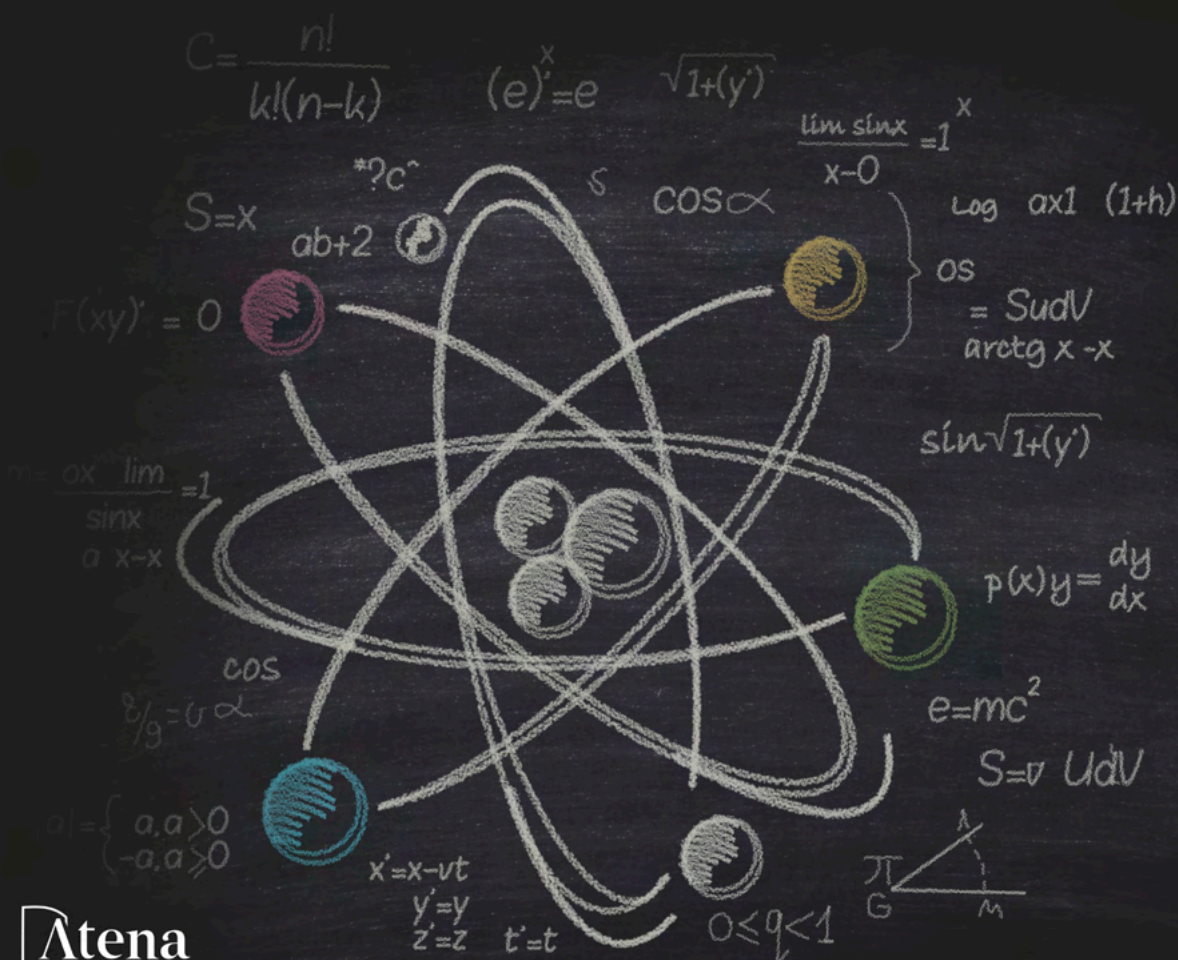


Francisco Odécio Sales  
(Organizador)

# CIÊNCIAS EXATAS e da terra:

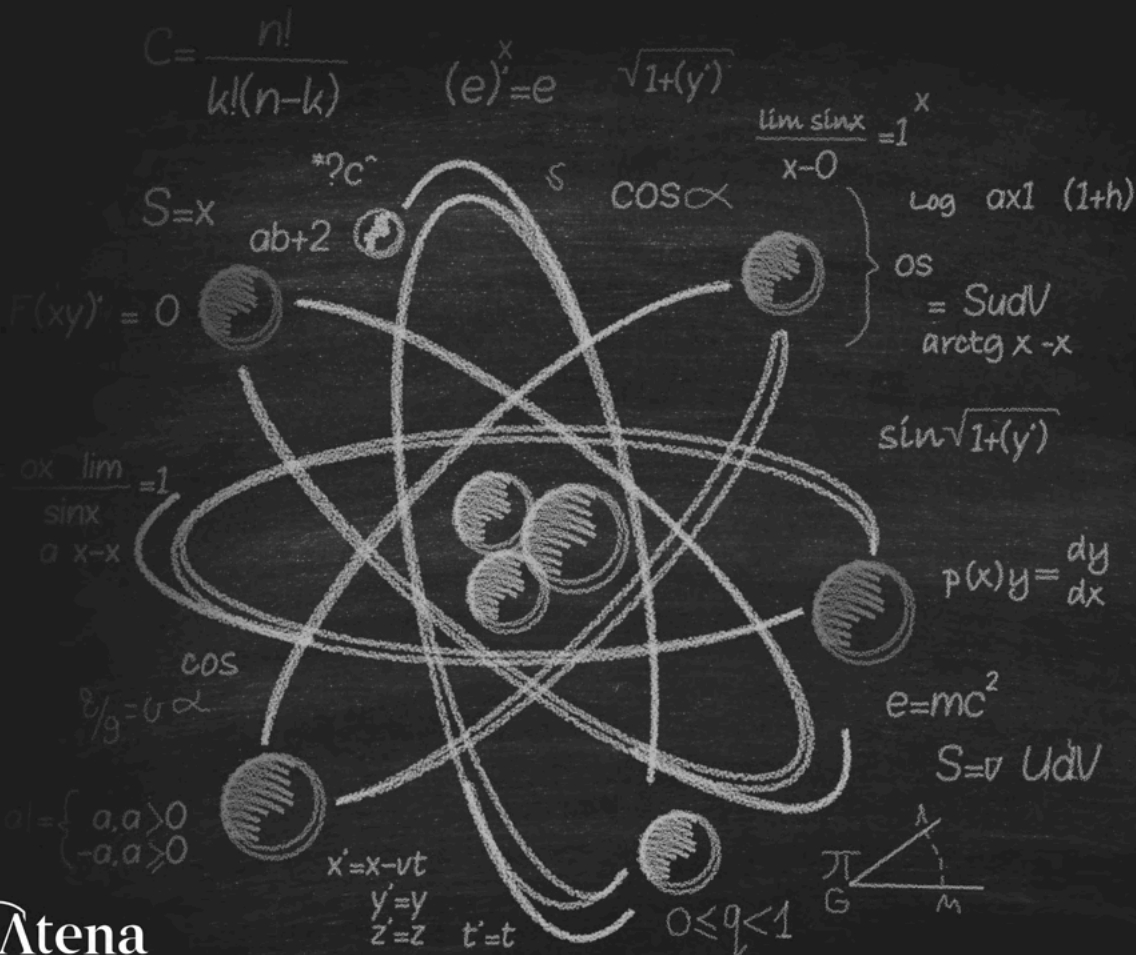
Observação, formulação e previsão 2



Francisco Odécio Sales  
(Organizador)

# CIÊNCIAS EXATAS e da terra:

Observação, formulação e previsão 2



**Editora chefe**

Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

**Editora executiva**

Natalia Oliveira

**Assistente editorial**

Flávia Roberta Barão

**Bibliotecária**

Janaina Ramos

**Projeto gráfico**

Bruno Oliveira

Camila Alves de Cremo

Daphynny Pamplona

Gabriel Motomu Teshima

Luiza Alves Batista

Natália Sandrini de Azevedo

**Imagens da capa**

iStock

**Edição de arte**

Luiza Alves Batista

2022 by Atena Editora

Copyright © Atena Editora

Copyright do texto © 2022 Os autores

Copyright da edição © 2022 Atena Editora

Direitos para esta edição cedidos à Atena Editora pelos autores.

Open access publication by Atena Editora



Todo o conteúdo deste livro está licenciado sob uma Licença de Atribuição Creative Commons. Atribuição-Não-Comercial-Não-Derivativos 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de responsabilidade exclusiva dos autores, inclusive não representam necessariamente a posição oficial da Atena Editora. Permitido o *download* da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

Todos os manuscritos foram previamente submetidos à avaliação cega pelos pares, membros do Conselho Editorial desta Editora, tendo sido aprovados para a publicação com base em critérios de neutralidade e imparcialidade acadêmica.

A Atena Editora é comprometida em garantir a integridade editorial em todas as etapas do processo de publicação, evitando plágio, dados ou resultados fraudulentos e impedindo que interesses financeiros comprometam os padrões éticos da publicação. Situações suspeitas de má conduta científica serão investigadas sob o mais alto padrão de rigor acadêmico e ético.

**Conselho Editorial****Ciências Exatas e da Terra e Engenharias**

Prof. Dr. Adélio Alcino Sampaio Castro Machado – Universidade do Porto

Profª Drª Alana Maria Cerqueira de Oliveira – Instituto Federal do Acre

Profª Drª Ana Grasielle Dionísio Corrêa – Universidade Presbiteriana Mackenzie

Profª Drª Ana Paula Florêncio Aires – Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro

Prof. Dr. Carlos Eduardo Sanches de Andrade – Universidade Federal de Goiás

Profª Drª Carmen Lúcia Voigt – Universidade Norte do Paraná



Prof. Dr. Cleiseano Emanuel da Silva Paniagua – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Prof. Dr. Douglas Gonçalves da Silva – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Profª Drª Érica de Melo Azevedo – Instituto Federal do Rio de Janeiro  
Prof. Dr. Fabrício Menezes Ramos – Instituto Federal do Pará  
Profª Dra. Jéssica Verger Nardeli – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho  
Prof. Dr. Juliano Bitencourt Campos – Universidade do Extremo Sul Catarinense  
Prof. Dr. Juliano Carlo Rufino de Freitas – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Luciana do Nascimento Mendes – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte  
Prof. Dr. Marcelo Marques – Universidade Estadual de Maringá  
Prof. Dr. Marco Aurélio Kistemann Junior – Universidade Federal de Juiz de Fora  
Prof. Dr. Miguel Adriano Inácio – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Profª Drª Neiva Maria de Almeida – Universidade Federal da Paraíba  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Priscila Tessmer Scaglioni – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Sidney Gonçalo de Lima – Universidade Federal do Piauí  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista



## Ciências exatas e da terra: observação, formulação e previsão 2

**Diagramação:** Bruno Oliveira  
**Correção:** Mariane Aparecida Freitas  
**Indexação:** Amanda Kelly da Costa Veiga  
**Revisão:** Os autores  
**Organizador:** Francisco Odécio Sales

### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

C569 Ciências exatas e da terra: observação, formulação e previsão 2 / Organizador Francisco Odécio Sales. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia

ISBN 978-65-5983-993-3

DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.933221104>

1. Ciências exatas. I. Sales, Francisco Odécio (Organizador). II. Título.

CDD 507

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

**Atena Editora**  
Ponta Grossa – Paraná – Brasil  
Telefone: +55 (42) 3323-5493  
[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)  
contato@atenaeditora.com.br



**Atena**  
Editora  
Ano 2022

## DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.



## DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access*, *desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce*, ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.



## APRESENTAÇÃO

A coleção “Ciências exatas e da terra: Observação, formulação e previsão 2” é uma obra que objetiva uma profunda discussão técnico-científica fomentada por diversos trabalhos dispostos em meio aos seus 20 capítulos. Esse 2º volume abordará de forma categorizada e interdisciplinar trabalhos, pesquisas, relatos de casos e/ou revisões que nos transitam vários caminhos das Ciências exatas e da Terra.

Tal obra objetiva publicizar de forma objetiva e categorizada estudos e pesquisas realizadas em diversas instituições de ensino e pesquisa nacionais e internacionais. Em todos os capítulos aqui expostos a linha condutora é o aspecto relacionado às Ciências Naturais, tecnologia da informação, ensino de ciências e áreas afins correlatos ao locus cultural.

Temas diversos e interessantes são deste modo, discutidos aqui com a proposta de fundamentar o conhecimento de acadêmicos, mestres e todos aqueles que de alguma forma se interessam por inovação, tecnologia, ensino de ciências e demais temas. Possuir um material que demonstre evolução de diferentes campos da engenharia, ciência e ensino de forma temporal com dados geográficos, físicos, econômicos e sociais de regiões específicas do país é de suma importância, bem como abordar temas atuais e de interesse direto da sociedade.

Deste modo a obra a seguir apresenta uma profunda e sólida fundamentação teórica bem com resultados práticos obtidos pelos diversos professores e acadêmicos que desenvolvem seu trabalho de forma séria e comprometida, apresentados aqui de maneira didática e articulada com as demandas atuais. Sabemos o quão importante é a divulgação científica, por isso evidenciamos também a estrutura da Atena Editora capaz de oferecer uma plataforma consolidada e confiável para estes pesquisadores exporem e divulguem seus resultados.

Francisco Odécio Sales




## SUMÁRIO

### **CAPÍTULO 1..... 1**

#### **A BNCC EM TEMPO DE ENSINO REMOTO DE FÍSICA**


Mutumbua José Ferrão Manuel  
Sermos Domingos da Conceição  
Antonio Luan Ferreira Eduardo  
Aurélio Wildson Teixeira de Noronha

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211041>

### **CAPÍTULO 2..... 6**

#### **A MINERAÇÃO E O USO DOS MINERAIS EM ELEMENTOS DO COTIDIANO: O COMPUTADOR**


Rafaela Baldi Fernandes  
Tháís Figueiredo de Pinho

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211042>

### **CAPÍTULO 3..... 18**

#### **ACELERANDO O ALGORITMO K-MEANS – PRINCIPAIS PROPOSTAS**


Marcelo Kuchar Matte  
Maria do Carmo Nicoletti

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211043>

### **CAPÍTULO 4..... 29**

#### **AMBIENTES CÁRSTICOS: CRIPTOCARSTE OU EPICARSTE?**


Alessandra Mendes Carvalho Vasconcelos  
Cristiane Valéria de Oliveira  
Joel Georges Marie Andre Rodet  
Evelyn Aparecida Mecenero Sanchez  
Gislaine Amorés Battilani  
Ana Clara Mendes Caixeta

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211044>

### **CAPÍTULO 5..... 42**

#### **ANÁLISE DOS ASPECTOS CLIMÁTICOS DA CIDADE DE MACAPÁ-AP**


Gabriel Brito Costa  
Duany Thainara Corrêa da Silva  
Ana Caroline da Silva Macambira  
Letícia Victória Santos Matias

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211045>

### **CAPÍTULO 6..... 55**

#### **APLICANDO O DESIGN THINKING NOS SISTEMAS DE INFORMAÇÕES**


Jonnathan Alves Teixeira  
Fellipe Henrique Alves de Paula  
Reane Franco Goulart

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211046>

**CAPÍTULO 7..... 61**

**AVALIAÇÃO DE DESGASTE ENTRE TINTA NATURAL E USUAL, COM BASE EM TINTA DE TERRA: MEDIÇÃO DE REFLETÂNCIA, UMIDADE E DESGASTE**


Guilherme Silveira Simões  
Raduan Krause Lopes  
Jayne Carlos Piovesan  
Leandro Nascimento Soares Silva  
Henrique Figueiredo da Silva  
Luiz Henrique Alves dos Santos  
Daniel Oliveira de Lima  
Daniel Rodrigues dos Silva  
Beatriz Ferreira França  
Mikaele Costa Lairana  
Matheus Felipe Martins Gelpke  
Ingridy Maria Duarte Cabral

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211047>

**CAPÍTULO 8..... 71**

**CONTRIBUIÇÕES DO JOGO PARA A APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS INTEIROS E ASPECTOS DO DESENVOLVIMENTO HUMANO: UMA PRÁTICA COM ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**


Silvana Cocco Dalvi  
Adriana da Conceição Tesch  
Andressa Côco Lozorio  
Regiane Giori  
Maria Carolina Salvador Callegario  
Regina Célia da Silva  
Erivelton Cunha  
Sebastião Thezolin

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211048>

**CAPÍTULO 9..... 82**

**DESAFIOS DAS AULAS REMOTAS E DESAFIOS TECNOLÓGICO NO ENSINO DA FÍSICA**

Faria Cusseta Samuel Francisco  
Hamilton Francisco Catraio Nhime  
Antonio Luan Ferreira Eduardo  
Aurélio Wildson Teixeira de Noronha


 <https://doi.org/10.22533/at.ed.9332211049>

**CAPÍTULO 10..... 87**

**DESENVOLVIMENTO DE UM KIT DIDÁTICO PARA ESTUDOS DE RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS, COM APLICAÇÃO NA ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

Paulo Urbano Ávila  
Luiz Carlos de Campos  
Oscar João Abdounur

José Antonio Siqueira Dias  
Manuel Antonio Pires Castanho

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110410>

**CAPÍTULO 11..... 108**

EL ROL DEL CIUDADANO EN EL USO DE ENERGÍAS RENOVABLES EN MÉXICO, PARA CONSOLIDAR PROCESOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE


Leticia Peña Barrera  
Herrera, L.

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110411>

**CAPÍTULO 12..... 118**

ESTUDO DO MÉTODO DE LIOFILIZAÇÃO COMO ALTERNATIVA DE CONSERVAÇÃO DE LEITE FLUÍDO NO DESENVOLVIMENTO DE MATERIAL DE REFERÊNCIA PARA ENSAIO DE PROFICIÊNCIA FÍSICO-QUÍMICO


Marina Zuffo  
Macon Rodrigo Zangalli  
Joseane Cristina Bassani

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110412>

**CAPÍTULO 13..... 125**

ESTUDOS ENVOLVENDO BASE DE SCHIFF EM SISTEMAS BIOLÓGICOS

Solange de Oliveira Pinheiro  
Giovana Mouta Paiva  
Micael Estevão Pereira de Oliveira  
Daniela Ribeiro Alves  
Guida Hellen Mota do Nascimento  
João Batista de Andrade Neto  
Wildson Max Barbosa da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110413>

**CAPÍTULO 14..... 136**

GEOPARQUE SERRA DO SINCORÁ: ESTÁGIO ATUAL DA CRIAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DE UM GEOPARQUE ASPIRANTE NA PORÇÃO CENTRAL DO ESTADO DA BAHIA

Renato Pimenta de Azevedo  
Ricardo Galeno Fraga de Araujo Pereira






 <https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110414>

**CAPÍTULO 15..... 147**

ILHAS DE CALOR URBANA NA CIDADE DE FLORIANÓPOLIS-SC A PARTIR DE IMAGENS DO SATÉLITE LANDSAT

Natacha Pires Ramos  
Renato Ramos da Silva

 <https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110415>

<b>CAPÍTULO 16.....</b>	<b>159</b>
O MIDDLEWARE EMSS: UMA ARQUITETURA DE FOG COMPUTING EM CIDADES INTELIGENTES	
Sediane C. L. Hernandez Marcelo Eduardo Pellenz Alcides Calsavara	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110416">https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110416</a>	
<b>CAPÍTULO 17.....</b>	<b>174</b>
PRÁTICA VIRTUAL: MAGNETOSTÁTICA	
Mutumbua José Ferrão Manuel Faria Cusseta Samuel Francisco Aurélio Wildson Teixeira de Noronha	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110417">https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110417</a>	
<b>CAPÍTULO 18.....</b>	<b>185</b>
PRÁTICA VIRTUAL: EFEITO FOTOELÉTRICO	
Faria Cusseta Samuel Francisco Mutumbua José Ferrão Manuel Aurélio Wildson Teixeira de Noronha	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110418">https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110418</a>	
<b>CAPÍTULO 19.....</b>	<b>197</b>
SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: ALGUNS RESULTADOS E APLICAÇÕES NAS CIÊNCIAS NATURAIS	
Francisco Odécio Sales	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110419">https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110419</a>	
<b>CAPÍTULO 20.....</b>	<b>205</b>
UN ESTUDIO SOBRE EL DESEMPEÑO ACADÉMICO EN ESTUDIANTES QUE CURSAN LA MATERIA DE MATEMÁTICAS DOS HORAS DIARIAS EN LA UNIVERSIDAD DE SONORA	
Alejandrina Bautista Jacobo	
 <a href="https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110420">https://doi.org/10.22533/at.ed.93322110420</a>	
<b>SOBRE O ORGANIZADOR.....</b>	<b>211</b>
<b>ÍNDICE REMISSIVO.....</b>	<b>212</b>

## SEQUÊNCIA DE FIBONACCI: ALGUNS RESULTADOS E APLICAÇÕES NAS CIÊNCIAS NATURAIS

*Data de aceite: 01/04/2022*

**Francisco Odécio Sales**  
Instituto Federal do Ceará

**RESUMO:** Abordamos nesse ensaio bibliográfico a sequência de Fibonacci, discutindo sua origem, fórmula geral recorrente e indutiva e mais pontualmente sua ligação com certos fenômenos e comportamentos da natureza. A sequência de Fibonacci é uma sequência de números naturais, exceto pelo zero, a saber: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34..., onde cada termo subsequente, a partir do terceiro, corresponde à soma dos dois anteriores, na qual os primeiros termos são 0 e 1. Tal sequência inspira muitos matemáticos por suas diversas propriedades intrigantes e aplicabilidades importantes. Iremos ressaltar de maneira objetiva sua aparição na natureza, um contato íntimo da Matemática com o mundo material. Com esse estudo objetivamos promover conhecimento sobre o aparecimento dos números de Fibonacci na natureza, estimular o interesse pela pesquisa, como também o estudo pela História da Matemática, proporcionar às pessoas a percepção que a Matemática está relacionada com o mundo concreto. Para a análise do trabalho foram visitados artigos, dissertações, monografias e publicações em websites acerca do tema, priorizamos por um conteúdo matemático aplicável no cotidiano e que ao mesmo tempo estivesse relacionado ao conteúdo do nosso estudo, indução matemática e suas aplicações. Apesar de apresentar uma fórmula matemática

e uma representação geométrica, a Sequência de Fibonacci está intimamente ligada a padrões observados na natureza, como no crescimento de uma árvore, nas folhas e flores das plantas e até mesmo em animais. Diante de todo estudo podemos concluir que essa pesquisa possibilitou um conhecimento muito rico sobre a sequência de Fibonacci, abordando a Matemática e suas aplicações presentes nos detalhes da natureza, de forma concreta, a percepção da matemática em tudo, até em lugares inesperados.

**PALAVRAS-CHAVE:** Matemática. Aplicação. Sequência de Fibonacci.

**ABSTRACT:** We approach in this bibliographic essay the Fibonacci sequence, discussing its origin, general recurrent and inductive formula and more specifically its connection with certain phenomena and behaviors of nature. The Fibonacci sequence is a sequence of natural numbers, except for zero, namely: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34..., where each subsequent term, starting from the third, corresponds to the sum of the previous two, in which the first terms are 0 and 1. This sequence inspires many mathematicians for its many intriguing properties and important applicability. We will objectively emphasize its appearance in nature, an intimate contact of Mathematics with the material world. With this study we aim to promote knowledge about the appearance of Fibonacci numbers in nature, stimulate interest in research, as well as the study of the History of Mathematics, provide people with the perception that Mathematics is related to the concrete world. For the analysis of the work, articles, dissertations, monographs and

publications on websites on the subject were visited, we prioritized a mathematical content applicable in everyday life and that at the same time was related to the content of our study, mathematical induction and its applications. Despite presenting a mathematical formula and a geometric representation, the Fibonacci Sequence is closely linked to patterns observed in nature, such as in the growth of a tree, in the leaves and flowers of plants and even in animals. In the face of all the study we can conclude that this research made possible a very rich knowledge about the Fibonacci sequence, approaching Mathematics and its applications present in the details of nature, in a concrete way, the perception of mathematics in everything, even in unexpected places.

**KEYWORDS:** Mathematics. Application. Fibonacci Sequence.

## 1 | INTRODUÇÃO

A sequência de Fibonacci é uma sequência de números naturais, incluso zero, a saber: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144..., onde cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores, na qual os primeiros termos são 0 e 1. Leonardo de Pisa, idealizador da sequência, que viveu entre 1180 a 1250, conhecido como Leonardo Fibonacci (Filho de Bonacci), o autor de tal sequência. Ao longo dos anos estudos vem sendo desenvolvidos e outras áreas da Matemática sendo relacionadas a esse conhecimento matemático que é aplicável de várias formas ao mundo material, até na natureza.

## 2 | A SEQUÊNCIA DE FIBONACCI

Apesar de apresentar uma fórmula matemática e uma representação geométrica, a Sequência de Fibonacci está intimamente ligada a padrões observados na natureza, seja pela sucessão numérica ou pela espiral, como no crescimento de uma árvore, nas folhas e flores das plantas e até mesmo em animais.

A sequência de Fibonacci foi oriunda do problema dos coelhos, cujo enunciado está a seguir: *Certo homem pôs um casal de coelhos em um lugar totalmente cercado. Quantos casais de coelhos podem ser gerados por esse casal em um ano se supusermos que a cada mês cada casal gera um novo casal, o qual começa a se reproduzir a partir do segundo mês de vida?*

Para a solução deste problema observamos que no final do primeiro mês haverá somente 1 casal de coelhos, que foi o inicial. No segundo mês, haverá um casal maduro que vai gerar um novo casal, somando assim 2 casais. No terceiro mês serão dois casais maduros e um casal novo, totalizando 3. No quarto mês, 3 casais maduros e dois casais jovens, somando 5 casais, e assim sucessivamente, como vemos na tabela abaixo.

Mês	Casais maduros	Casais novos
1	1	0
2	1	1
3	2	1
4	3	2
5	5	3
6	8	5
7	13	8
8	21	13
9	34	21
10	55	34
11	89	55
12	144	89

Tabela 1 – Solução do problema dos coelhos.

Dessa forma, em um ano terá um total de 233 casais de coelhos. A solução deste problema foi exposta por Leonardo de Pisa, no ano de 1202, em seu primeiro livro *Liber Abacci*.

Podemos observar que a solução do problema reprodução dos coelhos gera uma sequência que é amplamente estruturada 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., chamada Sequência de Fibonacci. Esta sequência é recorrente, ou seja, para saber um determinado valor (número) na sucessão é preciso ter conhecimento dos dois números anteriores a este número, com exceção dos dois primeiros termos, que são 0 e 1. A sequência de Fibonacci possui inúmeras propriedades interessantes, além de muitas aplicações.

Em 1843, o matemático francês Jacques Philippe Marie Binet descobriu uma fórmula que possibilita o cálculo de qualquer número de Fibonacci ( $F_n$ ), onde

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}.$$

A demonstração da fórmula acima é feita por indução matemática.

Um dos termos da fórmula de Binet,  $\left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)$ , é o famoso número de ouro, representado pela letra grega  $\phi$  (phi). Este número, irracional, é conhecido também como razão áurea e seu valor é aproximadamente 1,618. Após a descoberta dessa fórmula, a sequência de Fibonacci e a razão áurea ganharam uma relação íntima.

A razão áurea é também conhecida como retângulo áureo, e segundo Silva (2015, p.35) “o que existe de mais fascinante com o retângulo áureo, é sua relação com a sequência de Fibonacci, dando origem a chamada espiral áurea ou espiral de Fibonacci”.

A espiral de Fibonacci é construída aos moldes da “razão extrema e média” proposta por Euclides. Pode ser obtida tomando um quadrado com lado 1, sobreposto de outro quadrado, dividido e formado em um retângulo com lados 2 e 1, assim sucessivamente

fazendo retângulos, obedecendo a sequência de Fibonacci, obtemos a espiral áurea, como observado na Figura 1.

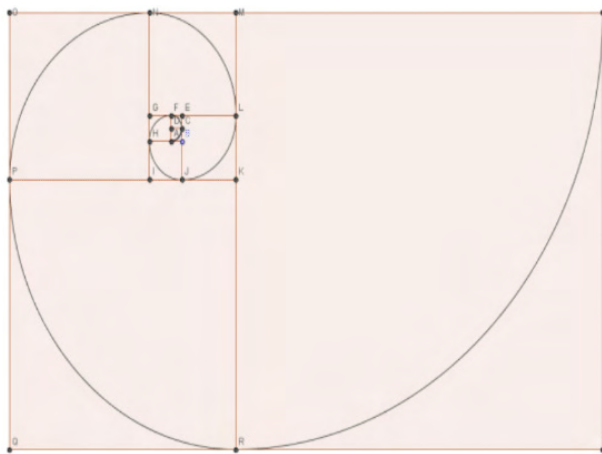


Figura 1 – Espiral de Fibonacci.

Fonte: Silva (2015, p. 35).

Observando a espiral áurea percebemos que ela possui formato de uma curva muito interessante que se enrola para seu interior com segmentos curvos diferentes, porém formatos iguais, que já foi chamada de “o olho de Deus”. Os números de Fibonacci são encontrados em diversas situações seja na forma numérica ou através da espiral.

### 3 | SEQUÊNCIA DE FIBONACCI EM PLANTAS E FLORES

Os números dessa sucessão aparecem facilmente no arranjo de folhas do ramo de uma planta, basta observarmos o crescimento de seu caule. A medida que esta se desenvolve a quantidade de novos ramos que aparecem, descrevem a sequência de Fibonacci.



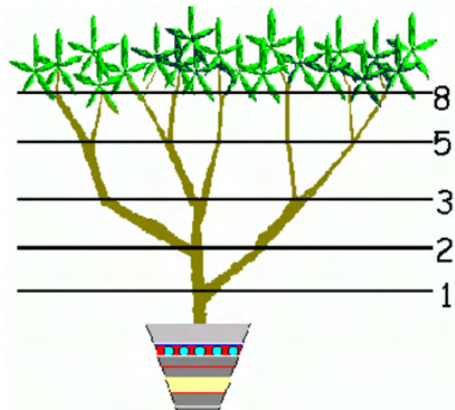


Figura 2 – Planta com caule seguindo a sequência de Fibonacci.

Fonte: Queiroz (2007, p. 21).

É possível observar essa sequência em copas das árvores ou até mesmo no número de pétalas das flores. Um exemplo são as imagens da Figura 3 que possuem 3 e 5 pétalas, respectivamente, outras possuem 13 pétalas, assim representam a sucessão de Fibonacci.



Figuras 3 – Flores com 3 e 5 pétalas.

Fonte: Silva (2015, p. 43).

#### 4 | ESPIRAL DE FIBONACCI EM ANIMAIS

Já no caso dos animais podemos observar claramente a espiral nos chifres continuamente crescidos do antílope.



Figura 4 - Antílope com chifre em forma de espiral.

Fonte: Silva (2015, p. 41).

Outro animal é o camaleão que ao contrair seu rabo forma uma das espirais mais perfeitas.



Figura 5 - Camaleão com rabo em forma de espiral.

Fonte: Silva (2015, p. 41).

## 5 | ALGUNS RESULTADOS ARITMÉTICOS

Proposição: Dois números consecutivos na sequência de Fibonacci são primos entre si, isto é  $\text{mdc}(F_n, F_{n+1}) = 1$ , para todo natural  $n \geq 1$ .

Demonstração. Seja  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ . Vamos provar que  $\text{mdc}(F_n, F_{n+1}) = F_2 = 1$ . Sabemos que um número qualquer de Fibonacci é igual à soma dos dois termos anteriores. Assim um número de Fibonacci não será maior que o dobro do termo anterior, tirando o caso do terceiro número que é o dobro do segundo,  $\{F_n\}$  é crescente para  $n \geq 3$ . Portanto, quando dividirmos um termo da sequência de Fibonacci pelo seu antecessor o quociente

é igual a 1 e o resto será a subtração do dividendo com o divisor. Portanto, continuando o processo e utilizando o algoritmo de Euclides para o cálculo do máximo divisor comum entre esses dois números consecutivos, vamos ter:

$$\begin{aligned} F(n+1) &= F(n) + F(n-1) \\ F(n) &= F(n-1) + F(n-2) \\ F(n-1) &= F(n-2) + F(n-3) \\ &\dots \\ F(4) &= F(3) + F(2) \\ F(3) &= F(2) + F(1). \end{aligned}$$

Seguindo isso, como o máximo divisor comum é sempre o último resto, diferente de zero, teremos  $\text{mdc}(F(n), F(n+1)) = F(2) = 1$ .

Proposição: A soma  $S(n)$  dos  $n$  primeiros termos da sequência de Fibonacci, para  $n > 1$ , é  $S(n) = F(n+2) - 1$ .

Demonstração.

Temos na sequência de Fibonacci

$$\begin{aligned} F(1) &= F(3) - F(2) \\ F(2) &= F(4) - F(3) \\ F(3) &= F(5) - F(4) \\ &\dots \\ F(n-1) &= F(n+1) - F(n) \\ F(n) &= F(n+2) - F(n+1). \end{aligned}$$

Ao somar  $F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(n-1) + F(n)$  e simplificando os termos dessas igualdades, temos

$$S(n) = F(1) + F(2) + F(3) + \dots + F(n-1) + F(n) = F(n+2) - F(2) = F(n+2) - 1.$$

Proposição: Dado três números de Fibonacci consecutivos  $F(n-1)$ ,  $F(n)$  e  $F(n+1)$ , temos  $F^2(n) = F(n+1).F(n) - F(n).F(n-1)$ , para todo  $n \geq 2$ .

Demonstração. Para provar a equação, basta colocar  $F(n)$  em evidência no segundo membro. Com isso:  $F(n+1).F(n) - F(n).F(n-1) = F(n).(F(n+1) - F(n-1)) = F(n).F(n) = F^2(n)$ .

Para a proposição seguinte, defina  $S(n^2)$  como sendo a soma dos quadrados dos  $n$  primeiros termos da sequência de Fibonacci, isto é,

$$S(n^2) = F^2(1) + F^2(2) + F^2(3) + \dots + F^2(n)$$

Proposição: A soma dos quadrados dos  $n$  primeiros termos da sequência de Fibonacci é  $S(n^2) = F(n+1).F(n)$

Demonstração. Primeiramente note que  $F^2(1)$  pode ser escrito como  $F(2).F(1)$ . Seguindo assim vamos escrever o quadrado dos números de Fibonacci do  $F(2)$  ao  $F(n)$ . Com isso

$$F^2(2) = F(3).F(2) - F(2).F(1)$$

$$F^2(3) = F(4).F(3) - F(3).F(2)$$

...

$$F^2(n) = F(n + 1).F(n) - F(n).F(n - 1).$$

Ao somar  $F^2(1) + F^2(2) + F^2(3) + \dots + F^2(n)$  e simplificando os termos da igualdade, conseguimos  $S(n^2) = F^2(1) + F^2(2) + F^2(3) + \dots + F^2(n) = F(n + 1).F(n)$ .

## 6 | CONCLUSÃO

Esse estudo possibilitou um conhecimento muito rico sobre a Sequência de Fibonacci desde sua formulação através do problema dos coelhos até sua estreita relação com a razão áurea.

Mostramos dessa forma, como a Matemática, apesar de abordar conteúdos abstratos, pode ser encontrada de forma concreta em nosso cotidiano, até em lugares inesperados, como a observação da Sequência de Fibonacci e a razão áurea encontradas na natureza.

## REFERÊNCIAS

FERREIRA, Rogério A. **Sequência de Fibonacci**. UNIFIEO, São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://incertezaemprincípio.files.wordpress.com/2012/07/tc-seqec3aanciadefibonacci.pdf>>. Acesso em: 06 nov. 2020.

FREITAS, F. M. **A proporção áurea e curiosidades históricas ligadas ao desenvolvimento da ciência**. 51 f. — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008. Disponível em: <<https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/comat/TCC%20Razao%20aurea%20e%20proporcionalidade%20propostas%20de%20ensino%20versoao%20final.pdf>>. Acesso em: 05 nov. 2020.

QUEIROZ, R. M. **Razão áurea: a beleza de uma razão surpreendente**. 39 f. Secretaria do Estado da Educação - SEED, Londrina - PR, 2007. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/674-4.pdf>>. Acesso em: 05 nov. 2020.

SILVA, Reginaldo Leoncio. A Sequência de Fibonacci: contexto histórico, propriedades, aplicações e propostas de atividades didáticas para alunos do primeiro ano do ensino médio. Vitória da Conquista – BA: Dissertação de Mestrado Profissional (PROFMAT), 2015. Disponível em: <<https://www.google.com/search?q=sequencia+de+fibonacci++reginaldo+leoncio&oq=sequencia+de+fibonacci++reginaldo+leoncio&aqs=chrome..69i57.26869j1j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8>> Acesso em: 22 out. 2019.

## ÍNDICE REMISSIVO

### A

Acetilcolinesterase 128, 130, 131, 132, 134, 137

Agrupamentos 18, 19, 23, 24

Ahorro 110, 111, 112, 113, 114, 116, 118, 119

Aprendizado de máquina 18

Aproveitamento de resíduos sólidos 63

Atividade antifúngica 127, 132

### B

BNCC 1, 2, 3, 4, 5, 81

### C

Cobertura vegetal 29, 150

Covid-19 1, 2, 3, 84, 85, 139, 146, 147, 148, 177

Criptocarste 29, 30, 33, 34, 35, 37, 38, 39, 41

### D

Desafios tecnológicos 84

Desempenho acadêmico 208, 210, 211, 212

Desenvolvimento humano 73, 74, 80, 82

Design thinking 55, 56, 57, 58, 60, 61, 90

Desigualdade triangular 18, 23, 24, 25, 27

### E

Educação matemática 74

Engenharia de software 56, 57, 60

ENOS 42, 44, 48

Ensino de engenharia 107

Ensino de física 1, 2, 4, 88, 90, 98, 109

Ensino remoto 1, 2, 3, 4, 5, 84, 177, 188

Epicarste 29, 30, 31, 32, 33, 35, 38, 39

Estudantes universitarios 208

### F

Ferramentas tecnológicos 177, 188

Física 1, 2, 3, 4, 5, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 98, 101, 102, 105, 106, 108, 109, 150, 164, 168, 177, 185, 187, 188, 192, 199

Física experimental V 177, 188

## **G**

Geoconservação 139, 144, 149

Geologia 139, 141, 143, 146, 149

Geoparque 139, 140, 141, 144, 145, 146, 147, 148, 149

Geossítios 139, 142, 143, 144, 149

Gestión social 110

## **I**

Inovação 55, 56, 61, 89, 108

Inovação das ideias 55

## **J**

Jogo matix 74

## **K**

K-means 18, 26, 27

## **L**

Leite 120, 121, 122, 124, 126

Liofilização 120, 121, 122, 123, 126

## **M**

Magnetostática 177, 178, 179, 180, 187

Matemáticas 208, 209, 210, 211, 212

Material de referência 120, 121, 126

Mudanças climáticas 42, 44, 53

## **N**

Números inteiros 73, 74, 75, 77, 78, 81, 82

## **P**

Pesquisa 19, 20, 44, 71, 74, 75, 83, 86, 88, 89, 90, 105, 107, 109, 131, 132, 180, 182, 200

Pobreza energética 110, 111, 112, 114, 115, 116, 117, 118, 119

Potencial antioxidante 128, 132

Processos geoquímicos 29, 30, 31, 34

## **S**

Sincorá 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149

Solos 29, 36, 37, 38, 64, 71

Superfície urbana 150

Sustentabilidade 63

## **T**

Temperatura por satélite 150

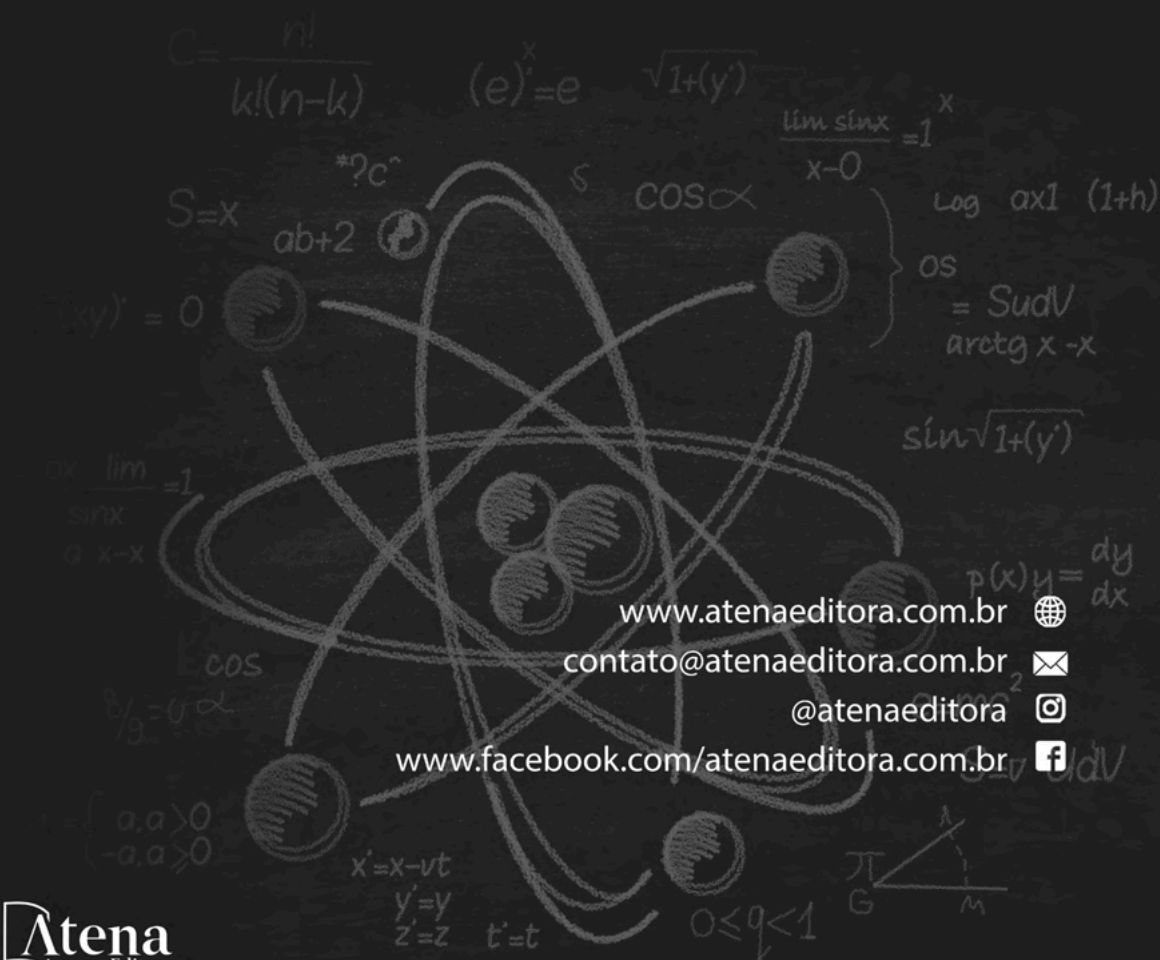
Tintas naturais 63, 64, 65, 71

## **U**


Urbanização 42, 46, 150, 160

# CIÊNCIAS EXATAS e da terra:

Observação, formulação e previsão 2



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

@atenaeditora 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 

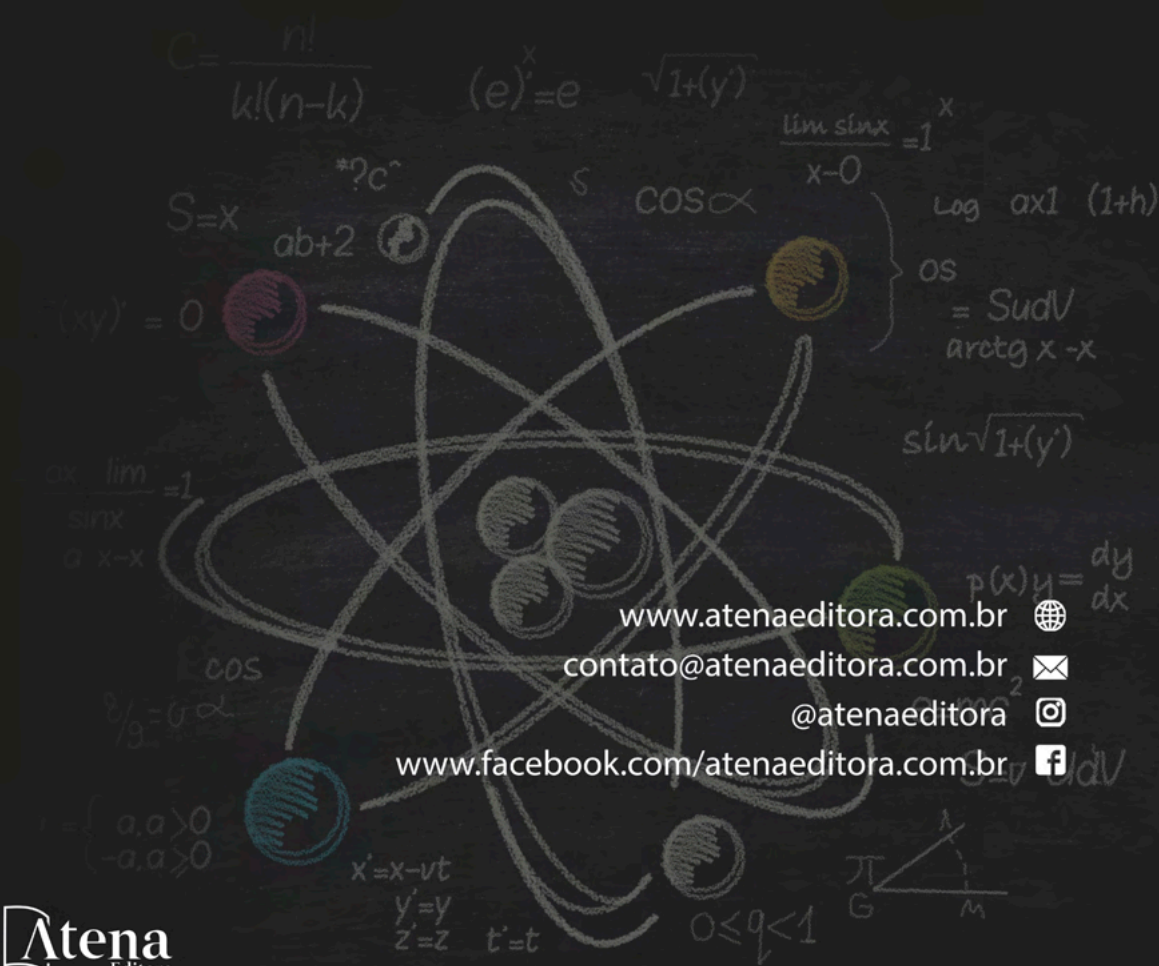
**Atena**  
Editora

Ano 2022




# CIÊNCIAS EXATAS e da terra:

Observação, formulação e previsão 2



[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br) 

[contato@atenaeditora.com.br](mailto:contato@atenaeditora.com.br) 

@atenaeditora 

[www.facebook.com/atenaeditora.com.br](https://www.facebook.com/atenaeditora.com.br) 