

**Américo Junior Nunes da Silva**  
(Organizador)

**Investigação científica em**



**matemática**  
**e suas aplicações**

**Américo Junior Nunes da Silva**  
(Organizador)

**Investigação científica em**



**matemática**  
**e suas aplicações**

**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição *Creative Commons*. Atribuição-Não-Comercial-NãoDerivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



# Investigação científica em matemática e suas aplicações

**Diagramação:** Camila Alves de Cremo  
**Correção:** Maiara Ferreira  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Américo Junior Nunes da Silva

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

162      Investigação científica em matemática e suas aplicações /  
Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta  
Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF  
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader  
Modo de acesso: World Wide Web  
Inclui bibliografia  
ISBN 978-65-258-0116-2  
DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.162221205>

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação. I. Silva,  
Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510.07

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br



## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro “*Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações*” nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva




## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

**META-AVALIAÇÃO DE AVALIAÇÃO RELACIONADA À APRENDIZAGEM DE CONCEITOS LÓGICO-MATEMÁTICOS COM UTILIZAÇÃO DE JOGO DIGITAL**

Lucí Hildenbrand

Janaína de Oliveira Augusto

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212051>

### **CAPÍTULO 2..... 11**


**VIVÊNCIAS DE OFICINA PEDAGÓGICA: A GINCANA E O MATEMATIZAR POR MEIO DE DIFERENTES METODOLOGIAS ATIVAS**

Raimundo Santos Filho

Patrícia Barbosa dos Santos

Vinicius Christian Pinho Correia

Américo Junior Nunes da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212052>

### **CAPÍTULO 3..... 30**


**MODELOS MATEMÁTICOS E EPIDEMIAS**

Célia Maria Rufino Franco

Ivo Dantas de Araújo

Mateus Ferreira Carvalho da Silva

Eduardo da Silva Lima

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212053>

### **CAPÍTULO 4..... 42**

**ANÁLISIS SEMIÓTICO DE RESPUESTAS AL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN UNA PRUEBA DE HIPÓTESIS POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA**

Osmar Dario Vera

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212054>


### **CAPÍTULO 5..... 54**

**ESTUDO DOS FRACTAIS NAS SÉRIES E CÁLCULO NUMÉRICO**

Eduarda Maschio Belarmino

Dione Ines Christ Milani

Gustavo Henrique Dalposso

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212055>

### **CAPÍTULO 6..... 60**








**O USO DA COMPUTAÇÃO GRÁFICA NO ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA**







Guilherme Porto

Débora Marília Hauenstein


André Luis Andrejew Ferreira

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212056>

<b>CAPÍTULO 7.....</b>	<b>68</b>
DE LOS REALES A LOS COMPLEJOS, SÓLO HAY UN PEQUEÑO PASO	
Marisol Radillo Enríquez	
Vladimir Efremov	
Juan Martín Casillas González	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212057">https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212057</a>	
<b>CAPÍTULO 8.....</b>	<b>76</b>
O ENSINO DE SOMA E SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES COM DENOMINADORES IGUAIS NO 6º ANO: UMA PROPOSTA DIDÁTICA POR MEIO DA UTILIZAÇÃO DO DISCO DE FRAÇÃO	
Alan Jorge de Jesus Silva	
Beatriz de Vilhena Medeiros	
Pedro Lucas Viana Ferreira	
Larisse Lorrane Monteiro Moraes	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212058">https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212058</a>	
<b>CAPÍTULO 9.....</b>	<b>89</b>
INTRODUÇÃO ÀS IDENTIDADES FUNCIONAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212059">https://doi.org/10.22533/at.ed.1622212059</a>	
<b>CAPÍTULO 10.....</b>	<b>93</b>
DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE A LA COMPETENCIA PROFESIONAL	
Núria Rosich Sala	
Yolanda Colom Torrens	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120510">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120510</a>	
<b>CAPÍTULO 11.....</b>	<b>101</b>
A ÁLGEBRA DE JORDAN DAS MATRIZES TRIANGULARES SUPERIORES DE ORDEM 2 E SUAS IDENTIDADES POLINOMIAIS	
Mateus Eduardo Salomão	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120511">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120511</a>	
<b>CAPÍTULO 12.....</b>	<b>106</b>
LUDICIDADE NO ENSINO APRENDIZAGEM: UMA ALIADA DA INTERVENÇÃO PEDAGÓGICA NA MATEMÁTICA	
Márcia Cristianne Ramos de Araújo	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120512">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120512</a>	
<b>CAPÍTULO 13.....</b>	<b>122</b>
ANÁLISE ESPECTRAL SINGULAR BASEADA NA FUNÇÃO DE HUBER	
Matheus Lima Cornejo	
Fabio Alexander Fajardo Molinares	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120513">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120513</a>	

<b>CAPÍTULO 14.....</b>	<b>139</b>
PANORAMA DAS PUBLICAÇÕES SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO BANCO DE DISSERTAÇÕES E TESES DA CAPES NA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	
Creomar Moreira da Cruz	
Ana Cristina Gomes de Jesus	
Nilton Cezar Ferreira	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120514">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120514</a>	
<b>CAPÍTULO 15.....</b>	<b>143</b>
MÉTODO DE LIAPUNOV-SCHMIDT SEM SIMETRIA E APLICAÇÃO NO PROBLEMA DE REAÇÃO-DIFUSÃO	
Rosangela Teixeira Guedes	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120515">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120515</a>	
<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>154</b>
O “SEGUIR REGRAS” DE WITTGENSTEIN: UMA ANÁLISE A PARTIR DA CONSTRUÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES AFIM	
Tatiana Lopes de Miranda	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120516">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120516</a>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>171</b>
ABORDAGENS NO ENSINO DE MATEMÁTICA: OS DESAFIOS DA SALA DE AULA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	
Dionísio Burak	
Laynara dos Reis Santos Zontini	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120517">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120517</a>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>182</b>
GEOGEBRA: A TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS SURDOS	
Gustavo Henrique Silva	
Wáquila Pereira Neigrames	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120518">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120518</a>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>190</b>
PREVISÃO DO ÍNDICE BURSÁTIL IBEX 35 USANDO REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	
Salvador Falcón Canillas	
Carlos Roberto Minussi	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120519">https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120519</a>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>242</b>
METODOLOGIA AULA INVERTIDA EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMATICAS: UNA APROXIMACION CONCEPTUAL	
Mileidy Marcela Velásquez Aguirre	
Neder Manuel Palma Caballero	
Steven Alberto Liévano González	

Saraí Ana Ortega Pineda

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.16222120520>

<b>SOBRE O ORGANIZADOR.....</b>	<b>256</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>257</b>

## DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE A LA COMPETENCIA PROFESIONAL

Data de aceite: 02/05/2022

**Núria Rosich Sala**

Universidad de Andorra  
Andorra

**Yolanda Colom Torrens**

Universidad de Barcelona  
España

**RESUMEN:** El estudio que presentamos analiza como la formación permanente del profesorado en activo influye en su competencia profesional. En este, expresamos los planteamientos iniciales que han guiado la formación y la adquisición de las competencias matemáticas y tecnológicas de profesores de secundaria en activo en la implementación del currículo (Schulman, 2005; Llinares, 2008; Niss, 2011). El curso se realizó en forma de taller con explicaciones teóricas y parte práctica realizada por los profesores. La formación se efectuó a lo largo de los tres trimestres de un curso escolar y tuvo una duración de treinta y seis horas de formación. Los objetivos del curso eran: dinamizar el uso de la tecnología educativa en las clases empleando nuevas metodologías, como el “Flipped classroom”, elaborar y preparar actividades matemáticas “ricas” para sus alumnos. Dentro de estos objetivos estaba también como un punto importante el de reflexionar la implementación de estas nuevas metodologías en sus aulas de las matemáticas, y dar pautas para atender a la diversidad del aula.

**PALABRAS CLAVE:** Profesorado, Competencias

matemáticas, Flipped classroom, materiales.

**ABSTRACT:** The study that we present analyzes how the permanent training of active teachers influences their professional competence. In it, we express the initial approaches that have guided the training and acquisition of mathematical and technological skills of active secondary school teachers in the implementation of the curriculum (Schulman, 2005; Llinares, 2008; Niss, 2011). The course was carried out in the form of a workshop with theoretical explanations and a practical part carried out by the teachers. The training took place over the three terms of a school year and lasted thirty-six hours of training. The objectives of the course were: to stimulate the use of educational technology in classes using new methodologies, such as “Flipped classroom”, elaborate and prepare “rich” mathematical activities for their students. Within these objectives, it was also an important point to reflect on the implementation of these new methodologies in their mathematics classrooms, and to give guidelines to attend to the diversity of the classroom.

**KEYWORDS:** Mathematical skills, Flipped classroom, materials

### INTRODUCCIÓN

Según el proyecto Kom “*un buen profesor de matemáticas es aquel que puede fomentar eficazmente el desarrollo de competencias matemáticas con sus alumnos*” (Niss, 2011). Creemos que para conseguir llegar a fomentar eficazmente el desarrollo de competencias

matemáticas a los alumnos es necesaria la formación permanente en didáctica de las matemáticas por parte de los profesores.

Esta formación fue pensada para profesores de matemáticas de Secundaria que están llevando a la práctica una enseñanza de las matemáticas de forma competencial con todo su significado. Es decir, estos profesores están enseñando y evaluando las matemáticas por competencias. Las matemáticas están integradas en un proyecto que los alumnos han de realizar y paralelamente se realizan talleres únicamente de matemáticas con un objetivo matemático que han de solucionar o dar respuesta movilizando los recursos o contenidos matemáticos necesarios. Esto sin duda requiere que los profesores cambien la metodología de enseñanza. Por esto uno de nuestros objetivos era dar respuesta a cuáles son las actividades competenciales más apropiadas. Teniendo en cuenta que nos centraremos en tres ejes: como crear actividades competenciales matemáticas, cuál será la metodología de trabajo más apropiada y como realizaremos la evaluación.

## REFERENTES TEÓRICOS

En la revisión bibliográfica vemos que existen abundantes definiciones y enumeraciones de competencias en educación. Todas incluyen de una u otra manera aspectos de las definiciones anteriores, pero en el campo de la docencia, vemos que la mayoría hace referencia al contenido matemático y cómo han de comunicar estos contenidos a sus alumnos. En cuanto a los saberes o conocimientos del profesor hemos de citar a (Shulman, 1987) que incluye los siguientes conocimientos: a) del contenido; b) didáctico general; c) del currículum; d) de sus alumnos; e) de los contextos educativos, en el cual se incluye el funcionamiento del grupo clase, la gestión, etc.; f) de los objetivos y valores educativos. (Shulman, 2005) destaca *el conocimiento didáctico del contenido* como clave, porque identifica que los conocimientos distintivos utilizados para la enseñanza, constituyen una mezcla entre la asignatura y la didáctica para enseñarla.

En cuanto a los conocimientos del profesor de matemáticas, sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas (Llinares, 1995), va un poco más allá al hablar de los conocimientos y saberes. Según este autor los conocimientos profesionales que deben ser gestionados por el profesor de matemáticas. La gestión de estos conocimientos, según (Llinares, 2008) debe ser secuencial y los profesores deberían interpretarlos en: “Analizar, diagnosticar y dotar de significado a las producciones de sus alumnos y comparar estas producciones con lo que él pretendía (objetivos). Planificar y organizar el contenido matemático para enseñarlo mediante planes de acción. Dotar de sentido y gestionar la comunicación matemática en el aula mediante instrumentos”.

Esquemáticamente los podemos interpretar:



Ilustración 1. Conocimientos de un profesor de matemáticas según Llinares

En el proyecto KOM para profesores se mencionan seis competencias que han sido fundamentales para nuestro estudio y que las hemos esquematizado de la siguiente manera:



Ilustración 2. Competencias en el proyecto KOM según Mogens Niss

Dado que nuestro estudio un aspecto importante es la formación de profesores en activo en competencias matemáticas y tecnología, un referente importante ha sido el dado por (Roig, Llinares, Penalva, 2011) que hacen referencia a como intervienen el uso las llamadas nuevas tecnologías aplicadas a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, proponen buscar la relación entre el diseño de entornos de aprendizaje mediado por instrumentos y el aprendizaje logrado.

Pensamos que el rasgo distintivo que caracteriza al profesor no está sólo en lo que conoce, sus dominios de conocimiento, sino en lo que hace con lo que conoce, en su conocimiento didáctico, en el uso del conocimiento en la resolución de las situaciones problema generadas en su actividad profesional, es decir en la práctica de enseñar matemáticas, en sus competencias didácticas y profesionales (Rico, 1994; Llinares, 2008; Niss, 2003). Una característica distintiva del profesor es la capacidad de diseñar o crear ambientes de aprendizaje adecuados a su época y a su contexto (Jonassen, 2000; Llinares, 2012) y en nuestro caso como va utilizar estos conocimientos en el diseño de unidades

didácticas con soporte digital.

## DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

La metodología del curso se desarrolló en forma de taller, con explicaciones teóricas acompañadas de parte práctica. El curso se realizó a lo largo de tres trimestres del curso 2016-2017. En el primer trimestre fueron sesiones introductorias a las otras. Se pasó inicialmente un cuestionario a los profesores para poder determinar cuál era el punto de partida desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas. Y en función de las respuestas obtenidas se fue modelando la formación, teniendo en cuenta las necesidades de cada uno de ellos. Lo que pretendíamos era que fuera un curso dinámico y atrayente ya que éramos conscientes del grado de esfuerzo para los docentes de la realización de este curso de 36 horas. Se pretendía que al finalizar la formación estos se fueran a casa con trabajo realizado que les fuera útil en sus sesiones.

En el primer trimestre se trató el concepto de competencia matemática por lo que se realizó una introducción en la historia de las competencias para poder dar una visión general de este concepto. Se expusieron diferentes proyectos en los cuales se trataron las competencias y se mostraron ejemplos y formas de evaluar.

Otro de los puntos que se trataron fue el de la modelización. Se preguntó y se explicó a los profesores que entendían cuando se hablaba de modelizar y aplicar modelos, por lo que se trató el concepto de modelización matemática. Se partió primero de actividades modelizadoras sencillas que son las llamadas “*Extending Model Eliciting Activities (MEAs)*” para ver como introducir a los alumnos en diferentes problemas complejos. Las Model-Eliciting Activities son actividades de corta duración, una hora, que pueden actuar como catalizadores para la introducción de proyectos de larga duración que tratan de resolver situaciones reales mediante las matemáticas. Sabemos que las MEAs permiten a los alumnos, en grupos, desarrollar una interpretación matemática de situaciones reales y a los profesores reflexivos conocer los pasos intermedios necesarios para procesar la información y hacer un seguimiento de la ruta o itinerario que ha recorrido el alumno y ver las dificultades que han tenido. Para el diseño de sus MEAs se les dio los seis principios de (Lesh, 2000) que debían seguir: 1) La MEA tiene que permitir a el alumno reconocer la necesidad de desarrollar un modelo para interpretar los datos dados, los objetivos y las posibles soluciones; 2) Realidad, es decir, la MEA tiene que generar a los alumnos una primera impresión positiva y una predisposición para resolver el problema basado en sus experiencias y conocimientos personales; 3) Autoevaluación. Los alumnos han de juzgar ellos mismos cuando sus respuestas necesitan ser mejoradas o ampliadas y ser capaces de detectar fallos en su interpretación; 4) Documentación de la estructura, el alumno tiene que revelar cuál ha sido el camino que ha recorrido y permitir al profesor examinar que sistema ha utilizado en la resolución; 5) Compartición y reutilización de la estructura con



la voluntad de generalizar el modelo obtenido por el alumno para ser extrapolable a otras situaciones similares; 6) Prototipo eficaz, es decir, la MEA tiene que servir como un vehículo efectivo para discutir sobre diversos conceptos y conexiones matemáticas para proveer contextos más ricos y más fáciles de recordar, aprender y discutir.

Entre las actividades que habían de realizar estaban las de determinar si eran buenas modelizaciones y el grado de dificultad que existían en función de la redacción del enunciado del problema. Se les propuso que ellos redactaran un problema contextualizado con diferentes grados de dificultad en función del tipo de enunciado.

En el segundo trimestre se trató la importancia de las imágenes en las actividades matemáticas desde las diferentes ramas de las matemáticas, también como trabajar con la metodología de la “*Flipped classroom*”. Por lo que se les mostró como los alumnos de secundaria trabajan con la “*Flipped classrrom*” y cuál es la metodología más idónea para la utilización de esta. Otro aspecto que se trató fue el de elaborar sus propios materiales con los diferentes recursos tecnológicos existentes. Posteriormente se pidió a los profesores que escogieran una unidad didáctica y elaborasen esta unidad con la metodología de la Flipped.

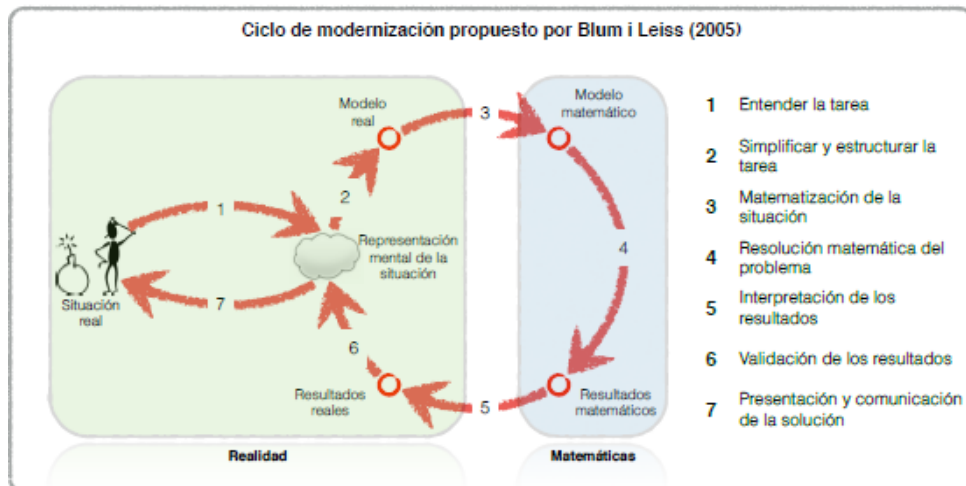
En el tercer trimestre se elaboraron diferentes actividades matemáticas explicando las diferencias entre proyectos, matematización y “*activity eliciting*”. Por lo que se pidió a los profesores que reflexionasen sobre la implementación de las nuevas metodologías de las matemáticas y que pautas creían que eran las más indicadas para poder atender a la diversidad en el aula a partir de las tecnologías actuales. Como pregunta final se les pidió que nos contestaran: ¿Qué era para ellos un buen profesor de matemáticas?

## APORTACIONES DEL ESTUDIO

Vamos a mostrar a modo de ejemplo, algunas de las aportaciones realizadas por los profesores en las actividades realizadas y puestas en práctica en sus aulas.

Los profesores pusieron en práctica la realización de “*activity eliciting*”, siguiendo los principios dados anteriormente en sus respectivas aulas y aplicando para la realización de estas actividades el siguiente modelo de modelización de Blum i Leiss (2005) que mostramos en el grafico siguiente:

### Ciclo de modernización propuesto por Blum i Leiss (2005)



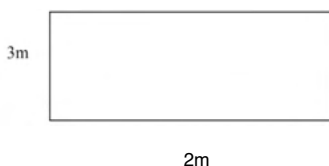
A continuación, comentamos algunas de las observaciones que los docentes manifestaron después de haber realizado con sus alumnos la siguiente actividad:



Recuerdo de las vacaciones en New York

Después de unas vacaciones espectaculares por Estados Unidos hemos decidido ampliar nuestra mejor fotografía a un póster de grandes dimensiones que hemos hecho como recuerdo y colgarla en la pared para poder recordarlas.

Pero queremos que tengan estas proporciones:



A continuación, mostramos como tres grupos de alumnos resuelven de forma diferente un mismo problema destacando las fases de una MEA.

- Un grupo realizó el problema mediante una tabla de valores con lo que se constata que comprenden el carácter lineal del problema, realizan una gráfica, aunque de forma incompleta, pero consiguen responder todas las preguntas planteadas.
- El segundo grupo consigue el modelo matemático realizando la expresión algebraica correspondiente al enunciado del problema y con los datos del problema consigue llegar a la respuesta correcta teniendo en cuenta todas las condiciones.
- Y el tercer grupo desarrollan un modelo simple que generalizan y lo reproducen hasta encontrar la respuesta a la situación similar que se les plantea.

Los profesores se han dado cuenta de que en las tareas de modelización matemática los alumnos se encuentran delante de problemas abiertos que a priori no son inmediatos. Esto les ha permitido introducir problemas matemáticos contextualizados en el mundo real que permita a sus alumnos constatar como las matemáticas están presentes en la vida cotidiana, mirar el mundo desde el punto de vista matemático.

Hemos de destacar que la dinámica de las sesiones ha sido explicativa y en parte participativa por parte de los profesores. Esto ha permitido que ellos realizasen actividades que posteriormente pueden comentar y reflexionar: sobre la idoneidad de la metodología empleada, el grado de dificultad, el tipo de actividad, su graduación y evaluación. Consideramos que la formación continua por parte de los docentes es necesaria debido a que estamos en un mundo donde los cambios tecnológicos avanzan día a día y donde la sociedad tiene la información de forma inmediata. Sin duda, la figura del profesor ha cambiado en los últimos años, no puede ser únicamente el transmisor del conocimiento ya que este conocimiento está al alcance de todos debido a las tecnologías existentes, por este motivo es necesario un cambio metodológico en la enseñanza, y los profesores han de estar preparados para este cambio.

## REFERENCIAS

Blum i Leiss (2005): "Modellieren mit der "Tanken"-Aufgaben. In *Mathematic Lehren* nº128, pp.18–21.

Jonassen, D.H. (2000a). "Integrating problem solving into instructional design". In R.A. Reiser & J. Dempsey (Eds.), *Trends and issues in instructional design and technology*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

Lesh, R.; Hoover, M. ; Hole, B, Kelly, A. & Post, T. (2000). " Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers". In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of Research in Mathematics and Science Education* (pp. 113-149).

Llinares, S (1995). “Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza: implicaciones en la formación de profesores de matemáticas”. En: La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal. Badajoz: Diputación Provincial de Badajoz, pp. 153-171

Llinares, S. (2008). “Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación”. III Encuentro de Programas de formación de Matemáticas Universidad Pedagógica Nacional, Santa Fe de Bogotá. Colombia.

Llinares, S. (2012). “Construcción de conocimiento y desarrollo de una Mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea”. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, nº 2, 53-70.

Niss, M. (2003): “Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges”, Ed. L.A. Steen B.L. Madison. *Quantitative Literacy National Council on Education and the Disciplines* pp. 215-220





Niss, M (2011). “The Danish KOM Project and possible consequences for teacher education” XIII CIAEM Recife, Brasil.

Rico (1994). Educación matemática en la España del siglo XX. L Rico, M Sierra.

Roig, A.; Llinares, L.; Penalva, C. (2011). “Estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno en línea”. *Educación Matemática*. Vol. 23, n. 3 (dic. 2011). ISSN 1665-5826, pp. 39-65

Schulman, L (1987). *Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform*. Harvard Educational, Vol. 57, nº 1, pp. 1-23





Schulman, L (2005). “Conocimiento y Enseñanza: Fundamentos de la Nueva Reforma (traducción versión 1987)”. *Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado*, nº9, vol. 2. México.

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](http://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

# Investigação científica em



# matemática e suas aplicações

 [www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
 [contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br)  
 @atenaeditora  
 [www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br)

# Investigação científica em



# matemática e suas aplicações