mundial de criadores - estudantes, entusiastas, artistas, programadores e profissionais - reuniu-se em torno desta plataforma de código aberto, suas contribuições somaram uma quantidade incrível de conhecimento acessível que pode ser de grande ajuda para novatos e especialistas.”(ARDUINO, 2018). Banzi (2009) cita algumas características do Arduino que o tornam interessante para várias aplicações: É um ambiente multiplataforma – ele pode ser executado no *Windows*, *Macintosh* e *Linux* ; é baseado no IDE de programação *Processing*, um ambiente de desenvolvimento fácil de usar usado por artistas e projetistas; é utilizado por meio de conexão USB, não de uma porta serial; o *hardware* e *software* são de código aberto — se o usuário desejar, ele pode obter o diagrama de circuito, comprar todos os componentes, e desenvolver sua própria placa; existe uma comunidade ativa de usuários; o Projeto Arduino foi desenvolvido em

um ambiente educacional e, portanto, é ótimo para os recém- chegados fazerem as coisas funcionarem rapidamente.

No aspecto referente ao *hardware* Horowitz and Hill (2017) afirmam que “o *hardware* do Arduino é um conjunto bem concebido de placas de baixo custo, baseado em microcontroladores Atmel (a série ATmega e a série SAM3X ARM Cortex-M)”. Essas placas são equipadas com componentes tais como: porta USB (com o chip da FTDI para converter para os pinos seriais do microchip), regulador de 5 V, porta SPI, saída PWM, ADC, pinos de entrada/sáida digitais, LEDs, entre outros componentes adicionais. O ambiente de desenvolvimento de *software* é de código aberto e livre baseado em linguagem C, que utiliza o compilador GNU voltado para os processador AVR e ARM. O *software* do Arduino consiste de uma interface gráfica de usuário (GUI) relativamente simples que é suportada pelos principais sistemas operacionais. Assim, o Arduino se mostra como uma excelente opção para experimentar programação e eletrônica. A placa Arduino UNO, em particular, é uma das mais utilizada da família dos microcontroladores, e, neste projeto, ela foi escolhida para integrar o núcleo da plataforma eletrônica. Entre as principais especificações da placa Arduino UNO estão um microprocessador ATmega328P, um ressonador de cerâmica de 16 MHZ (CSTCE16M0V53-R0), uma conexão USB, um conector de alimentação, um conector ICSP, 14 pinos de entrada ou saída em que 6 deles podem ser usados como saída PWM, 6 entradas analógicas, pinos de referência GND, pino de alimentação 3.3 V e 5 V e o VIN (pino em que está tensão de entrada podendo ser usada para alimentar um shield) e um botão de reinicialização. Na Figura 1 é apresentada a placa Arduino UNO:

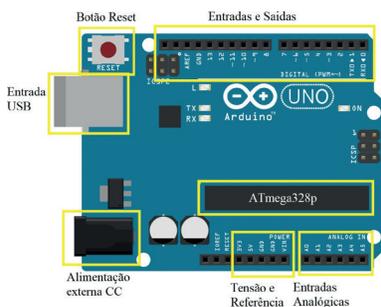


Figura 1. Plataforma Arduino UNO

O Gerador de Funções AD9850

Compatível com as plataformas Arduino, PIC e Atmel, o módulo HC-SR08, baseado no circuito integrado AD9850, é capaz de gerar sinais de forma precisa, conseguindo produzir 2 sinais de ondas senoidais e 2 de ondas quadradas. No entanto, ao ultrapassar os 20 – 30 MHz a onda começa a ter instabilidades. Para frequências menores, o sinal é estável e confiável e utilizando-se um potenciômetro é possível mudar a tensão de referência de

entrada. Por meio da tecnologia DDS e uma alta velocidade interna produz frequências digitalmente programáveis. Seu núcleo pode produzir uma palavra de 32 bits o que gera uma resolução de sintonia de 0,0291 Hz para uma referência de 125 MHz de entrada o que permite uma saída de até metade dessa referência (62,5 MHz) e sua frequência de saída pode ser mudada a uma taxa de 23 milhões de novas frequências por segundo, fornece também 5 bits de modulação de fase controlada digitalmente assim, possibilitando deslocamentos de 180, 90, 45, 22, 5, 11, 25 ou qualquer combinação desses.

Os ajustes podem ser feitos por carregamento serial de 40 bits em um único pino. O módulo usa tecnologia CMOS para fornecer esse nível de desempenho e funcionalidade. O AD9850 permite a manipulação rápida e precisa da frequência de saída sob controle totalmente digital. O módulo é capaz de sintetizar frequências, criando formas de onda arbitrárias a partir de um sintetizador direto digital AD9850 operando entre 3.3 V e 5 V. Na Figura 2 é apresentado o módulo descrito:

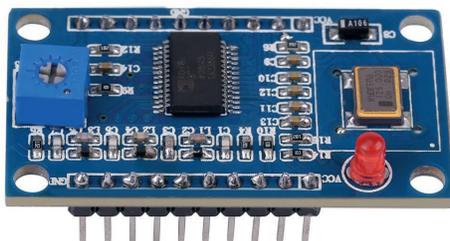


Figura 2. Módulo HC-SR08, o qual utiliza o CI AD9850.

Neste projeto, o módulo HC-SR08 (AD9850), será empregado para produzir os sinais senoidais numa faixa de frequência especificada para a excitação dos sistemas dinâmicos dos quais se deseja traçar o diagrama de Bode. O módulo será controlado a partir da programação desenvolvida em Arduino tanto para gerar os sinais de excitação, quanto para adquirir as informações de amplitude de entrada e saída para cada frequência aplicada.

ARQUITETURA DO BODE PLOTTER

A estrutura geral do Bode Plotter pode ser estruturada em cinco partes: o computador, o Arduino (ou outra placa de circuito embarcado), o módulo AD9850, o circuito condicionador de sinal e detector de pico e, finalmente, o sistema-teste sob análise de resposta a frequência, conforme apresentado na Figura 3:

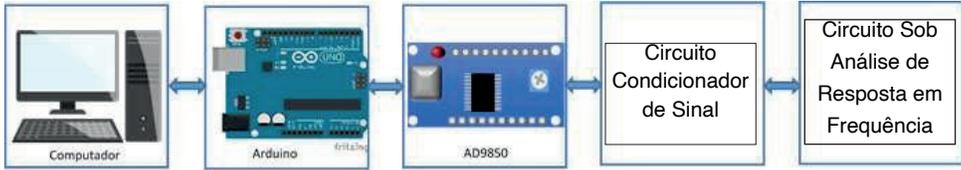


Figura 3. Diagrama em blocos da arquitetura do Bode Plotter.

No primeiro bloco têm-se a representação de um computador. Este é responsável por mostrar o diagrama de Bode por meio da interface gráfica em *Python*, bem como é utilizado para alimentar os outros blocos e programar o Arduino.

O segundo bloco, o Arduino, é plataforma eletrônica utilizada para controlar o módulo AD9850 fazendo a varredura de frequência. Para ele, foram desenvolvidos códigos-fonte que suprem as funções necessárias para o desenvolvimento do Bode Plotter.

No terceiro bloco está o módulo DDS AD9850 cuja principal função é a geração de ondas senoidais, com varredura de frequência. Ele é capaz de gerar ondas de forma precisa com frequência desejada a qual pode ser programada via código-fonte em Arduino.

O quarto bloco, o circuito condicionador de sinal da Figura 4 tem como objetivo fornecer potência ao sinal gerado pelo módulo AD9850 de modo que tal sinal possa ser aplicado à entrada de circuitos-teste e manter as suas características de amplitude e frequência. O esquemático apresentado na Figura 4 foi desenvolvido utilizando o *software* KiCad (KICAD, 2022).

O Condicionador de Sinal

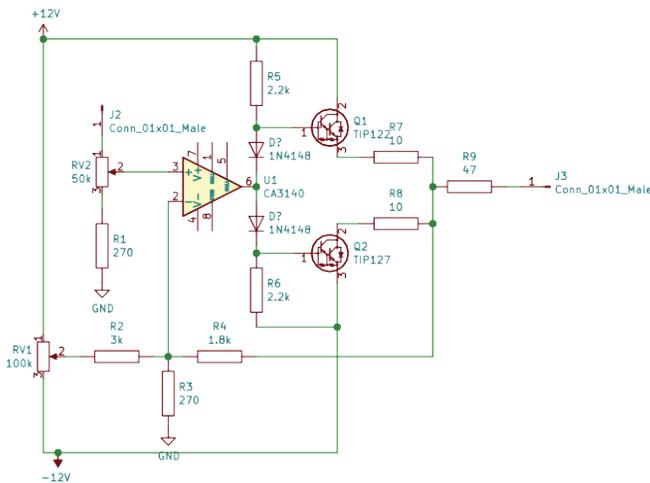


Figura 4. Circuito condicionador de sinal (esquemático desenvolvido em KiCad (KICAD, 2022)).

O circuito condicionador de sinal desempenha a função de amplificar e fornecer potência ao sinal senoidal gerado na saída do módulo AD9850. Desse modo, tal circuito permite que o sinal gerado pelo AD9850 possa ser aplicado à entrada dos circuitos-teste, isto é, os circuitos para os quais se deseja obter o Diagrama de Bode.

O quinto bloco é parte que será analisada pelo diagrama. Informando de modo contínuo a resposta as diversas frequências que serão colocadas na entrada do circuito. A Figura 5 apresenta a imagem da placa do circuito condicionador de sinal.

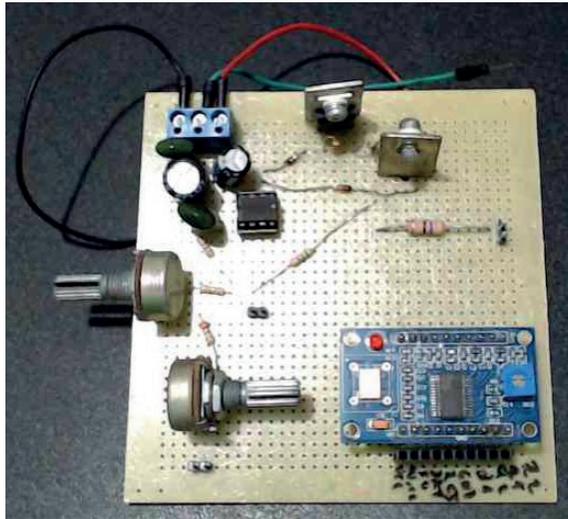


Figura 5. Placa do Circuito Condicionador de Sinal

Circuito Detector de Pico

A principal função desse circuito é gerar e manter um sinal CC igual ao pico de um sinal recebido. Desse modo, caso entre uma onda com oscilações e atinja 3 volts de tensão de pico, esse será o valor mantido na saída deste circuito. Na Figura 6 são apresentados dois circuitos detectores de pico utilizando o amplificador operacional TL082.

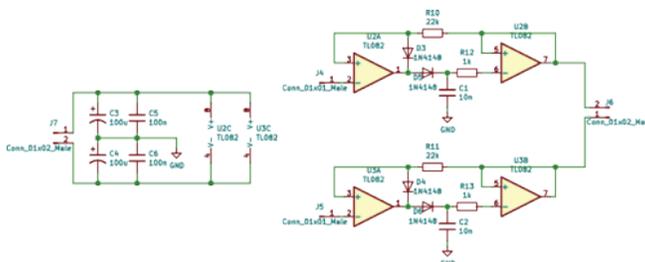


Figura 6. Circuito detector de pico (esquemático desenvolvido em KiCad (KICAD, 2022)).

A utilização da arquitetura com dois detectores de pico no circuito da Figura 6 se deve à necessidade de medição simultânea da amplitude de entrada e também da amplitude de saída dos sinais senoidais referentes ao circuito-teste, isto é, o diagrama de Bode de magnitude corresponde a um gráfico que apresenta a razão entre a amplitude de saída e a amplitude de entrada para cada frequência de sinal senoidal aplicado ao circuito-teste. A Figura 7 apresenta a imagem da placa do circuito detector de pico confeccionada para utilização no protótipo do Bode Plotter.

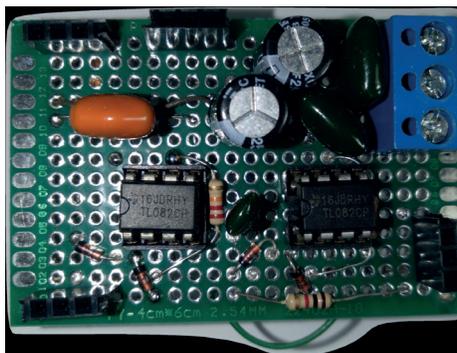


Figura 7. Placa do circuito detector de pico.

INTERFACE DE COMUNICAÇÃO ENTRE ARDUINO E PYTHON

Conforme a proposta definida para o projeto, o Bode Plotter é um equipamento auxiliado por computador, isto é, a interface gráfica de usuário (GUI) foi desenvolvida utilizando a linguagem de programação *Python*. Esta interface, como será apresentado na seção 6, possui recursos de configuração de comunicação com Arduino, recurso de exibição gráfica do diagrama de Bode de magnitude prático para o sistema dinâmico em análise, bem como recurso para gravação dos dados experimentais de frequência e amplitudes dos sinais senoidais de entrada e saída. Para o projeto foi escolhido o Tkinter, o qual é uma biblioteca que acompanha a instalação padrão em dispositivos com *software* da microsoft, bastando apenas sua importação durante a construção do programa e possui diversos recursos para o desenvolvimento da interface.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir serão apresentados os principais resultados obtidos a partir do desenvolvimento do protótipo final do Bode Plotter. Entre esses resultados estão a interface (GUI) desenvolvida em *Python*, conexões das placas de circuito que compõe a plataforma eletrônica física do Bode Plotter, bem como o processo de comunicação com a plataforma virtual/interface desenvolvida. Por fim, são apresentados os resultados de testes realizados em dois sistemas dinâmicos práticos: um circuito RC série e um circuito com topologia rede T, constituído de dois resistores e dois capacitores.

Interface Gráfica em Python - Bode Plotter Soft

Na Figura 8 é apresentada a interface gráfica desenvolvida em *Python* para a comunicação com Arduino e exibição do diagrama de Bode de magnitude. Pode-se observar a presença de dois menus: Arquivo, o qual gravar os dados de frequência e magnitude após a realização do experimento como também sair da aplicação; e um menu de Ajuda. A interface permite atribuir alguns parâmetros de comunicação, adicionar descrição do sistema, apresentando também uma barra de progresso que permite ao usuário acompanhar o avanço da varredura de frequência.

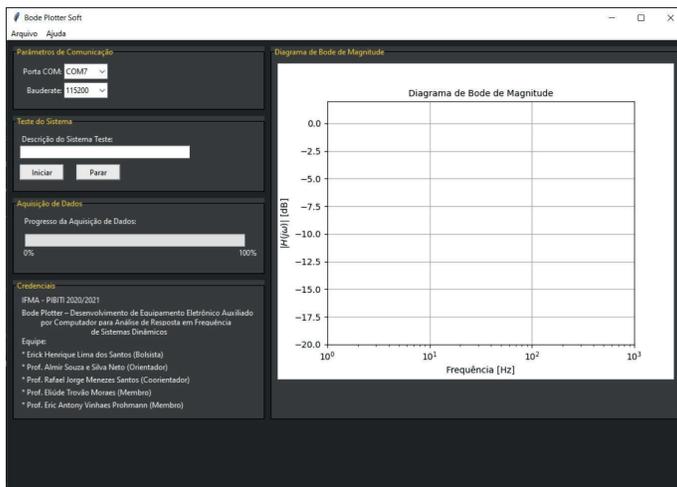


Figura 8. Plataforma Virtual desenvolvida em *Python* para traçado do diagrama de Bode de magnitude.

A Plataforma Eletrônica do Bode Plotter

Na Figura 9 é apresentada uma foto com a estrutura física do Bode Plotter:

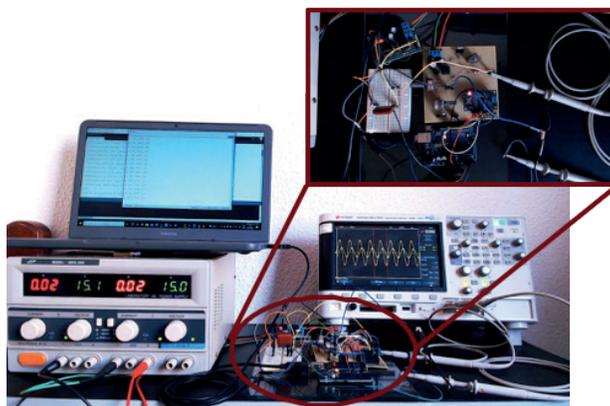


Figura 9. Plataforma Eletrônica completa do Bode Plotter para traçado do diagrama de Bode de magnitude.

Na Figura 9 são destacados os principais circuitos (placa Arduino, módulo AD9850, condicionador de sinal e detectores de pico), computador como a interface implementada em *Python* para comunicação e traçado do diagrama de Bode de magnitude, fonte de alimentação de bancada e adicionalmente utilizou-se um osciloscópio para visualização da varredura de frequência durante os experimentos realizados. Observe que o circuito-teste (um circuito RC série) encontra-se em uma placa *protoboard*.

A seguir, serão apresentados os resultados dos testes em duas topologias de circuito, para verificação do desempenho do Bode Plotter.

Sistema-Teste 1: Circuito RC Série

Considere como exemplo de sistema-teste, o circuito RC série representado na Figura 10:

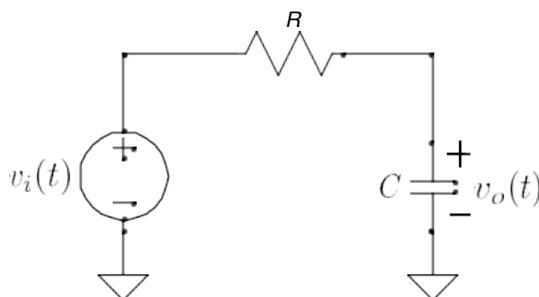


Figura 10. Circuito RC série.

Esta topologia de circuito tem característica de filtro passa-baixas. A função de transferência para o circuito é dada por:

$$H(s) = \frac{v_o(t)}{v_i(t)} = \frac{1}{RCs + 1} \quad (12)$$

Substituindo s por $j\omega$ em (12), têm-se:

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega RC + 1} \quad (13)$$

onde $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência do sinal senoidal de entrada aplicado ao circuito RC. A magnitude ou módulo da função $H(j\omega)$ é dada por:

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (14)$$

A função de magnitude em (14) permite a construção do gráfico de $|H(j\omega)|$ em função de ω ou mesmo de f , isto é, o traçado do diagrama de Bode de magnitude. Considerando a análise do circuito RC série apresentado, o mesmo foi submetido como sistema-teste ao Bode Plotter, com os seguintes valores de componentes, indicados na Tabela 1:

Componente	Valor Nominal	Valor Medido
Resistor (R)	1 k Ω	987 Ω
Capacitor (C)	1 μF	1.024 μF

Tabela 1. Especificação dos componentes do circuito RC série

Na Figura 11 é apresentada a tela referente ao experimento com o circuito RC série. Observa-se inicialmente, pelo gráfico apresentado no Bode Plotter Soft, na Figura 11, que a característica obtida para o circuito RC série prático foi de fato passa-baixas. A faixa de frequência considerada para o experimento foi de 1 Hz a 1 kHz. Todavia, para a validação do resultado obtido, fez-se um comparativo do diagrama de Bode de magnitude prático com o diagrama de Bode de magnitude a partir do modelo de função de resposta em frequência dado em (14). Como resultado foram obtidos os gráficos da Figura 12, onde se pode observar uma proximidade satisfatória até a faixa próxima à frequência de corte e um certo desvio para frequências mais elevadas.

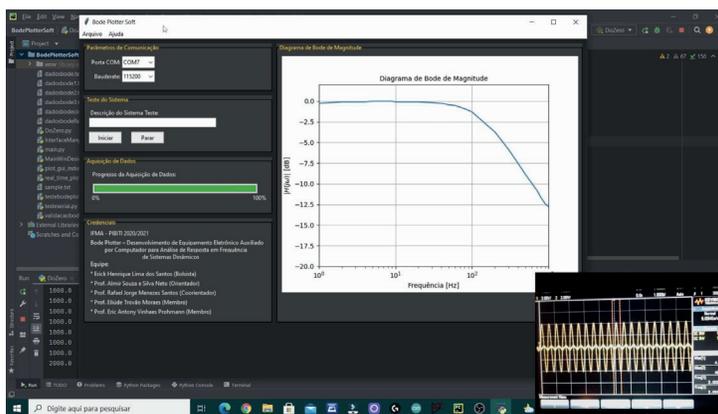


Figura 11. Captura de tela do Bode Plotter aplicado ao circuito RC série.

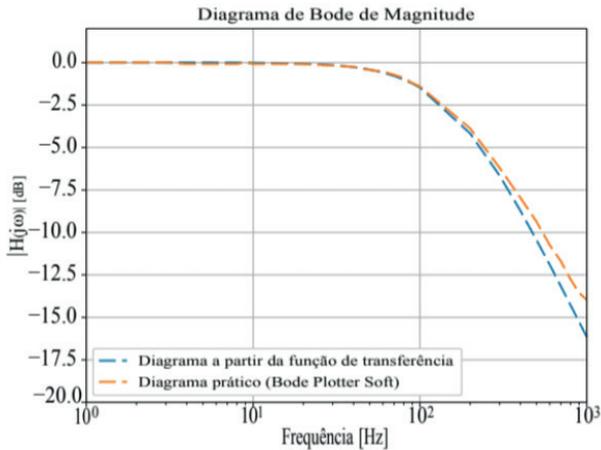


Figura 12. Comparativo entre os diagramas de Bode de magnitude para o circuito RC série a partir do Bode Plotter (linha tracejada) e a partir da função de transferência (linha traço e ponto).

Sistema-Teste 2: Rede T

Considere como segundo exemplo de aplicação do Bode Plotter, o circuito com a chamada topologia rede T representado na Figura 13. Esta topologia de circuito tem característica de filtro rejeita-faixa, também conhecido como *notch*. A função de transferência para o circuito é dada por Ogata (2003):

$$H(s) = \frac{v_o(t)}{v_i(t)} = \frac{R^2 C_1 C_2 s^2 + 2RC_2 s + 1}{R^2 C_1 C_2 s^2 + (2RC_2 + RC_1)s + 1} \quad (15)$$

Similarmente ao circuito RC, a rede T foi submetida como circuito-teste ao Bode Plotter.

Os valores de componentes utilizados na implementação do circuito são apresentados na Tabela 2.

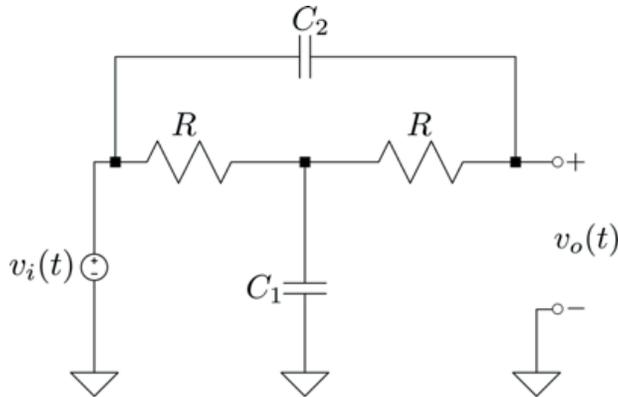


Figura 13. Rede T com capacitores e resistores. Adaptado de Ogata (2003).

Componente	Valor Nominal	Valor Medido
Resistor (R)	1 k Ω	987 Ω
Capacitor (C_1)	1 μ F	1.024 μ F
Capacitor (C_2)	220 nF	219.9 nF

Tabela 2. Especificação dos componentes da rede T

Na Figura 14 é apresentada a tela referente ao experimento com a rede T:



Figura 14. Captura de tela do Bode Plotter aplicado à rede T.

Observa-se inicialmente, pelo gráfico apresentado no Bode Plotter Soft, na Figura 14, que a característica obtida para a rede T prática foi de fato rejeita-faixa. O experimento foi realizado para uma faixa de frequência de 1 Hz a 100 kHz. Uma informação importante é que a interface do Bode Plotter Soft incorpora uma função para salvar os dados de frequência e magnitude após o término do experimento (menu Arquivo). Assim, tanto no caso do circuito RC série quanto no caso da rede T, esse dados foram utilizado para alimentar um *script* em *Python* para validação dos resultados. Assim, fez-se um comparativo

do diagrama de Bode de magnitude prático com o diagrama de Bode de magnitude a partir do modelo de função de resposta em frequência dado em (15). Desse modo, os gráficos da Figura 15 foram obtidos como resultado de comparação entre o modelo de função de transferência para a rede T e o traçado experimental a partir do Bode Plotter. Observa-se uma proximidade satisfatória nas faixas de passagem de frequência e um certo desvio para frequências na faixa de rejeição.

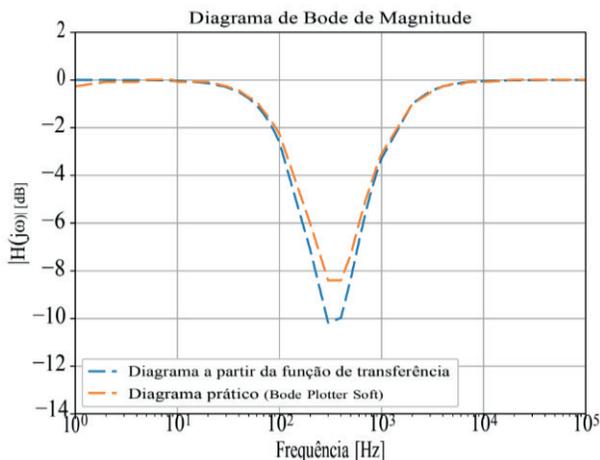


Figura 15. Comparativo entre os diagramas de Bode de magnitude para a rede T a partir do Bode Plotter (linha tracejada) e a partir da função de transferência (linha traço e ponto).

Considerando os resultados obtidos nos exemplos apresentados, observa-se um desempenho satisfatório do Bode Plotter desenvolvido. A interface desenvolvida em *Python* possui vantagens como permitir a aquisição dos dados de resposta em frequência para uso posterior.

CONCLUSÃO

Este artigo apresentou a proposta de um equipamento eletrônico para traçado prático dos diagramas de Bode de magnitude (Bode Plotter). Como inicialmente proposto, foi desenvolvida a interface em *Python* (*Bode Plotter Soft*), responsável pela plotagem da curva do diagrama de Bode de magnitude bem como pela aquisição dos dados. Tal interface interage com a plataforma eletrônica responsável pela aplicação dos sinais senoidais e aquisição das informações de amplitude de entrada e saída para cada frequência aplicada. Os circuitos-teste utilizados para a verificação do desempenho da plataforma proposta permitiram a validação da proposta em diferentes regiões de frequência e características de filtragem. Como propostas futuras relativas a este projeto, têm-se a construção de uma placa de circuito impresso (PCB) única para toda a plataforma eletrônica, construção de um case para o protótipo e extensão da ferramenta para a plotagem do diagrama de Bode de fase.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Instituto Federal do Maranhão (IFMA) pelo apoio e fomento a este projeto.

REFERÊNCIAS

ARDUINO (2018). What is arduino? URL <https://www.arduino.cc/en/Guide/Introduction>.

Banzi, M. (2009). *Getting Started with Arduino*. O'Reilly Media.

Bode, H.W. (1945). *Network Analysis and Feedback Amplifier Design*. D. Van Nostrand Co.

Boyce, W.E., Diprima, R.C., and Meade, D.B. (2020). *Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno*, volume 11 ed. LTC.

Castrucci, P.L., BITTAR, A., and SALES, M. (2018). *Controle Automático*. 2a ed. LTC.

Dyke, P.P.G. (1999). *An Introduction to Laplace Transforms and Fourier Series*. Springer-Verlag, London.

Horowitz, P. and Hill, W. (2017). *A Arte da Eletrônica: Circuitos Eletrônicos e Microeletrônica*, volume 3 ed. Bookman.

KICAD (2022). Kicad EDA – a cross platform and open source electronics design automation suite. URL <https://www.kicad.org/>.

MacFarlane, A. (1979). The development of frequency- response methods in automatic control [perspectives]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(2), 250–265. doi:10.1109/TAC.1979.1101978.

Marshall, S.A. (1978). *Introduction to control theory*. Macmillan, London.

Nyquist, H. (1932). Regeneration theory. *The Bell System Technical Journal*, 11(1), 126–147. doi:10.1002/j.1538-7305.1932.tb02344.x.

Ogata, K. (2003). *Engenharia de controle moderno*. Prentice Hall, São Paulo.