EL ARTE COMO MEDIADOR DE SIGNIFICADOS EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Data de aceite: 01/12/2023

Hilda María Ameneyro María Ameneyro
Instituto Tecnológico de Apizaco.

Alfonso Soto Sánchez
Universidad Autónoma de Tlaxcala

Judith Díaz Domínguez
Instituto Tecnológico de Apizaco.

RESUMEN: Las matemáticas y el arte se consideran disciplinas totalmente opuestas, sin embargo los matemáticos, al igual que los artistas han encontrado que tienen diversos puntos en común. Los artistas, en general, imitan a la Naturaleza, pues los pintores reproducen paisajes, rostros humanos, animales, árboles, montañas, etc.; los arquitectos, al darle forma a los edificios, o diseñar escaleras, imitan cactus, olas del mar o cefalópodos. Unos y otros han percibido que los seres vivos crecen formando patrones, basta observar las espirales que forman las rosas, las coliflores, los alcatraces, las galaxias o los caracoles. Tales espirales se encuentran inscritas en rectángulos áureos que van siendo más grandes, conforme va creciendo el ser, siempre conservando su proporción áurea, y acordes a la serie de Fibonacci. En el presente trabajo se muestra cómo se ha considerado la relación que existe entre las Matemáticas y el Arte, aprovechándola para mediación de significados, al abordar temas como Series, Forma Polar y Exponencial de un Número Complejo, Transformaciones Lineales, Raíces de Polinomios, Ondas, Gráficas de Funciones, Trigonometría, Centroides de Áreas Planas, Sólidos de Revolución, Coordenadas cilíndricas, Campos Vectoriales, Perspectivas, programación, algoritmos y otros más, que son contenidos de asignaturas como Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Física, Estática, Electricidad y Magnetismo, Dibujo asistido por Computadora, y Álgebra Lineal, entre otras, que son contenidos de asignaturas que se imparten en las distintas carreras del Instituto Tecnológico de Apizaco. Tal relación ha resultado altamente motivante para los alumnos, más aún, ha sido útil en el desarrollo de competencias actitudinales, como percepción clara y reducción de impulsividad. Todo a través del análisis de obras clásicas, como la Venus de Sandro Boticcelli, La Gioconda de Leonardo da Vinci, Las Meninas de Diego Velázquez y Los Embajadores de Holbein, entre otros.

PALABRAS CLAVE: Matemáticas, Enseñanza, Número áureo

ABSTRACT: Mathematics and art are considered to be totally opposite disciplines, yet mathematicians, like artists have found to have various points in common. The artists, in general, imitate Nature, because the painters reproduce landscapes, human faces, animals, trees, mountains, etc.; the architects, when giving shape to the buildings, or designing stairs, imitate cacti, waves of the sea or cephalopods. Both have perceived that living beings grow in patterns, it is enough to observe the spirals formed by roses, cauliflowers, gannets, galaxies or snails. Such spirals are inscribed in golden rectangles that become larger, as the being grows, always preserving its golden proportion, and according to the Fibonacci series. I This paper shows how the relationship between Mathematics and Art has been considered, taking advantage of it for mediation of meanings, when addressing topics such as Series, Polar and Exponential Form of a Complex Number, Linear Transformations, Polynomial Roots, Waves, Function Graphs, Trigonometry, Planar Area Centroids, Revolution Solids, Cylindrical Coordinates, Vector Fields, Perspectives, programming, algorithms and more, which are contents of subjects such as Differential Calculus, Integral Calculus, Physics, Statics, Electricity and Magnetism, Computer-assisted Drawing, and Linear Algebra, among others, which are contents of subjects taught in the different courses of the Technological Institute of Apizaco. Such a relationship has been highly motivating for students, moreover, it has been useful in the development of attitudinal competences, such as clear perception and reduction of impulsivity. All through the analysis of classical works, such as Sandro Boticcelli's Venus, Leonardo da Vinci's La Gioconda, Diego Velázquez's Las Meninas and Holbein's Ambassadors, among others.

1 I INTRODUCCIÓN

Aparentemente, las matemáticas y el arte son disciplinas completamente opuestas, sin embargo desde la antigüedad se han relacionado, junto con la Naturaleza, a través de la llamada "proporción áurea", que es la relación que surge entre dos segmentos de recta y que se halla también en la Naturaleza (flores, hojas, frutos, etc.) y en figuras geométricas, y se le otorga una condición estética. (Definición de, 2014). Así, la belleza y la Naturaleza pueden expresarse en términos matemáticos, esto es, Arte y Naturaleza se rigen por ocultos principios matemáticos que generan armonía, equilibrio y belleza. (Corbalán, 2011).

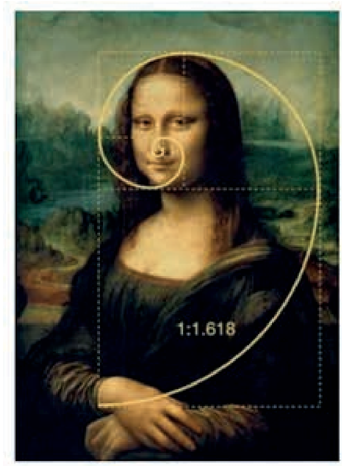

Fig 1. La Gioconda[1]

La espiral de Fibonacci es una espiral que se construye dibujando arcos concéntricos cuyos radios corresponden a la secuencia de Fibonacci (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …,), y está presente en La Gioconda de Leonardo (fig 1) o en los edificios de Le Corbusier, pero también en los pétalos de una rosa, en la forma de algunos animales, en los brazos en espiral de las galaxias, prácticamente en todas las cosas del Universo.

El presente trabajo muestra cómo se ha aprovechado la relación Naturaleza-Matemáticas-Arte, para mediar significados durante la enseñanza de diversas asignaturas que cursan estudiantes de Ingeniería, lo que ha sido bastante adecuado, pues ha resultado, incluso sorprendente, gracias a la aparente discrepancia de las Matemáticas y el Arte.

2 I MEDIACIÓN DE SIGNIFICADOS

La mediación se refiere a buscar la forma en que los estudiantes puedan captar, codificar y comprender los contenidos, que la enseñanza parta de su realidad (Olaya, 2009); se habla de mediación cuando ciertos objetos del medio humano (materiales o inmateriales) se relacionan con los objetivos.

Durante la mediación, se despliegan acciones organizadas de interacción pedagógica, con la finalidad de promover y facilitar procesos de aprendizaje en los participantes; así, el tratamiento de los contenidos y las formas de expresión de los diferentes temas, tienden a hacer posible el acto educativo (Molina, 2012).

Por su parte, la mediación del significado consiste en presentar las situaciones de aprendizaje de forma interesante y relevante para el estudiante, de manera que se implique activa y emocionalmente en la tarea o actividad, por lo que se media el significado cuando el mediador despierta en el estudiante el interés por la tarea en sí; discute con él acerca de la importancia que tiene la tarea, y le explica la finalidad que se persigue con las actividades y con la aplicación de las mismas (Sasson, 2005).

El aprendizaje con significado es un proceso que consiste en relacionar la nueva información con la ya existente en la estructura cognitiva. Las cosas y las palabras poseen un significado que va más allá del que el estudiante da por su propia necesidad. Por ello la mediación del significado se refiere, entre otras cosas, a despertar la conciencia y la necesidad de los diversos significados de las palabras y situaciones; a la adquisición de medios que ayuden a distinguir lo subjetivo-particular de lo objetivo-universal de los significados; y a atribuir valores sociales y culturales a diferentes fenómenos, es así que se presentan las situaciones de aprendizaje de forma interesante y relevante para el estudiante, que signifiquen algo para él, que penetren en su propio sistema de significados, posibilitando las relaciones entre los aprendizajes adquiridos (Sasson, 2005).

En el Tecnológico de Apizaco la relación Naturaleza-Matemáticas-Arte se usa para mediar significados en las asignaturas de Ciencias Básicas que se imparten en las carreras de Ingeniería (ver fig 2).

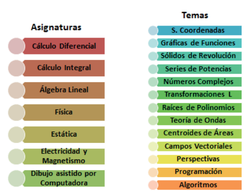

Fig. 2. Asignaturas que se median con el arte.

Ejemplo 1.

El ejemplo que se muestra a continuación, corresponde al subtema 1.4 “Forma polar y exponencial de un número complejo”, del tema “Números Complejos”, de la asignatura “Álgebra Lineal”, cuyo objetivo es “Familiarizarse con los gráficos de funciones en coordenadas polares”.

Tradicionalmente, se aborda dicho tema, usando las propiedades trigonométricas (Anton, 2008). Se inicia definiendo el número en forma polar; se dan las ecuaciones que relacionan coordenadas cartesianas con coordenadas polares; se resuelven ejercicios consistentes en transformar una serie de números en forma cartesiana, a forma polar, y viceversa.

La forma en que se propone el abordaje consiste en primero, dotar de significado el tema, siguiendo el ciclo Naturaleza-Arte-Matemáticas (ver fig 3).

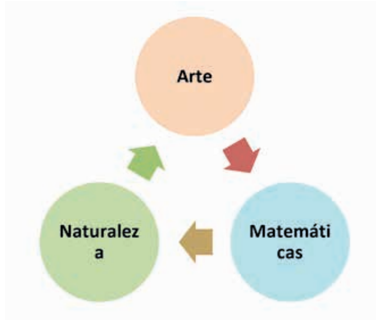

Fig 3. Relación Naturaleza-Matemáticas-Arte

Arte

Primero, haciendo notar que, en general, los artistas imitan a la Naturaleza, pues, por ejemplo, los pintores imitan paisajes, árboles, frutos, rostros, animales, olas del mar, etc. (ver fig 4).

Fig. 4. Los artistas imitan a la Naturaleza[3]

Naturaleza

Se les hace notar que tanto Matemáticos como artistas han observado que los seres vivos crecen formando patrones, basta observarlos en las coles, en las conchas de algunos moluscos, en los brazos de algunas galaxias, etc. (ver fig. 5)

Fig. 5. Los seres vivos siempre crecen formando patrones[3]

Y que un ejemplo especial es el crustáceo Nautilus (fig 6), el cual, desde su origen, se encuentra inserto en un rectángulo, que va siendo más grande, conforme el crustáceo va creciendo (ver fig 7):

Fig 6. Crustáceo Náutilus[4]

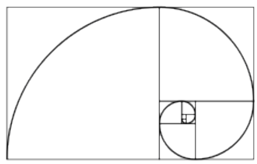

Figura 7. Perfil del crustáceo[5]

Matemáticas

Ya que se sigue un proceso de mediación, en este punto se les pide que dibujen un rectángulo que consideren "bonito" y calculen la relación: M/m, donde M es la base del rectángulo y m, su altura.

Posteriormente se les habla de los rectángulos en los que se encuentran inscritos los seres vivos, que son llamados áureos, pues si se divide la longitud de su base (M) entre la longitud de su altura (m), se tiene la proporción: $\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{m}} = \emptyset = 1.618$, como se muestra en la figura 8.

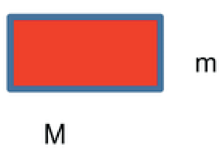

Fig 8. Rectángulo áureo

Con el fin de dotar de significado, en este punto se les pide comparen el valor de ϕ que les arrojó el rectángulo que dibujaron, con el valor 1.618.

De tal manera, que el valor de Ø se conserva conforme va creciendo el ser vivo, pues al crecer, se tiene ahora la relación: $\frac{M+m}{M} = \emptyset = 1.618$ (ver fig 9).

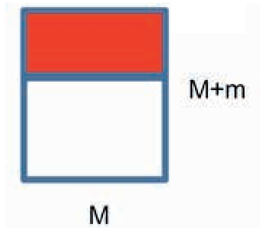

Fig 9. Nuevo rectángulo áureo

Se introducen ahora los conceptos de “Polo”, “Rayo” y Eje polar” (fig 10).

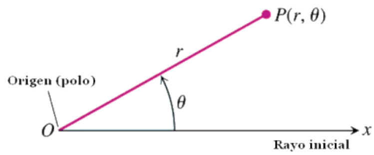

Fig 10. Componentes de coordenadas polares

Se aborda la relación entre coordenadas polares y cartesianas (fig. 11)

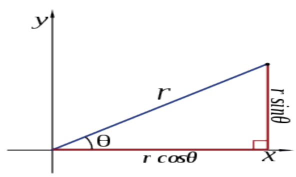

Fig 11. Relación entre coordenadas polares y coordenadas cartesianas.

Y se construyen las ecuaciones que relacionan las coordenadas cartesianas y polares, para lo cual, se les pide a los estudiantes, realicen la siguiente actividad:

Escribe las coordenadas cartesianas x y y en función de las coordenadas polares r, θ, de acuerdo al diagrama de la figura anterior.

x = ______________________________

y = ______________________________

De aquí, ya se pueden construir, a través de un proceso de mediación, las expresiones para transformar coordenadas rectangulares a coordenadas polares:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad \theta = tg^{-1}\frac{y}{x}$$

Donde r representa la coordenada radial y θ representa la coordenada angular.

Se les pide luego, que construyan la espiral de Fibonacci a partir de la evolución de un rectángulo áureo.

Posteriormente se les pide que dibujen nuevamente la espiral de Fibonacci en un sistema de coordenadas polares, a partir de $r=e^{b\theta}$, pero con el factor de crecimiento $b = \phi = 1.618$.

Se les pide también, la dibujen en un paquete graficador. En la figura 12, se muestra en Winplot:

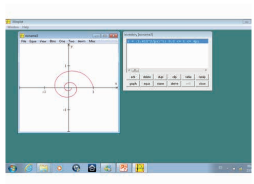

Fig 12. Gráfica de espiral áurea

Arte

Se les muestra un cuadro ejemplo de anamorfosis. En la figura 13 se muestra "Insecto y Payaso" de la colección de Salvador Dalí:

Fig 13. Insecto y Payaso[6]

Y se sigue un proceso de mediación de cuatro niveles, que inicia con "¿Qué observas?" hasta introducir el concepto de anamorfosis y su relación con la transformación de coordenadas cartesianas-polares.

Una anamorfosis es una pintura o dibujo que ofrece a la vista una imagen deforme y confusa, o regular y acabada, según desde donde se mire, o donde se refleje.

Matemáticas

Un tipo de anamorfosis es la transformación que produce un conjunto de coordenadas polares que vuelven a sus orígenes cartesianos cuando se ven en espejos cilíndricos.

Anamorfosis es una proyección perspectiva distorsionada que requiere que el espectador ocupe un punto de vista específico o utilice algún instrumento para reconstituir la imagen correctamente.

Anamorfosis viene del griego ἀναμόρφωσις las palabras griegas "Ana - Morfosis" que significan "formado de nuevo" (renovación).

Una anamorfosis es una deformación reversible en una imagen, que permite un efecto diferente desde un punto de vista privilegiado (Blasco, 2011) (ver fig 14).

Es así que el juego de la anamorfosis practicado por Salvador Dalí. En *Insecto y payaso*, tanto la imagen anamórfica como la reflejada tienen sentido para el espectador, pero son objetos muy distintos.

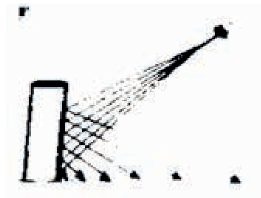

Fig 14. Se debe mirar la imagen reflejada en un espejo cilíndrico, cónico o piramidal para reconstruir la imagen regular[7]

Se les presenta la diferencia entre el sistema de coordenadas cartesianas, y el sistema de coordenadas polares (ver figs 15 y 16).

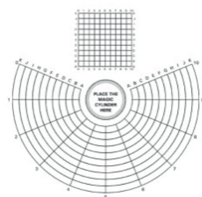

Fig 15. Sistemas de coordenadas cartesiano y polar[8]

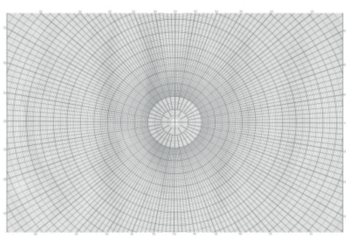

Fig 16. Hoja de papel “polar”

Y se les muestran otros ejemplos de Anamorfosis, como las de la figura 17:

Fig 17. Ejemplos de Anamorfosis[9]

Naturaleza/ Matemáticas/ Arte

En estos momentos ya están preparados los alumnos para realizar cálculos numéricos, así que se les pide hagan su propia anamorfosis, de una fotografía o dibujo, de la Naturaleza, tomando las coordenadas cartesianas de varios puntos y dibujarlos en un sistema de coordenadas polares, por último, transformar las coordenadas cartesianas a coordenadas polares y dibujarlos en un sistema de coordenadas polares para recuperar la imagen original. La figura 18 muestra una transformación elaborada por el estudiante Evaristo:

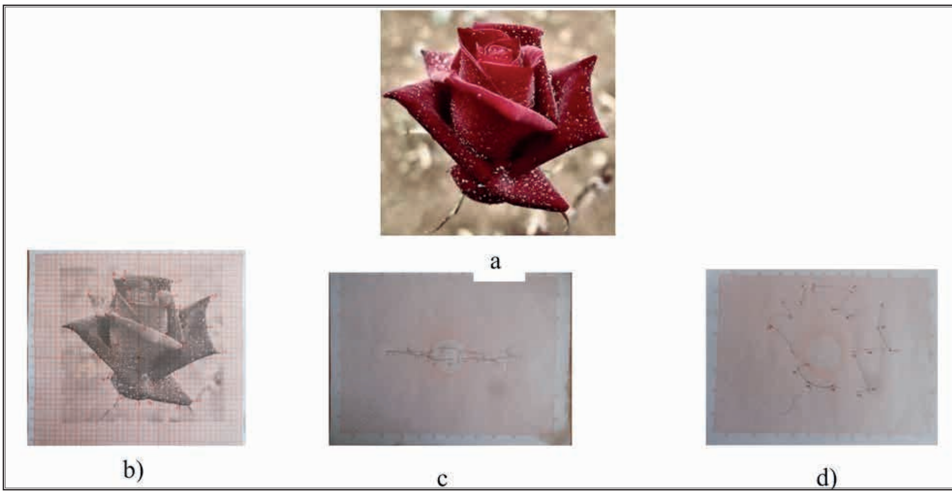

Fig 18. Transformación elaborada por un estudiante. a) Imagen real[10], b) Localización de puntos en el sistema coordenado rectangular, c) Imagen anamorfoseada, d) Recuperación de la imagen

En la figura 19 se muestra el cuadro elaborado por el estudiante Evaristo, para transformar las coordenadas del sistema cartesiano al sistema polar.

Coordenadas Cartesianas (x, y)	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\theta = tg^{-1}\frac{y}{x}$	Coordenadas Polares (r, θ)
(-3.7, 0)	3.7	0	(3.7, 0)
(-4.1, 0.5)	4.1	-6.9	(4.1, -6.9)
(-6.5, 2.8)	7.1	-23.3	(7.1, -23.3)
(-7.3, 3)	7.9	-22.3	(7.9, -22.3)
(-4.2, 4)	5.8	-43.6	(5.8, -43.6)

Fig 19. Parte del cuadro usado por Evaristo

CONCLUSIÓN

El aprovechar en primer lugar la estrecha relación que guardan el Arte y las Matemáticas, y en segundo lugar el generalizado desconocimiento de tal relación por el estudiantado, causó sorpresas que condujeron a una gran motivación, al encontrarle significado y restarles aridez a las Matemáticas, por lo que el Arte resultó ser un material muy adecuado para mediar significados al enseñar un tema de Matemáticas.

REFERENCIAS

Anton, H. (2008). Introducción al Álgebra Lineal. (4ª ed). México: Limusa Wiley.

Blasco, F. (2010). Matemáticas en Dalí. Matematicalia vol 7, num 4. Recuperado el 22 de marzo de 2015, de: http://ribf.riken.go.jp/~dang/paintings/fblasco.pdf

Corbalán, F. (2011). La proporción áurea. España: RBA.

Figueredo, C. A. (2014). La proporción áurea. Tesis de licenciatura. Universidad Autónoma Metropolitana. Recuperado el 9 de Agosto de 2014, de http://licmat.izt.uam.mx/reportes/seminarios/carlos-perea.pdf

Molina, A. (2012). Recuperado el 12 de Agosto de 2014, de http://es.slideshare.net/antoniomolina7568596/mediacion-pedagogica

Olaya, M. (2009). Recuperado el 24 de 06 de 2014, de: http://miambitoeducativo.blogspot.mx/2009/07/significado-y-sentido-de-la-mediacion.html

Sasson, D. (2005). Aprendizaje mediado y educación integral: desarrollo de habilidades a través del arte, Conferencia impartida el 1°. de abril de 2005, en Papalote Museo del Niño, organizada por La Vaca Independiente, Fomento Cultural Banamex y Papalote, Museo del Niño.

1, 4. Tomado de (Figueredo, 2014)

2, 3, 6, 7. Tomado de (Corbalán, 2011)

5. Tomado de:

https://www.google.com.mx/search?newwindow=1&site=&source=hp&q=imagenes+de+espiral+de+fibonacci&oq=imagenes+de+espiral+de+fibonacci&gs_l=hp.3...1743.22820.0.23401.33.30.0.0.0.0.914.4549.0j12j7j6-1.20.0....0...1c.1.64.hp..15.18.3422.0.LcHYq8tVMg4

8. Tomado de:

https://ztfnews.wordpress.com/2010/08/16/anamorfosis-cilindricas/

9. Tomado de:

https://www.google.com.mx/search?q=imagenes+de+a
namorfosis&newwindow=1&tbm=isch&tbo=u&sou
rce=univ&sa=X&ei=OfidVbOeNoGFsAX5hproBQ&ved=0CDEQ7Ak&biw=1024&bih=475

10. Tomado de:

https://www.google.com.mx/search?q=imagenes+de+flores&newwindow=1&tbm=isch&tbo=u&source=u
niv&sa=X&ei=U--dVfHBIIPstQWeiJuoBQ&ved=0CDEQ7Ak&biw=1024&bih=475

http://www.lecturalia.com/libro/50046/la-proporcion-aurea

http://www.lecturalia.com/autor/8531/fernando-corbalan

http://definicion.de/proporcion-aurea/