

# Matemática: Ciência e Aplicações 3

Annaly Schewtschik  
(Organizadora)

Annaly Schewtschik  
(Organizadora)

# **Matemática: Ciência e Aplicações**

## **3**

Atena Editora  
Ponta Grossa - 2019

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves

Revisão: Os autores

#### Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática: ciência e aplicações 3 [recurso eletrônico] /  
Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa (PR): Atena  
Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 3)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia.

ISBN 978-85-7247-123-7

DOI 10.22533/at.ed.237191402

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática  
– Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly. II. Série.

CDD 510.7

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de  
responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos  
autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

A obra “Matemática: ciências e aplicações” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora publicado em três volumes. O Volume III em seus 27 capítulos apresenta resultados de pesquisas que trataram dos diferentes recursos que podem ser utilizados para o ensino e a aprendizagem da matemática, assim como na formação de professores.

Os trabalhos evidenciam inferências sobre as experiências de uso de recursos manipuláveis, didáticos, paradidáticos e tecnológicos incluindo softwares, na Educação Básica e no Ensino Superior. Veremos entre os recursos didáticos: mapas conceituais e o uso de livros didáticos; os paradidáticos: o uso de Edições Especiais de Paradidáticos de Matemática, Anuais e Manuais promovidas por diferentes entidades, inclusive religiosas; o tecnológico: criptografias, softwares educativos de geometria, programação computacional, aplicativos e redes sociais; e, os manipuláveis: uso de diferentes jogos e dobraduras na aprendizagem da matemática.

A Matemática como Ciência é pensada nos trabalhos que enfocam os objetos matemáticos no contexto de aprendizagem, e como aplicações do conhecimento matemático ligados ao uso de diversos recursos, principalmente no que diz respeito aos recursos tecnológicos.

A Educação Matemática é revelada nas análises referente as práticas de sala de aula – contanto com discussões inclusivas, enfatizando o uso de recursos para o ensino e a aprendizagem, tanto na Educação Básica como na Educação Superior.

Este volume é direcionado para todos os educadores que acreditam que a matemática poder ser ensinada a partir de diversos recursos, contribuindo para uma aprendizagem bem mais prazerosa.

Annaly Schewtschik

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NAS EDIÇÕES DA SEGUNDA ARITMÉTICA DA SÉRIE CONCÓRDIA	
<i>Malcus Cassiano Kuhn</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2371914021</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>19</b>
UMA ANÁLISE SOBRE A HISTÓRIA DO CONCEITO DE FUNÇÃO A PARTIR DAS PERSPECTIVAS DE YOUSCHKEVITCH E EULER	
<i>Luciana Vieira Andrade</i>	
<i>Giselle Costa de Sousa</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2371914022</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>31</b>
UMA ANÁLISE DA HISTÓRIA DA ESTATÍSTICA E DOS NÚMEROS COMPLEXOS ABORDADA NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO	
<i>Francisco Aureliano Vidal</i>	
<i>Geraldo Herbetet de Lacerda</i>	
<i>Baldoino Sonildo da Nóbrega</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2371914023</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>41</b>
O DIABO DOS NÚMEROS: UMA ANÁLISE DAS POSSIBILIDADES DE ENSINAR MATEMÁTICA POR MEIO DE UM PARADIDÁTICO	
<i>Antomar Araújo Ferreira</i>	
<i>Reines Rosa Filho</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2371914024</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>51</b>
UM RESGATE AOS CONCEITOS MATEMÁTICOS ATRAVÉS DOS PARADIDÁTICOS E MAPAS CONCEITUAIS	
<i>Francisco do Nascimento Lima</i>	
<i>Cristiane Carvalho Bezerra de Lima</i>	
<i>Juan Carlo da Cruz Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2371914025</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>63</b>
A UTILIZAÇÃO DE GAMES DIGITAIS NAS AULAS DE MATEMÁTICA	
<i>Jociléa de Souza Tatagiba</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2371914027</b>	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>71</b>
CRIOGRAFIA E SUAS POTENCIALIDADES NA EXPLORAÇÃO DAS IDEIAS ASSOCIADAS À FUNÇÃO AFIM	
<i>Beatriz Fernanda Litoldo</i>	
<i>Arlete de Jesus Brito</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2371914028</b>	

**CAPÍTULO 8 ..... 89**

PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA E PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES: LINGUAGENS DE PROGRAMAÇÃO NO CURRÍCULO CONTEMPORÂNEO

*Olenêva Sanches Sousa*  
*Pedro Sousa Lacerda*

**DOI 10.22533/at.ed.2371914029**

**CAPÍTULO 9 ..... 101**

APRENDIZAGEM MATEMÁTICA COM A APP MILAGE APRENDER+ NOS DISPOSITIVOS MÓVEIS

*Mauro Jorge Guerreiro Figueiredo*  
*José Inácio de Jesus Rodrigues*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140210**

**CAPÍTULO 10 ..... 112**

APRENDIZAGEM MÓVEL: UMA POSSIBILIDADE NO ENSINO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

*Rafael dos Reis Paulo*  
*André Luis Andrejew Ferreira*  
*Marleide Coan Cardoso*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140211**

**CAPÍTULO 11 ..... 123**

INTERAÇÕES VIA FACEBOOK: POTENCIALIZANDO O ENSINO DOS NÚMEROS RACIONAIS

*Carla Denize Ott Felcher*  
*Ana Cristina Medina Pinto*  
*André Luis Andrejew Ferreira*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140212**

**CAPÍTULO 12 ..... 135**

REDE DE CONVERSÇÃO EM UMA CULTURA DIGITAL: UM MODO DE PENSAR, AGIR E COMPREENDER O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO SUPERIOR

*Daniel da Silva Silveira*  
*Tanise Paula Novello*  
*Débora Pereira Laurino*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140213**

**CAPÍTULO 13 ..... 145**

FORMAÇÃO DE PROFESSOR: IMPLICAÇÕES DO SOFTWARE EDUCATIVO GEOGEBRA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA PLANA

*Joseane Gabriela Almeida Mezerhane Correia*  
*Itamar Miranda Silva*  
*Salete Maria Chalub Bandeira*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140214**

**CAPÍTULO 14 ..... 157**

LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO SOBRE PESQUISAS COM JOGOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA ENTRE OS ANOS DE 2006 A 2016

*Marcelo dos Santos Gomes*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140215**

**CAPÍTULO 15 ..... 166**

O JOGO E SUAS POTENCIALIDADES LÚDICA E PEDAGÓGICA: ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

*Américo Junior Nunes da Silva*

*Sivonete da Silva Souza*

*Ivanete dos Santos de Souza*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140216**

**CAPÍTULO 16 ..... 186**

OS JOGOS DIGITAIS ONLINE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: APONTAMENTOS DA NEUROCIÊNCIA COGNITIVA

*Síndia Liliâne Demartini da Silva*

*Nilce Fátima Scheffer*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140217**

**CAPÍTULO 17 ..... 195**

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO A PARTIR DE JOGOS NO 3º ANO DOS ANOS INICIAIS

*Luciana Michele Martins Alves*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140218**

**CAPÍTULO 18 ..... 204**

REPRESENTAÇÕES NUMÉRICAS E CONTAGEM POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Michelle Francisco de Azevedo Bonfim de Freitas*

*Renata Cristina Geromel Meneghetti*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140219**

**CAPÍTULO 19 ..... 218**

SOFTWARE EDUCATIVO COMO AUXÍLIO NA CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS COM ALUNOS SURDOS

*Cléa Furtado da Silveira*

*Denise Nascimento Silveira*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140220**

**CAPÍTULO 20 ..... 228**

MATERIAIS DIDÁTICOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ESTUDANTES COM DEFICIÊNCIA VISUAL

*Ana Paula Poffo Koepsel*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140221**

**CAPÍTULO 21 ..... 240**

A GEOMETRIA COM ORIGAMI – DOS AXIOMAS AOS POLIEDROS PLATÔNICOS

*Anita Lima Pimenta*

*Eliane Scheid Gazire*

**DOI 10.22533/at.ed.23719140222**

**CAPÍTULO 22 ..... 247**

O ESTUDO DE GRANDEZAS E UNIDADES DE MEDIDAS NO LIVRO DIDÁTICO ARITHMETICA ELEMENTAR ILLUSTRADA (1879-1960)

*Relicler Pardim Gouveia*

DOI 10.22533/at.ed.23719140223

**CAPÍTULO 23 ..... 258**

O USO DO APLICATIVO QR CODE NO ENSINO DA MATEMÁTICA: REFLEXÕES SOBRE O PAPEL DO PROFESSOR

*Ana Cristina Medina Pinto*

*Carla Denize Ott Felcher*

*André Luis Andrejew Ferreira*

DOI 10.22533/at.ed.23719140224

**CAPÍTULO 24 ..... 268**

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA CRÍTICA: UM ESTUDO DAS PRÁTICAS DISCENTES EM UM CURSO DE TECNOLOGIA

*Andréa Pavan Perin*

*Maria Lúcia Lorenzetti Widewotzki*

DOI 10.22533/at.ed.23719140225

**CAPÍTULO 25 ..... 286**

MANUAIS ESCOLARES NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: O CASO DO TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

*Iza Helena Travassos Ferraz de Araújo*

*José Maria Soares Rodrigues*

DOI 10.22533/at.ed.23719140226

**CAPÍTULO 26 ..... 296**

A INTERPRETAÇÃO NARRATIVA NA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

*Maurílio Antonio Valentim*

DOI 10.22533/at.ed.23719140227

**SOBRE A ORGANIZADORA..... 305**



## APRENDIZAGEM MÓVEL: UMA POSSIBILIDADE NO ENSINO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

**Rafael dos Reis Paulo**

Universidade Federal de Pelotas, Pelotas – RS

**André Luis Andrejew Ferreira**

Universidade Federal de Pelotas, Pelotas – RS

**Marleide Coan Cardoso**

Instituto Federal de Santa Catarina, Criciúma – SC

**RESUMO:** Este trabalho expõe os rumos de uma pesquisa que visa implementar um estudo didático da aprendizagem móvel (*mobile learning*) com o aplicativo GeoGebra no contexto dos números complexos. Para entender o cenário contemporâneo da abordagem deste tema nos currículos foi investigado junto a um grupo de onze professores licenciados os desafios que permeiam o ensino dos números complexos. A metodologia utilizada se encontra nos pressupostos da Engenharia Didática seguindo suas quatro fases de execução: análises preliminares, análise *a priori*, experimentação e análise *a posteriori*. O percurso teórico adotado para discutir o objeto desta pesquisa fundamenta-se nos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003) e (2009) e, para corroborar com experiências na utilização de dispositivos móveis os trabalhos de Batista (2011) e Bairral et al. (2015). As considerações sobre as atividades aplicadas

até o momento, revelam indícios de que os ambientes de geometria dinâmica aliado a apropriação da matemática segundo a teoria de Duval, tem se mostrado como uma alternativa para superar o entrave do processo de ensino e, revelou também, a possibilidade de integrar aprendizagem móvel como forma de elucidar as abstrações e representações que cercam o ensino dos conteúdos matemáticos na escola.

**PALAVRAS-CHAVE:** Aprendizagem móvel; Números complexos; Geogebra; Engenharia didática.

**ABSTRACT:** This paper exposes the course of a research that aims to implement a didactic study of mobile learning with the GeoGebra application in the context of complex numbers. To understand the contemporary scenario of approaching this theme in the curricula was investigated together with a group of eleven licensed teachers the challenges that permeate the teaching of complex numbers. The methodology used is found in the assumptions of Didactic Engineering following its four phases of execution: preliminary analysis, a priori analysis, experimentation and a posteriori analysis. The theoretical course adopted to discuss the object of this research is based on the Duval (2003) and (2009) Semiotic Representation Registers and, to corroborate with experiments on the use

of mobile devices, works by Batista (2011) and Bairral et al. (2015). The considerations on the activities applied so far, reveal evidence that the environments of dynamic geometry allied to the appropriation of mathematics according to Duval's theory, has been shown as an alternative to overcome the obstacle of the teaching process and, also revealed, the possibility of integrating mobile learning as a way of elucidating the abstractions and representations that surround the teaching of mathematical contents in school.

**KEYWORDS:** Mobile learning; Complex numbers; Geogebra; Didactic engineering.

## 1 | APRENDIZAGEM MÓVEL (*MOBILE LEARNING*)

Nos últimos 20 anos, as pesquisas relacionadas as Tecnologias da Informação e Comunicação – TIC mostram a importância e o impacto que as mídias afetam a sociedade, pois como pontua Borba e Penteado (2016, p.47) “a história da humanidade está sempre impregnada de mídias” bem como, a própria construção e divulgação do conhecimento está ligado a elas. No entanto, a mutação que as TIC estão sofrendo no decorrer dos anos, possibilitam a criação de inúmeros ramos de pesquisa que em consonância com a nova sociedade, chamada de Sociedade da Informação, convergem para um novo tipo de aprendizagem, como por exemplo, a aprendizagem móvel.

E, dentro do contexto das Tecnologias Digitais (TD) em que os estudantes estão interconectados o tempo todo, acaba sendo em parte um desafio para os professores que não são ou não foram preparados para trabalhar com essa realidade, mas acaba também mostrando um novo paradigma educacional sobre as práticas pedagógicas para o ensino, vislumbrando assim outras possibilidades no que diz respeito à aprendizagem.

A aprendizagem móvel, também conhecida por *mobile learning* ou *m-learning* “envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação (TIC), a fim de permitir a aprendizagem a qualquer hora e em qualquer lugar” (UNESCO, 2014, p.8) essas tecnologias móveis carregam um conjunto de características que se lançam à frente de outras tecnologias digitais, as quais destacam-se:

- Mobilidade: podem ser transportados para qualquer lugar e utilizados a qualquer hora;
- Interatividade: navegam e interagem com outras Tecnologias Digitais;
- Facilidade: menus intuitivos e maioria com recurso *touchscreen*.

A mão de todas essas funcionalidades citadas, as tecnologias móveis especificamente os celulares inteligentes (*smartphones*) podem se integrar à sala de aula de modo mais eficaz e cômodo que os computadores de mesa (*desktop*), que

precisam de mais equipamentos e espaços específicos para utilização.

Atualmente, as produções científicas que visam implementar e estudar a aprendizagem móvel direcionam basicamente para duas vertentes. A primeira contempla a utilização de aplicativos (jogos, *quiz*, simuladores, entre outros) diretamente em sala de aula ou em cursos de formação docente, em outras palavras, procuram testar os dispositivos móveis (*smartphone*, *tablete*, etc) como recursos didáticos nas aulas, cita-se por exemplo os trabalhos de Freitas e Carvalho (2017) e Oliveira (2017), que fazem estudos de caso e pesquisas experimentais com aplicativos utilizando dispositivos móveis em sala.

A segunda vertente de pesquisa aborda aspectos conceituais das tecnologias móveis, como: as inferências que esses recursos causam na apropriação dos saberes; as competências necessárias para potencializar o uso em sala de aula; o design da tecnologia, entre outros. Destacam-se nessa direção os seguintes estudos: Batista (2011) que investigou a aprendizagem móvel por intermédio da Teoria da Atividade que teve por objetivo orientar práticas educativas que envolvem o uso de dispositivos móveis para o ensino e; Bairral et al. (2015) que também pesquisa os dispositivos móveis, especificamente os dispositivos com manipulação *touchscreen* com viés para o ensino de matemática, particularmente no ensino de geometria.

A partir desse embasamento teórico, pretende-se utilizar a TD no ensino dos números complexos com vistas a emergente aprendizagem móvel (*mobile learning*). Desse modo, deseja-se realizar um estudo didático da aprendizagem móvel com o aplicativo GeoGebra no contexto dos números complexos.

Para reconhecer o cenário em que a pesquisa se desenvolveu é necessário, ainda que breve, esmiuçar os paradigmas enfrentados para o ensino dos números complexos juntamente com a teoria que sustenta a articulação com as atividades desenvolvidas. Assim, nas próximas seções abordar-se-ia as discussões sobre o ensino dos números complexos, a teoria dos Registros de Representação Semiótica, a metodologia de pesquisa e, análise e discussão de uma atividade implementada utilizando o aplicativo do GeoGebra em celulares inteligentes.

## 2 | CONCEPÇÕES E DESAFIOS PARA O ENSINO DOS NÚMEROS COMPLEXOS

Para investigar a importância que os professores concebem o conteúdo dos números complexos, relata-se a seguir um levantamento realizado em 2015 com 11 professores licenciados que atuam em instituições que ofertam ensino médio, o instrumento de coleta contém perguntas fechadas conforme Tabela 1, e busca saber a necessidade de se abordar o conteúdo dos números complexos. Vale ressaltar que havia possibilidade de marcar mais de uma opção por pergunta.

Questionamento	Respostas dos professores	Número de professores	%
1. Como você classifica a importância do estudo dos números complexos?	Aplicação em outras áreas do conhecimento	7	43,75
	Resolução de equações polinomiais	3	18,75
	Compreensão dos conjuntos numéricos	3	18,75
	Auxilia no ensino de Física	3	18,75
2. Como você inicia as aulas sobre Números Complexos?	Abordando alguns fatos históricos	4	30,77
	Resolvendo equações de 2º grau	5	38,46
	Definindo o número "i"	1	7,69
	Retomando os conjuntos numéricos	3	23,08
	Resolvendo problemas voltados à Física	0	0
3. Qual tópico do conteúdo de Números Complexos você tem dificuldades de ensinar?	Unidade imaginária	2	18,18
	Conjugado de um Número Complexo	0	0
	Operações com Números Complexos	1	9,10
	Representação no plano Argand-Gauss	0	0
	Forma polar ou trigonométrica	4	36,36
	As leis de Moivre	4	36,36
4. Na operacionalização de suas aulas você utiliza algum material de apoio?	Livro didático	6	30
	Parâmetros Curriculares Nacionais	2	10
	Tecnologias da Informação e Comunicação	6	30
	Apostilas e materiais próprios	6	30

Tabela 1 – Questionário aplicado aos professores sobre o ensino dos números complexos

Fonte: Autores, 2015.

Foram também realizadas perguntas abertas aos mesmos professores a fim de diagnosticar quais os interesses frente à permanência ou não do conteúdo nos currículos escolares. Nas perguntas abertas foi solicitado que argumentassem, de modo geral, sobre a importância dos números complexos no currículo escolar, bem como, em outras áreas do conhecimento. Destaca-se algumas respostas que apareceram com maior frequência, as quais foram:

Os números complexos atualmente estão sendo eliminados do currículo do ensino médio, principalmente pela forma que vem sendo abordado em sala de aula, de forma descontextualizada. (Professor 3)

Analisando as aplicações dos números complexos, vemos que esses números servem realmente para o uso em engenharias, física, topografia, entre outras áreas que não se aplicam ao ensino médio. Evidente que utilizamos na resolução de polinômios, mais não vejo isso como uma aplicação do conteúdo. (Professor 1)

Os números complexos tornaram um instrumento capaz de dar conta do desenvolvimento de novas tecnologias voltadas para os efeitos visuais (rotações de coordenadas), e para o pleno desenvolvimento da engenharia elétrica (estudo de correntes alternadas). (Professor 1 e Professor 4)

Com essas respostas pode-se verificar que os professores reconhecem a importância desse conteúdo para o próprio avanço da matemática como ciência (porém não como objeto de ensino), mas que pelo fato das aplicações não serem diretas, o ensino dos números complexos acaba sendo flexibilizado em nível curricular e, no que

diz respeito a sua abordagem em sala de aula a mesma se restringe na resolução de equações de segundo grau, ou na ampliação dos conjuntos numéricos.

No tocante aos documentos oficiais, a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são os documentos oficiais que norteiam a educação brasileira e orientam a elaboração dos currículos elencando competências necessárias para formação integral dos estudantes.

Em 2002, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) publicou as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), este documento abrange todas as disciplinas que compõe o ensino médio divididas em três áreas, são elas: Ciências da Natureza e Matemática, Ciências Humanas, Linguagens e Códigos.

Nesse documento o ensino de Matemática é dividido em três eixos: álgebra – números e funções; geometria e medidas e; análise de dados. Especificamente no eixo da álgebra – números e funções é possível encontrar orientações para o ensino dos números complexos, porém “os objetos de estudo são os campos numéricos dos números reais e, eventualmente, os números complexos e as funções e equações de variáveis ou incógnitas reais” (BRASIL, 2002, p.120). O que leva a flexibilização dos números complexos conforme explicita o PCN+,

a Matemática do ensino médio trata da ampliação do conjunto numérico, introduzindo os números complexos. Como esse tema isolado da resolução de equações perde seu sentido para os que não continuarão seus estudos na área, ele pode ser tratado na parte flexível do currículo das escolas. (BRASIL, 2002, p.122).

A despretensão pelo ensino dos números complexos frente aos demais conjuntos estudados é pelo fato de que “a criação dos números complexos não se deveu a nenhum problema do cotidiano das pessoas, mas sim à necessidade de dar um significado a soluções de equações onde apareciam raízes quadradas de números negativos” (BRASIL, 2006a, p.25). Em 2006 as orientações curriculares para o ensino médio ratificam a importância da ampliação dos conjuntos numéricos, mas ao invés de utilizar o termo “eventualidade” coloca-os como tema complementar, como é dito abaixo.

[...] devem ser apresentados como uma histórica necessidade de ampliação do conjunto de soluções de uma equação, tomando-se, para isso, uma equação bem simples, a saber,  $x^2 + 1 = 0$ .

[...] outro tópico que pode ser tratado como tema complementar é o estudo mais aprofundado dos números complexos. Por um lado, podem-se explorar os aspectos históricos da introdução dos números complexos e de seu papel fundamental no desenvolvimento da álgebra. Por outro lado, podem-se explorar as conexões entre as operações com números complexos e as transformações geométricas no plano. (BRASIL, 2006b, p.71-94).

Diante do exposto é notório a ressonância entre o que regulamenta esses

documentos oficiais com as falas e concepções dos professores pesquisados, sumariamente é que pelo fato dos números complexos não surgirem da necessidade cotidiana o mesmo vem sendo flexibilizado nos currículos escolares e, sua abordagem ou não, fica sob a na responsabilidade do professor e o tempo disponível para a sua abordagem.

### 3 | UM OLHAR SEMIÓTICO SOBRE OS NÚMEROS COMPLEXOS

A aprendizagem da matemática se revela como um campo complexo e ao mesmo tempo privilegiado para investigações que primam entender o funcionamento do pensamento matemático. Complexo no que diz respeito as atividades cognitivas desencadeadas para compreendê-la, pois para apropriação dos objetos matemáticos são requeridas algumas atividades cognitivas, como por exemplo, a representação, o raciocínio, a abstração, a resolução de problemas, a interpretação de textos, entre outros. Vale destacar que essas atividades são solicitadas não apenas para aprendizagem da matemática, mas para todas as aprendizagens. No entanto, há uma peculiaridade no tocante a aprendizagem da matemática, a saber, a mesma necessita de sistemas de representação para acessar os objetos, que por excelência são abstratos.

O filósofo e psicólogo francês Raymond Duval dedicou anos de pesquisa teórica e empírica para fundar a teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS). Por meio desses registros de representação o autor clarifica de um ponto de vista semio-cognitivo alguns aspectos do processo de aprendizagem da matemática. Para DUVAL (2009), um registro de representação é um sistema dotado de regras de conformidade que permite a realização das atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão. “As regras de conformidade são aquelas que definem um sistema de representação e, por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representações possíveis num registro” (DUVAL, 2009, p.55).

Para melhor entendimento da teoria dos RRS e do objeto dessa pesquisa é importante conhecer os registros e às representações (Figura 1) inerentes ao objeto deste estudo, os números complexos.

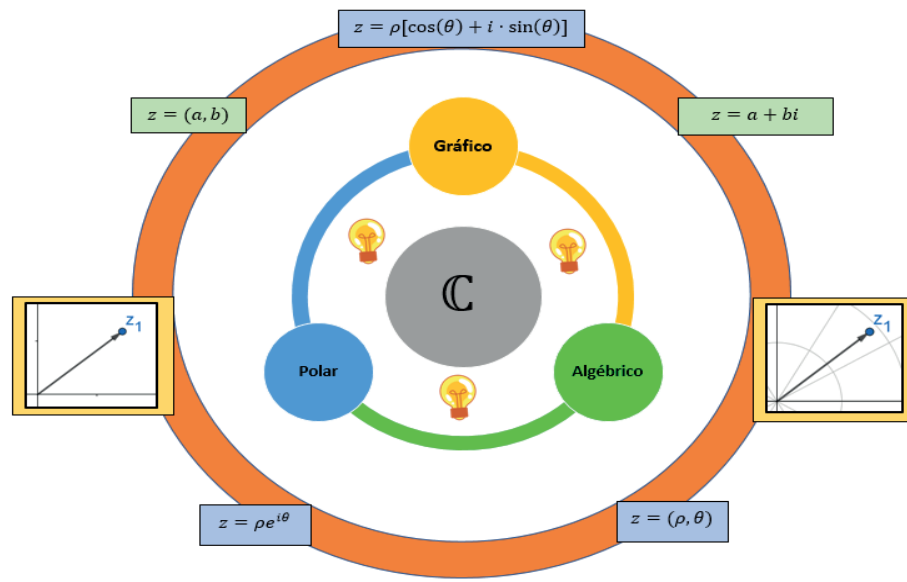


Figura 1 – Registros e representações dos números complexos

Fonte: Autores, 2018.

Ao centro da Figura 1 está o objeto que se deseja acessar, no caso os números complexos, dispostos ao redor se encontram os registros de representações que exercem a função de “iluminar” aspectos do objeto pretendido, tais registros que em relação aos números complexos dividem-se em algébrico, polar (ou trigonométrico) e gráfico, se diferenciam por regras de conformidade específicas que se manifestam em diversas representações.

As representações, expostas sobre o anel maior na Figura 1, recobrem as múltiplas portas de entrada para os registros e, por conseguinte ao objeto. Assim, fica evidente o que afirma DUVAL (2003; 2009) que toda representação fornece um entendimento parcial do objeto, pois ao acessar o objeto por uma representação se perpassa apenas por alguns aspectos do objeto representado e nunca todos os aspectos.

Duval ainda reitera que a aprendizagem da matemática requer uma mobilização de distintas representações envolvendo ao menos dois registros. E, isso ocorre por dois motivos, o primeiro e mais importante é não confundir o objeto com uma de suas representações e o segundo é para ter uma visão mais ampla sobre às representações para uma melhor compreensão do objeto.

Mas o busílis dessa teoria está na dificuldade de mediar essas diversas representações, ou melhor, compreender a real necessidade de se transitar sobre elas uma vez que requer do seu usuário o domínio de outras representações que apresentam regras e algoritmos diferenciados em sua operacionalização. Isto pode ser evidenciado no próprio discurso do professor, como por exemplo – “na parte algébrica os estudantes conseguem operar, mas quando é solicitado um gráfico e/ou figuras eles encontram dificuldades”. Por vezes o próprio caminho contrário se torna difícil, ir da representação gráfica para a representação no registro algébrico.

Partindo desses pontos estuda-se a possibilidade de implementar outras maneiras de transitar entre os registros de representação dos números complexos a partir da utilização de aplicativos em celulares inteligentes. O GeoGebra, por exemplo, possibilita visualizar, mover, arrastar e animar as representações de diferentes objetos matemáticos na sua interface.

#### 4 | METODOLOGIA DE PESQUISA

Para as pesquisas que pretendem de algum modo investigar o processo de ensino com vistas a constituir propostas didáticas, há encaminhamentos específicos como a Engenharia Didática que tem como uma das muitas finalidades “desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares, além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino da matemática”. (MENDES, 2009, p.23).

Os pressupostos metodológicos da Engenharia Didática (ED) segundo ALMOULOU (2007) assemelham-se a uma pesquisa de procedimento experimental com intervenções didáticas diretas em sala de aula pelo professor-pesquisador. Numa ED a validação dos resultados não ocorre por meio de comparações ou cruzamento de referências, mas pela comparação interna entre as suas diferentes fases de execução. Desse modo, a seguir serão descritos os procedimentos realizados em cada fase (as quais estão grifadas) afim de clarificar o objeto de pesquisa.

Na primeira fase, **análises prévias**, foram realizados estudos teóricos sobre o referencial desse trabalho, a saber os RRS e aprendizagem móvel. Além disso, um estado do conhecimento relacionando as pesquisas findadas que versam sobre os números complexos que fora abordado na primeira seção deste trabalho. Ao final dessa etapa o pesquisador foi a campo para observar os participantes da pesquisa e fazer um reconhecimento do local de desenvolvimento da mesma, objetivando a utilização da aprendizagem móvel (*mobile learning*) com o aplicativo GeoGebra no contexto dos números complexos.

Após este estudo prévio foram elaboradas as sequências didáticas, marcando o início das **análises a priori**. Ao todo, foram elaboradas 6 atividades que abordam os seguintes aspectos: os objetos de ensino referentes aos números complexos; registros dinâmicos de representação e; transformações semióticas. Cabe ressaltar que a cada sequência de ensino às hipóteses foram elencadas para posterior validação.

A **experimentação** das sequências ocorreu entre os meses de maio e julho de 2018 em duas turmas de ensino médio, totalizando 41 estudantes. As atividades elaboradas foram dissolvidas nos planos de aula e foram aplicadas pelo pesquisador durante o período mencionado.

Os resultados e discussão das representações coletadas na experimentação ainda estão sendo analisadas pelo pesquisador, ou seja, a investigação se encontra



em andamento na fase de validação e **análises a posteriori** segundo a metodologia. No entanto, cabe destacar que dos 41 estudantes que participaram da pesquisa foram selecionados apenas aqueles com frequência maior ou igual a 80% e que tenham entregue o Termo de Consentimento e Livre Esclarecido – TCLE, totalizando 13 estudantes.

## 5 | RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a discussão dos resultados desse estudo em andamento foi selecionado 1 (uma) das 6 (seis) atividades planejadas para analisar. A atividade objetivou a utilização do aplicativo de matemática dinâmica pelo estudante para explicar porque as potências da unidade imaginária se comportam da seguinte maneira:

$$i^{-n} \Rightarrow \begin{cases} i^{-n} = i^n, & \text{se } n \text{ for par} \\ i^{-n} = -i^n, & \text{se } n \text{ for ímpar} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{Z}$$

Utilizando o aplicativo do GeoGebra no dispositivo móvel o aluno desenvolveu, conforme Figura 2, o seguinte raciocínio:

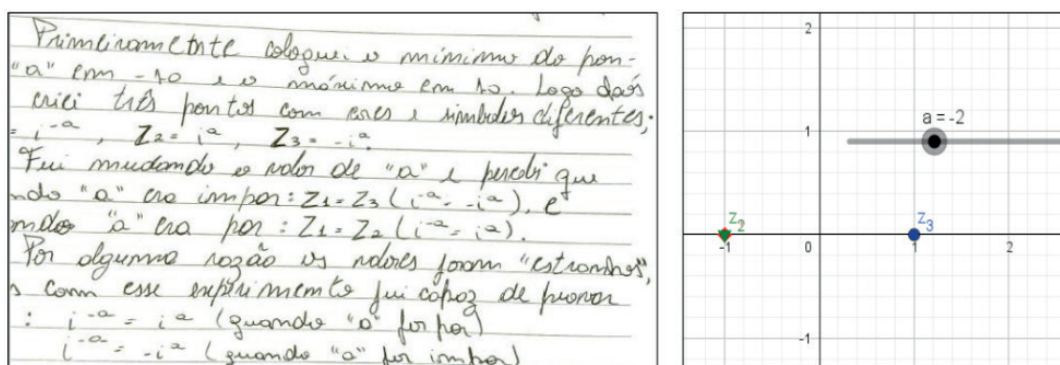


Figura 2 – Estudante utilizando representações dinâmicas no GeoGebra

Fonte: Autores, 2018.

Ao desenvolver essa atividade o estudante operou com duas representações distintas em registros também distintos, percebeu que na parte escrita no caderno fez-se a utilização da representação no registro algébrico e a língua natural para explicar e no GeoGebra a representação no registro gráfico. Além disso, na interface do aplicativo o estudante pode conferir a relação existente entre as representações escolhidas.

Cabe ressaltar, a possibilidade de tornar a representação no registro geométrico dinâmico, à medida que o estudante arrasta o controle deslizante ( ) para outros valores inteiros o mesmo consegue provar que o comportamento das potências da unidade imaginária segue o padrão mostrado no enunciado da atividade.

Essa facilidade e dinamicidade com que o ambiente de geometria dinâmica aliado aos dispositivos móveis oferecem aos estudantes a capacidade de melhor entender o objeto em estudo, pois transita entre representações que são fundamentais para aprendizagem dos objetos matemáticos.

## 6 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A articulação entre os pressupostos metodológicos da Engenharia Didática e análise dos registros de representação semiótica acrescentou veracidade aos resultados, pois segundo Borba e Penteado (2016) a inserção dos dispositivos móveis em aulas expositiva sem respaldo/estudo didático é mais uma forma de domesticar as tecnologias digitais em sala.

Além disso, o estudo evidenciou a importância dos números complexos em diferentes aspectos quanto à aprendizagem, seja na consolidação dos conjuntos numéricos, no resgate de conteúdos de diferentes blocos (geometria analítica, trigonometria, transformações no plano, entre outros) e, revelou também, a possibilidade de integrar aprendizagem móvel como forma de elucidar as representações que cercam o ensino dos conteúdos matemáticos na escola bem como torná-las mais significativas.

As considerações sobre as atividades aplicadas até o momento, revelam indícios de que os ambientes de geometria dinâmica aliado ao entendimento da apropriação da matemática segundo a teoria de Duval, tem se mostrado como uma alternativa para superar o entrave do processo de ensino e conseqüentemente aprendizagem quando das transformações entre as representações semióticas, tratamentos e conversões. Isso porque os registros dinâmicos de representação, estes obtidos por meio do aplicativo de matemática dinâmica, requer por excelência a utilização de duas representações simultâneas. Ou melhor, para além da possibilidade de representar o objeto nas suas variadas representações, o ambiente de matemática dinâmica consegue estabelecer relações entre as unidades que formam cada representação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

BAIRRAL, M. A.; ASSIS, A. R.; SILVA, B. C. C. **Uma matemática na ponta dos dedos com dispositivos touchscreen**. Revista Brasileira Ens. Ciência Tec., v. 8, n. 4, set-dez. 2015.

BATISTA, S. C. F. **M-learnmat: modelo pedagógico para atividades de m-learning em matemática**. 2011, 225 f. Tese (Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 2011.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+: ensino médio – orientações**

**educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. **Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: ensino médio.** Brasília, DF: Ministério da Educação e Cultura - INEP, 2006a.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio.** Brasília, DF: Ministério da Educação e Cultura - SEF, 2006b.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: Machado, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.** Campinas: Papyrus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2009.

FREITAS, R. O; CARVALHO, M. **Tecnologias móveis: tablets e smartphones no ensino da matemática.** Laplage em Revista (Sorocaba), vol.3, n.2, mai-ago. 2017.

MENDES, I. **Matemática e investigação em sala de aula.** São Paulo: Livraria da Física, 2009.

OLIVEIRA, C. A. **Aprendizagem com mobilidade e ensino de matemática: evidências da utilização na formação inicial do pedagogo.** Laplage em Revista (Sorocaba), vol.3, n.3, set-dez. 2017.

Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura – UNESCO. **Diretrizes de políticas para a aprendizagem móvel.** Brasília: UNESCO, 2014