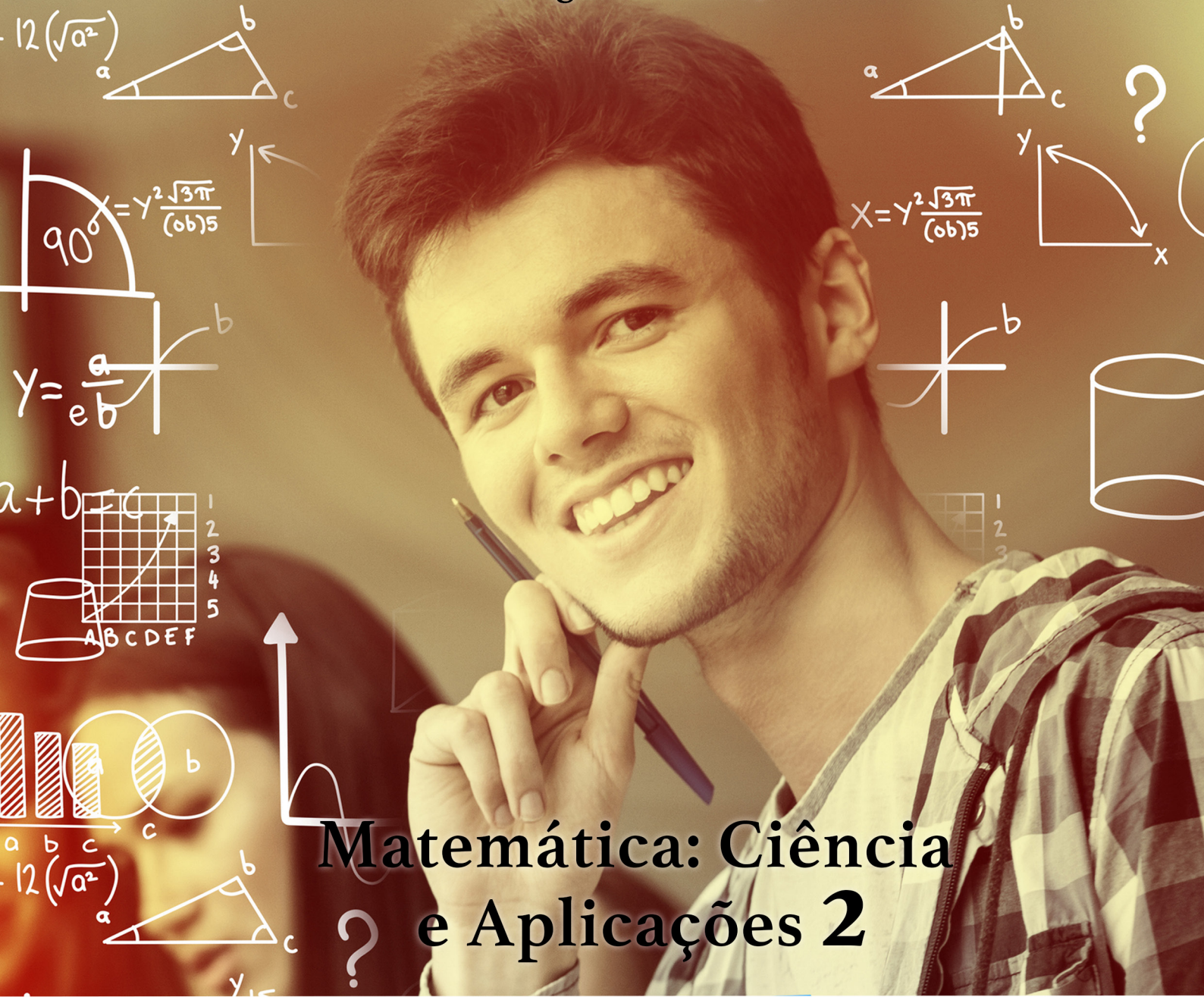
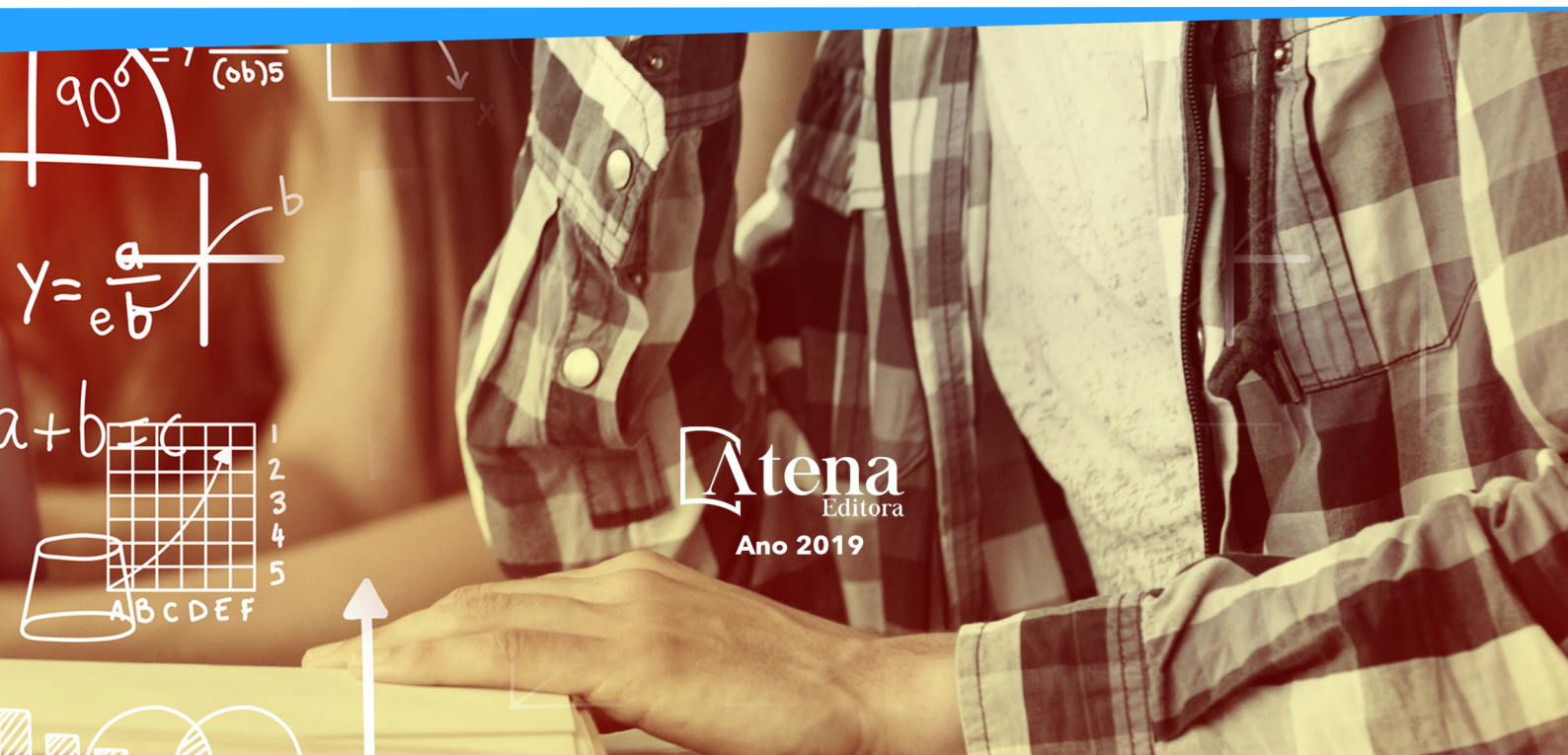


Annaly Schewtschik  
(Organizadora)



# Matemática: Ciência e Aplicações 2



**Atena**  
Editora  
Ano 2019

**Annaly Schewtschik**  
(Organizadora)

# **Matemática: Ciência e Aplicações**

## **2**

Atena Editora  
2019

2019 by Atena Editora

Copyright © da Atena Editora

Editora Chefe: Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira

Diagramação e Edição de Arte: Lorena Prestes e Geraldo Alves

Revisão: Os autores

#### Conselho Editorial

- Prof. Dr. Alan Mario Zuffo – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Álvaro Augusto de Borba Barreto – Universidade Federal de Pelotas  
Prof. Dr. Antonio Carlos Frasson – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Antonio Isidro-Filho – Universidade de Brasília  
Profª Drª Cristina Gaio – Universidade de Lisboa  
Prof. Dr. Constantino Ribeiro de Oliveira Junior – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Daiane Garabeli Trojan – Universidade Norte do Paraná  
Prof. Dr. Darllan Collins da Cunha e Silva – Universidade Estadual Paulista  
Profª Drª Deusilene Souza Vieira Dall’Acqua – Universidade Federal de Rondônia  
Prof. Dr. Eloi Rufato Junior – Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Prof. Dr. Fábio Steiner – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul  
Prof. Dr. Gianfábio Pimentel Franco – Universidade Federal de Santa Maria  
Prof. Dr. Gilmei Fleck – Universidade Estadual do Oeste do Paraná  
Profª Drª Girlene Santos de Souza – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia  
Profª Drª Ivone Goulart Lopes – Istituto Internazionele delle Figlie de Maria Ausiliatrice  
Profª Drª Juliane Sant’Ana Bento – Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Prof. Dr. Julio Candido de Meirelles Junior – Universidade Federal Fluminense  
Prof. Dr. Jorge González Aguilera – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul  
Profª Drª Lina Maria Gonçalves – Universidade Federal do Tocantins  
Profª Drª Natiéli Piovesan – Instituto Federal do Rio Grande do Norte  
Profª Drª Paola Andressa Scortegagna – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Profª Drª Raissa Rachel Salustriano da Silva Matos – Universidade Federal do Maranhão  
Prof. Dr. Ronilson Freitas de Souza – Universidade do Estado do Pará  
Prof. Dr. Takeshy Tachizawa – Faculdade de Campo Limpo Paulista  
Prof. Dr. Urandi João Rodrigues Junior – Universidade Federal do Oeste do Pará  
Prof. Dr. Valdemar Antonio Paffaro Junior – Universidade Federal de Alfenas  
Profª Drª Vanessa Bordin Viera – Universidade Federal de Campina Grande  
Profª Drª Vanessa Lima Gonçalves – Universidade Estadual de Ponta Grossa  
Prof. Dr. Willian Douglas Guilherme – Universidade Federal do Tocantins

#### Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (eDOC BRASIL, Belo Horizonte/MG)

M376 Matemática: ciência e aplicações 2 [recurso eletrônico] /  
Organizadora Annaly Schewtschik. – Ponta Grossa (PR): Atena  
Editora, 2019. – (Matemática: Ciência e Aplicações; v. 2)

Formato: PDF

Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

Inclui bibliografia.

ISBN 978-85-7247-122-0

DOI 10.22533/at.ed.220191402

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática  
– Prática de ensino. I. Schewtschik, Annaly. II. Série.

CDD 510.7

**Elaborado por Maurício Amormino Júnior – CRB6/2422**

O conteúdo dos artigos e seus dados em sua forma, correção e confiabilidade são de  
responsabilidade exclusiva dos autores.

2019

Permitido o download da obra e o compartilhamento desde que sejam atribuídos créditos aos  
autores, mas sem a possibilidade de alterá-la de nenhuma forma ou utilizá-la para fins comerciais.

[www.atenaeditora.com.br](http://www.atenaeditora.com.br)

## APRESENTAÇÃO

A obra “Matemática: ciências e aplicações” aborda uma série de livros de publicação da Atena Editora publicado em três volumes. O Volume II, em seus 22 capítulos, apresenta resultados de pesquisas que trazem estudos frente aos objetos matemáticos trabalhados tanto na Educação Básica, incluindo a EJA, como no Ensino Superior.

Os trabalhos evidenciam os estudos sobre conceitos e aplicações dos objetos da matemática no contexto da Educação Brasileira, contemplando aspectos da aprendizagem dos alunos, incluindo alunos com deficiências.

Revelam também os aspectos históricos que contribuíram para a formação dos conceitos dos objetos matemáticos e a análises destes objetos segundo seus idealizadores. Apresentam como os objetos matemáticos são contemplados em livros didáticos e fazem reflexões em torno da resolução de problemas que envolvem diferentes objetos matemáticos, incluindo conceito de letramento, enquanto prática social, nos diferentes campos da matemática.

A Matemática como Ciência é pensada nos trabalhos que enfocam os objetos matemáticos no contexto de aprendizagem, e como aplicações do conhecimento matemático na resolução de problemas tanto na Educação Básica como no Ensino Superior, incluindo as Engenharias.

A Educação Matemática é revelada nas análises referente as práticas de sala de aula – contanto com discussões inclusivas, tanto na Educação Básica como na Educação Superior.

Este Volume II é dedicado aos matemáticos, aos professores de matemática e pedagogos que ensinam matemática, a fim de compreenderem os aspectos do conhecimento matemático e do ensino e da aprendizagem dos objetos matemáticos âmbito da educação matemática.

Annaly Schewtschik

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
COMPREENDENDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO PARA O ENSINO DE NÚMEROS NA ESCOLA BÁSICA	
<i>Weslei Lima de Figueiredo</i> <i>Samira Zaidan</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2201914021</b>	
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>18</b>
PRÁTICA DOS PROFESSORES DA RESERVA EXTRATIVISTA CHICO MENDES, SOBRE O CONCEITO DE NÚMERO	
<i>Vânia Regina Rodrigues da Silva</i> <i>Itamar Miranda da Silva</i> <i>Joseane Gabriela Almeida Mezerhane Correia</i> <i>Danise Regina Rodrigues da Silva</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2201914022</b>	
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>30</b>
NEGOCIANDO CONCEITOS SOBRE MEDIDAS DE COMPRIMENTO NAS TAREFAS DE MATEMÁTICA DE ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	
<i>Érika D'Ávila de Sá Rocha</i> <i>Jônata Ferreira de Moura</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2201914023</b>	
<b>CAPÍTULO 4</b> .....	<b>41</b>
UM ESTUDO PRELIMINAR DO MANUSCRITO MS. 189 DEDICADO À “ARITMÉTICA PRIMÁRIA” DE CHARLES SANDERS PEIRCE	
<i>Alexandre Souza de Oliveira</i> <i>Fumikazu Saito</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2201914024</b>	
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	<b>52</b>
A TABUADA NAS ESCOLAS PAROQUIAIS LUTERANAS DO SÉCULO XX NO RIO GRANDE DO SUL	
<i>Malcus Cassiano Kuhn</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2201914025</b>	
<b>CAPÍTULO 6</b> .....	<b>69</b>
CAMPO MULTIPLICATIVO: DIAGNÓSTICO COM ESTUDANTES DO SEXTO ANO	
<i>Janine Oliveira Mello</i> <i>Gabriela dos Santos Barbosa</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2201914026</b>	
<b>CAPÍTULO 7</b> .....	<b>86</b>
ESTRUTURA MULTIPLICATIVA: O TIPO DE SITUAÇÃO-PROBLEMA QUE O PROFESSOR DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL ELABORA	
<i>Emília Isabel Rabelo de Souza</i> <i>Sandra Maria Pinto Magina</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.2201914027</b>	

**CAPÍTULO 8 ..... 97**

"OS PREÇOS ESTÃO NA HORA DA MORTE" - TEMA GERADOR NO ENSINO DE FRAÇÕES E NÚMEROS DECIMAIS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

*Hosana Silva de Santana*

*Mirtes Ribeiro de Lira*

**DOI 10.22533/at.ed.2201914028**

**CAPÍTULO 9 ..... 108**

RESSONÂNCIAS DO APRENDER, SEGUNDO DELEUZE, EM UM FAZER DOCENTE: EXPLORANDO O CONCEITO DE FRAÇÃO EM TURMAS DO SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Wagner Rodrigues da Silva*

**DOI 10.22533/at.ed.2201914029**

**CAPÍTULO 10 ..... 119**

LETRAMENTO ESTATÍSTICO POR MEIO DE PROJETOS: UM ESTUDO DE CASO

*Cassio Cristiano Giordano*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140210**

**CAPÍTULO 11 ..... 131**

ADAPTAÇÃO DA TEORIA DE VAN HIELE PARA O TÓPICO DE FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO

*Eduarda de Jesus Cardoso*

*Lilian Nasser*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140211**

**CAPÍTULO 12 ..... 142**

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA INCLUSIVA: ESTRATÉGIAS EM BUSCA DA APRENDIZAGEM DE ALUNOS COM DEFICIÊNCIA INTELECTUAL NO ENSINO MÉDIO

*Elcio Pasolini Milli*

*Cátia Aparecida Palmeira*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140212**

**CAPÍTULO 13 ..... 154**

APRENDIZAGEM DA ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: REFLEXÕES SOBRE SEU ENSINO A PARTIR DE ATIVIDADES EXPLORATÓRIAS

*Francisco José Brabo Bezerra*

*Francisco Erivaldo Rodrigues Gomes*

*Caroline Miranda Pereira Lima*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140213**

**CAPÍTULO 14 ..... 167**

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE PRODUTOS NOTÁVEIS: EM EUCLIDES E NOS DIAS ATUAIS

*Larissa Corrêa*

*Ana Carolina Lopes de Melo*

*Claudete Cargnin*

*Silvia Teresinha Frizzarini*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140214**

**CAPÍTULO 15 ..... 177**

RESOLUÇÃO DE ATIVIDADE COM FUNÇÃO LOGARÍTMICA POR ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO: A ENUNCIÇÃO E A AJUDA NO PROCESSO DE APRENDIZAGEM

*Walter Aparecido Borges*

*Maria Helena Palma de Oliveira*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140215**

**CAPÍTULO 16 ..... 188**

RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA PARA INTRODUIR IDEIA DE FUNÇÃO NA EJA: DO RASCUNHO AO CONVENCIMENTO

*Ana Paula Gonçalves Pita*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140216**

**CAPÍTULO 17 ..... 199**

UMA ANÁLISE SEMIÓTICA DE FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

*Jessica da Silva Miranda*

*Felipe Antonio Moura Miranda*

*Maurício de Moraes Fontes*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140217**

**CAPÍTULO 18 ..... 209**

O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA E O CONTEÚDO SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES: UMA ANÁLISE DO LIVRO DE MATEMÁTICA-CURSO MODERNO 2ª SÉRIE, SANGIORGI (1966)

*Célio Moacir dos Santos*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140218**

**CAPÍTULO 19 ..... 218**

A (NÃO) EXISTÊNCIA DO LIMITE DE UMA FUNÇÃO: UMA ANÁLISE SOBRE AS IMAGENS CONCEITUAIS DE ESTUDANTES EM UM CURSO DE CÁLCULO

*Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias*

*João Cláudio Brandemberg*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140219**

**CAPÍTULO 20 ..... 230**

APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VETOR POR ESTUDANTES DE ENGENHARIA – ANÁLISE DE REGISTROS

*Viviane Roncaglio*

*Cátia Maria Nehring*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140220**

**CAPÍTULO 21 ..... 243**

AS CONTRIBUIÇÕES DA VISUALIZAÇÃO NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES DERIVADAS EM CÁLCULO I

*Frederico da Silva Reis*

*José Cirqueira Martins Júnior*

**DOI 10.22533/at.ed.22019140221**

<b>CAPÍTULO 22</b> .....	<b>254</b>
UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA NO ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA <i>Rafaela Regina Fabro</i>	
<b>DOI 10.22533/at.ed.22019140222</b>	
<b>SOBRE A ORGANIZADORA</b> .....	<b>265</b>



## REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE PRODUTOS NOTÁVEIS: EM EUCLIDES E NOS DIAS ATUAIS

**Larissa Corrêa**

UTFPR-CM

Campo Mourão

**Ana Carolina Lopes de Melo**

UTFPR-CM

Ubiratã

**Claudete Carginin**

UTFPR-CM

Campo Mourão

**Silvia Teresinha Frizzarini**

UDESC-Joinville

Campo Mourão

**RESUMO:** Esse artigo é parte de uma reflexão originária de um projeto de pesquisa PIBIC-EM. Apresentamos os registros de representação semiótica para os produtos notáveis chamados de quadrado da soma e da diferença, constantes em “Os Elementos” e em livro didático usado atualmente. É uma pesquisa bibliográfica que busca analisar, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os tipos de registros utilizados para o tema nos dois contextos citados. Observou-se que a representação em língua natural se manteve, embora com uma linguagem atual mais acessível, entretanto, a representação figural (ou geométrica) de “Os Elementos” deu lugar à representação algébrica nos dias atuais. No livro didático atual analisado,

a representação figural tem destaque apenas na introdução ao tema. Conclui-se que o uso concomitante, e intensivo, dos registros de representação em língua natural, geométrica e algébrica, favorece a aprendizagem relativa aos produtos notáveis, contribuindo para a redução das dificuldades inerentes ao tema.

**PALAVRAS-CHAVE:** Produtos notáveis; representação semiótica; história.

**ABSTRACT:** This article is part of a reflection originating from a PIBIC-EM research project. We present the semiotic representation records for the notable products called sum and difference square, contained in “The Elements” and in the textbook used today. It is a bibliographical research that seeks to analyze, in the light of the Theory of Semiotic Representation Records, the types of records used for the subject in the two contexts cited. It was observed that the representation in natural language was maintained, although with a more accessible current language, however, the figurative (or geometric) representation of “The Elements” gave way to the algebraic representation in the present day. In the current textbook analyzed, the figural representation is highlighted only in the introduction to the theme. It is concluded that the concomitant and intensive use of the registers of representation in natural, geometric and algebraic language, favors the learning

related to the remarkable products, contributing to the reduction of the difficulties inherent to the theme.

**KEYWORDS:** Remarkable products; semiotic representation; history.

## 1 | INTRODUÇÃO

Para um melhor ensino e aprendizado nas salas de aula de Matemática, atualmente, várias pesquisas e métodos são desenvolvidos, a fim de suprir as necessidades dos alunos e professores. A maneira de cada professor ensinar um conteúdo varia, assim como a maneira pela qual o aluno compreende a matéria que lhe é ensinada. Assim, a necessidade de se trabalhar de diversos modos um mesmo conteúdo em sala de aula é de extrema importância. Isso pode ajudar cada aluno a extrair a informação desejada, visto que nem todas as mentes pensam igual e que cada pessoa precisa trabalhar de maneiras diferentes para o seu aprendizado. Pensando nisso, estamos desenvolvendo uma pesquisa, no âmbito PIBIC-EM (Iniciação Científica – Ensino Médio), visando a elaboração de uma sequência didática para o ensino dos produtos notáveis que envolva essas “diferentes maneiras” de ensinar e aprender, as quais são contempladas, no nosso estudo, com a diversificação de registros de representação semiótica. É parte desse projeto o que está aqui apresentado.

Em relação aos conteúdos sobre produtos notáveis, é possível que os primeiros registros na história estejam no livro “Os Elementos”, de Euclides (aproximadamente 325-270 a.C.), onde o autor relata os produtos “quadrado da soma” e “produto da soma pela diferença” por meio da Geometria, uma representação semiótica figural, e da linguagem natural, o que indica, a nosso ver, a possibilidade de uma pluralidade de representações desde aquela época.

Duval (2009) reforça que o acesso ao saber matemático se dá pela diversidade de representações semióticas, devido à natureza abstrata dos objetos de estudo. Além disso, importa realizar tratamentos e conversões entre tais diferentes representações, pois ao realizá-los, significa que o aluno está apto a passar de um registro de representação para outro, o que prova, segundo Duval, que o aluno conseguiu entender o conteúdo e é capaz de remontá-lo, manipulá-lo e trabalhar com ele em outros contextos, havendo então a sua compreensão significativa.

O interesse em pesquisar sobre produtos notáveis surgiu ao perceber a dificuldade de colegas em sala e também de estudantes de Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica e Álgebra Linear; áreas da Matemática que usam os produtos notáveis como ferramenta. Como estudantes, acreditamos que utilizar diferentes formas de representação de um mesmo objeto pode ajudar muito no processo de aprendizado durante as aulas de Matemática. Ao oferecer diversas estratégias, possibilidades e caminhos a serem seguidos, teremos uma fonte de busca maior para sanar nossas dúvidas e até mesmo entender o conteúdo de maneiras diferentes, dando flexibilidade

na maneira de pensar para internalizar o conhecimento, além de apreender esses conhecimentos da maneira como pensamos; ao contrário de apenas decorar o que lhe é passado, como geralmente acontece.

Nesse artigo, expomos os resultados de uma pesquisa bibliográfica realizada com o intuito de compreender as conversões entre as representações dos estudos sobre produtos notáveis, ao longo do seu desenvolvimento histórico. Sucintamente, apresentamos alguns pontos importantes da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Duval (2003), que embasaram as análises apresentadas.

## 2 | TEORIA DE DUVAL E TIPO DE REGISTROS

Raymond Duval é autor da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. A partir dessa teoria, muitas pesquisas da Educação Matemática foram elaboradas sobre o tema. Em seu livro, é fornecida uma definição sobre o que são as representações semióticas: “[...] produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento”. (DUVAL, 1993, p.39).

A matemática como ciência, não possui objetos de estudos que são palpáveis, ou que podemos facilmente enxergar, portanto representá-los é a forma de acessá-los e compreendê-los. Duval (2003) argumenta:

[...] diferentemente dos outros domínios do conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou microscopicamente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos passa necessariamente por representação semiótica. Além do que, isso explica por que a evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representação. (DUVAL, 2003, p.21)

De acordo com a teoria de Duval, quando conseguimos diversificar os registros de representação para representar um mesmo objeto de estudo, estaremos realmente construindo o conhecimento. O autor ressalta que a representação de um objeto nunca pode ser confundida com o objeto de estudo em si, entretanto, o uso de apenas um tipo de registro de representação, por exemplo, no presente caso, do registro algébrico para produtos notáveis, pode dificultar essa tarefa de diferenciação.

Ainda, segundo a teoria de Duval, as atividades cognitivas de conversão e tratamento entre os diferentes tipos de representação são fundamentais para compreender os conceitos matemáticos. Realizar a conversão da representação consiste em transformar o tipo de representação utilizado em outro, mantendo o objeto de estudo o mesmo. No contexto desta pesquisa, isso acontece quando convertemos uma representação geométrica para uma fórmula, como mostrado na Figura 1.

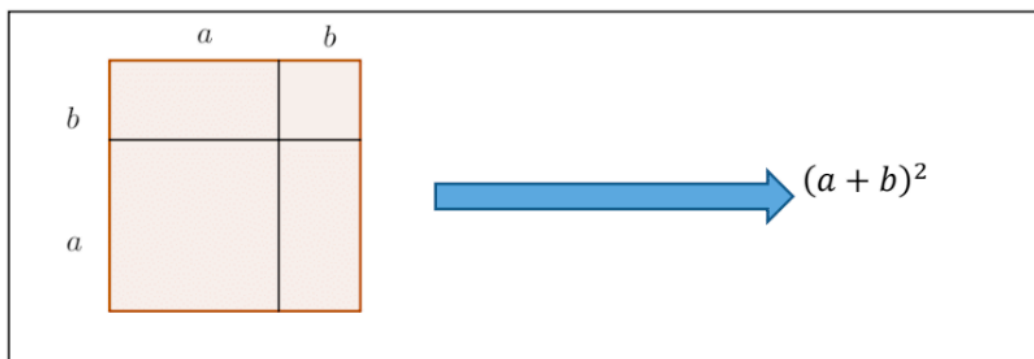


Figura 1: Exemplo de Conversão da representação figural em representação algébrica, envolvendo produtos notáveis.

Fonte: as autoras

Já o tratamento se baseia na transformação de representação mantendo o mesmo registro de representação, por exemplo, realizar os cálculos e alterações possíveis, como mostrado na Figura 2.

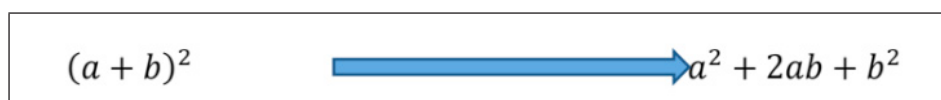


Figura 2: Exemplo de tratamento algébrico em produtos notáveis

Fonte: as autoras

Os tipos de registro de representação semiótica apresentados pelo autor são: a linguagem natural, representação algébrica, representação gráfica ou figural. A linguagem natural implica no uso da linguagem falada ou escrita na língua vernácula do aluno para representar os objetos de estudos, como uma explicação sobre eles. A representação algébrica se dá na maior parte das vezes no uso de números e letras. A representação gráfica ou figural é uma forma de expressar, visualmente, dados, valores numéricos ou expressões algébricas do que precisa ser trabalhado.

### 3 | PRODUTOS NOTÁVEIS: DE EUCLIDES AOS DIAS DE HOJE

O livro “Os Elementos” foi escrito por Euclides (325-270 a.C.), matemático de origem provavelmente grega. Esta obra reúne muitas proposições, conceitos e explicações fundamentais da geometria. Foi amplamente usado ao longo da história para realizar estudos sobre geometria, usado até mesmo nos dias atuais sua forma de transmitir a geometria.

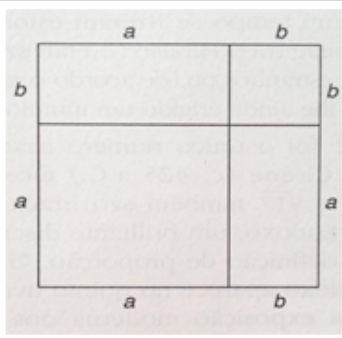
Justificado pela situação histórica da época em que o livro foi escrito, grande parte das proposições apresentadas no livro se sustentam em relações geométricas, que se caracterizam como uma álgebra geométrica. Os gregos, então, tinham um

grande avanço geométrico e se firmavam na geometria para representar o que não conseguiam por meio da pura álgebra. Assim, as operações aritméticas eram representadas por construções geométricas.

O livro está separado em cinco partes, as quais abrangem diferentes áreas da geometria. Entre essas, encontram-se representações em língua natural e figural a respeito de produtos notáveis, provavelmente um dos primeiros registros sobre o tema: as proposições IV e V.

Analisemos a proposição IV. Lembramos inicialmente que a reta em “ Os Elementos” representa o que atualmente chamamos de segmento de reta. No quadro 1 apresentamos representações na língua natural e figural encontradas em “ Os Elementos”, juntamente com a representação algébrica, acrescentada por nós, que pode caracterizá-la. Aqui, observam-se dois tipos de conversões: RLN e RF, em que RLN – é a representação em Língua Natural, RF é a Representação Figural e RA é a Representação Algébrica. Embora seja mais difícil, é possível ainda incluir a conversão RLN .

Observe, no Quadro 1, que as partes às quais estão referidas no livro Euclides são os segmentos  $a$  e  $b$ . O quadrado maior é designado pelos lados  $a$  e  $b$ . *Soma dos quadrados sobre as partes* refere-se, na representação figural, à soma das áreas dos quadrados de lados  $a$  e  $b$ , respectivamente, isto é,  $a^2 + b^2$ . Por fim, *o dobro do retângulo contido pelas partes* refere-se aos dois retângulos de dimensões  $a$  e  $b$ .

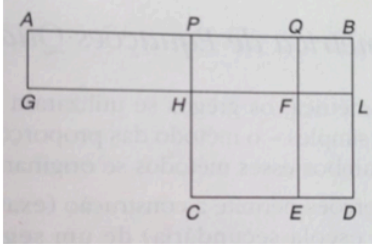
Representação em língua natural	Representação figural	Representação Algébrica*
Dividindo-se uma reta em duas partes, o quadrado sobre a reta toda é igual à soma dos quadrados sobre as partes juntamente com o dobro do retângulo contido pelas partes		$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Quadro 1: Possíveis Representações da Proposição IV, Livro II de Euclides.

(\*) não contemplada em “os Elementos”.

Fonte: as autoras

Vejam a proposição V do livro II, de “Os Elementos”. Observe-a, juntamente com as possíveis conversões presentes, no Quadro 2.

	<i>Conversão RLN para RF</i>	<i>Conversão RF para RA</i>
Representação em língua natural	Representação figural	Representação Algébrica*
Dividindo-se uma reta em partes iguais e desiguais, o retângulo contido pelas partes desiguais, junto com o quadrado sobre a reta entre os pontos de secção é igual ao quadrado sobre a metade da reta dada		$(a + b)^2 = 2ab + b^2 + a^2$ Sendo $a = \overline{PQ}$ , $b = \overline{QB}$

Quadro 2: Possíveis Representações da Proposição V, Livro II de Euclides.

(\*) não contemplada em “os Elementos”.

Fonte: As autoras

Vamos entender a proposição V. Sejam o segmento  $\overline{PQ} = a$  e  $\overline{QB} = b$ . e . Consideremos,  $\overline{PB} = \overline{BD}$ ,  $\overline{QB} = \overline{BL}$ .

Vamos associar a representação em língua natural com a descrição da representação figural em Euclides. Observe o Quadro 3.

Trecho da proposição	Interpretação das autoras
Dividindo-se uma reta em partes iguais e desiguais	O ponto P divide o segmento AB ao meio, isto é, em partes iguais. O ponto Q divide o segmento AB em partes desiguais.
o retângulo contido pelas partes desiguais	Refere-se à área dos retângulos PQFH e FLDE, ou seja, $2ab$
o quadrado sobre a reta entre os pontos de secção	Refere-se aos quadrados de lados $a$ e $b$ , isto é, às áreas $a^2$ e $b^2$
é igual ao quadrado sobre a metade da reta dada	$a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$

Quadro 3: Interpretação sobre a representação em língua natural da proposição V de “Os Elementos”.

Fonte: as autoras

Uma outra interpretação possível para a representação figural presente no Quadro 3 (vide Figura 3) é apresentada na Figura 4.

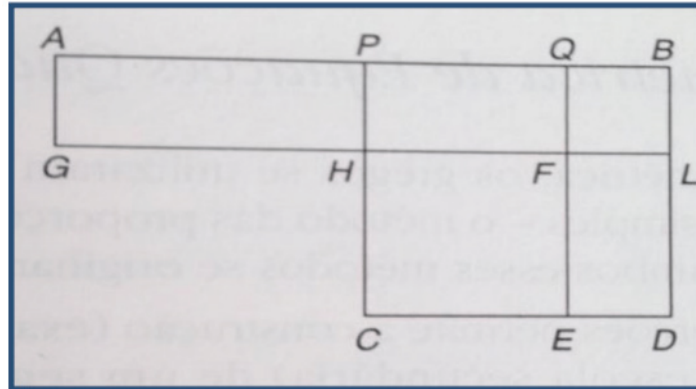


Figura 3: Representação figural associada à proposição V.

Sejam  $\overline{AP} = \overline{PB} = \overline{BD} = \overline{PC} = a$  e  $\overline{QB} = \overline{BL} = b$ .

Consideremos o retângulo ABDI conforme a Figura 4. Temos as seguintes áreas:

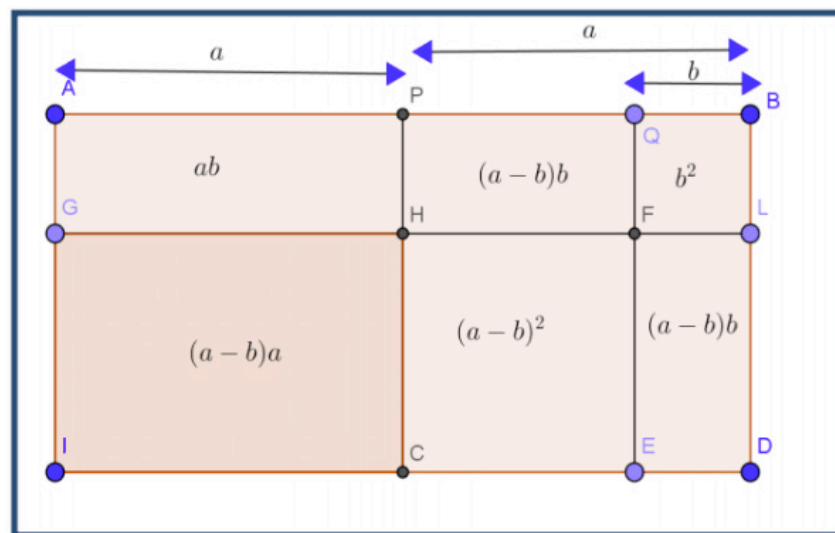


Figura 4: interpretação da proposição V de Os Elementos

Fonte: as autoras

Observe que a área total do retângulo  $ABDI$  é dada por  $2a^2$  (I). Por outro lado, a área do polígono  $ABDCHG$ , retratado na proposição V, é:  $2a^2 - (a - b)a$  (II).

Entretanto, a área do polígono  $ABDCHG$  também pode ser escrita como sendo:

$$ab + 2(a - b)b + b^2 + (a - b)^2 \text{ (III)}$$

Como (II) e (III) representam uma mesma área, devemos ter:

$$2a^2 - (a - b)a = ab + 2ab - 2b^2 + b^2 + (a - b)^2$$

$$2a^2 - a^2 + ab - 3ab + b^2 = (a - b)^2$$

De onde vem que

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Nestas duas proposições, no livro de Euclides, encontramos o uso de dois diferentes tipos de linguagem de representação para os produtos notáveis que são a linguagem natural e a figural. Podemos perceber que a explicação feita no livro de Euclides usando a linguagem natural, foi complexa, porém muito precisa. Ele não simplesmente citou a leitura da fórmula matemática para os produtos, mas sim, forneceu um caminho para a construção dos mesmos. Ele usou das palavras para representar uma figura, uma imagem e, por meio dela, expressar uma propriedade matemática. Ou seja, com esse método de explicação, em “Os Elementos” de Euclides, realizou-se a conversão entre dois diferentes registros de representação para se tratar de uma mesma proposição.

Por ser uma obra de sistematização da geometria, no livro de Euclides utiliza-se argumentos geométricos, aliados à retórica, para mostrar as propriedades matemáticas. Devido à complexidade da representação em língua natural observada em “os Elementos”, analisamos como alguns livros didáticos que ainda são usados como referências para professores utilizam esse tipo de representação para o caso  $(a + b)^2$ .

Analisamos Souza e Pataro (2009, p.120-121). Os autores usam a língua natural para justificar geometricamente a representação algébrica para a fórmula  $(a + b)^2$ , como pode ser observado na Figura 5. Entretanto, a representação em língua natural é bem mais simples do que a apresentada em “Os Elementos”.

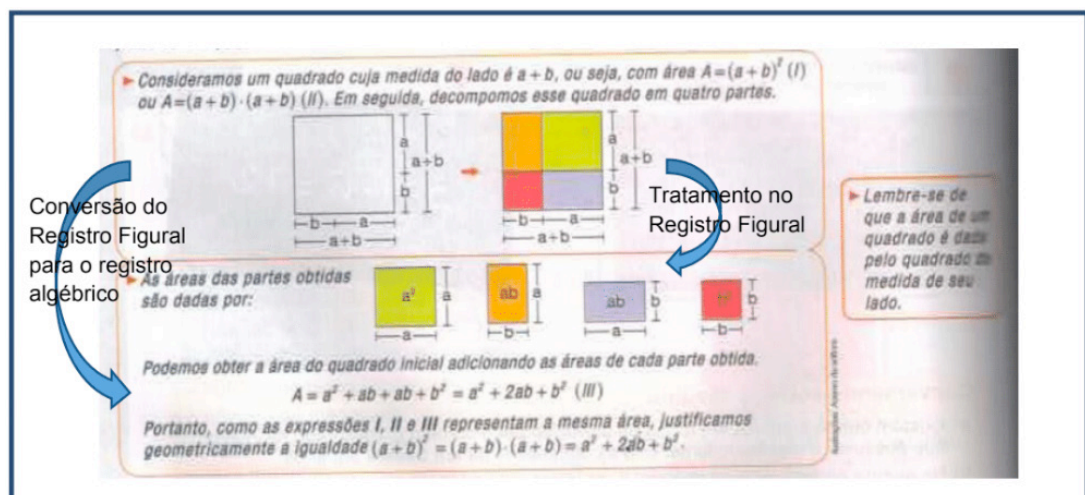


Figura 5: Representação de .

Fonte: Souza e Pataro (2009, p.120).

Na apresentação do tema por Souza e Pataro (2009), observamos a presença de tratamento (no registro figural) e de conversão (do registro figural para o registro algébrico). Na obra em análise, percebemos que ambos os registros (figural e algébrico) se distribuem uniformemente, inclusive nos exercícios.

Da mesma forma, os autores tratam o quadrado da diferença. Observe a Figura



6.

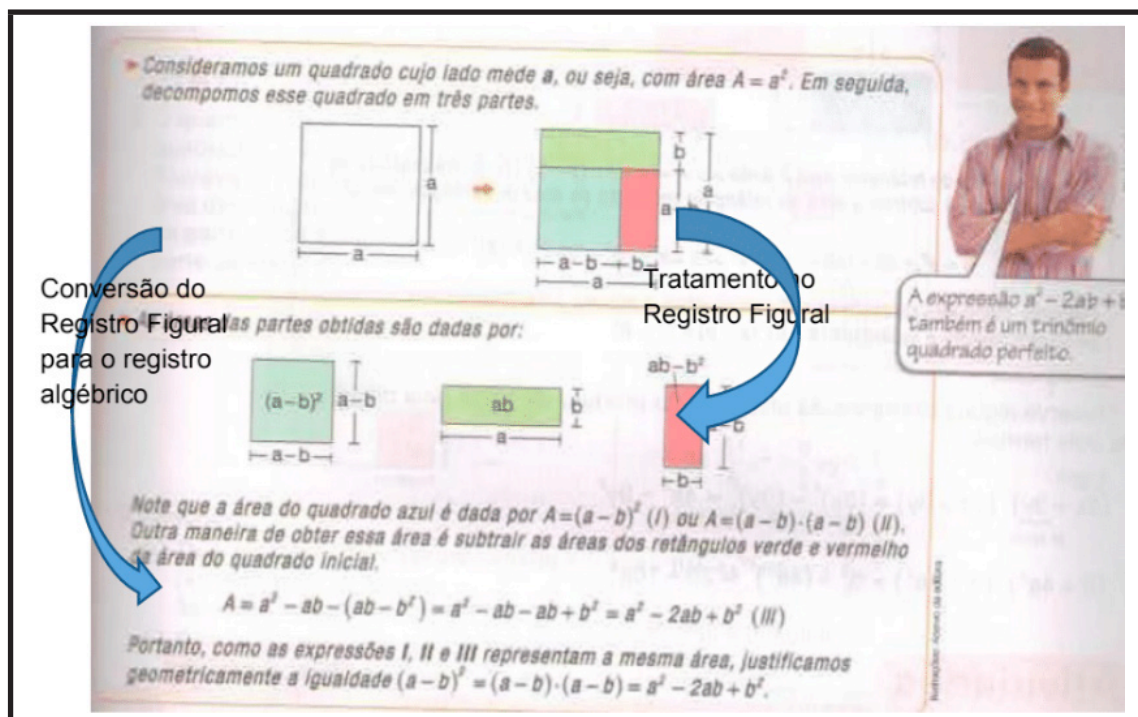


Figura 6: Representação de .

Fonte: Souza e Pataro (2009, p.121).

#### 4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio das pesquisas bibliográficas realizadas, pôde-se confirmar a importância do uso de diferentes tipos de representações semióticas no estudo sobre produtos notáveis. No livro de Euclides, escrito por volta do século III a.C., identificamos conversão entre as representações em língua natural e geométrica, o que consideramos essencial para obter compreensão completa das proposições e raciocinar a respeito das construções realizadas, pois dá sentido e complementaridade ao objeto de estudo. A língua natural nos faz pensar e abstrair os conceitos, enquanto a representação geométrica nos permite confrontar nossa imagem mental com o conceito real.

Analisamos também que a conversão e tratamento de registros existem hoje em dia, porém a forma com que essas atividades de transformação de representação nos livros didáticos se apresentam mudou, se adequando à linguagem mais simples e atual. Além disso, vale ressaltar que, assim como na Grécia antiga havia predomínio da forma de representação geométrica, a qual havia maior afinidade, atualmente a forma algébrica de representação torna-se predominante e mais utilizada.

Concluimos que incentivar o conhecimento de diversos registros de representação e a capacidade de conversão entre eles auxilia o aluno a compreender melhor o objeto de estudo e torna-se útil para a internalização do mesmo.

## 5 | AGRADECIMENTOS

Agradecemos a Fundação Araucária e UTFPR pela concessão de bolsa de Iniciação Científica Ensino Médio (PIBIC-EM).

## REFERÊNCIAS

DUVAL, R. **Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.** Annales de Didactique et Sciences Cognitives. Strasbourg: IREM – ULP, vol. 5, p. 37-65. 1993.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, S. D.A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, p.21, 2003.

EUCLIDES. **Os Elementos.** Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora da UNESP, 2009.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e Realidade.** 8º ano. São Paulo: Atual, 2009.

SOUZA, J.; PATARO, P.M. **Vontade de saber Matemática.** 8º ano. São Paulo: FTD, Coleção Vontade de Saber, 2009.

## **SOBRE A ORGANIZADORA**

**Annaly Schewtschik** - Mestre em Educação, Especialista em Metodologia do Ensino de Matemática e em Neuropsicopedagogia, Licenciada em Matemática e em Pedagogia, Professora do Ensino Fundamental e do Ensino Superior em Curso de Pedagogia e Pós-Graduação em Educação e em Educação Matemática. Atuante na área da Educação há 24 anos. Atualmente trabalha com Consultoria e Assessoria em Educação, Avaliação e Formação de Professores por sua empresa Ensinas e é Assessora Pedagógica da Rede Municipal de Educação de Ponta Grossa – Pr.

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7247-122-0

