v. 3, n. 9, 2023

Journal of
Engineering
Research

APLICACIÓN DE LA FACTORIZACIÓN EN LA INGENIERÍA MECÁNICA PARA DETERMINAR LA ALTURA(CARGA) MÁXIMA DE PRESIÓN EN LAS TURBOBOMBAS

Juan Antonio Tena Verdejo
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

Francisco Santiago Gabino
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

Sandra Zulema Tena Galvan
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

Mayanin Ordoñez Tapia
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

Marlene Gutiérrez Pola
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

José Salvador Oropeza Ramiez
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

Rafael Jiménez Flores
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

Jesùs Said Mateo Romero
Ingenieria Electromecánica Tecnológico Nacional de México, Campus Minatitlán; Veracruz, México

Resumen: El presente trabajo consiste en el análisis cuantitativo a partir del teorema de Bernoulli involucrando a las variables que intervienen en los impulsores centrífugos que son utilizados en las turbos bombas para determinar en base al modelo matemático obtenido, el comportamiento mecánico energético de los impulsores pudiendo así trazar la curva de operación llamada también curva característica, en donde el punto máximo será la altura máxima de presión (H), la cual se podrá comprobar al factorizar el modelo matemático de la bomba cuando el primer coeficiente (A) sea negativo se tendrá la máxima altura de presión igual a la obtenida cuando nuestro caudal sea igual con cero
Palabras Clave: Se deben proveer al menos tres palabras clave (en orden alfabético) para ayudar a identificar los tópicos principales del escrito.

INTRODUCCIÓN

Es evidente que el desarrollo actual de modelos matemáticos, representa una herramienta útil, rápida y de bajo costo para el análisis de problemas ingenieriles reales. La confiabilidad y precisión de tales modelos es a la fecha un tema de interés científico. Lo anterior, debido a que se pretende que estos ofrezcan un resultado de tal manera que ya no sea necesario realizar experimentación para comparar la información obtenida numérica con respecto a la experimental. En este trabajo se tomaron los conceptos matemáticos del algebra siendo el tema de factorización que al ser aplicado en la ecuación de segundo grado que se obtuvo al aplicar los conceptos de Mecánica de los Fluidos, siendo la evaluación el balance de energía y la cinemática en los impulsores. Es importante mencionar que en las industrias de procesos químicos, petroquímicos y afines se utilizan compresores centrífugos para aire y gases de cuyo diseño y análisis están fundamentados en conceptos de Ingeniería MECANICA. En base a la ecuación fundamental de las turbo maquinas que determinó Euler y Bernoulli a partir de la cinemática de los Impulsores, la cual determina la energía de presión , la energía cinética y la energía potencial, variables que intervienen en el modelo matemático de las turbobombas.

DESCRIPCIÓN DEL MÉTODO

Ecuación de Bernoulli para una bomba centrifuga:

$$H_B = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + \frac{V_2 - V_1}{2g} + Z_2 - Z_1 \text{ ....Ec. 1}$$

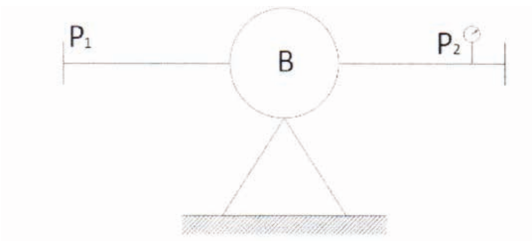


Figura 1. Esquema de bomba centrifuga

Donde los términos son:

$H = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} = \frac{P_d}{\rho g}$ *Presión de descarga de la bomba/Energía de presión* …… Ec.2

$E_c = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{V_d^2}{2g} =$ *Velocidad de salida/ Energía Cinética* ………Ec3

$Z_2 - Z_1 = Z_d =$ *Altura geodésica/Energía Potencial* ……….Ec.4

Sustituyendo las ecuaciones (2, 3, 4) en la ecuación (1) obtenemos la ecuación de Bernoulli para una bomba centrifuga:

$$H_B = \frac{P_d}{\rho g} + \frac{V_d^2}{2g} + Z_d \text{ ....Ec.5}$$

A continuación los términos de la ecuación de Bernoulli los pondremos en función del caudal, a excepción de la

Energía potencial () siendo este el termino independiente "C".

El término que representa la Energía cinética se trabajará con el principio de Continuidad:

Q=SV……. Ec.6

Donde:
Q= Caudal
S= Área
V= Velocidad

Despejando la velocidad de la ecuación (6):

$V = \frac{Q}{S}$……..Ec.7

Y sustituyendo en el término de la energía cinética:

$$\frac{V_d^2}{2g} = \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{2g} = \frac{Q^2}{gS^2}$$

El coeficiente: $\frac{1}{gS^2}$ en virtud de tener los valores de gravedad y área constantes, su coeficiente será "A", por lo que se tendrá el siguiente término:

AQ^2= Energía Cinética expresada en función del caudal.

El término que representa la energía de presión se trabajara bajo la 2a ley de Newton (Impulso)

$F = m$V……..Ec.8

$$\frac{Pd}{pg} = \frac{\frac{F}{s}}{pg} = \frac{\frac{mv}{s}}{pg} = \frac{\frac{m}{s}\frac{Q}{s}}{pg} = \frac{\frac{m}{s^2}(Q)}{pg} = \frac{m(Q)}{pgs^2}$$

El coeficiente y tener los valores de masa, área y peso específico como valores constantes, su coeficiente sera "B", por lo que se tendrá el siguiente término.

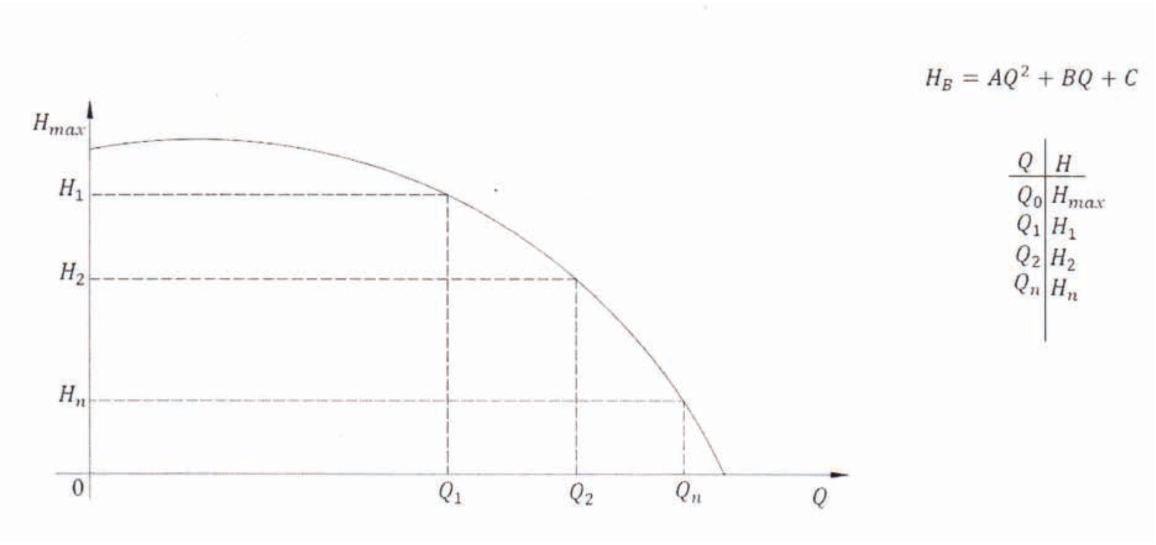
BQ = energía de presión expresada en función del caudal.

El término que representa la energía potencial sera el término independiente C.

Sustituyendo los términos anteriores en la ecuación de Bernoulli obtendremos:

$HB=AQ^2+BQ+C$………. Ec.9

Siendo esta ecuación el modelo matemático y cuya gráfica es una parabola conocida como "CURVA CARECTERISITCA DE OPERACION DE LAS BOMBAS CENTRIFUGAS"



Cuando $Q_0=0$ *se tendra* H_{max} Siendo esta la Altura maxima de la bomba

Desarrollo del método

VARIACION DEL SIGNO DEL TRINOMIO CON LA APLICACIÓN DEL VALOR MÁXIMO O MÍNIMO DEL TRINOMIO

$$y = ax^2 + bx + c \text{ ……….Ec.9.1}$$

1.- cada término del trinomio se multiplicara y se dividirá por el término: (4a)

$$y = \frac{4a}{4a}(ax^2) + \frac{4a}{4a}(bx) + \frac{4a}{4a}(c) \text{………Ec.9.2}$$

2.- sumar y restar el término: b^2 en la Ec. 9.2

$$y = \frac{4a^2x^2 + 4abx + 4ac + b^2 - b^2}{4a}$$

$$y = \frac{4a^2x^2+4abx+b^2+4ac-b^2}{4a} \text{ ………Ec.9.3}$$

3.-desconponer en la Ec.9.3 el trinomio cuadrado perfecto: ($4a^2x^2+4abx+b^2$)

$$y = \frac{(2ax+b)^2+4ac-b^2}{4a} \text{ ………Ec9.4}$$

4.- encontrar el valor de "x" igualando a cero de la Ec. 9.4 el binomio cuadrado =0

Pero como: (2ax+b) (2ax+b)=0……….. Ec.9.4a

De la Ec. 9.4a despejamos uno de los dos factores, quedando la siguiente expresión:

2ax+b=0

Al despejar "x" de la expresión anterior: $x = -\frac{b}{2a}$

5.-encontrar el valor de "y":

Como en la Ec. 9.4a el binomio cuadrado se igualo a cero, quedando de la siguiente forma:

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Una vez obteniendo los valores de "x" y de "y" podemos concluir que:

a).- cuando el coeficiente(a) es positivo, tiene un valor mínimo para $x = -\frac{b}{2a}$ por lo que el trinomio tiene un ***valor mínima***, para:

$$x = -\frac{b}{2a} \quad \text{es} \quad \frac{4ac-b^2}{4a}$$

Ahora bien si el coeficiente (a) es negativo se tendrá un ***valor máximo*** para "y"

APLICACIÓN DEL METODO EN EL TRINOMIO CUADRADO PERFECTO: MODELO MATEMATICO DE LAS BOMBAS CENTRIFUGAS

Definiremos las variables hidráulicas de la siguiente manera: la variable "y" será la altura de presión "H" y la variable "x" será el caudal "Q"

$$H = AQ^2 + BQ + C \,\ldots\ldots\, (1)$$

$$H = \frac{4A}{4A}(AQ^2) + \frac{4A}{4A}(BQ) + \frac{4A}{4A}(C) \;\ldots..\, (2)$$

Sumando y restando B^2 en (2)

$$H = \frac{4A^2Q^2+4ABQ+4AC+B^2-B^2}{4A} \ldots\ldots\ldots (3)$$

Siendo $\mathbf{4A^2Q^2+4ABQ+4AC+B^2}$ de (3) el trinomio cuadrado perfecto, al factorizarlo ($2AQ+B^2$) que al sustituirla en (3), obtendremos:

$$H = \frac{(2AQ+B)^2+4AC-B^2}{4A} \ldots\ldots (4)$$

($2AQ+B^2$) =0, descomponiendo este binomio cuadrado en sus factores:

(2AQ+B)(2AQ+B)=0, al despejar cualquiera de los dos factores, obtendremos la siguiente expresión

$$2AQ+B=0 \ldots\ldots\ldots (5)$$

Despejando Q de (5):

$$Q = -\frac{B}{2A} \quad \text{y para} \quad H = \frac{4AC-B^2}{4A}$$

Interpretación de resultados:

a) H tendrá un ***valor mínimo*** cuando el coeficiente (A) es positivo y $Q = -\frac{B}{2A}$

b) H tendrá un ***valor máximo*** cundo el coeficiente (A) es negativo cuyo valor máximo vale $\frac{4AC-B^2}{4A}$

Ejemplo de aplicación

Una bomba centrifuga que maneja los siguientes caudales (Q) con sus respectivas alturas de operación (H) son los siguientes:

$$Q_1 = 0.04\frac{m^3}{se}\left(40\frac{lts}{seg}\right) \ldots\ldots\ldots H_1 = 83.26m$$
$$Q_2 = 0.10\frac{m^3}{seg}\left(100\frac{lts}{seg}\right) \ldots\ldots H_2 = 63.58m$$
$$Q_3 = 0.18\frac{m^3}{seg}\left(180\frac{lts}{seg}\right) \ldots\ldots H_3 = 11.07m$$

Cuyo modelo matemático será:

H= -2345 +0.375Q +87

Cuando Q=0

H=-2345 +0.375(0) +87

Por lo tanto:

H= 87m

Aplicando el metodo de factorización descrito:

H; tendrá su ***valor máximo*** porque el ***coeficiente (A) es negativo***

Por lo consiguiente:

$$Q = -\frac{B}{2A} = -\frac{0.375}{2(-2345)} = 0.00007995\frac{m^3}{seg}$$

$$Q \cong 8x10^{-5}\frac{m^3}{seg} \text{ (caudal demasiado pequeño)}$$

$$H = \frac{4AC-B^2}{4A} = \frac{4(-2345)(87)-(0.375)^2}{4(-2345)} = \frac{-816060-0.140625}{-9380} = \frac{81606060.1406}{-9380}$$

H=87.0001499m

H aproximadamente igual a la que se obtiene al tener un Q=0

CONCLUSIONES

En base al Modelo Matemático obtenido

el cual es un trinomio cuadrado perfecto con el cual, podemos analizar y determinar la curva de operación llamada también CURVA CARACTERISTICA (parábola) así como también sus variables hidráulicas como las alturas o presiones así como también sus caudales, en esta ecuación de energía o modelo matemático los términos energéticos que intervienen son la energía de PRESION, la energía cinética y la energía potencial la cual se incluirá en la ecuación de BERNOULLI. En particular las velocidades son las que refleja el comportamiento cinemático de los impulsores y estas a su vez ocasionan la fuerza de impulso debido a la segunda Ley de Newton la cual es utilizada en las turbo máquinas centrífugas, estas velocidades, son parte importante de las variables que intervienen en dicha ecuación para determinar la energía de presión expresada en alturas. De antemano este modelo matemático utilizado para obtener la energía es de manera analítica. Otra de las virtudes es el modelado y analizar el comportamiento energético de las bombas centrifugas, poniendo de manifiesto la aplicación de esta herramienta matemática como es en este caso que es el álgebra y cuyo concepto es la factorizaciones de un trinomio cuadrado perfecto que desde la secundaria se enseña la cual es una herramienta fundamental para ser aplicado en los conceptos de Mecánica de los Fluidos, materia de especialidad que se da en Ingeniería mecánica y carreras afines.

REFERENCIAS

Libros:

Cherkasski, V.M. "Bombas, ventiladores y compresores". Ed. Mir, Moscú, 1986.

Durnov, P.I. "Bombas, ventiladores y compresores". Ed. Vicha Chkola, Kiev, Odesa, 1985.

Pfleiderer, K. "Bombas centrifugas y turbocompresores". Ed. Labor S.A., España, 1960.

Néstor Ramos Páez, Jorge L. Jiménez H., Rafael Quesada P. "Erosión de los anillos de desgaste delanteros de las bombas de cachaza BSA 140-25". Ingeniería energética, Vol. Vlll, Ciudad de la Habana, 1987.

Claudio Mataix. "Mecánica de fluidos y maquinas hidráulicas". Ed. Alfa omega, segunda edición, 13° impresión, octubre 2005.

Viejo Zubicaray, Álvarez Fernández. "Bombas teoría, diseño y aplicaciones". Ed. Limusa, 3° edición, 2003.

Igor J. Karassik, Roy Carter. "Bombas centrifugas Selección, operación y mantenimiento". Ed. Cecsa, 14° impresión, mayo de 1987.

Saldarriaga Juan G. "Hidráulica de tuberías". Ed. McGrawill,1998

Chávez Reyes Carmen, León Quintanar. "La biblia de las matemáticas". Ed. Letrearte,S.A. ISBN968 7999 136