v. 3, n. 18, 2023

Journal of
Engineering
Research

MODELACIÓN DE LOS EFECTOS DINÁMICOS Y DISIPATIVOS DE UNA BOLA DE BANDAS DE CAUCHO EN UN IMPACTO TRANSITORIO

Mateo Durán
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia
XXVII Congreso Nacional de Física

Jose Daniel Muñoz
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia
XXVII Congreso Nacional de Física

John Morales
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia
XXVII Congreso Nacional de Física

Andrés Castillo
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Universidad Nacional de Colombia
XXVII Congreso Nacional de Física

Resumen: Presentamos un análisis del impacto transitorio de una bola de bandas de caucho con el suelo, tanto de manera teórica como experimental. Desde la teoría, se hacen predicciones para calcular el coeficiente de restitución a partir de la energía disipada por deformaciones en el impacto. Paralelamente, y de manera experimental, se estudió la relación entre el coeficiente de restitución, el radio y la altura de caída. Se halló que el coeficiente de restitución es constante y, además, es independiente de la masa y de la altura de caída. Esto permite deducir que este valor sólo es dependiente de la forma del objeto y del material.

INTRODUCCIÓN

La teoría de la elasticidad y la disipación energética, son ramas que están más ampliamente estudiadas en cuerpos cuasi-rígidos (e.g. metales). Nosotros profundizamos en el campo de los llamados materiales hiperelásticos (i.e. materiales los cuales pueden estirarse mucho más allá de su longitud natural y volver a esta al retirar el agente externo), con el fin de poder hacer predicciones sobre las variables y propiedades relevantes en sistemas que sufran deformaciones reversibles y no reversibles. La importancia de estos avances se ve reflejado en el uso cotidiano de esta clase de materiales, ya sea en los amortiguadores de carros, las contracciones del tejido cardiáco o en la biobalística.

MÉTODOS

Figura 1: Bolas de caucho utilizadas en los experimentos

Se dejaron caer a diferentes alturas bolas de caucho de diferentes radios (i.e. 2 cm, 3 cm, 3.85 cm y 4.5 cm) para observar la altura del primer rebote. Adicionalmente la bola de 4.5 cm pasó por un proceso de histéresis en el cual se le aplicó una fuerza uniaxial por medio de un pistón y luego este se retiró de manera cuasiestática hasta llegar a su estado inicial. Este proceso se realizó hasta 5 veces, llevando la bola a deformaciones de 2 mm, 5 mm, 10 mm y 20 mm separadamente.

TEORÍA

El coeficiente de restitución es un valor que nos da cuenta de la cantidad de energía que se perdió después de un impacto. Este coeficiente está definido como

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mV_f^2}{\frac{1}{2}mV_i^2}}$$

Con m siendo la masa del objeto y V la velocidad. Suponiendo que el objeto no pierde masa después del impacto y tomando en cuenta que $V^2 = 2gh$ llegamos a la igualdad

Journal of Engineering Research ISSN 2764-1317 DOI 10.22533/at.ed.3173182302064

$$\epsilon = \sqrt{\frac{h_f}{h_i}}$$

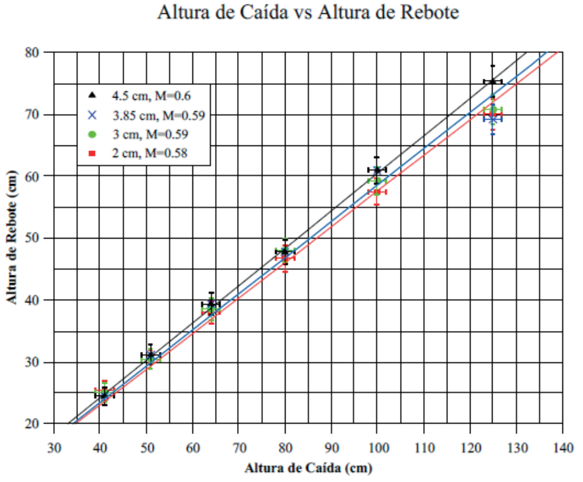
La energía disipada después del impacto es

$$E_{dis} = \frac{1}{2}mV_i^2 - \frac{1}{2}mV_f^2 = mgh_i - mgh_f$$

La fuerza de impacto es la fuerza que siente un objeto de masa m debido al cambio de velocidad que ocurre cuando este entra en contacto con una superficie. Esta fuerza de impacto es proporcional a la velocidad de llegada e inversamente proporcional al tiempo del impacto.

RESULTADOS

Los datos obtenidos muestran que el coeficiente de restitución es independiente de la masa y la altura de caída.



En la gráfica se puede observar que la altura de rebote es 60% de la altura inicial, que corresponde a la pendiente de las rectas. Con esto podemos ver que el coeficiente de restitución es constante.

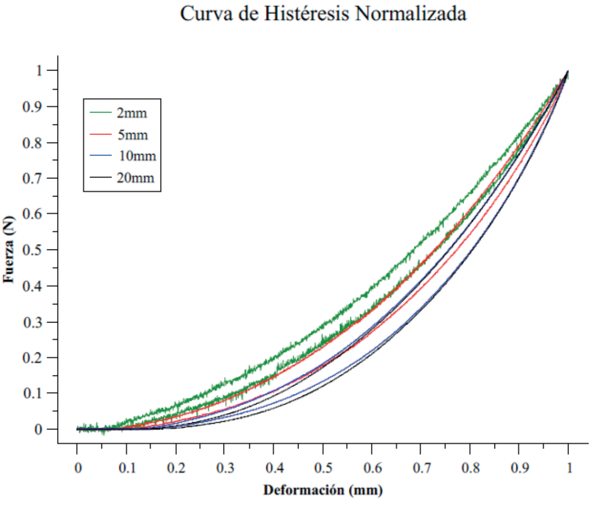
$$\epsilon = \sqrt{\frac{h_f}{h_i}} = \sqrt{\frac{0.6h_i}{h_i}} = \sqrt{0.6} = 0.775$$

Como se puede observar en la tabla 1, al comparar los datos de la deformación de 10mm vemos que a medida que la velocidad de compresión aumenta, la fuerza necesaria para comprimirla es mayor. Esto se debe a que el cambio de velocidades que siente la bola al llegar a su estado de compresión máxima es mayor, por lo cual, la fuerza de impacto que la bola ejerce sobre el pistón también lo es.

1 mm/min		10 mm	
$S_{max}(mm)$	$F_{max}(N)$	V (mm/min)	$F_{max}(N)$
2	13.6	10	313.3
5	68.4	30	385.6
10	279.9	100	401.7
20	1479.7	250	430

Tabla 1: Datos de histéresis

El área entre las curvas de histéresis corresponde a la energía disipada por deformaciones. Se halló que a medida que se aumentaba la deformación, cada vez era necesario menos fuerza para llevarla al mismo estado que tuvo con anterioridad. Esto quizás se debió a que la bola entró en un régimen de deformaciones plásticas por lo cual, aun quitando el agente externo, esta no volvió a su estado inicial, sino que presentó una disminución de su radio de forma natural.



Aun cuando las curvas no coincidan, su área encerrada si lo hace, mostrando que la energía disipada es proporcional en las escalas.

Para todas las curvas el área encerrada es de 0.041, con esto vemos que la energía disipada es

$$E_{dis} = 0.041 F_{max} S_{max}$$

Donde F_{max} es la máxima fuerza aplicada y S_{max} es el desplazamiento máximo. Si toda la energía disipada fuera debido a la deformación del objeto en el impacto entonces la ecuación de estado sería

$$0.041 F_{max} S_{max} = mgh_i - mgh_f =$$

$$mgh_i(1 - \epsilon^2) = \frac{2}{5} mgh_i$$

Pero comparando con los datos experimentales se observó que la igualdad de la izquierda provee un valor muy bajo de la energía disipada, es decir, la mayor cantidad de energía disipada se pierde por otros medios

$$\cdots + E_{sonido} + Calor + 0.041 F_{max} S_{max} = \frac{2}{5} mgh_i$$

CONCLUSIONES

El coeficiente de restitución es constante, pero no significa que sea el más óptimo, en mejores condiciones tales como un mejor suelo de impacto o mejores aparatos de mediciones, este valor puede ser mejorado. Su independencia de la masa y la altura facilita el ejercicio de realizar mediciones y su costo, además que nos ayuda a comprender aún más el comportamiento de este tipo de cuerpos y facilita los cálculos analíticos ya que son menos variables que tomar en cuenta. Al aplicarse con mayor rapidez la fuerza, menos energía se perderá en forma de disipación, esto debido a que el tiempo de contacto será menor y por lo tanto la fuerza con la que saldrá el objeto será mayor. Que la energía disipada por deformaciones sea proporcional a escalas, indica que puede ser modelado por una teoría no tan abrumadora, lo cual es un paso más para poder comprender este tipo de sistemas. La energía disipada debido a deformaciones es muy poca comparada con las demás posibles fuentes, creemos que la mayor pérdida de energía sea debido a la fricción interna que se expresa en forma de calor y a la que el suelo disipa. La ley de Hooke en sistemas físicos reales no es lineal, pero sigue siendo un buen aproximado.