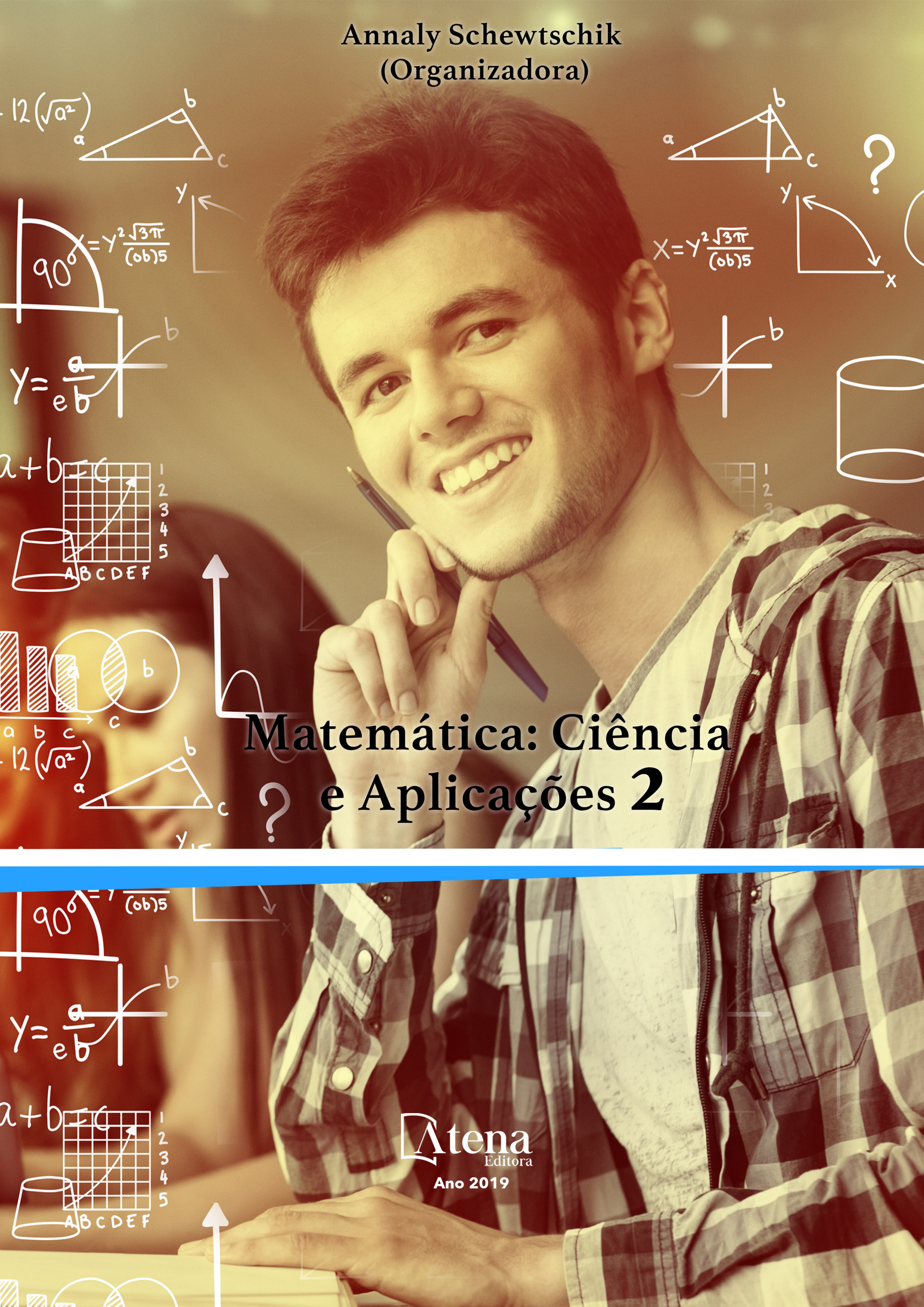
Annaly Schewtschik
(Organizadora)



Matemática: Ciência e Aplicações 2

Atena Editora
Ano 2019

Annaly Schewtschik
(Organizadora)

Matemática: Ciência e Aplicações 2

Atena Editora
2019

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves
Revisão: Os autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática: ciência e aplicações 2 [recurso eletrônico] / Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 2)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia.
ISBN 978-85-7247-122-0
DOI 10.22533/at.ed.220191402

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

APRESENTAÇÃO

A obra “Matemática: ciências e aplicações” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora publicado em três volumes. O Volume II, em seus 22 capítulos, apresenta resultados de pesquisas que trazem estudos frente aos objetos matemáticos trabalhados tanto na Educação Básica, incluindo a EJA, como no Ensino Superior.

Os trabalhos evidenciam os estudos sobre conceitos e aplicações dos objetos da matemática no contexto da Educação Brasileira, contemplando aspectos da aprendizagem dos alunos, incluindo alunos com deficiências.

Revelam também os aspectos históricos que contribuíram para a formação dos conceitos dos objetos matemáticos e a análises destes objetos segundo seus idealizadores. Apresentam como os objetos matemáticos são contemplados em livros didáticos e fazem reflexões em torno da resolução de problemas que envolvem diferentes objetos matemáticos, incluindo conceito de letramento, enquanto prática social, nos diferentes campos da matemática.

A Matemática como Ciência é pensada nos trabalhos que enfocam os objetos matemáticos no contexto de aprendizagem, e como aplicações do conhecimento matemático na resolução de problemas tanto na Educação Básica como no Ensino Superior, incluindo as Engenharias.

A Educação Matemática é revelada nas análises referente as práticas de sala de aula – contanto com discussões inclusivas, tanto na Educação Básica como na Educação Superior.

Este Volume II é dedicado aos matemáticos, aos professores de matemática e pedagogos que ensinam matemática, a fim de compreenderem os aspectos do conhecimento matemático e do ensino e da aprendizagem dos objetos matemáticos âmbito da educação matemática.

Annaly Schewtschik

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 1

COMPREENDENDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO PARA O ENSINO DE NÚMEROS NA ESCOLA BÁSICA

Weslei Lima de Figueiredo
Samira Zaidan

DOI 10.22533/at.ed.2201914021

CAPÍTULO 2 18

PRÁTICA DOS PROFESSORES DA RESERVA EXTRATIVISTA CHICO MENDES, SOBRE O CONCEITO DE NÚMERO

Vânya Regina Rodrigues da Silva
Itamar Miranda da Silva
Joseane Gabriela Almeida Mezerhane Correia
Danise Regina Rodrigues da Silva

DOI 10.22533/at.ed.2201914022

CAPÍTULO 3 30

NEGOCIANDO CONCEITOS SOBRE MEDIDAS DE COMPRIMENTO NAS TAREFAS DE MATEMÁTICA DE ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Érika D'Ávila de Sá Rocha
Jónata Ferreira de Moura

DOI 10.22533/at.ed.2201914023

CAPÍTULO 4 41

UM ESTUDO PRELIMINAR DO MANUSCRITO MS. 189 DEDICADO À "ARITMÉTICA PRIMÁRIA" DE CHARLES SANDERS PEIRCE

Alexandre Souza de Oliveira
Fumikazu Saito

DOI 10.22533/at.ed.2201914024

CAPÍTULO 5 52

A TABUADA NAS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS DO SÉCULO XX NO RIO GRANDE DO SUL

Malcus Cassiano Kuhn

DOI 10.22533/at.ed.2201914025

CAPÍTULO 6 69

CAMPO MULTIPLICATIVO: DIAGNÓSTICO COM ESTUDANTES DO SEXTO ANO

Janine Oliveira Mello
Gabriela dos Santos Barbosa

DOI 10.22533/at.ed.2201914026

CAPÍTULO 7 86

ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: O TIPO DE SITUAÇÃO-PROBLEMA QUE O PROFESSOR DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ELABORA

Emília Isabel Rabelo de Souza
Sandra Maria Pinto Magina

DOI 10.22533/at.ed.2201914027

CAPÍTULO 8 97

"OS PREÇOS ESTÃO NA HORA DA MORTE" - TEMA GERADOR NO ENSINO DE FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Hosana Silva de Santana
Mirtes Ribeiro de Lira

DOI 10.22533/at.ed.2201914028

CAPÍTULO 9 108

RESSONÂNCIAS DO APRENDER, SEGUNDO DELEUZE, EM UM FAZER DOCENTE: EXPLORANDO O CONCEITO DE FRAÇÃO EM TURMAS DO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Wagner Rodrigues da Silva

DOI 10.22533/at.ed.2201914029

CAPÍTULO 10 119

LETRAMENTO ESTATÍSTICO POR MEIO DE PROJETOS: UM ESTUDO DE CASO

Cassio Cristiano Giordano

DOI 10.22533/at.ed.22019140210

CAPÍTULO 11 131

ADAPTAÇÃO DA TEORIA DE VAN HIELE PARA O TÓPICO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

Eduarda de Jesus Cardoso
Lilian Nasser

DOI 10.22533/at.ed.22019140211

CAPÍTULO 12 142

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA INCLUSIVA: ESTRATÉGIAS EM BUSCA DA APRENDIZAGEM DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA INTELECTUAL NO ENSINO MÉDIO

Elcio Pasolini Milli
Cátia Aparecida Palmeira

DOI 10.22533/at.ed.22019140212

CAPÍTULO 13 154

APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: REFLEXÕES SOBRE SEU ENSINO A PARTIR DE ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS

Francisco José Brabo Bezerra
Francisco Erivaldo Rodrigues Gomes
Caroline Miranda Pereira Lima

DOI 10.22533/at.ed.22019140213

CAPÍTULO 14 167

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE PRODUTOS NOTÁVEIS: EM EUCLIDES E NOS DIAS ATUAIS

Larissa Corrêa
Ana Carolina Lopes de Melo
Claudete Cargnin
Silvia Teresinha Frizzarini

DOI 10.22533/at.ed.22019140214

CAPÍTULO 15 177

RESOLUÇÃO DE ATIVIDADE COM FUNÇÃO LOGARÍTMICA POR ESTUDANTES DO 1° ANO DO ENSINO MÉDIO: A ENUNCIAÇÃO E A AJUDA NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

Walter Aparecido Borges
Maria Helena Palma de Oliveira

DOI 10.22533/at.ed.22019140215

CAPÍTULO 16 188

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA PARA INTRODUZIR IDEIA DE FUNÇÃO NA EJA: DO RASCUNHO AO CONVENCIMENTO

Ana Paula Gonçalves Pita

DOI 10.22533/at.ed.22019140216

CAPÍTULO 17 199

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DE FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Jessica da Silva Miranda
Felipe Antonio Moura Miranda
Maurício de Moraes Fontes

DOI 10.22533/at.ed.22019140217

CAPÍTULO 18 209

O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E O CONTEÚDO SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES: UMA ANÁLISE DO LIVRO DE MATEMÁTICA-CURSO MODERNO 2ª SÉRIE, SANGIORGI (1966)

Célio Moacir dos Santos

DOI 10.22533/at.ed.22019140218

CAPÍTULO 19 218

A (NÃO) EXISTÊNCIA DO LIMITE DE UMA FUNÇÃO: UMA ANÁLISE SOBRE AS IMAGENS CONCEITUAIS DE ESTUDANTES EM UM CURSO DE CÁLCULO

Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias
João Cláudio Brandemberg

DOI 10.22533/at.ed.22019140219

CAPÍTULO 20 230

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VETOR POR ESTUDANTES DE ENGENHARIA – ANÁLISE DE REGISTROS

Viviane Roncaglio
Cátia Maria Nehring

DOI 10.22533/at.ed.22019140220

CAPÍTULO 21 243

AS CONTRIBUIÇÕES DA VISUALIZAÇÃO NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES DERIVADAS EM CÁLCULO I

Frederico da Silva Reis
José Cirqueira Martins Júnior

DOI 10.22533/at.ed.22019140221

CAPÍTULO 22 254

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA NO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Rafaela Regina Fabro

DOI 10.22533/at.ed.22019140222

SOBRE A ORGANIZADORA.. 265

CAPÍTULO 1

COMPREENDENDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO PARA O ENSINO DE NÚMEROS NA ESCOLA BÁSICA

Weslei Lima de Figueiredo
Professor do Colégio Santa Dorotéia de Bel Horizonte
Mestrando Universidade Federal de Minas Gerais – Faculdade de Educação
Belo Horizonte – Minas Gerais

Samira Zaidan
Universidade Federal de Minas Gerais – Faculdade de Educação
Belo Horizonte – Minas Gerais

RESUMO: Algumas dificuldades dos estudantes permanecem persistentes na capacidade de realizar operações numéricas e por isto nos remetemos ao estudo do ensino de números no Ensino Fundamental. Apontamos a necessidade de melhor compreensão das características do Sistema de Numeração Decimal, destacando a composição e decomposição do número, os diversos significados do valor posicional, a organização dos números decimais como foco para melhor ensinar e aprender as operações básicas e sua utilização social.

PALAVRAS-CHAVE: Sistema de Numeração Decimal; Números Racionais; Números com vírgula; Algoritmos das Operações Básicas; Educação Matemática.

ABSTRACT: Some difficulties of the students remain persistent in the ability to perform numerical operations and for this we refer our study of the teaching of numbers in Elementary School. We point out the need for a better understanding of the characteristics of the Decimal Numbering System, highlighting the composition and decomposition of the number, the various meanings of the positional value, the organization of decimal numbers as a focus for better teaching and learning the basic operations and their social use.

KEYWORDS: Decimal Numbering System; Rational Numbers; Comma numbers; Basic Operations Algorithms; Mathematical Education.

1 I INTRODUÇÃO

Ao se ensinar matemática, o professor sempre tem de responder perguntas sobre utilidades e usos dos conteúdos, mostrando que, muitas vezes, não se compreende o seu motivo ou qual sua aplicação. Em muitos casos, nós professores não nos preocupamos com detalhes, que entendemos ser irrelevantes ou por julgarmos supérfluos. Porém, é bastante comum nos depararmos com situações em que é necessário esmiuçar o objeto de estudo para que não percamos o seu propósito. Um bom exemplo é o ensino das operações básicas nos anos iniciais do ensino fundamental. Os algoritmos utilizados, muitas vezes, contribuem para que o aluno, em pouco tempo, esqueça como fazia uma continha simples de divisão, já que é levado pela escola a aprender os procedimentos formais e talvez, em função da necessidade de propicia-lo uma maneira mais fácil de atingir um resultado satisfatório nas quatro operações, não se dá a devida atenção aos porquês dos acontecimentos que justifiquem o algoritmo usado.

A intenção aqui não é apontar qual é o melhor caminho a percorrer ao trabalhar na sala de aula com o ensino do Sistema de Numeração Decimal, pois sabemos que o contexto de onde acontece o aprendizado precisa ser considerado e vale mais que seguir uma orientação enrijecida. Pretendemos mostrar que podemos encarar o nosso Sistema de Numeração por completo, explorando bem as suas características e observando que elas se entrelaçam como um conjunto de informações baseadas em uma lógica e que pode ser um modo de favorecer o seu ensino em todos os níveis da escolarização. Visamos, assim, ofertar um suporte ao professor que está diretamente em sala de aula, apoiando-o em suas práticas, ratificando ou promovendo uma leitura mais centrada nos porquês de algumas abordagens vistas nos livros e materiais didáticos voltados para o ensino do Sistema de Numeração Decimal.

O Sistema de Numeração Decimal é bastante utilizado no mundo todo, como se sabe, possui ricas características que contribuíram sobremaneira para a evolução da humanidade e o seu ensino para as novas gerações é essencial. A utilização de números decimais e de números inteiros faz parte do cotidiano de todos nós, presente em inúmeras situações informais e formais, logo é importante valorizar em algum momento da escolarização uma abordagem conjunta e articulada entre os decimais e inteiros como parte do mesmo sistema. Esse entendimento resgata a ideia de ser o Sistema de Numeração Decimal um só, contemplando tanto os inteiros quanto os decimais.

No ensino dos números e suas operações, dar mais atenção aos algoritmos do que à formação dos números pode estar levando a que a própria capacidade operatória fique prejudicada. Esta é uma hipótese de nosso estudo. Muito se tem criticado um ensino focado em procedimentos da Matemática nos anos iniciais da escolarização e, como nos fala D`Ambrosio (1989), os “alunos passam a acreditar que a aprendizagem matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos”. Nossa suspeita é que o processo do algoritmo convencional (formal) das operações básicas, de modo geral, quase que atropela o processo de formação dos números e leva o aluno a atuar de forma memorizada e, muitas vezes, sem sentido. É importante construir a capacidade (e agilidade) operatória na escola, mas entendemos que a ação docente de rápida introdução e memorização dos algoritmos tende a dificultar a própria aprendizagem dos algoritmos. Acreditamos que o uso dos algoritmos não carece de mais atenção que o próprio sentido da operação. Veja como Alfonso inicia sua escrita sobre os algoritmos da seguinte forma:

> Pocas veces se puede encontrar en matemáticas un término tan mal definido y sin embargo com tantas definiciones. Parece como si cada vez que se quiere explicar lo que es, cada cual hiciera de su capa um sayo y optara por cualquier argucia que le permitiera salir del passo. (ALFONSO, 2000, p.103)

Em nosso entendimento, a apresentação dos algoritmos das quatro operações básicas da matemática demanda uma exploração para uma compreensão ampla da composição e decomposição dos números. Percebemos que a falta de melhor compreensão da decomposição dos números dificulta a aprendizagem das próprias operações. Não que se esgote um passo para dar outro, mas defenderemos a necessidade de explorar mais aprofundadamente as características do Sistema de Numeração Decimal antes e durante o estudo das operações e em qualquer nível da escolarização em que se ensina operações. Mais ainda, defendemos que o ensino das operações deve se basear e recorrer à organização do próprio Sistema de Numeração Decimal. Nessa linha de pensamento, quando o ensino não leva a compreender a organização dos números na lógica do sistema de numeração, poderemos ter inúmeras lacunas durante toda a caminhada do entendimento dos fundamentos da matemática.

Usaremos, a partir de agora, SDN para designar Sistema de Numeração Decimal.

2 I PROBLEMATIZAÇÃO SOBRE O ENSINO DE NÚMEROS NO ENSINO FUNDAMENTAL

A utilização dos números é amplamente difundida em diversos setores da vida humana, ocupando um espaço singular na sociedade na qual sua organização e praticidade movem o mundo. Veja a importância do SND para Teberosky e Tolchisnsky:

> A invenção e difusão do Sistema de Numeração Decimal constitui uma contribuição extraordinária que poderíamos comparar, sem nenhum exagero, à suposta modernização produzida pelas calculadoras e pelos computadores, porque facilitou o cálculo e, consequentemente, permitiu a evolução da matemática. (TEBEROSKY e TOLCHISNSKY, 2007, p.263).

Para Pires (2013, p.52) “Um sistema de numeração é um conjunto de princípios que constitui o artifício lógico de classificação em grupos e subgrupos das unidades que formam os números”. Para Cardoso (2013, p. 8) “O Sistema de Numeração é um conjunto de regras usado para descrever quantidades, utilizando um determinado conjunto de símbolos”.

Praticamente em todo o universo social utiliza-se do SND, também conhecido como Sistema de Numeração Indo-Arábico. Materiais didáticos para formação de professores como o de Centurión (1994, p.36) mostram que esse sistema possui características próprias: utiliza apenas dez símbolos com os quais pode-se escrever qualquer número; sua base de contagem e organização é dez; possui o zero para indicar uma “posição vazia”; é posicional, ou seja, a posição do algarismo mostra seu valor no número; o posicionamento dos algarismos é aditivo (pode ser escrito como a soma de seus valores posicionais) e multiplicativo (tomando como referência uma posição, o número à sua esquerda representa dez vezes mais e o número à sua direita representa a décima parte).

Os professores e as professoras dos anos iniciais recebem a função de iniciar a construção da matemática na escola e o conteúdo de grande importância nessa construção é a ideia de medida vinculada à formação dos números racionais positivos e suas operações. Para Pires (2013), é nos anos iniciais da escola básica que se introduz a ideia de números e utiliza-se do sistema de numeração para compreensão desse elemento-chave da matemática. Nos projetos curriculares hoje existentes, o ensino de números se prolonga pela escolarização do ensino fundamental, mas muitas vezes ainda aparecem como dificuldade para o aluno do ensino médio.

Nos anos atuais, pesquisas e experiências dos docentes na escola básica indicam a necessidade de ensinar de modo compreensivo e significativo, especialmente a Matemática que tem enfrentado tantas dificuldades. Assim, vemos de modo essencial a construção de metodologias dialógicas na sala de aula, a resolução de problemas e investigações que, com o uso de tecnologias, tem despertado a curiosidade e o interesse dos estudantes pela área (FIORENTINI, 2006; PONTE, 2007; TOBIAS, 2018 e outros). Não desconhecemos a inseparabilidade entre conteúdos e metodologias no ensino, mas neste trabalho estamos focando no estudo da hipótese que o melhor entendimento do SND pode favorecer a compreensão e capacidade operatória, a qual nos preocupamos com o entendimento dos professores.

O número usado como algarismo e vice-versa

Seria necessário separar entendimentos de número e algarismo? Em que esta separação ajudaria? O símbolo 5, por exemplo, pode ser utilizado como número e como algarismo. Em determinados contextos este uso não cria maiores problemas, mas é possível que em várias situações se pense que o número 35 seja formado pelos números 3 e 5 ou pelos algarismos 3 e 5, deixando transparecer que números e algarismos sejam sinônimos. Em sua coleção Imenes, Lellis e Milane (2009, v.2, p.12), não enfatizam a diferença entre algarismo e número, mas chamam a atenção que o algarismo 4 não é o mesmo que o número 4. Para eles "Essas diferenças não são discutidas porque crianças dessa faixa etária não veem importância nessas sutilezas lógicas". Isto é compreensível, mas haverá algum momento da escolarização em que tal ideia necessita ser explicitada. Sobretudo o professor necessita ter clareza sobre ela.

O número 9 poderia ser o maior dos números naturais caso não se tenha o cuidado de fazer a distinção entre o 9 número e o 9 algarismo. Nesse sentido, pode-se criar uma confusão ou um embaraço na aprendizagem, pois seria de extrema dificuldade discernir que os números são formados pelos algarismos 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 ou, ainda no mesmo contexto, os números são formados pelos números 0,1 ,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Entendemos que à medida que o estudante percebe a organização do sistema de numeração, compreender quais são os algarismos e como se organiza o número pode ser muito importante.

A composição e decomposição dos números

Esta característica é essencial no SND. Julgamos importante valorizar e destacar o processo de composição e decomposição de um número, e encontramos nos Conteúdos Conceituais dos PCN`s que é preciso ter:

- Compreensão e utilização das regras do SND para leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais de qualquer ordem de grandeza.
- Formulação de hipótese sobre a grandeza numérica, pela observação da posição dos algarismos na representação decimal de um número racional.
- Extensão das regras do sistema de numeração decimal para compreensão, leitura e representação dos números racionais na forma decimal.
- Comparação e ordenação de números racionais na forma decimal. (PCN's, MEC, Governo Federal, 1997, p. 58)

Nesse sentido, decompor o número comparando suas ordens faz parte do cenário para a compreensão do processo de construção do pensamento numérico, pois é aceitável na vida cotidiana dizer que uma dezena equivale a dez unidades, uma centena equivale a dez dezenas, uma centena equivale a 100 unidades e assim por diante. Estaria, contudo, esta ideia clara para o aluno?

A utilização de um esquema lógico e organizado que explora as ordens de um número com recursos diversos, como o Q. P. (Quadro Posicional) ou Q. V. L. (Quadro Valor de Lugar) pode ser de extrema relevância no ensino do SND, pois os números devem ser apresentados de maneira gradativa e sem caracterizar uma única forma rígida. É primordial que sejam acompanhados de materiais concretos e manipuláveis que facilitem a compreensão da lógica aplicada e para Smole e Diniz (2016, p.25) "pela confrontação de conhecimentos, a criança, além de poder entender os procedimentos utilizados, pode estabelecer relações entre os procedimentos distintos e aproxima-los entre si, apresentando maior compreensão do objeto estudado".

Veja na figura abaixo uma visualização muito comum do reagrupamento de cada dez unidades para uma dezena que pode contribuir para o entendimento de equivalência entre duas ordens. A estrutura do recurso abaixo, apresentada em um ábaco, mostra com clareza uma transformação que dá início ao processo de entendimento de um sistema de base dez.

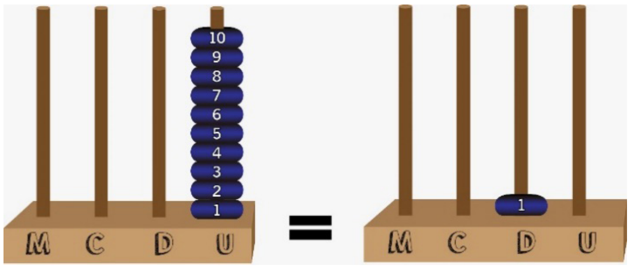


Figura 1: Correspondência entre ordens

Fonte: Arquivo pessoal

Porém, consideramos que tal organização necessita ser mostrada aos estudantes para ordens superiores e ordens das classes não inteiras, o que nem sempre ocorre. Consideramos válido transitar de forma serena com as seguintes questões: Uma centena possui quantas dezenas? Quantas unidades? Uma unidade de milhar possui quantas dezenas? Quantas centenas? Quantas unidades? Uma dezena possui quantos décimos? Uma centena possui quantos centésimos? Veja que há uma infinidade de combinações que podem contribuir com a composição de um número. Por que não explorar tais comparações de forma sistematizada uma vez que reforçaria a ideia do posicionamento do algarismo em um número?

Na investigação de um número é possível assimilar intuitivamente que ele pertence a um sistema posicional. Por exemplo, 28 objetos representam quantidades diferentes de 82 objetos. Nota-se que o simples fato de trocar a posição do algarismo 8 com o algarismo 2, altera toda a quantidade dos objetos. Perceber essa diferença é quase automática, mas sua justificativa passa pelo entendimento que a cada dez unidades tem-se uma dezena ou que a cada dez dezenas tem-se uma centena. Por que não explicitar as outras ordens e contribuir com o raciocínio para o entendimento da característica do sistema posicional? Não se pode esperar que o educando o faça sozinho, porque isto pode nem sempre ocorrer. Logo, nos parece preciso retomar a organização das ordens considerando números pequenos, médios e grandes, nos momentos que forem considerados adequados.

Satisfaz também acreditar que seja suficiente entender que o SND é um sistema posicional só por praticar a comparação entre ordens consecutivas, no qual se estabelece que dez elementos de uma determinada ordem equivalem a um elemento da ordem superior. Porém, é essencial analisar e procurar ver com facilidade a sistematização das comparações entre centenas e décimos, unidade de milhar e dezenas, unidade de milhar e centésimo ou décimo e milésimo.

Vejamos que seria interessante ter o costume de mostrar que o número 237 possui 23 dezenas inteiras ou que possui 23,7 dezenas. Certamente é preciso considerar o ano escolar em que tal abordagem seja adequada, mas sua compreensão se mostra relevante para o entendimento do sistema e, daí, das operações, como veremos adiante. Outro exemplo é entender que o número 1251 possui 12 centenas inteiras ou que ele possui mais que 12 centenas e meia. Em se tratando de números decimais, o mesmo raciocínio se coloca, como por exemplo compreender que o número 21,35 possui 2135 centésimo ou 213,5 décimos, pois tal abordagem poderá induzir a uma boa noção do funcionamento posicional do nosso sistema de numeração.

Pode não ser considerado muito simples a explicação dos valores posicionais dos números, como os exemplos acima citados, porém, a omissão de abordagens como estas pode induzir a erros. Por exemplo, pode-se levar ao falso entendimento que no número 305, por exemplo, tem-se três centenas, zero dezena e cinco unidades. O que ocorre nessa análise errônea é que a quantidade na ordem das dezenas simples do número 305 não é explícito e não temos o costume de pensar no número como uma composição de valores baseado no posicionamento de suas ordens. Entender que o número 305 possui cinco unidades é outra confusão muito comum na análise de valores relativos. Veja que 305 representa uma quantidade maior que 5, são 305 unidades, mas na representação de seus valores absolutos, tem-se uma análise individual de suas ordens, onde a ordem das unidades possui 5 unidades que é o valor do algarismo 5. Ou seja, a análise do valor absoluto da ordem das unidades (valor do algarismo) induz ao entendimento que o valor da ordem das unidades se equivale as unidades que o número representa.

A organização do valor posicional do sistema de numeração pode ajudar a entender, por exemplo, que a cada dez unidades se tem uma dezena, que a cada dez dezenas se tem uma centena ou a cada 100 dezenas se tem uma unidade de milhar, mas o registro e a notação podem não esclarecer suficientemente esta questão para os alunos. O mesmo se pode dizer em relação aos décimos, centésimos e milésimos.

Retomando um exemplo: o número 204 possui duas centenas, zero dezenas e quatro unidades? Essa dúvida parece indicar o não entendimento do sistema de numeração decimal. Não seria exagero explicitar que este número possui 204 unidades, 20,4 dezenas, 20 dezenas inteiras e 4 unidades, 2,04 centenas, duas centenas inteiras e 4 unidades; assim como não seria errado citar que ele possui 2 centenas. Nossa indicação é que a flexibilização e versatilidade que pode ser construída nessa abordagem da organização posicional do número certamente o favorecerá nas ações que realizar com o SND.

Ainda considerando um exemplo de uma verificação inautêntica, tem-se que se o número 28 possui 2 dezenas e 8 unidades, então o número 1031 possui 1 unidade de milhar, não possui centena, possui 3 dezenas e possui 1 unidade ou que o número 3,02 possui 3 unidades, não possui décimo e possui 2 centésimos. Um exemplo muito prático que pode envolver confusões entre o valor relativo e o valor do algarismo de um número é quando uma pessoa que possui uma nota de dez Reais nega-se a dizer que possui um Real por não possuir explicitamente uma moeda de um Real.

Dessa maneira, de modo mais ou menos aprofundado, pensamos que explorar a organização posicional dos números, considerando sua organização inteira e decimal, pode favorecer melhor compreensão do sistema e seus números. Para nós, tal entendimento irá favorecer a compreensão dos algoritmos.

Os números na forma decimal

Outra situação curiosa no processo do ensino dos números racionais positivos é quando se trabalha com números decimais, também denominado como os números que contêm vírgula. Podemos perceber que já nos anos iniciais da escolarização é possível abordá-lo, pois há muitos exemplos do cotidiano que podem contribuir para sua assimilação. Para Van de Walle (2009, p. 236) "não deveríamos permitir que as crianças estudassem conceitos de valor posicional sem encoraja-las a procurar números no mundo ao seu redor. Você não precisa de uma atividade prescrita para trazer números reais para a sala de aula".

Pires (2013, p.120) salienta algumas expectativas de aprendizagem que são frequentemente citadas em documentos curriculares e nos primeiros anos do Ensino Fundamental onde há um destaque para o reconhecimento da utilização de números no seu contexto diário. O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (BRASIL, Secretaria de Educação Básica, 2014-2018) em seu caderno oito explora algumas conexões que podem ser feitas, destacando o próprio corpo da criança para a construção do sentido da medida na ordenação dos números decimais, pois é muito comum a visualização da relação peso X altura, por exemplo. No entendimento dos números com vírgula espera-se que uma criança do Ensino Fundamental compreenda que ter 24,5 kg significa ter mais de 24 kg e menos que 25 kg.

Ressalta-se ainda no ensino dos números decimais que o uso da vírgula na formação do número é de extrema importância, pois ela pode alterar totalmente a sua representação. Veja por exemplo que 13,7 é diferente de 1,37. Já para o número 5 ou 5,0 a vírgula é simplesmente ignorada, em muitos casos, mas não há grandes problemas deixar de apresenta-la em determinados contextos dos números inteiros, porém deixar para apresentar sua função apenas quando utilizar o número decimal, pode ser que 2,0 passe a funcionar como se tivesse um significado diferente de 2,00 ou de 2,000 ou daquela definição já apresentada do número inteiro 2. Seria recomendável iniciar a compreensão dos números em um universo que expresse quantidades inteiras e ir adquirindo uma prática do uso da vírgula para não precisar separar a parte inteira da parte não inteira de um número decimal. Seria importante trabalhar a ideia que, após um determinado tempo de assimilação do funcionamento dos números, se faz necessário a contextualização da representação numérica. Não seria indicado utilizar a escrita 28,0 para representar a quantidade de 28 cadeiras porque representamos cadeiras como um objeto inteiro, mas se tratando da medida da temperatura de um determinado ambiente, pode ser bastante conveniente que se utilize da escrita 28,0 para indicar 28 graus, assim como uma indicação da nota em um exame sendo 28 ou 28,0 pontos.

Nota-se que, quase sempre, em orientações como a do PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) - MEC Governo Federal, que é preciso tempo para o aprendizado na sala de aula dos números decimais, visto de modo articulado às demais representações dos números racionais. Observamos em nossa experiência prática que essa situação chega a configurar que a parte decimal dos números racionais não pertence ao SND ou que o processo utilizado em sua formação é totalmente desvinculado com o processo de formação dos números inteiros. Talvez isto se dê em função de seu tratamento ocorrer em momento separado do número inteiro. Além disto, ao ver essa notação como um assunto diferente, pode-se incorrer em erro, como nos mostra Moreira e David quando citam que:

> Na pesquisa do CSMS, M. Brown desenvolveu a parte do trabalho referente aos decimais. O primeiro tipo de dificuldade que ela relata é o seguinte: alguns alunos tendem a ver o decimal como um composto de dois números naturais separados por uma vírgula. Isso leva, por exemplo, a considerar 0,8 menor que 0,75 ou, de modo análogo, 4,9 menor que 4,90. (MOREIRA e DAVID, 2010, p.74)

Respeitando o tempo de assimilação dos alunos, por que não apresentar os números decimais juntamente com os números inteiros? Por que não valorizar a mesma lógica utilizada na composição dos números inteiros e fazer a apresentação dos decimais de forma a compor o SND?

É preciso analisar o contexto em que o ensino se dá para ter um planejamento adequado. Logicamente não se deve esperar que essa apresentação seja feita de forma rigorosa ou exigente, porque em alguns casos basta apenas a utilização da vírgula, como por exemplo apresentar o número 2 como 2,0 ou 02,00. O uso da vírgula pode muito bem ser contextualizado e exemplificado nas questões monetárias ou de medidas. Por que não valorizar a mesma lógica utilizada na composição dos números inteiros e fazer a apresentação dos decimais de forma a compor o SND? Seria muito rico que os alunos percebessem que o raciocínio utilizado no reagrupamento de unidades para dezenas, é o mesmo usado no reagrupamento dos centésimos para os décimos. Acreditamos que tal entendimento favorecerá o professor e a professora no ensino, pois poderá ampliar as possibilidades que o SND oferece.

Por que não explorar com frequência os valores relativos e dos algarismos do número 3,05 ou do número 10,10 ou outro decimal qualquer, uma vez que, em vários contextos, não há exclusividade de posicionamento para os números inteiros? Ocultar a informação que a organização dos números decimais possui a mesma lógica dos números inteiros, pode contribuir para o distanciamento do entendimento dos números decimais, sendo que estes estão socialmente muito presentes. Além disso, pode contribuir com a ideia que os decimais fazem parte de um outro sistema de numeração, incorrendo no erro de levar ao entendimento que o número 3,05 não possui décimo ou que o número 10,10 possui 10 unidades e dez décimos. Nossa hipótese é que uma abordagem mais completa em todas as fases do ensino e aprendizagem irá favorecer a visão necessária do sistema para sua utilização.

Podemos observar em livros didáticos que os números decimais são apresentados em comparação aos números fracionários e quase não se vê uma abordagem inicial deles associada com os números inteiros. Deixar de abordar os números decimais juntamente com os números inteiros, ignorando até mesmo a importância da vírgula, pode acabar entrando em confronto com a realidade experimentada fora da escola, pois tem-se, por exemplo, a vivência de comparar os preços dos produtos de um supermercado ou as notas dos alunos em uma atividade avaliativa que ora contempla números inteiros, ora contempla números decimais. Nesse procedimento, pode estar havendo uma lacuna considerável que distancia a prática do dia a dia com o aprendizado.

Problematizando mais um pouco a questão, destacamos que, em grande parte, o enfoque no ensino apenas dos números naturais ou inteiros, onde por exemplo, quando se considera que 7 unidades são menores que 70 unidades, pode estar apontando que 7 décimos são menores que 70 centésimos, cometendo um erro por analogia e lendo a parte decimal de forma desatenta. Itzcovichi (2008, P.159) diz que é necessário deixar claro as relações próprias dos números decimais, pois muitas crianças acreditam que 3,8 é menor que 3,79 já que compreendem as propriedades dos números naturais onde 79 é maior que 8. Para Van de Walle (2009, p.370) ao colocar uma lista de números decimais em ordem do menor ao maior, o erro mais comum é selecionar o número com mais algarismos como o maior, tendo uma aplicação incorreta de ideias com números inteiros. Nesse sentido, Ponte, Branco e Matos destacam:

> Nota-se, porém, que mesmo na representação decimal surgem, por vezes, dificuldades significativas nos alunos, por exemplo, ao ordenar 0,7 e 0,14. Muitos deles ignoram o significado posicional dos algarismos e dizem que 0,14 é maior que 0,7 pois 14 é maior que 7. Na verdade nem todos os alunos generalizam as propriedades do Sistema de Numeração Decimal dos números inteiros para os números decimais, assunto que tem de ser abordado explicitamente na sala de aula. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p.25)

Ao nomear as ordens de um número com frequência, tais distorções poderiam ser evitadas uma vez que comparar 3,7 com 3,70 ressaltando que em 3,7 há 3 unidades e 7 décimos e em 3,70 encontramos 3 unidades e 70 centésimos, poderíamos identificar que a cada 1 décimo se tem 10 centésimos. Veja que reconhecer o lugar que o algarismo se encontra na formação do número é bastante essencial na compreensão da grandeza do próprio número evitando assim pensar que 0,8 seja menor que 0,75, pois em 0,8 há 8 décimos que correspondem a 80 centésimos que são maiores que os 75 centésimos do número 0,75.

3 I EXPLORANDO AS CARACTERÍSTICAS DO SND NAS OPERAÇÕES

De um modo geral, o ensino de conceitos iniciais e fundamentais da matemática não tem se mostrado como uma tarefa simples. Dadas as dificuldades operatórias demonstradas pelos estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental, largamente citadas em noticiários e sistemas avaliativos diversos em nosso país, nós nos perguntamos se os docentes não se sentem pressionados a introduzir rapidamente os algoritmos das operações. O ensino de números racionais positivos, que normalmente se inicia nos primeiros anos do ensino fundamental, estaria sendo atropelado pela necessidade de valorizar as operações básicas da matemática?

Em seu artigo, Batista (1995) investigou que o total de erros de vários tipos de operações envolvendo as quatro operações básicas é bastante alto em relação às expectativas de desempenho previstos nas propostas curriculares.

O processo de operação dos números, quando se foca no seu algoritmo sem citar o nome de suas ordens, pode dificultar a compreensão do educando, uma vez que o algoritmo convencional é pautado, em sua essência, na operação entre ordens individualmente. No algoritmo convencional da adição, a transformação de dez unidades em uma dezena é sinônimo da expressão “vai um”, e “pegar emprestado” no algoritmo convencional da subtração significa transforma uma dezena em 10 unidades, criando uma certa artificialidade como um “macete” para utilizar o procedimento. Não negamos esse tipo de explicação, mas é preciso que o estudante entenda o que está sendo feito quando a utiliza.

A não nomeação das ordens de um número no ensino do algoritmo convencional da multiplicação e da divisão pode levar à busca do suporte nos “macetes” do mesmo jeito. O que se pode perceber é que, ao executar esses algoritmos, se o entendimento é que o procedimento não pode ser explicado, cria-se uma dicotomia sem sentido: não se usa nomear as ordens em uma operação básica por julgar que seu entendimento se dará em função da exaustiva repetição dos algoritmos ou em função da exaustiva repetição dos algoritmos se entende que não precisa usar a nomeação das ordens de um número. Contudo, a nomeação das ordens de um número se faz necessária para um melhor entendimento do que se está fazendo, justificando os procedimentos do algoritmo formal.

Também queremos ressaltar que a noção incompleta da ideia do algoritmo, com os procedimentos que compõe, pode levar a obscuridade do que está promovendo. Nos PCS`s (1998), temos que:

> Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (PCN’s 1998, p. 37)

É indispensável compreender o conjunto de regras de um algoritmo antes e durante sua colocação em uma operação, pois assimilar a lógica utilizada pode impedir eventuais erros. Moreira e David (2010, p.58) dizem que estudos sugerem que vários erros que alunos cometem na utilização dos algoritmos das quatro operações possuem a justificativa do aluno não entender a lógica que justifica o algoritmo empregado. Nesse contexto, Teberosky (2007) aponta que:

> Vários trabalhos demonstram que boa parte dos erros que os alunos cometem deve-se ao fato de terem aprendido a manipular símbolos de acordo com determinadas regras, sem se deterem no significado dos mesmos. (TEBEROSKY, 2007, p. 26)

Também Smole e Muniz (2013) dizem que:

> Não podemos banir a prática da técnica, mas não acreditamos em técnicas sem um pouco de compreensão. Por exemplo, muitas vezes já nos deparamos com alunos adultos que têm dificuldades em dividir números decimais (Onde acrescenta o zero? E a vírgula, quando coloco?) e, ao investigarmos suas dúvidas percebemos que elas têm origem na compreensão do sistema de numeração decimal. (SMOLE e MUNIZ, 2013, p.47)

Em seu livro, Kamii (1995) defende fortemente que os algoritmos não devem ser ensinados às crianças do 1º ano do Ensino Fundamental. Para ela “as crianças não consideram o valor posicional e desenvolvem um senso numérico pobre” e diz também:

> O algoritmo é conveniente para os adultos, se já compreenderam o valor posicional dos números. Para as crianças no primário, contudo, que têm tendência para pensar em cada coluna como unidade, o algarismo acaba por reforçar essa ideia. (KAMII, 1995, p.57-58)

Nos parece que podemos avançar um pouco mais. Sem a compreensão do significado do valor posicional de um número, os algoritmos usados nas quatro operações básicas funcionarão como regras decoradas e sem sentido, podendo contribuir com sérios equívocos. Ao compreender os algoritmos, que funcionam de forma a operar separadamente as ordens de um número e ao apoderar-se da formação dos números, principalmente a composição e a decomposição, há um ganho quase incomensurável para o entendimento das operações básicas no ensino fundamental entre os números inteiros e principalmente entre os números decimais, implicando assim diretamente na compreensão dos números, do sistema e dos algoritmos utilizados nessas operações.

4 I CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ALGORITMOS DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇÃO

No algoritmo convencional da adição é muito comum usar da expressão “vai um” quando uma ordem excede nove unidades. Reiteramos que em nossa visão não há problemas nessa expressão, o problema é sua utilização desacompanhada de seu significado, induzindo à ideia de ser o processo operatório como “macetes”. Para Centurión (1994, p.157), usar a técnica do “vai um” é necessário que se conheça muito bem o nosso sistema de numeração que, como sabemos, é um sistema de base dez e utiliza a representação posicional. Nosso entendimento é que tais características devem ser bem exploradas para todas as notações que os números do sistema possuem.

Observemos um exemplo no qual deseja-se resolver o seguinte problema: *Em um certo dia em um aeroporto, trinta e cinco aviões aterrissaram e outros dezoitos aviões decolaram. Determine quantos aviões passaram por esse aeroporto nesse dia.*

É possível perceber que o problema acima se trata de uma adição, podendo-se utilizar como abaixo:

$$\begin{array}{cr} & {}^{1} \\ + & 35 \\ & 18 \\ \hline & 53 \end{array}$$

Vejamos que esse processo de soma não destaca o que "está por trás" dos algoritmos e caso ele não seja compreendido de forma adequada pode-se pensar que a soma será 413, pois 5 + 8 = 13 e 3 + 1 = 4, deixando sem sentido o valor posicional dos algarismos como na montagem do algoritmo abaixo:

$$\begin{array}{ccc} + & 3 & 5 \\ & 1 & 8 \\ \hline & 4 & 13 \end{array}$$

Observe que se na operação acima o entendimento for atrelado ao resultado "4" e "13" ou "40" e "13", temos um processo de soma incompleto e que não pode ser visto como errado, faltando apenas uma etapa de transformação de 10 unidades em uma dezena, o que se daria pela compreensão de valores posicionais do número.

Outro cuidado que precisamos ter ao utilizar o algoritmo convencional da adição é que, sem se preocupar com qual ordem se está trabalhando, podemos nos deparar com somas equivocadas porque não se sabe o que está sendo operado. Ao somar 6 com 18, é possível que encontre erroneamente 78 como resultado, veja:

$$\begin{array}{cl} + & 6 \\ & 18 \\ \hline & 78 \end{array}$$

Em seu artigo BATISTA (1995) verificou que:

> Os valores das centenas, dezenas e unidades não são colocados verticalmente um sobre o outro, ou seja, ao efetuar a soma ou subtração, o aluno em geral conta, juntos, os que estão superpostos na mesma coluna. (BATISTA, Ano 3 – Nº4/1995, p.65)

Dessa forma, devemos tomar bastante cuidado para que não se evidencie que no ensino do algoritmo convencional da adição, o processo utilizado se mune de argumentos que mais parecem um “macete” para chegar ao resultado correto do que um algoritmo que se justifique matematicamente.

No uso do algoritmo convencional da subtração predomina-se a expressão “pegar emprestado”, e quase sempre sem o seu significado. Também não vemos problema algum no uso desta expressão, porém é bom que ela esteja ancorada em uma justificativa matemática, mesmo que na forma intrínseca.

É possível que para algumas operações, a falta dos porquês que justifiquem os algoritmos pode contribuir para o insucesso do ensino. Vejamos o exemplo:

Um aparelho de TV custa R$ 3 005,00. No dia de hoje a loja oferece um desconto de R$ 1008,00 para pagamento à vista. Determine quantos Reais serão necessários para a aquisição dessa televisão se comprada hoje e à vista.

Após identificar que se trata de uma operação de subtração, o algoritmo convencional é armado e, ao efetuar a subtração, percebe-se que será preciso utilizar da expressão “pegar emprestado” mais de uma vez.

$$\begin{array}{r} 3\,005 \\ -\ 1\,008 \\ \hline 1\,997 \end{array}$$

Foi preciso “pegar emprestado” mais de uma vez?

Como “pegar emprestado” de onde não tem?

De onde surgiu o 9 nas ordens das dezenas e centenas?

A mecanização do algoritmo se torna sem sentido quando economizamos no entendimento de seus porquês. Utilizar somente de eventuais atalhos para facilitar a compreensão de uma operação, pode contribuir para um aprendizado confuso e tumultuado. É bastante relevante a verbalização da transformação das ordens, afim de minimizar a impressão de que pode-se retirar o que não se tem quando se tratar de números positivos.

5 I CONSIDERAÇÕES SOBRE OS ALGORITMOS DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO

O algoritmo convencional da multiplicação possui alguns detalhes que, se não mencionados, podem contribuir com significativas lacunas em seu entendimento levando a uma sequência de fatos que funcionam sem que se saiba seus motivos, contribuindo para um processo mecanizado e sem sentido no que tange o ensino do pensamento matemático.

Vejamos dois detalhes significativos no algoritmo convencional da multiplicação de 33 por 12:

$$
\begin{array}{r}
33 \\
\times \quad 12 \\
\hline
66 \\
+ \; 33 \\
\hline
396
\end{array}
$$

Multiplica-se a unidade (2) do segundo fator pelo primeiro fator e a dezena(1) do segundo fator pelo primeiro fator.

Adicionam-se os dois produtos.

Observa-se que ao multiplicar a dezena (1) do segundo fator pela unidade (3) do primeiro fator, tem-se como resultado o (3) que é colocado na ordem das dezenas. Ocultar a informação do porquê desse processo pode otimizar o tempo, mas além de limitar o real entendimento da sistematização da lógica, demanda-se mais tempo para que se tenha um entendimento satisfatório da operação.

O segundo detalhe nesse mesmo algoritmo que requer bastante atenção é o porquê da soma dos resultados da multiplicação da unidade (2) do segundo fator pelo primeiro fator, com o resultado da multiplicação da dezena (1) do segundo fator com o primeiro fator. Por que é preciso fazer uso da operação da adição em um algoritmo de multiplicação? Tem-se que na multiplicação de 203 por 125, por exemplo, esses detalhes são potencializados.

Outra situação no mínimo curiosa no algoritmo convencional da multiplicação é quando precisamos multiplicar números decimais. Em livros didáticos encontramos a multiplicação entre números com vírgula estimulada tendo a seguinte ideia como base: “para multiplicar números decimais, basta sumir com a vírgula, fazer a multiplicação normalmente e depois voltar com a vírgula conforme o número de casas decimais”. Como justificar o “sumiço” e o “retorno” da vírgula ao fazer esta operação?

O algoritmo da divisão é apresentado como a divisão de cada ordem do dividendo sendo dividida pelo divisor e sem nomear essas ordens, sem citar seu posicionamento ou mencionar a decomposição do dividendo pode acarretar grande problema ou obter um quociente errado. Um exemplo é encontrar 1000,5 metros quadrados ao dividir um terreno de 60003 metros quadrados em 6 lotes de mesmo tamanho.

Outro desafio que há é a explicação do algoritmo da divisão com números decimais. Sendo o dividendo decimal (ou até mesmo o dividendo e o divisor decimais), por que se pode igualar as casas decimais, “sumir” com a vírgula e aí dividir normalmente? Outro agravante observado nas práticas de ensino nos algoritmos da divisão é o uso excessivos de regras como “ora vai zero”, “ora vai zero e vírgula no quociente” para justificar o processo do cálculo. Tais procedimentos decorados e sem o uso de seus porquês, muito das vezes, contribuem para um resultado errado de uma simples divisão. Vejamos o exemplo:

Quanto custa cada objeto, se três objetos iguais custam R$ 3,18?

Forma errada

$$\begin{array}{r|l} 3{,}18 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 1{,}6 \\ \cline{1-1} 0\ 18 & \\ -\ 18 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Outra forma errada

$$3{,}18 \div 3 \Rightarrow \begin{cases} 3 \div 3 = 1 \\ 18 \div 3 = 6 \end{cases} \Rightarrow 1{,}6$$

O resultado deverá ser 1,06.

O aluno deve acertar uma operação básica sabendo o que está fazendo, para que não corra o risco dele percorrer toda a escola básica e no final do ciclo, lá no final do ensino médio, apresentar dificuldade na utilização do SND.

Esperamos que este estudo possa contribuir para melhor compreensão dos educadores que ensinam Matemática, pois pensamos oferecer uma análise e até mesmo alguns meios para lidar com o ensino de operações básicas. Professores poderão se apoiar nestas ideias, seja nos anos iniciais ou finais do ensino fundamental (até mesmo do médio), quando os estudantes mostram dificuldades porque não entenderam os algoritmos ou por não apresentarem flexibilidade para utilizá-los em situações diversas.

REFERÊNCIAS

ALFONSO, Bernardo. **Numeración y Cálculo.** 3 ed. Madrid: Sintesis, 2000.

BATISTA, Célia Guarnieri. **Fracasso Escolar: análise de erros em operações matemáticas**. Zetetiké, V. 3, n. 4, p. 61 – 72, nov. 1995.

BRASIL. Secretaria de Educação **Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / SEB. – Brasília: MEC/SEF,1997.

BRASIL. SEB. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**: Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber/Ministério da Educação– Brasília: MEC, SEB, 2014.

CARDOSO, Virgínia Cardia. **Materiais didáticos para as quatro operações**. CAEM IME – USP, 2013.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e Metodologia da Matemática - Números e Operações**. São Paulo: Editora Scipione, 1994.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Ápis. Matemática**. Ed. Ática, 2017. V.4.

FIORENTINI, Dario; CRISTOVÃO, E.M. **Histórias e investigações de/em aulas de matemática**. 1.ed. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006. V. 1.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo; MILANI, Estela. **Presente Matemática Guia e Recursos Didáticos** – São Paulo: Editora Moderna, 2009. Vs. 2, 3 e 5.

ITZCOVICHI, Horacio. **La Matemática Escolar: las práticas de ensenanza en el aula**. Sique, 2008.

KAMII, Constance. **Desvendando a Aritmética**: Implicações da teoria de Piaget. Campinas, SP. Papirus, 1995.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; DAVID, Maria Manuela M. S. **A formação do professor de matemática – Licenciatura e Prática Docente Escolar.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

PIRES, Célia Maria Carolino. **Números Naturais e Operações** – **Como Eu Ensino**. São Paulo. Editora Melhoramento, 2013.

PONTE, João Pedro; BROCADO, Joana; Oliveira, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte, MG: Editora Autêntica, 2007.

PONTE, João Pedro; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico.** Lisboa, 2009.

SILVEIRA, Ênio; MARQUES, Cláudio. **Matemática**. Editora Moderna, 2015. Vs. 1, 2, 3, 4 e 5.

SMOLE, Katia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Materiais Manipulativos para o Ensino de Frações e Números Decimais**. Editora Penso, 2016.

SMOLE, Kátia Stocco; MUNIZ, Cristiano Alberto. **A Matemática em Sala de Aula**: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental – Porto Alegre, 2013.

TEBEROSKY, Ana; TOLCHINSKY, Liliana. **Além da Alfabetização**: A aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. Editora Ática – 2007.

TOBIAS, Petrina R. Avelar. **Sala de aula invertida na educação matemática**: uma experiência com alunos do 9o. ano no ensino de proporcionalidade. Dissertação, PROMESTRE, Fae UFMG, 2018.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental** – Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula. Editora Artmed, 2009.

SOBRE A ORGANIZADORA

Annaly Schewtschik - Mestre em Educação, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e em Pedagogia, Professora do Ensino Fundamental e do Ensino Superior em Curso de Pedagogia e Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 24 anos. Atualmente trabalha com Consultoria e Assessoria em Educação, Avaliação e Formação de Professores por sua empresa Ensinas e é Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-122-0
9 788572 471220