

ENSINO TRANSFORMADOR: UTILIZANDO DOBRADURA NO ESBOÇO DE CÔNICAS PARA O ENSINO MÉDIO

Data de submissão: 09/11/2023

Data de aceite: 01/12/2023

Vinicius Augusto Takahashi Arakawa

Professor Titular do Departamento de Ciências Exatas - UESC
Ilhéus - BA
<http://lattes.cnpq.br/4687565162239428>

Flávio de Oliveira Ribeiro

Professor da Faculdade Pitágoras,
Unidade Teixeira de Freitas - BA.
Teixeira de Freitas - BA.
<http://lattes.cnpq.br/8115882247663135>

RESUMO: Este estudo apresenta uma abordagem inovadora para o ensino das curvas elípticas, parabólicas e hiperbólicas no Ensino Médio, utilizando uma atividade prática de dobras em papel. Destaca-se a importância das propriedades matemáticas dessas curvas, como estudadas na Teoria de Bilhares, um ramo da Matemática que aplica tais propriedades reflexivas dessas curvas para produzir ciência de alto nível matemático. Este trabalho visa justificar a eficácia do processo de dobras em papel e oferece um tutorial para capacitar professores do Ensino Médio a incorporarem essa ferramenta adicional em suas aulas. A proposta busca proporcionar uma abordagem didática diferenciada,

visando aprimorar o processo de ensino-aprendizagem, especialmente em um tópico desafiador como a Geometria Analítica, no qual os alunos frequentemente enfrentam desinteresse e dificuldades.

PALAVRAS-CHAVE: Cônicas, Ensino Médio, Dobradura, Matemática.

TRANSFORMATIVE TEACHING: USING PAPER FOLDING TO SKETCH CONICS FOR HIGH SCHOOL

ABSTRACT: This study presents an innovative approach to teaching elliptical, parabolic, and hyperbolic curves in high school, using practical paper-folding activities. We explore the mathematical properties of these curves, emphasizing the Theory of Billiards, a branch of Mathematics that applies the reflective properties of these curves to generate high-level mathematical science. The purpose of this work is to justify the effectiveness of the paper-folding process and provide a tutorial to empower high school teachers to integrate this additional tool into their classes. The proposal aims to offer a differentiated teaching approach, with the goal of enhancing the teaching and learning process, especially in a challenging topic

like Analytical Geometry, where students often encounter disinterest and difficulties.

KEYWORDS: Conics, High School, Folding Paper, Mathematics.

INTRODUÇÃO

A Matemática tem sido há muito tempo considerada uma disciplina que exige não apenas acuidade mental, mas também uma compreensão profunda de conceitos abstratos. As aulas de matemática do ensino médio frequentemente apresentam desafios para os estudantes, pois lidam com equações complexas, teoremas e raciocínio matemático. Uma ferramenta poderosa que os educadores podem utilizar para aprimorar a experiência de aprendizado é o uso de atividades manipulativas, objetos tangíveis que os alunos podem manusear e manipular para visualizar e compreender conceitos matemáticos. Neste trabalho, exploraremos os benefícios da incorporação de atividades manipulativas nas aulas de matemática do ensino médio e como eles podem revolucionar a forma como os estudantes se envolvem com a disciplina. Na busca pela compreensão concreta de conceitos abstratos, uma das principais vantagens dos materiais manipuláveis é a sua capacidade de preencher a lacuna entre ideias matemáticas abstratas e representações concretas e tangíveis. Por exemplo, usar blocos físicos para ilustrar formas geométricas ou azulejos algébricos para representar variáveis e equações pode tornar conceitos abstratos mais tangíveis e acessíveis para os alunos. Essa abordagem prática fornece uma base concreta para a compreensão, ajudando os alunos a entender ideias complexas com maior facilidade.

O ensino tradicional de matemática frequentemente depende de palestras e aprendizado baseado em livros didáticos, o que pode levar à desmotivação entre os estudantes. A incorporação de atividades manipulativas nas aulas injeta um elemento de interatividade e diversão, tornando o processo de aprendizado mais envolvente. Quando os alunos participam ativamente de atividades que envolvem o manuseio e a manipulação de materiais, eles têm mais probabilidade de se manterem focados e desenvolverem uma atitude positiva em relação à matemática. Cada aluno aprende de maneira diferente, e uma abordagem única pode não ser eficaz em uma sala de aula diversificada. Acreditamos que essa abordagem atende a vários estilos de aprendizagem, oferecendo experiências visuais, táteis e cinestésicas. Alunos que têm dificuldade com o pensamento abstrato, por exemplo, podem achar essa a proposta deste trabalho particularmente útil para reforçar conceitos matemáticos, pois fornecem uma representação física que se alinha ao seu estilo de aprendizagem preferido.

Essa exploração prática promove um senso de descoberta, transformando os alunos passivos em participantes ativos em sua educação matemática. Ademais, acreditamos que a abordagem incentivará a colaboração entre os alunos, à medida que trabalham juntos para resolver problemas e explorar conceitos matemáticos. Por meio de atividades em

grupo que envolvem a manipulação de materiais, os alunos aprendem não apenas com o professor, mas também com seus colegas. Essa abordagem colaborativa promove habilidades de comunicação, pensamento crítico e um senso de comunidade na sala de aula.

Finalmente, acreditando em todo o referenciado anteriormente dessa abordagem transformadora, trazemos uma proposta de atividade com dobras de papel para o esboço de curvas cônicas (elipse, parábola e hipérbole) para que professores e professoras de matemática do Ensino Médio possam incorporar em seu processo de ensino-aprendizagem e, conseqüentemente, possam revolucionar a forma dos alunos aprenderem e se envolverem em sala de aula. Ao fornecer experiências tangíveis e práticas, os educadores podem tornar conceitos abstratos mais acessíveis, aumentar o engajamento dos alunos, atender a diferentes estilos de aprendizagem e promover uma compreensão conceitual mais profunda da matemática. À medida que continuamos a buscar métodos inovadores para melhorar a educação matemática, abraçar o poder das atividades manipulativas destaca-se como uma promissora via para criar um ambiente de aprendizado mais dinâmico e eficaz.

A IMPORTÂNCIA DO ESTUDO DAS CURVAS CÔNICAS NO ENSINO MÉDIO

O estudo das curvas cônicas desempenha um papel fundamental no currículo de matemática do ensino médio, oferecendo aos alunos uma oportunidade única de explorar e compreender as propriedades geométricas e algébricas de figuras fundamentais. As curvas cônicas, que incluem a circunferência, a elipse, a parábola e a hipérbole, não apenas enriquecem o conhecimento matemático dos estudantes, mas também têm aplicações práticas em diversas áreas, desde física até design de engenharia. As cônicas oferecem uma ponte entre a geometria e a álgebra, permitindo que os alunos visualizem e compreendam conceitos abstratos por meio de formas geométricas familiares. Ao explorar a relação entre as equações algébricas que descrevem as curvas cônicas e suas representações gráficas, os estudantes desenvolvem uma compreensão mais profunda da interconexão entre essas duas áreas fundamentais da matemática.

É importante destacar suas amplas aplicações em diversas disciplinas, incluindo física e engenharia. A elipse, por exemplo, é frequentemente utilizada na descrição das órbitas dos planetas, enquanto a parábola é fundamental para entender o movimento de projéteis. O estudo dessas curvas prepara os alunos para aplicar conceitos matemáticos em contextos do mundo real, estimulando o pensamento crítico e a resolução de problemas práticos.

A capacidade de modelar fenômenos do mundo real é uma habilidade valiosa, e o estudo das curvas cônicas oferece aos alunos a oportunidade de aprimorar suas habilidades de modelagem matemática. Ao aprender a representar situações complexas por meio das equações dessas curvas, os estudantes desenvolvem uma habilidade crucial

para analisar e resolver uma variedade de problemas, tanto na academia quanto em suas carreiras futuras.

O conhecimento sólido das curvas cônicas serve como uma base essencial para estudos avançados em matemática. Tópicos como cálculo, geometria analítica e álgebra linear frequentemente exigem uma compreensão profunda das propriedades das curvas cônicas. Portanto, ao introduzir esses conceitos no ensino médio, os educadores estão preparando os alunos para uma transição mais suave para cursos mais avançados e desafiadores. Ademais, não apenas fortalece as habilidades técnicas dos alunos, mas também estimula a criatividade e a exploração matemática. Ao trabalhar com essas formas versáteis, os estudantes são incentivados a fazer perguntas, experimentar e descobrir propriedades por conta própria. Esse aspecto da exploração matemática contribui para o desenvolvimento de uma mentalidade de resolução de problemas e para a apreciação da beleza intrínseca da matemática.

PROPOSTA DE ATIVIDADE PARA O ESBOÇO DAS CÔNICAS EM SALA DE AULA

Título da Atividade: Explorando Curvas Cônicas com Dobras de Papel.

Objetivo: Este tutorial visa enriquecer o ensino das curvas cônicas, proporcionando uma experiência prática e visualmente estimulante para os alunos. Ao incorporar a técnica de dobras de papel, os professores têm a oportunidade de tornar a Geometria Analítica mais acessível e envolvente, contribuindo para um aprendizado mais significativo. As justificativas técnicas e matemáticas para a efetividade da atividade constam na Referência [5].

Materiais Necessários: Folhas de papel A4. Caneta esferográfica ou lápis. Compasso. Régua.

Momento 1: Introdução às Curvas Cônicas.

Comece a aula introduzindo as curvas cônicas, como a elipse, parábola e hipérbole. Discuta suas definições e características fundamentais, destacando sua presença em diversas áreas da matemática e ciência. Recomendamos [5], Capítulo 3, para nortear os conceitos a serem apresentados nesse Passo 1.

Momento 2: Preparação das Folhas de Papel e Início das Construções.

Distribua folhas de papel aos alunos. Dependendo do tempo de aula, acreditamos que é possível realizar a construção das três cônicas (Parábola, Elipse e Hipérbole). Então, serão necessárias três folhas para cada aluno para as construções.

Tutorial do Esboço da Parábola

1º Passo Parábola: Trace uma reta d com a régua e marque um ponto F fora da mesma, como mostra a Figura 1. Marque diversos pontos sobre a reta d , como mostra a Figura 2.

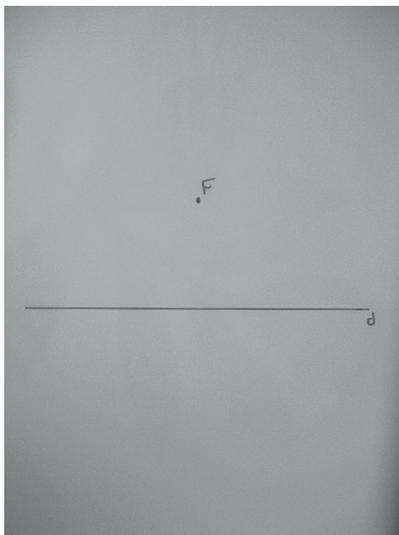


Figura 1: Diretriz d e foco F

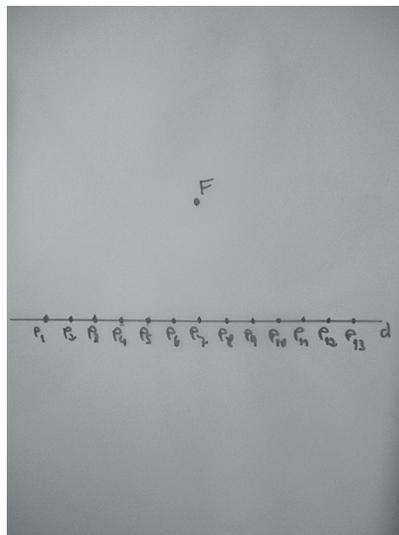


Figura 2: Pontos sobre a reta d

2º Passo Parábola: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto F coincida com o ponto P_1 , como mostra a Figura 3. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, como mostra a Figura 4.

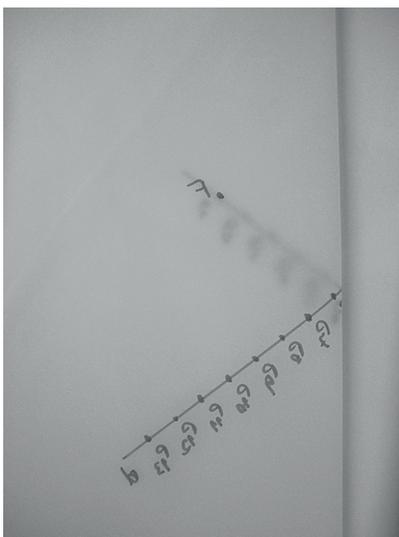


Figura 3: Primeira dobra

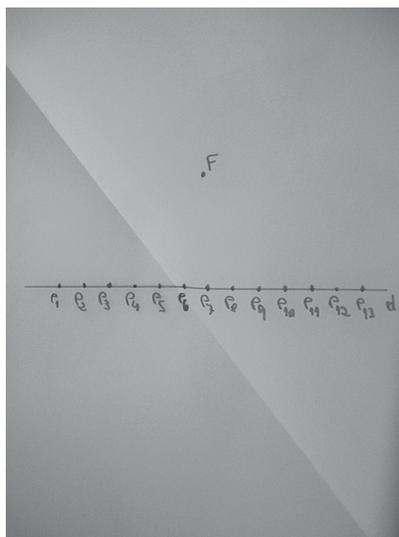


Figura 4: Primeiro vinco

3º Passo Parábola: Sobre o primeiro vinco, traçamos com lápis a reta m_1 , que é a mediatriz do segmento FP_1 , como mostra a Figura 5. Basta agora repetir os 2 passos

anteriores para cada um dos demais pontos demarcados na reta inicialmente e, assim, obteremos as mediatrizes dos segmentos ligando F aos pontos e , como consequência, a parábola de diretriz d e foco F , como mostra a Figura 6.

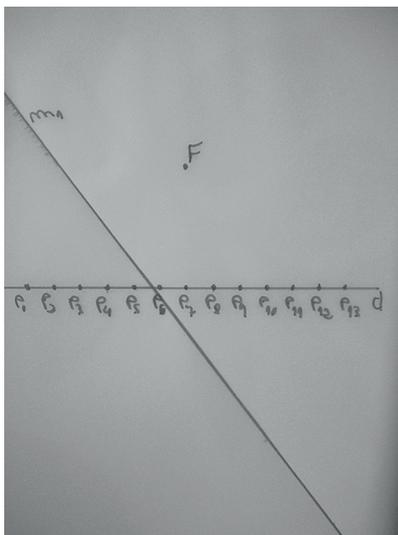


Figura 5: Mediatriz m_1 do segmento FP_1

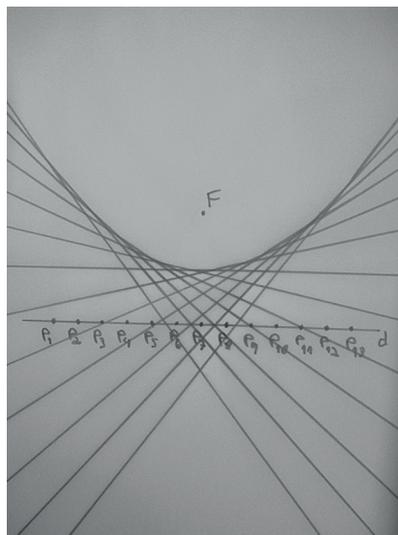


Figura 6: Parábola de diretriz d e foco F

Tutorial do Esboço da Elipse

1º Passo Elipse: Desenhe uma circunferência C de centro F_1 e marque um ponto F_2 interior à mesma, como mostra a Figura 7. Marque sobre a circunferência diversos pontos P_n , como mostra a Figura 8.

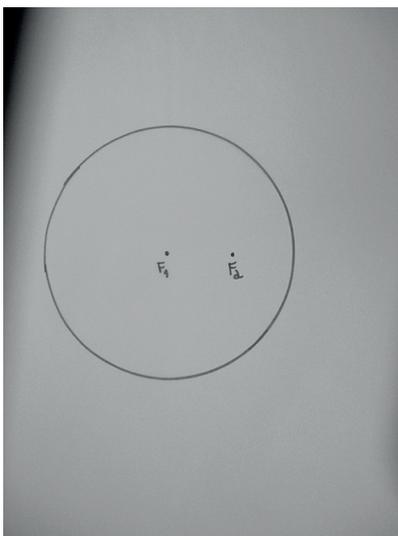


Figura 7: Circunferência C de centro F_1 e ponto F_2 interior

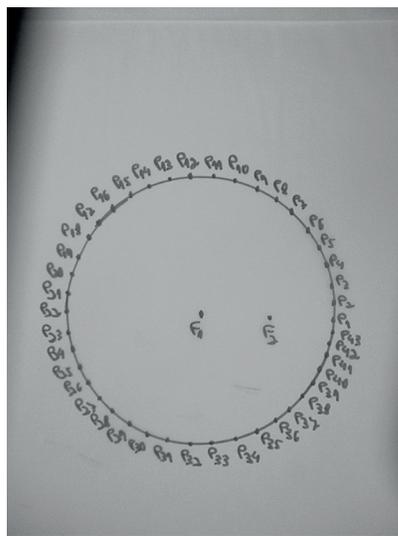


Figura 8: Pontos sobre a circunferência.

2º Passo Elipse: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto F_2 coincida com o ponto P_1 , como mostra a Figura 9. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, como mostra a Figura 10.

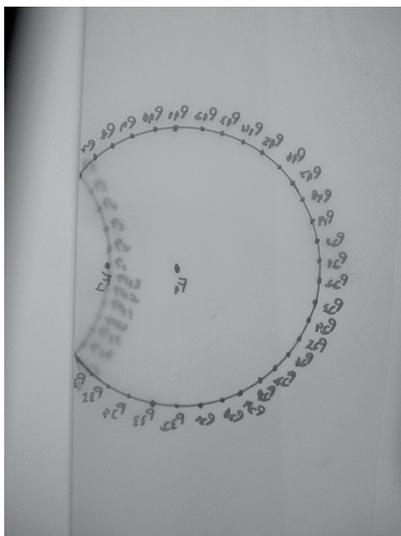


Figura 9: Primeira dobra

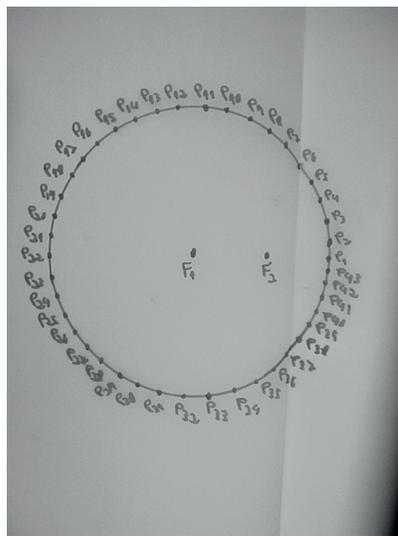


Figura 10: Primeiro vinco

3º Passo Elipse: Sobre o primeiro vinco, traçamos com lápis a reta m_1 que é a mediatriz do segmento F_2P_1 , como mostra a Figura 11. Repita os 2 passos para cada um dos demais pontos P_n , e, assim, obteremos as mediatrizes m_n dos segmentos F_2P_n e como consequência a elipse de focos F_1 e F_2 , como mostra a Figura 12.

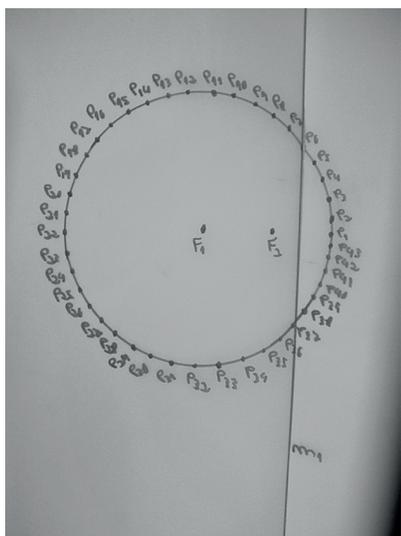


Figura 11: Mediatriz m_1 do segmento F_2P_1

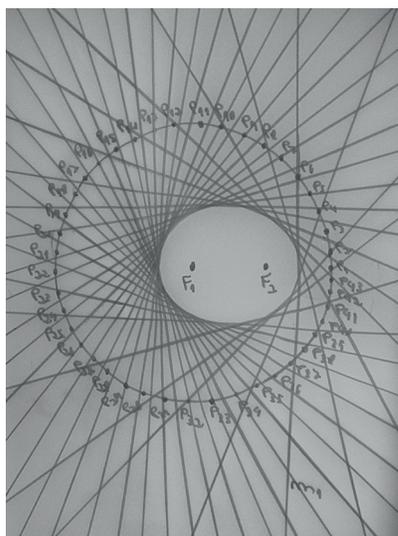


Figura 12: Elipse de focos F_1 e F_2 .

Tutorial do Esboço da Hipérbole

1º Passo Hipérbole: Desenhe uma circunferência C de centro F_1 e marque um ponto F_2 exterior à mesma, como mostra a Figura 13. Marque sobre a circunferência diversos pontos P_n , como mostra a Figura 14.

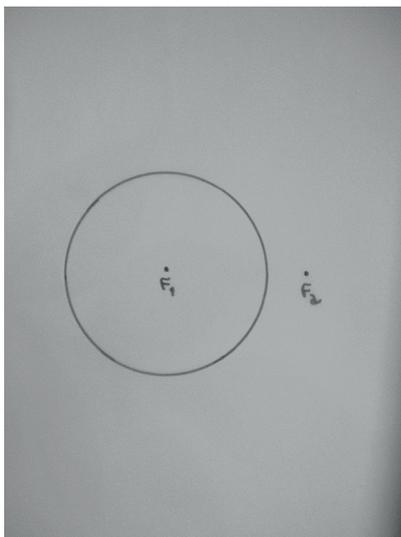


Figura 13: Circunferência de centro F_1 e F_2 exterior

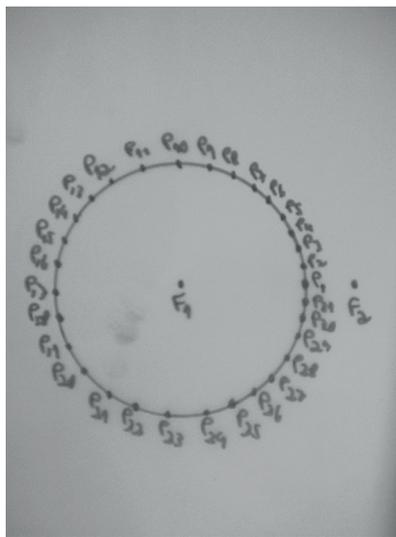


Figura 14: Pontos sobre a circunferência C

2º Passo Hipérbole: Faça a primeira dobra de maneira que o ponto F_2 coincida com o ponto P_1 , como mostra a Figura 15. Desdobre a folha, voltando-a para a posição inicial. Temos assim o primeiro vinco, como mostra a Figura 16.

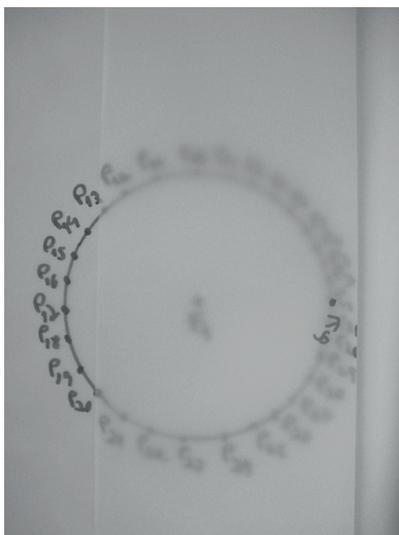


Figura 15: Primeira dobra

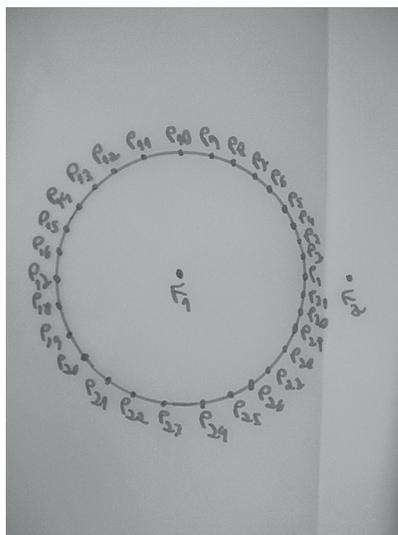


Figura 16: Primeiro vinco

3º Passo Hipérbole: Sobre o primeiro vinco, traçamos com lápis a reta m_1 , que é a mediatriz do segmento F_2P_1 , como mostra a Figura 17. Basta agora repetir os 2 passos anteriores para cada um dos demais pontos demarcados na reta inicialmente e, assim, obteremos as mediatrizes dos segmentos ligando F aos pontos e , como consequência, a parábola de diretriz d e foco F , como mostra a Figura 18.

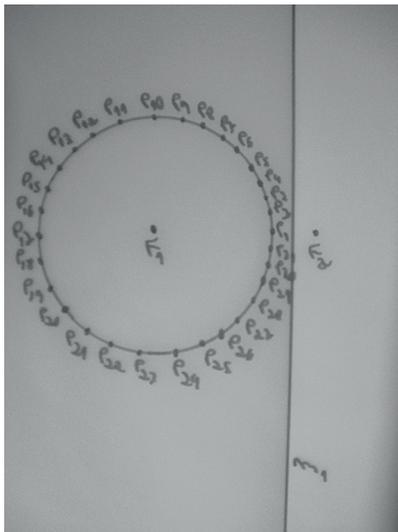


Figura 17: Mediatriz m_1 do segmento F_2P_1 .

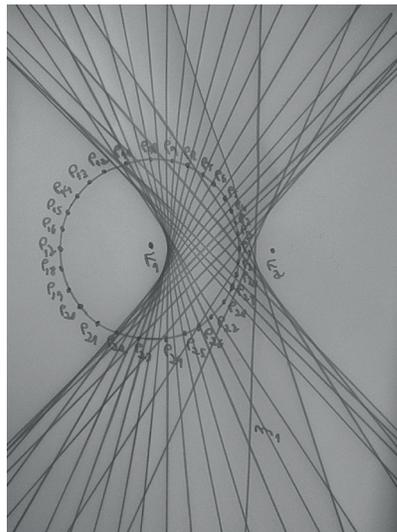


Figura 18: Hipérbole de focos F_1 e F_2 .

Momento 3: Discussão e Análise.

Após a conclusão dos esboços, promova uma discussão em sala de aula sobre as características observadas e as relações entre as curvas. Incentive os alunos a analisarem como as dobras em papel proporcionam uma representação visual das propriedades matemáticas das curvas cônicas.

REFERÊNCIAS

1. FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1997.
2. EZZI, Gelson. *Fundamentos de matemática Elementar*. 4.ed. São Paulo, Atual, 1993.
3. LAKATOS, Eva M.; ANDRADE, Marina M. *Fundamentos de metodologia científica*. São Paulo: Atlas, 1986.
4. LEITHOLD, Louis. *O cálculo com geometria analítica*. 3 ed., vol.1, São Paulo, Harbra Ltda.
5. RIBEIRO, Flávio de Oliveira. *O uso de dobraduras no processo de ensino das cônicas no ensino básico*. Dissertação de mestrado PROFMAT. Ilhéus, Bahia. 2014.