CAPÍTULO 2

CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO: PROPOSTA DE ATIVIDADES PARA SALA DE AULA

Data de submissão: *Data de aceite: 01/08/2023*

José Ricardo Ledur
Doutor em Ensino de Ciências e Matemática, ULBRA/RS
http://lattes.cnpq.br/1538209673551108

Dênis Carrard Ledur
Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática, ULBRA/RS
http://lattes.cnpq.br/9346347385704089

RESUMO: Pesquisas recentes em educação matemática têm destacado que a instrução de geometria nas escolas é inadequada e não tem promovido uma aprendizagem significativa de conceitos e propriedades relativos a essa importante área do conhecimento. As estratégias comumente utilizadas pelos professores não contribuem para a compreensão do desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. As pesquisas de Dina e Pierre van Hiele resultam na elaboração de um modelo que explicita a forma como os estudantes pensam e aprendem os conteúdos de geometria, estabelecendo níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e propondo uma sequência de ensino que possibilita o avanço de um nível de compreensão para outro. Este trabalho tem como objetivo apresentar os princípios e pressupostos desse modelo. Foi realizada também uma pesquisa com turma de 9º ano do Ensino Fundamental a fim de situar os estudantes nos níveis correspondentes do modelo proposto por van Hiele mediante a aplicação de teste específico. Os dados gerados sugerem que a aprendizagem de geometria no grupo pesquisado não é satisfatória, considerando que esses estudantes se encontram em série final dessa etapa da Educação Básica. A análise dos dados pode oferecer subsídios para os professores identificarem necessidades dos estudantes para aquisição de novos conhecimentos e, dessa forma, propor atividades adequadas para que os educandos avancem para níveis superiores. Uma sequência de atividades fundamentada teoricamente no modelo proposto por van Hiele é apresentada como alternativa para o ensino de quadriláteros.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de geometria. Modelo van Hiele. Níveis de compreensão geométrica.

INTRODUÇÃO

Historicamente, a geometria sempre representou um campo do saber matemático de grande destaque. Uma das razões da importância da geometria provém do fato de que os conceitos geométricos estão fortemente presentes no cotidiano e o desenvolvimento de competências geométricas é um imperativo imposto pelo avanço tecnológico e científico do mundo contemporâneo (LIMA e CARVALHO, 2010).

Documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2016) enfatizam a importância do conhecimento matemático, o qual "não deve se reduzir à apropriação de um aglomerado de conceitos" (BRASIL, 2016, p. 131), bem como dos conceitos geométricos, pois por meio deles "o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (BRASIL, 1997, p. 55).

Apesar da reconhecida importância da geometria para a construção do conhecimento matemático, seu ensino tem sido relegado a um plano secundário e a ênfase recaindo nos aspectos algébricos dos conceitos e propriedades das figuras geométricas. Como conseqüência, observa-se deficiência de conhecimentos geométricos tanto em professores como em estudantes de Educação Básica (CRESCENTI, 2008).

Fonseca et al. (2009, p. 17) consideram que, mesmo havendo "uma crescente preocupação com o ensino de geometria entre pesquisadores em Educação Matemática, especialmente a partir da década de 80, são ainda discretas as mudanças nesse quadro". Ainda que os livros didáticos atuais insiram a geometria alternadamente entre os demais conteúdos, grande parte dos professores opta por ensiná-la ao final do ano letivo, caso reste tempo para isso (COSTA JÚNIOR E SILVA, 2014).

Essa problemática não é exclusiva da educação brasileira e nem é recente. Na década de 70 o casal de matemáticos alemães Van Hiele desenvolveu estudos que buscavam compreender a aquisição e desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes. Esse estudo resultou na elaboração de um modelo conhecido como modelo Van Hiele. Os pressupostos desse modelo estabelecem que o pensamento geométrico dos estudantes progride em uma sequência de estágios ou níveis em graus crescentes de complexidade.

O casal van Hiele também elaborarou uma proposta didática constituída por cinco fases sequenciais de aprendizado para cada um dos cinco níveis de pensamento. A estrutura do modelo de Van Hiele encontra aplicação tanto na orientação para formação como também na avaliação das habilidades dos estudantes.

O propósito deste trabalho é de apresentar o modelo de Van Hiele, caracterizando seus níveis e fases de aprendizagem a fim de compreender seus fundamentos teóricos e seu potencial para o aprimoramento do processo de ensino e de aprendizagem de conteúdos geométricos.

Apresentamos também os resultados parciais de uma pesquisa realizada com estudantes de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de escola pública estadual em Bom Princípio/RS. O objetivo dessa pesquisa foi de identificar e analisar o nível de pensamento geométrico dos estudantes de série final do Ensino Fundamental, utilizando o teste de Van Hiele adaptado, de modo a avaliar o processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos geométricos.

Como complementação do trabalho propomos uma sequência didática fundamentada no modelo Van Hiele para ensino de quadriláteros nos diferentes níveis de pensamento e estruturada nas etapas de aprendizagem.

O MODELO DE APRENDIZAGEM DE VAN HIELE

No campo da Geometria, os matemáticos alemães Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele desenvolveram a idéia de construir um modelo de vários níveis de conhecimento geométrico. A proposta desse modelo surgiu a partir de trabalhos de doutoramento desses pesquisadores. O modelo, tal como concebido pelos Van Hiele, abrange cinco níveis de compreensão (1 – 5). Entretanto, na literatura são encontradas diferentes maneiras de enumerar esses níveis (CROWLEY, 1994), sendo a numeração de zero (0) a quatro (4) uma alternativa encontrada. Nesse caso, o nível 0 é equivalente ao nível 1 da escala van Hiele e assim por diante. Apesar de não ser mencionado por van Hiele, certos autores admitem a existência do nível zero, no qual estariam incluídos os estudantes que não demonstrassem entendimento de conceitos da fase de visualização básica. Neste trabalho, entretanto, não será considerada essa classificação e a escala adotada será do nível 0 ao nível 4.

Cada nível apresenta características próprias do processo de pensamento. No nível 0, denominado Visualização Básica, os conceitos geométricos são vistos como objetos próprios e não como integrantes de um corpo maior. O estudante percebe o espaço apenas como algo em torno dele, reconhece figuras por meio de características físicas e não por suas propriedades específicas, ou seja, como entidades totais sem reconhecer seus componentes ou atributos.

A Análise constitui o nível 1 e é a etapa em que os estudantes já são capazes de reconhecer propriedades específicas das figuras e caracterizar as formas por suas propriedades e partes. Reconhecem que as figuras têm partes e as figuras são reconhecidas por suas partes. Entretanto, nesse nível, os estudantes ainda não são capazes de explicar relações entre propriedades, não vêem inter-relações entre figuras e não entendem definições.

No nível 2, desenvolvem-se as abstrações ou deduções informais, ou seja, nesse nível, os estudantes compreendem definições básicas e percebem relações entre propriedades de diferentes figuras. Nesse estágio, são capazes de deduzir propriedades e reconhecer classes de figuras. A inclusão de classes é compreendida e as definições têm significado. Podem seguir provas e argumentos informais de conceitos geométricos, mas não sabem formular essas provas individualmente.

No nível 3, denominado Dedução, os estudantes podem finalmente construir demonstrações através das informações e conhecimentos aprendidos previamente e não apenas memorizá-las. Percebem a possibilidade de desenvolver uma demonstração de mais de uma maneira e são capazes de distinguir uma afirmação e sua recíproca.

O Rigor caracteriza o Nível 4 e nessa etapa os estudantes são capazes de trabalhar em espaços de geometria Euclidiana e não Euclidiana, ou seja, de trabalhar em vários sistemas axiomáticos e a Geometria é vista no plano abstrato. Este nível é o menos desenvolvido nos trabalhos originais e não tem recebido a atenção por parte da maioria dos pesquisadores, provavelmente por que a Geometria desenvolvida na educação básica esteja focada apenas até o nível 3.

Ao usar entrevistas com base em tarefas, Burger & Shaughnessy (1986) caracterizaram os níveis de pensamento dos alunos nos primeiros três níveis de maneira mais completa. De acordo com esses autores, no Nível 0, os estudantes costumam usar propriedades visuais irrelevantes para identificar figuras, comparar, classificar e descrever. Normalmente se referem a protótipos visuais de figuras e são facilmente enganados pela orientação das figuras. Falta-lhes capacidade de pensar em uma variação infinita de um tipo específico de figura (por exemplo, em termos de orientação e forma). As classificações inconsistentes de figuras, por exemplo, uso de propriedades incomuns ou irrelevantes para classificar as figuras. Realizam descrições (definições) incompletas de figuras ao ver condições necessárias (normalmente visuais) como condições suficientes.

No Nível 1, os estudantes realizam uma comparação explícita de figuras com relação às suas propriedades subjacentes. Evitam inclusões de classe entre as diferentes classes de figuras, por exemplo, quadrados e retângulos são considerados disjuntos. A classificação de figuras é feita somente com relação a uma propriedade, por exemplo, propriedades dos lados, enquanto outras propriedades, como simetrias, ângulos e diagonais, são ignoradas. Exibem uma utilização não econômica das propriedades das figuras para descrevê-las (defini-las), em vez de usar apenas as propriedades suficientes. Apresentam rejeição explícita de definições fornecidas por terceiros, por exemplo, um professor ou livro, favorecendo apenas suas próprias definições pessoais. Abordagem empírica no estabelecimento da verdade de uma declaração, por exemplo, o uso de observação e medição com base em diversos rascunhos.

No Nível 2, os estudantes são capazes de formular definições econômicas e corretas para as figuras. Apresentam capacidade de transformar definições incompletas em definições completas e uma aceitação e uso espontâneo de definições para novos conceitos. Há aceitação de diferentes definições equivalentes para o mesmo conceito. Realizam classificação hierárquica de figuras, por exemplo, quadriláteros. São capazes de utilizar o modo explícito da forma lógica “se...então” na formulação e tratamento de conjecturas, além do uso implícito de regras lógicas, como *modus ponens*. Há ainda incerteza e falta de clareza com relação às respectivas funções de axiomas, definições e provas.

De acordo com estudos realizados, ocorrem saltos em uma curva de aprendizado pois o processo de aprendizagem não é contínuo. Esses saltos são indicadores de níveis. Assim, há propriedades que acompanham esses níveis e, de acordo com van Hiele, cada nível deve ser atingido sequencialmente, isto é, o aluno necessita apropriar-se de um nível para avançar ao próximo. Isso é importante já que cada nível possui sua linguagem e simbologia próprias. Conceitos aprendidos em um nível servirão de base para o próximo e, por isso, o avanço deve ser sequencial.

Determinados conceitos e propriedades podem estar implícitos em um nível e explícitos no próximo. Por outro lado, se o professor estiver ensinando conteúdos de um determinado nível sem que o aluno o tenha atingido, o avanço para o nível seguinte não ocorrerá (SMOLE e DINIZ, 2012).

Nesse contexto, "o método e a organização do curso, assim como o conteúdo e material usados, são importantes áreas de preocupação pedagógica" (CROWLEY, 1994, p. 6). Portanto, as atividades utilizadas em sala de aula devem ser adequadas para cada nível. Para a fase de visualização, os alunos podem criar formas por meio de dobraduras ou recorte em papel, criar cópias de outra forma ou de um objeto comum da sala de aula.

Na fase de análise os alunos podem identificar uma forma através de pistas visuais ou a partir de uma lista de propriedades. Já os alunos que são capazes de deduzir informalmente poderão praticar apresentando uma explicação para o problema para o qual o processo ou a resposta não são óbvios, especialmente em situações em que o pensamento crítico e a resolução de problemas são necessários.

O modelo de van Hiele foi construído para enfrentar as dificuldades apresentadas por alunos em sua aprendizagem em geometria. A hipótese desses pesquisadores era de que a utilização desse modelo seria capaz de favorecer um melhor desempenho escolar desses alunos e considerando que o processo de ensinar adotado pelo professor é o fator que auxilia o aluno a melhorar seu nível de pensamento.

Considerando esses pressupostos, Dina van Hiele elaborou um experimento didático para aumentar o nível de pensamento do aluno e Pierre criou os níveis, envolvendo os pensamentos e princípios que podem auxiliar o aluno a compreender plenamente os conceitos de geometria.

PROPRIEDADES DO MODELO E FASES DE APRENDIZAGEM

O teste proposto por van Hiele oferece a possibilidade de se compreender as especificidades de cada nível de pensamento geométrico. O modelo proposto por esses pesquisadores apresenta algumas propriedades que são especialmente significativas para os educadores, pois servem de parâmetro para a tomada de decisões relativas ao processo de ensinar. As propriedades e características desse modelo, segundo SILVA e CANDIDO

(2014), são as seguintes:

a. Sequencialidade: Para um determinado tema, o estudante deve passar por todos os níveis para que haja compreensão. A passagem de um nível a outro independe da idade. O estudante pode estar em diferentes níveis em assuntos diferentes.

b. Linguagem: É considerada de extrema importância para a compreensão do raciocínio matemático. Em cada nível utiliza-se uma linguagem específica para que os estudantes possam interpretá-la. O uso inadequado da linguagem pode gerar obstáculos à aprendizagem.

c. Localidade dos Níveis: Um estudante pode encontrar-se em diferentes níveis com relação a tópicos diferentes do conteúdo. Uma vez tendo atingido certo nível em algum tópico a progressão a esse nível em outro tópico requer menos esforço e tempo. O nível em que o estudante se encontra depende fundamentalmente da instrução recebida.

d. Continuidade dos Níveis: O estudante avança de um nível a outro de modo gradativo, havendo fase de transição nessa progressão.

Considerando que nesse modelo o progresso atingido pelo estudante ao longo dos diferentes níveis está na dependência da instrução recebida mais do que na sua idade ou maturidade, o método e a organização dos conteúdos são essenciais para que ocorra o avanço das aprendizagens (CROWLEY, 1994). Nessa perspectiva, são propostas cinco fases sequenciais de aprendizado, as quais, segundo van Hiele, favorecem a aquisição de cada um dos níveis. As fases propostas pelos Van Hiele são apresentadas na Figura 1.

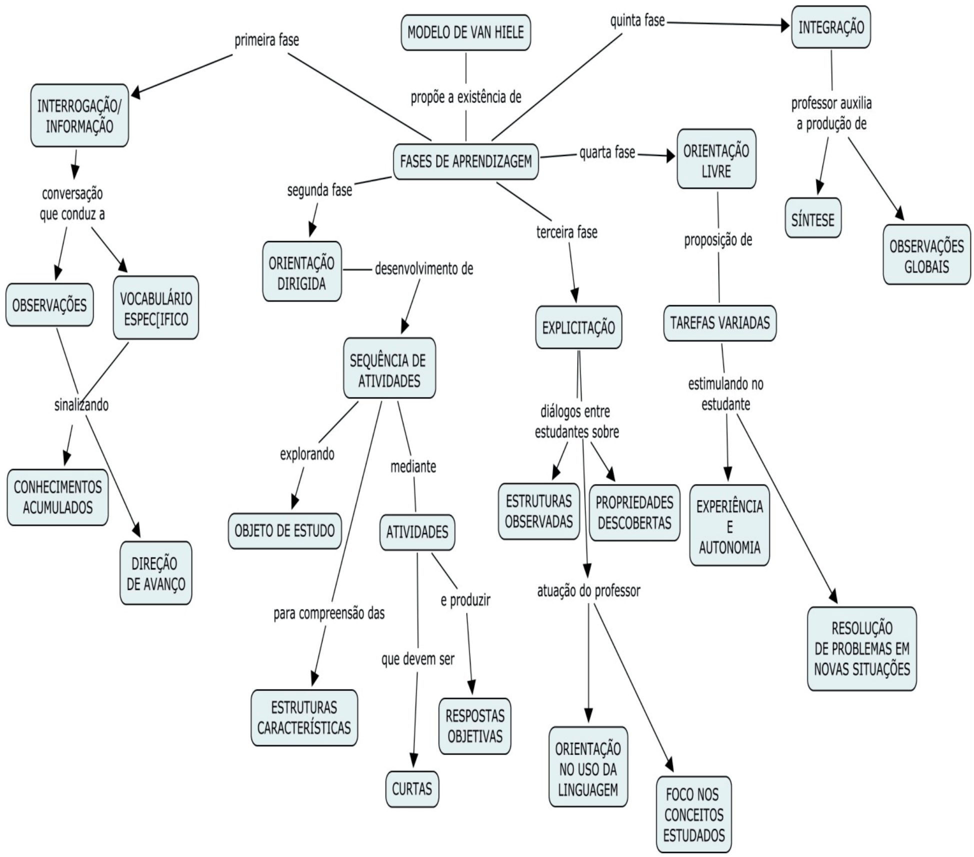


Figura 1 - Mapa conceitual das fases de aprendizagem segundo o modelo Van Hiele, de acordo com CROWLEY (1994).

Fonte: Elaborado pelos autores.

As configurações propostas pelo casal foram que deveria existir uma sinapse entre o aprendizado e o conteúdo especificamente planejado.

O PERCURSO METODOLÓGICO

A pesquisa foi realizada em três turmas de 9º ano do Ensino Fundamental e duas turmas de 2º ano do Ensino Médio em escolas públicas estaduais da região do Vale do Caí, Rio Grande do Sul, em um total de 70 alunos participantes.

Considerando as características e limitações deste trabalho, apresentamos a análise e discussão dos dados observados apenas em uma das turmas de 9º ano participantes da pesquisa.

Os vinte e sete estudantes dessa turma são, em sua maioria, de famílias de classe média e de bom nível cultural. Possuem acesso a diferentes fontes de informação e apenas um está repetindo a série, tendo estudado nas séries anteriores em escola de outro município. Os demais cursaram todas as séries finais do Ensino Fundamental nessa escola.

Na turma foi aplicado o teste de van Hiele com o objetivo de verificar o nível de conhecimento geométrico dos estudantes. O teste utilizado neste trabalho é um modelo simplificado do original proposto pelos van Hiele e consta de 15 questões, das quais 9 são fechadas do tipo múltipla escolha e as demais são abertas. O teste aplicado aos alunos é o mesmo que consta no livro Geometria Segundo a teoria de Van Hiele (NASSER, 1997), publicado pelo Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), resultante de um estudo coordenado pela Dra. em Educação Matemática Lílian Nasser, com o apoio de uma equipe de 13 professores do Projeto Fundão.

As quinze questões que compõem esse teste estão distribuídas em três blocos de categorização dos três primeiros níveis de conhecimento geométrico e estão assim caracterizadas:

Bloco 1: são as questões de 1 a 5, referentes ao nível 0 ou Básico do teste de van Hiele. As questões de 1 a 4 exigiam habilidades: visual (reconhecer figuras), verbal (básico para associar o nome correto a uma figura) e lógica (perceber que existe diferenças e semelhanças entre figuras e compreender a conservação da figura mesmo quando a mesma se apresenta em outras posições). A questão 5 exigia apenas habilidade visual (reconhecer quando duas retas são paralelas através de informações fornecidas pela figura).

Bloco 2: são as questões de 6 a 10, referentes ao nível 1. As questões 6 e 8 demandavam habilidades: visual (assinalar, entre as alternativas apresentadas, apenas as propriedades corretas de cada figura). As questões 7 e 9 exigiam habilidades: visual (observar propriedades de uma figura) e verbal (descrever precisamente várias propriedades da figura apresentada na questão). A questão 10 requeria habilidade lógica (reconhecer que através das propriedades podemos diferenciar figuras) e habilidade gráfica (usar as propriedades para desenhar ou construir figuras).

Bloco 3: são as questões de 11 a 15, referentes ao nível 2. A questão 11 requeria a habilidade visual (reconhecer propriedades comuns em diferentes tipos de figuras). As questões 12 e 13 requeriam habilidade verbal (avaliar as sentenças apresentadas mostrando que há inter-relações entre figuras); A questão exigia a habilidade de lógica (usar propriedade das figuras tendo em vista assim se uma classe de figuras está contida ou não em outra classe).

O teste simplificado averigua o nível de conhecimento para os três primeiros níveis. Essa escolha foi motivada pela constatação de que, de modo geral, o estudo de Geometria nas escolas públicas da região em questão não contempla aspectos considerados nos dois últimos níveis do teste van Hiele. A Tabela 1 apresenta a distribuição das questões das questões em relação aos níveis de pensamento.

Níveis de pensamento geométrico	Número das questões
Nível 0: Visualização	1 – 5
Nível 1: Análise	6 – 10
Nível 2: Dedução informal	11 – 15

Tabela 1 – Distribuição das questões no teste de van Hiele.

Elaborado pelos autores.

Os critérios adotados para a classificação nos níveis consideram que um estudante alcançou determinado nível de conhecimento se tiver respondido corretamente pelo menos três das cinco questões de cada nível do teste.

De acordo com essa classificação para que o estudante seja enquadrado no nível 2, por exemplo, é necessário que ele tenha acertado pelo menos três questões no nível 1 e também pelo menos três das cinco questões referentes ao nível 2. Da mesma forma, caso o estudante acerte ao menos três questões do primeiro nível e três do terceiro, sem atingir a quantidade mínima no segundo, ele seguirá enquadrado no nível 1. Esse critério fundamenta-se no fato de que, de acordo com o modelo de van Hiele, o estudante avança nos níveis de forma sequencial.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Após a aplicação do teste procedeu-se à análise dos dados obtidos. Inicialmente procedemos à análise do conjunto de respostas dadas para cada questão, identificando a quantidade de estudantes que acertaram cada uma delas. Com esse procedimento foi possível estabelecer as questões com maior e menor número de acertos. Nessa análise foi possível reconhecer os aspectos em que os estudantes apresentaram deficiências de compreensão de conceitos geométricos. A Figura 2 apresenta o gráfico do desempenho geral dos estudantes no teste.

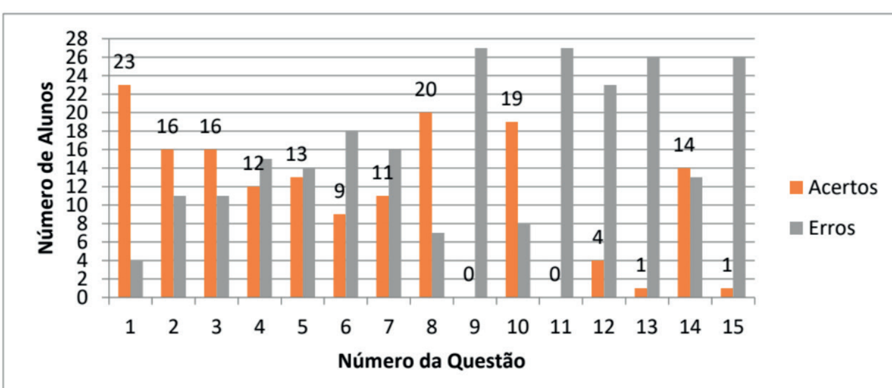


Figura 2 – Gráfico do desempenho dos estudantes: escore por questão do teste

Fonte: Elaborado pelos autores

Os dados apresentados no gráfico da Figura 2 indicam os estudantes em sua maioria identificaram corretamente os triângulos em um conjunto de figuras. A identificação de retângulos e quadriláteros (questões 2 e 3) também foi realizada por mais de aproximadamente 60% da turma.

Na maioria das outras questões do teste o número de respostas erradas superou a quantidade de acertos, indicando baixa compreensão dos conceitos e propriedades de figuras geométricas básicas. Na questão 9 nenhum estudante conseguiu apresentar corretamente três propriedades dos paralelogramos. Na maioria das respostas a característica 'tem quatro lados' foi mencionada, mas sem estabelecer a relação de paralelismo entre lados opostos. Outras respostas indicam falta de discernimento de conceitos, como, por exemplo, citando que há dois 'lados em diagonais' ou, ainda 'lados oblíquos'.

Resultado semelhante ocorreu na questão 11 na qual o estudante deveria identificar os retângulos entre uma série de cinco figuras apresentadas. A análise desse resultado será apresentada adiante.

Duas questões do nível 1 que apresentaram resultados que indicam compreensão adequada de conceitos são as de número 8 (ângulos do triângulo isósceles), com 20 acertos (74% dos estudantes), e a número 10 (desenhar quadrilátero com diagonais diferentes), com 19 acertos (70% dos estudantes). A Tabela 2 apresenta esses dados.

Questões	Nível de conhecimento geométrico (van Hiele)	Número de estudantes que acertaram pelo menos 3 questões
1 – 5	0	17
6 – 10	1	8
11 – 15	2	0
Sem classificação	-	10

Tabela 2 - Distribuição dos estudantes em função do número de acertos no teste.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os resultados apresentados e sua análise indicam que 17 estudantes (63% da turma) se enquadram no nível 0 de conhecimento geométrico. Desses, apenas 8 (aproximadamente 31% da turma) seguiram para o nível 1 e nenhum atingiu o nível 2. Um número expressivo de 10 estudantes (37% da turma), não acertou a quantidade mínima de questões de nenhum dos blocos, não obtendo classificação em algum dos níveis avaliados.

Relativamente ao nível 1, dois estudantes acertaram as cinco questões do bloco, sete acertaram quatro questões e oito com três acertos. Apesar de esse resultado indicar uma quantidade que pode ser considerada boa de estudantes com aquisição completa ou elevada dos conhecimentos geométricos desse nível, é importante destacar que esses estudantes, a princípio, estão com nove anos de escolarização e todos deveriam ser capazes de reconhecer visualmente as figuras elementares.

A análise geral dos resultados para o nível 2 apresenta um quadro mais preocupante pois apenas metade dos estudantes enquadrados no primeiro nível alcançaram os conhecimentos necessários para a classificação no segundo. Dos oito estudantes desse nível, apenas dois acertaram quatro questões do segundo bloco.

Os resultados observados corroboram a afirmação de que a transição do nível 0 para o nível 1,

> envolve a transição de uma figura estática na manipulação de conceitos, para uma mais simbólica de acordo com os conceitos familiares de Bruner (1966). De maneira mais simples, a obtenção do Nível 2 envolve a aquisição da linguagem técnica por meio da qual as propriedades do conceito podem ser descritas. Contudo, a transição do Nível 1 para o Nível 2 envolve mais do que simplesmente a aquisição de linguagem, ela envolve o reconhecimento de algumas novas relações entre conceitos e o refinamento e a renovação de conceitos existentes. (VILLIERS, 2010, p. 401)

Neste trabalho apresentamos uma amostra da pesquisa com a análise de uma questão de cada bloco que compõe o teste.

Na primeira questão do bloco do Nível 0, os estudantes deveriam assinalar, dentre uma lista de figuras, aquelas que fossem triângulos, como mostrado na Figura 3.

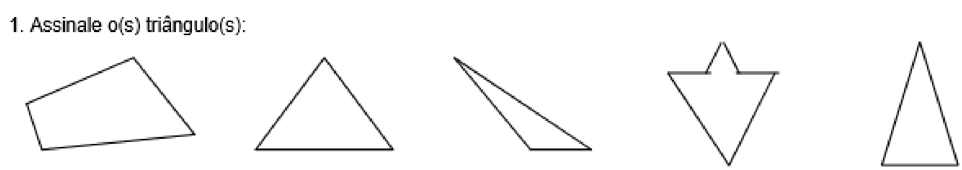
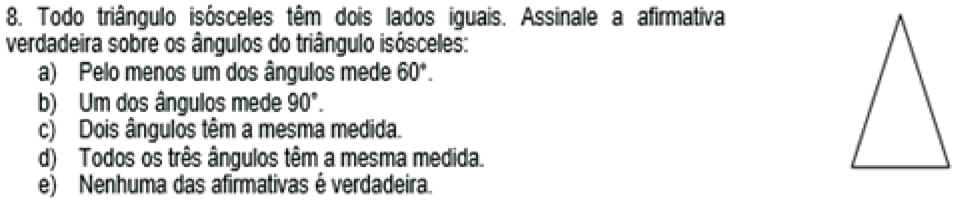


Figura 3 – Questão 1 do teste de van Hiele.

Fonte: Nasser, 1997.

Identificaram corretamente os triângulos dezessete estudantes da turma, demonstrando capacidade de reconhecimento visual de uma figura. Quatro estudantes incluíram a quarta figura nessa categoria. Tal fato sugere que esses estudantes apresentam dificuldade de distinguir as características visuais de uma figura tomando o todo pela parte. Reconhecer semelhanças e diferenças entre formas e “usar essas ideias para separar formas é o objetivo geral para o avanço do nível 1 para o nível 2” (SMOLE e DINIZ, 2012, p. 27).

Dentre as questões referentes ao Nível 1, apresentamos os resultados obtidos na questão 8, cujo enunciado encontra-se indicado na Figura 3.



8. Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

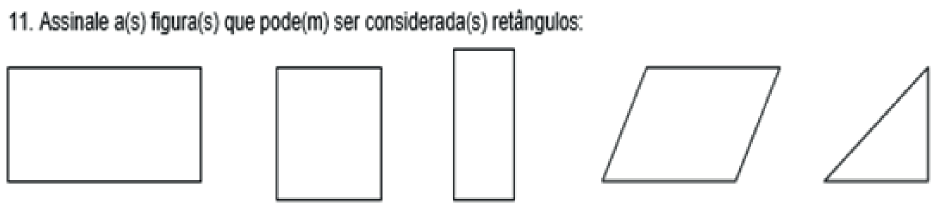
a) Pelo menos um dos ângulos mede 60°.
b) Um dos ângulos mede 90°.
c) Dois ângulos têm a mesma medida.
d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

Figura 3 – Questão número 8 do teste de van Hiele.

Fonte: Nasser, 1997.

Vinte estudantes acertaram essa questão, fato que indica uma boa compreensão do conceito de triângulo isósceles. Quatro estudantes além de marcarem a opção ‘c’, correta, ainda assinalaram a opção ‘a’ possivelmente confundindo as propriedades desse triângulo com o equilátero relativamente à medida dos ângulos dessas figuras. Dois estudantes marcaram a opção ‘b’, o que demonstra a associação incorreta com o triângulo retângulo.

A questão 11, que inicia o bloco do Nível 2 apresentou resultados que surpreenderam pelo fato de nenhum estudante ter acertado integralmente a identificação das figuras apresentadas. Seu enunciado é apresentado na Figura 4.



11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:

Figura 4 – Questão 11 do teste de van Hiele.

Fonte: Nasser, 1997.

Quatorze estudantes marcaram a primeira e a terceira figura devido a uma provável associação da forma retangular com a suas representações mais comuns. Doze participantes do teste também marcaram a quarta figura como sendo retangular, evidenciando desconhecimento das propriedades dos retângulos. Nenhum dos estudantes associou o quadrado da segunda figura como sendo pertencente a esse grupo. Um estudante não respondeu essa questão.

PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES COM BASE NO MODELO

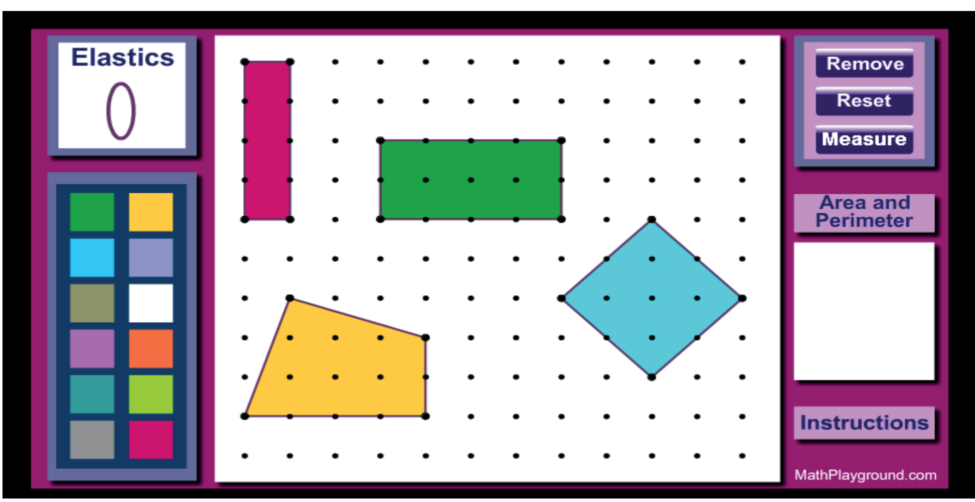
As constatações e considerações apresentadas motivaram a proposta de um conjunto de atividades que favoreçam a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes, auxiliando-os a alcançar níveis mais elevados na compreensão da Geometria. As atividades integraram uma oficina apresentada no VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática, que ocorreu em 2017, na ULBRA da cidade de Canoas/RS.

As atividades apresentadas nessa oficina foram elaboradas tendo por base os resultados da aplicação do teste e da identificação das dificuldades apresentadas pelos estudantes. Considerando que nenhum estudante respondeu corretamente as questões 9 e 11 do teste, apresentamos neste trabalho as atividades sugeridas sobre o tema relativo aos quadriláteros para o desenvolvimento do pensamento geométrico para o nível 2 (Dedução Informal). Procuramos incluir atividades que utilizam recursos digitais, pois a utilização desses instrumentos vem ao encontro das indicações presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997). Segundo os PCN (BRASIL, 1997), a utilização de *softwares* com fins educativos favorece a criação de novas formas de pensar e agir.

ATIVIDADES

Fase 1: Interrogação / Informação – Essas atividades têm um duplo objetivo: o professor identificar os conhecimentos prévios dos estudantes e estes poderem perceber a direção para a qual os estudos avançarão.

a. Utilizando o Geoplano Virtual (http://www.mathplayground.com/geoboard.html) os estudantes inicialmente exploram o recurso criando formas diversas. Depois, o professor solicita que construam diferentes quadriláteros.



b. A partir dessas construções são realizadas observações, introdução de vocabulário específico do nível e levantamento de questões tais como:

- Quais dos quadriláteros construídos têm um nome específico?

- Escolha duas figuras dentre o conjunto construído e identifique semelhanças e diferenças entre elas.

- Um quadrado poderia ser um losango? Por quê?

- Um retângulo poderia ser um paralelogramo? Por quê?

Fase 2: **Orientação dirigida** – Os estudantes exploram o tópico de estudo por meio dos materiais que o professor organiza e ordena sequencialmente, revelando gradualmente as estruturas características desse nível.

a. Inicialmente os estudantes, em pequenos grupos (duplas ou trios) trocam ideias entre si e completam uma tabela listando as propriedades mínimas que definem os quadriláteros notáveis.

Propriedades mínimas de uma figura são aquelas suficientes e necessárias para defini-la.

Quadriláteros	**Propriedades mínimas**
Paralelogramo	
Retângulo	
Quadrado	
Losango	
Trapézio	

b) No Geogebra construa um quadrilátero a partir de 4 pontos ligados por 4 segmentos. A figura construída é algum dos quadriláteros notáveis?

- Em caso afirmativo, identifique a forma nomeando-a. Quais as propriedades que você identifica nessa figura (considere lados, ângulos e diagonais)? Se necessário, construa as diagonais e utilize o recurso *medir segmento* e *medir ângulo* na barra de ferramentas do Geogebra. Acrescente essas informações à lista elaborada no item “a”.
- Em caso negativo, utilize o recurso *mover* e transforme a figura inicial em algum dos quadriláteros notáveis e responda as questões propostas no item anterior.

c. Utilizando o Geogebra, construa um paralelogramo qualquer unindo pontos por meio de segmentos. Usando a ferramenta *mover* e:

- Transforme o paralelogramo em um retângulo. Quais propriedades do paralelogramo serão modificadas?
- Transforme o retângulo em um quadrado. Quais propriedades do retângulo serão modificadas?

Observação: Considere as transformações relativas aos lados, ângulos e diagonais.

Fase 3: **Explicitação** – A partir das experiências geradas nas atividades anteriores os estudantes expressam suas descobertas. O professor orienta no sentido do uso da linguagem precisa e adequada. Os estudantes, nessa fase discutem entre si e apresentam ao grande grupo as figuras e propriedades observadas/descobertas nas atividades realizadas anteriormente.

<u>Fase 4: Orientação livre</u> – Apresentação de atividades em nível de complexidade maior (com vários passos ou que podem ser concluídas de maneiras diversas ou, ainda, com final aberto).

a. No Geoplano construir figuras a partir de suas diagonais com as seguintes características:

- diagonais congruentes, perpendiculares entre si e que se interceptam nos seus pontos médios.
- diagonais congruentes, não perpendiculares entre si e que se interceptam em seus pontos médios.
- diagonais com medidas diferentes, perpendiculares entre si e se interceptam nos seus pontos médios.
- diagonais com medidas diferentes, não perpendiculares entre si e se interceptam em seus pontos médios.

Quais foram os quadriláteros obtidos em cada uma dessas construções?

b. Dobre uma folha de papel ao meio e depois novamente ao meio. Cortando o canto formado pelas dobras, conforme a figura abaixo, que tipo de figura surgirá? Como são os ângulos no ponto de intersecção das diagonais? O ponto de intersecção está em que ponto das diagonais? Por que a área do losango é dada pelo semi-produto de suas diagonais?

<u>Fase 5:</u> <u>Integração</u> - Os alunos reveem e sumarizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. O professor pode auxiliar nessa síntese “fornecendo apanhados globais” do que os alunos aprenderam. É importante que esses sumários não apresentem nada de novo.

- Organizar um cartaz (ou um texto ilustrado ou uma pequena apresenta em *Power point*) apresentando as propriedades de algum dos quadriláteros descobertas durante a realização das atividades anteriormente propostas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As pesquisas realizadas pelo casal van Hiele trouxeram uma contribuição importante para a compreensão sobre a aprendizagem de geometria. A par desses conhecimentos o professor pode elaborar estratégias didáticas que efetivamente contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico de seus estudantes, auxiliando-os a avançar para níveis mais avançados dessa escala.

A pesquisa realizada sinalizou a existência de dificuldades e deficiências na aprendizagem dos conceitos geométricos básicos por grande parte dos estudantes da turma avaliada. Os dados, ainda que parciais, indicaram que uma parcela significativa desses estudantes sequer domina os conceitos mais elementares à nível de identificação de formas. E relativamente poucos chegam a operar no nível 2 da escala van Hiele, demonstrando pouca familiaridade com os temas de geometria dessa etapa da escolaridade e dificuldades em estabelecer relações entre as propriedades dos objetos matemáticos.

Subjacente à pesquisa teórica e à investigação realizada com os estudantes foi possível identificar possíveis obstáculos à aprendizagem eficiente dos conteúdos e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Diálogos estabelecidos com professores da área corroboram estudos realizados (COSTA JÚNIOR e SILVA, 2014), confirmando que muitos educadores não se sentem 'confortáveis' em ensinar geometria devido à formação acadêmica que tiveram com ênfase maior nos aspectos algébricos nas disciplinas da licenciatura. Esse fato acaba refletindo no enfoque que o professor dá no desenvolvimento dos conteúdos em aula, privilegiando demonstrações e propriedades em seus aspectos algébricos.

Espera-se que com este estudo os professores percebam a importância de fundamentar teoricamente sua prática educativa, desenvolvam atividades motivadoras para os estudantes e possam refletir sobre maneiras mais eficientes de ensinar.

A precisão do modelo para avaliar a compreensão geométrica dos estudantes, como afirma Crowley (1994) foi fundamentada por inúmeras pesquisas. O que se torna necessário, ainda, é o aprimoramento das fases de aprendizagem e o desenvolvimento de materiais com base no modelo de van Hiele. Nesse sentido, espera-se que as atividades elaboradas para aplicação da teoria em situações de aprendizagem na sala de aula contribuam para a melhoria da qualidade das aprendizagens dos estudantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2016.

COSTA JÚNIOR, J. R.; SILVA, J. B. R da. **A geometria pela ótica de van Hiele: uma análise do nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos de um curso de licenciatura em matemática**. VIII EPBEM. Campina Grande, 2014.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da geometria e atuação docente. **Praxis Educativa**. Ponta Grossa,PR, v. 3, n, 1, p. 81 – 94, 2008.

CROWLEY, M. L. O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. Em: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994. p. 01-19.

FONSECA, M. da C. F. R.; LOPES, M. da P.; BARBOSA, M. das G. G.; GOMES, M. L. M.; DAYRELL, M. M. M. S. S. **O ensino da geometria no ensino fundamental:** três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. de. Geometria. **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

NASSER, L. SANT'ANNA, N.F.P (coordenadoras). Geometria segundo a teoria de Van Hiele. Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão. Rio de Janeiro, 1997.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Materiais manipulativos para o ensino de figuras planas**. São Paulo: Edições Mathema, 2012.

VILLIERS, M. de. Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 12, n. 3, p. 400-431, 2010.