

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em



matemática
e suas aplicações

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em



matemática
e suas aplicações

Editora chefe

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Editora executiva

Natalia Oliveira

Assistente editorial

Flávia Roberta Barão

Bibliotecária

Janaina Ramos

Projeto gráfico

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

Imagens da capa

iStock

Edição de arte

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

Conselho Editorial

Ciências Exatas e da Terra e Engenharias

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



Investigação científica em matemática e suas aplicações

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Maiara Ferreira
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Américo Junior Nunes da Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)	
162	<p>Investigação científica em matemática e suas aplicações / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-65-258-0116-2 DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.162221205</p> <p>1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título. CDD 510.07</p>
Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166	

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br



DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro “*Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações*” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva


SUMÁRIO

CAPÍTULO 1..... 1

META-AVALIAÇÃO DE AVALIAÇÃO RELACIONADA À APRENDIZAGEM DE CONCEITOS LÓGICO-MATEMÁTICOS COM UTILIZAÇÃO DE JOGO DIGITAL

Lucí Hildenbrand

Janaína de Oliveira Augusto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212051>

CAPÍTULO 2..... 11


VIVÊNCIAS DE OFICINA PEDAGÓGICA: A GINCANA E O MATEMATIZAR POR MEIO DE DIFERENTES METODOLOGIAS ATIVAS

Raimundo Santos Filho

Patrícia Barbosa dos Santos

Vinicius Christian Pinho Correia

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212052>

CAPÍTULO 3..... 30


MODELOS MATEMÁTICOS E EPIDEMIAS

Célia Maria Rufino Franco

Ivo Dantas de Araújo

Mateus Ferreira Carvalho da Silva

Eduardo da Silva Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212053>

CAPÍTULO 4..... 42

ANÁLISIS SEMIÓTICO DE RESPUESTAS AL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA

Osmar Dario Vera

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212054>


CAPÍTULO 5..... 54

ESTUDO DOS FRACTAIS NAS SÉRIES E CÁLCULO NUMÉRICO

Eduarda Maschio Belarmino

Dione Ines Christ Milani

Gustavo Henrique Dalposso

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212055>

CAPÍTULO 6..... 60








O USO DA COMPUTAÇÃO GRÁFICA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA







Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein


André Luis Andrejew Ferreira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212056>

CAPÍTULO 7.....	68
DE LOS REALES A LOS COMPLEJOS, SÓLO HAY UN PEQUEÑO PASO	
Marisol Radillo Enríquez	
Vladimir Efremov	
Juan Martín Casillas González	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212057	
CAPÍTULO 8.....	76
O ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS NO 6º ANO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DO DISCO DE FRAÇÃO	
Alan Jorge de Jesus Silva	
Beatriz de Vilhena Medeiros	
Pedro Lucas Viana Ferreira	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212058	
CAPÍTULO 9.....	89
INTRODUÇÃO ÀS IDENTIDADES FUNCIONAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212059	
CAPÍTULO 10.....	93
DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE A LA COMPETENCIA PROFESIONAL	
Núria Rosich Sala	
Yolanda Colom Torrens	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120510	
CAPÍTULO 11.....	101
A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES DE ORDEM 2 E SUAS IDENTIDADES POLINOMIAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120511	
CAPÍTULO 12.....	106
LUDICIDADE NO ENSINO APRENDIZAGEM: UMA ALIADA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NA MATEMÁTICA	
Márcia Cristianne Ramos de Araújo	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120512	
CAPÍTULO 13.....	122
ANÁLISE ESPECTRAL SINGULAR BASEADA NA FUNÇÃO DE HUBER	
Matheus Lima Cornejo	
Fabio Alexander Fajardo Molinares	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120513	

CAPÍTULO 14.....	139
PANORAMA DAS PUBLICAÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO BANCO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES NA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Creomar Moreira da Cruz	
Ana Cristina Gomes de Jesus	
Nilton Cezar Ferreira	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120514	
CAPÍTULO 15.....	143
MÉTODO DE LIAPUNOV-SCHMIDT SEM SIMETRIA E APLICAÇÃO NO PROBLEMA DE REAÇÃO-DIFUSÃO	
Rosangela Teixeira Guedes	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120515	
CAPÍTULO 16.....	154
O “SEGUIR REGRAS” DE WITTGENSTEIN: UMA ANÁLISE A PARTIR DA CONSTRUÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES AFIM	
Tatiana Lopes de Miranda	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120516	
CAPÍTULO 17.....	171
ABORDAGENS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA SALA DE AULA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Dionísio Burak	
Laynara dos Reis Santos Zontini	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120517	
CAPÍTULO 18.....	182
GEOGEBRA: A TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS	
Gustavo Henrique Silva	
Wáquila Pereira Neigrames	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120518	
CAPÍTULO 19.....	190
PREVISÃO DO ÍNDICE BURSÁTIL IBEX 35 USANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS	
Salvador Falcón Canillas	
Carlos Roberto Minussi	
 https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120519	
CAPÍTULO 20.....	242
METODOLOGIA AULA INVERTIDA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS: UNA APROXIMACION CONCEPTUAL	
Mileidy Marcela Velásquez Aguirre	
Neder Manuel Palma Caballero	
Steven Alberto Liévano González	

Saraí Ana Ortega Pineda

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120520>

SOBRE O ORGANIZADOR.....	256
ÍNDICE REMISSIVO.....	257

ANÁLISIS SEMIÓTICO DE RESPUESTAS AL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA

Data de aceite: 02/05/2022

Data de submissão: 08/04/2022

Osmar Dario Vera

Universidad Nacional Arturo Jauretche, Instituto de Ciencias de la Salud
Buenos Aires – Argentina
<https://orcid.org/0000-0003-2163-8516>

RESUMEN: En un problema de contraste estadístico de hipótesis, se pide como pregunta abierta la determinación de la potencia del contraste, dado un valor del parámetro bajo la alternativa y un nivel de significación. Analizamos las prácticas matemáticas implícitas en las respuestas de un grupo de 224 estudiantes de la Licenciatura en Psicología de la Universidad de Huelva a esa pregunta, usando como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico de la cognición matemática. Como parte del marco se consideran los objetos y procesos matemáticos intervinientes y emergentes de un sistema de prácticas, con el objetivo de descubrir los conflictos semióticos que desembocan en respuestas institucionalmente inadecuadas. Se presenta como resultado una clasificación pormenorizada de conflictos semióticos relacionados con los objetos que son parte de la determinación de la potencia de un contraste de hipótesis estadístico.

PALABRAS CLAVE: Potencia de un contraste, enseñanza de la estadística, estudiantes de Psicología, conflicto semiótico, inferencia estadística.

SEMIOTIC ANALYSIS OF RESPONSES TO THE CALCULATION OF POWER IN A HYPOTHESIS TEST BY PSYCHOLOGY STUDENT

ABSTRACT: For a statistical test of hypothesis, an open question is asked to determine the power of the hypothesis testing, given a value of the parameter under the alternative and a significance level. We analyze the mathematical practices implicit in the answers' group of 224 students belonging to Degree in Psychology of the University of Huelva to that question, using as theoretical framework the Ontosemiotic Approach of mathematical cognition. As part of the framework we consider the intervening and emerging mathematical objects and processes with the aim of discovering semiotic conflicts that lead to institutionally inadequate responses. We present as a result a detailed classification of semiotic conflicts related to objects that are part of the determination of the power of a statistical hypothesis contrast.

KEYWORDS: Power of a hypothesis test, statistics teaching, psychology students, semiotic conflict, statistical inference.

1 | INTRODUCCIÓN

El uso e interpretación de la estadística ha jugado un papel destacado en diversas ciencias humanas, en especial en Educación y Psicología, que basan sus investigaciones en datos recogidos en muestras de poblaciones, a las que quieren extender sus conclusiones, para lo cual es condición realizar inferencia

estadística. Sin embargo, el uso e interpretación de la inferencia estadística en estas investigaciones no son siempre adecuados, como se muestra en diversas revisiones. Errores de inadecuación en la interpretación, se producen también en estudiantes universitarios (Vallecillos, 1994; Díaz-Batanero et al., 2019; López Martín et al., 2019; Vera, Díaz y Batanero, 2011; 2013;).

En particular un objeto importante, pero muy poco tratado para la enseñanza en lo que se refiere al contraste de hipótesis es la comprensión del cálculo de la potencia de una prueba, la que se asocia con la probabilidad de cometer error tipo II, puesto que se puede interpretar también como la probabilidad de no cometer este error.

En este trabajo abordamos este objeto estadístico. Realizamos un estudio cualitativo de la determinación de la potencia estadística en un problema de prueba de hipótesis que un grupo de 224 estudiantes españoles en Psicología resuelven, después de haber seguido un curso de inferencia.

Nos apoyamos en nociones teóricas del enfoque onto-semiótico de la cognición matemática (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, 2014). Realizamos un análisis semiótico de las respuestas a dichas tareas, clasificándolas e identificando conflictos semióticos. Con todo ello aportamos elementos al profesor que le ayudará a planificar la enseñanza del tema. Seguidamente, presentamos los fundamentos del trabajo que incluyen antecedentes y marco teórico; luego el método, los resultados y la discusión.

2 | ANTECEDENTES

La interpretación incorrecta más extendida relacionada con la comprensión del contraste de hipótesis es la de cambiar los términos de la probabilidad condicional en la definición del nivel de significación α (probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta), interpretándolo como la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta, habiendo tomado la decisión de rechazarla (Vallecillos, 1994; Batanero 2000). El mismo intercambio de condicional se hace en la interpretación del valor p (probabilidad de obtener un valor igual o más extremo al dado, si la hipótesis nula es cierta) lo cual se interpreta como la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta si se obtuvo el valor dado del estadístico de prueba. La naturaleza condicional de la potencia de la prueba implica que se cometan las mismas equivocaciones antes mencionadas. Más concretamente, y utilizando el marco teórico que se describe a continuación, queremos analizar con mayor profundidad los posibles planteamientos incorrectos en la determinación de la potencia de una prueba de hipótesis.

3 | MARCO TEÓRICO

En este trabajo nos basamos en ideas teóricas propuestas en el enfoque ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007; Godino, 2014) en los que se sugiere que el significado de

los objetos matemáticos o estadísticos (por ejemplo, los conceptos de potencia de una prueba estadística) es una entidad compleja, en la que intervienen los siguientes tipos de objetos matemáticos primarios: situaciones-problemas, lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos. Estos autores, destacan la diferencia entre significado institucional y personal; el primero refleja las practicas matemáticas que la institución intenta transmitir al estudiante, el segundo es el adquirido por el estudiante en el seno de la institución que podrían coincidir o no con las que ésta pretende. Utilizaremos el método de análisis semiótico propuesto por estos autores, para analizar las respuestas incorrectas de los estudiantes de Psicología en el planteamiento de la potencia de la prueba. Este análisis consiste en la identificación de las prácticas matemáticas de los estudiantes al tratar de plantear la potencia, así como de los objetos y procesos matemáticos implicados. Como resultado se identificarán conflictos semióticos de estos estudiantes, que se producen al realizar una función semiótica no adecuada desde el punto de vista institucional.

4 I MÉTODO

La muestra estuvo formada por 224 estudiantes de Psicología de la Universidad de Huelva que habían cursado el primer año la asignatura de Análisis de Datos I y Análisis de Datos II (correspondía al segundo año de estudios), donde se impartían conceptos de: muestreo, estimación de intervalos de confianza y contraste de hipótesis sobre medias y proporciones, así como análisis de varianza y regresión lineal. Los datos fueron recogidos dentro de la asignatura Análisis de Datos II, y los estudiantes participantes estaban habituados a resolver problemas de contraste de hipótesis. Como parte de una evaluación de la asignatura se les propuso el problema que se presenta en Figura 1.

Problema: Se sabe por diversos trabajos de investigación que los niños de seis años tienen una velocidad lectora media de 40 palabras por minuto, con varianza igual a 16. Un profesor quiere saber si los niños de su clase se sitúan o no en la media de palabras por minuto. Para ello mide la velocidad de lectura en los 25 niños de su clase, obteniendo una media de 43 palabras por minuto. Determinar la potencia del contraste si partimos de que el valor que toma la media poblacional bajo la hipótesis alternativa es igual a 42, con nivel de significación 0.05. Determinar la potencia del contraste si partimos de que el valor que toma la media poblacional bajo la hipótesis alternativa es igual a 42, con nivel de significación 0.05.

Figura 1. Tarea planteada a los estudiantes de la muestra

La tarea fue resuelta por los estudiantes por escrito y en forma individual. Una vez recogidas las respuestas, que son datos textuales, se utilizó el análisis de contenido, una técnica muy utilizada en la investigación educativa (véase, por ejemplo, Cañadas, 2012 ó Gea, 2014). Nosotros la aplicamos a las producciones escritas de los estudiantes. Se hizo un análisis cualitativo una vez recogidos los datos, el mismo consistió en un proceso cíclico e inductivo donde se compararon las respuestas para llegar a una categorización.

En las respuestas correspondientes al problema, el estudiante he de determinar la potencia del contraste, dado un valor de la media poblacional en la hipótesis alternativa y un nivel de significación para el contraste.

Se espera del estudiante que primeramente identifique los datos emergentes del enunciado para poder resolver la tarea. Es decir, se espera que identifique el valor de la media y la varianza poblacional (deduzca de esta la desviación estándar), el tamaño muestral, el valor de la media muestral, reconozca la distribución Normal y el nivel de significación. De la identificación de datos se toman los valores para calcular el estadístico de prueba, es decir: la media poblacional, $\mu_0=40$; la media muestral, $x=43$; la desviación estándar, $\sigma=4$ y el tamaño muestral, $n=25$.

Se clasificaron las respuestas como correctas (*C*), parcialmente correctas (*PC*) e incorrectas (*I*); se encontró un solo tipo de respuesta correcta; las categorías encontradas para las parcialmente correctas han sido tres, donde en general consisten en usar la varianza en lugar de la desviación estándar a la hora de tipificar, incorrecta lectura de la tabla para obtener el percentil o en el cálculo de probabilidades para un intervalo. Se encontraron solo dos categorías para las incorrectas, en algunas se comete error en el cálculo del percentil y estandarización y en otras en el uso de la fórmula del estadístico de prueba y del intervalo para la probabilidad de error tipo II. A continuación se analizan los resultados.

5 | RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Análisis semiótico de las respuestas correctas

C. Calcula los extremos del intervalo para obtener la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula y estandariza correctamente. Calcula el valor correcto de la potencia. Reproducimos un ejemplo en la Tabla 1, para ello dividimos la respuesta en tres unidades de contenido donde analizamos cada una de las expresiones generadas por el estudiantes en la columna contenido. Observamos, que el estudiante ha de poner en relación gran variedad de conceptos diferentes, propiedades y procedimientos con su argumentación, y aplicarlos, mediante un proceso de particularización al contexto del problema.

Unidad	Expresión	Contenido
1	<p>Se desliza</p> $196 = \frac{x-40}{4} \rightarrow x = (196 \cdot 08) + 40 = 49'568$ $-196 = \frac{x-40}{08} \rightarrow x = (-196 \cdot 08) + 40 = 38'432$ <p>Se tipifican con $\mu = 42$</p>	<ul style="list-style-type: none"> - El alumno identifica los percentiles ($\pm 1,96$) para calcular los extremos del intervalo de la zona de no rechazo (particularización de un concepto). - Encuentra los extremos de tal intervalo (procedimiento). - Mediante la frase "se tipifican con $\mu = 42$" enuncia que a esos extremos, le restará 42 y dividirá por la desviación de la media muestral (interpretación y cambio de representación).
2	$x = \frac{4957-42}{08} = -0'53$ $x = \frac{38432-42}{08} = -4'46$ <p>Se buscan en la tabla y se restan</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Tipifica con $\mu = 42$ y la desviación estándar de la media muestral los extremos del intervalo hallados en U1 (procedimiento). - Con la frase "se buscan en la tabla y restan", indica que calculará las probabilidades acumuladas a izquierda para -0,53 y -4,46 (campo de problemas-procedimiento).
3	$-0'53 \rightarrow 0'2981$ $-4'46 \approx \frac{0'0000}{0'2981} = 0$ $1 - \beta = -0'2981 + 1 = 0'7019$	<ul style="list-style-type: none"> - Encuentra los valores de las probabilidades acumuladas en los puntos indicados para U2 (procedimiento). - Resta los valores obtenidos en el orden correcto (propiedad). - Iguala el resultado usando símbolo adecuado para la probabilidad de error tipo II, β (interpretación y cambio de representación). - Resta de la unidad el valor de β, naturaleza complementaria de la potencia (propiedad, definición). Obtiene así la potencia de la prueba.

Tabla 1. Análisis semiótico de una respuesta correcta (C)

En particular debe establecer la relación entre la probabilidad de error tipo II y la potencia de un contraste de hipótesis, y reconocer que ésta también es variable. El alumno ha de comprender que la potencia del contraste es una función cuyos valores cambian a medida que lo hace el valor de la media poblacional bajo la hipótesis alternativa. Por ello no es posible controlar los dos errores a la vez; estos errores, junto con la potencia del contraste que mide la capacidad del test para rechazar una hipótesis nula falsa, tienen una naturaleza condicional.

Análisis semiótico de las respuestas parcialmente correctas

La complejidad de la tarea da lugar a observar varias categorías de respuestas parcialmente correctas, que describimos a continuación.

PC1. Usa la varianza, en lugar de la desviación típica en la tipificación, comete equivocación en la determinación del percentil. En esta categoría hemos agrupado a todos aquellos estudiantes que no determinan correctamente los extremos del intervalo

para calcular la zona de aceptación de la prueba, usando para estandarizar el valor de la varianza en lugar del de la desviación estándar. Además de ese fallo, no logran calcular adecuadamente los extremos del intervalo para la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula, pues el percentil no es el adecuado. Este fallo lo arrastra a lo largo de toda la tarea y llega a un resultado erróneo pero coherente. En la Tabla 2 realizamos un análisis semiótico de un ejemplo.

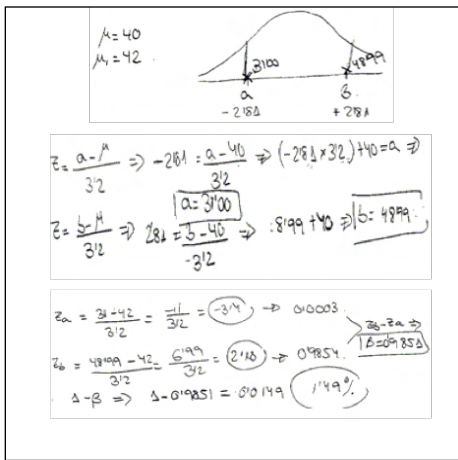
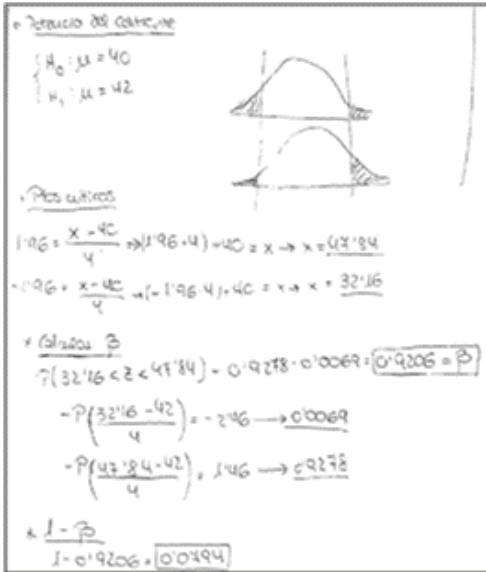
Expresión	Contenido
 <p>Handwritten work showing a normal distribution curve with mean $\mu = 40$ and standard deviation $\sigma = 32$. The critical values are marked as $\alpha = -281$ and $\beta = +281$. The calculations are as follows:</p> $z_\alpha = \frac{\alpha - \mu}{\sigma} \Rightarrow -281 = \frac{\alpha - 40}{32} \Rightarrow (-281 \times 32) + 40 = \alpha \Rightarrow \alpha = -9008$ $z_\beta = \frac{\beta - \mu}{\sigma} \Rightarrow 281 = \frac{\beta - 40}{32} \Rightarrow 8992 + 40 = \beta \Rightarrow \beta = 9032$ <p>Final calculations for α and β are shown with errors in standardization and variance use:</p> $z_\alpha = \frac{31 - 42}{32} = \frac{-11}{32} = -0.34 \Rightarrow 0.63003$ $z_\beta = \frac{48.99 - 42}{32} = \frac{6.99}{32} = 0.218 \Rightarrow 0.5854$ $\Delta - \beta \Rightarrow \Delta - 0.9251 = 0.149 \quad (1.49\%)$	<ul style="list-style-type: none"> - Indica los valores que usara para la media poblacional bajo la hipótesis nula y la alternativa (particularización de un concepto). - Representa la función de densidad, e indica un valor erróneo (<i>conflicto</i>) de los percentiles. Toma como $\alpha/2$ 0,0025 en lugar de 0,025 (procedimiento). - Otro <i>conflicto</i> es utilizar la varianza en lugar de la desviación estándar al estandarizar (concepto-procedimiento). Los valores son correctos de acuerdo con <i>conflictos</i> señalados. - Confunde otra vez la varianza con la desviación estándar al tipificar (procedimiento). Las probabilidades acumuladas que encuentra son correctas (operaciones). - Arrastrando los conflictos señalados llega a un valor posible para β (concepto). - Calcula la potencia restando de 1 del valor hallado para β (definición). - Da una respuesta final usando notación en porcentajes (cambio de representación).

Tabla 2. Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría PC1

PC2. Error al tipificar al inicio de la tarea y en la desviación típica del estadístico.

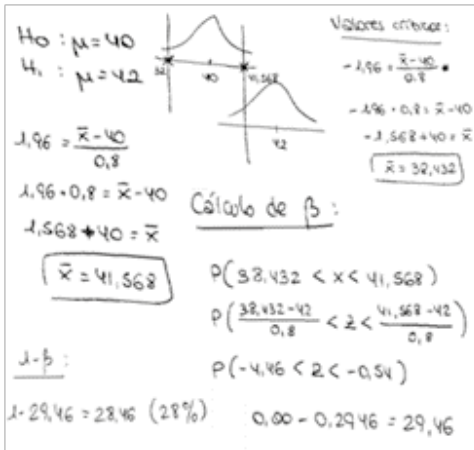
Estos estudiantes han cometido un fallo solamente al tipificar y el resto de la tarea la resuelve correctamente. En la Tabla 3, analizamos un ejemplo, en que emerge este conflicto, y además los estudiantes no dividen la desviación estándar por la raíz cuadrada del tamaño muestral, error que también cita Alvarado (2007).



- Indica los valores que usara para la media poblacional bajo hipótesis nula y alternativa (particularización de un concepto) y representa la función de densidad.
- Presenta un *conflicto* al estandarizar; no divide la desviación estándar por la raíz cuadrada del tamaño de la muestra (propiedad-procedimiento).
- Iguala el cálculo de los extremos del intervalo, usando los percentiles correctos, obteniendo valores de los extremos correctos de acuerdo con conflicto señalado (procedimientos).
- Repite el *conflicto* al tipificar, ya que no divide la desviación estándar por la raíz cuadrada del tamaño muestral (procedimiento).
- El valor de las probabilidades acumuladas que encuentra son correctos (operaciones).
- Arrastrando el *conflicto* señalado, arriba así a un valor posible para β (concepto).
- Calcula la potencia restando de 1 del valor hallado para (definición).

Tabla 3. Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría PC2.

PC3 Calcula la probabilidad en un intervalo cambiando el orden de los extremos, por lo que obtiene una probabilidad mayor que uno. En esta categoría los estudiantes, obtienen los extremos del intervalo para la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula y de estandarizar para determinar la probabilidad de error tipo II correctamente. Al ordenar los valores de las probabilidades lo hace en forma invertida, generando para la probabilidad un valor más grande que la unidad, de donde la potencia del contraste se determina a partir de una cifra incorrecta. En la Tabla 4, realizamos un análisis semiótico de un ejemplo. Se observa que los conflictos están relacionados con el cálculo de probabilidad, o sea es de tipo procedimental. Se muestra desconocimiento de las propiedades fundamentales de la probabilidad, lo que también ocurrió en el trabajo de Contreras (2011).



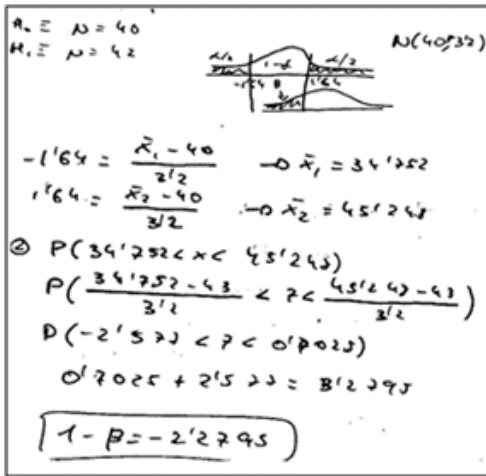
- Indica los valores que usará para la media poblacional bajo hipótesis nula y alternativa (particularización de un concepto) y representa la función de densidad.
- Iguala para el cálculo de los extremos del intervalo, y estandariza correctamente, El valor de las probabilidades acumuladas que encuentra son correctos (procedimientos).
- Conflicto al calcular la probabilidad para el intervalo (procedimiento), invierte los valores de los extremos, resta mal y obtiene una probabilidad mayor que 1 (definición).
- Designa con β a probabilidad de error tipo II (cambio de representación). Calcula la potencia restando de 1 del valor hallado para β (definición). Fuerza un valor positivo tiene un conflicto ya que el resultado es mayor que uno (definición-propiedad).

Tabla 4. Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría PC3.

Análisis semiótico de las respuestas incorrectas

11. *Error en el cálculo del percentil y estandarización.* En esta categoría hemos clasificado a los estudiantes que han cometido los siguientes fallos: el percentil no es el que corresponde; en la estandarización para el cálculo de la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula usan la varianza en lugar de la desviación estándar; al calcular la probabilidad de error tipo II, no usan el valor consignado en la tarea, sino la media muestral. Finalmente calculan incorrectamente la probabilidad para el intervalo hallado, produciendo un valor mayor que la unidad. De este resultado, luego de restar de uno, obtiene una cantidad negativa para la potencia de la prueba. En la Tabla 5, realizamos un análisis semiótico de esa respuesta.

12. *Fórmula del estadístico de prueba y del intervalo para la probabilidad de error tipo II incorrectas.* Estos estudiantes no usan la fórmula adecuada del estadístico y estandarizan cometiendo doble fallo para los extremos del intervalo que daría la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula. No es adecuado el procedimiento para determinar la probabilidad de error tipo II, todo lo que redundo en obtener una potencia errónea de la prueba. En la Tabla 6, realizamos un análisis semiótico de la misma.



- Especifica los valores supuestos de la hipótesis nula y alternativa en $\mu=40$ y $\mu=42$ y representa la función de densidad. Aparece un *conflicto*, ya que confunde el percentil (particularización de conceptos).
- Indica mediante el símbolo “ $N(40,3^2)$ ” la distribución que usará, generando un *conflicto*, pues no es correcta la desviación estándar (propiedad, procedimiento).
- Identifica los percentiles para calcular los extremos del intervalo de la zona de no rechazo (particularización de un concepto). *Conflicto* a pesar que encuentra los extremos de tal intervalo sin fallos (procedimiento), pero arrastrando error.
- Otro *conflicto* al especificar que tipificara con el valor de $\mu=43$ para la probabilidad error tipo II (procedimiento-concepto). En la estandarización, usa σ^2 en lugar de σ (propiedad).
- *Conflicto*, al obtener una probabilidad mayor que la unidad (procedimiento, propiedad).
- Presenta un *conflicto*, ya que obtiene como resultado una potencia con valor menor que 1 (propiedad).

Tabla 5. Análisis semiótico de una respuesta incorrecta I1

Hemos encontrado pocas respuestas totalmente correctas, apenas en un 14,3%, se desprende de la Tabla 7 que probablemente indiquen la complejidad semiótica de esta tarea para cuya solución entran en juego una gran cantidad de conceptos, procedimientos, argumentos; además debe utilizarse un lenguaje muy preciso para arribar a una respuesta correcta en su totalidad.

Hay un más respuestas parcialmente correctas (22,8%), clasificadas en las que confunden varianza con desviación estándar, cometen algún error en la tipificación de variables y tienen algún fallo en cuanto al cálculo de probabilidades que están en juego en la tarea; e incorrectas (19,6%). Los errores están relacionados con la estandarización (al igual que en Olivo, 2008 y Cañadas, 2012), la confusión entre media muestral y poblacional, que también cita Schuyten (1991) (pues tipifica usando el valor de la media muestral y no el de la media poblacional en la alternativa), la elección de la fórmula para el estadístico de prueba y también en el cálculo de probabilidad (error similar al que señala Contreras, 2011). Todos estos casos implican arribar a respuestas incorrectas o no dar respuesta.

Un alto porcentaje (casi 40%, al contabilizar el porcentaje de correctas y parcialmente correctas) conoce el procedimiento para la determinación de la potencia de un contraste, logran luego de seguir una serie de pasos coherentes una respuesta, siendo menos el porcentaje (19,6%) que llegan a una respuesta incoherente que entre otras están en relación con exhibir una probabilidad cuyo valor sea mayor que la unidad o negativa, error señalado por Contreras (2011).

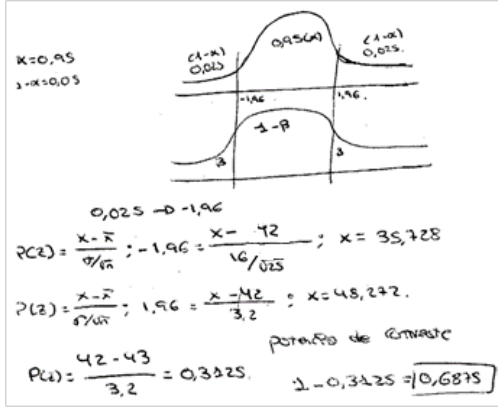
Expresión	Contenido
 <p> $H_0: \mu = 43$ $H_1: \mu < 43$ $\sigma = 3.2$ $n = 16$ $\bar{x} = 42$ $\sigma_{\bar{x}} = \frac{3.2}{\sqrt{16}} = 0.8$ $z = \frac{42 - 43}{0.8} = -1.25$ $P(z < -1.25) = 0.1064$ $1 - 0.1064 = 0.8936$ $1 - 0.025 = 0.975$ $0.025 \rightarrow -1.96$ $PC2) = \frac{x - \bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}; -1.96 = \frac{x - 42}{16/0.25}; x = 35.728$ $P(z) = \frac{x - \bar{x}}{\sigma/\sqrt{n}}; 1.96 = \frac{x - 42}{3.2}; x = 48.272$ $PC1) = \frac{42 - 43}{3.2} = 0.3225$ $1 - 0.3225 = 0.6775$ potencia de prueba </p>	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Conflicto</i>, al usar como probabilidad de error tipo I, su complemento (propiedad-concepto). - Representa la función de densidad en gráficos comparativos (cambio de representación). - Indica la zona de aceptación y rechazo correctamente, separadas por los percentiles (concepto, propiedad y particularización). - <i>Conflicto</i> al igualar una probabilidad con el estadístico de prueba (propiedad). - <i>Conflicto</i>, ya que no usa la media muestral en la estandarización (procedimiento). - <i>Conflicto</i> pues usa la varianza para tipificar (propiedad-particularización). Indica tanto la zona de aceptación y rechazo correctamente, separadas por los percentiles (concepto, propiedad y particularización). - Genera una probabilidad de error tipo II denotando un <i>conflicto</i>, que se propaga hacia la potencia mostrada de la prueba (concepto, propiedad y particularización).

Tabla 6. Análisis semiótico de una respuesta incorrecta I2.

Conflictos en el cálculo de la potencia

En el análisis de las respuestas se han encontrado los siguientes conflictos semióticos que han llevado a los alumnos a un cálculo erróneo de la potencia: confunde la varianza y desviación estándar en la tipificación (que aparece en las categorías PC1, PC2; I1 e I2, en total 33,9% de los estudiantes); confusión en el cálculo de probabilidades (que aparece en las categorías PC1, PC3; I1 e I2; en total 34,8% de los estudiantes). Lleva a probabilidades incorrectas, a veces mayores que la unidad; confusión para el cálculo de percentiles (aparece en las categorías PC2 e I1; en total un 9,8% de estudiantes). No hemos encontrado descrito en la literatura estos conflictos: no usan la distribución de la media muestral en el cálculo del estadístico de prueba (aparece en las categorías PC2, en total en 1,8% de estudiantes) y mantiene una confusión entre media muestral y poblacional (aparece en las categorías I1 e I2, en total un 11,1% de estudiantes).

Categorías		Frecuencia	%
C	Correcta	32	14,3
PC1.	Error en tipificación, usando la varianza en lugar de desviación al estandarizar, e incorrecto el percentil	47	21,0
PC2.	Error en la tipificación y no divide por el tamaño de muestra	4	1,8
PC3.	Intercambia los extremos al calcular probabilidad en un intervalo.	6	2,7
I1.	Errado percentil, mal la estandarización, vuelve a tipificar usando \bar{x} (43).	18	8,0
I2.	Error en formula de estadístico de prueba y del intervalo para la P(ETII).	7	3,1
I3.	No relacionadas con la tarea.	19	8,5
S/R		91	40,6
Total		224	100,0

Tabla 7. Frecuencias (y porcentajes) de respuestas para la potencia del contraste

REFERENCIAS

ALVARADO, Hugo. **Significados del teorema central del límite en la enseñanza de la estadística en ingeniería**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada, España. 2007

BATANERO, Carmen. **Controversies Around the Role of Statistical Tests in Experimental Research**, *Mathematical Thinking and Learning*, 2:1-2, 75-97, 2000. DOI: 10.1207/S15327833MTL0202_4, 2000.

CAÑADAS, Gustavo. **Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada, España. 2012.

CONTRERAS, José Miguel. **Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada, España. 2011

DÍAZ-BATANERO, Carmen, et al. **La controversia sobre el contraste de hipótesis: Situación actual en psicología y recomendaciones didácticas**. 2019.

GEA, Magdalena. **La correlación en Bachillerato: análisis de libros de texto y del conocimiento de futuros profesores**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España, 2014.

GODINO, Juan. **Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas**. Universidad de Granada. Online: www.ugr.es/local/jgodino/, 2014

GODINO, J. D.; BATANERO, C. y FONT, V. **The onto-semiotic approach researchin mathematics education**. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135. 2007

LÓPEZ MARTÍN, María Del Mar, et al. **Análisis de los errores de aplicación de la inferencia estadística**. 2019.

OLIVO, Eusebio. **Significados del intervalo de confianza en la enseñanza de la ingeniería en México**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada, España. 2008

SCHUYTEN, G. **Statistical thinking in psychology and education**. En D. Vere-Jones (Ed.). Proceeding of the Third International Conference on Teaching Statistics (pp. 486-490). Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Online: http://iase-web.org/Conference_Proceedings.php. 1991

VALLECILLOS, Angustias. **Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios**. Tesis Doctoral. Universidad de Granada. España. 1994.

VERA, O; DÍAZ, C. y BATANERO, C. **Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología**. UNION: Revista Iberoamericana de Educación Estadística, N° 27, p.41-61. ISSN: 1815-0640. 2011.

VERA, Osmar Darío; BATANERO, María Carmen Díaz. **Dificultades de estudiantes de psicología en relación al contraste de hipótesis**. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, 2013, no 2, p. 197-203.

ÍNDICE REMISSIVO

A

Abordagem do processo 171, 181
Álgebras de Jordan 101, 102
Análise espectral singular 122, 123, 124, 125, 126, 128, 135
Anéis 89, 91
Avaliação 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 31, 117, 130

B

Backpropagation 190, 191, 197, 198, 199, 202, 205, 206, 207, 209, 216, 238
Bifurcação 143, 144, 147, 150, 151, 152
Bolsa de valores 190, 193, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 240

C

Cálculo 20, 27, 42, 43, 45, 48, 49, 50, 51, 54, 55, 57, 58, 61, 64, 69, 123, 124, 125, 161, 183, 187, 195, 203, 205, 212, 213, 215, 245
Cálculo numérico 54, 55, 57, 58
Cascade 190, 191, 193, 208, 215, 216, 219, 220, 221, 228, 229, 230, 234, 241
Computação gráfica 60, 61, 62, 65, 66
Conflicto semiótico 42
Construção gráfica 154, 167, 168, 169
Covid-19 11, 12, 30, 31, 32, 33, 35, 36, 38, 39, 40, 41, 254

D

Dados atípicos 122, 123, 124, 126, 127, 130, 131, 134, 135
Decomposição singular 122

E

Educação básica 29, 77, 80, 87, 107, 171, 172, 177, 256
Educação matemática 11, 13, 58, 60, 62, 66, 67, 79, 87, 112, 113, 114, 121, 139, 140, 142, 156, 163, 172, 181, 188, 256
Enseñanza de la estadística 52
Ensino de matemática 22, 29, 60, 76, 77, 79, 111, 112, 119, 120, 139, 140, 142, 171, 182, 183, 188
Equações autônomas 30
Estudantes de psicología 42, 53

F

Feedforward 190, 191, 192, 193, 195, 197, 199, 201, 202, 208, 215, 216, 217, 218, 225, 226, 227, 234

Função afim 154, 162, 168, 169, 186, 187

G

Gamificação 11, 12, 13, 14, 15, 20, 23, 29, 120

Geogebra 64, 67, 182, 184, 188, 189

Geometria analítica 60, 61, 62, 64, 66, 67

I

Ibex 35 190, 191, 192, 193, 213, 214, 215, 216, 225, 234, 235, 237

Identidades funcionais 89, 90, 92

Identidades polinomiais 89, 91, 101, 102, 103, 104

Inclusão 62, 66, 182, 183, 185

Inferencia estadística 42, 43, 52

Interdisciplinaridade 54, 183

J

Jogos digitais 1, 4, 8, 119

L

Liapunov-Schmidt 143, 144, 146, 147, 150, 151, 152

Libras 182, 183, 184, 185, 187, 188

LTS-estimador 122

M

Matrizes triangulares superiores 89, 92, 101, 102

M-estimador 122, 124

Meta-avaliação 1, 2, 3, 6, 7, 8, 10

Metodologias ativas 11, 12, 14, 15, 67

Modelo SIR 30, 37, 38, 40, 41

P

Pandemia 11, 12, 31, 32, 33, 35, 40, 41, 85, 87, 214, 216, 235

Plano complejo 68, 70, 71, 72, 73, 74

Potencia de un contraste 42, 46, 50

Previsão 122, 123, 124, 136, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 209, 212, 213, 215, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230,

231, 232, 233, 234, 235, 239

Projección estereográfica 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75

R

Reação de difusão 143

Regressão generalizada 190, 193, 210, 239

S

Séries 54, 57, 58, 80, 82, 88, 115, 121, 122, 123, 130, 131, 133, 136, 155, 160, 161, 193, 194, 197, 198, 199, 201, 209

Simulação 30, 34, 79

Sistemas não lineares 54, 55, 56





Surdos 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189

T

Tecnologia na educação 60, 62

W





Wittgenstein 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 168, 169, 170

 www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br
 @atenaeditora
 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em



matemática e suas aplicações

 www.atenaeditora.com.br
 contato@atenaeditora.com.br
 @atenaeditora
 www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em



matemática

e suas aplicações