

**Américo Junior Nunes da Silva**  
(Organizador)

**Investigação científica em**



**matemática**  
**e suas aplicações**

**Américo Junior Nunes da Silva**  
(Organizador)

**Investigação científica em**



**matemática**  
**e suas aplicações**

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



# Investigação científica em matemática e suas aplicações

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Maiara Ferreira  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Américo Junior Nunes da Silva

<b>Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)</b>	
162	<p>Investigação científica em matemática e suas aplicações / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.</p> <p>Formato: PDF Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader Modo de acesso: World Wide Web Inclui bibliografia ISBN 978-65-258-0116-2 DOI: <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.162221205">https://doi.org/10.22533/at.ed.162221205</a></p> <p>1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título. CDD 510.07</p>
<b>Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166</b>	

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br



## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro “***Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações***” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **META-AVALIAÇÃO DE AVALIAÇÃO RELACIONADA À APRENDIZAGEM DE CONCEITOS LÓGICO-MATEMÁTICOS COM UTILIZAÇÃO DE JOGO DIGITAL**

Lucí Hildenbrand

Janaína de Oliveira Augusto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212051>

### **CAPÍTULO 2..... 11**

#### **VIVÊNCIAS DE OFICINA PEDAGÓGICA: A GINCANA E O MATEMATIZAR POR MEIO DE DIFERENTES METODOLOGIAS ATIVAS**

Raimundo Santos Filho

Patrícia Barbosa dos Santos

Vinicius Christian Pinho Correia

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212052>

### **CAPÍTULO 3..... 30**

#### **MODELOS MATEMÁTICOS E EPIDEMIAS**

Célia Maria Rufino Franco

Ivo Dantas de Araújo

Mateus Ferreira Carvalho da Silva

Eduardo da Silva Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212053>

### **CAPÍTULO 4..... 42**

#### **ANÁLISIS SEMIÓTICO DE RESPUESTAS AL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA**

Osmar Dario Vera

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212054>

### **CAPÍTULO 5..... 54**

#### **ESTUDO DOS FRACTAIS NAS SÉRIES E CÁLCULO NUMÉRICO**

Eduarda Maschio Belarmino

Dione Ines Christ Milani

Gustavo Henrique Dalposso

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212055>

### **CAPÍTULO 6..... 60**

#### **O USO DA COMPUTAÇÃO GRÁFICA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein

André Luis Andrejew Ferreira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212056>

<b>CAPÍTULO 7.....</b>	<b>68</b>
DE LOS REALES A LOS COMPLEJOS, SÓLO HAY UN PEQUEÑO PASO	
Marisol Radillo Enríquez	
Vladimir Efremov	
Juan Martín Casillas González	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212057">https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212057</a>	
<b>CAPÍTULO 8.....</b>	<b>76</b>
O ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS NO 6º ANO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DO DISCO DE FRAÇÃO	
Alan Jorge de Jesus Silva	
Beatriz de Vilhena Medeiros	
Pedro Lucas Viana Ferreira	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212058">https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212058</a>	
<b>CAPÍTULO 9.....</b>	<b>89</b>
INTRODUÇÃO ÀS IDENTIDADES FUNCIONAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212059">https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212059</a>	
<b>CAPÍTULO 10.....</b>	<b>93</b>
DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE A LA COMPETENCIA PROFESIONAL	
Núria Rosich Sala	
Yolanda Colom Torrens	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120510">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120510</a>	
<b>CAPÍTULO 11.....</b>	<b>101</b>
A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES DE ORDEM 2 E SUAS IDENTIDADES POLINOMIAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120511">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120511</a>	
<b>CAPÍTULO 12.....</b>	<b>106</b>
LUDICIDADE NO ENSINO APRENDIZAGEM: UMA ALIADA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NA MATEMÁTICA	
Márcia Cristianne Ramos de Araújo	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120512">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120512</a>	
<b>CAPÍTULO 13.....</b>	<b>122</b>
ANÁLISE ESPECTRAL SINGULAR BASEADA NA FUNÇÃO DE HUBER	
Matheus Lima Cornejo	
Fabio Alexander Fajardo Molinares	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120513">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120513</a>	

<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>139</b>
PANORAMA DAS PUBLICAÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO BANCO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES NA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Creomar Moreira da Cruz	
Ana Cristina Gomes de Jesus	
Nilton Cezar Ferreira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120514">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120514</a>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>143</b>
MÉTODO DE LIAPUNOV-SCHMIDT SEM SIMETRIA E APLICAÇÃO NO PROBLEMA DE REAÇÃO-DIFUSÃO	
Rosangela Teixeira Guedes	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120515">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120515</a>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>154</b>
O “SEGUIR REGRAS” DE WITTGENSTEIN: UMA ANÁLISE A PARTIR DA CONSTRUÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES AFIM	
Tatiana Lopes de Miranda	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120516">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120516</a>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>171</b>
ABORDAGENS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA SALA DE AULA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Dionísio Burak	
Laynara dos Reis Santos Zontini	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120517">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120517</a>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>182</b>
GEOGEBRA: A TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS	
Gustavo Henrique Silva	
Wáquila Pereira Neigrames	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120518">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120518</a>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>190</b>
PREVISÃO DO ÍNDICE BURSÁTIL IBEX 35 USANDO REDES NEURAS ARTIFICIAIS	
Salvador Falcón Canillas	
Carlos Roberto Minussi	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120519">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120519</a>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>242</b>
METODOLOGIA AULA INVERTIDA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS: UNA APROXIMACION CONCEPTUAL	
Mileidy Marcela Velásquez Aguirre	
Neder Manuel Palma Caballero	
Steven Alberto Liévano González	

Saraí Ana Ortega Pineda

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120520>

<b>SOBRE O ORGANIZADOR.....</b>	<b>256</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>257</b>

# CAPÍTULO 17

## ABORDAGENS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA SALA DE AULA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Data de aceite: 02/05/2022

### Dionísio Burak

Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação da UEPG e Pesquisador Sênior da Fundação Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG Universidade Estadual do Centro-Oeste, UNICENTRO Araucária

### Laynara dos Reis Santos Zontini

Instituto Federal do Paraná, IFPR Irati

**RESUMO:** Este texto analisa o processo de ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica e nortou as discussões da Mesa Temática intitulada: *O uso de diferentes abordagens para o ensino de matemática e os desafios da sala de aula*, realizada no Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM) em 2017. Traz considerações gerais sobre o processo de ensino e as remete aos modelos de racionalidade presentes na formação dos professores, cujas implicações causam desfavorecimento para a aprendizagem dos estudantes. Em relação ao ensino de Matemática, apresenta, comenta e reflete sobre algumas formas de abordagem do processo, com base nas teorias de aprendizagem aplicadas nas escolas da Educação Básica.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ensino de Matemática. Abordagem do processo. Educação Básica.

### APPROACHES IN MATHEMATICS TEACHING: THE CHALLENGES OF THE CLASSROOM IN BASIC EDUCATION

**ABSTRACT:** This text analyzes the teaching and learning process of Mathematics in Basic Education and guided the discussions of the Thematic Table entitled: *The use of different approaches for teaching mathematics and the challenges of the classroom*, held at the Meeting of Paraná in Mathematics Education (EPREM) in 2017. It brings general considerations about the teaching process and refers them to the models of rationality present in teacher training, whose implications cause disadvantages for student learning. In relation to the teaching of Mathematics, it presents, comments and reflects on some ways of approaching the process, based on the theories of learning applied in Basic Education schools.

**KEYWORDS:** Teaching Mathematics. Process approach. Basic education.

### INTRODUÇÃO

A forma com que se ensina a Matemática nas escolas, no momento atual, convida a refletir em relação à temática. O modo como são conduzidas as aulas, na maior parte das situações, promove apenas informações, verbosidades, uma única forma de olhar o conteúdo. O modelo pelo qual se foi orientado na formação e produziu professores, não sem raras exceções, dirige à mesma forma de conduzir as práticas em sala de aula. Assim, as disciplinas

escolares são trabalhadas de forma isolada, sem relações com outras, Português pelo Português, História pela História e dentre essas a Matemática pela Matemática, com suas regras, definições e métodos específicos de concebê-las. De modo geral, pensa-se pontualmente, em contraste com o pensamento global.

A maneira de se ensinar a Matemática ainda continua centrada no livro, que expõe, como referencial sobre o assunto, geralmente, um pequeno texto em que apresenta um resumo da teoria, conduzindo a alguns exemplos de exercícios que são resolvidos pelo professor e uma generosa lista de exercícios proposto, contendo os exercícios em escala gradativa de dificuldade para ser resolvida pelos estudantes.

Este padrão, norte na formação inicial, denomina-se modelo da racionalidade técnica, nascido com a revolução científica do século XVI e completada no século XIX, com as ciências humanas e sociais.

Deste modo, muitas vezes, há limitação aos resultados de exames nacionais do tipo Pisa, ENEM, Prova Brasil para apontar que os estudantes aprendem pouco. Isso de alguma forma está em conformidade com a racionalidade técnica. No entanto, o pior e mais constrangedor é valer-se deste fato para encobrir a incapacidade de realizar melhor o ensino, isto sim a causa primeira e a mais contundente responsável direta pelo fracasso dos estudantes.

Dessa forma, visando trazer à mesa temática do Encontro Paranaense de Educação Matemática (ENEM), realizado em Cascavel em 2017, elementos para a discussão, tratamos das formas de abordagens do processo de ensino e aprendizagem sob dois olhares: o das formas de entender o processo de ensino e aprendizagem e os possíveis modos de trabalhar os conteúdos, sob o ponto de vista das teorias de aprendizagem e tendências. Embora, esses dois olhares estejam diretamente imbricados são utilizados para conduzir o texto.

Inicialmente sob o foco das teorias de aprendizagem, ainda que de forma breve, discorreremos sobre as teorias principais que permeiam as práticas na maioria das escolas da Educação Básica. É um pequeno resumo de alguns movimentos da psicologia da educação e suas influências no trabalho escolar com base nos princípios behavioristas, construtivista- interacionista e sociointeracionista. Em cada uma dessas tendências, descrevemos as ideias de seus principais representantes. Também são citados exemplos de como tratar alguns conteúdos, na posição assumida, para o ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito da Educação Básica.

Os estudos de Maria da Graça Nicoletti Mizukami (1986) e Santos (2005) constituem o referencial teórico orientador seguido neste texto.

Para Mizukami (1986), diferentes posicionamentos pessoais ensejam derivar vários arranjos de situações de ensino e aprendizagem e diferentes ações educativas em sala de aula, partindo-se do pressuposto de que a ação educativa, exercida por professores em situações planejadas que envolvem o ensino e a aprendizagem, é sempre

intencional. Além disso, para a autora (MIZUKAMI, 1986. p.4) “subjacente a esta ação, estaria presente – implícita ou explicitamente, de forma articulada ou não – um referencial teórico que abarcasse conceitos de homem, mundo, sociedade, cultura e conhecimento.” Complementa, ainda, observando que, no campo de um mesmo referencial, é possível haver múltiplos enfoques, tendo em comum apenas os diferentes primados, ou seja o que é mais importante entre outros: ora do objeto, ora do sujeito, ora da interação de ambos.

Desse modo algumas correntes de pensamento apresentam claro referencial filosófico e psicológico, ao passo que outras são intuitivas ou fundamentadas na prática, ou na imitação de modelos. Para não ser tratada de forma simplista e reducionista, há que ser considerada a complexidade que envolve a realidade educacional. No propósito de contribuir para este esclarecimento, o texto analisa a relação entre as abordagens de ensino e aprendizagem, conhecidos hoje, dos pontos de vista educacionais e cognitivos e as possibilidades, que cada uma delas oferece para tornar a prática educativa significativa para os estudantes.

Os fundamentos do processo de ensino e aprendizagem objeto desta exposição são:

1. Tradicional
2. Comportamentalista
3. Humanista
4. Cognitivista
5. Sociocultural

#### 1. O pensamento tradicional

A principal característica da teoria tradicional é a transmissão de conhecimentos acumulados pela humanidade. A tarefa cabe ao professor, independentemente dos interesses dos estudantes em relação aos conteúdos. Para Mizukami (1986, p.17), essa missão do professor é considerada “[...] catequética e unificadora da escola, envolve programas rígidos e coercitivos e exames seletivos”. Nessa perspectiva o ensino tradicional tem como primado o objeto, o conhecimento, e o estudante é um simples depositário.

O Quadro 1 apresenta características da abordagem tradicional, em relação à escola, ao aluno, ao professor e ao ensino e aprendizagem.

### Elementos relevantes na abordagem tradicional

<b>A escola</b>	Lugar ideal para a realização da educação. Organizada com funções claramente definidas. Normas disciplinares rígidas. Prepara os indivíduos para a sociedade.
<b>O aluno</b>	É um ser “passivo” que deve assimilar os conteúdos transmitidos pelo professor. Deve dominar o conteúdo cultural universal transmitido pela escola.
<b>O professor</b>	É o transmissor dos conteúdos aos alunos. Predomina como autoridade.
<b>Ensino e aprendizagem</b>	Os objetivos educacionais obedecem à seqüência lógica dos conteúdos. Os conteúdos são baseados em documentos legais, selecionados a partir da cultura universal acumulada. Predominam aulas expositivas, com exercícios de fixação, leituras-cópia.

Quadro 1 – Abordagem tradicional

Fonte: Santos (2005, p.22).

Uma aula de Matemática nesta concepção, prima pela centralidade do professor que é a autoridade absoluta. Os assuntos seguem o ritual expositivo de proposição do conteúdo, seguido de definição, alguns exemplos e uma lista de exercícios a ser resolvida pelo estudante, com o propósito de fixação do conteúdo transmitido.

#### 2. O pensamento comportamentalista

Para Mizukami (1986, p.18), “[...] esta abordagem se caracteriza pelo primado do objeto (empirismo). Conhecimento é uma ‘descoberta’ e é nova para o indivíduo que a faz. O que foi descoberto já se encontrava presente na realidade exterior.” Considera-se o organismo sujeito às contingências do meio e o conhecimento é uma cópia do dado no mundo exterior. Para Mizukami, os comportamentalistas behavioristas, instrumentalistas e os positivistas lógicos consideram a experimentação ou a experiência como base do conhecimento, isto é, o conhecimento é o resultado direto da experiência.

O Quadro 2 apresenta características da abordagem comportamentalista envolvendo: escola, aluno, professor e o ensino e aprendizagem.

### Elementos relevantes na abordagem comportamentalista

A escola	Agência educacional. Modelo empresarial aplicado à escola. Divisão entre planejamento (quem planeja) e execução (quem executa). No limite, a sociedade poderia existir sem escola. Uso da teleeducação. Ensino à distância.
O aluno	Elemento para quem o material é preparado. O aluno eficiente e produtivo é o que lida “cientificamente” com os problemas da realidade.
O professor	É o educador que seleciona, organiza e aplica um conjunto de meios que garantam a eficiência e eficácia do ensino.
Ensino e aprendizagem	Os objetivos educacionais são operacionalizados e categorizados a partir de classificações: gerais (educacionais) e específicos (instrucionais). Ênfase nos meios: recursos audiovisuais, instrução programada, tecnologias de ensino, ensino individualizado (módulos instrucionais), “máquinas de ensinar”, computadores, <i>hardwares</i> , <i>softwares</i> . Os comportamentos desejados serão instalados e mantidos nos alunos por condicionantes e reforçadores.

Quadro 2 – Abordagem comportamentalista

Fonte: Santos (2005, p. 23)

### 3. O pensamento Humanista

Coloca ênfase no crescimento que resulta, centrado no desenvolvimento da personalidade do indivíduo na sua capacidade de atuar como uma pessoa integrada. Para Mizukami (1986, p.7), “O professor em si não transmite o conteúdo, dá assistência sendo facilitador da aprendizagem. O conteúdo advém das próprias experiências do aluno o professor não ensina: apenas cria condições para que os alunos aprendam.”

Para Santos (2005), o foco é o sujeito, isto é, um ensino centrado no estudante. Os referenciais teóricos humanistas se sustentam nos estudos de Carl Rogers (1972) que não são estabelecidos para a Educação, mas para fins terapêuticos. A ideia rogeriana, para Santos (2005, p.23), “[...] enfatiza as relações interpessoais objetivando o crescimento do indivíduo em seus processos internos de construção e organização pessoal da realidade, de forma que atue como pessoa integrada.” A educação tem como finalidade primeira a criação de condições que facilitam a aprendizagem favorecendo tanto o crescimento intelectual como emocional de modo que os estudantes tornem-se pessoas de iniciativa, responsabilidade e autodeterminação. Os motivos de aprender são do próprio estudante. O professor, segundo Santos (2005) é facilitador do processo, fornecendo condições para que os estudantes aprendam.

Para Mizukami (2005, p. 23) a teoria enfatiza técnica ou método para facilitar a aprendizagem. “Cada educador eficiente deve elaborar a sua forma de facilitar a aprendizagem no que se refere ao que ocorre em sala de aula e à ênfase atribuída à relação pedagógica, a um clima favorável ao desenvolvimento das pessoas, que possibilite

liberdade para aprender”.

O quadro 3 apresenta características da abordagem humanista em relação à escola, ao aluno, ao professor e ao ensino e aprendizagem.

Elementos relevantes na abordagem humanista	
A escola	Escola proclamada para todos. “Democrática”. Afrouxamento das normas disciplinares. Deve oferecer condições ao desenvolvimento e autonomia do aluno.
O aluno	Um ser “ativo”. Centro do processo de ensino e aprendizagem. Aluno criativo, que “aprendeu a aprender”. Aluno participativo.
O professor	É o facilitador da aprendizagem.
Ensino e aprendizagem	Os objetivos educacionais obedecem ao desenvolvimento psicológico do aluno. Os conteúdos programáticos são selecionados a partir dos interesses dos alunos. “Não-diretividade”. A avaliação valoriza aspectos afetivos (atitudes) com ênfase na auto-avaliação.

Quadro 3 – abordagem humanista

Fonte: Santos (2005, p. 24)

#### 4. O pensamento cognitivista

A abordagem cognitivista, segundo Mizukami (1986) configura-se pela forma de organização do conhecimento, processamento de informações, estilos de pensamento ou cognitivos, comportamentos relativos à tomada de decisões. É predominantemente interacionista entre sujeito e objeto e o aprendizado é decorrente da assimilação do conhecimento pelo sujeito e, também, de modificação de estruturas mentais já existentes.

Em relação à educação Mizukami (1986, p.71) ainda expressa que:

A educação pode ser considerada igualmente como um processo de socialização (que implica equilíbrio nas relações interindividuais e ausência de regulador externo/ordens externas), ou seja, um processo de “democratização” das relações.

O Quadro 4 mostra os elementos que caracterizam a abordagem cognitivista em relação à escola, ao aluno, ao professor e ao ensino e aprendizagem

### Elementos relevantes na abordagem cognitivista

<b>A escola</b>	Deve dar condições para que o aluno possa aprender por si próprio. Deve oferecer liberdade de ação real e material. Deve reconhecer a prioridade psicológica da inteligência sobre a aprendizagem. Deve promover um ambiente desafiador favorável à motivação intrínseca do aluno.
<b>O aluno</b>	Papel essencialmente “ativo” de observar, experimentar, comparar, relacionar, analisar, justapor, compor, encaixar, levantar hipóteses, argumentar etc.
<b>O professor</b>	Deve criar situações desafiadoras e desequilibradoras, por meio da orientação. Deve estabelecer condições de reciprocidade e cooperação ao mesmo tempo moral e racional.
<b>Ensino e aprendizagem</b>	Deve desenvolver a inteligência, considerando o sujeito inserido numa situação social. A inteligência constrói-se a partir da troca do organismo com o meio, por meio das ações do indivíduo. Baseados no ensaio e no erro, na pesquisa, na investigação, na solução de problemas, facilitando o “aprender a pensar”. Ênfase nos trabalhos em equipe e jogos.

Quadro 4 – abordagem cognitivista

Fonte: Santos (2005, p. 26)

## 5. O pensamento sociocultural

Este estudo do processo de ensino e aprendizagem enfatiza aspectos sócio-político- culturais. Tem origem no trabalho de Paulo Freire e no movimento de cultura popular, com ênfase, principalmente, na alfabetização de adultos. Para Santos (2005, p. 25) “[...] essa abordagem pode ser caracterizada como interacionista entre o sujeito e o objeto de conhecimento, embora com enfoque no sujeito como elaborador e criador do conhecimento.” Nesta concepção o fenômeno educativo não se restringe à educação formal por intermédio da escola, mas a um processo amplo de ensino e aprendizagem. Para Santos (2005, p.25) “[...] a educação é vista como um ato político, que deve provocar e criar condições para que se desenvolva uma atitude de reflexão crítica, comprometida com a sociedade e sua cultura.”

Considerando os atributos destas teorias de ensino e aprendizagem e relacionando com as práticas educativas desenvolvidas na maioria das escolas da Educação Básica verifica-se que, à primeira vista, supõe-se que uma descrição dos modos de ensinar Matemática é suficiente. No entanto, como afirma Fiorentini (1995) logo percebe-se que isso não se afigura tão simples e muito menos suficiente, uma vez que por trás de cada modo de ensinar revela-se uma particular concepção de ensino, educação, homem, sociedade, de Matemática e de Educação. A maneira como se realiza o ensino revela muito sobre o professor e sobre o ser que se quer formar, os valores e as finalidades que se atribui ao ensino de Matemática, como considera o estudante, a relação professor - estudante, trazendo também a sua visão de mundo, homem e sociedade. A esse ponto de vista junta-se a defesa de outros educadores matemáticos como ERNEST (1991), PONTE

(1992), THOMPSON (1984), STEINER (1987) e ZÚNIGA (1987), conforme Fiorentini (1995, p.4), “[...] os quais sustentam que a forma como vemos e entendemos a Matemática têm fortes implicações no modo como entendemos e praticamos o ensino de Matemática e vice-versa.”

Ressaltamos que nessa apresentação, deve-se ter em mente seu caráter parcial e arbitrário, assim como, as limitações e problemas decorrentes da delimitação e caracterização imprescindíveis de cada abordagem tratada.

## O ENSINO DA MATEMÁTICA NA CONCEPÇÃO TRADICIONAL

Uma aula de Matemática, nesta linha, prima pela centralidade do professor. Ele é a autoridade absoluta. Para Mizukami (1986), “a ênfase é dada às situações de sala de aula, onde os alunos são “instruídos” e “ensinados” pelo professor. Os conteúdos e as informações têm de ser adquiridos, os modelos imitados”.

Para Fiorentini (1995, p.6), os livros anteriores a 1950 nos estudos de Imenes (1989), Miguel, Fiorentini e Miorin (1992) reproduzem o modelo Euclidiano, pois “[...] geralmente partem de elementos primitivos e definições para prosseguir com a teoria (teorema e demonstrações). Só após esta apresentação completa é que aparecem os exercícios de aplicação”. Um exemplo desse formato pode ser visto nas Figuras 1, 2 3.

Na estrutura dos livros, tudo é justificado e demonstrado logicamente. A geometria pela sua consistência lógica ocupa lugar de destaque no currículo escolar pois, segundo Fiorentini (1995, p.6), a principal finalidade do ensino de Matemática é o desenvolvimento do espírito da disciplina mental e do pensamento lógico-dedutivo.

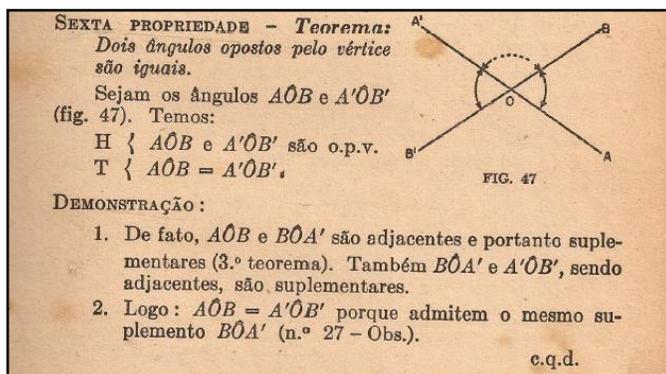


Figura 1 – Exemplo de uma exposição do assunto nos livros

Fonte: Sangiorgi (1954, p.107)

## EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

- 1.º) Determinar o valor dos 3/4 do suplemento de um ângulo de 60º.

Se o ângulo dado vale 60º o seu suplemento valerá 120º (180º - 60º) e os 3/4 dêste suplemento valerão:

$$\frac{3}{4} \times 120^\circ = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ.$$

*Resposta:* 90º (ângulo reto).

- 2.º) Calcular o valor de um ângulo que é igual ao dobro de seu complemento.

Seja  $x$  o valor do ângulo procurado. O seu complemento será:  $90^\circ - x$  e a equação resultante do problema:

$$x = 2(90^\circ - x),$$

Figura 2 - Exemplo de exercício de aplicação.

Fonte: Sangiorgi (1954, p.107)

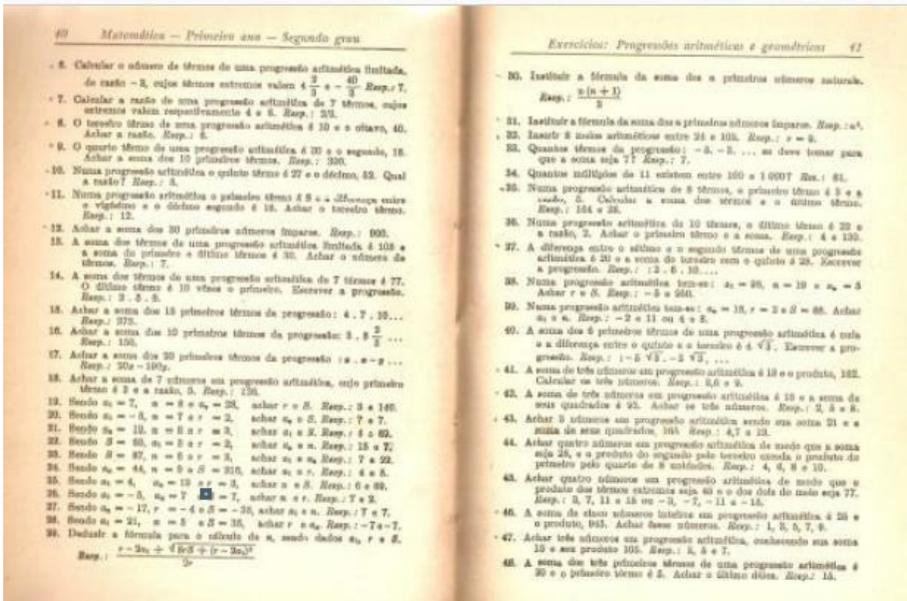


Figura 3 – Exemplo de lista de exercícios.

Fonte: Quintella (1973, p. 40 - 41)

## PENSAMENTO COGNITIVISTA

A abordagem cognitivista se refere às investigações dos processos centrais do indivíduo. Para Mizukami (1986, p. 59) “[...] esses processos dificilmente observáveis tais como: organização do conhecimento, processamento de informações, estilos de pensamentos ou estilos cognitivos, comportamento relativos à tomada de decisões, etc.”.

Nesta ideia “[...] o conhecimento é considerado como uma construção contínua. A passagem de um estado de desenvolvimento para o seguinte é sempre caracterizada por formação de novas estruturas que não existiam anteriormente no indivíduo”. (MIZUKAMI, 1986, p.64).

O processo educacional, consoante a teoria de desenvolvimento e conhecimento, segundo Mizukami (1986), desempenha papel importante, ao provocar situações desequilibradoras para o estudante, para a autora desequilíbrios esses adequados ao nível de desenvolvimento em que a criança vive intensamente (intelectual e afetivamente) cada etapa de seu desenvolvimento em que se encontram.

Segundo o pensamento, é um ensino que desenvolve a inteligência e privilegia as atividades do sujeito, considerando-o inserido numa situação social. Para Mizukami (1986, p.75) a concepção piagetiana de aprendizagem tem caráter de abertura e comporta possibilidades de novas indagações. Aprender implica assimilar o objeto a esquemas mentais.

Dessa forma no processo de ensino e aprendizagem cabe ao professor evitar fixação de respostas ou hábitos. Consiste em provocar desequilíbrio e propor desafios. Orienta o estudante e lhe concede ampla margem de autocontrole e autonomia. Não existe modelo pedagógico piagetiano. O que existe é uma teoria do conhecimento humano que traz implicações para o ensino. A ação do sujeito é, pois, o centro do processo e o fator social ou educativo constituem uma condição de desenvolvimento.

O ensino da Matemática prioriza, essencialmente, a função ativa do estudante de conjecturar, pesquisar, experimentar, comparar, criar estratégias próprias, desenvolver a capacidade de argumentação. O ensino e a aprendizagem centram-se na pesquisa, na investigação e solução de problemas, incentivando o aprender a aprender, o aprender a pensar e o trabalhar em grupo.

## **ABORDAGEM SOCIOCULTURAL**

Têm suas raízes nos trabalhos de Paulo Freire e no movimento que privilegia a cultura popular. Nessa perspectiva o fenômeno educativo, conforme Santos (2005), torna-se um processo amplo de ensino e aprendizagem, inserido na sociedade.

Essa forma de abordagem enfatiza aspectos sócio-político-culturais da educação. A Educação tem como objetivo desenvolver e levar o indivíduo a uma consciência crítica realidade para melhorá-la, pela transformação. É uma educação que busca levar à transformação social. Assim, o estudante é considerado uma pessoa concreta, objetiva que determina e é determinada pelo social, político, econômico. Em termos de posicionamento, segundo Mizukami (1986, p.86), “a obra de Paulo Freire consiste em uma síntese pessoal de tendências tais como: neotomismo, o humanismo, a fenomenologia, o existencialismo e o neomarxismo”.

No ensino de Matemática a condução do processo de ensino e aprendizagem é de responsabilidade do educador, a relação entre professor e estudante é horizontal e ambos posicionam-se como sujeitos do ato de conhecer.

Pela teoria sociocultural, segundo Santos (2005, p.27), os objetivos educacionais são definidos a partir das necessidades do contexto histórico-social no qual os estudantes estão inseridos. O diálogo e grupo de discussão são fundamentais para o aprendizado e a formação de uma consciência crítica.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essas abordagens descritas mostram alguns aspectos a serem considerados na prática educativa relacionada ao ensino da Matemática. Um deles é a multidimensionalidade do processo educacional considerado em nível teórico que se configura nas descrições acima mencionadas. Outro aspecto refere-se à possibilidade de se analisar as interpretações do fenômeno educacional em seus pressupostos, decorrências e implicações conceituais.

Em Mizukami (1980), nenhuma teoria por sua própria natureza e fins seja preparada e afrente às mudanças sociais, filosóficas e psicológicas, pelo menos sob a perspectiva do ser humano que a examina, a utiliza e participa do mundo em que vive. A autora afirma, além disso, que as teorias, não são os únicos mananciais onde encontramos todas as respostas para o complexo processo do ensino e aprendizagem

Esse assunto não se esgota aqui, convida-nos a refletir sobre a forma de realizar a nossa prática educativa, em relação ao ensino da Matemática mesmo levando-se em consideração nessa apresentação seu caráter resumido e arbitrário. Entretanto, a utilização de uma ou outra forma de abordagem do processo de ensino e aprendizagem traz implicações e, em alguma medida atinge os estudantes em relação ao ensino da Matemática tenha ou não, o professor, consciência disso.

## REFERÊNCIAS

FIORENTIN, D. . Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil: In **Zetetiké/** Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Circulo de Estudo e Memória e Pesquisa em Educação Matemática. CEMPEM , 1995.

QUINTELLA, A. **Matemática primeiro ano segundo grau**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1973.

MIZUKAMI, M. das G. N. **Ensino: as abordagens do processo**: São Paulo: EPE, 1986.

SANGIORGI, O. **Matemática Curso Ginásial – 3ª série**. São Paulo: Companhia Nacional, 1954.

SANTOS, R. V. dos. Abordagens do processo de ensino e aprendizagem. In: **Integração**. Ano XI, nº 40, p 19-31, jan./fev./mar. 2005.

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](http://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

# Investigação científica em



# matemática e suas aplicações

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

# Investigação científica em



# matemática e suas aplicações