

**Américo Junior Nunes da Silva**  
**André Ricardo Lucas Vieira**  
(Organizadores)



# **FORMAÇÃO INTERDISCIPLINAR DAS CIÊNCIAS EXATAS:**

Conhecimentos e pesquisas 2

**Atena**  
Editora  
Ano 2022

**Américo Junior Nunes da Silva**  
**André Ricardo Lucas Vieira**  
(Organizadores)



**FORMAÇÃO**  
**INTERDISCIPLINAR**  
**DAS CIÊNCIAS EXATAS:**  
Conhecimentos e pesquisas 2

**Atena**  
Editora  
Ano 2022

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



## Formação interdisciplinar das ciências exatas: conhecimentos e pesquisas 2

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo

**Correção:** Yaiddy Paola Martinez

**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga

**Revisão:** Os autores

**Organizadores:** Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

F723 Formação interdisciplinar das ciências exatas:  
conhecimentos e pesquisas 2 / Organizadores Américo  
Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira. –  
Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-258-0197-1

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.971222006>

1. Ciências exatas. I. Silva, Américo Junior Nunes da  
(Organizador). II. Vieira, André Ricardo Lucas (Organizador).  
III. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

contato@atenaeditora.com.br



**Atena**  
Editora  
Ano 2022

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a área de ciências exatas e as relações construídas interdisciplinarmente ocupam um lugar importante.

É neste sentido que o livro “**Formação interdisciplinar das ciências exatas: Conhecimentos e pesquisas 2**” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a área de ciências exatas sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva  
André Ricardo Lucas Vieira

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **SIMULAÇÃO DO TEOREMA DO LIMITE CENTRAL**

Álvaro de Lemos César Anjo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220061>

### **CAPÍTULO 2..... 7**

#### **QUAL FOI O PRÓXIMO PASSO? GÊNERO E PRECONCEITO NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR (BNCC)**

Paula Viviane Chiés

Leandro da Costa Fialho

Alessandra Carvalho Leite

Guilherme Souto G. Magri

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220062>

### **CAPÍTULO 3..... 21**

#### **COMPARAÇÃO DA TRANSMITÂNCIA DA RADIAÇÃO SOLAR GLOBAL (RG) ENTRE ANOS SECO E CHUVOSO EM UMA FLORESTA DE MATA ATLÂNTICA**

Vanessa Silva Lustosa

Carlos Alexandre Santos Querino

Marcos Antônio Lima Moura

Péricles Vale Alves

Juliane Kayse Albuquerque da Silva Querino

Adalcir Araújo Feitosa Júnior

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220063>

### **CAPÍTULO 4..... 31**

#### **ANÁLISE DE NDVI PARA EVENTO DE QUEIMADA NO PARQUE ESTADUAL DO XINGU, MATO GROSSO- BRASIL**

Maria Joselina Gomes Ribeiro

Marina Costa de Sousa

Jonathas Franco de Sousa

Albertino Monteiro Neto

Stanley William Costa Dias

Marcela Brito Rodrigues

Matheus dos Santos Viana

Ana Paula Souza Santos

Adriano Marlisom Leão de Sousa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220064>

### **CAPÍTULO 5..... 40**

#### **“SE TIVER CÁLCULOS EU ESTOU FORA?”: A MATEMÁTICA E OS REFLEXOS PARA A ESCOLHA DA PROFISSÃO**

João Gabriel Guirra da Silva

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220065>

**CAPÍTULO 6..... 60**

ANÁLISE DO CONFORTO TÉRMICO HUMANO PARA SÃO PAULO/SP E ERECHIM/RS  
UTILIZANDO DADOS DIÁRIOS PARA O VERÃO 2018/2019

Thiago Gonçalves da Silva  
José Augusto Ferreira Neto  
Paula Andressa Alves de Araujo  
Bergson Guedes Bezerra

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220066>

**CAPÍTULO 7..... 71**

ANÁLISE DAS EMISSÕES DE DIÓXIDO DE CARBONO (CO<sub>2</sub>) PARA A CIDADE DE  
PORTO VELHO, RONDÔNIA, BRASIL

Pericles Vale Alves  
Luiz Octávio Fabrício dos Santos  
Altemar Lopes Pedreira Junior  
Carlos Alexandre Santos Querino  
Vandoir Bourscheidt

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220067>

**CAPÍTULO 8..... 85**

REDUÇÃO DA DISPONIBILIDADE HÍDRICA NO SOLO NA FLORESTA AMAZÔNICA E  
SUAS CONSEQUÊNCIAS

Hildo Giuseppe Garcia Caldas Nunes  
Paulo Jorge de Oliveira Ponte de Souza  
Carlos Alberto Dias Pinto  
José Francisco Berrêdo Reis da Silva  
João de Athaydes Silva Júnior  
Antonio Carlos Lôla da Costa

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220068>

**CAPÍTULO 9..... 96**

DIVERSIDADE NAS ORGANIZAÇÕES: UMA REVISÃO DE LITERATURA

Monica Almeida Gavilan  
Leonardo Lucas do Nascimento Siqueira  
Daene Silva de Moraes Lima  
Larissa Bezerra de Oliveira  
Bruna Fernandes de Araújo

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9712220069>

**CAPÍTULO 10..... 104**

SOBRE A FORMALIZAÇÃO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS COMO UM  
CORPO ORDENADO COMPLETO

Juliana Hazt  
Ceni Rafaele da Cruz  
Marlon Soares

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200610>

<b>CAPÍTULO 11</b> .....	<b>110</b>
ELABORAÇÃO E EXECUÇÃO DO PROJETO MAIS SAUDE	
Simone Matos dos Santos Teixeira	
Clédson de Souza Magalhães	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200611">https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200611</a>	
<b>CAPÍTULO 12</b> .....	<b>116</b>
ANÁLISE QUÍMICA E BIOLÓGICA DE METABÓLITOS VOLÁTEIS DE <i>Psidium cattleianum</i>	
Paulo Roberto de Oliveira	
Felipe Eduardo Rocha Machado	
Elton Lincoln Peyerl de Souza	
Francisco de Assis Marques	
Adriano Cesar de Moraes Baroni	
Palimecio Gimenes Guerrero Junior	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200612">https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200612</a>	
<b>CAPÍTULO 13</b> .....	<b>128</b>
EFEITOS DA RADIAÇÃO SOLAR GLOBAL INCIDENTE NA TEMPERATURA E UMIDADE RELATIVA DO PANTANAL MATO-GROSSENSE	
Bruno Martins Mendes Vieira	
Leone Francisco Amorim Curado	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200613">https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200613</a>	
<b>CAPÍTULO 14</b> .....	<b>139</b>
ANÁLISE DOS CASOS DE GRANIZO NO SERTÃO DE ALAGOAS	
Davidson Lima de Melo	
Natalia Fedorova	
Vladimir Levit	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200614">https://doi.org/10.22533/at.ed.97122200614</a>	
<b>SOBRE OS ORGANIZADORES</b> .....	<b>156</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO</b> .....	<b>157</b>

## SOBRE A FORMALIZAÇÃO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS COMO UM CORPO ORDENADO COMPLETO

Data de aceite: 01/06/2022

### Juliana Hazt

Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Guarapuava-PR

### Ceni Rafaele da Cruz

Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Guarapuava-PR

### Marlon Soares

Universidade Estadual do Centro-Oeste  
Guarapuava-PR

**RESUMO:** Neste trabalho são apresentados os resultados de um estudo envolvendo a formalização do conjunto dos números reais como um corpo ordenado completo, que foi motivado pela ausência dessa formalização em alguns livros clássicos de Análise Real.

**PALAVRAS-CHAVE:** Números reais; Análise Real; cortes de Dedekind.

**ABSTRACT:** This work presents the results of a study involving the formalization of the set of real numbers as a complete ordered field, which was motivated by the absence of this formalization in some classical textbooks.

**KEYWORDS:** Real numbers; real analysis; Dedekind cuts.

## INTRODUÇÃO

Em (WEISS, 2015) são apresentados os procedimentos mais conhecidos para a

construção formal do conjunto dos números reais, que doravante será denotado por  $\mathbb{R}$ . Conforme pode ser constatado nas referências desse trabalho, independentemente do procedimento adotado, os processos envolvidos no seu desenvolvimento são bastante elaborados.

A formalização do conjunto dos números reais, após perpassar a estrutura de corpo ordenado, encontra seu apogeu na completude, ou seja, no fato que todo subconjunto não vazio de  $\mathbb{R}$ , limitado superiormente, possui supremo (equivalentemente, que todo subconjunto não vazio de  $\mathbb{R}$ , limitado inferiormente, possui ínfimo).

Tais conceitos não se limitam à caracterização da completude, sendo essenciais para o desenvolvimento da Análise Real, seja na demonstração de resultados importantes, como o Teorema de Bolzano e o Teorema de Weierstrass, seja na definição da Integral de Riemann.

Apesar da completude ser essencial para o estudo da Análise Real, doravante denominada Análise, é comum os autores de livros-texto clássicos omitirem a formalização do conjunto  $\mathbb{R}$  como um corpo ordenado completo. O que levantou a seguinte questão: seria tal formalização tão extensa ou tão complexa, a ponto de ser omitida?

## REVISÃO DE LITERATURA

Desde a primeira tentativa de formalização do conjunto dos números reais pelo matemático Simon Steven, em 1585, no ensaio *De Thiende*, passaram-se 287 anos, e mais algumas tentativas frustradas, até que Dedekind (1872), utilizando o conceito de *corte*, conseguisse tal feito. Na ocasião, Dedekind tentava provar que “toda sequência monótona e limitada é convergente”, quando constatou que seria impossível tal prova sem formalizar  $\mathbb{R}$ .

Ao fazer isso, Dedekind assegurou a existência do supremo e do ínfimo. Tais conceitos são essenciais no desenvolvimento da Análise, tanto na demonstração de resultados importantes, como o Teorema de Bolzano e o Teorema de Weierstrass, quanto na definição da Integral de Riemann.

Apesar da sua importância no desenvolvimento da Análise, conforme pode ser visto a seguir, é comum livros-texto clássicos omitirem a formalização do conjunto dos números reais como um corpo ordenado completo.

Em (LIMA, 2019, p. 26-33,44), são destinadas oito páginas ao conjunto dos números naturais, para simplesmente assumir axiomáticamente, à p. 64, que “existe um corpo ordenado completo,  $\mathbb{R}$ , chamado o corpo dos números reais”.

Por sua vez, em (ÁVILA, 2006, p. 57-64), são dedicadas oito páginas para tentar descrever  $\mathbb{R}$  com um misto de fatos históricos e resultados incompletos, associados a informações de pouca relevância para tal fim. Chegando a afirmar, logo após a definição de corte, a respeito de um certo conjunto  $E$ , formado exclusivamente por números racionais “o conjunto  $E$  é uma semirreta”.

Enquanto, em (FIGUEIREDO, 1996, p. 11-12), ao final de uma descrição informal do conjunto  $\mathbb{R}$ , que inclui a definição formal de corte, aparece o seguinte equívoco: “Exemplo de um corte: o conjunto  $A$  formado pelos números racionais negativos e pelos números racionais positivos  $r$  tais que  $r^2 < 2$ .”

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir será apresentada a formalização de  $\mathbb{R}$  como um corpo ordenado completo, considerando conhecidos os resultados que fazem do conjunto  $\mathbb{Q}$ , dos números racionais, um corpo ordenado. Com o propósito de não estender em demasia o assunto, serão apresentadas somente as demonstrações que não decorrem exclusivamente nas definições e de alguma manipulação algébrica.

**Definição 1.1.** Diz-se que um subconjunto  $\alpha$  de  $\mathbb{Q}$  é um *corte* se satisfaz:

(C1)  $\alpha \neq \emptyset$  e  $\alpha \neq \mathbb{Q}$ ;

(C2) dados  $s \in \alpha$  e  $r \in \mathbb{Q}$  tais que  $r < s$ , temos  $r \in \alpha$ ;

(C3) dado  $s \in \alpha$ , existe algum  $t \in \alpha$  tal que  $s < t$ .

*Exemplo 1.* Para qualquer  $q \in \mathbb{Q}$ , o conjunto  $q^* = \{x \in \mathbb{Q} : x < q\}$  é um corte, pois

verifica-se facilmente que satisfaz  $q^*$  as condições (C1), (C2) e (C3).

*Exemplo 2.* Para qualquer primo  $p$ , o conjunto  $\sqrt{p} = \{x \in \mathbb{Q} : x < 0 \text{ ou } x^2 < p\}$  é um corte. De fato, (C1) e (C2) são facilmente verificadas. Ademais, dado  $s \in \sqrt{p}$ , tomando  $t = 2(s + 1)(s + 2) - 1$ , tem-se  $t \in \sqrt{p}$  tal que  $s < t$ , donde  $\sqrt{p}$  satisfaz (C3).

É fácil ver que, dado um primo  $p$ , não existe  $q \in \mathbb{Q}$  tal que  $q^* = \sqrt{p}$ . Os cortes da forma  $q^*$  são ditos cortes racionais, os demais cortes, dentre eles os da forma  $\sqrt{p}$ , com  $p$  primo, são ditos cortes irracionais. Ademais, o conjunto de todos os cortes é denominado o conjunto dos números reais e denotado por  $\mathbb{R}$ .

**Lema 1.2.** Dado  $a \in \mathbb{R}$ , valem as seguintes propriedades:

(i) para todo  $a \in a$  e todo  $k \notin a$ , tem-se que  $a < k$ ;

(ii) dado  $x \in \mathbb{Q}$ , com  $x > 0$ , existem  $a \in a$  e  $k, k' \notin a$  tais que  $k - a = x$  e  $k' < k$ .

*Demonstração.* (ii) Dados  $a' \in a$  e todo  $k' \notin a$ , seja  $M = \{p \in \mathbb{N} : a' + px \notin a\}$ . Como  $M \neq \emptyset$ , pelo princípio da boa ordenação,  $M$  possui um menor elemento  $m$ . Tomando  $a' = a' + (m - 1)x$  e  $k' = a' + mx$ , tem-se  $a' \in a$  e  $k' \notin a$  tais que  $k' - a' = x$ . Como  $a' \in a$ , por (C3), existe algum  $a \in a$  tal que  $a' < a$  e, tomando  $k = k' + (a - a')$ , tem-se  $k \notin a$  tal que  $k - a = x$  e  $k' < k$ .

**Definição 1.3.** Denomina-se adição sobre  $\mathbb{R}$  à operação cuja soma é dada por:

$$a + \beta = \{x \in \mathbb{Q} : x = a + b, \text{ com } a \in a \text{ e } b \in \beta\}.$$

Note que se  $a \in \mathbb{R}$  então  $-a = \{x \in \mathbb{Q} : x < -k, \text{ para algum } k \notin a\} \in \mathbb{R}$ . Também note que se  $0^* < a$  então  $-a < 0^*$ .

**Lema 1.4.** A adição sobre  $\mathbb{R}$  satisfaz a seguintes propriedades:

(i)  $a + (\beta + \gamma) = (a + \beta) + \gamma$ , para todo  $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ;

(ii)  $a + \beta = \beta + a$ , para todo  $a, \beta \in \mathbb{R}$ ;

(iii)  $a + 0^* = a$  e  $0^* + a = a$ , para todo  $a \in \mathbb{R}$ ;

(iv)  $a + (-a) = 0^*$  e  $-a + a = 0^*$ , para todo  $a \in \mathbb{R}$ .

*Demonstração.* (ii) Dado  $x \in a + (-a)$ , tem-se  $x = a + b$ , com  $a \in a$  e  $b < -k$ , para algum  $k \notin a$ . Como  $a \in a$  e  $k \notin a$ , por 1.2(i), tem-se que  $a < k$  e, uma vez que  $b < -k$ , que  $x = a + b < k + (-k) = 0$ . Assim,  $x \in 0^*$  e, sendo  $x$  arbitrário, segue que  $a + (-a) \subseteq 0^*$ . Por sua vez, dado  $x \in 0^*$ , tem-se  $0 < -x$  e, por 1.2(ii), existem  $a \in a$  e  $k \notin a$  tais que  $x - a < -k$ , donde segue que  $x - a \in -a$ . Assim,  $x = a + (x - a) \in a + (-a)$  e, sendo  $x$  arbitrário, segue que  $0^* \subseteq a + (-a)$ . Portanto,  $a + (-a) = 0^*$  e outra igualdade decorre do item (ii).

**Definição 1.5.** Dados  $a, \beta \in \mathbb{R}$ , diz-se que  $a$  é menor do que  $\beta$ , denotando  $a < \beta$ , se  $\beta \setminus a \neq \emptyset$ .

**Definição 1.6.** Denomina-se multiplicação sobre  $\mathbb{R}$  à operação cujo produto é dado por:

$$\alpha \cdot \beta = \begin{cases} \{x \in \mathbb{Q}: x \leq a \cdot b, \text{ com } a \in \alpha, b \in \beta \text{ e } a, b > 0\}, & \text{se } \alpha > 0^* \text{ e } \beta > 0^* \\ 0^*, & \text{se } \alpha = 0^* \text{ ou } \beta = 0^* \\ -((-\alpha) \cdot \beta), & \text{se } \alpha < 0^* \text{ e } \beta > 0^* \\ -(\alpha \cdot (-\beta)), & \text{se } \alpha > 0^* \text{ e } \beta < 0^* \\ (-\alpha)(-\beta), & \text{se } \alpha < 0^* \text{ e } \beta < 0^* \end{cases}.$$

Note que se  $0^* < \alpha$  então  $\alpha^{-1} = \{x \in \mathbb{Q}: x < k^{-1}, \text{ para algum } k \notin \alpha\} \in \mathbb{R}$  e  $0^* < \alpha^{-1}$ . Também note que se  $\alpha < 0^*$  então  $\alpha^{-1} = -((-a)^{-1}) \in \mathbb{R}$ .

**Lema 1.9.** A multiplicação sobre  $\mathbb{R}$  satisfaz as seguintes propriedades:

- (i)  $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma$ , para todo  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ;
- (ii)  $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$ , para todo  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ;
- (iii)  $\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$  e  $(\beta + \gamma) \cdot \alpha = \beta \cdot \alpha + \gamma \cdot \alpha$ , para todo  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ;
- (iv)  $\alpha \cdot 1^* = \alpha$  e  $1^* \cdot \alpha = \alpha$ , para todo  $\alpha \in \mathbb{R}$ ;
- (v)  $\alpha \cdot \alpha^{-1} = 1^*$  e  $\alpha^{-1} \cdot \alpha = 1^*$ , para todo  $\alpha \in \mathbb{R}$ , com  $\alpha \neq 0^*$ .

*Demonstração.* (v) No caso em que  $0^* < \alpha$  e, portanto,  $0^* < \alpha^{-1}$ , dado  $x \in \alpha \cdot \alpha^{-1}$ , tem-se  $x \leq a \cdot b$ , com  $a \in \alpha, 0 < a$  e  $0 < b < k^{-1} < \alpha^{-1}$  e, por conseguinte, que  $x < 1$ . Assim,  $x \in 1^*$  e, sendo  $x$  arbitrário, segue que  $\alpha \cdot \alpha^{-1} \subseteq 1^*$ . Por sua vez, dado  $x \in 1^*$ , tem-se dois subcasos:  $x \leq 0$  e  $0 < x$ . Se  $x \leq 0$ , como  $0^* < \alpha$  e  $0^* < \alpha^{-1}$ , existem  $x \in \alpha$  e  $b \in \alpha^{-1}$  tais que  $a, b > 0$ . Logo,  $x \leq 0 < ab$ , com  $x \in \alpha, b \in \alpha^{-1}$  e  $a, b > 0$ , donde  $x \in \alpha \cdot \alpha^{-1}$ . Se  $0 < x$ , dado  $a \in \alpha$ , com  $0 < a$ , seja  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $s = ax - n + 1 \in \alpha$  e  $k = ax - n \in \alpha$  (tal  $n$  existe pois  $x - 1 > 1$  e  $a \notin \mathbb{Q}$ ). Como  $s \in \alpha$ , por (C3), existe algum  $t \in \alpha$  tal que  $0 < s < t$ . Assim, obtém-se  $b = k^{-1}t^{-1}s$  tal que  $0 < b < k^{-1}$ , para algum  $k \notin \alpha$ , ou seja, tal que  $b \in \alpha^{-1}$ , com  $b > 0$ . Donde,  $x = tb \in \alpha \cdot \alpha^{-1}$  e, sendo  $x$  arbitrário, segue que  $1^* \subseteq \alpha \cdot \alpha^{-1}$ . Portanto, nesse caso,  $\alpha \cdot \alpha^{-1} = 1^*$  e a outra igualdade decorre do item (ii). No caso em que  $\alpha < 0^*$ , como  $0^* \leftarrow \alpha$ , tem-se  $\alpha^{-1} < 0^*$  e  $0^* \leftarrow \alpha^{-1}$ , donde por 1.6, tem-se  $\alpha \cdot \alpha^{-1} = 1$ . Também nesse caso, a outra igualdade decorre do item (ii).

Como consequência imediata de 1.4 e 1.9 obtém-se o seguinte resultado.

**Teorema 1.10.** O conjunto  $\mathbb{R}$ , munido da adição e multiplicação usuais, é um corpo. O resultado a seguir garante que  $\mathbb{R}$  é um corpo ordenado.

**Teorema 1.11.** Dados  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$ , valem as seguintes propriedades:

- (i) se  $\alpha < \beta$  e  $\beta < \gamma$  então  $\alpha < \gamma$ ;
- (ii) apenas uma das alternativas ocorre: ou  $\alpha = \beta$  ou  $\alpha < \beta$  ou  $\beta < \alpha$ ;
- (iii) se  $\alpha < \beta$  então  $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$ ;
- (iv) quando  $\gamma > 0^*$ , tem-se que  $\alpha < \beta$  se, e somente se,  $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$ .

*Demonstração.* (iii) Supondo que  $\alpha < \beta$ , por 1.5, tem-se  $\beta \alpha \neq \emptyset$  e, assim, existe algum  $b \in \beta$  tal que  $b \notin \alpha$ . Como  $b \notin \alpha$ , segue que  $b > \alpha$ , para todo  $a \in \alpha$ , e sendo  $b \in \beta$ , por (C2), tem-se  $a \in \beta$ , para todo  $a \in \alpha$ , donde  $\alpha \subseteq \beta$ . Note que, se  $\beta + \gamma < \alpha + \gamma$ , 1.5, tem-se  $\alpha + \gamma \cap \beta + \gamma \neq \emptyset$  e, assim, existe algum  $x \in \alpha + \gamma$  tal que  $x \notin \beta + \gamma$ , o contradizendo o fato que  $\alpha \subseteq \beta$ . Se  $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$ , adicionado  $-\gamma$ , obtém-se  $\alpha = \beta$ , contradizendo a hipótese. Portanto, segue que  $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$ . Reciprocamente, supondo que  $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$ , pelo que foi provado,

segue que  $(a + y) - y < (\beta + y) - y$  e, por propriedades de 1.4, obtém-se que  $a < \beta$ .

(iv) Supondo que  $a < \beta$ , pelo item (ii) e 1.4(iv), segue que  $\beta - a > 0^*$ . Assim, existe algum  $a \in \beta - a$  tal que  $a > 0$ , donde  $a > \frac{a}{2} > 0$ . Além disso, sendo  $y > 0^*$ , existe algum  $b \in y$  tal que  $b > 0$ , donde  $b > b/2 > 0$ . Tomando  $x = a/2 \cdot b/2$ , tem-se  $x \in (\beta - a)y$ , com  $x > 0$ , donde  $(\beta - a)y > 0^*$  e, por propriedades de 1.4 e o item (iii), segue que  $a \cdot y < \beta \cdot y$ . Reciprocamente, supondo que  $a \cdot y < \beta \cdot y$ , como  $y^{-1} > 0^*$ , pelo que foi provado, segue que  $(a \cdot y) \cdot y^{-1} < (\beta \cdot y) \cdot y^{-1}$  e, por propriedades de 1.9, obtém-se que  $a < \beta$ .

Sejam  $X \subseteq \mathbb{R}$ , com  $X \neq \emptyset$ , e  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Diz-se que  $\alpha$  é uma cota inferior de  $X$  (e que  $X$  é limitado inferiormente) se  $\alpha \leq x$ , para todo  $x \in X$ . Diz-se que  $\beta$  é uma cota superior de  $X$  (e que  $X$  é limitado superiormente) se  $x \leq \beta$ , para todo  $x \in X$ .

**Definição 1.12.** Dados  $X$  limitado inferiormente e  $a \in \mathbb{R}$ , diz-se que  $a$  é o *ínfimo* de  $X$  se:

(I1)  $a \leq x$ , para todo  $x \in X$ ;

(I2) dado  $c \in \mathbb{R}$ , com  $a < c$ , existe algum  $x \in X$  tal que  $x < c$ .

**Definição 1.13.** Dados  $X$  limitado superiormente e  $b \in \mathbb{R}$ , diz-se que  $b$  é o *supremo* de  $X$  se:

(S1)  $x \leq b$ , para todo  $x \in X$ ;

(S2) dado  $c \in \mathbb{R}$ , com  $c < b$ , existe algum  $x \in X$  tal que  $c < x$ .

Finalmente, temos os resultados que asseguram a completude de  $\mathbb{R}$ .

**Teorema 1.14.** Todo subconjunto de  $\mathbb{R}$ , limitado superiormente, possui supremo.

*Demonstração.* Seja  $X \subseteq \mathbb{R}$  limitado superiormente. Considerando  $b = \sup X$ , é fácil verificar que  $b$  é um corte. Ademais, como  $X \subseteq b$ , para todo  $x \in X$ , tem-se  $x \leq b$ , para todo  $x \in X$ , donde vale (S1). Por sua vez, dado  $c \in \mathbb{R}$ , com  $c < b$ , tem-se  $b \setminus c \neq \emptyset$  e, assim, existe algum  $y \in b$  tal que  $y \notin c$ . Uma vez que  $y \in b$  e  $b = \sup X$ , deve existir algum  $x \in X$  tal que  $c < x$  e  $y \notin c$ , donde  $X \setminus c \neq \emptyset$ . Assim, existe algum  $x \in X$  tal que  $c < x$ , donde vale (S2). Logo,  $b$  é o supremo de  $X$  e, portanto,  $X$  possui supremo.

**Teorema 1.15.** Todo subconjunto de  $\mathbb{R}$ , limitado inferiormente, possui ínfimo.

*Demonstração.* Seja  $X \subseteq \mathbb{R}$  limitado inferiormente. Considerando  $S$  o conjunto de todas as cotas inferiores de  $X$ , tem-se  $S$  não vazio e tal que qualquer elemento de  $X$  é uma cota superior de  $S$ . Assim,  $S$  é limitado superiormente e, por 1.14, existe algum  $a \in \mathbb{R}$  tal que  $a$  é o supremo de  $S$ . Observe que  $a$  é uma cota inferior de  $X$ , pois se  $x < a$ , para algum  $x \in X$ , existe algum  $\varepsilon \in \mathbb{R}$  tal que  $x < \varepsilon < a$ , contradizendo o fato que  $a$  é a menor das cotas superiores de  $S$ . Note também que  $a$  é a maior das cotas inferiores de  $X$ , pois se existisse algum  $c \in \mathbb{R}$  tal que  $a < c \leq x$ , para todo  $x \in X$ , então teríamos  $c \in S$ , com  $a < c$ , contradizendo o fato que  $a$  é uma cota superior de  $S$ . Logo,  $a$  é o ínfimo de  $X$  e, portanto, o conjunto  $X$  possui ínfimo.

Embora 1.15 tenha sido obtido como uma consequência de 1.14, tais resultados são equivalentes e, portanto, 1.14 pode ser obtido de 1.15. Finalmente, cabe destacar que expressa-se o fato que o corpo ordenado  $\mathbb{R}$  satisfaz esses resultados dizendo que  $\mathbb{R}$

é completo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme visto na revisão de literatura, dois autores de livros-texto clássicos de Análise dedicam oito páginas de seus livros ora tratando dos números naturais que, apesar da sua importância, não são o foco principal da Análise Real, ora fazendo uma descrição informal, incompleta e com equívocos. Enquanto outro autor de livro-texto clássico, ao comentar a formalização proposta por Dedekind, após apresentar a definição de corte, usa um exemplo equivocado dessa noção, a saber: “conjunto  $A$  formado pelos números racionais negativos e pelos números racionais positivos  $r$  tais que  $r^2 < 2$ ”. De fato, se  $A$  fosse um corte, como  $1 \in A$ , pois  $1^2 < 2$ , e  $0 < 1$ , por (C2), implicaria que  $0 \in A$ .

Embora neste trabalho sejam omitidas as demonstrações de vários itens, durante a investigação todos foram devidamente provados. Em virtude disso, pode-se afirmar que o desenvolvimento completo da teoria aqui apresentada ocuparia, na formatação tipográfica de um livro, no máximo oito páginas. Isso caso fossem incluídos, com detalhes, vários exemplos interessantes. No entanto, para expor tal teoria de forma sucinta, mas com o devido formalismo e todas as demonstrações, não seriam necessárias mais do que seis páginas.

O exposto acima e o fato que a formalização de  $\mathbb{R}$  como um corpo ordenado completo não exige um esforço cognitivo maior do que já é naturalmente exigido em Análise, permitem afirmar que nem a extensão do conteúdo nem a complexidade do assunto justificam sua ausência em livros-texto de Análise. Além do que, com a formalização, equívocos como o do exemplo supracitado podem ser facilmente percebidos pelo leitor, pois a formalização de uma teoria ajuda, inclusive, a desenvolver habilidade para isso.

## REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. **Análise Matemática para Licenciatura**. São Paulo: Edgar Blucher, 3 ed. 2006, 246 p.

DEDEKIND, R. **Stetigkeit und Irrationale Zahlen**. Braunschweig: Vieweg, 1872, 31 p.

FIGUEIREDO, D.G. **Análise I**. Rio de Janeiro: LTC, 2 ed. 1996, 256 p.

LIMA, E. L. **Curso de Análise Vol. 1**. Rio de Janeiro: IMPA, 15 ed. 2019, 308 p.

WEISS, I. The real numbers – A survey of constructions. **Rocky Mountain Journal of Mathematics**, v. 45, n. 3, 2015, p. 737-762.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Ações afirmativas 15, 96

Agropecuária 32, 68, 71, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 84, 94

Análise real 104, 109

Análise sazonal 116, 117, 119, 120, 123, 126

Atividade biológica 116, 117, 118, 119, 125

### B

Base Nacional Comum Curricular 7, 8, 9, 10, 12, 19, 20, 43, 58

### C

Cortes de Dedekind 104

### D

Déficit hídrico 85, 94

Desmatamento 32, 38, 71, 74, 76, 77, 78, 81

Diversidade 13, 14, 17, 32, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 113, 130

Diversidade cultural 96, 98, 99, 100, 103

### E

Educação Matemática 59, 156

Energia 22, 61, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 80, 81, 84, 120, 128, 129, 130, 131, 136, 138

Excel 1, 4, 6, 132

### F

Floresta tropical 22, 29, 87, 95

### G

Gênero 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 47, 98, 99, 101, 102

Gestão 8, 37, 96, 97, 100, 102, 112, 156

Granizo 139, 140, 141, 142, 144, 145, 147, 151, 152, 153, 154, 155

### H

Hospital 110, 112, 113, 114

Humidex 60, 62, 65, 66, 67

### I

Índice de transmissividade 21, 22, 23, 25, 28, 29, 30

Índice NDVI 31, 33, 37

## **M**

Matemática 2, 6, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 109, 156

## **N**

Nordeste brasileiro 30, 139, 140, 141, 154

Números reais 104, 105, 106

## **O**

Óleos essenciais 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 125, 126

## **P**

Pantanal 32, 38, 72, 128, 129, 130, 131, 132, 136, 138

Preconceito 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 101, 103

Previsão do tempo 139, 154

Professor 13, 15, 16, 18, 42, 44, 45, 46, 50, 51, 52, 53, 57, 58, 59, 71, 139, 156

Profissão 40, 41, 43, 44, 45, 54, 56, 57, 58

Projeto social 110, 112, 114

*Psidium cattleyanum* 116, 117, 118, 119, 125, 126, 127

## **Q**

Queimadas 31, 32, 34, 36, 37, 38, 112, 128

## **R**

Radiação 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32, 39, 68, 78, 83, 88, 89, 90, 122, 126, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138

## **S**

Sazonalidade 22, 89, 91, 127, 131, 138

Simulação 1, 2, 3, 4, 5, 6, 151

Solo-planta-atmosfera 85, 86, 94

## **T**

Temperatura 24, 26, 32, 38, 60, 61, 63, 65, 68, 74, 78, 85, 88, 89, 90, 91, 92, 119, 120, 122, 124, 126, 128, 129, 130, 131, 132, 134, 135, 136, 137, 138, 143, 144, 145, 148, 149, 151, 153

Teorema do limite central 1

## U

Umidade 26, 32, 60, 61, 63, 72, 74, 87, 88, 90, 91, 92, 118, 122, 126, 128, 129, 130, 131, 132, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 143, 144, 145, 148, 149, 151, 152, 153

## V

Variabilidade climática 85

Variáveis meteorológicas 24, 60, 81

Vegetação densa 31, 36

Voluntário 110, 112, 114

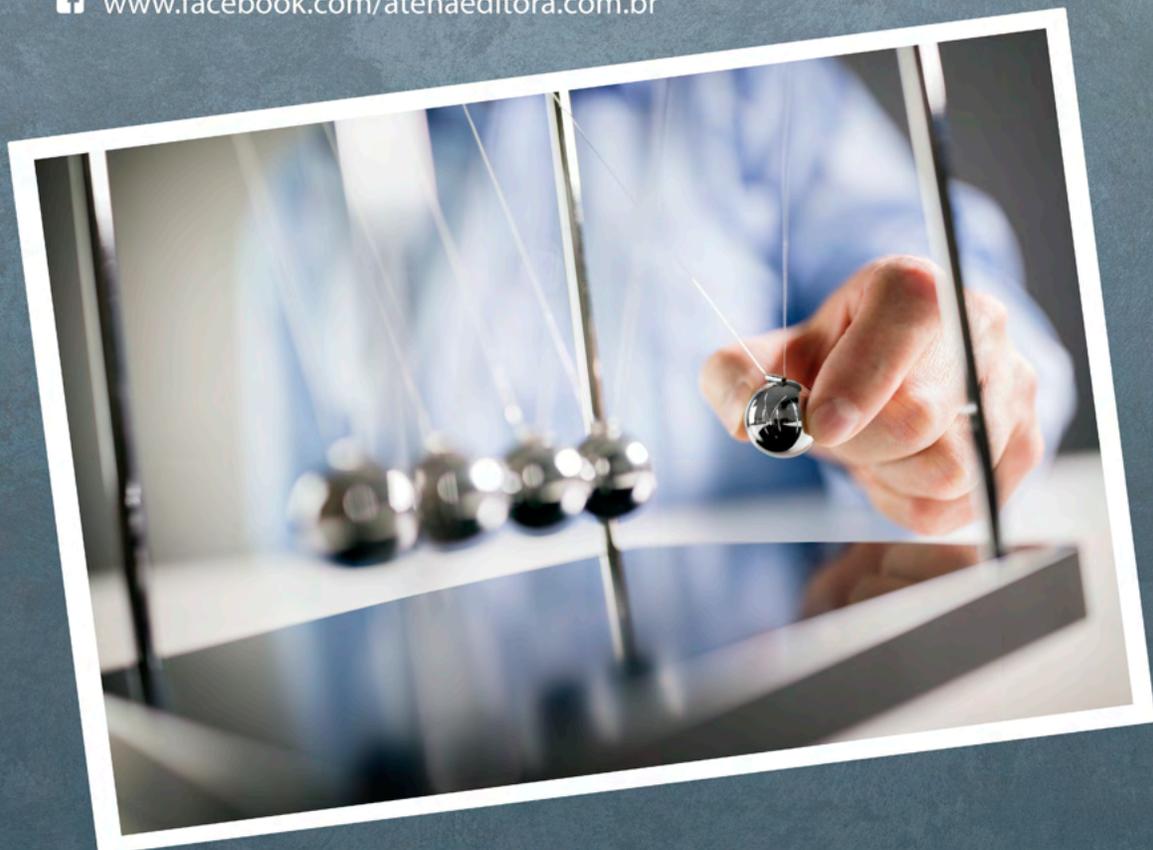
🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
📷 @atenaeditora  
📘 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)



# **FORMAÇÃO INTERDISCIPLINAR DAS CIÊNCIAS EXATAS:** Conhecimentos e pesquisas 2

**Atena**  
Editora  
Ano 2022

🌐 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
✉ [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
📷 @atenaeditora  
📘 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)



# FORMAÇÃO INTERDISCIPLINAR DAS CIÊNCIAS EXATAS: Conhecimentos e pesquisas 2