

Américo Junior Nunes da Silva  
(Organizador)

**Investigação científica em**

***matemática***  
**e suas aplicações 2**

Américo Junior Nunes da Silva  
(Organizador)

**Investigação científica em**



**matemática**  
**e suas aplicações 2**

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial**

**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



## Investigação científica em matemática e suas aplicações 2

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Mariane Aparecida Freitas  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Américo Junior Nunes da Silva

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I62      Investigação científica em matemática e suas aplicações 2 /  
Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta  
Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-258-0394-4

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.944223008>

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da  
(Organizador). II. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)



**Atena**  
Editora  
Ano 2022

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro “***Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações 2***” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva



## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DO CAMPO: PERSPECTIVAS PARA A INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO

Jonatan Miotto

Gladys Denise Wielewski


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230081>

### **CAPÍTULO 2..... 17**

MONTAGEM E ANÁLISE DE FLUXOS DE CAIXA DE INVESTIMENTO PRODUTIVO NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO: SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTEGRANDO A MATEMÁTICA FINANCEIRA COM O ENSINO DE INFORMÁTICA, GESTÃO E PRODUÇÃO

Fabio Ferrite Lisauskas

Eduardo André Mossin


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230082>

### **CAPÍTULO 3..... 31**

TECENDO CAMINHOS PARA O LETRAMENTO MATEMÁTICO, NOS ANOS INICIAIS: EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Kátia Joana de Queiroz

Silvanio de Andrade


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230083>

### **CAPÍTULO 4..... 41**

UM MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS LINEARES DISCRETOS MAL-POSTOS

Emídio Santos Portilho Júnior

Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230084>

### **CAPÍTULO 5..... 48**

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO: UMA PROPOSTA APRESENTADA PARA APRENDIZAGEM DAS QUATROS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES NO 6º ANO

Gabriele Rodrigues dos Santos

Karina Rodrigues dos Santos


Maria Silvana Dias Mascarenhas

Larisse Lorrane Monteiro Moraes

Cleyton Pinho Damascena

Gabriel Wanzeler Souza

Giovana Sousa Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230085>

### **CAPÍTULO 6..... 62**

MODELOS MATEMÁTICOS DEL ESTRÉS, UN ANÁLISIS DE CONTENIDO

Franyelit María Suárez-Carreño

Alexander Castillo Perdomo  
Luis Eduardo García Núñez  
Verónica Victoria Luzuriaga Gutiérrez  
Luis Rosales-Romero  
Flor Omar

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230086>

**CAPÍTULO 7..... 79**

**UTILIZAÇÃO DA PLATAFORMA GEOGEBRA NO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA**


Arianne Vellasco Gomes  
Emília de Mendonça Rosa Marques

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230087>

**CAPÍTULO 8..... 90**

**OS DESDOBRAMENTOS TEÓRICOS DA PROPORCIONALIDADE NA ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA**

Mayra Taís Albuquerque Santos

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230088>

**CAPÍTULO 9..... 101**

**FORMAÇÃO DE PROFESSORES REFLEXIVOS: UMA ANÁLISE A PARTIR DA IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DE UMA ESCOLA PÚBLICA NO INTERIOR DE MINAS GERAIS**


Juscelaine Martins de Freitas  
Cláudia Carreira da Rosa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9442230089>

**CAPÍTULO 10..... 108**

**UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE ALGUMAS MEDIDAS DE COMPRIMENTO: METRO, MILÍMETRO E CENTÍMETRO PARA O 6º ANO**


Angélica da Silva Pinto Alencar  
Érica Pantoja da Silva  
Karen Conceição Moraes Carneiro  
Larisse Lorrane Monteiro Moraes






 <https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300810>

**CAPÍTULO 11..... 121**

**LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA: A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA – POLIEDROS REGULARES**

Alexandre Souza de Oliveira  
Sergiano Guerra de Oliveira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300811>

<b>CAPÍTULO 12.....</b>	<b>136</b>
<b>O GEOGEBRA E O IF GOIÁS – TRABALHOS DESENVOLVIDOS</b>	
Maxwell Gonçalves Araújo	
Ana Cristina Gomes de Jesus	
Luciano Duarte da Silva	
Paulo Sebastião Ribeiro	
Franciane José da Silva	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300812">https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300812</a>	
<b>CAPÍTULO 13.....</b>	<b>142</b>
<b>ALGUMAS DIFICULDADES EVIDENCIADAS NA PRÁTICA PEDAGÓGICA DOS PROFESSORES INICIANTES DE MATEMÁTICA</b>	
Emerson Batista Ferreira Mota	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300813">https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300813</a>	
<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>151</b>
<b>A APLICAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA FACILITADORA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZADO DE GRANDEZAS E MEDIDAS PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL</b>	
Keliton Cavalcante Pinheiro	
Lorrayne Cristina Carvalho de Souza	
Thiago Ferreira Rodrigues	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300814">https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300814</a>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>164</b>
<b>A ABORDAGEM DO ALGORITMO DA DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS</b>	
Tayná de Souza Alencar	
Lucília Batista Dantas Pereira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300815">https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300815</a>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>191</b>
<b>A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NA AULA DE FÍSICA</b>	
Niomar Bolano Jalhium	
Rogério Falasca Alexandrino	
Fernanda Cátia Bozelli	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300816">https://doi.org/10.22533/at.ed.94422300816</a>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR.....</b>	<b>196</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>197</b>

## LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA: A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA – POLIEDROS REGULARES

*Data de aceite: 01/08/2022*

### **Alexandre Souza de Oliveira**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo  
– PUCSP  
Universidade Nove de Julho – UNINOVE-SP  
São Paulo – SP  
<http://lattes.cnpq.br/4699659431065247>

### **Sergiano Guerra de Oliveira**

Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL  
São Paulo – SP  
<http://lattes.cnpq.br/6111899366391498>

**RESUMO:** Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica utilizando materiais manipulativos para o ensino de geometria. Trabalharemos a observação e a exploração dos cinco poliedros platônicos, além de analisar suas características. A pesquisa tem como sujeitos participantes cerca de 95 estudantes matriculados na 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP. A variedade de recursos utilizados foi um elemento relevante para o aprendizado geométrico dos sujeitos. A metodologia está dividida em três momentos. No primeiro momento, foi realizada a comprovação da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares. Nesta atividade, os alunos puderam perceber com quais polígonos regulares foi possível a formação de ângulos poliédricos, o que auxiliará nas conclusões finais da existência de apenas cinco poliedros regulares. No segundo momento, os alunos foram motivados a construir os

cinco poliedros regulares. Foram utilizados os polígonos que sobraram do primeiro momento, os bicos já construídos e a planificação dos sólidos geométricos que constitui a representação de todas as suas faces em forma bidimensional, permitindo visualizar o todo do sólido. No terceiro momento foram abordados alguns aspectos teóricos sobre os poliedros regulares e discussões. Com essa proposta, possibilitamos um ensino da Geometria mais interessante, atrativo e prazeroso, que proporcione ao aluno perceber que a Matemática vai além de teoremas e argumentações dedutivas.

**PALAVRAS-CHAVE:** Geometria. Poliedros regulares. Poliedros de Platão. Materiais manipulativos.

**ABSTRACT:** In this work we present a pedagogical proposal using manipulative materials for the teaching of geometry. We will work on the observation and exploration of the five Platonic polyhedra, in addition to analyzing their characteristics. The research has as research subjects three classes of the 1st grade of High School from a public school of the State Education Network in the city of São Paulo (SP). The variety of resources used was a relevant element for the subjects' geometric learning. The methodology will be divided into three moments. In the first moment, proof of the existence of only five types of regular polyhedrons was carried out. In this activity, they were able to perceive with which regular polygons it was possible to form polyhedral angles, which will help in the final conclusions of the existence of only five regular polyhedra. In the second moment, the students

were motivated to build the five regular polyhedra. The polygons left over from the first moment and the spouts already built were used, as well as the flattening of the geometric solids, which represents the representation of all its faces in two-dimensional form, allowing the visualization of the whole of the solid. In the third moment, some theoretical aspects about regular polyhedra and discussions were addressed. With this proposal, we enable a more interesting, attractive and pleasurable teaching of Geometry, which allows the student to perceive that Mathematics goes beyond theorems and deductive arguments.

**KEYWORDS:** Geometry. Regular polyhedrons. Plato's Polyhedra. Manipulative materials.

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma pesquisa com a utilização de materiais concretos manipuláveis no laboratório de matemática com a participação direta dos sujeitos na construção do conhecimento. A fim de compreender melhor o ensino da Geometria, foi ministrada 6 aulas práticas para três turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP a fim de compreender os obstáculos epistemológicos dos alunos em relação ao objeto matemático, a fim de realizar as intervenções necessárias para o aprendizado.

A escola é um espaço onde o educando participa da construção do conhecimento, onde as chances de sucesso dependem muito do ambiente em que essa construção acontece e da qualidade da relação entre educador e educando.

Uma vez que a maioria das aulas expositivas, foi possível verificar a aversão dos alunos com relação à matemática, com dificuldades para compreender, afirmavam que a matemática é uma matéria difícil de ser compreendida bem como a geometria. Essa experiência nos fez enquanto pesquisadores refletir sobre as dificuldades dos estudantes, e de alguns professores com os quais havíamos estudado. Foi possível perceber que os alunos tinham a necessidade de experimentar conceitos de geometria espacial, com mais participação na construção do conhecimento.

As aulas práticas com a utilização e/ou construção de material didático diferenciado podem contribuir para que os alunos possam entender de forma mais clara os conceitos geométricos, e ter uma visão mais realista das figuras, linhas e formas geométricas.

A matemática por ser uma ciência exata, leva muitos educadores ao erro de pensar que há somente uma maneira de se chegar a uma resposta, porém os caminhos e possibilidades para isso são inúmeros. Temida por muitos por ser uma disciplina usualmente definida como difícil e que mais reprova, como afirma Silveira (2002), o ensino da Matemática, em muitas escolas, vale-se da tríade: ler, escrever e contar. Zaslavsky (2009) defende que a Matemática é para todos, ressaltando que, quando são propostas ao aluno atividades desafiadoras, a Matemática pode se tornar uma fonte de muita alegria e satisfação.

Os alunos de hoje são dinâmicos e cheios de informação e ainda de realidades

diferentes o que exige do professor cada vez mais empenho e criatividade em preparar suas aulas. As aulas baseadas em quadro e giz já não são mais suficientes. Por isso para o aluno se envolver com a aprendizagem, é primordial que sejam desenvolvidas estratégias que ligue o conhecimento matemático escolar com o cotidiano do aluno.

O uso do lúdico em sala de aula tem sido uma das estratégias muito utilizadas pelos educadores como forma de melhor desenvolver a aprendizagem dos educandos. Por sua vez a função educativa do jogo oportuniza a aprendizagem do indivíduo: seu saber, seu conhecimento e sua compreensão de mundo. Porém as aulas lúdicas devem transmitir os conteúdos, combiná-los, possibilitando que o aprendiz perceba que não está apenas brincando em aula, mas que está armazenando conhecimentos. Daí a necessidade de um bom planejamento para a ministração de aulas lúdicas, para que não se torne apenas entretenimento, mas um objeto que ajuda o educando a criar o próprio conhecimento.

De acordo com Alves (2001), diversos professores para o ensino de matemática faz a utilização de jogos, principalmente no ensino em séries iniciais do Ensino Fundamental. Porém, essa metodologia não está sendo usada apenas no ensino fundamental, mas também no Ensino Médio, pois a utilização deles é de forma mais aprimorada ao ensino já alcançado na fase do ensino/aprendizagem da criança. Trata-se de investigar o desenvolvimento da criança através do jogo, de envolver o brincar dela para a aprendizagem, sem talvez que ela perceba, mas trazer o ensino da matemática através de atividades lúdicas.

Os primeiros conhecimentos que o homem teve a respeito da Geometria partiram da necessidade em compreender melhor o meio onde vivia. Segundo Roque, “os mesopotâmicos e egípcios realizavam cálculos com medidas de comprimentos, áreas e volumes e alguns de seus procedimentos aritméticos devem ter sido obtidos por métodos geométricos, envolvendo transformações de áreas”. (ROQUE, 2012, p. 93)

Assim, fica evidenciado que, desde os tempos mais antigos, ainda que de forma não sistematizada, as civilizações realizavam cálculos geométricos para resolver problemas da vida cotidiana. Apesar de a Geometria surgir de necessidades básicas, ainda percebemos, em nossa prática docente, a dificuldade dos alunos em lidar com novos conhecimentos e dos professores em disponibilizar aos educandos formas alternativas de superar essas dificuldades.

Dessa maneira, para reduzir essas dificuldades, convém que haja a busca por alternativas que possam tornar o ensino de Geometria mais atrativo, desenvolvendo a iniciativa, o raciocínio dedutivo e o pensamento crítico. Assim, minimizam-se as dificuldades encontradas pelos estudantes e professores, visto que o ensino dessa área da Matemática acabou por ficar afastado por um longo período dos currículos escolares, como destacam Passos e Nacarato (2014).

Depois de longo período de abandono quase absoluto, no final do século XX, o ensino de geometria na educação básica começa a fazer parte de debates e estudos acadêmicos, gerando muitas discussões em congressos nacionais e internacionais de Educação

Matemática e deu lugar a muitas pesquisas de mestrado e doutorado tanto no Brasil, como no exterior. O ensino de geometria nas escolas, até então relegado às últimas páginas dos livros didáticos, volta a compor, de forma mais integrada e ao longo das unidades, a maioria dos livros didáticos de matemática quando esses passam a contemplar, de certo modo, orientados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. (PASSOS; NACARATO, 2014, p. 1).

Diante disso, a fim de auxiliar nessas discussões, este artigo tem como objetivo propor uma alternativa para o ensino de Geometria que possa despertar o interesse dos participantes por essa área da Matemática, por meio da construção de um objeto matemático que pode ser mais explorado no ambiente escolar: os poliedros regulares ou poliedros de Platão. A ideia dessa proposta é criar a possibilidade de uma aula prática, investigativa e de construção, além de oportunizar aos alunos a construção de seu próprio material de estudo.

## QUESTÕES QUE NORTEARAM A PESQUISA

Conforme apontamos na introdução, construiu-se questões que nortearam esta pesquisa: 1). Investigar se a utilização de materiais manipuláveis em sala de aula contribui na compreensão do conteúdo de poliedros platônicos por parte dos alunos. 2). Analisar as potencialidades do uso de materiais manipuláveis em sala de aula, em especial no conteúdo de Poliedros. 3). Realizar experiências matemáticas utilizando material manipulável para a construção dos poliedros platônicos com as três turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP.

## PÚBLICO-ALVO, OBJETIVO E ETAPAS

A aplicação deste trabalho foi destinada a três turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP, totalizando cerca de 95 alunos. Ela tem como objetivo a criação de um espaço de reflexão, discussão, troca de experiências e, principalmente, de estudos sobre os poliedros regulares. Durante a realização das aulas práticas, evidenciaremos os poliedros regulares, conhecidos também como poliedros de Platão, a Relação de Euler e algumas propriedades dos poliedros (como nomenclatura, arestas, vértices e faces). As etapas a serem desenvolvidas serão:

- No **primeiro momento**, será realizada a comprovação da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares. Neste momento, foi entregue aos participantes diferentes polígonos regulares, com os quais eles realizaram a construção de ângulos poliédricos com diferentes números de polígonos regulares, nesta atividade, eles puderam perceber com quais polígonos regulares foi possível a formação de ângulos poliédricos, o que auxiliará nas conclusões finais da existência de apenas cinco poliedros regulares.

- No **segundo momento**, os alunos serão motivados a construir os cinco poliedros regulares. Para essa construção, serão utilizados os polígonos que sobraram do primeiro momento e os bicos já construídos e a planificação dos sólidos geométricos que constitui a representação de todas as suas faces em forma bidimensional, permitindo visualizar o todo do sólido. Dessa forma, vamos obter o tetraedro regular, o hexaedro regular, o octaedro regular, o dodecaedro regular e o icosaedro regular.
- No **terceiro momento** serão abordados alguns aspectos teóricos sobre os poliedros regulares e a possibilidade de discussões e identificação da quantidade de vértices, faces e arestas dos sólidos construídos. Neste momento também será necessário que os alunos comprovem que a relação de Euler é válida para os poliedros regulares (isso também é justificável pelo fato de os poliedros regulares serem convexos). A ideia aqui é fazer com que os participantes percebam que existem cinco tipos de poliedros regulares e cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão. No entanto, é importante que o estudante note que todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é regular. Neste momento também foi possível questionar os alunos: *Por que será que não existem mais do que cinco tipos de poliedros regulares? Você não acha intrigante essa limitação no número de poliedros regulares? Qual seria a razão deste número tão pequeno?*

## METODOLOGIA

A pesquisa teve se utilizou do método qualitativo, num estudo quase experimental onde os dados coletados foram por meio de um diário de campo, com observações, questionamentos, reflexões e atividades avaliativas.

O laboratório foi organizado e teve as aulas desenvolvida durante (06) seis horas-aula, durante as quais foram previstas atividades sobre o conteúdo de geometria e realização das atividades propostas. Para a realização das atividades experimentais utilizou-se a princípio os sólidos geométricos existentes no laboratório e também o uso das planificações dos poliedros platônicos, régua, compasso e transferidor .

Sob a forma de avaliação, também foi utilizada a apostila Aprender Sempre voltado para alunos da 1ª série do Ensino Médio das escolas públicas da rede estadual de ensino de São Paulo - SP, com o conteúdo de geometria que envolve os sólidos platônicos e a Relação de Euler, como forma de verificar a evolução da aprendizagem dos alunos durante a realização do laboratório. Dessa forma realizou-se uma triangulação entre os dados coletados e os teóricos que embasam esta pesquisa para a realização destas análises dos dados.



## O ENSINO DE GEOMETRIA E OS MATERIAIS MANIPULÁVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO

O ensino de Geometria permite trabalhar com figuras geométricas tanto planas quanto espaciais e utilizar-se delas na vida cotidiana, desde a Matemática escolar até a economia de mercado, explorando a construção civil, a agricultura e a organização do espaço. Mesmo com tamanha relação com a vida dos educandos, esse ensino passou por momentos de abandono dentro da história do currículo brasileiro.

Com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), ficou evidenciada a preocupação em retomar esse ensino, pois afirmam que a Geometria “é um estudo em que os alunos podem ter oportunidade especial, com a certeza, não a única, de apreciar a faceta da matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas” (BRASIL, 2006, p.75). Para tanto, existe uma preocupação em relação a como trabalhar com o ensino de Geometria e quais alternativas podem torná-lo mais atrativo, possibilitando o desenvolvimento da iniciativa, do raciocínio dedutivo e do pensamento crítico. De acordo com Meneses (2007),

no Brasil, ainda nos dias atuais, temos percebido uma certa dificuldade de alguns professores em abordar esse ramo de conhecimento da Matemática, pois algumas reformas, principalmente a reforma advinda do Movimento da Matemática Moderna, fizeram com que esse estudo fosse posto em segundo plano, gerando um grupo de professores e conseqüentemente de alunos que apresentam pouco conhecimento e enormes dificuldades em abordar questões que envolvam conhecimentos geométricos. (MENESES, 2007, p. 29).

É perceptível, dentro do ambiente escolar, professores preocupados em mudar essa realidade, ao buscarem caminhos e alternativas para o ensino de Geometria, visto que muitos não tiveram esse estudo em sua formação e não se sentem seguros em trabalhar esse conteúdo. Os autores Fiorentini e Miorim trazem também uma importante reflexão, pois alertam que:

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um “aprender” mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um “aprender” que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3, grifos dos autores).

Portanto, para que os alunos tenham um desenvolvimento no ensino de Geometria, é conveniente a utilização de recursos que estimulem o seu ensino. Uma das alternativas viáveis é o uso do concreto, do manipulável, pois esses materiais podem contribuir para a construção de novos saberes. Segundo Nacarato

O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, ao defender que a educação deveria começar

pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. No Brasil o discurso em defesa da utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática surgiu na década de 1920. (NACARATO, 2004, p. 1).

Essas discussões tiveram início, no Brasil, na década de 1920. Outro ponto importante no que se refere ao ensino de Geometria com materiais manipuláveis foi a década de 1980 com o resgate desse ensino devido ao período de enfraquecimento do Movimento da Matemática Moderna. A autora alerta que “um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los” (NACARATO, 2004, p.04).

Portanto, convém destacarmos que a utilização de materiais manipulável por si só não se torna eficiente. Faz-se necessário construir conhecimentos por meio da utilização desses materiais. Passos (2006, p. 79) afirma que “os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem”. Diante disso, percebemos que a utilização de materiais manipuláveis, desde que seja explorada de maneira adequada, pode ser um recurso de experimentação e descobertas, um mediador para facilitar a relação entre professor/aluno/conhecimento.

Lorenzato (2006) destaca que uma possibilidade a ser explorada no ensino de Geometria são os poliedros de Platão, pois

diante dos poliedros de Platão convém que surjam questionamentos pelos alunos ou pelo professor como: Quem foi Platão? Quais foram suas contribuições para a matemática? Por que os poliedros de Platão são somente cinco, isto é, quais são as suas características? Quais são os outros tipos de poliedros? Onde os poliedros estão presentes? (LORENZATO, 2006, p. 8).

O autor se refere a esse estudo como uma alternativa em que o aluno pode aprender a procurar as respostas por ele próprio, trabalhando o aspecto experimental e racional na busca de um saber significativo. Lorenzato (2006) complementa dizendo que

para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar. (LORENZATO, 2006, p. 25).

Portanto, as dificuldades encontradas no ensino de Geometria possibilitam a utilização de materiais concretos, podendo despertar a criatividade e o raciocínio lógico dos alunos. Mas é conveniente destacarmos que o material concreto possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário, embora não suficiente, sendo importante ter sempre um elo entre a teoria e a prática.

## POLIEDROS REGULARES - POLIEDROS DE PLATÃO

Segundo os estudos da Geometria espacial, só existem cinco tipos de poliedros regulares. Hoje, de acordo com a história, esses poliedros são conhecidos como sólidos platônicos ou poliedros de Platão. Mas fica evidente que esses não são apenas os poliedros regulares, mas sim aqueles que, em todas as faces, têm o mesmo número de arestas e em todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número de arestas, e vale a relação de Euler. Esses poliedros carregam o nome de Platão em virtude de ser este o tratamento dado por Euclides, em seu livro XIII, embora a história nos conte que três desses poliedros - o tetraedro, o cubo e o dodecaedro - devam-se aos Pitagóricos, enquanto o octaedro e o icosaedro se devam a Teeteto (CADAMURO; ARAÚJO, 2013).

Segundo Dolce e Pompeo (1993, p. 130), “existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão”. Os autores caracterizam classes como um conjunto de poliedros que satisfazem as condições para serem considerados um poliedro de Platão. Dessa forma, notamos, por exemplo, que um prisma reto de base quadrada satisfaz todas as condições apresentadas, portanto, é um poliedro de Platão. Porém, se todas as suas faces não forem quadradas, ele não pode ser considerado um poliedro regular visto que “um poliedro convexo é regular quando: a) suas faces são polígonos regulares e congruentes; b) seus ângulos poliédricos são congruentes” (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 132). Os poliedros regulares possuem a seguinte propriedade: “existem cinco, e somente cinco, tipos de poliedros regulares. [...] Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é um poliedro regular” (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 133).

Portanto, a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares justifica-se em função de seus ângulos poliédricos, visto que, para formar um ângulo poliédrico, são necessários, no mínimo, três faces, e a soma de seus ângulos não pode ser igual ou maior do que  $360^\circ$ . A Figura 1 traz os cinco tipos de poliedros regulares convexos, que são também poliedros de Platão.



Figura 1 – Poliedros regulares

Fonte: Elaborado pelos autores

Esses são os cinco tipos de poliedros regulares existentes. Cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão.

## DESENVOLVIMENTO

### 1º momento - Comprovar a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares

Neste primeiro momento será utilizada uma apresentação em PowerPoint contendo as principais ideias sobre alguns tópicos significativos da Geometria. Após esse momento inicial, os participantes terão a possibilidade de comprovar a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares utilizando polígonos de papel. Será necessário que recortem os polígonos e, com eles, construam os possíveis ângulos poliédricos que aqui chamamos de “bicos”. Um conceito que deve estar claro é que, para formarem um bico, é necessário unir, no mínimo, três polígonos por um de seus lados, mas podem ser utilizados mais de três polígonos, se necessário. É importante observarem que a soma dos ângulos internos desse bico não pode ser igual ou maior do que  $360^\circ$ . A Figura 2 traz o passo a passo de como formar um bico.

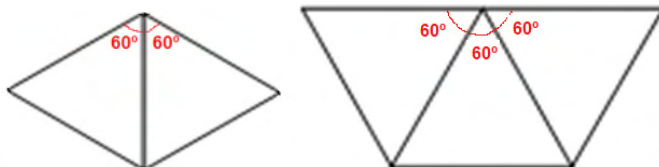


Figura 2 – Bico poliédrico do tetraedro regular

Fonte: Elaborado pelos autores

Polígono regular	Medida do ângulo interno do polígono	Quantidade de polígonos usados	Soma dos ângulos que formam o bico	Poliedro formado
Triângulos	$60^\circ$	3	$180^\circ$	Tetraedro
Triângulos	$60^\circ$	4	$240^\circ$	Octaedro
Triângulos	$60^\circ$	5	$300^\circ$	Icosaedro
Triângulos	$60^\circ$	6	$360^\circ$	Não existe
Quadrados	$90^\circ$	3	$270^\circ$	Hexaedro
Quadrados	$90^\circ$	4	$360^\circ$	Não existe
Pentágonos	$108^\circ$	3	$324^\circ$	Dodecaedro
Pentágonos	$108^\circ$	4	$432^\circ$	Não existe
Hexágonos	$120^\circ$	3	$360^\circ$	Não existe
Heptágonos	$\approx 128,57^\circ$	3	$\approx 385,71^\circ$	Não existe

Quadro 1 – Demonstração geométrica da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares

Fonte: Elaborado pelos autores

Agora que os participantes já sabem construir um bico, eles receberão vários polígonos regulares (triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos e heptágonos). Após, terão que construir todas as maneiras possíveis de bicos. Durante as construções, os participantes terão que anotar, no quadro que segue, todas as tentativas realizadas e os resultados obtidos.

Ao final das construções, os participantes serão questionados sobre quais bicos conseguiram formar. Nesse momento, a ideia de bico precisa estar bem clara. É indispensável que o educando saiba identificar quais e quantas faces formam um bico, pois, no próximo momento, construiremos os poliedros regulares utilizando essa ideia.

Na tentativa de montarmos poliedros regulares, será possível verificar, na prática, que não é possível fazê-lo nem com hexágonos nem com polígonos que tenham mais do que seis lados. Enfim, vamos concluir que só é possível construir cinco tipos de poliedros regulares: três modos distintos, utilizando triângulos; de um só modo, utilizando quadrados; de um só modo, utilizando pentágonos.

## **2º momento - Construção dos cinco tipos de poliedros regulares**

Agora que os participantes já compreenderam o motivo de existirem apenas cinco tipos de poliedros regulares, vamos construí-los. Para essa construção, serão utilizados os polígonos que sobraram do primeiro momento e os bicos já construídos. planificação de um sólido geométrico a representação de todas as suas faces em forma bidimensional, permitindo visualizar o todo do sólido. Utilizamos a planificação também como molde para a criação desses sólidos.

Logo, para finalizarmos a construção dos cinco tipos de poliedros regulares, basta completarmos cada bico construído anteriormente com os polígonos que estão faltando. Dessa forma, vamos obter o tetraedro regular, o hexaedro regular, o octaedro regular, o dodecaedro regular e o icosaedro regular. A construção dos poliedros regulares a partir de polígono, ocorre quando unimos polígonos semelhantes por um dos seus lados, mas faz-se necessário lembrar que para qualquer polígono que escolher será necessário pelo menos três deles para formar um bico (um ângulo poliédrico), podendo formar bicos com mais de três polígonos. A Figura 3 traz a planificação dos Poliedros regulares.

Como verificamos, existem apenas cinco tipos de poliedros regulares. A história nos conta que Platão, por volta do século VI a.C., já conhecia esse fato, tendo estudado especialmente certa classe de poliedros, hoje conhecidos como poliedros de Platão, entre os quais se incluem os poliedros regulares.

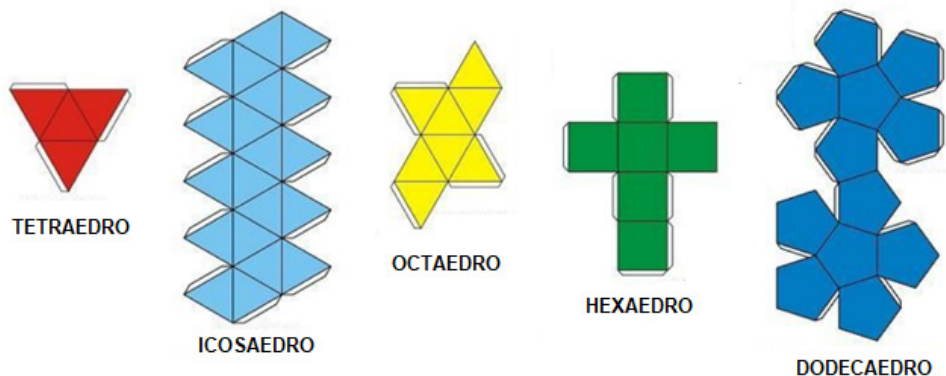


Figura 3 – Planificação dos Poliedros regulares construídos com polígonos

Fonte: Revista Nova Escola – Adaptado pelos autores

A escolha dos polígonos para formar o primeiro bico do poliedro não é totalmente livre, por exemplo, não é possível formar um bico com seis triângulos equiláteros, nem com quatro quadrados, nem com três hexágonos regulares, pois nesses casos, a soma dos ângulos internos dos polígonos em torno do ponto que constituiria o bico totaliza um ângulo plano de  $360^\circ$  e não um ângulo poliédrico. Outro exemplo importante é tentar formar um bico com três heptágonos ou com três octógonos não conseguirá, pois não conseguimos colocar o terceiro polígono.

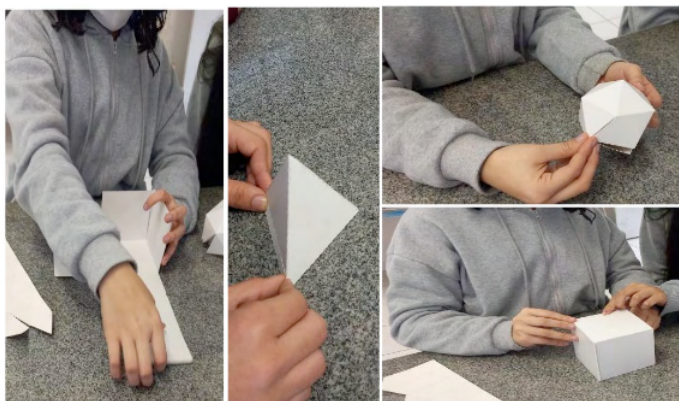


Figura 4 – Construção dos Poliedros regulares construídos com polígonos

Fonte: Elaborados pelos autores

Para a construção dos cinco poliedros regulares, começaremos analisando apenas triângulos. Ou seja, com apenas três triângulos será possível formar o primeiro bico e

colocar o quarto triângulo para assim formar um tetraedro. Na figura 4 há as construções dos poliedros realizadas pelos estudantes.

Para formar um octaedro será necessário formar dois bicos com quatro triângulos cada, e assim uni-los. Ainda é possível formar mais um poliedro a partir de triângulos, que será um icosaedro, dessa vez basta formar bicos com cinco triângulos e uni-los bico a bico. Utilizando quadrados, basta construir dois bicos com três quadrados cada e uni-los, formando o hexaedro, que é mais conhecido como cubo. Com pentágonos é possível formar quatro bicos com três pentágonos cada e uni-los bico a bico, formando o dodecaedro.

### 3º momento – Comprovando a relação de Euler - Reflexões e discussões

A construção de um poliedro regular a partir da planificação, pode ser uma alternativa para analisar e visualizar conceitos de Geometria, como por exemplo a relação de Euler que foi criada pelo matemático suíço Leonhard Euler e possui uma extrema importância na determinação do número de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo e alguns não convexos. Essa relação permite que os cálculos sejam realizados no intuito de determinar o número de elementos de um poliedro.

Após a construção, os alunos foram motivados a identificar a quantidade de vértices, faces e arestas dos sólidos construídos, ver quadro 2. Através desse quadro foi demonstrada a Relação de Euler de forma mais compreensível, pois eles mesmos deduziram a forma literal para os sólidos Platônicos regulares.

Poliedro Regular	Polígonos usados	Nº de faces (F)	Nº de vértices (V)	Nº de arestas (A)	$V - A + F = 2$
<b>Tetraedro</b>	triângulos	4	4	6	$4 - 6 + 4 = 2$
<b>Hexaedro</b>	quadrados	6	8	12	$8 - 12 + 6 = 2$
<b>Octaedro</b>	triângulos	8	6	12	$6 - 12 + 8 = 2$
<b>Dodecaedro</b>	pentágonos	12	20	30	$20 - 30 + 12 = 2$
<b>Icosaedro</b>	triângulos	20	12	30	$12 - 30 + 20 = 2$

Quadro 2 – Comprovando a relação de Euler

Fonte: Elaborado pelos autores.

A fórmula criada por Euler é a seguinte:  $F + V = A + 2$ , ou seja, em todo poliedro convexo, o número de vértices mais o número de faces é igual ao número de arestas mais 2.

Dessa maneira, finalizaremos este momento comprovando que a relação de Euler é válida para os poliedros regulares (isso também é justificável pelo fato de os poliedros regulares serem convexos).

Assim é possível dizermos que todo poliedro regular é um poliedro de Platão,

mas nem todo poliedro de Platão é regular. A ideia aqui é fazer com que os participantes percebam que existem cinco tipos de poliedros regulares e cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão. Mas que, em cada uma das classes de poliedros de Platão, também existem poliedros que não são regulares e alguns não são convexos. Nesse momento, serão realizados questionamentos a respeito dessas características: *Por que será que não existem mais do que cinco tipos de poliedros regulares? Você não acha intrigante essa limitação no número de poliedros regulares? Qual seria a razão deste número tão pequeno?*

Estas questões possibilitaram diversas reflexões e discussões, inclusive filosóficas. Desse modo os sujeitos de pesquisa notaram que para ser um sólido de Platão é necessário satisfazer três regras: 1<sup>a</sup> – O poliedro deve ser convexo; 2<sup>a</sup> – Deve possuir todas as faces com o mesmo número de arestas formadas por polígonos congruentes; 3<sup>a</sup> – Cada vértice deve ser extremidade de uma mesma quantidade de arestas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência relatada mostrou-se importante em diversos aspectos, especialmente com relação à motivação dos alunos por se tratar de uma aula prática, na qual puderam construir seus próprios sólidos geométricos. Este tipo de atividade faz com que os alunos interajam, ajudando uns aos outros.

Foi possível verificar que os alunos ultrapassaram as dificuldades da abstração matemática, compreendendo de forma clara e sucinta tais relações, como a relação de Euler, por exemplo, que envolvem as arestas, os vértices e as faces de um poliedro e além disso, chegaram à conclusão que era possível obter apenas cinco sólidos regulares. Com base no relato dos sujeitos durante as atividades pode-se afirmar que uma aprendizagem com materiais manipuláveis é uma aprendizagem que estimula o sentido crítico e criativo dos alunos, onde estes desenvolvem melhor a comunicação, o raciocínio. Assim, facilita a observação e a análise, o raciocínio lógico, o desenvolve crítico e científico, fundamental e útil para auxiliar o aluno na construção do seu conhecimento, conforme aponta D'Ambrósio (1989).

Conforme apontamos acima, é neste sentido que aparecem os materiais manipuláveis, como mediadores e facilitadores do processo de ensino e aprendizagem contempla inúmeras vantagens que justificam a sua utilização, como é o caso de tornar as aulas de matemática interativas e dinâmicas por meio de experiências visuais, manipuláveis e imaginárias.

Outro aspecto a ser considerado é que os poliedros confeccionados com materiais didáticos manipuláveis colaboram para que os alunos possam criar imagens de algo que lhes é familiar no seu cotidiano, ampliam a capacidade de representar mentalmente objetos e vivências, criando uma maior ligação com os conteúdos matemáticos, que



antes lhes parecia complexos. Assim, possibilitamos ao aluno perceber, na prática, a função das fórmulas algébricas. Com essa experiência matemática, pretendemos, dessa forma, observar as possibilidades de se trabalhar, de forma significativa, com esse objeto matemático durante as aulas.

## AGRADECIMENTOS

Nosso agradecimento a Profa. Márcia de Almeida Coutinho pelas contribuições, auxílio e sugestões que ocorreram ao longo do estudo e também pela forma segura, ética e ao mesmo tempo, carinhosa com que trata seus colegas de trabalho e alunos.

## REFERÊNCIAS

ALVES, R.; **O Desejo de Ensinar e a Arte de Aprender**. Campinas: Fundação EDUCAR DPaschoal, 2001.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio**. Volume 2: Ciência da natureza, Matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006.

CADAMURO, S. de S. D.; ARAÚJO, N. S. R. de. Descobrimos os poliedros de Platão e sua relação com o cotidiano. In: **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. Coleção cadernos do PDE. Volume 1. Versão *online*. 2013. Disponível em: <[http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2\\_013/2013\\_fafipa\\_mat\\_artigo\\_sueli\\_de\\_souza\\_ladeia\\_cadamuro.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2_013/2013_fafipa_mat_artigo_sueli_de_souza_ladeia_cadamuro.pdf)>. Acesso em: 07 de junho de 2022.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e debates**, 2, 15-19 de 1989.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria espacial posição e métrica**. 5. ed. São Paulo: Atual, 1993.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.Â. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP**, São Paulo, Ano 4, n. 7, jul/ago de 1990.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (Orgs.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006. p. 3 – 37.

MENESES, R. S. de. **Uma História da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino**. 172f. Dissertação -Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC. São Paulo, 2007.

NACARATO, A. M. Eu Trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, (2004- 2005), p.1-6.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (Orgs.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006. p. 77 – 92.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: um olhar a partir da provinha Brasil. São Paulo: **Revista Educação Matemática em Pesquisa**. Volume 16, n.4, p. 1147-1168, 2014.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVEIRA, M. R. A (2002). **Matemática é difícil**. Em Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação. Caxambu. *Anais*. Caxambu: Anped. Disponível: <[www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf](http://www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf)> Acessado em: 14 de junho de 2022.

ZASLAVSKY, C. (2009). **Criatividade e confiança em Matemática**. Porto Alegre: Artmed.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Aluno 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 50, 51, 52, 55, 59, 83, 84, 86, 89, 99, 104, 105, 106, 109, 110, 111, 112, 115, 121, 122, 123, 126, 127, 133, 134, 136, 137, 138, 148, 152, 153, 154, 155, 160, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 187, 188, 191, 192, 193

Anos iniciais 31, 32, 33, 34, 38, 39, 101, 120, 155, 162, 167, 171, 184

Aprendizagem 3, 5, 7, 8, 9, 12, 13, 16, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 48, 49, 50, 51, 52, 55, 59, 60, 79, 80, 81, 82, 83, 89, 99, 101, 103, 104, 105, 106, 108, 109, 111, 112, 114, 115, 118, 119, 121, 123, 125, 127, 133, 136, 137, 138, 139, 140, 144, 145, 146, 148, 149, 151, 152, 154, 157, 160, 162, 164, 166, 167, 168, 169, 170, 172, 185, 186, 190, 191, 192, 193

Aprendizagem de medidas de comprimento 108

### C

Constante proporcionalidade 90

Construção histórica 90

### D

Dificuldades 1, 27, 34, 36, 38, 49, 58, 83, 105, 106, 109, 110, 122, 123, 126, 127, 133, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 160, 161, 164, 166, 167, 168, 170, 171, 172, 184, 185, 186, 191, 192, 193

### E

Educação 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 29, 30, 31, 40, 51, 59, 60, 61, 79, 80, 83, 89, 90, 91, 94, 99, 100, 101, 103, 106, 109, 110, 111, 112, 113, 118, 119, 123, 126, 134, 135, 136, 137, 140, 141, 143, 146, 147, 148, 149, 150, 152, 153, 154, 155, 157, 160, 162, 164, 167, 168, 169, 185, 186, 193, 195

Educação básica 19, 29, 60, 79, 89, 90, 91, 94, 99, 119, 123, 143, 146, 147, 148, 167, 168, 186, 193, 195

Educação do campo 1, 2, 3, 5, 9, 13, 15, 16

Emociones humanas 62, 64, 77

Ensino de Matemática 1, 38, 49, 101, 108, 109, 112, 119, 123, 134, 136, 140, 147, 152, 153, 162, 164

Ensino desenvolvimental 136, 137, 139, 140, 141

Ensino remoto emergencial 79, 80, 89

Ensino técnico integrado 17

Estado da arte 136

Estados de salud 62, 65, 67, 68

Estrés 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 73, 75, 76, 77, 78

## F

Fluxo de caixa 17, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 29

Formação continuada 101, 102, 140

Formação de professores 19, 40, 101, 134, 136, 150, 195

Formação omnilateral 17, 18, 19, 29

Frações 48, 49, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 92

## G

GeoGebra 79, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 88, 89, 136, 137, 138, 139, 140, 141

GeoGebra Classroom 79, 83, 84, 88

GeoGebra Notes 79, 82, 83, 88

Geometria 81, 83, 89, 90, 91, 92, 93, 99, 100, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 132, 134, 135, 138, 141, 147, 166

## H

História 6, 9, 39, 48, 49, 51, 52, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 90, 91, 99, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 117, 118, 119, 126, 128, 130, 134, 135, 137, 141, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 160, 161, 162, 165, 185, 186

História da Matemática 48, 49, 51, 52, 55, 56, 58, 60, 90, 99, 108, 109, 110, 111, 112, 114, 115, 117, 118, 119, 135, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 160, 161, 185, 186

## I

Interdisciplinaridade 3, 29, 60, 119, 190

## L

Letramento matemático 31, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39

## M

Matemática 1, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 27, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 79, 80, 81, 82, 83, 85, 88, 89, 90, 91, 92, 99, 100, 101, 102, 104, 105, 106, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 117, 118, 119, 121, 122, 123, 124, 126, 127, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 160, 161, 162, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 171, 178, 182, 184, 185, 186, 190, 191, 192, 193, 194, 195

Matemática financeira 17, 18, 19, 20, 21, 29, 30, 178

Materiais manipulativos 121, 158

Metodologia 7, 13, 16, 31, 36, 48, 49, 51, 54, 56, 59, 61, 79, 82, 83, 101, 105, 106, 108, 109, 110, 111, 113, 114, 115, 121, 123, 125, 139, 142, 146, 147, 152, 154, 156, 157, 173

Métodos de pontos interiores 41, 42, 45, 47

Modelagem matemática 15, 49, 50, 59, 101, 102, 105, 106, 110, 118, 153, 162

Modelos matemáticos 62

## O

Operações 48, 49, 52, 53, 55, 56, 57, 58, 61, 91, 164, 166, 167, 168, 171, 172, 178, 185, 188

Operações fundamentais em  $\mathbb{Q}$  164

## P

Poliedros de Platão 121, 124, 125, 127, 128, 129, 130, 133, 134

Poliedros regulares 121, 124, 125, 128, 129, 130, 131, 132, 133

Prática pedagógica 7, 15, 48, 60, 104, 108, 117, 142, 143, 145, 150

Práticas 9, 14, 34, 35, 36, 38, 39, 79, 82, 103, 104, 106, 107, 110, 122, 124, 137, 142, 145, 147, 148, 150, 186, 190, 191

Professor 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 20, 27, 31, 32, 33, 34, 36, 39, 49, 50, 51, 52, 54, 55, 58, 82, 83, 84, 89, 94, 99, 101, 102, 103, 104, 105, 109, 110, 113, 115, 123, 127, 134, 137, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 153, 155, 158, 160, 162, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 176, 185, 186, 190, 191, 193, 195

Professor iniciante de matemática 142, 143, 146

Programação quadrática 41, 42

## R

Recurso educacional aberto 17, 19

Regularização de Tikhonov 41, 42, 47

Resolução de problemas 31, 32, 33, 34, 35, 37, 38, 39, 40, 41, 47, 49, 50, 61, 105, 106, 110, 153, 164, 166, 167, 168, 169, 170, 180, 181, 182, 184, 185, 186, 191

## S

Superação 142, 147


## T


Tendência 9, 49, 50, 51, 58, 61, 109, 110, 112, 114, 151, 152, 153, 155, 156, 160, 161, 162, 164, 169, 170


Teorema de Riemann 90, 96, 97

TIC 30, 51, 60, 61, 79, 82, 83, 89, 138, 140

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

@atenaeditora 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

# Investigação científica em



# matemática e suas aplicações 2

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

@atenaeditora 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

# Investigação científica em

# matemática e suas aplicações 2