

INVESTIGAÇÕES GEOMÉTRICAS: EXPLORANDO DOBRAGENS E CORTES DE FIGURAS PLANAS EM UMA TURMA DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Data de aceite: 01/01/2024

Marcos Gomes Rodrigues

Carlos José Ferreira Soares

INTRODUÇÃO

A matemática é uma disciplina composta por diversas unidades temáticas e pesquisas como de Soares (2021), Cruz (2022), Bissoloti e Titon (2022) desenvolvidas em sala de aula evidenciam que a maioria dos alunos apresenta dificuldades de aprendizagem. De acordo com a Proposta Curricular Pedagógica do Ensino Fundamental (2021) da Secretaria de Estado de Educação e Desporto do Amazonas, esta disciplina é dividida nas unidades temáticas de números, álgebra, geometria, probabilidade e estatística, grandezas e medidas. O foco das discussões apresentadas neste artigo é a unidade temática da geometria, especificamente conceitos envolvendo figuras planas.

Neste sentido, o problema de pesquisa do presente estudo foi como as

investigações geométricas podem auxiliar na aprendizagem dos alunos de uma turma do 8º ano do ensino fundamental ao explorarem dobragens e cortes abordando figuras planas? E o objetivo geral de analisar as descobertas deles. Além disso, também foi direcionada pelos objetivos específicos de descrever como foram realizadas as tarefas investigativas e destacar as dificuldades apresentadas pelos alunos durante a realização de investigações geométricas.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2020) o ensino da geometria é essencial desde os primeiros anos de escolaridade, explorar conceitos geométricos por meio de tarefas investigativas potencializa a aprendizagem e pode contribuir para aproximar a realidade dos alunos aos conceitos matemáticos. Dessa forma, explorar em sala de aula tarefas de cunho investigativo geométrico é uma alternativa metodológica favorável ao estudo e análise de situações matemáticas, pois, os alunos realizaram testes e validações de conjecturas (Magalhães; Varizo, 2016).

Portanto, o tema abordado neste estudo é relevante para a compreensão e contribuição da aprendizagem de conceitos geométricos por meio de investigações matemáticas em sala de aula.

Além disso, a exploração de investigações geométricas em sala de aula pode contribuir para a construção do conhecimento, auxiliando o aluno na tomada de decisão no dia a dia. A esse respeito, Soares (2022) destaca que o desenvolvimento de tarefas investigativas no contexto escolar favorece tanto o ensino quanto a aprendizagem de conceitos matemáticos porque o aluno é instigado a investigar, testar e submeter os resultados encontrados à processos de avaliação, e o professor é o mediador do processo que é chamado a participar constantemente por meio de questionamentos reflexivos.

Diante do exposto, a pesquisa teve caráter qualitativo e os dados foram coletados a partir da aplicação de duas tarefas investigativas envolvendo dobragens e cortes em folhas de papel A4. Os instrumentos para registro dos dados foram caderno de anotações e gravador de voz. E para a análise do material coletado foi utilizada a técnica de análise descritiva qualitativa (Soares, 2022).

Os resultados da pesquisa explorando investigações geométricas apresentam reflexões acerca da relevância do trabalho em sala de aula como uma alternativa que pode contribuir para a aprendizagem dos alunos no processo de construção de conhecimentos, pois proporciona a oportunidade de refletir e produzir argumentos matemáticos por meio de formulações, testes e validações de conjecturas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2020). Uma vez que os resultados produzidos foram construções de relações matemáticas envolvendo figuras geométricas planas, enfatizando conceitos matemáticos de perpendicularidade, simetria de quadriláteros e triângulos.

Para Maciel (2022), ao utilizar investigações matemáticas na unidade temática de geometria no ensino fundamental, o professor cria um ambiente favorável a realização de investigações geométricas que estimulam a participação ativa do aluno como protagonista do seu processo de aprendizagem com autonomia, pois, ele investiga, constrói e justifica suas descobertas.

Aprendizagem de geometria plana

De acordo com Oliveira (2013), além de ser relevante, para muitos, a matemática é distante e difícil de aprender. Também para essa autora, “ela é uma ciência, estuda as quantidades, o espaço, formas, as relações abstratas e lógicas aplicadas aos símbolos, mas ainda é a vilã dos fracassos escolares” (2013, p. 01).

A matemática é uma disciplina com muitas unidades temáticas que destacada a relevância e a compreensão de diversas aplicações do cotidiano. Com o objetivo de orientação e formulação de habilidades durante o período do ensino fundamental, de acordo com a BNCC, a matemática é organizada em cinco unidades temáticas nomeadas

de números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Elas são correlacionadas e pautadas em interações evidenciadas em ações do aluno que são fundamentais ao desenvolvimento do letramento matemático, que são:

[...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (Brasil, 2018, p. 266)

Neste sentido, com o intuito de potencializar o ensino e a aprendizagem, a matemática está subdividida em várias partes que comumente são chamadas de áreas. Dentre elas, este trabalho aborda a geometria plana. Segundo Oliveira (2013), ela tem representatividade na vida cotidiana, pois, os conhecimentos geométricos são essenciais na realização de feitos significativos nas áreas da ciência e tecnologia, economia, medicina, administração pública, ambiente e desenvolvimento.

Nesta perspectiva, o estudo de geometria plana é essencial para o desenvolvimento eficaz da aprendizagem desde os primeiros anos, uma vez que está presente em praticamente tudo que nos cerca. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2020 p. 69) “a geometria é particularmente propícia, desde os primeiros anos de escolaridades”. Portanto, o quanto antes os alunos tiverem contato com conceitos geométricos auxiliará para a compreensão dos mesmos. Nesta linha, explorar o cotidiano dos alunos pode favorecer a aprendizagem, uma vez que, o estudo de geometria plana fica cada vez mais em evidencia, pois a presença de formas geométricas está por toda parte.

Dolce e Pompeo (2013) demonstram que a geometria plana é a área que trata do estudo posicional das figuras geométricas planas, e também dos aspectos métricos, enfatizando cálculos de perímetros e áreas. Conceitos de ponto, reta e plano são essenciais para formar figuras planas que geralmente, a maioria dos alunos apresentam dificuldades de aprendizagem. Cruz (2022, p. 110) por sua vez, declara que “as dificuldades na aprendizagem da Geometria se dão pela falta de conhecimento dos alunos por não terem tido contato em séries anteriores”. Dessa forma, o trabalho contínuo de conteúdos geométricos durante os anos escolares é fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem de forma eficaz. Ainda segundo essa autora, “outros motivos são os conteúdos omitidos por falta de tempo durante o ano letivo. As maiores dificuldades são o reconhecimento e a nomeação das figuras geométricas” (Cruz, 2022, p. 111).

Por mais esforços que vem sendo feitos para melhorar a aprendizagem de conceitos geométricos no que diz respeito a figuras planas, os alunos ainda apresentam muita dificuldade e falta de conhecimentos em vários conteúdos relacionados com a geometria plana.

Bissoloti e Titon (2022, p.4) também contribuem sobre o processo de aprendizagem de geometria ao afirmarem que:

Enfatiza-se que a aversão dos alunos ao aprendizado das geometrias possui relação com a forma na qual os conceitos foram trabalhados, desde os anos iniciais até o nível médio. Afirma-se que diversos alunos não possuem os conhecimentos básicos e necessários da geometria ao iniciar o ensino médio, o que constitui as dificuldades para a compreensão dos conceitos que deveriam ser trabalhados no nível de ensino no qual estão.

Em suma, as contribuições supracitadas evidenciam a importância da aprendizagem da geometria para o desenvolvimento das competências e habilidades matemáticas dos alunos, pois favorece a estimulação do raciocínio lógico e a compreensão e aplicações em diversas situações-problema de várias áreas do conhecimento. Nesse sentido, os conhecimentos geométricos são imprescindíveis para a aprendizagem eficaz do aluno com relação a figuras planas, uma vez que, por meio de tais conhecimentos, ele poderá fazer suas próprias descobertas, relacionando-as com as formas geométricas presente ao seu redor.

Investigações geométricas

A investigação matemática é uma tendência da Educação Matemática que vem crescendo nos últimos anos, desde as décadas de 1980 e 1990, sendo desenvolvida em Portugal com destaque principalmente aos pesquisadores João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira. Segundo esses autores, a investigação matemática instiga o aluno a produzir conhecimento com autonomia, pois são estimulados a investigar, formular, testar e validar conjecturas (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2020). Nesse sentido, as respostas e conclusões obtidas pelos alunos ao trabalharem com essa tendência precisam ser justificadas, e assim, a investigação matemática os ajuda a produzirem a argumentação matemática que é muito importante para o desenvolvimento da aprendizagem.

Para esses autores, uma atividade de investigação matemática pode ser realizada em sala de aula por meio de três fases. A primeira é a introdução da tarefa, onde o professor entrega a tarefa para cada grupo de forma impressa ou oral. Na segunda, o professor orienta os alunos a iniciarem as investigações, pois, nesta fase é o momento que eles devem investigar a tarefa proposta para formular, testar e validar conjecturas. Na terceira devem serem realizadas as discussões dos resultados com toda turma, e cada grupo apresenta os resultados produzidos durante a investigação, destacando como o trabalho foi realizado (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2020).

A tarefa investigativa é uma estratégia metodológica que pode ser aplicada em várias unidades temáticas na disciplina de matemática, mas é importante salientar que entender o papel do professor e esses procedimentos acima citados são importantes para o bom desenvolvimento da tarefa.

Magalhães e Varizo (2016) e Soares (2021) também contribuem ao enfatizarem que o papel do professor é fundamental durante a realização de investigações matemáticas em sala de aula, pois, deve ser o mediador do processo e instigar os alunos a formularem, testarem e validarem ou refutarem conjecturas. Para isso, ele deve estar atento no trabalho de investigação de cada grupo e quando perceber que nada está acontecendo deve interagir com questionamentos para estimular os alunos a realizarem investigações. O aluno também tem um papel fundamental, assumir o protagonismo do processo da sua aprendizagem, construindo conhecimentos matemáticos com autonomia.

As investigações geométricas são salientadas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2020, p. 69) ao destacarem que são campos férteis para a realização de tarefas investigativas. Dessa forma, eles explicam que:

As investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações. A exploração de diferentes tipos de investigação geométrica pode também contribuir para concretizar a relação entre situações da realidade e situações matemáticas, desenvolver capacidades, tais como a visualização espacial é o uso de diferentes formas de representação, evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história e da evolução da matemática.

De acordo com a abordagem dos autores supracitados as investigações geométricas são essenciais para o aluno fazer descobertas e produzir conhecimentos matemáticos. Elas são atividades de cunho investigativo que exploram a descoberta de regularidades matemáticas no contexto da geometria, ou seja, são investigações matemáticas de cunho geométrico, por exemplo, a exploração de tarefas investigativas de figuras planas por meio de dobragens e cortes.

Vargas, Leivas e Lara (2019) ao falarem sobre a realização de investigações matemáticas no campo da geometria, destacam que é muito importante a interação do professor para proporcionar ao educando um ambiente propício para a pesquisa e investigação, favorecendo o envolvimento dos alunos pela busca de respostas e estratégias para construir conhecimentos por meio de discussões promovidas em sala de aula com aspectos cooperativos e mediado pelo professor.

Segundo Soares (2021, p. 41), “o trabalho em sala de aula mediado por Investigação Matemática tem potencialidade para desenvolver um ensino com qualidade e promover a aprendizagem dos alunos de forma sistematizada”. Por esse motivo, é fundamental a utilização de investigação matemática como uma metodologia alternativa na aprendizagem de geometria para uma melhor compreensão de conceitos e formas geométricas.

Procedimentos metodológicos

O trabalho de pesquisa em questão foi desenvolvido por meio de uma abordagem qualitativa porque buscou a compreensão do processo de aprendizagem em relação as investigações geométricas explorando dobragens e cortes. Segundo Soares (2022) uma abordagem qualitativa possibilita identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa no transcorrer das tarefas, uma vez que este estudo teve o propósito de trabalhar com dados relacionados com os pensamentos, as opiniões e resoluções produzidas pelos alunos sobre o tema em estudo.

Com relação à modalidade de pesquisa foi abordada a pesquisa de campo, pois Lakatos e Marconi (2017) salientam que a observação de fatos e fenômenos que consistem espontaneamente, nas coletas de dados referentes a registros com potencial relevante, para posteriormente analisá-los. Sendo assim, a pesquisa de campo possibilitou ao pesquisador coletar os dados no ambiente em que a pesquisa foi realizada (sala de aula).

Referente à técnica e os instrumentos que foram utilizados na coleta dos dados, destacaram-se os cadernos de anotações do pesquisador e dos participantes da pesquisa e gravador de voz. Quanto a técnica foi utilizada a observação participante. Pois, o pesquisador participou de forma ativa das atividades que foram aplicadas, possibilitando registros de dados importantes durante suas intervenções. Sobre isso, Queiroz et al (2007) destacam que a observação participante é uma técnica muito explorada em pesquisas de abordagem qualitativa, e o pesquisador interage com o grupo, fazendo intervenções durante o desenvolvimento das tarefas.

Os cadernos de anotações foram importantes para os registros das observações realizadas pelo pesquisador e das respostas dos alunos, e o gravador de voz foi utilizado para capturar as conversas dos alunos durante a realização das tarefas, tornando-se uma ferramenta importante porque possibilitou a gravação das discussões realizadas pelos grupos e coletou informações que não foi possível o pesquisador registrar no seu caderno, pois, passaram despercebidas.

A esse respeito, Soares (2021) registra suas contribuições destacando que tanto os cadernos de anotações como o gravador de voz são instrumentos de coleta de dados fundamentais para o registro de informações relevantes para potencializar o processo de análise. Também foi realizada uma entrevista oral semiestruturada com os participantes da pesquisa para coletar suas opiniões acerca da exploração de investigações geométricas explorando dobragens e cortes. Segundo Lakatos e Marconi (2017) a entrevista é um encontro onde busca-se obter informações a respeito de determinado assunto que contribui para a coleta de dados.

Para analisar os dados coletados foi utilizada a técnica análise descritiva qualitativa. Esta escolha justifica-se porque o intuito da pesquisa foi descrever detalhadamente os resultados produzidos pelos sujeitos participantes da pesquisa, imbricando-os com

o referencial teórico, enfatizando durante todo o processo de análise a compreensão e interpretação dos dados (Soares, 2022). Para este autor, essa técnica de análise de dados qualitativos possibilita o pesquisador tratar os dados de forma detalhada, relacionando todas as descobertas com as ideias dos autores apresentados na revisão de literatura da pesquisa.

Os sujeitos da pesquisa foi uma turma do 8º ano do ensino fundamental de uma escola estadual pública do município de Tefé-AM. A escolha deu-se devido observações realizadas durante a disciplina de estágio supervisionado, em que os alunos apresentaram dificuldades de aprendizagem de geometria plana, principalmente, no que se refere aos conceitos de polígonos, simetria e perpendicularidade.

Para alcançar os objetivos destacados na introdução deste artigo foram realizadas duas tarefas de investigações geométricas explorando dobragens e cortes em papel A4. Desse modo, a turma foi dividida em 4 grupos (2 com 4 componentes e 2 com 5 componentes) e o processo de produção de dados foi desenvolvido durante 5 encontros. O primeiro encontro teve duração de uma hora aula (48 min) e foi destinado para apresentar a proposta à turma, enfatizando os fundamentos da investigação matemática no contexto da geometria, e ainda foi entregue para os alunos o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido – TALE, onde eles receberam orientação para entregar este documento aos seus pais ou responsáveis para assinarem permitindo suas participações como voluntários nesta pesquisa.

No segundo e terceiro encontro, também com duração de 1 hora/aula cada um, foi realizado uma breve revisão sobre os conceitos de polígonos, eixo de simetria e perpendicularidade, pois, tais informações foram fundamentais para o desenvolvimento das tarefas. Como o intuito de identificação os grupos foram nomeados de A, B, C e D. As falas dos alunos estão identificadas com a letra correspondente do seu grupo acompanhada de um símbolo numérico, por exemplo, A1, A2, B1, B2, D1, D2 e assim por diante, de acordo com a quantidade de componentes de cada grupo e ainda foi utilizado um gravador de voz em cada grupo para capturar as falas dos alunos durante a realização das tarefas.

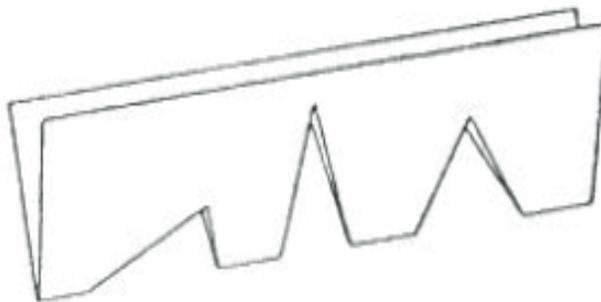
O quarto encontro com duração de 3 horas aula foi aplicada a tarefa 1 (Quadro 1) de investigação geométrica explorando figuras planas, com uma dobragem e dois cortes, instigando a busca por triângulos equiláteros, isósceles e escaleno. E no quinto encontro, também com duração de 3 horas aula, foi realizada a segunda tarefa envolvendo dois, três, quatro e cinco dobraduras e um único corte. Não foi possível apresentar neste artigo os resultados da segunda tarefa por causa do limite de páginas. Nesta atividade os alunos foram desafiados a investigar as formas geométricas formadas por meio das dobragens e cortes que deveriam ser efetuados. Após a realização da última tarefa, foi realizada uma entrevista com os grupos para coletar as opiniões dos alunos em relação suas participações. A seguir apresentamos a tarefa 1, objeto de exploração deste artigo.

Tarefa 1

Vamos brincar um pouco com dobragens e cortes. Nessa atividade vamos precisar de tesoura, régua e papel.

Leia com atenção as orientações:

a) Pegue uma folha de papel, dobre ao meio, conforme a figura abaixo, corta triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. Agora pega os pedaços de papel obtido pelos cortes e identifica as formas geométricas que eles têm, e justifique suas respostas.



b. Agora pegue outra folha de papel, dobre novamente ao meio e com apenas dois cortes investigue se é possível obter triângulos equiláteros, isósceles e escalenos na folha de papel. Faça um esboço que mostre os cortes que fizeste e comenta as tuas descobertas.

Fonte: Adaptado de Brocardo, 2001.

Seguindo a proposta de Ponte, Brocardo e Oliveira (2020) cada tarefa foi desenvolvida com os sujeitos da pesquisa durante três fases. Na primeira foi entregue para cada componente dos grupos a tarefa impressa para facilitar a leitura individual dos alunos, ou seja, esta fase é o momento da apresentação da atividade. Na segunda, os alunos realizaram as investigações e formularam, testaram e validaram conjecturas. E na terceira fase ocorreu a discussão dos resultados, pois, cada grupo apresentou os caminhos adotados para a resolução das tarefas.

Apresentação e discussão dos resultados

Nesta seção são apresentados os resultados produzidos pelos alunos durante o desenvolvimento da tarefa destacada no Quadro 1. Durante a realização do primeiro item da tarefa, o grupo A apresentou algumas dúvidas ao pesquisador.

Aluno A1 – Como assim dois cortes e uma dobradura?

Pesquisador – Como no enunciado, dobrem a folha em duas partes iguais e em seguida façam dois cortes aleatórios e vejam que figura irá obter.

Aluno A3 – Hum!!! Agora compreendi, então devo fazer dois cortes aleatórios na folha dobrada sem me preocupar em medir.

Pesquisador – Isso mesmo, faça isso e veja o que irás obter.

Aluno A5 – consegui encontrar um quadrilátero.

Aluno A1 – Eu também!

Pesquisador – Por que formou quadriláteros?

Aluno A2 – Porque quando fizemos dois cortes diagonais, começando do eixo de simetria da folha dobrada formou apenas quadriláteros.

De acordo com as falas dos alunos do grupo A, percebe-se que as investigações realizadas a partir de dobragens e cortes auxiliou a realização de descobertas, pois, eles reconheceram as figuras formadas e justificaram porque isso ocorreu. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2020) essas descobertas são previstas durante a realização de investigações geométricas, uma vez que favorece a formulação, teste e validação de conjecturas, conforme ocorrido no trabalho realizado por esse grupo.

O grupo B solicitou a presença do pesquisador e relatou suas descobertas.

Aluna B1 – Pesquisador, quando dobramos a folha de papel em duas partes iguais criamos um eixo de simetria, por esse motivo, quando realizamos dois cortes diagonais forma sempre quadriláteros.

Pesquisador – O que os outros participantes do grupo acham?

Aluna B3 – Também acho que isso acontece por causa do eixo de simetria.

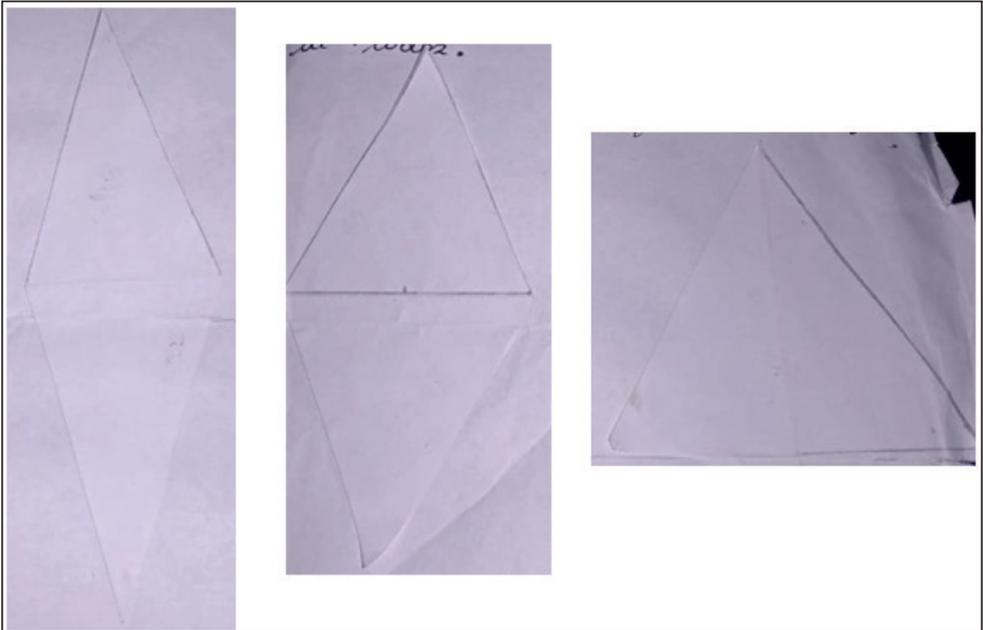
Pesquisador – Muito bem, anatem suas descobertas e justifiquem.

Aluna B4 – Tenho certeza que essa relação é devida os cortes diagonais, pois fiz um corte perpendicular ao eixo de simetria e outro diagonal e obtive um triângulo e quando os dois cortes são diagonais sempre será um quadrilátero.

Aluna B5 – Verdade.

A figura 1 ilustra as figuras planas formadas pelos alunos do grupo a partir da exploração de uma dobradura e dois cortes.

Figura 1 – Construção do grupo B.



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Conforme os relatos dos alunos do grupo B, a figura 1 evidencia que a partir de uma dobragem e dois cortes realizados foram formados quadriláteros. Mas, conforme relata o aluno B4, também é possível formar triângulos quando um dos cortes é realizado de forma perpendicular ao eixo de simetria. O diálogo entre o pesquisador e os alunos do grupo B foi fundamental para as descobertas realizadas, pois as perguntas direcionadas incentivaram os alunos a registrarem seus pensamentos (Magalhães; Varizo, 2016). Os grupos C e D também encontraram as mesmas descobertas destacadas pelos grupos A e B.

Em relação ao item b da tarefa 1, os grupos (B, C e D) chegaram nas mesmas conclusões, formaram triângulos, mas não conseguiram justificar. Já o grupo A construíram as figuras propostas e justificaram suas descobertas. Dessa forma, será destacado apenas os resultados da equipe C e A para não repetir as mesmas descobertas do B e D. A seguir destaca-se as falas do grupo C durante a realização desta atividade.

Pesquisador – Pessoal vocês já descobriram alguma coisa?

Aluna C1 – Fiz dois cortes diagonais e percebi que toda vez obtive um quadrilátero.

Pesquisador – Muito bom, mas alguém já tentou usar outra estratégia?

Aluna C5 – Fiz um corte perpendicular ao eixo de simetria e outro corte na diagonal ao eixo de simetria e obtive um triângulo.

Pesquisador – Qual relação foi usada nessas figuras planas?

Aluna C2 – Acredito que perpendicularidade e simetria, pois, quando fizemos dois

cortes diagonais ao eixo de simetria sempre obtivemos uma figura plana na forma de um quadrilátero, e quando fizemos um corte perpendicular ao eixo de simetria e outro corte diagonal ao eixo de simetria, a figura plana que obtivemos foi um triângulo.

Aluna C3 – Também acho que é isso que acontece.

Pesquisador – Ok, mas de que forma podemos obter triângulos equiláteros, isósceles e escaleno?

Aluna C4 – Sei que um corte perpendicular e outro corte diagonal ao eixo de simetria deu um triângulo, só não sei como fazer para obter triângulos equilátero, isósceles e escaleno.

O grupo C conseguiu formar triângulos, mas não justificaram como construíram triângulos equiláteros, isósceles e escaleno a partir de uma dobradura e dois cortes no papel A4. Durante a realização dessa tarefa, esse grupo apresentou dificuldades para construir os triângulos propostos. Isso pode ter acontecido porque segundo eles, ainda não tinham realizado em sala de aula nenhuma atividade de investigação matemática. A esse respeito, Ponte, Brocardo e Oliveira (2020) abordam que geralmente, alunos que não realizaram tarefas de cunho investigativo com frequência apresentam dificuldades para realizá-las.

Já o grupo A conseguiu formar triângulos equiláteros e isósceles, e destacaram que não é possível formar triângulos escalenos. O diálogo a seguir ilustra essas descobertas.

Pesquisador – Vocês já encontraram algum triângulo que a tarefa propôs?

Aluna A1 – Já encontramos o triângulo equilátero e o triângulo isósceles, mas estamos tendo dificuldade de encontrar o escaleno.

Pesquisador – Quais relações foram formuladas com relação aos dois triângulos já encontrados?

Aluna A3 – Ao fazer um corte perpendicular e outro corte diagonal ao eixo de simetria que foi formado pela folha ao ser dobrada em duas partes iguais temos triângulos equilátero e isósceles.

Pesquisador – Como assim, expliquem melhor.

Aluna A4 – Para construir o triângulo equilátero fizemos um corte perpendicular de 2 cm e um corte diagonal de 4 cm. Isso significa que a medida do corte diagonal deve ser o dobro do corte perpendicular.

Pesquisador – Beleza! Muito bem! E o Isósceles?

Aluna A1 – Fizemos um corte perpendicular de 2 cm ao eixo de simetria e um corte diagonal de 6 cm. Entendemos que basta que o corte diagonal tenha o triplo da medida do corte perpendicular.

Aluna A2 – Acho que não tem como fazer um triângulo escaleno.

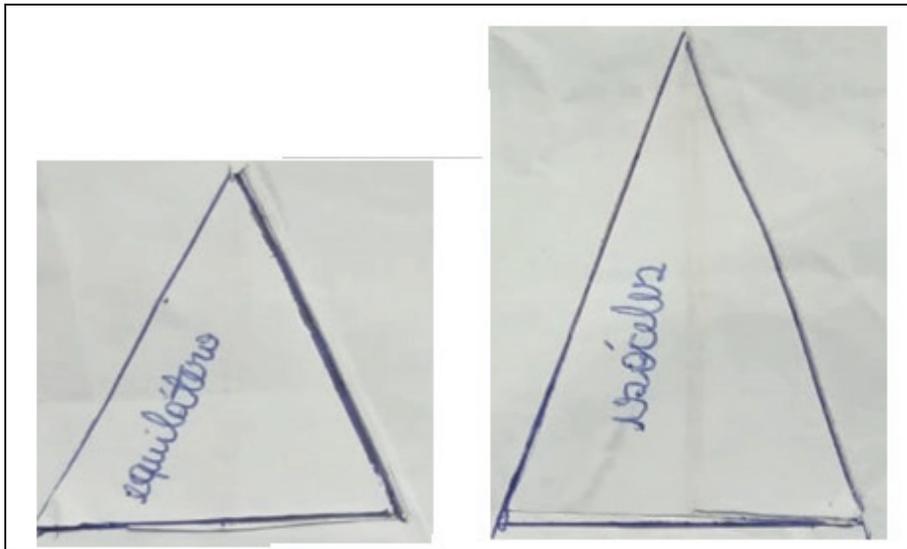
Pesquisador – Por que vocês acham que não é possível obter um triângulo escaleno?

Aluna A5 – Porque a figura não forma nenhum eixo de simetria.

Pesquisador – Isso mesmo! Muito bem.

A figura 2 ilustra os triângulos equilátero e isósceles produzidos pelo grupo A.

Figura 2 – Construção do grupo A



Fonte: Dados da pesquisa, 2023.

Os alunos do grupo A destacaram relações matemáticas como eixo de simetria, perpendicularidade, conceitos de dobro e triplo para justificarem as construções ilustradas na figura 2. Para Soares (2021) o trabalho com investigações matemáticas favorece a descoberta de regularidades matemáticas que proporcionam a produção e justificação de conhecimentos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A perspectiva desse trabalho de pesquisa foi utilizar investigações geométricas por meio de dobragens e cortes, na aprendizagem de figuras planas. Quanto à eficácia desta metodologia verificou-se que, pode contribuir no ensino e na aprendizagem, visto que o professor em sala de aula irá instigar o aluno, e o mesmo terá um desafio pelo fato de estar sendo estimulado a construir conhecimento com autonomia.

Dessa forma, o aluno terá liberdade para formular, testar e validar suas próprias conjecturas.

Os alunos participantes deste estudo demonstraram entusiasmo ao descreverem suas descobertas, pois, nunca haviam trabalhado com investigações geométricas em anos anteriores, e tiveram êxito em descrever os resultados alcançados, tais como relações matemáticas envolvendo perpendicularidade e eixo de simetria nos triângulos equilátero e isósceles.

O envolvimento deles durante as tarefas investigativas explorando dobragens e cortes possibilitou a identificação de dificuldades de aprendizagem tais como identificar conteúdos relacionados com a atividade proposta, encontrar relações matemáticas e relacioná-las com conhecimentos anteriores para auxiliar na resolução da tarefa. Além disso, apresentaram dificuldades em conceituar os tipos de triângulos.

Dessa forma, o trabalho com investigações geométricas em sala de aula contribui para aprendizagem, uma vez que os resultados alcançados demonstram que os alunos construíram conhecimentos alinhados com conceitos de figuras planas.

Nesta perspectiva, a exploração de investigações geométricas por meio de dobragens e cortes, pode ser utilizada como metodologia alternativa para os processos de ensino e de aprendizagem, pois, proporciona ao professor uma ferramenta que pode auxiliá-lo durante suas atividades em sala de aula. E com relação aos alunos traz algo diferente do que eles estão habituados, permitindo que eles sejam estimulados a fazerem suas próprias descobertas, ou seja, assumindo o protagonismo da sua aprendizagem.

Portanto, acreditamos que os resultados desta pesquisa é uma pequena semente que pode produzir bons frutos, como a estimulação da produção de conhecimentos matemáticos no contexto da geometria de forma dinâmica e autônoma, pois, é fundamental explorar várias alternativas metodológicas para proporcionar aos alunos possibilidades eficazes de aprenderem conceitos geométricos que fazem parte da sua vida cotidiana.

REFERÊNCIAS

AMAZONAS. **Proposta curricular e pedagógica do ensino fundamental**. Manaus: SEDUC, 2021.

BISSOLOTI, M. L. de; TITON, F. P. Diagnóstico sobre as Dificuldades de Aprendizagem da geometria no Ensino Médio e os Potenciais Elementos Facilitadores. **Contra Ponto**, BLUMENAU/SC, Vol. 3, N, 4, Julho/Dezembro 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BROCARD, J. **As investigações nas aulas de matemática**: um projeto curricular no 8º ano. 2001. Tese (Doutorado) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt>. Acesso em 23 fev. 2023.

CRUZ, K. R. da. A Importância da Geometria no Processo Ensino e Aprendizagem uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática. **Rebena-Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, [S. l.], v. 4, p. 108-116, 2022. Disponível em. <https://rebena.emnuvens.com.br/revista/article/view/47>. Acesso em: 14 de mar. 2023.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de matemática elementar**: geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

GOMES, F. P. A.; BARROS, O.S. dos. **História da geometria e a importância de Arquimedes**. 2018. 40 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Faculdade de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Federal do Pará, Abaetetuba, 2018. Disponível em: https://bdm.ufpa.br:8443/jspui/bitstream/prefix/1028/1/TCC_HistoriaGeometriaImportancia.pdf. Acesso em 14 de mar. 2023.

MACIEL, R. S. da; SOARES, C. J. F. investigação matemática explorando o triângulo Sierpinski por meio do software geogebra em uma turma do 9º ano do ensino fundamental. *In*: SOARES, C. J. F.; DENISE, M. da M.; COUTINHO, F. S. (orgs.). **Prática de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica**. Autografia: Rio de Janeiro, 2022.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

OLIVEIRA, V. dos S. Geometria plana no contexto da matemática. **Cadernos PDE**, Curitiba, v. 1, p. 1 – 21, 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uenp_mat_artigo_vilma_dos_santos_oliveira.pdf . Acesso em 15 jun. 2023.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.**, 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

QUEIROZ, D. T. et al. Observação participante na pesquisa qualitativa: conceitos e aplicações na área da saúde. **R Enferm UERJ**, Rio de Janeiro, v. 15, n. 2, p. 276-283, abr/jun. 2007.

SANTOS, J. D. dos; SOARES, C. J. F. Explorando atividade investigativa por meio do software geogebra na aprendizagem de função quadrática. *In*: SOARES, C. J. F.; DENISE, M. da M.; COUTINHO, F. S. (orgs.). **Prática de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica**. Autografia: Rio de Janeiro, 2022.

SOARES, C. J. F. **Análise descritiva qualitativa**. Curitiba: CRV, 2022.

SOARES, C. J. F. **Tarefas investigativas no ensino e aprendizagem de aplicações de derivadas**. Curitiba: CRV, 2021.

SURMACZ, G.; SANTOS, C. F. R. dos; **Investigação Matemática no Ensino da Geometria**. Secretária de Estado da Educação-SUED. Superintendência da Educação-SUED. Programa de Desenvolvimento Educacional. Equipe Pedagógica do PDE Disponível em: www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/pde. Acesso em:14 de mar.2023.

VARGAS, A.; SILVA DE LARA, D.; PINTO LEIVAS, J. Investigação Matemática como recurso metodológico para o ensino de geometria nos anos iniciais. **Revista Insignare Scientia - RIS**, v. 2, n. 4, p. 258-277, 19 dez. 2019.