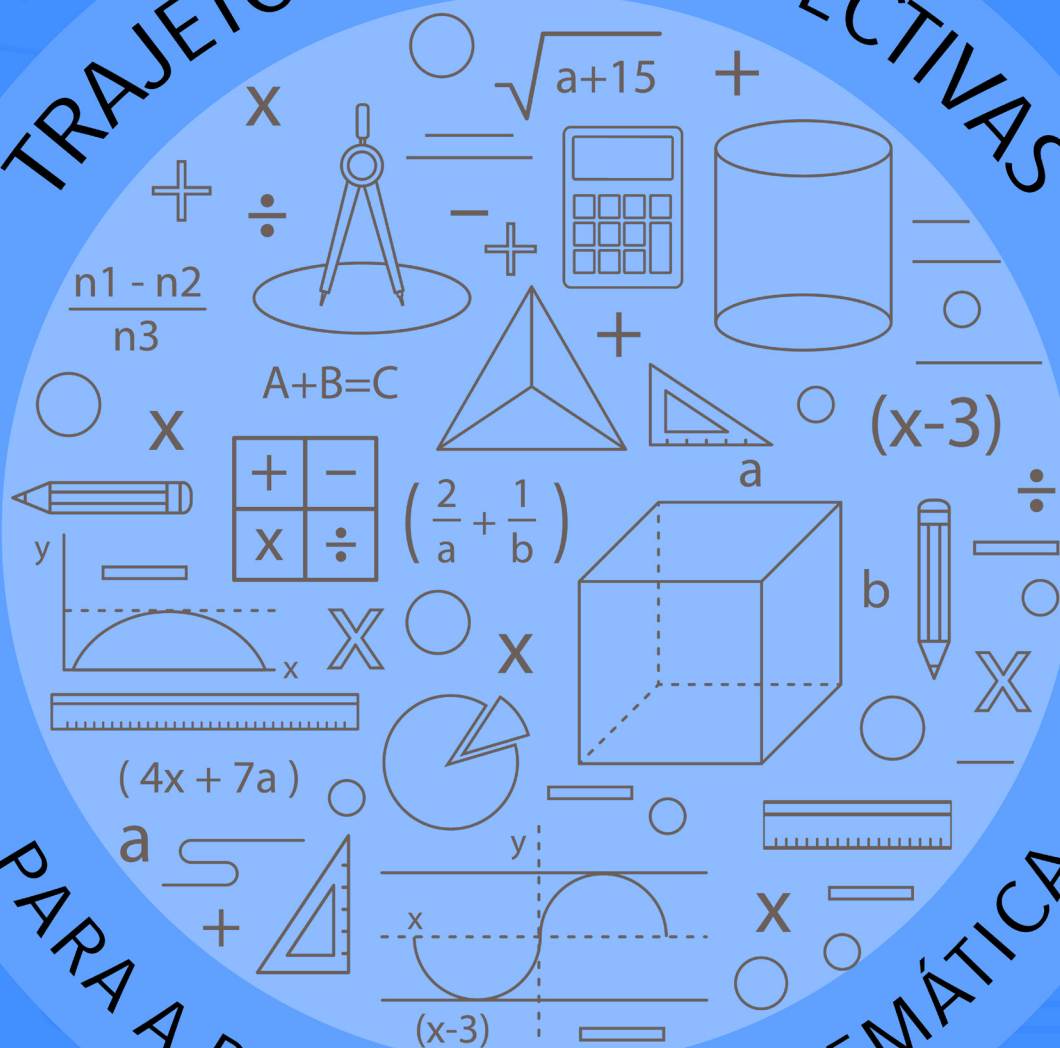


ANIELE DOMINGAS PIMENTEL SILVA  
(Organizadora)

# TRAJETÓRIAS E PERSPECTIVAS



# PARA A PESQUISA EM MATEMÁTICA



**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Luiza Alves Batista

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2023 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2023 Os autores

Copyright da edição © 2023 Atena

Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná

Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Glécilla Colombelli de Souza Nunes – Universidade Estadual de Maringá  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Iara Margolis Ribeiro – Universidade Federal de Pernambuco  
Prof<sup>o</sup> Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Maria José de Holanda Leite – Universidade Federal de Alagoas  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Prof. Dr. Milson dos Santos Barbosa – Universidade Tiradentes  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Prof. Dr. Nilzo Ivo Ladwig – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof<sup>o</sup> Dr Ramiro Picoli Nippes – Universidade Estadual de Maringá  
Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Regina Célia da Silva Barros Allil – Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista

## Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Yaidy Paola Martinez  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizadora:** Aniele Domingas Pimentel Silva

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)</b>	
T768	<p>Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2                      / Organizadora Aniele Domingas Pimentel Silva. –                      Ponta Grossa - PR: Atena, 202</p> <p>Formato: PDF                      Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader                      Modo de acesso: World Wide Web                      Inclui bibliografia                      ISBN 978-65-258-1050-8                      DOI: <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.508231502">https://doi.org/10.22533/at.ed.508231502</a></p> <p>1. Matemática. I. Silva, Aniele Domingas Pimentel                      (Organizadora). II. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDD 510</p>
<b>Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166</b>	

**Atena Editora**  
 Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
 Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

A coleção “Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2” tem como foco criar espaços de discussão científica através dos diversificados trabalhos que a compõem. A coletânea abordará trabalhos, pesquisas com relatos de experiências e a matemática no campo interdisciplinar.







O objetivo principal é divulgar algumas pesquisas desenvolvidas por várias instituições de ensino superior do país, cujo eixo central dos trabalhos estão relacionados a metodologias de ensino, tendências em educação matemática e formação de professores. Nesse sentido, observa-se o avanço de pesquisas no campo da educação matemática, visando buscar maneiras que possam tornar a matemática mais atrativa e significativa aos alunos.

Os diversos temas discutidos nesse volume mostram que o conhecimento acadêmico é fundamental, propõe diálogo e reflexão para todos aqueles que tem interesse em conhecer e/ou melhorar sua prática pedagógica e ter um material disponível que permita o contato com essas pesquisas é extremamente relevante.

Deste modo a obra “Trajetórias e perspectivas para a pesquisa em matemática 2” apresenta resultados de pesquisas que foram satisfatórias e que podem aguçar a curiosidade e inspirar os leitores, por isso a importância de espaços como este de divulgação científica.

Aniele Domingas Pimentel Silva




<b>CAPÍTULO 1 .....</b>	<b>1</b>
AS CONTRIBUIÇÕES DO JOGO BATALHA CARTESIANA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE LOCALIZAÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE PONTOS NO PLANO CARTESIANO	
Phablo da Silva Medrado Mateus de Souza Galvão Lucília Batista Dantas Pereira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315021">https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315021</a>	
<b>CAPÍTULO 2 .....</b>	<b>20</b>
COMPREENDENDO A FUNÇÃO AFIM POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	
Joás Mariano da Silva Júnior Lucília Batista Dantas Pereira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315022">https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315022</a>	
<b>CAPÍTULO 3 .....</b>	<b>37</b>
ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: AS POTENCIALIDADES DE ENSINO COM O GEOGEBRA	
Carlos Alberto Regis	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315023">https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315023</a>	
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>	<b>44</b>
CONTRIBUIÇÕES DOS OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS DE BACHELARD NO ENSINO DE MATEMÁTICA	
Eduardo Sabel Cristiane Aparecida dos Santos	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315024">https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315024</a>	
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>	<b>56</b>
ENSINO DE ÁLGEBRA E A LINGUAGEM MATEMÁTICA: E AGORA, TEM LETRAS NA MATEMÁTICA?	
Heloisa Magalhães Barreto Joyce Jaqueline Caetano	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315025">https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315025</a>	
<b>CAPÍTULO 6 .....</b>	<b>68</b>
IDENTIDADE DE SER PROFESSOR NA PERCEPÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA EM FORMAÇÃO	
Paula Ledoux Tadeu Oliver Gonçalves	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315026">https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315026</a>	
<b>CAPÍTULO 7 .....</b>	<b>87</b>
MATEMÁTICA PARA ENSINAR AS OPERAÇÕES BÁSICAS: INVESTIGANDO	

**O MANUAL PEDAGÓGICO DE IRENE DE ALBUQUERQUE DE 1964**


Karina Zolia Jacomelli-Alves

Eduardo Sabel

Eliandra Moraes Pires


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315027>**CAPÍTULO 8 ..... 98****TEORIA DE CONJUNTOS E BANCO DE DADOS RELACIONAIS: UMA ABORDAGEM A PARTIR DO USO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA ADAPTATIVA**

Edilaine Jesus da Rocha

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315028>**CAPÍTULO 9 ..... 111****DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO COMPUTACIONAL: UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA ESTUDANTES QUE APRESENTAM DISCALCULIA**


Maria Luísa Visinoni Kotrybala

Joyce Jaquelinne Caetano

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.5082315029>**CAPÍTULO 10..... 125****MÉTODOS PARA MAPEAMENTO DE QTL ATRAVÉS DE MARCADORES TIPO SNP: UMA COMPARAÇÃO**

Lara Midena João

Daiane Aparecida Zuanetti

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.50823150210>**SOBRE A ORGANIZADORA ..... 141****ÍNDICE REMISSIVO ..... 142**

# ENSINO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS: AS POTENCIALIDADES DE ENSINO COM O GEOGEBRA

*Data de aceite: 01/02/2023*

**Carlos Alberto Regis**

Universidade Federal do ABC

0000-0001-5536-8361

**RESUMO:** Neste relato, apresentarei uma sequência de atividades aplicada em uma turma de terceiro ano do ensino médio de um colégio particular, em Guarulhos. Para essas atividades, inicialmente foram solicitados alguns valores relacionados à senos e cossenos, alocados em tabelas, e depois colocados em um plano cartesiano para verificar o comportamento das curvas, e fazer a associação com as funções  $f(x)=\cos(x)$  e  $f(x)=\sin(x)$ . Essas atividades serviram como um treino para que fossem introduzidas as funções do tipo  $f(x)=a+b\cdot\sin(cx+d)$  e  $f(x)=a+b\cdot\cos(cx+d)$ , em que cada um dos coeficientes (a, b, c e d) têm uma função no comportamento do gráfico (amplitude, período, etc.), e os alunos puderam observar vários gráficos no aplicativo de geometria dinâmica e fazer associações.

**PALAVRAS-CHAVE:** Trigonometria; tecnologia educacional; ensino de funções.

## THE TEACH OF TRIGONOMETRIC FUNCTIONS: TEACHING POTENTIALITIES WITH GEOGEBRA

**ABSTRACT:** In this report, I shall present a series of applied activities in 3rd year high school class of a private school in Guarulhos. For these activities, we first asked for values linked to sines and cosines, allocated in tables, and then placed in a Cartesian plane to verify the behavior of the curves, and to make the association with the functions  $f(x)=\cos(x)$  and  $f(x)=\sin(x)$ . These activities served as a training for the introduction to functions of type  $f(x)=a+b\cdot\sin(cx+d)$  and  $f(x)=a+b\cdot\cos(cx+d)$ , in which each of the coefficients (a, b, c and d) has a function in the behavior of the graph (amplitude, period, etc.), and the students could observe various graphics in the dynamic geometry application and fact associations.

**KEYWORDS:** Trigonometry; educational technology; teaching of functions.

## INTRODUÇÃO

Os conteúdos relacionados à trigonometria são bastante utilizados em várias áreas da matemática: no estudo dos

triângulos retângulos, nas circunferências, nas funções, entre outras áreas. Neste relato, apresentarei uma sequência de atividades aplicada em uma turma de terceiro ano do ensino médio de um colégio particular, em Guarulhos. Essas atividades têm o objetivo de verificar se os alunos, através do uso de um aplicativo de geometria dinâmica, conseguem perceber as características de cada uma das constantes das funções do tipo  $f(x)=a+b.\text{sen}(cx+d)$  e  $f(x)=a+b.\text{cos}(cx+d)$ . Nas aulas em que o assunto é relacionado à trigonometria, percebo que para conseguir exemplificar e visualizar, é preciso mais do que fórmulas e desenhos.

Imaginar, tocar, manipular são fatores que influenciam no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, dando estrutura para o entendimento de determinados conceitos. E quando o manipular não está ao alcance, a visualização pode conduzir a uma tentativa de dar concretude ao pensamento, construindo uma imagem mental, um significado ao significante. (SANTOS, 2014, p. 21).

Pensando nisso, este trabalho apresenta uma sequência de atividades das funções periódicas seno e cosseno, usando como instrumento o aplicativo Geogebra, em que os alunos puderam observar vários gráficos no aplicativo de geometria dinâmica e fazer associações. São essas observações, percepção de alguns alunos e resultados das atividades que serão abordados neste trabalho.

Sobre a escolha dessa sequência: se deu pela dificuldade de observação dos alunos em relação a conceitos geométricos, principalmente quando se trata das razões trigonométricas, então trabalhando com o aplicativo em outros conteúdos vi que funcionou como um facilitador para que os alunos observassem e percebessem características desses assuntos que não eram vistas antes; sobre as dificuldades encontradas na criação da sequência: estão voltadas à aplicação da atividade, no sentido de conhecimento das funcionalidades do aplicativo, pois sem conhecer o Geogebra, o aplicador da atividade pode ter resultados diferentes do esperado.

## O USO DE TECNOLOGIAS NA MATEMÁTICA

As tecnologias digitais vêm tomando espaço e sendo cada vez mais utilizadas para facilitar o entendimento de alguns conceitos, em várias áreas.

A utilização cada vez maior, das mídias digitais no ambiente acadêmico e corporativo como estratégia, com um público cada vez mais envolvido com a tecnologia, trazem para as instituições várias opções de recursos didáticos para lhes dar a oportunidade de responder às diferenças individuais e às múltiplas facetas da aprendizagem (ALBINO e BITTENCOURT, 2017, p. 209).

Dessa forma, incorporar nas atividades pedagógicas de maneira interativa o uso de aplicativos que possam ter relação com os conteúdos, se torna uma opção para os professores que queiram inovar em seus métodos de ensino. Albino e Bittencourt (2017) dizem que “apesar dos desafios que existem na educação brasileira, existem também

grandes possibilidades para alavancar a educação no século XXI a partir do uso criativo das tecnologias digitais disponíveis, como apoio no ensino-aprendizagem”.

Pensando nisso, tentei reunir na atividade proposta aos alunos (após a explicação e a atividade de sondagem sobre trigonometria) perguntas em que eles pudessem fazer as análises e colocar nas respostas o que percebiam de acordo com cada gráfico dado, baseando-se nas funções  $f(x)=\cos(x)$  e  $f(x)=\sin(x)$ . Utilizamos o aplicativo de geometria dinâmica Geogebra Calculadora Gráfica para celular, que possui um teclado separado por partes que permite, sem muita dificuldade, que os alunos encontrem as informações que precisam ser digitadas para a construção do gráfico, incluindo a sobreposição de gráficos para uma análise mais detalhada do comportamento da curva. Essa característica possibilita comparar a lei de formação com o gráfico, fazendo assim com que o Geogebra seja um potencializador do ensino de funções, inclusive para a análise dos coeficientes de funções do tipo  $f(x)=a+b.\sin(cx+d)$  e  $f(x)=a+b.\cos(cx+d)$ .

**Atividade 1:** Construção dos gráficos das funções seno e cosseno.

Para essa atividade de sondagem, os alunos já tinham, no caderno, construído as tabelas com os valores de  $x$  e de  $y$ , e localizado os pontos em um plano cartesiano, que também estava desenhado no caderno.

**Questão 1:** No aplicativo Geogebra, digite a lei de formação da função  $f(x)=\sin(x)$ , edite e coloque a curva formada na cor azul. Construa também a função  $f(x)=3+\sin(x)$  e edite com a cor amarela. Salve a imagem no final da construção.

**Questão 2:** No aplicativo Geogebra, construa agora a função  $f(x)=\cos(x)$ . Edite e coloque a cor verde e salve no final da construção. Construa também a função  $f(x)-2+\cos(x)$  e edite com a cor laranja.

**Questão 3:** Construa no Geogebra sobre o gráfico da função seno o gráfico da função  $f(x)=3.\sin(x)$ , e sobre o gráfico da função cosseno o gráfico da função  $f(x)=2.\cos(x)$ , separadamente. Salve ao final da construção.

**Questão 4:** Construa sobre o gráfico da função seno o gráfico da função  $f(x)=\sin(2x)$ , em cor rosa, e sobre o gráfico da função cosseno o gráfico da função  $f(x)=\cos(\frac{x}{2})$ , em cor vermelha.

**Questão 5:** Construa sobre o gráfico da função seno o gráfico da função  $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})$ , com a cor marrom, e sobre esta mesma função, construa outro gráfico da função  $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{4})$ , e edite com a cor roxa.

Na questão 1, era esperado que os alunos conseguissem representar essas funções, e verificassem a similaridade da função com a que foi feita no caderno e possibilidade de movimentação no aplicativo.

Na questão 2, os alunos construíram a função solicitada sobre a que já fizeram, e esperava-se que já estivessem atentos para os detalhes de cada construção. Para essas duas questões, era esperado que os estudantes já começassem a perceber o que o -2 e o 3 alteram no comportamento do gráfico. Mais adiante, teremos perguntas para que digam

o que perceberam em relação a esses números, que representam o coeficiente **a** na forma geral da função.

Para as duas funções construídas na questão 3, o aluno teve a oportunidade de reconhecer as mudanças que os coeficientes 3 e 2 têm sobre a curva que construíram, e qual é a função do coeficiente **b**.

Para a questão 4, o esperado era que verificassem que acontece uma dilatação ou contração horizontal na curva quando altera o coeficiente que acompanha o  $x$  (que nas questões é o 4 e o  $\frac{1}{2}$ ), que é o coeficiente **c** na forma geral, e que essa dilatação/contração está relacionada com o período.

Na questão 5, era esperado que os alunos percebessem que existe uma mudança horizontal de acordo com o valor somado ou subtraído ao  $x$ , fazendo o gráfico transladar para a direita ou para esquerda, e que o coeficiente **d** é o responsável por essa função.

#### **Atividade 2:** Analisando e comparando as funções

Nesta atividade, as questões tinham como objetivo sondar a percepção dos alunos referente a cada uma das questões efetuadas na primeira atividade. Os alunos responderam questões sobre a alteração do comportamento da curva de acordo com a mudança de cada coeficiente.

Os alunos, dentro de uma lista de 10 funções, escolheram 6 e construíram os gráficos no aplicativo Geogebra. Depois de construir esses gráficos, com as cores especificadas, responderam a algumas questões em um formulário online.

**Questão 1:** Selecione aqui as funções escolhidas por você.

**Questão 2:** Dos gráficos que você selecionou, qual tem a maior dilatação vertical?

**Questão 3:** Qual o coeficiente responsável por essa dilatação/contração? O que você pôde perceber sobre essa constante até o momento?

**Questão 4:** Dos gráficos que você selecionou, qual tem a maior contração horizontal?

**Questão 5:** Qual o coeficiente responsável por essa dilatação/contração? O que você pôde perceber sobre essa constante até o momento?

**Questão 6:** Escreva o período de cada uma das funções que você selecionou.

**Questão 7:** Escolha 3 dos 6 gráficos que construiu e indique o conjunto imagem.

Na primeira questão, há caixas de seleção múltipla para que os alunos selecionem as funções escolhidas por eles.

Logo em seguida, esperava-se que os alunos pudessem responder baseando-se no gráfico construído ou pela lei de formação, no momento em que eles foram construindo as funções escolhidas. E com os conhecimentos adquiridos até o momento, pudessem responder sobre as constantes responsáveis pelas alterações gráficas.

## **ANÁLISE DAS RESPOSTAS**

Para a análise, selecionei os gráficos e as respostas de dois alunos, referentes à

atividade 2. As respostas dos demais alunos não foram muito diferentes, mas a escolha se deu pela explicação desses alunos e pela forma de perceber como esses coeficientes se relacionam com os gráficos selecionados. As respostas dos alunos foram enviadas no formulário, abaixo colocarei a indicação das questões e a resposta dos dois alunos, indicando-os como aluno 1 e aluno 2. Para a questão 1, os alunos selecionaram as seguintes funções, como mostram as tabelas abaixo:

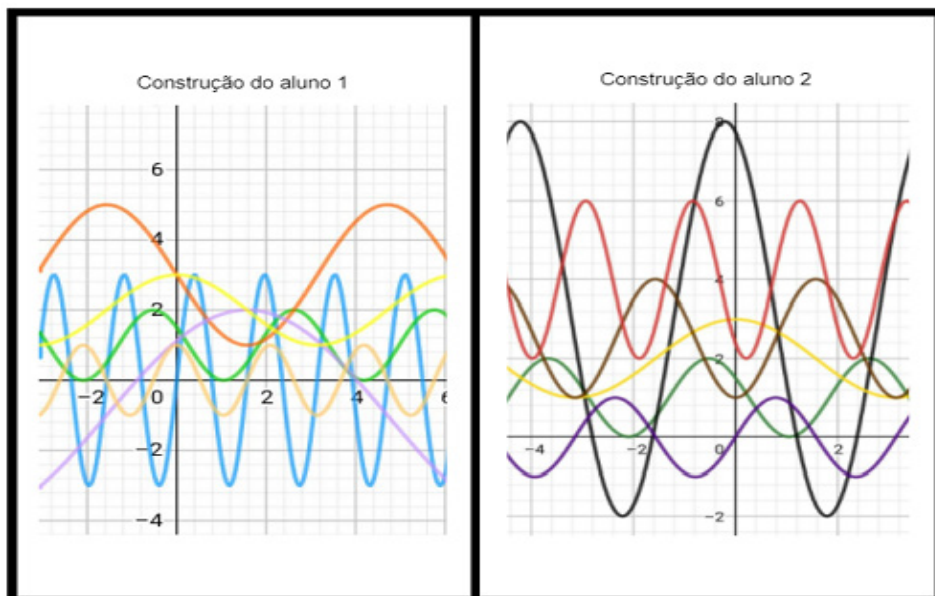


Figura 1: Gráficos construídos pelos alunos no Geogebra

Fonte: do autor

Funções aluno 1	Funções aluno 2
<span style="color: blue;">●</span> $f: y = 3\text{sen}(4x)$	<span style="color: green;">●</span> $f: y = 1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
<span style="color: green;">●</span> $g: y = 1 + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$	<span style="color: grey;">●</span> $g: y = 3 + 5\cos\left(\frac{\pi x}{2} + \frac{1}{3}\right)$
<span style="color: orange;">●</span> $h: y = 3 - 2\text{sen}(x)$	<span style="color: yellow;">●</span> $h: y = 2 + \cos(x)$
<span style="color: purple;">●</span> $p: y = -1 + 3\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$	<span style="color: brown;">●</span> $p: y = 1 + 3\text{sen}^2(x)$
<span style="color: orange;">●</span> $q: y = \text{sen}\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$	<span style="color: purple;">●</span> $q: y = \text{sen}(2x)$
<span style="color: yellow;">●</span> $r: y = 2 + \cos(x)$	<span style="color: red;">●</span> $r: y = 4 - 2\text{sen}(0.7\pi - 3x)$

Figura 2: Funções norteadoras dos alunos 1 e 2

Fonte: do autor

Já para a questão 2, o aluno 1 respondeu que as funções com maior dilatação vertical eram as funções 1 e 8, azul e rosa respectivamente. Já o aluno 2 respondeu que a função escolhida por ele com maior dilatação vertical era a função 4, de cor preta. Na questão 3, o aluno 1 respondeu que o motivo dessa dilatação era a constante **b**, e a explicação foi que “quanto maior a constante, maior a dilatação”. Já o aluno 2 respondeu que a constante responsável também era **b**, porém o motivo foi que “quando o coeficiente aumenta, a imagem também aumenta”.

Na questão 4, o aluno 1 respondeu que a função escolhida por ele com maior contração horizontal era a função 1, de cor azul. Já o aluno 2 respondeu que a função com maior contração era a função 3, de cor vermelha. O motivo foi questionado na questão 5, e o aluno 1 respondeu que a constante responsável por essa alteração é **c**, e que depende do valor do **c** quando comparado com a função  $f(x)=\text{sen}(x)$ . Se **c** for maior que 1, o gráfico contrai horizontalmente, se **c** for menor que 1, o gráfico dilata horizontalmente. Aqui percebemos um erro conceitual que envolve o módulo de **c**. O aluno não informa que existe a relação com o  $|c| > 1$  ou  $|c| < 1$  na observação dessa dilatação ou contração. Já o aluno 2 respondeu que quando aumenta o valor do coeficiente, aumenta a contração. Por essa resposta, podemos perceber que o aluno se restringiu a responder apenas o motivo da contração relacionado ao aumento do valor da constante, sem fazer qualquer relação com o módulo de **c** ou com a dilatação da curva.

Já na questão 6, os alunos escreveram os períodos de cada função utilizando a fórmula para cálculo do período, que é  $\frac{2\pi}{|a|}$  e é neste momento que percebem o papel do módulo no período dos gráficos construídos.

Finalizando, os alunos fizeram as análises das imagens de 3 funções de sua escolha na questão 7, e responderam que a imagem das funções têm associação com a constante **b** e com a variação de **a**, para  $a \neq 0$ . Para concatenar as ideias e conhecimentos apresentados para os alunos, finalizei a aula com uma visualização macro da função que cada constante possui na lei de formação das funções apresentadas<sup>1</sup>.

## CONCLUSÕES

Esta sequência de atividades foi aplicada para verificar como os alunos conseguiriam fazer a visualização dos gráficos das funções periódicas seno e cosseno, além de observar o comportamento dessas curvas quando há a alteração das constantes, quando olhamos para a forma geral. Os resultados foram parecidos, e foi possível verificar que na forma gráfica, os alunos conseguem compreender a função de alguns coeficientes, dependendo dos valores (maiores, menores, zero), além de informar qual das constantes é responsável pelas dilatações e contrações, sejam elas verticais ou horizontais, e que estas se relacionam com o período e com o conjunto imagem, porém a dificuldade de se expressar

---

<sup>1</sup> Esse gráfico pode ser verificado no endereço <https://www.geogebra.org/m/z9gJwjss>. O site possui acesso gratuito.



em linguagem matemática ou simplesmente de explicar a função de algum coeficiente ainda existe. Apesar disso, o objetivo foi concluído.

Por fim, pôde-se concluir que o uso do aplicativo Geogebra contribuiu para que os alunos pudessem ter autonomia para construir e tirar conclusões a partir dessas construções e observações e que, nesse sentido, pode ser mais uma maneira de utilizar as tecnologias como instrumento para otimizar a prática docente e, conseqüentemente, a aprendizagem dos alunos.

## REFERÊNCIAS

BITTENCOURT, P. A. S; ALBINO, J. P. **O uso das tecnologias digitais na educação do século XXI**. Revista Ibero - Americana de Estudos em Educação, Araraquara, v.12, n.1, p. 205 - 214, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.21723/riaae.v12.n1.9433>>.

SANTOS, A. H. **Um Estudo Epistemológico da Visualização Matemática: o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização**. 98f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

**A**

Álgebra 53, 56, 57, 58, 60, 61, 65, 67, 98, 99, 101, 103, 105, 109

**B**

Banco de dados relacionais 98, 99, 100, 101, 103, 109

**C**

Conta de energia elétrica 20, 22, 24, 27, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 36

**D**

Desenvolvimento cognitivo 3, 4, 12, 38

Discalculia 111, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124

**E**

Educação Matemática 1, 2, 18, 19, 20, 21, 23, 36, 43, 45, 52, 66, 67, 68, 88, 90, 92, 110, 116, 117, 123, 141

Ensino/aprendizagem 1, 17

Ensino de funções 37, 39

Ensino de Matemática 44, 46, 47, 50, 54, 57, 66, 87, 90, 121

Erros 5, 6, 9, 10, 12, 16, 17, 18, 46, 68, 69, 74, 75, 81, 82, 83, 95, 113, 117, 130, 131

Experiência 3, 48, 49, 50, 53, 54, 56, 61, 69, 71, 77, 79, 80, 84, 85, 90, 98, 107, 141

**F**

Ferramenta de ensino 13, 14, 16

Formação 2, 23, 24, 26, 39, 40, 42, 47, 51, 55, 68, 69, 70, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 81, 83, 84, 85, 86, 88, 90, 91, 116, 141

Função afim 20, 22, 24, 27, 28, 30, 31, 33, 34, 35, 36

**G**

Geometria dinâmica 37, 38, 39

**I**

Identidade 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86

**J**

Jogo Batalha Cartesiana 1, 8, 9, 10, 17

Jogos matemáticos 1, 2, 3, 13, 114, 123

**L**

LASSO 125, 126, 127, 128, 129, 130, 136, 138, 139, 140

Linguagem matemática 43, 56, 57, 58, 59, 60, 65, 66, 113

**M**

Manual pedagógico 87, 89, 91, 92, 96

Matemática 1, 2, 3, 4, 7, 13, 14, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 30, 31, 33, 35, 36, 37, 38, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 81, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97, 99, 108, 109, 110, 111, 113, 114, 116, 117, 120, 121, 122, 123, 124, 141

Matemática a ensinar 87, 91, 94, 96

Matemática para ensinar 87, 88, 89, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97

Material dourado 56, 61, 62, 63, 65, 66, 67

Metodologia de ensino 20, 26, 27

Modelagem Matemática 2, 20, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 30, 33, 35, 36, 141

**O**

Obstáculos epistemológicos 44, 45, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55

Operações básicas 87, 88, 89, 90, 91, 92, 96, 97, 113

**P**

Pensamento computacional 26, 111, 112, 113, 115, 116, 118, 119, 122, 123, 124

Plano cartesiano 1, 2, 3, 7, 8, 10, 12, 15, 17, 18, 31, 35, 37, 39

Prática 25, 33, 43, 49, 55, 58, 61, 65, 69, 70, 78, 79, 80, 83, 84, 85, 91, 93, 95, 100, 110, 118, 123

Produtos notáveis 56, 58, 61, 62, 63, 65, 66

**R**

Rupturas do conhecimento 44, 46

**S**

Seleção de variáveis 132, 134

Sequência de atividades 36, 37, 38, 42

Sequência didática adaptativa 98, 99

SPLS 125, 126, 127, 130, 131, 136, 137, 138, 139

**T**

Técnico em informática 98, 109

Tecnologia educacional 37

Tendências em educação Matemática 18, 36

Teoria dos conjuntos 98, 99, 102, 103, 105, 109

Teste de significância 127

Trigonometria 37, 38, 39

**V**

Variantes raras 126, 134



