

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em



matemática
e suas aplicações

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em



matemática
e suas aplicações

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial**Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Investigação científica em matemática e suas aplicações

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Maiara Ferreira
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Américo Junior Nunes da Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

162 Investigação científica em matemática e suas aplicações /
Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta
Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-0116-2
DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.162221205>

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação. I. Silva,
Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510.07

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br



Atena
Editora
Ano 2022

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro “*Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações*” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva


SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

META-AVALIAÇÃO DE AVALIAÇÃO RELACIONADA À APRENDIZAGEM DE CONCEITOS LÓGICO-MATEMÁTICOS COM UTILIZAÇÃO DE JOGO DIGITAL

Lucí Hildenbrand

Janaína de Oliveira Augusto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212051>

CAPÍTULO 2..... 11


VIVÊNCIAS DE OFICINA PEDAGÓGICA: A GINCANA E O MATEMATIZAR POR MEIO DE DIFERENTES METODOLOGIAS ATIVAS

Raimundo Santos Filho

Patrícia Barbosa dos Santos

Vinicius Christian Pinho Correia

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212052>

CAPÍTULO 3..... 30


MODELOS MATEMÁTICOS E EPIDEMIAS

Célia Maria Rufino Franco

Ivo Dantas de Araújo

Mateus Ferreira Carvalho da Silva

Eduardo da Silva Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212053>

CAPÍTULO 4..... 42

ANÁLISIS SEMIÓTICO DE RESPUESTAS AL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA

Osmar Dario Vera

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212054>


CAPÍTULO 5..... 54

ESTUDO DOS FRACTAIS NAS SÉRIES E CÁLCULO NUMÉRICO

Eduarda Maschio Belarmino

Dione Ines Christ Milani

Gustavo Henrique Dalposso

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212055>


CAPÍTULO 6..... 60








O USO DA COMPUTAÇÃO GRÁFICA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA







Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein


André Luis Andrejew Ferreira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212056>

CAPÍTULO 7.....	68
DE LOS REALES A LOS COMPLEJOS, SÓLO HAY UN PEQUEÑO PASO	
Marisol Radillo Enríquez	
Vladimir Efremov	
Juan Martín Casillas González	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212057	
CAPÍTULO 8.....	76
O ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS NO 6º ANO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DO DISCO DE FRAÇÃO	
Alan Jorge de Jesus Silva	
Beatriz de Vilhena Medeiros	
Pedro Lucas Viana Ferreira	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212058	
CAPÍTULO 9.....	89
INTRODUÇÃO ÀS IDENTIDADES FUNCIONAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212059	
CAPÍTULO 10.....	93
DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE A LA COMPETENCIA PROFESIONAL	
Núria Rosich Sala	
Yolanda Colom Torrens	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120510	
CAPÍTULO 11.....	101
A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES DE ORDEM 2 E SUAS IDENTIDADES POLINOMIAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120511	
CAPÍTULO 12.....	106
LUDICIDADE NO ENSINO APRENDIZAGEM: UMA ALIADA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NA MATEMÁTICA	
Márcia Cristianne Ramos de Araújo	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120512	
CAPÍTULO 13.....	122
ANÁLISE ESPECTRAL SINGULAR BASEADA NA FUNÇÃO DE HUBER	
Matheus Lima Cornejo	
Fabio Alexander Fajardo Molinares	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120513	

CAPÍTULO 14.....	139
PANORAMA DAS PUBLICAÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO BANCO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES NA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Creomar Moreira da Cruz	
Ana Cristina Gomes de Jesus	
Nilton Cezar Ferreira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120514	
CAPÍTULO 15.....	143
MÉTODO DE LIAPUNOV-SCHMIDT SEM SIMETRIA E APLICAÇÃO NO PROBLEMA DE REAÇÃO-DIFUSÃO	
Rosangela Teixeira Guedes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120515	
CAPÍTULO 16.....	154
O “SEGUIR REGRAS” DE WITTGENSTEIN: UMA ANÁLISE A PARTIR DA CONSTRUÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES AFIM	
Tatiana Lopes de Miranda	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120516	
CAPÍTULO 17.....	171
ABORDAGENS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA SALA DE AULA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Dionísio Burak	
Laynara dos Reis Santos Zontini	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120517	
CAPÍTULO 18.....	182
GEOGEBRA: A TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS	
Gustavo Henrique Silva	
Wáquila Pereira Neigrames	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120518	
CAPÍTULO 19.....	190
PREVISÃO DO ÍNDICE BURSÁTIL IBEX 35 USANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	
Salvador Falcón Canillas	
Carlos Roberto Minussi	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120519	
CAPÍTULO 20.....	242
METODOLOGIA AULA INVERTIDA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS: UNA APROXIMACION CONCEPTUAL	
Mileidy Marcela Velásquez Aguirre	
Neder Manuel Palma Caballero	
Steven Alberto Liévano González	

Saraí Ana Ortega Pineda

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120520>

SOBRE O ORGANIZADOR.....	256
ÍNDICE REMISSIVO.....	257

A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES DE ORDEM 2 E SUAS IDENTIDADES POLINOMIAIS

Data de aceite: 02/05/2022

Data de submissão: 19/04/2022

Mateus Eduardo Salomão

Pato Branco - PR

<http://lattes.cnpq.br/9042467665583924>

RESUMO: Neste trabalho será apresentado o conceito de álgebras de Jordan e de identidades polinomiais para tais álgebras. Além disso, será descrito o conjunto de identidades polinomiais para a álgebra de Jordan das matrizes triangulares superiores de ordem 2 com entradas em um corpo (finito ou infinito) de característica diferente de 2.

PALAVRAS-CHAVE: Matrizes triangulares superiores, Álgebras de Jordan, Identidades polinomiais.

THE JORDAN ALGEBRA OF UPPER TRIANGULAR MATRICES OF ORDER 2 AND THEIR POLYNOMIAL IDENTITIES

ABSTRACT: In this work, the concept of Jordan algebras and polynomial identities for such algebras will be presented. In addition, the set of polynomial identities for Jordan algebras of upper triangular matrices of order 2 with entries in a field (finite or infinite) of characteristic different from 2 will be described.

KEYWORDS: Upper triangular matrix, Jordan algebras, Polynomial identities.

1 | INTRODUÇÃO

Uma identidade em uma estrutura algébrica é uma expressão simbólica envolvendo operações e variáveis, que é identicamente satisfeita quando as variáveis são substituídas por elementos da estrutura em questão. Como exemplo, podemos citar as leis de comutatividade e associatividade dos números reais que aprendemos em matemática básica. Neste contexto, surge a PI-Teoria, que tem por objetivo o estudo de álgebras que satisfazem identidades polinomiais. A área de PI-Teoria tem grande relevância, pois quando se conhece as identidades de uma álgebra, significativas informações a seu respeito podem ser extraídas.

Neste texto, descreveremos uma base para as identidades polinomiais para a álgebra de Jordan das matrizes triangulares superiores sobre um corpo (finito ou infinito) de característica diferente de 2, que foram descritas por Gonçalves e Salomão em [4].

Ao leitor interessado em um estudo mais detalhado a este respeito, são indicadas as referências [1], [2] e [3].

Denotaremos por K corpo de $ch(K) \neq 2$, onde $ch(K)$ denota a característica de K , e todas as álgebras consideradas serão sobre K . Além disso, a cardinalidade de K será indicada por $|K|$.

2 | AS ÁLGEBRAS DE JORDAN

Nesta seção, definiremos alguns conceitos e propriedades referentes a uma classe de álgebras muito relevantes, as chamadas álgebras de Jordan. Iniciamos definindo um conceito que será fundamental.

Definição 1: Seja A uma álgebra. Se $a, b, c \in A$, dizemos que

$$(a, b, c) = (ab)c - a(bc)$$

é o **associador** de a, b e c , nesta ordem.

Se n é ímpar e $a_1, \dots, a_n \in A$, denotaremos

$$(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n) = ((a_1, a_2, a_3), a_4, \dots, a_n).$$

Na sequência, definimos a estrutura de álgebra de Jordan.

Definição 2: Uma álgebra comutativa A é chamada de **álgebra de Jordan** se

$$(a^2, b, a) = 0,$$

para todos $a, b \in A$.

Dada uma álgebra associativa equipada com o produto \cdot , então o espaço vetorial A equipado com um novo produto \circ , chamado **produto de Jordan**, definido por:

$$a \circ b = (1/2)(a \cdot b + b \cdot a),$$

onde $a, b \in A$, é uma álgebra de Jordan, denotada por A^+ .

Em seguida, será definido o conceito de identidade polinomial para álgebras de Jordan. Os polinômios apresentados na sequência são elementos da álgebra de Jordan unitária livre, livremente gerada por um conjunto de variáveis X , que será denotada por $J(X)$.

Definição 3: Sejam A uma álgebra de Jordan unitária e $f = f(x_1, \dots, x_n) \in J(X)$. Dizemos que f é uma **identidade polinomial** para A se $f(a_1, \dots, a_n) = 0$ para todos $a_1, \dots, a_n \in A$. Denotamos por $T(A)$ o conjunto das identidades polinomiais de A . Se $T(A) \neq \{0\}$ dizemos que A é uma **PI-álgebra**.

3 | AS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES E SUAS IDENTIDADES POLINOMIAIS

Nesta seção, definiremos o nosso principal objeto de estudo, a álgebra de Jordan das matrizes triangulares superiores de ordem 2, que denotaremos por $UJ_2(K)$.

Seja $UT_n(K)$ a álgebra associativa unitária das matrizes triangulares superiores $n \times n$ com entradas em um corpo K , munido com a operação usual de produto.

Definição 4: A álgebra de Jordan $UJ_n(K)$ é o espaço vetorial $UT_n(K)$ munido com o produto de Jordan \circ .

Estudaremos a álgebra definida acima para o caso em que $n=2$. Seja $T(UJ_2)$ o T-ideal de $UJ_2 = UJ_2(K)$, isto é, o subconjunto de $J(X)$ formado por todas as identidades polinomiais

de $UJ_2(K)$.

Nas duas próximas subseções, descreveremos $T(UJ_2(K))$. As demonstrações de tais fatos são extensas e podem ser encontradas em [4]. Antes de enunciar, fixaremos duas notações adotadas.

Se $f_1, f_2, \dots, f_n \in J(X)$, então denotaremos

$$f_1 f_2 \cdots f_n = f_1(f_2 \cdots f_n).$$

Mais ainda, se $f, g \in J(X)$, $x \in X$ e $d \geq 1$, então denotaremos

$$(f, g, x^{(d)}) = \left(f, g, \underbrace{x, x, \dots, x}_{d \text{ fatores}} \right).$$

3.1 Identidades de $UJ_2(K)$, quando K é infinito

Nesta subseção, descreveremos $T(UJ_2(K))$ quando K é infinito de $chK \neq 2$. Por simplicidade, usaremos a seguinte notação:

Notação 1: Seja I o T-ideal de $J(X)$ gerado pelos polinômios

$$\begin{aligned} T(x_1, x_2, x_3, x_4) &= (x_1 x_2, x_3, x_4) - x_1(x_2, x_3, x_4) - x_2(x_1, x_3, x_4), \\ &\quad (x_1, (x_2, x_3, x_4), x_5), \\ &\quad (x_1, x_2, x_3)(x_4, x_5, x_6). \end{aligned}$$

Lema 1: Se I é o T-ideal definido acima, então $I \subseteq T(UJ_2)$.

Lema 2: Seja S o subconjunto de $J(X)$ formado por todos os polinômios

$$\begin{aligned} \text{a) } &x_1^{m_1} x_2^{m_2} \cdots x_n^{m_n}, \\ \text{b) } &(x_1^{m_1} x_2^{m_2} \cdots x_n^{m_n}) (x_t, x_u, x_l, x_u^{(s_u)}, x_{u+1}^{(s_{u+1})}, \dots, x_n^{(s_n)}), \end{aligned}$$

onde $m_1, \dots, m_n \geq 1$; $t \leq e$; $s_u, \dots, s_n \geq 0$; $s_u + s_{u+1} + \dots + s_n$ é par; $n \geq 0$. Então o espaço vetorial quociente $J(X)/I$ é gerado pelo conjunto de todos os elementos $h+I$, onde $h \in S$.

Teorema 1: Seja K um corpo infinito de característica diferente de 2. Se $T(UJ_2(K))$ é o T-ideal das identidades polinomiais da álgebra de Jordan $UJ_2(K)$, então $T(UJ_2(K))$ é gerado, como um T-ideal, pelos polinômios

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4), (x_1, (x_2, x_3, x_4), x_5) \text{ e } (x_1, x_2, x_3)(x_4, x_5, x_6).$$

Mais ainda, $I = T(UJ_2(K))$, e o conjunto no Lema 2 é uma base para o espaço vetorial quociente $J(X)/I$.

3.2 Identidades de $UJ_2(K)$, quando K é finito

Nesta subseção, descreveremos o T-ideal das identidades polinomiais de $UJ_2(K)$, para o caso em que K é um corpo finito de $ch(K) \neq 2$. Ao longo desta subseção K será um corpo finito com $|K|=q$ elementos, e $ch(K) \neq 2$.

Notação 2: Seja I' o T-ideal de $J(X)$ gerado pelos 3 polinômios da Notação 1 e pelos 5 polinômios

$$\begin{aligned} & (x_1^q - x_1)(x_2, x_3, x_4), \\ & (x_1, x_2^q - x_2, x_3), \\ & (x_1^q - x_1)(x_2^q - x_2), \\ & (x_1, x_2, x_3, x_2^{(q-1)}) - (-1)^{\frac{q-1}{2}}(x_1, x_2, x_3), \\ & (x_1, x_1, x_2, x_1^{(q-2)}, x_2^{(q-1)}, x_3) - (-1)^{\frac{q-1}{2}}(x_1, x_3, x_2^{(q)}) + (x_1, x_3, x_2) \\ & - (-1)^{\frac{q-1}{2}}(x_1, x_1, x_2, x_1^{(q-2)}, x_3). \end{aligned}$$

Note que I' é gerado, como um T-ideal, por 8 polinômios, e $I \subseteq I'$.

Lema 3: Se I' é o T-ideal definido acima, então $I' \subseteq T(UJ_2)$.

Lema 4: O espaço vetorial quociente $J(X)/I'$ é gerado pelo conjunto de todos os polinômios $g+I'$ tais que:

a) $g = x_1^{m_1} x_2^{m_2} \dots x_n^{m_n}$ ou

b) $g = (x_1^{p_1} x_2^{p_2} \dots x_n^{p_n}) (x_t, x_u, x_l, x_u^{(s_u)}, x_{u+1}^{(s_{u+1})}, \dots, x_n^{(s_n)})$

onde $(m_1, \dots, m_n) \in \Lambda_n$; $0 \leq p_1, \dots, p_n < q$; $t \leq u$ e $t < l$; $0 \leq s_u < q - 1$, $0 \leq s_{u+1}, \dots, s_n < q$ e $s_u + s_{u+1} + \dots + s_n$ é par; e $n \geq 0$. Mais ainda, se $u = t$ e $s_u = q - 2$, então $0 \leq s_l < q - 1$.

Teorema 2: Seja K um corpo finito com $|K|=q$ elementos, e característica diferente de 2. Se $T(UJ_2(K))$ é o T-ideal das identidades polinomiais da álgebra de Jordan $UJ_2(K)$, então

$$T(UJ_2(K)) = I'.$$

Mais ainda, o conjunto no Lema 4 é uma base para o espaço vetorial quociente $J(X)/I'$.

REFERÊNCIAS





[1] ALJADEFF, E.; GIAMBRUNO A.; PROCESI, C.; REGEV, A. **Rings with polynomial identities and finite dimensional representations of algebras**. Providence: American Mathematical Society, 2020.

[2] DRENSKY, V. **Free algebras and PI-algebras: Graduate course in algebra**. Singapore: Springer-Verlag Singapore, 2000.

[3] GIAMBRUNO, A; ZAICEV, M. **Polynomial Identities and Asymptotic Methods**. Providence: American Mathematical Society, 2005.

[4] GONÇALVES, D. J.; KOSHLUKOV, P.; SALOMÃO, M. Polynomial identities for the Jordan algebra of upper triangular matrices. **Journal of Algebra**. v. 593, p. 477–506, 2022.





[5] KOSHLUKOV, P.; MARTINO, F. Polynomial identities for the Jordan algebra of upper triangular matrices of order 2. **Journal of Pure and Applied Algebra**, v. 216, n. 11, p. 2524–2532, 2012.

 www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br
 @atenaeditora
 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em



matemática e suas aplicações

 www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br
 @atenaeditora
 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em



matemática e suas aplicações