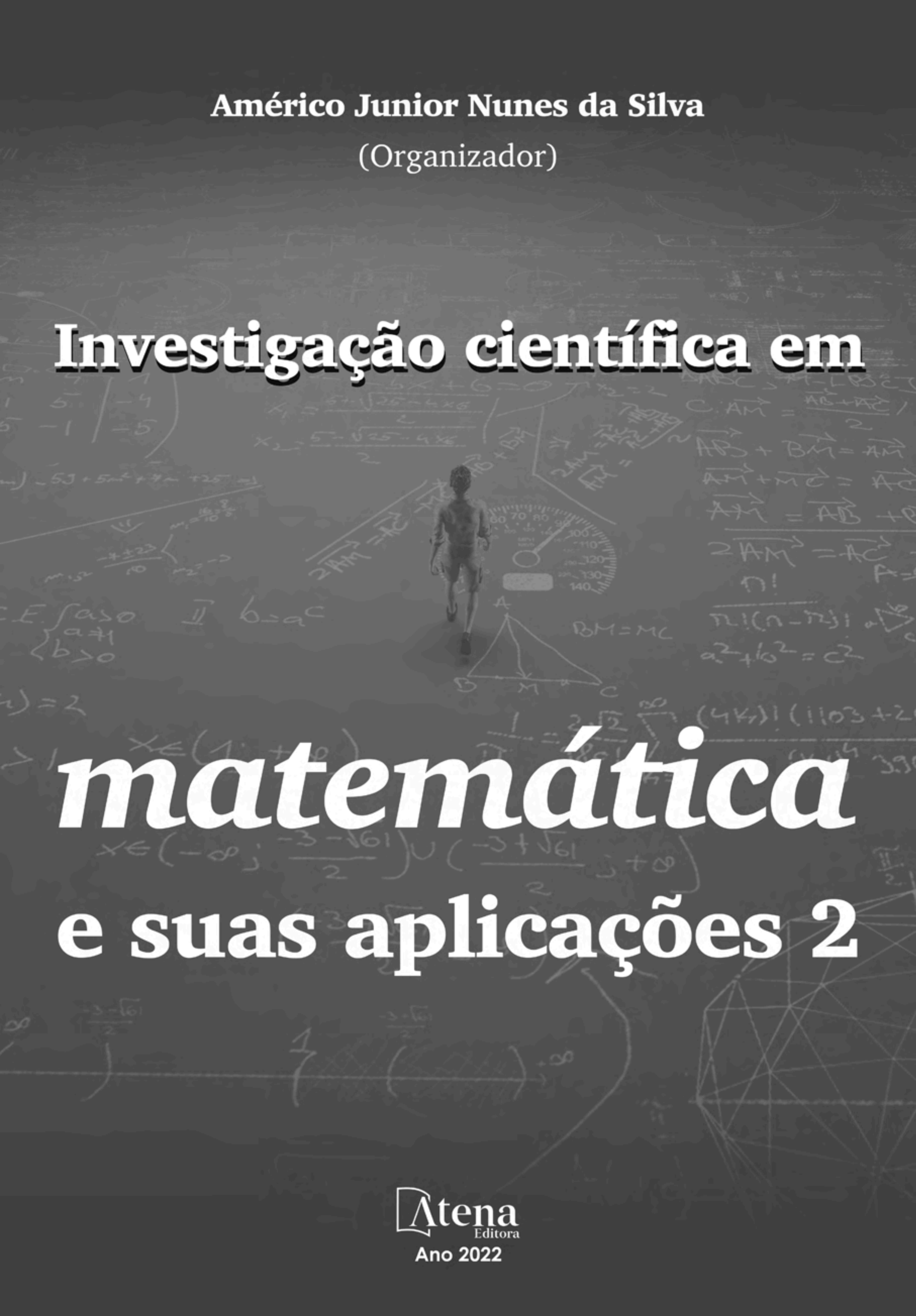
Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Atena Editora
Ano 2022

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)



Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Atena
Editora

Ano 2022

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Bruno Oliveira
Camila Alves de Cremo
Daphynny Pamplona
Luiza Alves Batista
Natália Sandrini de Azevedo
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

Investigação científica em matemática e suas aplicações 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Mariane Aparecida Freitas
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Américo Junior Nunes da Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I62 Investigação científica em matemática e suas aplicações 2 / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-0394-4
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.944223008

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA E ENGENHARIAS

Ano 2022

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce,* ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro "***Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações 2***" nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 4

UM MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS LINEARES DISCRETOS MAL-POSTOS

Data de aceite: 01/08/2022

Emídio Santos Portilho Júnior
CECE/UNIOESTE
Foz do Iguaçu, PR

Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira
IMECC/UNICAMP
Campinas, PR

RESUMO: Dada a importancia e a dificuldade em se obter resultados satisfatórios via métodos diretos para solução de problemas lineares discretos mal-postos oriundos da discretização de problemas inversos lineares. Neste trabalho, nós retomamos o método de pontos interiores do tipo Preditor-Corretor apresentado em [5] que aproxima o problema de regularização de Tikhonov por um problema de programação quadrática através de uma formulação Primal-Dual com barreira logarítmica. Este método Preditor-Corretor nos leva a sistemas de equações normais que são resolvidos pelo método dos gradientes conjugados precondicinado com o precondiconador separador. Neste trabalho, a fim de reduzir o número de iteraçoes de pontos interiores e do método dos gradientes conjugados precondicionado [8], propomos a utilização do precondicionador Fatoração Controlada de Cholesky [1].

PALAVRAS-CHAVE: Regularização de Tikhonov, Programação Quadrática, Métodos de Pontos Interiores.

1 I INTRODUÇÃO

A discretização de um problema inverso comumente fornece um sistema linear de equações

$$Ax = b,\ \ A \in \mathbb{R}^{m\times n},\ \ x \in \mathbb{R}^n,\ \ b \in \mathbb{R}^m \tag{1}$$

Quando os valores singulares da matriz dos coeficientes deste sistema se acumulam próximos à origem e decaem gradualmente a zero, isso torna a matriz severamente mal-condicionada. Tais sistemas são frequentemente chamados de problemas lineares discretos e mal-postos [6].

O método de regularização de Tikhonov é um dos mais antigos e mais populares métodos de regularização. Este método aproxima o sistema linear (1) pelo sistema regularizado

$$(A^T A + \alpha^2 I)x = A^T b, \tag{2}$$

onde α ≥0 é o parâmetro de regularização que determina a quantidade de regularização e *I* é o operador identidade.

Em muitos problemas, a matriz *A* tem muitos valores singulares pequenos, o que acaba acarretando um mal condicionamento da matriz *A* e consequentemente de $A^T A$, visto que os autovalores de $A^T A$ são os valores singulares de *A* elevados ao quadrado. Além disso, em geral o vetor *b* está contaminado por erros de medidas (ruídos). Neste trabalho, assumiremos que os erros estão restritos ao lado direito do sistema (1), isto é, dado *b* podemos escrever

$$b = \bar{b} + \mathbf{e} \qquad \bar{b} = A\bar{x},$$

onde $\bar{b}$ representa os dados exatos não perturbados, $\bar{x} = A^{\dagger}\bar{b}$ representa a solução exata e o vetor e representa os erros nos dados.

A solução x de um problema mal-posto obtida via métodos diretos está com frequência associada a um valor elevado de $||x||_2$, veja [7]. Em vista disso o método apresentado por Tikhonov e Arsenin em [7] tem por objetivo obter soluções do sistema de equações lineares $Ax = b$ com norma pequena, do que é proposto resolver o problema de minimização:

$$\min_{x} ||x||_2, \text{ sujeito a } \quad ||b - Ax||_2 \quad \leq \mathbf{T}_0 \tag{3}$$

onde $\mathbf{T}_0$ é o valor máximo da norma do resíduo que estamos dispostos a aceitar. Sendo assim, estamos diante de um problema de minimização com restrições de desigualdade.

No trabalho [5], o problema de minimização (3) foi aproximado por um problema de programação quadrática através de uma formulação Primal-Dual que deu origem a um método Preditor-Corretor capaz de obter uma solução para o problema de minimização (3). Este método Preditor-Corretor da origem a sistemas de equações normais que são resolvidos via método dos gradientes conjugados precondicinado com o precondiconador separador. Neste trabalho, a fim de reduzir o número de iterações de pontos interiores e do método dos gradientes conjugados precon- dicionado [8], propomos a utilização do precondicionador Fatoração Controlada de Cholesky [1].

2 I MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES

Em [5], para desenvolver o método de pontos interiores (MPI) para o problema de regularização de Tikhonov, nós aproximamos o problema de minimização (3) pelo problema (4), que procura soluções com propriedades similares as requeridas pelo problema (3):

$$\begin{cases} \min\limits_{x,u,v} & \frac{\tau}{2}||x||_2^2 + e^T(u+v) \\ \text{sujeito a} & Ax + u - v = b. \\ & (u,v) \geq 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}^n. \end{cases} \tag{4}$$

Trata-se de um problema de programação quadrática com restrições lineares, onde A é uma matriz de posto completo $m \times n$, b e x são vetores colunas de dimensões apropriadas. Além disso, e é um vetor com todas as entradas iguais a 1 e u e v são variáveis não negativas. O valor $\tau > 0$ representa um parâmetro de penalização para valores grandes de $||x||_2$.

Associado ao problema primal (4), temos o problema de programação quadrática dual:

$$\begin{cases} \max\limits_{x,y,z,w} & -\frac{\tau}{2}||x||^2 + y^T b \\ \text{sujeito a} & \tau x - A^T y = 0 \\ & e - y - z = 0 \\ & e + y - w = 0 \\ & (z, w) \geq 0 \text{ e } y \in \mathbb{R}^m. \end{cases} \tag{5}$$

Aplicando os mesmos passos de [9] aos problemas (4) e (5) obtemos um método de pontos interiores do tipo preditor-corretor cujo a estrutura é dada pelo Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Etapas do PCM

Dados: $(x^0, u^0, v^0, y^0, z^0, w^0)$ com $(u^0, v^0, z^0, w^0) > 0$
Resultado: Solução do PCM
para k = 1, 2, ... faça

1. $\mu^k = \frac{u_k^T z_k + v_k^T w_k}{2n}$;
2. $\dot{q}^k = r_b^k + U^k(e - (Z^k)^{-1} r_z^k) + V^k(-e^k + (W^k)^{-1} r_w^k)$
3. $(\Theta^k)^{-1} = (Z^k)^{-1}(U^k) + (W^k)^{-1} V^k$
4. $\triangle x^{af} = (A^T \Theta^k A + \tau I_n)^{-1}(A^T \Theta^k \dot{q}^k + r_y^k)$
5. $\triangle y^{af} = \Theta^k(\dot{q}^k - A \triangle x^{af})$
6. $\triangle z^{af} = -r_z^k - \triangle y^{af}$
7. $\triangle w^{af} = \triangle y^{af} - r_w^k$
8. $\triangle u^{af} = -U^k e + (Z^k)^{-1} U^k r_z + (Z^k)^{-1} U^k \triangle y^{af}$
9. $\triangle v^{af} = -V^k e + (W^k)^{-1} V^k r_w - (W^k)^{-1} V^k \triangle y^{af}$
10. Obtenha α_u^{af}, α_v^{af}, α_z^{af} e α_w^{af}
11. $\alpha^{af} = \beta^k \min\left\{\alpha_u^{af}, \alpha_v^{af}, \alpha_z^{af}, \alpha_w^{af}\right\}$ onde $\beta^k \in (0, 1)$
12. $\mu_{af}^k = \frac{(u^k + \alpha_u^{af} \triangle u^{af})(z^k + \alpha_z^{af} \triangle z^{af}) + (v^k + \alpha_v^{af} \triangle v^{af})(w^k + \alpha_w^{af} \triangle w^{af})}{2n}$
13. $\sigma_k = \left(\frac{\mu_{af}^k}{\mu^k}\right)^3$
14. $\ddot{q} = (Z^k)^{-1}(-\sigma_k \mu^k e + \triangle U^{af} \triangle Z^{af} e) + (W^k)^{-1}(\sigma_k \mu^k e - \triangle V^{af} \triangle W^{af} e)$
15. $(\Theta^k)^{-1} = (Z^k)^{-1}(U^k) + (W^k)^{-1} V^k$
16. $\triangle x^{cc} = (A^T \Theta^k A + \tau I_n)^{-1}(A^T \Theta^k \ddot{q}^k)$
17. $\triangle y^{cc} = \Theta^k(\ddot{q}^k - A \triangle x^{cc})$
18. $\triangle z^{cc} = -\triangle y^{cc}$
19. $\triangle w^{cc} = \triangle y^{cc}$
20. $\triangle u^{cc} = (Z^k)^{-1}(\sigma_k \mu^k e - \triangle U^{af} \triangle Z^{af} e + U^k \triangle y^{cc})$
21. $\triangle v^{cc} = (W^k)^{-1}(\sigma_k \mu^k e - \triangle V^{af} \triangle W^{af} e - V^k \triangle y^{cc})$

22. Obtenha a direção de descida $d^k = d_k^{af} + d_k^{cc}$

23. Calcule o comprimento de passo $\alpha^k = \beta^k \min\{\rho_u, \rho_v, \rho_w, \rho_z\}$ onde:
$\beta^k \in (0,1)$, e $\rho_u = \min_i \left\{-\frac{u_i^k}{\triangle u_i^k} \mid \triangle u_i^k < 0\right\}$, $\rho_v = \min_i \left\{-\frac{v_i^k}{\triangle v_i^k} \mid \triangle v_i^k < 0\right\}$,
$\rho_w = \min_i \left\{-\frac{w_i^k}{\triangle w_i^k} \mid \triangle w_i^k < 0\right\}$, $\rho_z = \min_i \left\{-\frac{z_i^k}{\triangle z_i^k} \mid \triangle z_i^k < 0\right\}$;

24. $(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) = (\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) + \alpha^k d^k$

fim

Neste algoritmo valem as seguintes igualdades: $\alpha_u^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : u^k + \alpha\triangle u^{af} > 0\}$, $\alpha_v^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : v^k + \alpha\triangle v^{af} > 0\}$, $\alpha_z^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : z^k + \alpha\triangle z^{af} > 0\}$, $\alpha_w^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : w^k + \alpha\triangle w^{af} > 0\}$, $Z^k = diag(z_1^k, z_2^k, \ldots, z_m^k)$, $U^k = diag(u_1^k, u_2^k, \ldots, u_m^k)$, $W^k = diag(w_1^k, w_2^k, \ldots, w_m^k)$, $V^k = diag(v_1^k, v_2^k, \ldots, v_m^k)$, $r_b^k = b - Ax^k - u^k + v^k$, $r_y^k = A^T y^k - \tau x^k$, $r_z^k = z^k + y^k - e$ e $r_w^k = w^k - y^k - e$.

Na etapa 4 do Algoritmo 1 nos deparamos com sistemas de equações normais. Para resolver tais sistemas utilizamos o Método dos Gradientes Conjugados Precondicionado (MGCP) [8].

Nós implementamos duas versões do Algoritmo 1, a primeira versão utilizando o precondicionador separador desenvolvido em [3]. Vamos nos referir a esta combinação como MPCLU. A segunda versão foi implementada utilizando a Fatoração Controlada de Cholesky proposta por [1]. A esta combinação iremos nos referir como MPCFCC.

Mais detalhes sobre as formulações MPCLU e MPCFCC podem ser encontras em [4].

3 | RESULTADOS NUMÉRICOS

Todos os resultados numéricos foram desenvolvidos em MATLAB R2013b com sistema operacional 64-bit Windows 10, processador Intel Core I7-8550U, 1.99 Ghz, 16 GB de memória RAM. Os códigos para calcular a discretização dos exemplos deste trabalho provêm dos pacotes disponibilizados em [2]. Consideramos que o lado direito dos sistemas está contaminado por ruídos, ou seja, $b = \bar{b} + \mathbf{e}$, em que $\mathbf{e}$ refere-se a um vetor aleatório normalizado escolhido de tal forma que $\|\mathbf{e}\| / \|\bar{b}\| = \epsilon > 0$. Iremos nos referir ao quociente $NL = \|\mathbf{e}\| / \|\bar{b}\|$ como nível de ruído. Para os testes numéricos assumimos $\tau = 5\ 10^{-3}$.

A fim de comparar a eficiência do MPCFCC e do MPCLU, iremos comparar os resultados obtidos por ambos os métodos na resolução dos problemas de teste Baart, Shaw e Phillips com níveis de ruído $NL = 10^{-3}$, $NL = 10^{-4}$ e $NL = 10^{-3}$ respectivamente. Nós testamos ambos os métodos para várias dimensões dos problemas de teste. Apresentamos os resultados nas tabelas a seguir:

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	8	148	$1,158 \times 10^{-1}$	$2,403 \times 10^{-4}$	$2,809 \times 10^{-1}$
500	9	129	$1,201 \times 10^{-1}$	$1,635 \times 10^{-4}$	$6,022 \times 10^{-1}$
1000	10	131	$7,760 \times 10^{-2}$	$5,332 \times 10^{-5}$	$2,841 \times 10^{+0}$
2000	10	131	$1,058 \times 10^{-1}$	$4,386 \times 10^{-4}$	$2,312 \times 10^{+1}$
5000	11	147	$1,101 \times 10^{-1}$	$2,134 \times 10^{-5}$	$5,811 \times 10^{+2}$

Tabela 1: MPCFCC aplicado à matriz de Baart.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	9	148	$1,145 \times 10^{-1}$	$2,204 \times 10^{-4}$	$4,127 \times 10^{-1}$
500	11	158	$1,300 \times 10^{-1}$	$1,657 \times 10^{-4}$	$5,723 \times 10^{-1}$
1000	10	164	$1,573 \times 10^{-1}$	$6,239 \times 10^{-5}$	$1,742 \times 10^{+0}$
2000	12	201	$7,130 \times 10^{-2}$	$3,557 \times 10^{-5}$	$8,885 \times 10^{+0}$
5000	10	165	$8,060 \times 10^{-2}$	$3,120 \times 10^{-5}$	$5,365 \times 10^{+1}$

Tabela 2: MPCLU aplicado à matriz de Baart.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	13	332	$3,250 \times 10^{-2}$	$1,474 \times 10^{-5}$	$3,200 \times 10^{-1}$
500	13	332	$3,360 \times 10^{-2}$	$9,887 \times 10^{-6}$	$7,339 \times 10^{-1}$
1000	14	354	$3,340 \times 10^{-2}$	$8,180 \times 10^{-6}$	$3,478 \times 10^{+0}$
2000	14	343	$3,350 \times 10^{-2}$	$6,793 \times 10^{-6}$	$2,598 \times 10^{+1}$
3000	15	372	$3,310 \times 10^{-2}$	$6,273 \times 10^{-7}$	$8,920 \times 10^{+1}$

Tabela 3: MPCFCC aplicado à matriz de Shaw.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	12	344	$3,170 \times 10^{-2}$	$1,283 \times 10^{-5}$	$4,074 \times 10^{-1}$
500	12	337	$3,450 \times 10^{-2}$	$1,144 \times 10^{-5}$	$8,760 \times 10^{-1}$
1000	15	396	$3,230 \times 10^{-2}$	$5,710 \times 10^{-6}$	$4,019 \times 10^{+0}$
2000	14	356	$3,310 \times 10^{-2}$	$7,223 \times 10^{-6}$	$1,500 \times 10^{+1}$
3000	15	382	$3,360 \times 10^{-2}$	$6,546 \times 10^{-6}$	$3,363 \times 10^{+2}$

Tabela 4: MPCLU aplicado à matriz de Shaw.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
252	9	285	$1,180 \times 10^{-2}$	$6,052 \times 10^{-4}$	$2,707 \times 10^{-1}$
504	11	377	$1,440 \times 10^{-2}$	$5,890 \times 10^{-4}$	$6,451 \times 10^{-1}$
1024	12	417	$1,480 \times 10^{-2}$	$3,644 \times 10^{-4}$	$3,200 \times 10^{+0}$
2048	13	502	$1,210 \times 10^{-2}$	$4,740 \times 10^{-4}$	$2,557 \times 10^{+1}$
4096	12	458	$1,120 \times 10^{-2}$	$4,235 \times 10^{-4}$	$2,876 \times 10^{+2}$

Tabela 5: MPCFCC aplicado à matriz de Phillips.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
252	10	385	$1,000 \times 10^{-2}$	$3,143 \times 10^{-4}$	$3,817 \times 10^{-1}$
504	11	429	$1,250 \times 10^{-2}$	$3,563 \times 10^{-4}$	$9,546 \times 10^{-1}$
1024	12	458	$9,000 \times 10^{-3}$	$3,182 \times 10^{-4}$	$4,547 \times 10^{+0}$
2048	13	512	$1,170 \times 10^{-2}$	$3,919 \times 10^{-4}$	$2,302 \times 10^{+1}$
4096	12	466	$1,160 \times 10^{-2}$	$5,213 \times 10^{-4}$	$1,038 \times 10^{+2}$

Tabela 6: MPCLU aplicado à matriz de Phillips.

A primeira coluna das tabelas nos informa a dimensão das matrizes, a segunda coluna fornece o número de iterações de métodos de pontos interiores que foram necessárias para resolver o pro- blema, ao passo que a terceira fornece o número de iterações do MGCP necessárias durante toda a execução do método de pontos interiores em questão. Uma vez que a solução exata **x** é conhecida, as colunas Erd e Eri representam respectivamente os erros relativos cometidos: Erd= $||\mathbf{x}^k\ \mathbf{x}||_2/||\mathbf{x}||_2$ e Eri= $||A\mathbf{x}^k\ b||_2/||b||_2$. Por fim, t_{cpu} representa o tempo em segundos demandados pelo método para resolução do problema.

Para o problema de Baart as iterações de MPI e iterações de MGCP do método MPCFCC se mostrou competitivo com o método MPCLU, ele também se mostrou competitivo no quesito tempo computacional, exceto para ordem $n = 5000$.

Já para o problema de teste Shaw, o número de iterações de ponto interior e de MGCP dos métodos MPCFCC e MPCLU tiveram resultados bem próximos e podemos dizer o mesmo com relação à precisão dos resultados alcançados pelos mesmos. Na maior parte dos casos, o tempo de processamento do MPCFCC obteve resultados melhores do que o método MPCLU.

Por fim, para o problema de Phillips o número iterações de MPI foram os mesmos em quase todos os casos. Mas, o número de iterações de MGCP foram menores em todos os casos. No entanto, os resultados de tempo de processamento t_{cpu} do MPCFCC se tornaram maiores do que os do MPCLU a partir da ordem $n = 2048$. Isto se deve à necessidade de atualizar o precondicionador Fatoração Controlada de Cholesky quando o mesmo perde eficiência.

4 | CONCLUSÕES

Neste trabalho, o cálculo das direções de busca do método Preditor-Corretor nos levaram a sistemas de equações normais. Estes sistemas de equações normais foram resolvidos pelo Método dos Gradientes Conjugados Precondicionado. Sendo os precondicionadores utilizados o Precondi- cionador Separador e a Fatoração Controlada de Cholesky.

De modo geral podemos dizer que o MPCLU e o MPCFCC obtiveram ordem de precisão das soluções bastante similares. Também, o número de iterações de MPI de ambos os métodos se mostraram bem próximos para os exemplos utilizados. No entanto, na maior parte dos casos o método MPCFCC obteve êxito em diminuir o número de iterações de MGCP no decorrer das iterações de MPI.

Concluímos que embora sejam necessários mais testes, os resultados obtidos com a implementação dos métodos no software MATLAB, mostram que o MPCFCC pode ser competitivo com o MPCLU.

REFERÊNCIAS

[1] Campos, F. F. Analysis of conjugate gradient-type methods for solving linear equations, Tese deDoutorado, University of Oxford, 1995.

[2] Hansen, P. C. Regularization tools version 4.0 for matlab 7.3. *Numer. Algorithms*, volume 46, pages 189–194, 2007. DOI: 10.1007/s11075-007-9136-9.

[3] Oliveira, A. R. L.; Sorensen, D. A new class of preconditioners for large-scale linear systems from interior point methods for linear programming, *Linear Algebra and its applications*, Elsevier, volume 394, pages 1–24, 2005. DOI: 10.1016/j.laa.2004.08.019.

[4] Portilho Jr, E. S. Métodos de pontos interiores para resolução de problemas de regularização de Tikhonov de grande porte, Tese de Doutorado, Unicamp, 2020.

[5] Portilho Jr, E. S.; Oliveira, A. R. L. Métodos de pontos interiores para resolução de problemas de regularização de Tikhonov de grande porte, *Anais do X Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional do Rio Grande do Sul – ERMAC-RS*, 2020. ISBN: 978-65-5623- 103-7

[6] Rezghi, R. and Hosseini, S. M. A new variant of l-curve for tikhonov regularization, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Elsevier, volume 231, pages 914–924, 2009. DOI: 10.1016/j.cam.2009.05.016.

[7] Tikhonov, A. N.; Aarsenin, V. Y. *Solution of ill-posed problems*. V.H. Winston & Sons, Washington DC, 1977.

[8] Trefethen, L. N.; Bau, D. *Numerical Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathe- matics, 1997.

[9] Zhang, Y. A primal-dual interior point approach for computing l_1 and l_∞ solutions of over- determined linear systems, *J. Optim. Theory Appl.*, volume 77(2), pages 323–341, 1993. DOI:10.1007/BF00940715.

ÍNDICE REMISSIVO

A

C

D

E

F

G

H

I

L

M

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Atena
Editora
Ano 2022

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Atena
Editora
Ano 2022