

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

**FRANCISCO ODÉCIO SALES
HUDSON DE SOUZA FELIX
RAMOM SANTANA REBOUÇAS**
(Organizadores)

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

**FRANCISCO ODÉCIO SALES
HUDSON DE SOUZA FELIX
RAMOM SANTANA REBOUÇAS
(Organizadores)**

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Ciencias exactas y de la tierra: observación, formulación y predicción 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Maiara Ferreira
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizadores: Francisco Odécio Sales
Hudson de Souza Felix
Ramom Santana Rebouças

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C569 Ciências exactas y de la tierra: observación, formulación y predicción 2 / Organizadores Francisco Odécio Sales, Hudson de Souza Felix, Ramom Santana Rebouças. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-258-0083-7

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.837221705>

1. Ciências exactas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Felix, Hudson de Souza (Organizador). III. Rebouças, Ramom Santana (Organizador). IV. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora

Ponta Grossa – Paraná – Brasil

Telefone: +55 (42) 3323-5493

www.atenaeditora.com.br

contato@atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2022

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A obra “Ciencias exactas y de la tierra: Observación, formulación y predicción 2” aborda uma série de publicações da Atena Editora apresenta, em seus 16 capítulos, discussões de diversas abordagens acerca do ensino, pesquisa e inovação. As Ciências Exatas e da Terra englobam, atualmente, alguns dos campos mais promissores em termos de pesquisas atuais. Estas ciências estudam as diversas relações existentes da Física; Biodiversidade; Ciências Biológicas; Ciência da Computação; Engenharias; Geociências; Matemática/ Probabilidade e Estatística e Química. O conhecimento das mais diversas áreas possibilita o desenvolvimento das habilidades capazes de induzir mudanças de atitudes, resultando na construção de uma nova visão das relações do ser humano com o seu meio, e, portanto, gerando uma crescente demanda por profissionais atuantes nessas áreas. A ideia moderna das Ciências Exatas e da Terra refere-se a um processo de avanço tecnológico, formulada no sentido positivo e natural, temporalmente progressivo e acumulativo, segue certas regras, etapas específicas e contínuas, de suposto caráter universal. Como se tem visto, a ideia não é só o termo descritivo de um processo e sim um artefato mensurador e normalizador de pesquisas. Neste sentido, essa obra é dedicada aos trabalhos relacionados a pesquisa e inovação. A importância dos estudos dessa vertente, é notada no cerne da produção do conhecimento, tendo em vista o volume de artigos publicados. Nota-se também uma preocupação dos profissionais de áreas afins em contribuir para o desenvolvimento e disseminação do conhecimento. Os organizadores da Atena Editora, agradecem especialmente os autores dos diversos capítulos apresentados, parabenizam a dedicação e esforço de cada um, os quais viabilizaram a construção dessa obra no viés da temática apresentada. Por fim, desejamos que esta obra, fruto do esforço de muitos, seja seminal para todos que vierem a utilizá-la.

Francisco Odécio Sales
Hudson de Souza Felix
Ramom Santana Rebouças

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

AUTONOMÍA ACADÉMICA, APOYO INSTITUCIONAL, MOTIVACIÓN Y ACTITUDES HACIA LA ENSEÑANZA, COMPROMISO DOCENTE Y BURNOUT EN DOCENTES DE FÍSICA DE NIVEL TERCARIO EN EL CETP-UTU

Andrea Cabot Echevarría

Alexander Ibarra Flores

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217051>

CAPÍTULO 2..... 15

¿QUÉ OPINAN LOS ESTUDIANTES DE CULTURA FÍSICA Y DEPORTE SOBRE EL USO DE LA ESTADÍSTICA EN SU ÁREA?

Alejandrina Bautista Jacobo

Graciela Hoyos Ruiz

Manuel Alejandro Vazquez Bautista

Maria Elena Chavez Valenzuela

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217052>

CAPÍTULO 3..... 25

ANÁLISIS DE SISTEMA DE GESTIÓN DE ACCIÓN TUTORIAL BAJO EL ANÁLISIS DEL MODELO DE NEGOCIO CON DIAGRAMAS UML

Isaac Alberto Aldave Rojas

Levi Jared Guevara Cid

Gerardo Espinoza Ramírez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217053>

CAPÍTULO 4..... 34

ENSAYO ANTIMICROBIANO DE HIDROGELES DE QUITOSANO CARGADOS CON EXTRACTO DE ROMERO (*ROSMARINUS OFFICINALIS*) Y MODIFICADOS POR TECNOLOGÍA DE PLASMA

Claudia Gabriela Cuellar Gaona

María Cristina Ibarra Alonso

Miriam Desireé Dávila Medina

Aidé Sáenz Galindo

Rosa Idalia Narro Céspedes

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217054>

CAPÍTULO 5..... 43

LAS FIRMAS DIGITALES Y SU APORTE EN LA PROTECCIÓN DEL MEDIO AMBIENTE

Rómulo Danilo Arévalo Hermida

Jefferson Bayardo Almeida Cedeño

Orlen Ismael Araujo Sandoval

Sergio Fernando Mieles Bachicoria

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217055>

CAPÍTULO 6..... 51

LABERINTO DE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS

Jorge Haro-Castellanos
Leticia Ramírez Chavarín
Arturo Salame Méndez
Alondra Castro Campillo
Edith Arenas Rios
Julio César Bracho Pérez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217056>

CAPÍTULO 7..... 58

ESTUDIO DE LA RESPUESTA A LOS ARMÓNICOS DE UN SISTEMA MASA RESORTE: CUASI-RESONANCIA

J. Agustín Flores Ávila
Georgina Flores Garduño

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217057>

CAPÍTULO 8..... 70

POLINOMIOS GENERADORES DE NÚMEROS PRIMOS

Ronald Cordero Méndez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217058>

CAPÍTULO 9..... 81

DESIGNING AN EXPERIMENTAL PROTOTYPE FOR THE TEACHING OF CONICS (ELLIPSIS) BASED ON THE LAW OF LIGHT REFLECTION

Juan Carlos Ruiz Mendoza

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.8372217059>

CAPÍTULO 10..... 97

REÚNE LOS COMPUESTOS INORGÁNICOS CORRESPONDIENTES A CADA FAMILIA

Jorge Haro-Castellanos
Leticia Ramírez Chavarín
Arturo Salame Méndez
Alondra Castro Campillo
Edith Arenas Rios
Julio César Bracho Pérez
Yarit Samantha Haro Ramírez

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170510>

CAPÍTULO 11..... 103

VISUALIZANDO DOMINIOS DINÁMICOS DE FUNCIONES VECTORIALES CON GEOGEBRA

Clara Regina Moncada Andino
Deyanira Ochoa Vásquez
Enrique López Durán

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170511>

CAPÍTULO 12.....	106
UNA INTRODUCCIÓN A LA MODELACIÓN DE FULLERENOS	
Francisco Javier Sánchez-Bernabe	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170512	
CAPÍTULO 13.....	112
MANUAL DE EXPERIMENTOS PARA UN CURSO DE QUÍMICA ORGÁNICA HETEROCÍCLICA ORIENTADO A LA CARRERA DE QUÍMICA DE ALIMENTOS	
Patricia Elizalde Galván	
Juan Gómez Dueñas	
Cristina del Carmen Jiménez Curiel	
Fernando León Cedeño	
Martha Menes-Arzate	
Margarita Romero Ávila	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170513	
CAPÍTULO 14.....	120
DETECCIÓN DE VINOS PERUANOS CON DIFERENTES TIEMPOS DE EXPOSICIÓN AL AMBIENTE UTILIZANDO NARICES ELECTRÓNICAS	
María del Rosario Sun Kou	
Henry Cárcamo Cabrera	
Ana Lucía Paredes-Doig	
Elizabeth Doig-Camino	
Gino Picasso	
Adolfo La Rosa-Toro Gómez	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170514	
CAPÍTULO 15.....	137
RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA	
Antonia Alana Claudino Sousa	
Francisco Odecio Sales	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170515	
CAPÍTULO 16.....	151
FUNCIONALIZACIÓN DEL GEL DE POLISILOXANO CON NANOPARTÍCULAS DE PLATA Y SU CARACTERIZACIÓN	
Rosa Aida Balvin Beltran	
Julia Lilians Zea Álvarez	
Corina Vera Gonzáles	
Luis De Los Santos Valladares	
María Elena Talavera Núñez	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.83722170516	
SOBRE OS ORGANIZADORES	168
ÍNDICE REMISSIVO.....	170

RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA PROPOSTA METODOLÓGICA

Data de aceite: 02/05/2022

Antonia Alana Claudino Sousa

Graduada em Licenciatura em Matemática,
IFCE, Brasil

Francisco Odecio Sales

Mestre, IFCE, Brasil

RESUMO: Neste trabalho, é estabelecida a relação entre a matemática e a música desde os tempos de Pitágoras. Para tanto, também é descrita parte da evolução matemática a qual a música foi submetida durante os anos. Além disso, são apresentadas propostas de atividades a serem aplicadas em turmas do ensino fundamental, que abordam o estudo de frações e volume de líquidos. São duas sugestões, que devido ao período de pandemia não foram passíveis de aplicação, entretanto, foram planejadas a fim de complementar a aprendizagem dos alunos com práticas relacionadas. Ambas consistem na construção de instrumentos alternativos semelhantes ao monocórdio, na atividade 1, e com a mesma função do xilofone, na atividade 2. A construção dos materiais propostos pode ser realizada por parte dos alunos e com supervisão e auxílio do professor, com finalidade de estabelecer significado. Portanto, é estabelecida a relação tanto entre a matemática e a música, quanto para os resultados obtidos com o ensino de matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Monocórdio. Teoria musical. Matemática. Música.

ABSTRACT: In this work, the relationship between mathematics and music since the time of Pythagoras is established. For that, part of the mathematical evolution to which the music has been submitted over the years is also described. In addition, proposals for activities to be applied in elementary school classes are presented, which address the study of fractions and volume of liquids. There are two suggestions, which due to the pandemic period were not applicable, however, they were planned in order to complement student learning with related practices. Both consist of the construction of alternative instruments similar to the monochord, in activity 1, and with the same function of the xylophone, in activity 2. The construction of the proposed materials can be carried out by the students and with the supervision and assistance of the teacher, with the purpose of establish meaning. Therefore, the relationship between mathematics and music is established, as well as the results obtained with the teaching of mathematics.

KEYWORDS: Monochord. Musical theory. Math. Music.

1 | INTRODUÇÃO

Este trabalho contém considerações e resultados obtidos através da relação existente entre a matemática e a música. Apesar destas duas áreas aparentarem a priori serem distintas, a história da teoria musical tem o seu alicerce construído a partir de conceitos matemáticos. Os primeiros registros destes feitos ocorreram na era pitagórica.

Hoje, existem poucos trabalhos escritos contemplando esta relação, sendo contabilizados aproximadamente 13 publicações publicadas na biblioteca digital do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT, que englobam o tema, assim como cita Silva (2019, p. 14). Além destes, também são encontrados alguns capítulos de livros e artigos disponíveis.

Devido a pouca exploração do tema, este trabalho busca investigar a relação existente entre a matemática e a música desde os seus primeiros registros oficiais, até a sua aplicabilidade no ensino de matemática, e para isto, o professor não necessita dominar a teoria musical, apenas conhecer conceitos básicos desta teoria. Para tal, se faz necessário a apresentação de propostas metodológicas que relacionem a teoria e a prática, a fim de amparar o profissional da educação que venha a ter contato com este trabalho.

Este escrito será desenvolvido com base no método de pesquisa bibliográfica com caráter qualitativo descritivo, tendo como base de consulta publicações que se inserem no contexto temático abordado. As publicações são documentos institucionais, tais como artigos, monografias, dissertações, livros e Trabalhos de Conclusões de Cursos de instituições reconhecidas, assim, há veracidade nas informações ali apresentadas.

A organização deste trabalho inicia abordando a questão histórica, tanto dos registros da música quanto das primeiras relações entre a matemática e a música, a partir de Pitágoras de Samos, e também das contribuições de grandes matemáticos que estão presentes na teoria musical até os dias de hoje. Aborda o ensino da matemática e a possibilidade de inserir a teoria musical no ensino desta ciência, com práticas lúdicas, proporcionando interação entre aluno-professor, e buscando uma abordagem prática do assunto estudado. Por fim, serão descritas sugestões de atividades propostas para o professor, baseadas no contexto da educação matemática, bem como possibilidades de aplicação em sala de aula (SOUSA, 2021, p. 13).

2 | CONTEXTO HISTÓRICO

Não se sabe ao certo quando surgiu a primeira relação entre a matemática e a música, porém, os registros existentes são desde os povos primitivos. Um relato Bíblico, Salmo 51 de Davi, escrito por volta do século X a.C. apresenta essa manifestação musical, temos fatos registrados desde o livro de Gênesis 4:21, e ainda a descoberta de um osso de urso encontrado na Eslováquia em 1995, onde este possui idade entre 43000 e 82000 anos. Foram verificados furos que produziam sons que se assemelhavam ao que conhecemos na escala diatônica. (CABRAL e GOULART, p. 2)

Na Grécia Antiga, os artistas podiam estudar e usar como inspiração obras autênticas das mais diversas formas de arte. No contexto da arte musical os estudiosos não foram contemplados com tal privilégio, visto que existiam poucos exemplares da cultura musical greco-romana. O desaparecimento de registros da prática musical está associado a igreja,

visto que a música produzida era associada ao que o clero denominava como prática pagã, ou ações vistas com horror.

Durante o processo de construção da teoria musical, segundo Sousa (2021, p. 14) os cálculos e intervenções matemáticas defendidos pelos pitagóricos eram essenciais para o seu desenvolvimento, e aos poucos foi se tornando inevitáveis.

2.1 Alguns matemáticos e suas contribuições

Os primeiros registros formais da relação entre matemática e música foram feitos na escola pitagórica. Diz a lenda que Pitágoras de Samos passava em frente a uma oficina, e ouviu sons de martelos batendo em uma bigorna, acreditando que o som produzido era proveniente da força aplicada, até que ao realizar o experimento, descobriu que ao trocar os martelos cada um conservava seu som, independentemente de seu peso (SOUSA, 2021, p. 16).

Um segundo experimento realizado por Pitágoras fazia uso de um instrumento chamado monocórdio, que consiste em uma caixa de madeira com uma corda. Ao tocar a corda dividindo-a, e ao passo que as divisões eram efetuadas, o som se tornava mais agudo.

Marin Mersenne, um padre minimista, ficou muito conhecido principalmente por suas contribuições no âmbito dos números primos, onde são denominados por $Mp = 2p - 1$, sendo p primo. Além disso, contribuiu significativamente com a construção da teoria musical.

René Descartes, Pierre de Fermat e Leonard Euler, são exemplos de grandes matemáticos de suas respectivas épocas, que trouxeram suas devidas contribuições para a construção do alicerce, esqueleto e produto final do que conhecemos hoje como a música.

3 | TEORIA MUSICAL NO ENSINO DA MATEMÁTICA

“A matemática que conhecemos hoje tem boa parte de sua origem na Europa, em países como a antiga Grécia e Mesopotâmia. Matemáticos Famosos, a citar Pitágoras, Fourier, 21 Fermat, Euler, Napier e Mersenne ganharam grande reconhecimento com suas produções. A matemática que chegou no território brasileiro, era proveniente de traduções de alguns, dos ilustres anteriormente citados”. (SOUSA, 2021, p. 20-21)

Assim como qualquer área do conhecimento, a matemática está em todos os lugares. O ensino de matemática encontra diversos desafios por conta da abstração desta ciência, e os profissionais da educação que mediam o contato com os conteúdos enfrentam grandes dificuldades em sua abordagem. A teoria musical facilita este processo, tornando significativa a abordagem desta ciência exata, facilitando o processo de aprendizagem dos alunos.

A matemática chegou no Brasil através de traduções de alguns matemáticos

famosos em suas épocas, como Pierre de Fermat, Leonard Euler, Pitágoras de Samos, Fourier, Napier e Mersenne (SOUSA, 2021, p. 20-21). Com a chegada dos Portugueses, foi verificada a inexistência de um sistema de ensino, e após essa constatação, a escola jesuítica foi implementada e aplicada com interdisciplinaridade.

No entanto, hoje, a interdisciplinaridade tem se tornado um grande desafio, e gerado uma busca incessante por parte dos educadores, a fim de melhorar e incentivar o ensino. Assim como afirma Roseira:

A Educação Matemática é concebida enquanto uma área de conhecimento independente, com objeto de estudo e pesquisa interdisciplinar. Dentre os seus principais objetivos se destaca a busca pela melhoria do trabalho docente, através de um processo de mudança de atitudes e concepções de educação, no contexto do processo de ensino-aprendizagem da Matemática. (ROSEIRA, 2004, p.38)

Para que o ensino seja efetivamente eficaz e seus conceitos façam sentido, é necessário investir em propostas que despertem a curiosidade e o interesse dos educandos, fazendo com que eles notem a presença da matemática na vida cotidiana de cada um deles. Sousa (2021, p. 22) nos diz que:

[...] exemplificar relacionando a matemática com a geografia, como era feito pelos Jesuítas, e que hoje aplicamos na leitura de mapas e escalas, com a biologia na genética e dinâmicas das populações, com a química na físico química e estequiometria, na medicina com o cálculo da dosagem de medicamentos, na física e também com a música, gera curiosidade e interesse, e como consequência uma maior aprendizagem, pois é visto que a teoria tem e faz sentido.

3.1 A matemática na teoria musical

A teoria musical, surpreendentemente foi elaborada com fundamentos matemáticos. Pitágoras foi o promissor deste feito, e hoje é verificada grande notoriedade, observado o produto final, que culmina na música que conhecemos.

Para tal, Sousa (2021, p. 23) afirma que

Para que isto fosse possível, muitos matemáticos desenvolveram estudos sobre o assunto, discorrendo cálculos que envolvem logaritmos, progressões geométricas e relações entre trigonometria e som fazendo uso de modelos matemáticos [...].

3.2 Função Logarítmica

“As origens do descobrimento dos logaritmos se remontam aos estudos de Arquimedes referentes às sucessões aritméticas e geométricas, sobre a sucessão de potências de um número dado [...]”. (PECORARI, 2013, p. 19)

Ainda segundo Pecorari (2013), a descoberta dos logaritmos está associada ao avanço da Astronomia e Navegação. John Napier, grande matemático, foi o seu criador.

Com o avanço da teoria, hoje definimos Logaritmos como:

Definição - Logaritmo: Uma função $f: R^*_+ \rightarrow R$, definida por $f(x) = \log_b x$, com $b > 0$ e $b \neq 1$, é chamada de função logarítmica.

Na teoria musical, podemos definir através de logaritmos o Nível Sonoro (N).

$$N = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (1)$$

Miritz (2015, p. 53) enfatiza que “ao estudarmos ondas sonoras, percebemos que o som apresenta características como a altura, a intensidade e o timbre”. O ouvido humano é capaz de suportar até 80 dB, o autor ressalta ainda que a exposição exacerbada pode ser associada a barulhos produzidos por cerras circulares sem o uso de protetores auriculares.

Na música, a escala temperada é logarítmica de base :

$$2^0, 2^{\frac{1}{12}}, 2^{\frac{2}{12}}, \dots, 2^{\frac{11}{12}}, 2^1$$

Ao aplicar logaritmo nos termos acima, é obtido

$$\log_2 2^0 = 0$$

$$\log_2 2^{\frac{1}{12}} = \frac{1}{12}$$

$$\log_2 2^{\frac{2}{12}} = \frac{2}{12}$$

...

$$\log_2 2^{\frac{11}{12}} = \frac{11}{12}$$

$$\log_2 2^1 = 1$$

e concluímos que a distância entre dois tons é equivalente a $\frac{2}{12}$, e entre semitons de $\frac{1}{12}$.

3.3 Progressão Geométrica

“Na matemática é comum o estudo de conjuntos numéricos. Quando os elementos desse conjunto estão organizados obedecendo uma ordem, denominamos como sequência numérica. A progressão Geométrica, ou simplesmente P.G., é uma importante sequência numérica, e com ela, foi possível desenvolver elementos da teoria musical.” (SOUSA, 2021, p. 24)

Progressões Geométricas também estão associadas ao desenvolvimento da contagem e dos sistemas de numeração.

Hoje, podemos definir uma P. G. como:

Definição - Progressão Geométrica: É uma sequência de números reais em que a divisão entre um termo qualquer (a partir do 2º) pelo seu antecedente é sempre a mesma (constante).

Também podemos definir a fórmula do termo geral da P.G. como:

$$a_n = a_1 q^{n-1} \quad (2)$$

Onde a_n é o n -ésimo termo da progressão, a_1 é o primeiro termo, q é a razão, e n é o número de termos.

Demonstração: Conhecendo o primeiro termo e a razão da P.G., é possível obter a expressão do termo geral. Seja a_1 o termo da P.G. e q a razão, sabemos que

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_2 \cdot q$$

$$a_4 = a_3 \cdot q$$

$$a_5 = a_4 \cdot q$$

...

$$a_{n-1} = a_{n-2} \cdot q$$

$$a_n = a_{n-1} \cdot q$$

Multiplicando todos os respectivos termos de ambos os lados da igualdade

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1} \cdot a_n = a_1^2 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1} \cdot q^{n-1}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{a_1^2 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1} \cdot q^{n-1}}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_{n-1}}$$

$$\Rightarrow a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Assim a equação (2) é chamada de termo geral de uma progressão geométrica.

Podemos calcular a soma dos n termos da P.G., S_n :

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1 \quad (3)$$

Demonstração: Sabendo que a P.G. é finita, os seus elementos são conhecidos. Podemos descrevê-los como $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$.

Porém,

$$a_1 = a_1 \cdot q^0 = a_1 \cdot 1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot q^1$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2$$

...

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Somando os n termos dessa P.G., teremos

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q^1 + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1} \quad (4)$$

Agora, basta multiplicar ambos os lados da equação pela razão (q), resultando em

$$q(S_n = a_1 + a_1 \cdot q^1 + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1}) \quad (5)$$

$$qS_n = a_1 q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n$$

Subtraindo (5) de (4)

$$\begin{array}{r} S_n = a_1 + a_1 \cdot q^1 + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1} \\ - \quad qS_n = a_1 q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n \end{array}$$

$$qS_n - S_n = a_1 \cdot q^n - a_1$$

$$S_n(q - 1) = a_1 \cdot (q^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Portanto, a soma dos n elementos da P.G., é calculada através de

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Podemos calcular a soma S dos infinitos termos da P.G.:

$$S = \frac{a_1}{1 - q}, -1 < q < 1 \quad (6)$$

Demonstração: Para uma P.G. com um número finito de termos, a soma destes é

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Quando a razão q está entre o intervalo $-1 < q < 1$ e o número de elementos cresce, se aproximando do infinito, q^n tende a zero. Assim, fazendo $q^n = 0$:

$$S = \frac{a_1 \cdot (0 - 1)}{q - 1}$$

$$\Rightarrow S = \frac{-a_1}{q - 1}$$

$$\Rightarrow S = \frac{(-1) a_1}{(-1)(1 - q)}$$

$$\Rightarrow S = \frac{a_1}{1 - q}$$

Portanto, a soma dos infinitos termos da P.G. é

$$S = \frac{a_1}{1 - q}.$$

Na teoria musical, progressão geométrica foi uma área da matemática usada para o desenvolvimento da escala temperada. Para que ela tivesse 12 tons entre os extremos 1 e 2, o uso da P. G. foi fundamental (PEREIRA, 2013, p.38). Verifica-se, portanto, que a razão da escala temperada a partir da 2ª nota é de aproximadamente 1,05946.

3.4 Funções Trigonométricas

Intuitivamente, trigonometria está associada as funções *seno* e *coseno*, mas “[...] na música estas duas funções estão associadas a harmonia, vibração e frequência do som[...]” (SOUSA, 2021, p. 28).

Estas duas funções são periódicas, e conseguimos mostrar esta periodicidade através do seno de dois arcos:

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen}(x) \cos(2k\pi) + \cos(x) \text{sen}(2k\pi)$$

Para $k \in \mathbb{Z}$, $\text{sen}(2k\pi)=0$ e $\cos(2k\pi)=1$, visto que são múltiplos de $\text{sen}(2\pi)=0$ e $\cos(2\pi)=1$. Assim,

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen}(x)(1) + \cos(x)(0)$$

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \text{sen}(x)$$

Assim sendo, $\forall k \in \mathbb{Z}$,

$$\text{sen}(x + 2k\pi) = \dots \text{sen}(x + 8\pi) = \text{sen}(x + 4\pi) = \text{sen}(x + 2\pi) = \text{sen}(x)$$

Portanto, a função seno é periódica, de período 2π , representada graficamente através da figura 1:

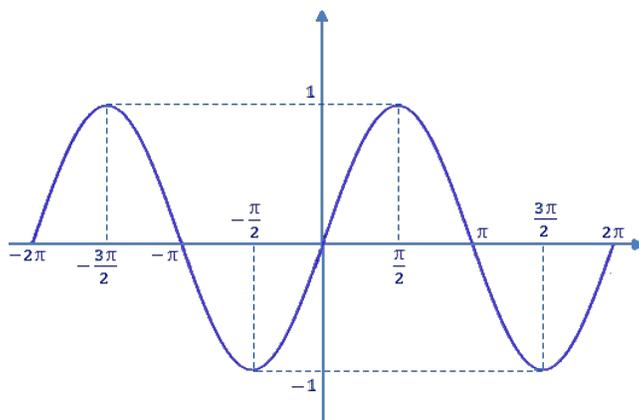


Figura 1 — Visualização gráfica da função $\text{sen}(x)$

Fonte: <https://hpdemat.apphb.com/FuncaoTrigonometrica> - Último acesso em 02/05/2022

De forma análoga, observa-se o mesmo para a função cosseno:

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos(x) \cos(2k\pi) - \text{sen}(x) \text{sen}(2k\pi)$$

Para $k \in \mathbb{Z}$, $\text{sen}(2k\pi)=0$ e $\cos(2k\pi)=1$, visto que são múltiplos de $\text{sen}(2\pi)=1$ e $\cos(2\pi)=1$. Assim,

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)(1) + \cos(x)(0)$$

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$$

Assim sendo, $\forall k \in \mathbb{Z}$,

$$\cos(x + 2k\pi) = \dots \cos(x + 8\pi) = \cos(x + 4\pi) = \cos(x + 2\pi) = \cos(x)$$

Portanto, a função cosseno é periódica, de período 2π , representada graficamente através da figura 2:

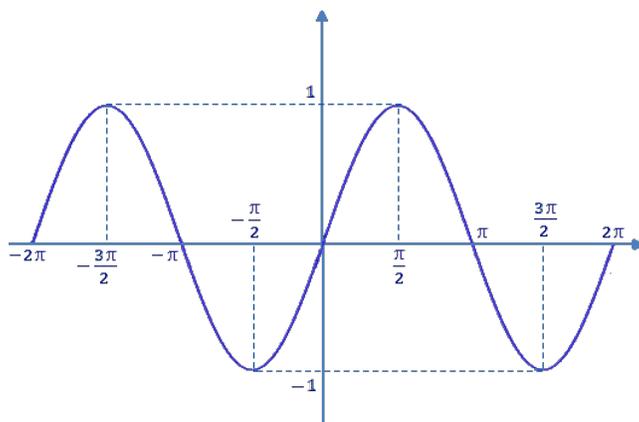


Figura 2 — Visualização gráfico da função $\cos(x)$

Fonte: <https://hpdemat.apphb.com/FuncaoTrigonometrica> - Último acesso em 02/05/2022

Assim, a altura da nota será determinada pela periodicidade da nota, ou seja, da quantidade de oscilações por unidade de tempo (LINCK, 2010, p. 16).

Para o autor, “a amplitude é a intensidade do som” (LINCK, 2010, p. 14), assim, a intensidade é efetivamente ampliada ao passo que a amplitude também aumenta.

Linck (2010) tem como autoria uma fórmula para uma nota musical pura, fazendo uso da função *seno*:

$$Y = A \cdot \text{sen}(bx + c)$$

onde Y representa a variação de pressão, A representa a amplitude máxima da onda, x o tempo em segundos e c a fase, o ponto de início da curva.

A expressão pode ser reescrita, considerando $b=2\pi f$

$$Y = A \cdot \text{sen}(2\pi \cdot fx + c)$$

ou

$$Y = A \cdot \text{sen}\left(\left(\frac{2\pi}{p}\right)x + c\right)$$

onde f é a frequência e p é o período, com $f = \frac{1}{p}$.

4 | PROPOSTAS DE ATIVIDADES

“A teoria musical aborda a matemática em diversos níveis do conhecimento, desde a aprendida no ensino fundamental I e II, com o estudo das frações

e volume, passando pelo ensino médio com o estudo de progressões e logaritmos, até o ensino superior, com as séries de Fourier que descrevem o comportamento das ondas sonoras, a teoria dos conjuntos, e ainda a álgebra abstrata e a teoria dos números". (SOUSA, 2021, p.33)

Nesta seção, serão descritas propostas de atividades que podem ser aplicadas em sala de aula, promovendo interdisciplinaridade. As atividades descritas sugerem uma sequência didática, como possibilidades de aplicação por professores que venham a ter contato com as sugestões. Vale ressaltar que a apresentação prévia dos conteúdos é necessária, e que as propostas práticas sejam usadas como elementos de fixação do conteúdo teórico.

4.1 Atividade 1

Esta atividade tem como público alvo alunos de 3º e 4º ano, onde os conceitos de fração são introduzidos. Para o seu desenvolvimento, a base é reproduzir um instrumento alternativo similar ao monocórdio de Platão. Consiste em construir uma caixa com material sugestivo de madeira, e uma corda de nylon, fixada nas suas extremidades (figura 3).



Figura 3 — Instrumento alternativo semelhante ao monocórdio

Fonte: Autoria própria

A prática consiste em relacionar os conceitos de som grave e agudo e frações. Ao tocar a corda inteira, será produzido um som. Ao passo que a corda vai sendo dividida em suas sucessivas metades serão produzidos sons semelhantes. Vale salientar que esta proposta de atividade não foi desenvolvida em sala de aula.

4.2 Atividade 2

Esta segunda proposta didática é sugerida para alunos de 5º ano, podendo ser aplicada também nas séries posteriores se houver necessidade, sendo necessária a apresentação prévia dos conteúdos. A proposta também se aplica ao estudo de frações, mas desta vez com um instrumento alternativo inspirado em um xilofone.

Para a sua construção, os materiais sugeridos são canos de PVC, linha nylon, braçadeiras, haste de metal e garrafas de vidro idênticas. A estrutura de PVC (figura 4) será construída para dar suporte as garrafas que serão penduradas.

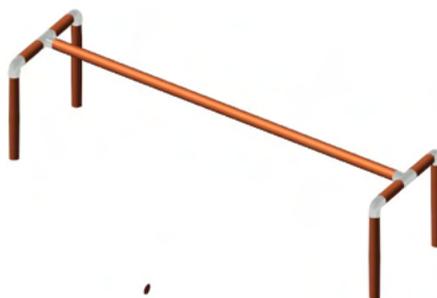


Figura 4 — Suporte de canos PVC

Fonte: Autoria própria

A escala temperada é constituída de 12 tons, com razão aproximada de 1,05946. Usando um volume de líquido na primeira garrafa, a proporção das demais deverá obedecer a razão da escala. A distância entre cada garrafa deverá ser de aproximadamente 30 cm.

Ao tocar as garrafas com uma haste de metal, deverão ser observados os sons produzidos, se há ou não semelhança, podendo ser usado como material de apoio um gravador para comparação após realização da experiência. Esta proposta também não foi aplicada em sala, sendo, portanto, apenas uma sugestão.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática e a música são vistas como áreas do conhecimento completamente distintas, embora a teoria musical tenha sua fundamentação naquela. A falta de conhecimento sobre o assunto dificulta a abordagem da arte musical em momentos que exijam a abordagem das ciências exatas. Com a busca pela interdisciplinaridade, que não se fundamenta apenas em contextualizar a matemática, ou torná-la palpável, alternativas de ensino matemático fundamentadas na teoria musical podem ser consideradas propostas pedagógicas eficientes para o entendimento dos alunos.

Portanto, este trabalho trás, além de uma breve fundamentação da relação entre a matemática e a música, propostas de atividades que relacionam as duas áreas do conhecimento de forma dinâmica, divertida e descontraída de trabalhar a matemática como uma forma de arte. No momento em que esta pesquisa foi desenvolvida não foi possível realizar pesquisa de campo com as suas devidas aplicações, porém, ficam registradas como sugestões que poderão servir de suporte para a aplicação das associações abordadas neste trabalho.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. X. **Matemática e música: uma abordagem através do monocórdio de Pitágoras.** Castanhal, 2018, p. 9-36.

CABRAL, R. B.; GOULART, C. **Matemática e música: uma proposta de aprendizagem.** P. 1-12.

CAMPOS, G. P. D. S. **A teoria dos conjuntos e a Música de Villa-Lobos: uma abordagem didática.** São Paulo: 2014, p. 11-94.

CORSO, A. M.; PIETROBON, S. R. G. **Teoria metodológica do ensino da matemática.** Paraná, 2012, p. 7-107.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação matemática: uma visão do estado da arte.** vol. 4, n. 1, março. 1993.

DOUKHAN, L. Música sacra e adoração. Revista Shabbat Shalom – Outono de 2002. Volume 49, n. 2, p. 18-25. Disponível em <<https://musicaeadoracao.com.br/20214/musica-na-biblia-doukhan/>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

FONSECA, L. M. B. et al. **A interdisciplinaridade e o trabalho docente: uma perspectiva dialógica nos anos fundamentais do ensino fundamental.** Paraná, 2015.

GESTÃO ESCOLAR. Todas as leis da educação. 2009. Disponível em: <<https://gestaoescolar.org.br/conteudo/791/todas-as-leis-da-educacao>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

GROUT, D. J.; PALISCA, C. V. **História da música ocidental.** 5ª ed. Lisboa, novembro de 2007.

LINCK, F. G. **Música e matemática: experiência didática em dois diferentes contextos.** Porto Alegre, 2010, p. 10-67

MARIANA, P. **Logaritmos e aplicações.** Rio Claro, 2013, p. 17-96.

MIGUEL, L.; XAVIER, L.; FRANZOLIN, D. **Progressões.** Campinas, v. 1, p. 5-26, maio. 2014.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=32681:apresentacao>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/fundeb>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

MIRANDA, B. M. D.; ALENCAR, J. M.; CUSATI, I. C. **O ensino de matemática no Brasil: evolução histórica.** Bahia, 2019.

MIRITZ, J. C. D. **Matemática e música.** Rio Grande, Rio Grande do Sul, Brasil, 2015, p. 14-94.

PARAIZO, R. F. **Progressões aritméticas e progressões geométricas: Aula 10.** p. 241-261

PEREIRA, A. C. C.; FERNANDES, M. C. **Matemática: prática de ensino em matemática I**. 1. ed. Fortaleza, EdUECE, 2015, p. 5-71.

PEREIRA, M. D. C. **Matemática e música: de Pitágoras aos dias de hoje**. Rio de Janeiro, 2013, p. 7-91.

QUILLES, A. et al. Funções trigonométricas circulares. Londrina, 2020. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/basico/trigonometria/trigo07.html>>. Acesso em: 13 maio. 2021.

ROSEIRA, N. A. F. **Educação matemática e valores: das concepções dos professores à construção da autonomia**. Salvador, 2004, p. 2-172.

SALES, R. B. **As contribuições da escola pitagórica para a matemática**. Teresina, 2015, p. 10-50

SILVA, D. C. **A música como estratégia de organização do Ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental**. Teresina, 2019, p. 11-88.

SIMONATO, A. L.; DIAS, M. P. M. **A relação entre matemática e música**.

SOUSA, A. A. C. **Relação entre matemática e música: Uma proposta metodológica**. Crateús, 2021, p. 12 - 42

ÍNDICE REMISSIVO

A

Acercamiento normalizado de la base de datos 25

Actitud 1, 3, 6, 13, 15, 17, 18, 19, 21, 22, 23

Antimicrobiano 34, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 153

B

Burnout docente 1, 7

C

Cálculo vectorial 103, 105

Cero papel 43, 45, 48

Compromiso docente 1, 3, 6, 7, 12

Creencias 15, 16

Criba 70, 75, 77, 80

Cuasiresonancia 58, 66, 67, 68

Curvas planas 103

E

Ecuaciones diferenciales 58, 68, 69

Educational experiment 81

Escala 6, 7, 12, 15, 18, 19, 22, 23, 24, 138, 141, 144, 148

F

Firmas digitales 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50

G

Geometry 81, 86

H

Heterocíclica 112

Hidrogel 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40

I

Irracional 58

Isolated pentagon rule 106

L

Laboratory experiment 81

M

Matemática 16, 24, 68, 71, 80, 81, 105, 137, 138, 139, 140, 141, 144, 146, 148, 149, 150, 168, 169

Medio ambiente 36, 43, 44, 45, 48, 112, 115, 118

Modelado interacciones 25

Motivación hacia la enseñanza 1

Musica 149

N

Nonclassical fullerene 106

Números afortunados de Euler 70, 71, 72

Números primos 70, 71, 72, 73, 74, 76, 78, 79, 80, 139

O

Optical geometry 81

Oscilador mecánico 58, 59

P

Plasma 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 152, 159, 164

Polinomios 70, 71, 72

Q

Química verde 112, 113, 115, 116, 117, 118, 119

Quitosano 34, 36, 37, 38, 39, 40, 41

R

Reacción de maillard 113

Requerimientos tempranos 25

S

Schlegel diagram 106

Seguridad 17, 18, 20, 21, 43, 45, 47, 48, 49, 50, 115

Señal de excitación 58, 59, 60, 62, 63, 65

Superficies 36, 103, 165

T

Teoría musical 137, 138, 139, 140, 141, 144, 146, 148

U

UML 25, 26, 28

V

Vocación científica 1, 14

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 

CIENCIAS EXACTAS Y DE LA TIERRA:

Observación, formulación y predicción

2

www.atenaeditora.com.br 

contato@atenaeditora.com.br 

[@atenaeditora](https://www.instagram.com/atenaeditora) 

www.facebook.com/atenaeditora.com.br 