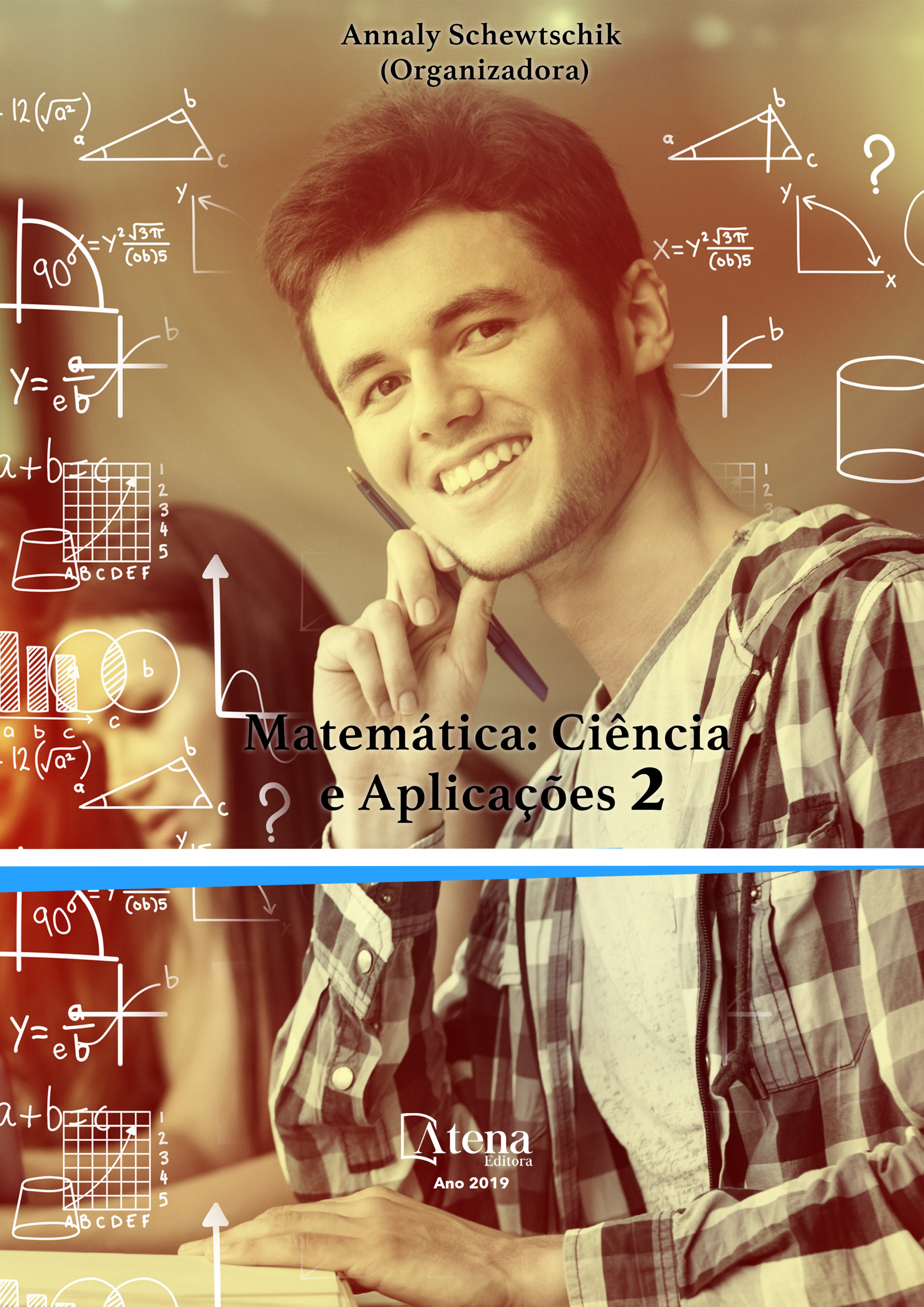

Annaly Schewtschik
(Organizadora)

Matemática: Ciência e Aplicações 2

Atena Editora
Ano 2019

Annaly Schewtschik
(Organizadora)

Matemática: Ciência e Aplicações 2

Atena Editora
2019

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves
Revisão: Os autores

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática: ciência e aplicações 2 [recurso eletrônico] / Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 2)

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia.
ISBN 978-85-7247-122-0
DOI 10.22533/at.ed.220191402

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly. II. Série.

CDD 510.7

Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422

APRESENTAÇÃO

A obra "Matemática: ciências e aplicações" aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora publicado em três volumes. O Volume II, em seus 22 capítulos, apresenta resultados de pesquisas que trazem estudos frente aos objetos matemáticos trabalhados tanto na Educação Básica, incluindo a EJA, como no Ensino Superior.

Os trabalhos evidenciam os estudos sobre conceitos e aplicações dos objetos da matemática no contexto da Educação Brasileira, contemplando aspectos da aprendizagem dos alunos, incluindo alunos com deficiências.

Revelam também os aspectos históricos que contribuíram para a formação dos conceitos dos objetos matemáticos e a análises destes objetos segundo seus idealizadores. Apresentam como os objetos matemáticos são contemplados em livros didáticos e fazem reflexões em torno da resolução de problemas que envolvem diferentes objetos matemáticos, incluindo conceito de letramento, enquanto prática social, nos diferentes campos da matemática.

A Matemática como Ciência é pensada nos trabalhos que enfocam os objetos matemáticos no contexto de aprendizagem, e como aplicações do conhecimento matemático na resolução de problemas tanto na Educação Básica como no Ensino Superior, incluindo as Engenharias.

A Educação Matemática é revelada nas análises referente as práticas de sala de aula – contanto com discussões inclusivas, tanto na Educação Básica como na Educação Superior.

Este Volume II é dedicado aos matemáticos, aos professores de matemática e pedagogos que ensinam matemática, a fim de compreenderem os aspectos do conhecimento matemático e do ensino e da aprendizagem dos objetos matemáticos âmbito da educação matemática.

Annaly Schewtschik

SUMÁRIO

CAPÍTULO 6

CAMPO MULTIPLICATIVO: DIAGNÓSTICO COM ESTUDANTES DO SEXTO ANO

Janine Oliveira Mello
UERJ – Rio de Janeiro – RJ

Gabriela dos Santos Barbosa
UERJ – Rio de Janeiro – RJ

RESUMO: Este artigo tem como objetivo apresentar um estudo advindo de uma dissertação de mestrado. Nesta dissertação, obtemos ferramentas que tornaram possível responder a seguinte questão: *Como os estudantes dos anos iniciais aplicam os conceitos matemáticos pertencentes ao campo multiplicativo?* O estudo teve como foco o desempenho dos estudantes em situações problema pertencentes ao campo multiplicativo. Aplicamos um teste com 14 questões numa turma de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da periferia de Duque de Caxias, Rio de Janeiro e priorizamos para análise as questões de configuração retangular e combinatória. Trata-se de uma pesquisa qualitativa, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Por meio da observação, foi possível constatar junto aos estudantes a dificuldade para lidar com conceitos matemáticos e resolver situações problema, muitas vezes, do seu dia a dia.

PALAVRAS–CHAVE: teoria dos campos conceituais, campo multiplicativo, ensino fundamental.

ABSTRACT: This article aims to present a study coming from a master’s thesis. In this dissertation, we obtain tools that made it possible to answer the following question: How do the students of the initial years apply the mathematical concepts belonging to the multiplicative field? The study focused on the performance of students in problem situations belonging to the multiplicative field. We applied a test with 14 questions in a 6th grade elementary school class of a municipal school in the outskirts of Duque de Caxias, Rio de Janeiro, and prioritized for analysis the questions of rectangular and combinatorial configuration. This is a qualitative research, based on the Theory of Conceptual Fields by Gérard Vergnaud. Through observation, it was possible to observe with the students the difficulty to deal with mathematical concepts and to solve problem situations, often, from their day to day.

KEYWORDS: conceptual field theory, multiplicative field, elementary school.

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo tem como objetivo discutir os resultados que fizeram parte de uma pesquisa de mestrado, já concluída, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas da Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Ao propor esta pesquisa, tivemos como objetivo investigar que conhecimentos do campo multiplicativo as crianças expressam ao final dos anos iniciais, quando ingressam no sexto ano. Com base no acompanhamento das estratégias utilizadas por elas na resolução de situações problema do campo multiplicativo, o foco principal desta pesquisa foi analisar o desempenho dos estudantes de sexto ano em situações de configuração retangular e combinatória. Para tanto, aplicamos um teste diagnóstico numa turma de 6º ano de escolaridade de uma escola pública situada no município de Duque de Caxias, no estado do Rio de Janeiro.

Diversos autores nos alertam para a necessidade de um trabalho efetivo desde os anos iniciais que leve os alunos à compreensão das características do sistema de numeração decimal, antes da apresentação dos algoritmos propriamente dita (LERNER,1996; MANDARINO & BELFORT, 2005). A centralidade dada aos algoritmos é algo que deve merecer nossa atenção, pois o (des)uso destes vem comprometendo a construção dos conceitos pertencentes ao campo numérico por nossos alunos, permitindo-os chegar aos anos finais do Ensino Fundamental, sem terem aprimorado sua capacidade de raciocínio lógico, sem estabelecer relações pertencentes à cada ação expressa pelo sistema de numeração decimal, entre outras relações numéricas. Além disso, como afirmam Nunes ET AL (2005), os estudantes não desenvolvem a habilidade de resolver problemas e reconhecer as ideias subjacentes às operações. Com relação ao campo multiplicativo, por exemplo, isso pode ser percebido na dificuldade dos estudantes de resolver problemas que envolvam outras ações além da soma de parcelas repetidas (MAGINA, SANTOS & MERLINI, 2012).

Nesta mesma direção, Os Parâmetros Curriculares Nacionais já vinham nos alertando para a necessidade de um trabalho com os estudantes, desde os anos iniciais, que enfatize a resolução de problemas. Tal documento nos chama a atenção para o uso inapropriado de exercícios desprovidos de significados, onde o treino se torna o centro do ensino da matemática. O documento adverte ainda que:

> "O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema; o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros; o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemática" (1997, p.43).

Tendo como referência este documento, e adotando como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990,1994, 2009), que, como veremos na próxima seção, vai ao seu encontro, procuramos identificar os conhecimentos dos estudantes do sexto ano sobre o campo multiplicativo. Diagnósticos como este podem orientar o planejamento e as práticas pedagógicas dos professores no sentido de criar condições para uma aprendizagem mais significativa pelos estudantes.

2 I A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida na década de 1970, pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud. Para ele, um campo conceitual é "um conjunto de situações cujo tratamento implica esquemas, conceitos e teoremas em estreita relação, assim como representações linguísticas e simbólicas que podem ser utilizadas para simbolizá-los" (VERGNAUD, 1986, p. 75). O domínio de um campo conceitual não ocorre em dois meses, nem mesmo em alguns anos. Ao contrário, novos problemas e novas propriedades devem ser estudados ao longo de vários anos para que o aluno o domine em sua totalidade. Nessa perspectiva, um conceito não pode ser reduzido a uma definição, sobretudo se estivermos interessados em seu ensino e em sua aprendizagem. É por meio das situações a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. Segundo Vergnaud (1986), um conceito está associado a terna *Situações (S), Invariantes (I) e Representações (R)*, em que S, I e R são conjuntos definidos da seguinte maneira:

> S – Conjunto das situações que tornam os conceitos significativos (combinação de tarefas).
>
> I – Conjunto dos invariantes (objetos, propriedades e os conhecimentos contidos nos esquemas).
>
> R – Conjunto das representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos. (ARAÚJO, 2015, p. 46)

Na sequência da terna de sustentação dos conceitos, temos os invariantes operatórios, que Vergnaud toma de Piaget, como o que sustenta a ação. Tais invariantes são elementos que compõem os esquemas, e são modelos preciosos para se descrever a conduta do sujeito, e os diferencia em duas categorias: conceitos em ação e teoremas em ação. "Um conceito em ação é um conceito considerado pertinente na ação. Um teorema em ação é uma proposição tida como verdadeira na ação" (VERGNAUD, 2009, p.23).

Os conceitos em ação não são verdadeiros ou falsos, eles são apenas pertinentes ou não para a situação, enquanto que os teoremas em ação podem ser verdadeiros ou falsos. Sendo assim, um dos momentos de aprendizagem dos alunos se dá a partir da desestabilização de invariantes operatórios falsos, pois vivenciando momentos de desequilíbrio e conflitos, entendemos que os alunos passam para um nível de conhecimento mais elaborado.

Dessa maneira, sendo os invariantes um dos componentes do esquema, a sua desestabilização e posterior reorganização proporcionam a ampliação dos esquemas do sujeito.

> O esquema é uma totalidade dinâmica funcional, uma organização invariante de conduta, quanto a uma certa classe de situações. Essa organização comporta objetivos e esperas, regras de ação, tomada de informação e de controle e é estruturada por invariantes operatórios, isto é, conhecimentos adequados para selecionar a informação e processá-la (conceitos-em-ato e teoremas-em-ato) (VERGNAUD, 2003b, p.66).

Por fim, dando sequência a terna SIR, falamos da representação simbólica, onde Vergnaud (1981) nos diz que tal representação nem reflete toda a realidade, assim como não é semelhante à mesma. Mas tal representação simbólica não seria compreendida se não nos fosse apresentada uma imagem da realidade que nos fizesse determinar ações para provocá-las ou evitá-las.

Para Vergnaud, a representação não é única e sua imagem da realidade também não, como diz no trecho a seguir:

> 1) Não existe apenas uma representação, mas múltiplas representações, de formas diferentes e de níveis diferentes; 2) Existem homomorfismos não somente entre a realidade por um lado e as representações por outro, mas também entre as diferentes formas de representação (entre representação por imagem e linguagem, entre representação geométrica e representação algébrica, etc.) (VERGNAUD, 1981, p.201).

Assim, em nossas observações e análises sobre as resoluções dos estudantes nas situações problema propostas no teste diagnóstico, procuramos valorizar todo tipo de representação, desde aquelas mais semelhantes à empregada pela matemática formal, até aquelas que envolvem desenhos, tabelas, sistemas de setas, entre outros.

3 I CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

O campo conceitual multiplicativo, ou simplesmente, as estruturas multiplicativas, é um conjunto de situações ou problemas que envolvem os conceitos de multiplicação e/ou divisão com teoremas que respaldam tais situações. Entre tais conceitos, podemos destacar: proporção simples e proporção múltipla, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear, fração, número racional, múltiplo e divisor etc.

Vergnaud (2009) classifica as situações das estruturas multiplicativas como sendo*: relações ternárias* e *relações quaternárias*. As *relações ternárias* são as que comportam três elementos de mesma natureza, enquanto que as *relações quaternárias* são as que comportam quatro elementos de naturezas distintas, duas a duas. Magina, Santos e Merlini (SANTOS, 2015) após pesquisas realizadas, elaboraram o esquema a seguir, fazendo uma releitura sobre a classificação de problemas multiplicativos propostas por Vergnaud (1983, 1988, 1994, 2009), sintetizando as ideias centrais deste campo.

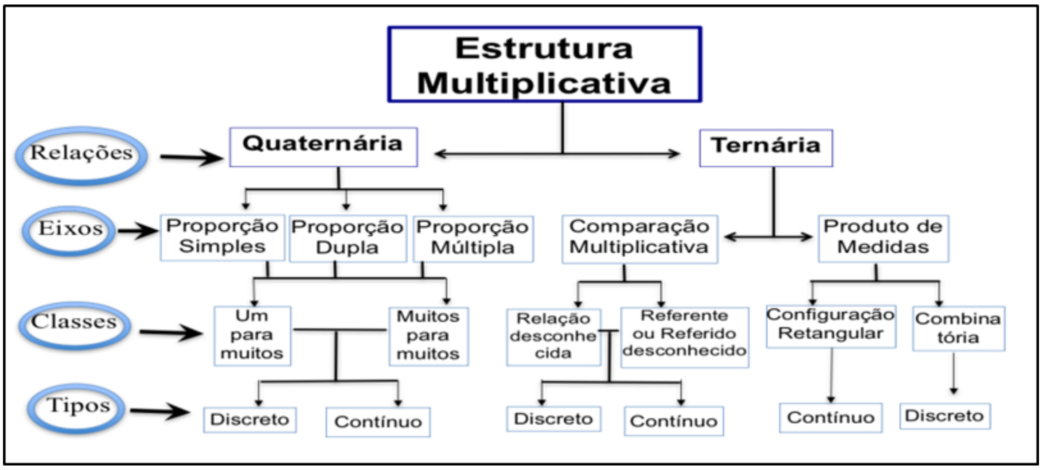

Figura 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo

Fonte – Magina, *Santos e Merlini*, publicado em SANTOS, 2015, p.105

Neste artigo, iremos enfatizar a configuração retangular e combinatória, que, como pode ser observado no quadro, são classes do eixo produto de medidas, que, por sua vez, corresponde a um tipo de relação ternária. As relações ternárias, são relações que envolvem três grandezas entre si e que podem ser de naturezas diversas. No eixo produto de medidas, uma grandeza é o produto de outras duas, no mesmo plano numérico e dimensional. Na classe, configuração retangular, temos uma relação que consiste de uma composição Cartesiana de duas medidas espaciais dentro de uma terceira, onde são apresentadas duas grandezas com medidas contínuas para formar o plano cartesiano, enquanto que na classe combinatória temos o produto cartesiano que parte de dois conjuntos disjuntos, de grandezas discretas, formando as possíveis combinações que podem ser contadas.

Como exemplo de configuração retangular, podemos vivenciar situações em que são dadas as dimensões de um retângulo e se solicita sua área. Supondo-se que as dimensões estejam em centímetros, a dimensão da área será o centímetro quadrado e o número correspondente a ela será obtido pelo produto das dimensões. Na combinatória, tais situações podem ser vivenciadas a partir de uma combinação dos elementos de dois conjuntos, formando pares, tais pares podem ser observados a partir da equivalência entre os elementos de tais conjuntos, podendo ser uma relação entre tipos de blusas e calças que podemos combinar.

A construção do conhecimento pelo aluno não é um processo linear, ao contrário, é complexo, tortuoso, demorado, com avanços e retrocessos, continuidades e rupturas. Muitas vezes, é necessário desestabilizar cognitivamente o aluno para que se possa dar prosseguimento a aprendizagem. É pensando assim, que Vergnaud (1996) nos diz que a aquisição do conhecimento é moldada pelas situações e problemas previamente dominados e que tal conhecimento tem muitas características contextuais.

Para Vergnaud, o desenvolvimento cognitivo depende de situações e conceitualizações específicas. São as situações que dão sentido aos conceitos, elas é que são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito (Barais & Vergnaud, 1990, p.78); um conceito torna-se significativo através de uma variedade de situações (1994, p.46), mas o sentido não está nas situações em si mesmas, assim como não está nas palavras nem nos símbolos (1990, p.158).

Vergnaud chama de “ilusão pedagógica” (1983 b, p.173) a atitude dos professores que creem que o ensino consiste na apresentação organizada, clara, rigorosa das teorias formais e que quando isso é bem feito os alunos aprendem. Ele trata como uma ilusão, pois segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é através de situações problema que os conceitos se desenvolvem no aluno e as situações de resolução de problemas que tornam os conceitos significativos pelo aluno podem estar muito distantes do formalismo apresentado pelo professor.

Isso nos mostra a importância da resolução de problemas ou as situações de resolução de problemas como essenciais para a conceitualização, mas como chama atenção Vergnaud (1994, p.42), “um problema não é um ´problema para um indivíduo a menos que ele ou ela tenha conceitos que o/a tornem capaz de considera-lo como um problema para si mesmo”.

4 I OS SUJEITOS E O AMBIENTE DA PESQUISA

Observando meus alunos, tenho constatado que, principalmente, aqueles que se encontram em distorção idade/ano de escolaridade, estão apresentando dificuldades em resolver problemas matemáticos. Parece-me que os conceitos básicos pertencentes ao campo aditivo (juntar ou separar, comparar, transformar) e multiplicativo (aditiva, comparativa, organização retangular, combinatória, proporcionalidade) não têm sido construídos ao final das séries iniciais por meio de sequências didáticas apropriadas para a construção destes conceitos. Chegando ao 6º ano, ao serem apresentados a problemas que envolvem conceitos do campo aditivo e multiplicativo, os alunos demonstram não possuir o embasamento necessário para a resolução dos problemas. As autoras citadas confirmam:

> Dos conceitos básicos destas operações dependem outras aprendizagens, tais como: a conceituação da multiplicação como adição de parcelas iguais; a conceituação da divisão como subtrações sucessivas; o algoritmo da multiplicação, quando adicionamos os produtos parciais para obtermos o produto total; o algoritmo da divisão, quando usamos a adição para verificarmos a exatidão da subtração e vice-versa. (MANDARINO E BELFORT, 2005, p.55)

Pensando nestes sujeitos, a pesquisa foi aplicada em um grupo de alunos do 6º ano de escolaridade de uma escola estadual situada na periferia de Duque de Caxias, no Rio de Janeiro, onde estes estudantes já vem com uma bagagem cultural e alguns conhecimentos interiorizados.

5 I O MÉTODO

Como o objetivo da pesquisa era de identificar as estratégias mobilizadas por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental para resolver problemas relacionados à configuração retangular e combinatória, aplicamos durante aproximadamente 2 horas na turma do referido ano (que totalizam 37 estudantes) da escola da baixada fluminense do Rio de Janeiro, um teste diagnóstico elaborado por Magina *et al.* (2014). O teste, que está em anexo neste artigo, é composto por 14 situações problema pertencentes ao campo conceitual multiplicativo. Destas, focamos nas situações que envolvem os conceitos de configuração retangular e combinatória, sendo duas de cada classe, uma em que são dados os fatores e a incógnita é o produto (fator-fator) e outra em que são dados um fator e o produto, e a incógnita é o outro fator (fator-produto), que pode ser obtido por meio de uma divisão. Apresentamos as situações no Quadro 1 a seguir:

Situação	Enunciado	Classe	Operação
Q5	Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3 m de largura e 6 m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?	Configuração retangular (fator-fator)	Multiplicação
Q7	A área do jardim de Vera é retangular e tem 24 m^2. A largura é 4 m. Qual é o comprimento em metros desse jardim?	Configuração retangular (fator-produto)	Divisão
Q9	A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíche?	Combinação (fator-produto)	Divisão
Q11	Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?	Combinação (fator-fator)	Multiplicação

Quadro 1 - Situações do instrumento diagnóstico que envolve as classes configuração retangular e combinatória

Fonte: dados da pesquisa

Iniciamos corrigindo os testes e, para estas questões, quantificamos erros, acertos e tipos de estratégias empregadas pelos estudantes. Assim, começamos fazendo uma análise quantitativa dos dados. Num segundo momento, focamos nas estratégias empregadas pelos estudantes em Q5 e Q7, procurando estabelecer uma classificação para estas estratégias tendo como referência a classificação estabelecida em Magina, Santos e Merlini (2014) e para as questões Q9 e Q11, adotamos a classificação adotada por Pessoa e Borba (2009). Nesta etapa, nossa análise foi qualitativa. Segundo Goldenberg (1999), nesse tipo de pesquisa o investigador não se preocupa em estabelecer quantificações do grupo investigado, mas sim com o entendimento aprofundado da realidade de cada indivíduo, grupo, organização ou instituição, suas trajetórias e subjetividades. Segundo ela, "os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos" (GOLDENBERG, 1999, p. 53). Corroborando com estas ideias, Lüdke e André (2014) trazem uma caracterização de pesquisa qualitativa em educação:

> (...) envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. (LÜDKE; ANDRÉ, 2014, p.14)

Além dessas características, Lüdke e André (2014) bem como Araújo e Borba (2013), também apontam que, na pesquisa qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural sob investigação e que o pesquisador considera importante a apreensão do significado atribuído pelos participantes à sua realidade e suas ações. Na nossa investigação, por meio dos registros deixados pelos estudantes no teste, procuramos apreender o significado que cada um atribui às situações que priorizamos. Assim, concordamos com D'Ambrósio (2013) quando afirma que a pesquisa qualitativa "lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas. E a análise dos resultados permitirá propor os próximos passos" (D'AMBRÓSIO, 2013, p. 21).

6 I ANÁLISE DOS DADOS

Após a coletada dos dados, estruturamos a análise em duas partes: uma quantitativa e outra qualitativa. A análise quantitativa refere-se ao desempenho dos estudantes e perfazendo um total de setenta e quatro itens de análise (cada estudante, de um total de 37 estudantes, fez 4 questões, logo temos 37 x 4 = 148 itens). Seguimos três vieses de análise: (a) análise global do desempenho; (b) comparação de desempenho em questões da classe configuração retangular (Q5 e Q7) com o desempenho em questões da classe combinatória (Q9 e Q11); e (c) comparação do desempenho em questões em que é fornecido o produto (Q7 e Q9) com o desempenho em questões em que este é solicitado (Q5 e Q11). Nessa etapa procuramos categorizar as estratégias e identificar os níveis de raciocínio empregados nelas.

Os percentuais de acertos, erros e respostas em branco por questão estão apresentados no gráfico da Figura 2.

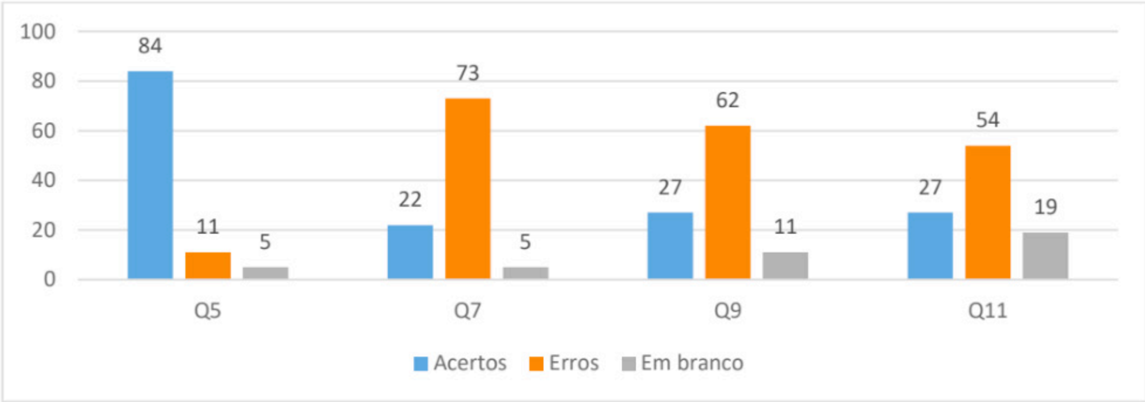

Figura 2: Desempenho dos estudantes do 6º ano por questão

Fonte: Dados da pesquisa

O gráfico da Figura 2 mostra que os índices de acerto da Questão 5, foi muito superior ao índice de acerto das outras questões, o que se configurou de modo inverso nos índices de erro de tais questões. Além disso, o gráfico nos mostra que a maioria dos alunos teve a intenção de responder os problemas, uma porcentagem muito pequena deixou as questões em branco. Isso pode ser lido ou como um não entendimento da questão, ou apenas como uma resposta para não fazer mesmo tais questões. Este gráfico ainda nos mostra que nossa terceira hipótese, a que se refere ao tipo de solicitação da questão, o desempenho dos alunos foi muito superior na questão em que o produto é solicitado do que a questão em que este é dado. Para resolver o primeiro tipo, onde o produto é solicitado, os estudantes usam a multiplicação e, para resolver o segundo tipo, onde o produto é dado, precisam de uma divisão.

Analisando o gráfico 1 mais profundamente, levantamos duas hipóteses, a primeira é se a dificuldade dos alunos aumenta em razão da classe a que as situações pertencem, ou seja, se uma das classes em questão (configuração retangular e combinatória) é mais fácil que a outra para os alunos. Sendo assim, agrupamos as questões por classe e apresentamos no gráfico da Figura 3:

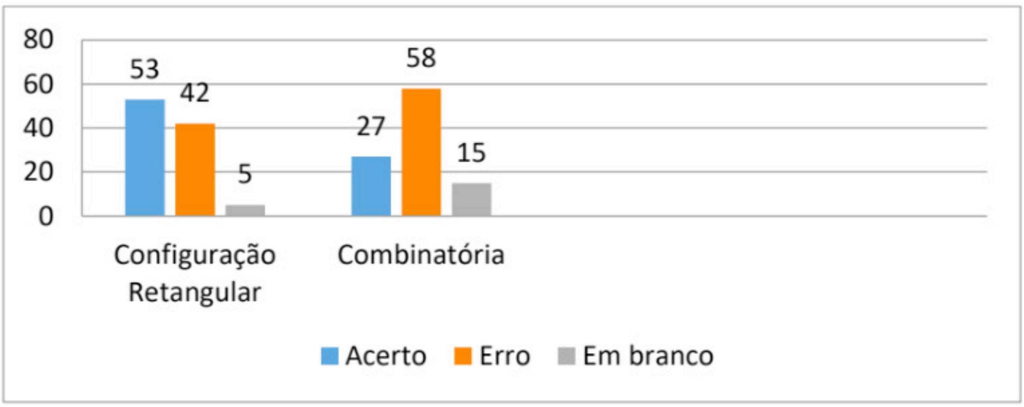

Figura 3: Desempenho dos estudantes do 6º ano em relação à classe

Fonte: Dados da pesquisa

Segundo o gráfico da Figura 3, os alunos tiveram um melhor desempenho no grupo de questões de configuração retangular em relação ao grupo de questões de combinatória. Em uma análise geral, podemos observar que os conhecimentos relativos à classe configuração retangular são mais exploradas pelos professores durante as aulas do que os conhecimentos relativos à classe combinatória, o que poderia tornar tais questões mais fáceis de entenderem e resolverem que as de combinatória.

Analisando o gráfico da Figura 4, pelo viés da comparação do desempenho em questões em que é fornecido o produto (Q7 e Q9) com o desempenho em questões em que o produto é solicitado (Q5 e Q11), onde para se resolver o primeiro tipo, em geral, o aluno utiliza uma multiplicação e, para resolver o segundo tipo, uma divisão, verificamos que a diferença entre os grupos constante no gráfico é estatisticamente significativa, e obtivemos uma resposta a nossa pergunta, ou seja, os alunos apresentaram mais facilidade em resolver as situações em que a multiplicação é mais evidente, aquelas em que o produto é solicitado, do que as que precisam utilizar a divisão, as que o produto é fornecido, como mostra o gráfico da Figura 4 abaixo.

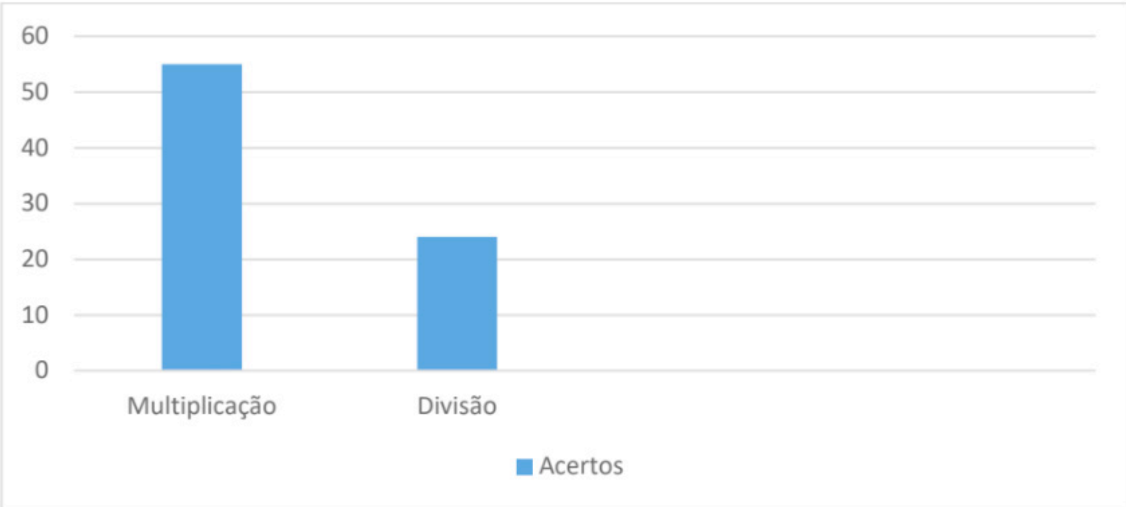

Figura 3: Desempenho dos estudantes do 6º ano em relação às operações

Fonte: Dados da pesquisa

Assim, verificamos a importância de o professor trabalhar junto aos alunos vários tipos de situações problema envolvendo todos os conceitos do campo multiplicativo, não só priorizando as situações onde a multiplicação passa a ser mais evidente.

Numa análise qualitativa, procuramos analisar todas as estratégias utilizadas pelos estudantes tanto nos casos de erros, como no de acertos. Embora o estudo de Magina, Merlini e Santos (2014) se volte para as estratégias empregadas por estudantes mais jovens em problemas multiplicativos de outras classes, a categorização ali apresentada orientou nossa análise e nossos dados conduziram a três níveis de complexidade, a saber: incompreensível (nível 1), pensamento aditivo (nível 2) e multiplicativo (nível 3). A seguir, apresentamos cada um deles, descrevendo-os e observando seu número de incidência.

No nível 1 ou nível incompreensível estão “as respostas em que o estudante não explicitou, no papel, a operação utilizada para resolver o problema ou, quando o fez, não conseguimos identificar o raciocínio utilizado” (MAGINA, MERLINI, SANTOS, 2014, p. 9). Assim, fizeram parte desse nível as estratégias em que o estudante fez um desenho sem significado para a sua resolução, repetiu um dos números constantes no enunciado do problema, ou, ainda, pode ter escolhido outras ferramentas matemáticas diferentes das quatro operações fundamentais, como frações e simplificação de frações, sem que conseguíssemos entender a razão para tal. Neste nível, as respostas dos estudantes estão invariavelmente erradas. No Quadro 2, apresentamos a quantidade de estratégias classificadas no nível 1 por questão.

Nível 1 – Incompreensível	
Questão	Incidência
Q5	0
Q7	1

Quadro2 – Quantitativo de estratégias classificadas no nível 1 por questão

Fonte: Elaborado pelos autores

Das 70 respostas não nulas dadas às questões Q5 e Q7, apenas 1 pertenceu a este nível, justamente na questão 7, pois como já mencionamos anteriormente, o grau de dificuldade da questão 7 é maior que o da questão 5.

O nível 2 ou nível do pensamento aditivo abarca as estratégias que envolveram uma adição, uma subtração ou qualquer combinação destas operações. No Quadro 3, apresentamos as incidências destas questões, lembrando que assim como no nível 1, as respostas dadas pelos estudantes deste nível também estão invariavelmente erradas.

Nível 2 Aditivo	
Questões	Incidência
Q5	4
Q7	4

Quadro 3 – Quantitativo de estratégias classificadas no nível 2 por questão

Fonte: Elaborado pelos autores

O nível 3 ou nível do pensamento multiplicativo, os estudantes utilizam as operações de multiplicação e divisão para solucionar os problemas apresentados. No quadro 4 temos a incidência de cada questão, deixando bem claro que neste nível, invariavelmente as respostas dadas pelos estudantes estão corretas, mas podemos observar na questão 7, algumas destas respostas erradas, mesmo o aluno utilizando o pensamento multiplicativo, mas como já citado anteriormente, esta questão se refere a questões onde o produto é dado, logo o estudante deverá utilizar uma divisão. Nos chama a atenção, um grupo de 4 estudantes que utiliza o conceito de perímetro da figura, na questão 7, mas utilizando um pensamento multiplicativo, encontrando um número como resposta muito absurdo.

Nível 3 - Multiplicativo	
Questões	Incidência
Q5	31 (corretas)
Q7	8 (corretas)
	18 (erradas – multiplicação)
	4 (erradas – perímetro)

Quadro 4 - Quantitativo de estratégias classificadas no nível 3 por questão

Fonte: Elaborado pelos autores

Ainda levando em conta os procedimentos de cálculo, é importante observar que em Q5 não houve erros de cálculo. Sobre este fato, inferimos que ele se deve aos números envolvidos na questão. 3 e 5 são números pequenos cujo produto consta nas tabuadas que boa parte dos estudantes brasileiros são levados a memorizar desde cedo. É possível que, nas situações em que os números sejam maiores e não constem nas tabuadas usuais, a quantidade de erros para este tipo de questão aumente consideravelmente.

Para a análise das situações de combinatória, buscamos no artigo de Pessoa e Borba (2009), a categorização apontada por Moro e Soares (2006) no qual as respostas assemelham-se aos níveis hierárquicos de elaboração de raciocínio combinatório, que vão desde respostas alheias aos problemas até soluções combinatórias.

No nível 1, os alunos apresentaram uma adição ou uma subtração utilizando os números do enunciado, sendo essas operações sem relação direta com a situação proposta, o que nos leva a crer que não houve uma compreensão da proposta do problema. Neste nível, observamos que os alunos ainda utilizam o pensamento aditivo, utilizando as informações do enunciado para operar, mesmo que a resposta da operação não esteja correta. Podemos concluir que tais alunos não possuem vivência de relação com situações problemas de combinatória, pois os mesmos simplesmente utilizaram o conceito aditivo para solucionar as questões, nem mesmo se valendo de desenhos para representar a situação proposta. No quadro abaixo, apresentamos a quantidade de estratégias classificadas no nível 1 por questão.

Nível 1	
Questão	Incidência
Q9	1
Q11	5

Quadro 5 - Quantitativo de estratégias classificadas no nível 1 por questão

Fonte: Elaborado pelo autor

No nível 2, observamos que as estratégias utilizadas pelos alunos atendem ao campo multiplicativo, na medida em que os alunos utilizam multiplicações ou divisões para solucionar as questões apresentadas, mesmo que tais soluções não pareçam estar corretas ou coerentes com o que é solicitado no problema apresentado. São os alunos que já passaram para o pensamento multiplicativo, mas ainda apresentam dificuldades em estabelecer relações combinatórias nos problemas apresentados, apenas efetuando os algoritmos conhecidos com os valores apresentados no enunciado das situações apresentadas. Neste nível, observamos que os alunos associaram a quantidade de sanduíches à uma multiplicação, já a formação de casais à uma divisão, o que nos demonstra o quanto pouco é explorado o conceito de combinatória durante a realização de situações problemas envolvendo o campo multiplicativo. No quadro abaixo, apresentamos a quantidade de estratégias classificadas no nível 2.

Nível 2	
Questões	Incidência
Q9	11
Q11	10

Quadro 6 - Quantitativo de estratégias classificadas no nível 2 por questão

Fonte: Elaborado pela autora

No nível 3, os alunos utilizaram o desenho como estratégia de resolução, sem o esgotamento de todas as possibilidades, e a resposta é incorreta, sem relação com o problema. Alguns alunos dão evidências de que, embora a resposta apresentada não seja correta, compreenderam as relações implícitas nos problemas e propuseram estratégias que evidenciam essa compreensão, mesmo apresentando um pensamento aditivo durante a solução apresentada, o que levou o aluno na questão 9 a informar de forma incorreta a resposta do problema, mesmo utilizando o desenho como uma estratégia de solução. Semelhante a este pensamento, observamos nas questões 11 apresentadas, estratégias de desenho, mas com um esgotamento de possibilidades, o que fez com que os alunos não atingissem a resposta adequada, mas com a ideia de que ambos compreenderam o que foi solicitado pelo problema. Podemos observar que, mesmo sem o esgotamento de todas as possibilidades, é importante salientar que desde cedo os alunos podem compreender problemas que envolvam combinatórias e, assim, devem ser estimuladas a resolver esses tipos de problemas desde as séries iniciais. No quadro a seguir, apresentamos o quantitativo de estratégias classificadas no nível 3.

Nível 3	
Questões	Incidência
Q9	12
Q11	5

Quadro 7 - Quantitativo de estratégias classificadas no nível 3 por questão

Fonte: Elaborado pela autora

Para o nível 4, os alunos apresentaram como estratégia para a resolução o desenho, demonstrando que perceberam a lógica dos problemas, mesmo sem esgotar todas as possibilidades, apresentaram a resposta correta. É importante ressaltar que um dos alunos utiliza um produto para chegar a resposta correta, mesmo utilizando-se do desenho e sendo a divisão, a operação mais lógica para se resolver o problema, enquanto que outro aluno utiliza do pensamento aditivo, somando as parcelas iguais, para se chegar a solução, no qual a multiplicação seria a operação mais aceitável para solucionar o problema, mesmo utilizando o desenho como base para se resolver a situação apresentada. Apresentamos, no quadro a seguir, a quantidade de estratégias classificadas no nível 4.

Nível 4	
Questões	Incidência
Q9	5
Q11	2

Quadro 8 - Quantitativo de estratégias classificadas no nível 4 por questão

Fonte: Elaborado pela autora

O nível 5, mostra que os alunos conseguiram perceber a lógica dos problemas, acertando as respostas, sem utilizar o desenho como uma estratégia de resolução, apenas utilizando os algoritmos da divisão e da multiplicação para resolver as situações apresentadas. É interessante observar a estratégia utilizada por um único aluno, na qual o mesmo, para responder à questão 11 que, invariavelmente, utilizaríamos uma multiplicação para solucionar o problema, utilizou uma adição de parcelas iguais, isso pode nos remeter a possibilidade do referido aluno, ainda não ter passado do pensamento aditivo para o pensamento multiplicativo, como também, que o aluno utilizou uma combinação de seis parcelas, o que se referia ao número de rapazes, com o numeral 4, que estaria se referindo a quantidade de moças. Esses alunos não só compreenderam as relações implícitas como corretamente associaram suas resoluções a produtos. No quadro abaixo, apresentamos a quantidade de estratégias classificadas no nível 5 por questão.

Nível 5	
Questões	Incidência
Q9	5
Q11	7

Quadro 9 - Quantitativo de estratégias classificadas no nível 5 por questão

Fonte: elaborado pela autora

Ao finalizarmos a análise, observamos que os alunos desenvolvem compreensões sobre problemas do campo multiplicativo, tanto de raciocínio combinatório, quanto de configuração retangular, desenvolvendo estratégias interessantes que precisam ser melhor aproveitadas pela escola para ajudá-los a avançar no desenvolvimento dos conceitos utilizados. Tais estratégias serão melhor aproveitadas à medida que seus professores tenham conhecimento sobre os diferentes tipos de problemas do eixo produto de medidas, bem como os saberes já possuídos por seus alunos e dos erros que estes cometem.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste artigo foi o de analisar o desempenho de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações do campo conceitual multiplicativo pertencentes à classe configuração retangular e combinatória do eixo produto de medidas e, ainda, discutir e classificar os níveis de raciocínio empregados por eles nestas situações. A análise dos resultados nos permite fazer duas considerações: uma do ponto de vista quantitativo e outra do ponto de vista qualitativo.

No que diz respeito ao ponto de vista quantitativo, destacamos o alto índice de acertos na questão em que o produto é pedido (multiplicação) e o alto índice de erro na questão em que o produto é dado e solicita-se um dos fatores (divisão). Estes dados nos levaram a destacar a importância do professor que ensina matemática no Ensino Fundamental diversificar as situações problema do campo conceitual multiplicativo que propõe aos estudantes numa mesma classe, abordar as várias possibilidades de situar a incógnita e os dados necessários às resoluções das situações.

Com relação à análise qualitativa, a partir das estratégias de ação utilizadas pelos estudantes ao resolverem as duas questões pertencentes à classe configuração retangular e à classe combinatória, identificamos alguns níveis de raciocínio. Em todas as questões, observamos o privilégio das representações numéricas em detrimento das representações pictóricas e inferimos que este fato se deva a um ensino pautado na reprodução de algoritmos. Acreditamos que tal fenômeno pode implicar, por sua vez, na reduzida capacidade dos estudantes de avaliarem as repostas, muitas vezes absurdas, que fornecem para as situações problema.

Desta forma, assim como os autores que mencionamos ao longo deste artigo, propomos a revisão do ensino do campo conceitual multiplicativo. Propomos também que o estudo das classes de situações do campo multiplicativo bem como das produções dos estudantes em situações problema deste campo estejam presentes nas formações inicial e continuada de professores que ensinam matemática.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, C. G. **Vamos jogar?** As contribuições do jogo rouba monte na aprendizagem dos problemas aditivos. 2015. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2015.

BORBA, M.; ARAÚJO, J. **Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática**. In: BORBA, M.; ARAÚJO, J. (Orgs.), Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática 5ª. Ed - Belo Horizonte: Autêntica, 2013, p. 31 - 51.

D'AMBROSIO, U. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Prefácio. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Orgs.), Belo Horizonte: Autêntica, pp. 9-21, 2010. (PESQUISEI NO GOOGLE ACADÊMICO E ESSA REFERENCIA CONTEMPLA A CITAÇÃO)

ESTEVES, I; MAGINA, S. Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos–8ª série do ensino fundamental. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 7, 2001.

GOLDENBERG, E.P. Quatro funções da investigação na aula de matemática. In: ABRANTES, P.; PONTE, J.P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. (org.) **Investigações Matemáticas na aula e no currículo**. 1999, p. 35-49.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas.** 2ªed. – Rio de Janeiro, RJ: E. P. U., 2014.

LUNA, J. M. O. **As concepções e as crenças do professor sobre a multiplicação e a divisão para ensinar crianças de anos iniciais**. 2017. 148f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2017.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais.** São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S; SANTOS, A.; MERLINI, V. A estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. **3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará**, v. 1, p. 1-12, 2012.

MAGINA, S; SANTOS, A; MERLINI, V. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 20, n. 2, 2014.

MIGUEL, M I; MAGINA, S. As estratégias de solução de problemas combinatórios: um estudo exploratório. **Anais do II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Santos**, 2003.

MILAGRE, P. H. **Proporção simples: análises de situações elaboradas por professores em um processo formativo**. 2017. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

NUNES, T; BRYANT, P; COSTA, S. **Crianças fazendo matemática**. 1997.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação matemática**: **números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

OTERO, J et al. (Ed.). **The psychology of science text comprehension**. Routledge, 2014.

PESSOA, C; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série Who dances with whom: the development of elementary school chidren's combinatorial reasoning p. 105-150. **Zetetiké: Revista de Educação Matemática**, v. 17, n. 31, 2009.

SOUZA, E. I. R. **Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental.**107f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**, Ed. 3. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G Multiplicative structures.IEm R. Lesh 8 M. Landau (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983.p.127-174.

VERGNAUD, G Multiplicative structures. In. HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). **Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades.** Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum,1988. p. 141-161.

VERGNAUD, G Multiplicative conceptual field: what and why? In Guershon, H. and Confrey, J. (Eds.) **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.** Albany, N.Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41 – 59.

VERGNAUD, G La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques.** Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. **Journal of Mathematical behavior**. 17 (2), p. 167-181, 1998.

VERGNAUD, G O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba: Editora UFPR. N Especial 1/2011, p. 15-27.

VERGNAUD, G Formulário de processo e do conhecimento predicativo FORM (Formas operativas e predicativas de conhecimento). **Investigações em ensino de Ciências.** Paris, França. V.17 (2), pp. 287-304, 2012.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Revista Análise Psicológica**, Lisboa, [S.l.], v. 1, n. 5, p.75-90, 1986.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, 280 p., cap. 3, 155-191.

SOBRE A ORGANIZADORA

Annaly Schewtschik - Mestre em Educação, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e em Pedagogia, Professora do Ensino Fundamental e do Ensino Superior em Curso de Pedagogia e Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 24 anos. Atualmente trabalha com Consultoria e Assessoria em Educação, Avaliação e Formação de Professores por sua empresa Ensinas e é Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.

Agência Brasileira do ISBN
ISBN 978-85-7247-122-0
9 788572 471220