

FACTOR DE FRICCIÓN PARA TUBERÍAS DE PVC Y PE PARA RIEGO

Randon Ortiz Calle

Universidad Central del Ecuador. Quito,
Ecuador

Maritza Chile Asimbaya

Universidad Central del Ecuador. Quito,
Ecuador

Gabriel Ortiz Arévalo

Universidad Técnica Particular de Loja. Loja,
Ecuador

All content in this magazine is licensed under a Creative Commons Attribution License. Attribution-Non-Commercial-Non-Derivatives 4.0 International (CC BY-NC-ND 4.0).



Resumen: El factor de fricción es un parámetro muy importante en la estimación de las pérdidas de carga en tuberías para riego. El objetivo del análisis numérico y estadístico fue desarrollar ecuaciones sencillas para estimar el factor de fricción para tuberías de PVC y PE. Los límites de las ecuaciones desarrolladas son: número de Reynolds entre $2.0 E^3$ y $3.6 E^5$, velocidad promedio del agua entre 0.1 y 3.0 m s^{-1} , diámetros de tubería de PVC DN 20 - 630 mm y PE DN 12 - 20 mm. Resultados principales: i) las ecuaciones desarrolladas f_{PVC} y f_{PE} presentaron un coeficiente de determinación de 1.0, coeficiente de concordancia de 1.0 y un error relativo del 0.29 % para PVC y 1.02 % para PE; ii) las ecuaciones explícitas de Avci - Karagoz, Streeter-Wylie-Bedford, Pavlov y Filolenko presentaron una menor precisión que las ecuaciones f_{PVC} y f_{PE} ; iii) Darcy - Weisbach con f_{PVC} y f_{PE} presentó el menor error relativo promedio en pérdidas de carga en contraste con Hazen - Williams y Darcy - Blasius. En conclusión, a pesar de que universalmente las ecuaciones Darcy - Weisbach, Poiseuille y Colebrook - White son recomendadas para determinar las pérdidas de carga, las ecuaciones f_{PVC} y f_{PE} determinadas para estimar el factor de fricción para tuberías de PVC y PE son matemática y estadísticamente robustas.

Palabras clave: Velocidad del agua, número de Reynolds, pérdidas de carga, Darcy - Weisbach, Colebrook - White.

INTRODUCCIÓN

Las redes colectivas de riego presurizado están conformadas por tuberías de PVC y por mangueras de polietileno por su facilidad de transporte, instalación y reparación. Para el dimensionamiento de las redes se usan programas computacionales, los cuales utilizan las ecuaciones de Darcy - Weisbach (DW), Hazen - Williams (HW) o Darcy - Blasius (DB) para determinar los diámetros de los

tramos en base a varios criterios hidráulicos. En campo, la instalación de una red de tuberías está sujeta a cambios en el trazado: por oposición de usuarios, presencia de rocas o áreas restringidas, incorporación de nuevos usuarios, entre otros factores, imprevistos que deben resolverse en el sitio redimensionando los diámetros de uno o varios tramos, siendo las ecuaciones de HW o DB las más utilizadas para determinar las pérdidas de carga por la complejidad del cálculo del factor de fricción para emplear DW, a pesar de las restricciones que presentan, especialmente HW (Allen, 1986).

El factor de fricción varía con la viscosidad cinemática del agua, caudal, diámetro interno y rugosidad (Haddad, 2019). Poiseuille desarrolló su ecuación para determinar el factor de fricción para números de Reynolds menores a 2000 (ecuación 2), flujo clasificado como laminar en donde predominan las fuerzas viscosas del fluido y, Colebrook - White para números de Reynolds mayores a 4000 (ecuación 3), flujo del tipo turbulento con predominio de las fuerzas cinéticas del fluido (Mataix, 1982; Streeter, Wylie & Bedford, 2000). El factor de fricción para las ecuaciones de Poiseuille y Colebrook - White se presentó en el diagrama de Moody en 1944 (Depeweg, 2001; White, 2008), muy usado hasta la década de los 90's, sin embargo, hoy en día este parámetro se estima en forma precisa a través de programas computacionales y de hacerlo en forma manual se requiere de varias iteraciones considerando que es una ecuación implícita (Mataix, 1982; Streeter, Wylie & Bedford, 2000; Praks & Brkic, 2018; Haddad, 2019).

En una red de tuberías para riego, la velocidad mínima del agua es 0.6 m s^{-1} para garantizar el arrastre de los sólidos en suspensión y el aire que el agua contiene en emulsión y, la velocidad máxima de 1.8 m s^{-1} para reducir los efectos negativos que produce

la sobrepresión generada por el golpe de ariete, aun cuando, hidráulicamente se puede transportar el agua con velocidades máximas de 3.0 m s^{-1} (Plastro, 1998; Ortiz, 2021), bajo estos criterios de velocidad, el flujo en las redes de tuberías presurizadas para riego es turbulento, por tanto, la ecuación Colebrook - White es la recomendada para estimar el factor de fricción (Praks & Brkic, 2018; Abdulameer et al., 2022).

A nivel de laboratorio, varios experimentos se han realizado en tubería de PVC de hasta DN 110 mm para determinar la validez de las ecuaciones para estimar el factor de fricción; Bagarello et al. (1995) encontraron una alta correlación entre los resultados experimentales del factor de fricción con los determinados a través de las ecuaciones de Poiseuille y Colebrook - White para tuberías de PVC (DN 16, 20 y 25 mm); Diogo & Vilolo (2014) reportaron que los valores de fricción medidos experimentalmente fueron muy bien replicados por dichas ecuaciones; Carvajal et al. (2020) recomiendan el uso de la ecuación de Poiseuille para diámetros pequeños y Colebrook - White para diámetros mayores. A pesar de que las ecuaciones propuestas por Poiseuille y Colebrook - White han sido validadas experimentalmente con equipos de alta precisión, el cálculo del factor f es implícito (iteraciones).

Para simplificar el cálculo del factor de fricción se han propuesto varias aproximaciones explícitas, como: Praks & Brkic (2018) recomiendan el método de Halley, el cual determina f en una interacción con una precisión del 8.29 %, con dos iteraciones 0.69 % y con tres iteraciones 0.0617 %; Samadianfard (2012) reporta que la ecuación de Avci and Karagoz es confiable (ecuación 7) y, Streeter, Wylie & Bedford (2000) proponen su ecuación para estimar el factor de fricción (ecuación 8); Mohsenabadi et al. (2014) compararon 30 ecuaciones explícitas para Colebrook - White,

concluyendo que ellas presentan diferencias significativas en los resultados. Si bien es cierto que estas aproximaciones son complejas, no son específicas para tuberías de PVC y PE para riego (Allen, 1986).

Hidráulicamente existen discrepancias con las pérdidas de carga que proporciona la ecuación de HW cuando es comparada con los resultados proporcionados por DW, debido a que HW presenta un solo coeficiente de rugosidad para todos los diámetros (para PVC, $C=150$), mientras que el factor de fricción varía con las condiciones del flujo: rugosidad, diámetro, caudal y temperatura (Mataix, 1982; Streeter, Wylie & Bedford, 2000; Kay, 2015; Jamil, 2019). Para riego por goteo HW presenta serias limitaciones y estadísticamente un ruido (Allen, 1986). Keller & Bliesner (1990) presentaron dos ecuaciones (15 y 16) para determinar las pérdidas de carga en tuberías para riego por aspersión y goteo, las cuales se derivan de la ecuación general de Darcy - Weisbach y del factor de fricción propuesto por Blasius para flujo turbulento.

Las redes de tuberías presurizadas para riego se han dimensionado con las ecuaciones DW, HW y DB, sin embargo, las diferencias de los resultados entre ellas no son perceptibles considerando que, para el dimensionamiento de una red, los caudales se mayoran entre un 20 y 25 % para cubrir las pérdidas de carga localizadas y la variación de la rugosidad en el tiempo (Granados, 1996; Depeweg, 2001; Kay, 2015; Ortiz, 2021). No obstante, es necesario optimizar el dimensionamiento de los diámetros considerando que los costos de las tuberías de PVC son cada vez más altos. El objetivo de la investigación fue desarrollar ecuaciones sencillas y estadísticamente robustas para determinar el factor de fricción para tuberías de PVC y PE para riego presurizado (aspersión, micro aspersión o goteo).

MATERIALES Y MÉTODOS

MÉTODOS PARA DETERMINAR EL FACTOR DE FRICCIÓN Y PÉRDIDAS DE CARGA

DARCY-WEISBACH

$$H_f = f \times \frac{L}{D} \times \frac{V^2}{2g} \quad (1)$$

Dónde: H_f es la pérdida de carga (m); f , es el factor de fricción; L , es la longitud de la tubería (m); D , diámetro interno de la tubería (m); V , es la velocidad promedio del agua ($m\ s^{-1}$); g , es la gravedad terrestre ($m^2\ s^{-1}$). Ecuación aceptada universalmente para determinar las pérdidas de carga (Mataix, 1982; Streeter, Wylie & Bedford, 2000; Kay, 2015).

$$H_f = 6.3758 E^6 \times f \times L \times \frac{Q^2}{D^{15}} \quad (2)$$

Dónde: H_f es la pérdida de carga (m); Q , es el caudal ($m^3\ h^{-1}$); D , diámetro interno de la tubería (mm). Ecuación de Darcy - Weisbach para unidades de caudal y diámetros utilizados en riego presurizado (Ortiz, 2021).

FACTOR DE FRICCIÓN - POISEUILLE

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3)$$

Dónde: f , es el factor de fricción; Re , es el número de Reynolds. Ecuación para calcular el factor de fricción f cuando el número de Reynolds es menor a 2000 (Mataix, 1982; Allen, 1986).

FACTOR DE FRICCIÓN - COLEBROOK

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \times \log \left(\frac{k}{3.71 \times D} + \frac{2.51}{Re \times \sqrt{f}} \right) \quad (4)$$

Dónde: f , es el factor de fricción de Colebrook - White; k , es la rugosidad de la tubería (m); D , diámetro interno de la tubería

(m). Ecuación para calcular el factor de fricción f cuando el número de Reynolds es mayor a 4000 (Colebrook - White, 1937).

NÚMERO DE REYNOLDS

$$Re = \frac{V \times D}{\nu} \quad (5)$$

Dónde: Re , es el número de Reynolds; ν , la viscosidad cinemática ($m^2\ s^{-1}$).

VISCOSIDAD CINEMÁTICA

$$\nu = \frac{0.0000018}{1 + 0.03620862 \times T + 0.00015909 \times T^2} \quad (6)$$

Dónde: ν , es la viscosidad cinemática ($m^2\ s^{-1}$); T , es la temperatura del agua en grados centígrados (Mataix, 1982).

FACTOR DE FRICCIÓN AVCI - KARAGOZ

$$f_{AK} = 6.4 \times \left\{ \ln(Re) - \ln \left[1 + 0.01 \frac{k \times Re}{D} \times \left(1 + 10 \times \sqrt{\frac{k}{D}} \right) \right] \right\}^{-2.4} \quad (7)$$

Dónde: f_{AK} , es el factor de fricción desarrollado por Avci and Karagoz a partir de los datos Princeton-pipe data (Samadianfard, 2012).

FACTOR DE FRICCIÓN STREETER-WYLIE-BEDFORD

$$f_{SWB} = 1.325 \times \left[\ln \left(\frac{k}{3.7 \times D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^{-2} \quad (8)$$

Dónde: f_{SWB} , es el factor de fricción, $5 E^3 < Re < 1 E^8$, $1 E^{-6} < k/D < 1 E^{-2}$ (Streeter, Wylie & Bedford, 2000; Pallares, Calderón & Pisca, 2015).

FACTOR DE FRICCIÓN PAVLOV

$$f_{Pav} = \left\{ -2 \times \log \left[\frac{k}{3.7 \times D} + \left(\frac{6.81}{Re} \right)^{0.9} \right] \right\}^{-2} \quad (9)$$

Dónde: f_{Pav} , es el factor de fricción desarrollado por Pavlov, $4 E^3 < Re < 1 E^8$ (Gracia et. al., 2014).

FACTOR DE FRICCIÓN FILOLENKO

$$f_{Filo} = [1.82 \times \log(Re) - 1.64]^{-2} \quad (10)$$

Dónde: f_{Filo} , es el factor de fricción desarrollado por Filolenko para tuberías lisas, $4 E^3 < Re < 1 E^8$ (Gracia et. al., 2014).

FACTOR DE FRICCIÓN PARA TUBERÍAS DE PVC PARA RIEGO

$$f_{PVC} = 6.354 \times [\ln(Re)]^{-2.398} \quad (11)$$

Dónde: f_{PVC} , es el factor de fricción para tuberías de PVC para riego DN 20 a 630 mm de diámetro, velocidad promedio del agua entre 0.1 y 3.0 $m s^{-1}$.

FACTOR DE FRICCIÓN PARA MANGUERA DE POLIETILENO (PE) PARA RIEGO

$$f_{PE} = 0.2749 \times Re^{-0.2334} \quad (12)$$

Dónde: f_{PE} , es el factor de fricción para manguera de polietileno DN 12 a 20 mm de diámetro y velocidad promedio del agua de 0.1 y 3.0 $m s^{-1}$. Para diámetros mayores se puede utilizar la ecuación 11.

PÉRDIDA DE CARGA HAZEN - WILLIAMS

$$H_f HW = 1.131 E^9 \times \left(\frac{Q}{C} \right)^{1.852} \times \frac{L}{DI^{4.872}} \quad (13)$$

Dónde: $H_f HW$ es la pérdida de carga (m); L , es la longitud de la tubería (m); Q es el caudal ($m^3 h^{-1}$); DI , diámetro interno de la tubería (mm); C para tuberías de PVC es 150 (Allen, 1986).

PÉRDIDA DE CARGA DARCY - BLASIUS (PVC DN < 110 MM)

$$H_f DB = 7.89 E^5 \times L \times \frac{Q^{1.75}}{DI^{4.75}} \quad (14)$$

Dónde: $H_f DB$ es la pérdida de carga (m); Q , es el caudal ($l s^{-1}$), para tuberías de PVC de diámetro menor a 110 mm (Keller & Bliesner, 1990).

PÉRDIDA DE CARGA DARCY - BLASIUS (PVC DN > 110 MM)

$$H_f DB = 9.58 E^5 \times L \times \frac{Q^{1.83}}{DI^{4.83}} \quad (15)$$

Dónde: $H_f DB$ es la pérdida de carga (m); Q , es el caudal ($l s^{-1}$), para tuberías de PVC de diámetro mayor a 110 mm (Keller & Bliesner, 1990).

PÉRDIDA DE CARGA DARCY-WEISBACH - F PVC Y F PE

$$H_f = K_{1,2} \times L \times \frac{Q^2}{DI^5} \quad (16)$$

$$K_1 = 4.05118 E^7 \times \left[\ln \left(3.5128 E^5 \times \frac{Q}{DI} \right) \right]^{-2.398} \quad (17)$$

$$K_2 = 8.89926 E^4 \times \left(\frac{Q}{DI} \right)^{-0.2334} \quad (18)$$

Dónde: H_f , es la pérdida de carga (m); K_1 , para tubería de PVC DN 20-630 mm; K_2 , para manguera de polietileno DN 12-20 mm; L , es la longitud de la tubería (m); Q es el caudal ($m^3 h^{-1}$); DI , diámetro interno de la tubería (mm).

Análisis matemático - estadístico. El

factor de fricción para tuberías de PVC para riego se determinó en base al siguiente procedimiento: i) determinación del factor de fricción Colebrook - White para diámetros internos de las tuberías de PVC DN 20 a 630 mm y polietileno DN 12 a 20 mm, para números de Reynolds mayor a 2000 y velocidades entre 0.1 y 3.0 m s⁻¹; ii) análisis de la ecuación de mejor ajuste para los valores del factor de fricción; iii) contraste de las ecuaciones determinadas con los factores de fricción de Avci-Karagoz, Streeter-Wylie-Bedord, Pavlov y Filolenko; iv) comparación de las pérdidas de carga entre DW con f Colebrook-White, DW con los factores f PVC y f PE, HW y DB para tubería de PVC DN 25, 250 y 630 mm y, polietileno DN 12 y 16 mm. Constantes: la viscosidad cinemática se determinó para 20 grados centígrados (1.0068 E⁻⁶ m² s⁻¹), la gravedad terrestre promedio de 9.81 m² s⁻¹, la rugosidad absoluta k para PVC de 0.0015 mm y PE de 0.007 mm. La temperatura de 20 °C se ajusta al promedio de la variación anual de la temperatura del agua en la región del Ecuador.

Se utilizó el software de uso libre Labfit para el análisis estadístico de las ecuaciones. Se desarrolló un módulo en VB6 para el cálculo del factor de fricción y las pérdidas de carga. Se analizó el coeficiente de determinación (R²), el coeficiente de concordancia (D), el error relativo (ER) y un análisis simple de medias con un nivel de significación del 1.0 %.

Coeficiente de determinación (R²): es un índice estadístico utilizado para medir la relación lineal entre dos variables cuantitativas; el valor óptimo debe ser igual a uno y cuando este valor tiende a cero, la correlación entre dos variables es baja (Samuels, 2014).

$$R^2 = \frac{[\sum_{i=1}^n (O_i - X)(E_i - E_m)]^2}{(\sum_{i=1}^n O_i^2 - nX^2) \times (\sum_{i=1}^n E_i^2 - nE_m^2)} \quad (19)$$

Dónde: E_i, es el valor proyectado; E_m, el promedio de los valores proyectados; X, el

promedio de los valores observados.

Coeficiente de concordancia (D): determina la precisión de los resultados proporcionados por el modelo utilizado para pronosticar un valor observado, cuando este valor tiende a uno, el modelo presenta una mayor precisión (Willmott et al., 2011).

$$D = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - E_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|O_i - X| + |E_i - X|)^2} \quad (20)$$

Error relativo (ER): determina la desviación del factor de fricción calculado con las ecuaciones desarrolladas y el modelo universal Colebrook - White.

$$ER = \frac{\sum_{i=1}^n \left[1 - \left(\frac{f_i}{f_{m_i}} \right) \right]}{n} \times 100 \quad (21)$$

Dónde: ER, es el error relativo promedio (%); f, factor de fricción de Colebrook-White; f_m, factor de fricción de los diferentes modelos; n, número de datos de la muestra.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el estudio se desarrollaron: i) ecuación 11, para determinar el factor de fricción para tuberías de PVC DN 20 – 630 mm; ii) ecuación 12, para determinar el factor de fricción para mangueras de polietileno DN 12 – 20 mm.

Factor de fricción Colebrook - White. Según el análisis matemático de las ecuaciones de Reynolds, Poiseuille y Colebrook - White para tuberías de PVC y PE para riego, se determinó: i) f disminuye cuando el diámetro es mayor, para DN 20 mm varía entre 0.020 y 0.035 y para DN 630 mm, entre 0.012 y 0.022; para PE DN 12 a 20 mm, f en promedio varía entre 0.025 y 0.042; ii) f es mayor cuando las velocidades son bajas y viceversa, para DN 630 mm y velocidad de 0.6 m s⁻¹, f es 0.0146 y para 3.0 m s⁻¹, 0.0107; iii) para PVC DN 20 mm y velocidad máxima de 3.0 m s⁻¹, el número de Reynolds fue 5.2 E⁴ y para PVC DN 630 mm e igual velocidad, Reynolds de 1.8 E⁶; iv)

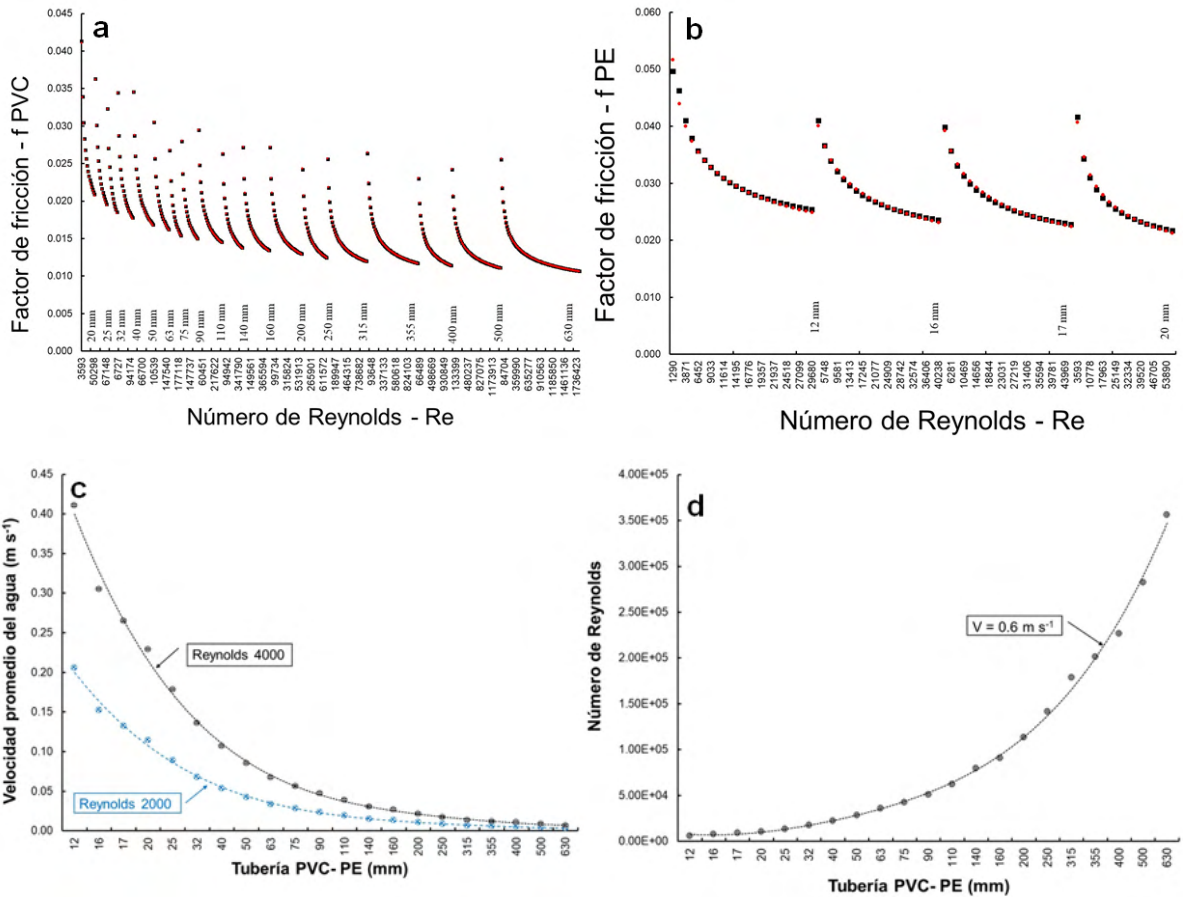


Figura 1. Número de Reynolds y: a) f Colebrook (puntos de color negro) y f PVC (puntos de color rojo), b) f Colebrook y f PE, c) velocidad en función del diámetro para Reynolds 2000 y 4000, d) número de Reynolds en función del diámetro para una velocidad de $0.6 m s^{-1}$.

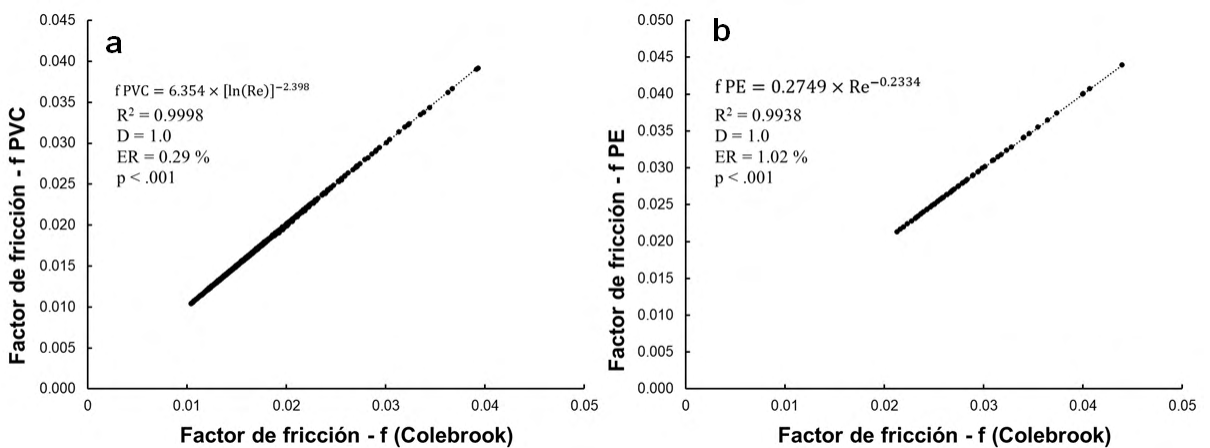


Figura 2. Factor de fricción f (Colebrook) con: a) f PVC, b) f PE.

para PE DN 16 mm y velocidad de 3.0 m s^{-1} , el número de Reynolds fue 4.0 E^4 (Figuras 1a y 1b); v) para Reynolds = 4000, la velocidad disminuye cuando el diámetro se incrementa; para DN 12 mm, la velocidad fue de 0.41 m s^{-1} y para DN 630 mm, la velocidad de 0.007 m s^{-1} (Figura 1c); vi) para una velocidad de 0.6 m s^{-1} , el número de Reynolds se incrementa cuando el diámetro es mayor; para PE DN 12 mm, el número de Reynolds fue 5.84 E^3 y, para PVC DN 630 mm, 3.56 E^5 (Figura 1d).

En el análisis numérico descrito anteriormente se encontró que el factor de fricción varía con el número de Reynolds y la rugosidad relativa de la tubería, lo cual concuerda con lo expuesto por Mataix (1982), Allen (1986) y Streeter, Wylie & Bedford, (2000), por otro lado, la zona de transición entre el flujo laminar y turbulento se reduce a medida que el diámetro de la tubería se incrementa (Figura 1c).

Factor de fricción f para tubería de PVC. La ecuación 11 presentó los siguientes parámetros inferenciales (Figura 2a): i) coeficiente de determinación (R^2) de 0.9998 (99.98 %); ii) coeficiente de concordancia (D) de 1.0 (100 %); iii) error relativo del 0.29 %; iv) la ecuación es significativa para un nivel de significación del 1.0 %. Matemáticamente, la ecuación reproduce valores similares a los proporcionados por Colebrook - White y estadísticamente es significativa.

Factor de fricción f para PE. La ecuación 12 presentó los siguientes parámetros inferenciales (Figura 2b): i) coeficiente de determinación (R^2) de 0.9938 (99.38 %); ii) coeficiente de concordancia (D) de 1.0 (100 %); iii) error relativo del 1.02 %; iv) la ecuación es significativa para un nivel de significación del 1.0 %. Matemáticamente, la ecuación reproduce valores similares a los proporcionados por Colebrook - White y estadísticamente es significativa.

Contraste entre aproximaciones

explícitas. Con relación al factor de fricción Colebrook - White y, en función de los parámetros inferenciales R^2 , D y ER, se tiene; para PVC, f PVC fue la ecuación de mayor precisión con un error relativo del 0.28 % (ecuación 11, Tabla 1) y, de mayor a menor precisión las ecuaciones fueron: f PVC, f AK, f SWB, f Filo y f Pav; para PE, la ecuación de mejor ajuste fue f SWB con un error relativo del 0.50 %, seguida de f PE con un error relativo del 1.02 % y, las ecuaciones de mayor a menor precisión fueron: f SWB, f PE, f Pav, f AK y f Filo.

A pesar de que f PVC fue la ecuación de mayor precisión para la tubería de PVC para riego, las diferentes expresiones analizadas presentaron un error relativo menor al 1.0 %. Las pequeñas diferencias entre ellas están asociadas con las condiciones de frontera, como: número de Reynolds, rugosidad relativa, tipo de material y temperatura, por ejemplo, la mayoría de las ecuaciones explícitas se han desarrollado para Reynolds $4.0 \text{ E}^3 < Re < 1.0 \text{ E}^8$, aun cuando para la máxima velocidad del agua de 3.0 m s^{-1} , el número de Reynolds alcanza un valor máximo de 3.6 E^5 , por tanto, y a pesar de las diferentes condiciones de borde, todas ellas son válidas y pueden utilizarse para determinar el factor de fricción. Para PE, las ecuaciones que pueden utilizarse son f SWB y f PE, cuyos errores relativos son menores o iguales al 1.0 %, de igual manera, las diferencias entre las ecuaciones estudiadas se producen principalmente por la rugosidad del polietileno. Cuando las casas comerciales dedicadas a la producción de tuberías de PVC y PE determinen la rugosidad absoluta de sus materiales, se podrán desarrollar ecuaciones de mayor precisión aún todavía.

Pérdidas de carga. Analizando las pérdidas de carga teniendo como base DW - CW, para PVC se determinó: i) que la ecuación 11 presentó un error relativo (positivo) promedio del 0.24 % y es estable para los diámetros

PVC	R ²	D	ER (%)
f PVC	0.9998	1.0	0.28
f AK	0.9998	1.0	0.36
f SWB	0.9998	1.0	0.41
f Filo	0.9998	1.0	0.75
f Pav	0.9998	1.0	0.77
PE	R ²	D	ER (%)
f SWB	0.9998	1.0	0.50
f PE	0.9938	1.0	1.02
f Pav	0.9391	1.0	2.23
f AK	0.9981	1.0	3.71
f Filo	0.9399	1.0	5.10

Tabla 1. Estadísticos inferenciales para tuberías de PVC y PE

Ecuaciones	12 mm	16 mm	32 mm	250 mm	630 mm
DW - f PE	+1.31	+1.28	-	-	-
DW - f PVC	-	-	+0.25	+0.24	+0.24
DW - f SWB	+3.03	+0.52	-0.47	-0.57	-0.17
HW	-18.81	-14.77	+4.18	+6.44	+9.42
DB	-1.20	-2.77	-1.79	-1.87	-2.86

Tabla 2. Error relativo (%) de las pérdidas de carga en tuberías de PVC y PE

Ecuaciones	H _f (m)	ER (%)
DW - CW	42.15	-
DW - f PVC	42.20	0.12
DW - f SWB	41.93	0.64
HW (C=150)	45.30	8.00
DB	43.11	1.14

Tabla 3. Pérdidas de carga para $Q = 270 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$, DN 250 mm y $L = 5\,000 \text{ m}$

evaluados; ii) el factor de fricción f SWB presentó un error relativo (negativo) promedio del 0.40 % y varía en función del diámetro de la tubería; iii) la ecuación HW ($C = 150$) presentó un error relativo (positivo) promedio del 6.68 %; v) la ecuación DB presentó un error relativo (negativo) promedio del 2.56 %; para PE: i) f PE (ecuación 12) presentó un error relativo (positivo) promedio del 1.29 %; ii) f SWB presentó un error relativo (positivo) promedio del 1.77 %; iii) HW ($C = 150$) un error relativo (negativo) promedio del 16.79 % y, iv) DB, un error relativo (negativo) promedio del 1.98 %.

A pesar de que las ecuaciones 15 y 16 fueron desarrolladas para riego por aspersión y goteo, en donde se utilizan tuberías de PVC y mangueras de polietileno (Allen, 1986; Keller & Bliesner, 1990), estas presentaron una precisión menor con relación a las pérdidas de carga determinadas con las ecuaciones 11 (f PVC) y 12 (f PE). La ecuación de Hazen – Williams presenta la menor precisión de las ecuaciones analizadas (Tablas 2 y 3) debido a que utiliza un coeficiente constante para todos los diámetros y caudales (Abdulameer, 2022).

Si la carga hidráulica total es de 83.0 metros y se requiere de una presión de 40 metros al final de la tubería, DN 250 mm sería el diámetro a seleccionarse con DW-CW, DW- f PVC, DW- f SWB y DB, y según el resultado de HW se necesitaría de un tramo inicial de 315 mm, encareciendo los costos innecesariamente.

CONCLUSIONES

Las ecuaciones universales para determinar las pérdidas de carga son Darcy – Weisbach con los factores de fricción de Poiseuille (flujo laminar) y Colebrook – White (flujo turbulento), no obstante lo anterior, con base en los estadísticos inferenciales R^2 , D , y ER , las ecuaciones explícitas 11 y 12 desarrolladas para determinar el factor de fricción f PVC

DN 20-630 mm y f PE DN 12-20 mm, son estadísticamente robustas para rangos de velocidades promedio del agua entre 0.1 y 3.0 $m\ s^{-1}$, así como, son más estables para determinar las pérdidas de carga para cualquier diámetro y desde el punto de vista de cálculo son muy sencillas.

Las ecuaciones explícitas analizadas se han desarrollado para varias condiciones de frontera (número de Reynolds, tipos de tubería, rugosidad relativa y temperatura), aun siendo válidas, son ligeramente menos precisas que las ecuaciones determinadas exclusivamente para PVC y PE para ser utilizadas en el dimensionamiento de sistemas de riego presurizados.

Numéricamente, Darcy – Blasius y Hazen – Williams son menos precisas para determinar las pérdidas de carga debido a que los parámetros de rugosidad que utilizan son constantes, no ajustándose a la variación que presenta el factor de fricción en función del número de Reynolds y de la rugosidad relativa.

REFERENCIAS

- Abdulameer, L., Dzhumagulova, N., Algretawee, H., Zhuravleva, L., Alshammari, M. (2022). Comparison between Hazen-Williams and Darcy-Weisbach equations to calculate head loss through conveyancing treated wastewater in Kerbala city, Iraq. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 1(115), 36-43.
- Allen, R. (1996). Relating the Hazen-Williams and Darcy-Weisbach friction loss equations for pressurized irrigation. *Applied Engineering in Agriculture, American Society of Agricultural Engineering*, 12 (6), 685-693.
- Bagarello, V., Ferro, V., Provenzano, G., & Pumo, D. (1995). Experimental study on flow resistance for small-diameter plastic pipes. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 121 (5): 313-316.
- Blasius, H. (1913). *Das Ahnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten*. Ver. Dtsch. Ing. Forschungsheft, Vol. 131. Berlin, Germany: VDI-Verlag.
- Brebbia, C., & Popov, V. (2009). *Water resources management*. WIT Press, Southampton, United Kingdom.
- Carvajal, J., Zambrano, W., Gómez, N., & Saldarriaga, J. (2020). Turbulent flow in PVC pipes in water distribution systems. *Journal Taylor & Francis*, 17 (6): 503-511.
- Colebrook, C., & White, C. (1937). *Experiments with fluid friction in roughened pipes*. Imperial College, London, England.
- Depeweg, H. (2001). *Pipe flow. Lecture notes*. Institute for Water Education, IHE, Delft, The Netherlands.
- Diogo, F. & Vilela, F. (2014). Head losses and friction factors of steady turbulent flows in plastic pipes. *Journal Taylor & Francis*, 11 (5): 414-425.
- Gracia, V., Anaya, A., Cauich, G., Funabazama, O. (2014). Evaluación de ecuaciones de factor de fricción explícito para tuberías. *Revista Educación Química*, 25(2): 128-134.
- Granados, A. (1996). *Redes colectivas de riego presurizado. Apuntes del Máster en Ingeniería de Regadíos*, CEDEX, Madrid, España.
- Jamil, R. (2019). Frictional head loss relation between Hazen-Williams and Darcy-Weisbach equations for various water supply materials. *International Journal of Water*, 13(4): 333-347.
- Kay, M. (2015). *Practical hydraulics and water resources engineering*. 3 ed., Taylor and Francis group, London, United Kingdom.
- Keller, B., & Bliesner, R. (1990). *Sprinkler and trickle irrigation*. 3 ed., Springer Science+Business Media, LLC, New York, United States.
- Mataix, C. (1982). *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*. 2 ed., Oxford University Press, Londres, Reino Unido.
- Mohsenabadi, S.K., Biglari, M.R. & Moharrampour, M. (2014). Comparison of explicit relations of Darcy friction measurement with Colebrook-White equation. *Applied Mathematics in Engineering, Management and Technology*, 2 (4), 570-578.
- Haddad, A. (2019). Evaluation and correlation of friction head losses in smooth and rough pipes. *The Eurasia Proceedings of Science, Technology, Engineering and Mathematics*, 7: 357-362.
- Ortiz, R. (2021). *Guía metodológica para diseño hidráulico de riego parcelario*. Escuela Nacional de Irrigación Parcelaria. Ministerio de Agricultura y Ganadería, Quito, Ecuador.
- Plastro. (1998). *Pressurized irrigation networks*. Plastro Gvat, Israel.

Praks, P., & Brkic, D. (2018). Advanced iterative procedures for solving the implicit Colebrook equation for fluid flow friction. *Advances in Civil Engineering*, ID 5451034: 1-18.

Rossman, L. A. (2000). *EPANET 2 User's Manual*. USEPA. Available at: <https://www.epanet.es/manuales/epanet-2-manual-de-usuario-espanol/>

Samuels, P. (2014). *Pearson Correlation*. *ResearchGate*, 1-4.

Sentelhas, P., & Folegatti, M. (2003). *Class A pan coefficients (K_p) to estimate daily reference evapotranspiration (ET_0)*. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 7, 111-115.

Streeter, V., Wylie, E., & Bedford, K. (2000). *Mecánica de fluidos*. 9 ed., Mc Graw Hill Companies Inc., Nueva York, Estados Unidos.

Willmott, C., Robeson, S., & Matsuura, K. (2011). *A refined index of model performance*. *International Journal of climatology*, 32: 2088-2094.

White, F. (2008). *Fluid Mechanics*, 6th ed., McGraw-Hill Companies, Inc., New York, United States.